Vũ Thanh Khiết (Chủ biên) - Lưu Hải An
Phạm Vũ Kim Hoàng - Nguyễn Đức Hiệp - Nguyễn Hoàng Kim

Bồi dưỡng học sinh giỏi Vật lí Trung học phổ thông

BÀI TẬP

Điện học - Quang học
Vật lí hiện đại

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

Vũ Thanh Khiết (Chủ biên) – Lưu Hải An
Phạm Vũ Kim Hoàng – Nguyễn Đức Hiệp - Nguyễn Hoàng Kim

Bồi dưỡng học sinh giỏi Vật lí Trung học phổ thông

BÀI TẬP

Điện học – Quang học
Vật lí hiện đại

(Tái bản lần thứ hai)

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

Lời nói đầu

Để giúp học sinh giỏi rèn luyện kĩ năng giải quyết các bài toán Vật lí, chuẩn bị tốt cho các kì thi chọn học sinh giỏi cấp tỉnh, thành phố và cấp quốc gia, chúng tôi biên soạn hai cuốn sách bài tập :

1. Bài tập Cơ học – Nhiệt học
2. Bài tập Điện học – Quang học – Vật lí hiện đại

bổ trợ cho bộ sách ***Bồi dưỡng học sinh giỏi Vật lí trung học phổ thông.***

Trong cuốn sách này, chúng tôi có trích một số bài toán từ Đề thi Olimpic Vật lí các nước để học sinh làm quen và thử sức với các dạng bài toán của các kì thi quốc tế.

Cuốn Bài tập Điện học – Quang học – Vật lí hiện đại gồm ba chương : *Chương I – Điện học* ; *Chương II – Quang học* ; *Chương III – Vật lí hiện đại* tương ứng với 8 chủ đề : Điện tích. Điện trường ; Dòng điện một chiều ; Từ trường. Cảm ứng điện từ ; Dòng điện xoay chiều. Dao động điện từ ; Quang hình học ; Sóng ánh sáng ; Bức xạ nhiệt. Thuyết lượng tử. Thuyết tương đối ; Vật lí nguyên tử hạt nhân. Hạt sơ cấp.

Chúng tôi mong nhận được sự góp ý của quý độc giả, mọi ý kiến góp ý xin gửi về :

BAN BIÊN TẬP SÁCH VẬT LÍ
Công ty cổ phần Dịch vụ xuất bản Giáo dục Hà Nội –
Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam
Tầng 4 - tòa nhà Handico 6 – số 48 Lê Văn Lương – Hà Nội

CÁC TÁC GIẢ

Chương I
ĐIỆN HỌC

CHỦ ĐỀ 1 Điện tích. Điện trường

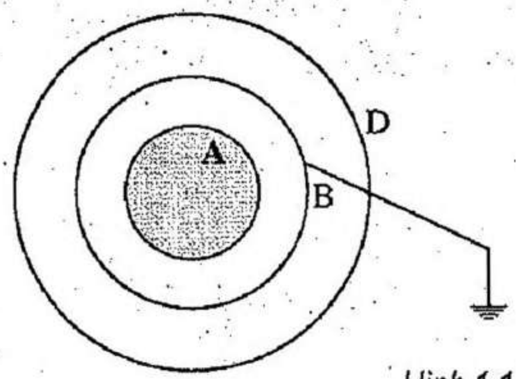
1.1. Cho quả cầu đặc, dẫn điện A và hai vỏ cầu dẫn điện B, D đặt đồng tâm với nhau. Vỏ cầu B nối đất, B nằm giữa A và D (Hình 1.1). Quả cầu A tích điện +Q, vỏ cầu D tích điện –Q. Tìm :

a) Điện tích mặt trong và mặt ngoài của D.

b) Hiệu điện thế giữa A và D.

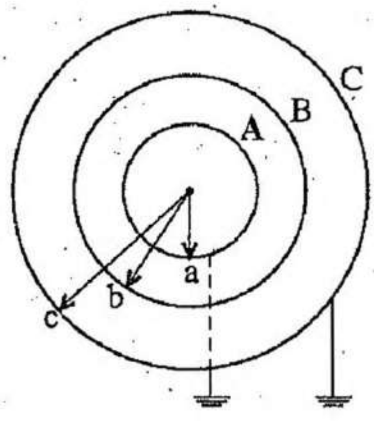
c) Hiệu điện thế giữa A và đất.

Cho bán kính tương ứng của quả cầu A, vỏ cầu B và D lần lượt là a, b, d.



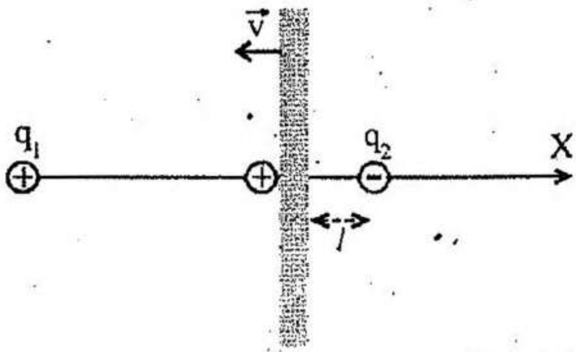
Hình 1.1

1.2. Có ba vỏ cầu mỏng, dẫn điện, được đặt đồng tâm, với các bán kính là a, b, c (Hình 1.2). Vỏ cầu A và vỏ cầu C đều tiếp đất. Vỏ cầu B được ghép lại từ hai nửa vỏ cầu và tích một điện lượng nhất định. Hỏi quan hệ giữa bán kính ba vỏ cầu phải thoả mãn điều kiện gì để hai nửa của vỏ cầu B không tách rời nhau ?



Hình 1.2

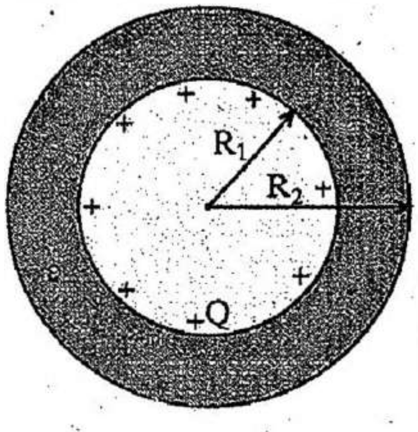
1.3. Một điện tích điểm dương q_1 và điện tích điểm âm q_2 được gắn trên trục X và ở hai phía của một tấm thuỷ tinh rất mỏng, nhẵn đặt vuông góc với trục X. Một quả cầu nhỏ tích điện dương tựa vào tấm thuỷ tinh và cũng nằm trên trục X (Hình 1.3). Ban đầu tấm thuỷ tinh đặt ở gần điện tích âm, khi đó quả cầu ở trạng thái cân bằng.



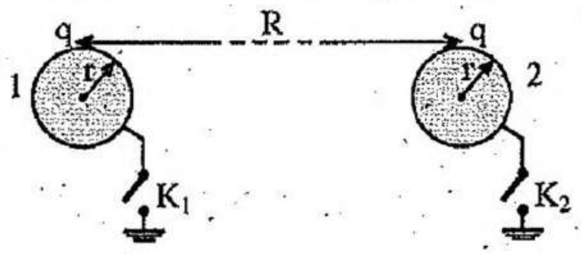
Hình 1.3

Sau đó người ta tịnh tiến tấm thuỷ tinh cùng với quả cầu dọc theo trục X làm tăng chậm khoảng cách l giữa tấm và điện tích âm. Khi l đạt tới giá trị bằng $\frac{1}{3}$ khoảng cách giữa hai điện tích q_1, q_2 thì quả cầu "rời" khỏi trục X. Hãy xác định tỉ số $\frac{q_1}{q_2}$. Bỏ qua trọng lượng của quả cầu và ảnh hưởng của tấm thuỷ tinh lên điện trường.

1.4. Một mặt cầu kim loại, tích điện +Q, bán kính R_1 được bao quanh bởi một lớp cầu làm bằng điện môi có hằng số điện môi là ε, bán kính ngoài R_2 (Hình 1.4). Hãy tìm phân bố điện thế V(r) trong toàn không gian và vẽ phác đồ tương ứng.



Hình 1.4



Hình 1.5

1.5. Hai quả cầu nhỏ 1 và 2, dẫn điện, cùng bán kính r, đặt cách nhau một khoảng R ($R \geq r$) (Hình 1.5). Ban đầu mỗi quả cầu đều có điện tích q. Sau đó đóng K_1 cho quả cầu 1 nối đất. Sau một thời gian, trạng thái cân bằng điện được thiết lập, thì mở K_1. Tiếp sau đóng K_2 cho quả cầu 2 nối đất. Hãy xác định điện thế cuối cùng của quả cầu 1.

1.6. Hai bản của một tụ điện phẳng đặt trong không khí có cùng điện tích S, có thể chuyển động không ma sát dọc theo một sợi dây cách điện nằm ngang xuyên qua tâm của chúng. Một bản có khối lượng m, điện tích Q còn bản kia có khối lượng 2m, điện tích –2Q. Ban đầu hai bản được giữ cách nhau một khoảng 3d (d rất nhỏ so với kích thước bản tụ).

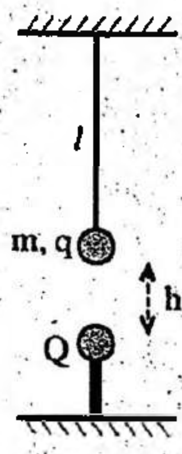
a) Tìm năng lượng điện trường giữa hai bản tụ.

b) Người ta thả cho hai bản chuyển động không ma sát, hãy xác định vận tốc của mỗi bản khi chúng cách nhau một khoảng d.

1.7. Một con lắc đơn gồm một quả cầu nhỏ khối lượng m, mang điện tích q, treo vào sợi dây mảnh cách điện, chiều dài l. Ở phía dưới vị trí cân bằng, trên đường thẳng đứng đi qua điểm treo và cách quả cầu một đoạn h người ta đặt cố định điện tích điểm Q (Hình 1.6).

a) Tìm điều kiện để dao động nhỏ của con lắc là dao động điều hoà.

b) Tìm biểu thức chu kì dao động. Biện luận.



Hình 1.6

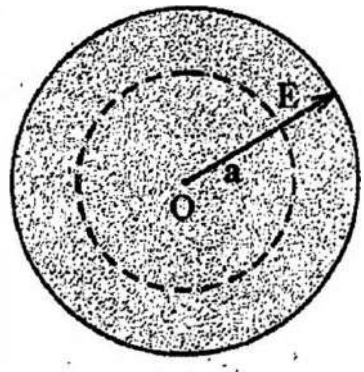
1.8. Một tấm điện môi mỏng, có dạng tam giác vuông cân, được tích điện đều trên bề mặt. Khi gấp đôi tấm để được tam giác vuông cân mới (diện tích giảm $\frac{1}{2}$) cần thực hiện một công A để chống lại lực đẩy tĩnh điện. Hỏi cần phải thực hiện một công bằng bao nhiêu để gấp đôi tấm mới thành tam giác vuông cân mới một lần nữa (diện tích giảm chỉ còn $\frac{1}{4}$) ?

1.9. Hai quả cầu nhỏ A, B cùng khối lượng m, mang điện tích lần lượt là q_1, q_2 và được treo bằng hai dây cùng chiều dài l vào một điểm O. Khi chúng cân bằng, hai dây treo làm với nhau một góc 60^o. Đặt một quả cầu thứ ba C mang điện tích q_3 trên đường thẳng đứng qua O cách điểm O một khoảng cách cũng bằng l, thì khi hệ cân bằng dây treo quả cầu A thành nằm ngang, còn dây treo quả cầu B thì làm với đường thẳng đứng qua O một góc 30^o. Tính tỉ số điện tích của các quả cầu.

1.10. Một quả cầu bán kính R tích điện đều với mật độ điện tích khối ρ (Hình 1.7).

a) Hãy xác định cường độ điện trường tại những điểm cách tâm cầu một khoảng a.

b) Bên trong một quả cầu người ta khoét đi một hốc rỗng hình cầu bán kính r và có tâm cách tâm hình cầu lớn một khoảng l. Tìm cường độ điện trường dọc đường thẳng nối tâm hốc rỗng và tâm quả cầu. Chứng minh rằng điện trường trong hốc là đều.

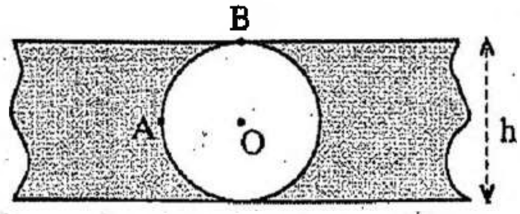


Hình 1.7

1.11. Một tấm điện môi rộng vô hạn bề dày h, tích điện đều mật độ điện khối ρ (Hình 1.8).

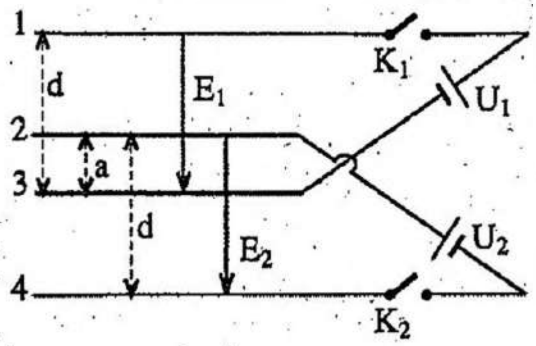
a) Hãy xác định cường độ điện trường tại những điểm cách mặt phẳng trung trực (song song và cách đều hai mặt của tấm) một khoảng x.

b) Người ta khoét một hốc rỗng hình cầu, có đường kính bằng bề dày h của tấm. Hãy tính cường độ điện trường tại các điểm A và B. Hãy tìm sự phụ thuộc của cường độ điện trường tại các điểm dọc đường thẳng OA và khoảng cách đến điểm O.



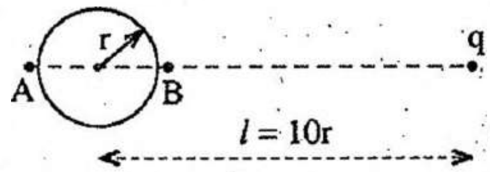
Hình 1.8

1.12. Hai tụ điện phẳng giống nhau, khoảng cách giữa các cặp bản là d, được đặt cài vào nhau sao cho hai bản ở giữa cách nhau một khoảng a. Hai tụ điện được mắc vào nguồn có suất điện động U_1 và U_2 (Hình 1.9). Hãy xác định hiệu điện thế giữa hai bản nằm giữa.



Hình 1.9

1.13. Người ta đưa một quả cầu kim loại bán kính r vào điện trường của một điện tích điểm q (Hình 1.10). Hỏi cường độ điện trường tại các điểm A và B (sát bề mặt quả cầu) bị thay đổi bao nhiêu lần ? Khoảng cách từ tâm quả cầu đến q là $l = 10r$. Xét trường hợp quả cầu cô lập và trường hợp quả cầu nối đất.



Hình 1.10

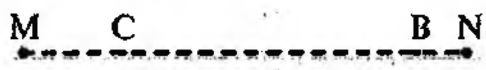
1.14. Hai quả cầu có kích thước nhỏ, khối lượng m_1 và m_2, mang các điện tích cùng dấu q_1 và q_2 nằm cách nhau một khoảng a trong chân không. Hãy tính công của lực điện trường khi thả đồng thời cả hai điện tích cho chúng tự do chuyển động. Xét trường hợp hai quả cầu có khối lượng bằng nhau và trường hợp có các khối lượng khác nhau. Bỏ qua tác dụng của trọng lực.

1.15. Một điện tích q phân bố đều trong một khối cầu bán kính R. Giả thiết hằng số điện môi bằng đơn vị, hãy tìm :

a) Năng lượng điện trường riêng của trường tĩnh điện.

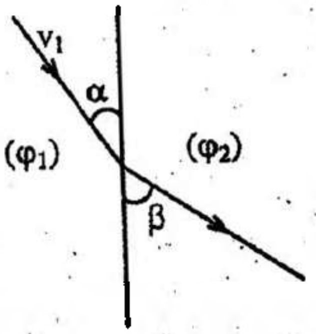
b) Tỉ số năng lượng W_1 tích luỹ trong lòng khối cầu và năng lượng W_2 tích luỹ trong không gian ngoài khối cầu.

1.16. Có hai điện tích điểm gắn cố định tại M và N (Hình 1.11). Người ta buông ra tại điểm C trên đoạn MN một hạt điện tích q, thì nó vượt quãng đường CB trong khoảng thời gian t. Hỏi nếu buông ra tại C hạt mang điện tích bằng 3q, thì nó vượt quãng đường đó trong khoảng thời gian bao lâu ? Biết khối lượng các hạt như nhau.

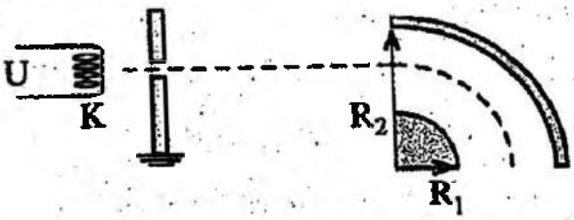


Hình 1.11

1.17. Một êlectron đang bay với vận tốc v_1 thì chuyển từ miền điện trường có điện thế φ_1 sang miền điện thế φ_2. Hỏi nó sẽ chuyển động dưới góc β bằng bao nhiêu so với mặt phân cách, nếu nó tới mặt đó dưới góc α (Hình 1.12). Bỏ qua tác dụng của trọng trường.



Hình 1.12



Hình 1.13

1.18. Một chùm êlectron được phun ra từ một sợi dây đốt nóng K và được gia tốc nhờ một điện áp U cho đến khi chui lọt qua một lỗ nhỏ trên một màn chắn nối đất. Điện áp gia tốc U phải bằng bao nhiêu để sau khi được gia tốc các êlectron đi theo đường tròn cách đều hai bản của một tụ điện trụ (Hình 1.13). Bán kính các bản tụ điện trụ là R_1 và R_2, hiệu điện thế giữa chúng là U_0.

1.19. Hai êlectron nằm cách nhau một khoảng r. Đồng thời vận tốc của một hạt bằng 0, vận tốc của hạt kia hợp với đường nối hai hạt một góc nhọn. Hỏi góc giữa các vận tốc của các êlectron sẽ là bao nhiêu khi chúng lại cách nhau một khoảng đúng bằng r ? Bỏ qua tác dụng của trọng lực.

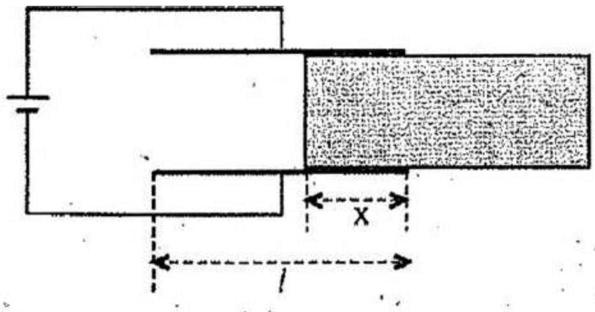
1.20. Hai mặt phẳng song song, tích điện với mật độ mặt là $\pm\sigma$, cách nhau một khoảng d và được ngăn cách nhau bằng một tấm bề dày h, hằng số điện môi ε.

a) Tìm mật độ điện tích mặt trên tấm điện môi, cường độ điện trường trong không gian giữa hai mặt phẳng và hiệu điện thế giữa chúng.

b) Giả sử tấm điện môi ε đặt vuông góc với đường sức của điện trường ngoài đều cường độ E_0. Hãy tính mật độ điện tích cảm ứng trên bề mặt.

1.21. Phân tử của một chất điện môi khi nằm trong điện trường E bị phân cực thành lưỡng cực $\pm q$, có độ dài x phụ thuộc cường độ điện trường theo hệ thức $kx = qE$, trong đó k là một hằng số nào đó. Giả sử trong một đơn vị thể tích điện môi có n phân tử loại đó. Hãy xác định cường độ điện trường trong lòng điện môi, nếu trước khi có điện môi, cường độ điện trường là E_0. Tính hằng số điện môi. Xác định năng lượng tích luỹ trong điện môi chứa trong lòng tụ điện thể tích V do bị phân cực.

1.22. Hai bản kim loại rộng hình chữ nhật, diện tích S, chiều dài l được đặt song song cách nhau một khoảng d. Các bản được tích điện đến hiệu điện thế U. Một tấm điện môi hằng số ε, bề dày d, bị hút vào khoảng không giữa hai bản. Chiều dài tấm lớn hơn l (Hình 1.14).



Hình 1.14

Hãy xác định sự phụ thuộc của lực tác dụng lên điện môi vào x trong hai trường hợp :

a) Hai bản ngắt khỏi nguồn.

b) Hai bản vẫn nối với nguồn. Hãy giải thích do đâu có lực hút nói trên ?

1.23. Một tấm điện môi có hằng số điện môi ε được đặt khá xa một điện tích điểm dương Q (cách một khoảng R). Diện tích tấm là S, kích thước tấm khá nhỏ so với khoảng cách R. Mặt tấm vuông góc đường nối tới điện tích. Bề dày tấm là δ. Hãy xác định lực hút tấm điện môi về phía điện tích Q.

1.24. Một chất điện môi với hằng số điện môi ε chứa đầy nửa không gian, nửa còn lại là chân không. Một điện tích điểm Q nằm trong chân không cách mặt phẳng phân cách giữa điện môi và chân không một khoảng l. Hãy xác định sự phân bố mật độ điện tích mặt σ(r) trên mặt phẳng của điện môi, điện tích cảm ứng toàn phần q và lực F tác dụng lên điện tích điểm Q.

1.25. Một chiếc hộp chữ nhật có hai thành đối diện bằng kim loại, diện tích mỗi thành $10\ cm^2$, cách nhau 1 cm. Hai thành được nối với hiệu điện thế U = 1000 V.

a) Ngắt hộp khỏi nguồn, rồi rót đầy nước vào hộp. Tính độ tăng nhiệt độ của nước. Biết $\varepsilon_n = 81$.

b) Tính độ tăng nhiệt độ của nước nếu không ngắt thành hộp khỏi nguồn.

1.26. Hai bản tụ điện phẳng, diện tích S, có điện tích +q và −q. Khoảng cách giữa hai bản chứa đầy một chất mà hằng số điện môi của nó biến thiên theo phương vuông góc với mặt bản theo quy luật $\varepsilon = \varepsilon_1\left(l + \frac{x}{d}\right)^{-1}$, trong đó x là khoảng cách đến bản tích điện dương, d là khoảng cách giữa hai bản. Tìm mật độ điện tích khối của chất điện môi.

1.27. Một quả cầu kim loại bán kính r, mang điện tích Q được bao bằng một lớp điện môi có bán kính ngoài bằng R và hằng số điện môi là ε.

a) Tính mật độ điện tích tại mặt trong và mặt ngoài của lớp điện môi.

b) Nếu lớp điện môi là lỏng thì áp suất của điện môi lên mặt quả cầu là bao nhiêu ?

1.28. Một tấm mỏng có hằng số điện môi ε, được đưa vào điện trường đều có vectơ cường độ điện trường $\vec{E}$. Pháp tuyến của tấm hợp với vectơ cường độ điện trường một góc α. Bản có bề dày d và diện tích S.

a) Xác định mật độ điện tích phân cực.

b) Xác định cường độ điện trường bên trong bản.

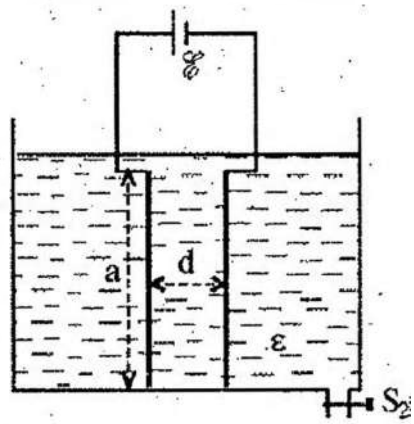
c) Tính momen của các lực tác dụng lên bản.

d) Cần một công bằng bao nhiêu để xoay bản cho vuông góc với điện trường ?

1.29. Một tụ điện phẳng có các bản hình vuông cạnh a, cách nhau một khoảng d được nhúng ngập trong bình đựng chất điện môi lỏng, sao cho mép dưới của các bản tụ ở sát đáy bình (Hình 1.15). Bình có diện tích tiết diện ngang là S_1 và được đặt trên mặt bàn nằm ngang.

Hai bản tụ được nối với nguồn điện có suất điện động $\mathscr{E}$ không đổi, điện trở trong không đáng kể. Chất điện môi có hằng số điện môi ε và được coi như một chất lưu lí tưởng. Nhờ một lỗ có diện tích tiết diện ngang S_2 ở đáy bình, chất điện môi được tháo ra khỏi bình.

Bỏ qua điện trở các dây nối, hãy xác định sự phụ thuộc của cường độ dòng điện trong mạch vào thời gian và vẽ đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc đó. Lấy gốc thời gian khi mặt thoáng của chất điện môi ở ngang mép trên của các bản tụ. Cho gia tốc trọng trường là g.

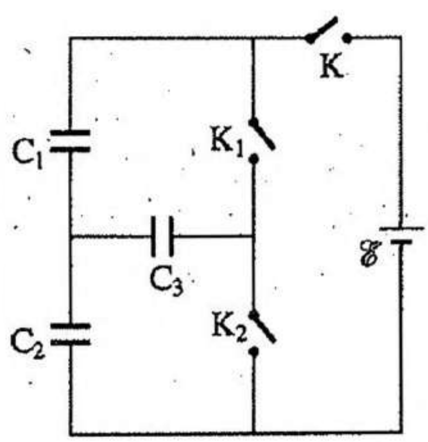


Hình 1.15

1.30. Cho sơ đồ mạch điện như hình 1.16. Biết nguồn có suất điện động $\mathscr{E}$, các tụ điện $C_3 = 2C_1 = 2C_2 = 2C$. Ban đầu khoá K đóng, khoá K_1 và K_2 ngắt. Sau khi tụ C_1 và C_2 nạp điện xong thì ngắt khoá K và đóng khoá K_1. Khi trạng thái cân bằng tĩnh điện được thiết lập trong mạch thì ngắt khoá K_1 và đóng khoá K_2.

a) Hỏi điện lượng sau cùng trên mỗi tụ là bao nhiêu ?

b) Tính tổng nhiệt lượng toả ra trong quá trình đó ?

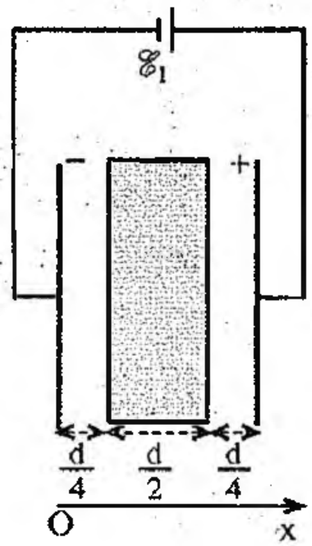


Hình 1.16

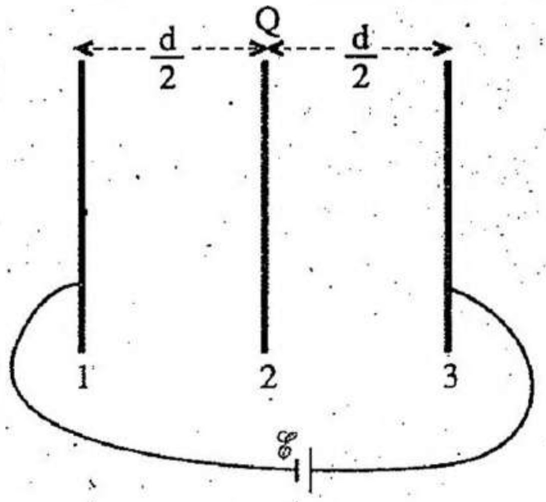
1.31. Trong tụ phẳng không khí, khoảng cách giữa hai bản tụ là d, bên trong có đặt một tấm kim loại có bề dày $\frac{d}{2}$. Diện tích mặt bên của tấm kim loại này bằng diện tích của mỗi bản tụ điện. Tụ điện mắc vào nguồn có suất điện động $\mathscr{E}_1$ (Hình 1.17). Hãy tìm và vẽ đồ thị phân bố điện thế bên trong tụ điện, nếu chọn mốc tính điện thế ở :

a) vô cùng.

b) bản trái của tụ (bản tích điện âm).



Hình 1.17

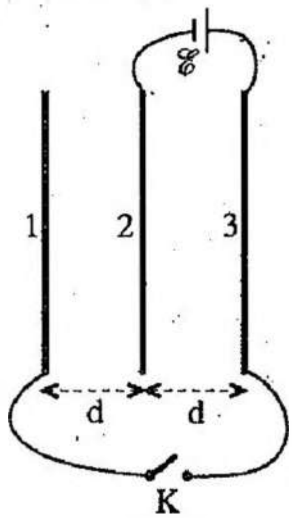


Hình 1.18

1.32. Một nguồn điện có suất điện động $\mathscr{E}$ được mắc vào hai bản 1 và 3 của một tụ điện phẳng không khí, diện tích các bản đều bằng S, khoảng cách giữa các bản bằng d và bản 3 được giữ cố định. Ở chính giữa bản 1 và 3 người ta đặt một bản kim loại 2, tích điện dương Q và được giữ cố định (Hình 1.18). Sau đó thả bản 1 ra để nó tự do. Nguồn điện thực hiện công bằng bao nhiêu cho đến khi bản 1 va chạm bản 2 ? Vào thời điểm đó động năng cực đại của bản 1 sẽ bằng bao nhiêu ?

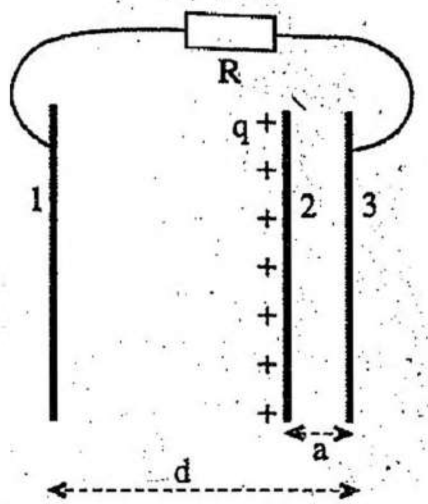
Bỏ qua tác dụng của trọng lực và điện trở trong của nguồn điện.

1.33. Có ba bản kim loại không tích điện, diện tích mỗi bản bằng S, được đặt cách nhau một khoảng d nhỏ hơn nhiều kích thước các bản. Mắc vào bản 2 và 3 một nguồn có suất điện động $\mathscr{E}$ (Hình 1.19). Truyền cho bản 1 điện tích q_0. Sau đó đóng khoá K. Xác định điện tích của bản 3 sau khi đóng K.



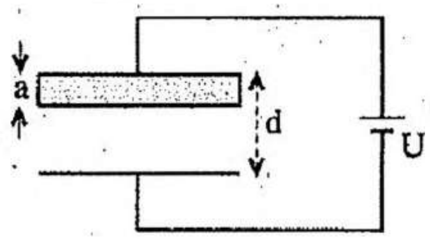
Hình 1.19

1.34. Hai bản kim loại phẳng cố định 1 và 3, chưa tích điện, song song với nhau, được nối với nhau qua điện trở R. Người ta đặt vào giữa hai bản 1 và 3 một bản 2 tương tự, đã tích điện tích q ($q > 0$), cách bản 3 một đoạn bằng a ($a < \frac{d}{2}$), với d là khoảng cách giữa bản 1 và bản 3 (Hình 1.20). Sau khi trạng thái cân bằng được thiết lập, thì bản 2 được dịch chuyển rất nhanh đến vị trí đối xứng, tức là cách bản 1 một khoảng bằng a. Giả sử rằng trong thời gian dịch chuyển bản 2, điện tích trên các bản 1 và 3 không kịp thay đổi, hãy xác định độ lớn và chiều của dòng điện chạy qua điện trở R ngay sau khi đã dịch chuyển bản 2, đồng thời hãy xác định nhiệt lượng toả ra trên R. Cho biết diện tích mỗi bản bằng S, khoảng cách giữa các bản rất nhỏ so với kích thước dài của các bản.

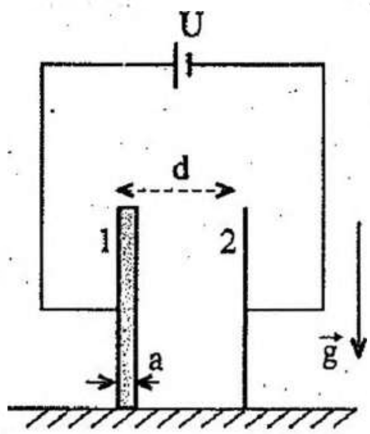


Hình 1.20

1.35. Một tụ điện phẳng không khí có các bản nằm ngang cố định, được nối với nguồn điện không đổi có hiệu điện thế U. Bên trong tụ điện có đặt một tấm kim loại bề dày a khối lượng m (Hình 1.21). Ở thời điểm ban đầu tấm kim loại tiếp xúc với bản trên của tụ, sau đó nó được thả ra. Tìm vận tốc cực đại của tấm kim loại trước khi nó chạm vào bản tụ dưới. Biết diện tích mỗi bản tụ bằng diện tích tấm kim loại và bằng S, khoảng cách giữa hai bản tụ là d.



Hình 1.21

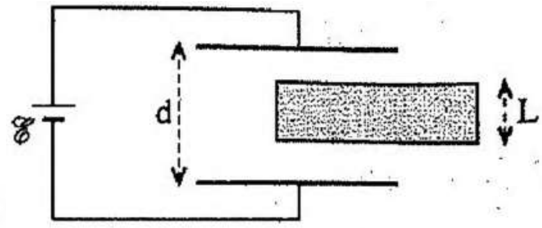


Hình 1.22

1.36. Nhờ một nguồn điện để duy trì hiệu điện thế không đổi U giữa các bản của một tụ phẳng. Bên trong tụ đặt một tấm kim loại song phẳng có bề dày a khối lượng m (Hình 1.22). Ở thời điểm ban đầu, tấm kim loại bị ép sát vào bản tụ bên trái, sau đó nó được thả ra. Vận tốc của tấm kim loại ở thời điểm khi nó tiến đến bản tụ bên phải bằng bao nhiêu ?

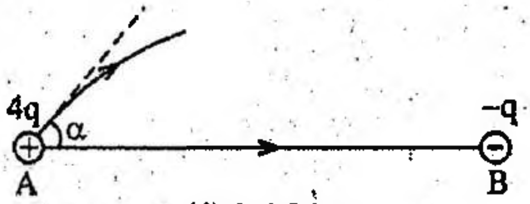
Diện tích của mỗi bản tụ và diện tích của tấm kim loại đều bằng S, khoảng cách giữa hai bản tụ bằng d. Biết các bản tụ và tấm kim loại đặt thẳng đứng trên mặt phẳng ngang nhẵn và cách điện.

1.37. Một tụ điện phẳng không khí, diện tích mỗi bản bằng S, khoảng cách giữa chúng bằng d, được nối vào nguồn điện không đổi có suất điện động $\mathscr{E}$ (Hình 1.23). Cần phải thực hiện một công tối thiểu bằng bao nhiêu để đưa vào khoảng không gian giữa các bản tụ một tấm kim loại có độ dày L (L < d) ? Bỏ qua điện trở trong của nguồn.



Hình 1.23

1.38. Hai quả cầu nhỏ có khối lượng bằng nhau, mang điện tích lần lượt là 4q và –q (q > 0) được đặt tại các điểm A, B trong chân không (Hình 1.24).



Hình 1.24

1. Xét một đường sức đi ra từ A. Gọi góc hợp bởi tiếp tuyến của đường sức này (tại A) và đường thẳng nối hai điện tích là α. Để đường sức này đi tới B thì α phải thoả mãn điều kiện nào ?

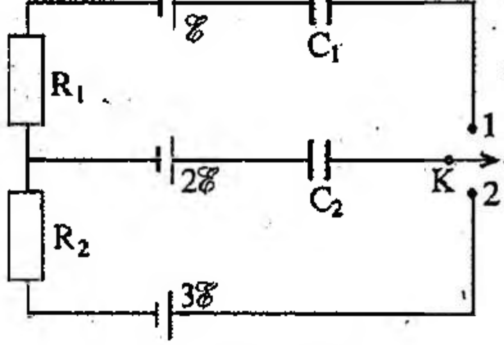
2. Gọi τ là khoảng thời gian tính từ thời điểm thả đồng thời hai quả cầu cách nhau một đoạn r_0 với vận tốc ban đầu bằng 0 đến thời điểm khoảng cách giữa hai quả cầu là $\frac{r_0}{3}$. Bỏ qua lực hấp dẫn tác dụng lên các quả cầu.

a) Cho AB = r_0. Nếu giữ cố định một quả cầu còn quả kia được thả cho chuyển động tự do với vận tốc ban đầu bằng 0 thì sau thời gian τ_1 bằng bao nhiêu (tính theo τ) thì khoảng cách giữa hai quả cầu là $\frac{r_0}{3}$?

b) Cho AB = $2r_0$. Nếu thả đồng thời hai quả cầu với vận tốc ban đầu bằng 0 thì sau thời gian τ_2 bằng bao nhiêu (tính theo τ) thì khoảng cách giữa hai quả cầu là $\frac{2r_0}{3}$?

1.39. Trong mạch điện ở hình 1.25, khoá K lúc đầu mở, các tụ điện có cùng điện dung C và chưa tích điện, các nguồn điện không có điện trở trong.

Tại thời điểm nào đó, khoá K được đóng vào chốt 1. Sau khi cân bằng điện, khoá K được chuyển sang chốt 2. Sau khi cân bằng điện, khoá K lại được chuyển về chốt 1... Quá trình cứ như thế được lặp lại. Gọi Q_1 và Q_2 lần lượt là nhiệt lượng toả ra trên R_1 và R_2 sau rất nhiều lần chuyển khoá K giữa hai chốt. Tính tỉ số $\frac{Q_1}{Q_2}$.



Hình 1.25

1.40*. Trong mặt phẳng Oxy, người ta đặt cố định tại gốc toạ độ O một lưỡng cực điện có momen lưỡng cực $\vec{p}$ nằm trên trục Ox và hướng theo chiều dương của Ox (Hình 1.26). Một hạt nhỏ khối lượng m, điện tích q chuyển động trong mặt phẳng Oxy ở vùng xa gốc O dưới tác dụng của điện trường gây bởi lưỡng cực. Bỏ qua tác dụng của trọng lực và lực cản. Xét chuyển động của hạt trong hệ toạ độ cực. Vị trí M của hạt ở thời điểm t được xác định bởi vectơ $\vec{r} = \overrightarrow{OM}$ và góc $\theta = (\overrightarrow{OM}, \vec{p})$.

a) Chứng minh rằng chuyển động của hạt tuân theo các phương trình vi phân sau :

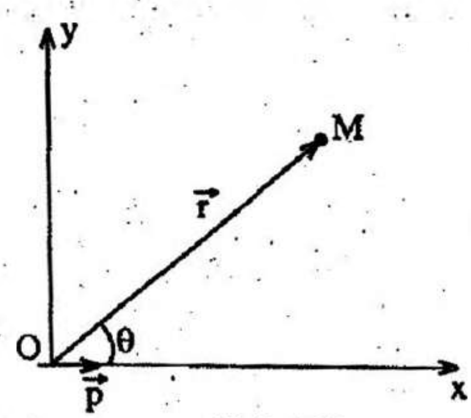
$$\begin{cases} (r^2\theta')' = \dfrac{qp\sin\theta}{4\pi\varepsilon_0 mr^2} & (1) \\ r'^2 + rr'' = \dfrac{2W_0}{m} & (2) \end{cases}$$

Trong đó W_0 là năng lượng ban đầu của hạt.

b) Biết tại thời điểm t = 0 hạt ở vị trí M_0 có $r(0) = r_0$; $\theta(0) = \theta_0$; $r'(0) = r_0'$; $\theta'(0) = \theta_0'$. Hãy xác định khoảng cách r(t) từ hạt tới gốc O theo t.

c) Tìm các điều kiện để hạt chuyển động theo quỹ đạo là cung tròn tâm O bán kính r_0. Tính chu kì và tốc độ góc cực đại của hạt. Mô tả chuyển động của hạt trong hai trường hợp : q > 0 và q < 0.

Cho $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\theta}{\sqrt{\cos\theta}} \approx 2{,}62$.

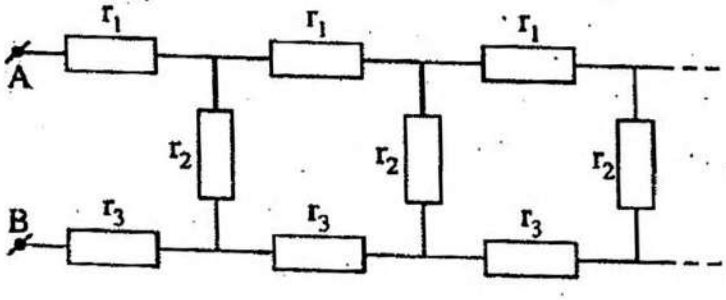


Hình 1.26

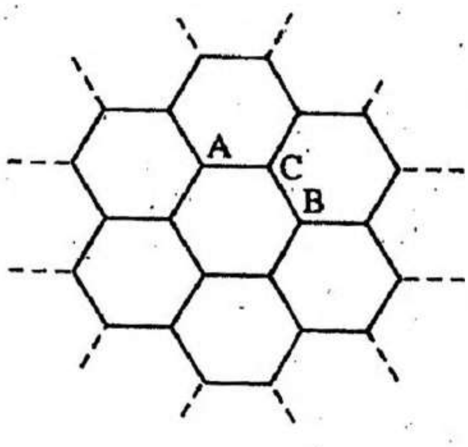
CHỦ ĐỀ 2

Dòng điện một chiều

2.1. Ba điện trở r_1, r_2 và r_3 tạo ra một mạch vô hạn như hình 2.1. Tính điện trở tương đương giữa hai điểm A, B.



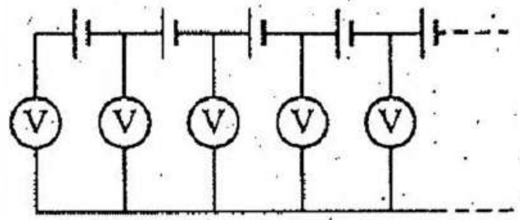
Hình 2.1



Hình 2.2

2.2. Cho sơ đồ mạch điện rộng vô hạn như hình 2.2, mỗi ô là lục giác đều, điện trở mỗi cạnh riêng biệt là R_0. Tính điện trở tương đương giữa hai điểm A và B.

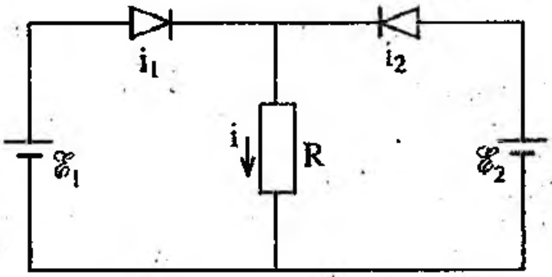
2.3. Một mạch điện vô hạn, tuần hoàn gồm các nguồn điện giống nhau có suất điện động $\mathscr{E}$ và các vôn kế giống hệt nhau (Hình 2.3). Biết chỉ số của vôn kế bên trái đầu tiên là bằng U, còn số chỉ của mỗi vôn kế tiếp theo giảm n (n > 1) lần so với số chỉ của vôn kế đứng ngay bên trái nó. Hãy tìm giá trị suất điện động $\mathscr{E}$ của các nguồn.



Hình 2.3

2.4. Có hai phần tử phi tuyến mà đặc trưng vôn-ampe được biểu thị bằng hệ thức $U = 10I^2$, trong đó I đo bằng ampe, U đo bằng vôn. Mắc hai phần tử đó nối tiếp với nhau vào một nguồn điện có suất điện động $\mathscr{E} = 10$ V và điện trở trong không đáng kể. Sau đó, mắc thêm một điện trở R song song với một trong hai phần tử đó. Tìm giá trị của R để công suất toả nhiệt trên điện trở đạt cực đại.

2.5. Cho mạch điện như hình 2.4, gồm có hai điôt giống nhau, hai nguồn điện và một điện trở R. Các nguồn điện có suất điện động $\mathscr{E}_1 = 0,8$ V ; $\mathscr{E}_2 = 1,6$ V và điện trở trong không đáng kể. Điện trở thuận của mỗi điôt là 4 Ω, còn điện trở ngược là vô cùng lớn. Hãy tìm giá trị của R để công suất toả nhiệt trên nó là cực đại.



Hình 2.4

2.6*. Năng lượng cần thiết để giải phóng êlectron khỏi mối liên kết với nguyên tử Si trong bán dẫn Si tinh khiết là 1,1 eV. Êlectron được giải phóng có thể chuyển động tự do trong mạng tinh thể và được gọi là êlectron dẫn. Các trạng thái liên kết bị mất êlectron trở thành lỗ trống. Người ta thường biểu diễn năng lượng của êlectron trong tinh thể trên trục năng lượng. Trên trục này, khoảng cách giữa năng lượng của êlectron dẫn với êlectron ở trạng thái liên kết gọi là *dải cấm*. Độ chênh giữa hai mức năng lượng này được gọi là *độ rộng của dải cấm*, thường được kí hiệu là E_g. Đây cũng chính là độ chênh lệch năng lượng giữa êlectron dẫn và lỗ trống.

a) Hãy cho biết độ rộng dải cấm E_g của bán dẫn Si là bao nhiêu.

b) Cho biết sự phân bố mật độ hạt theo năng lượng của hạt tuân theo hàm Bôn-xơ-man $n_1 = n_0 e^{-\frac{E_1 - E_0}{kT}}$, trong đó, n_1 là mật độ hạt có năng lượng E_1, n_0 là mật độ hạt có năng lượng E_0, T là nhiệt độ tuyệt đối. Hãy xác định tỉ số êlectron được giải phóng khỏi liên kết và trở thành êlectron dẫn ở nhiệt độ phòng (20°C) và ở 100°C.

c) Biết thể tích mol của Si tinh thể là 12.10^{-6} m^3 mol^{-1}, hãy tính mật độ lỗ trống và mật độ êlectron dẫn ở nhiệt độ phòng và ở 100^oC.

2.7*. Một mẫu bán dẫn GaAs pha tạp có điện dẫn suất $\sigma = 4.10^2\ \Omega^{-1}m^{-1}$ và hệ số Hall là $R_H = 10^{-2}\ m^3C^{-1}$. Hãy xác định mật độ hạt tải đa số và độ linh động của chúng, biết rằng mật độ hạt tải thiểu số rất nhỏ.

2.8. Đối với điôt bán dẫn có lớp chuyển tiếp p – n lí tưởng, cường độ dòng điện I chạy qua lớp chuyển tiếp liên hệ với điện áp U đặt vào hai cực của điôt theo công thức : $I = I_0(e^{\frac{eU}{kT}} - 1)$, trong đó I_0 phụ thuộc vào chất bán dẫn, nhưng không phụ thuộc vào I hay U. Với U là dương nếu lớp chuyển tiếp được phân cực thuận và ngược lại.

a) Chứng tỏ rằng công thức này mô tả tốt đường đặc trưng vôn–ampe của một lớp chuyển tiếp p – n được trình bày ở SGK *Vật lí 12 Nâng cao.*

b) Hãy vẽ phác đồ thị của hàm số này với $I_0 = 1$ mA và $-0,5\ V < U < 0,15\ V$.

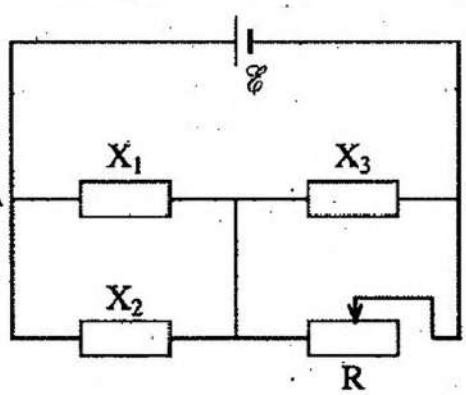
c) Tính hệ số chỉnh lưu của điôt này ở hiệu điện thế 0,1 V và 0,50 V.

Cho biết $k = 1,38.10^{-23}$ J/K.

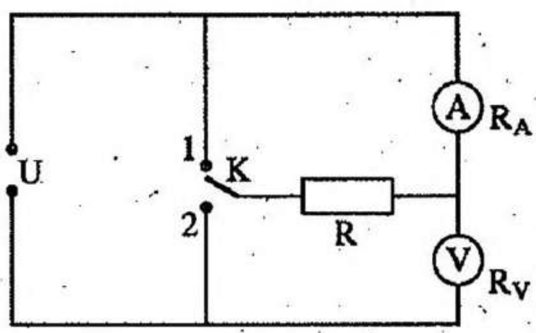
2.9. Trong sơ đồ ở hình 2.5, X_1, X_2, X_3 là các dụng cụ phi tuyến giống nhau, cường độ dòng điện I qua mỗi dụng cụ phụ thuộc vào hiệu điện thế U giữa hai cực của nó theo quy luật : $I = k\sqrt{U}$, k là hằng số. Nguồn điện có suất điện động $\mathscr{E}$, điện trở trong không đáng kể và R là một biến trở.

a) Phải điều chỉnh cho biến trở có giá trị bằng bao nhiêu để công suất toả nhiệt trên biến trở đạt cực đại ?

b) Nếu tháo bỏ biến trở R thì cường độ dòng điện qua đoạn mạch AB phụ thuộc vào hiệu điện thế U_{AB} như thế nào ?



Hình 2.5



Hình 2.6

2.10. Trong mạch điện ở hình 2.6, nguồn điện có hiệu điện thế U không đổi. Khi K đóng vào chốt 1 thì ampe kế chỉ 0,4 A, vôn kế chỉ 120 V. Khi K đóng vào chốt 2 thì ampe kế chỉ 0,1 A. Tính R, R_V.

(Trích Đề thi Olimpic Vật lí Liên Xô năm 1984)

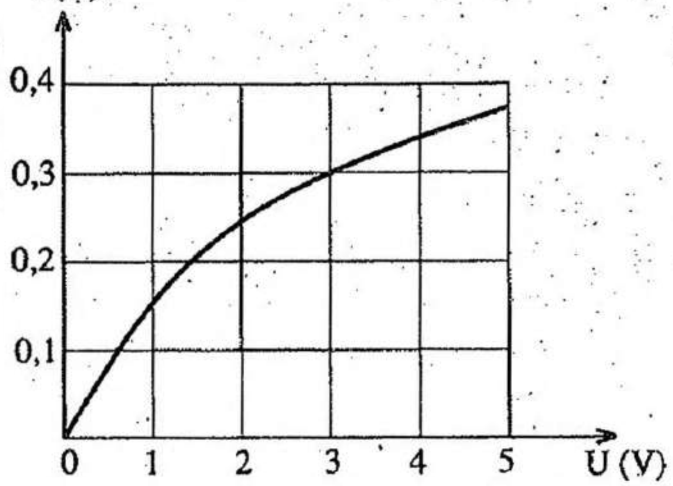
2.11. Đồ thị trên hình 2.7 là đặc tuyến vôn–ampe của bóng đèn. Bóng đèn được mắc trong mạch điện như trên hình 2.8.

a) Hãy xác định cường độ dòng điện chạy qua đèn bằng đồ thị.

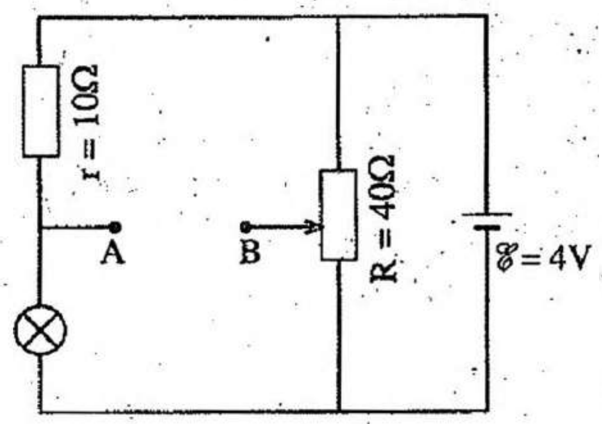
b) Với vị trí nào của con chạy biến trở thì hiệu điện thế giữa hai điểm A và B bằng 0 ?

c) Với vị trí nào của con chạy biến trở, hiệu điện thế giữa hai điểm A và B hầu như sẽ không thay đổi khi biến đổi không nhiều suất điện động của pin ?

Bỏ qua điện trở trong của pin.



Hình 2.7

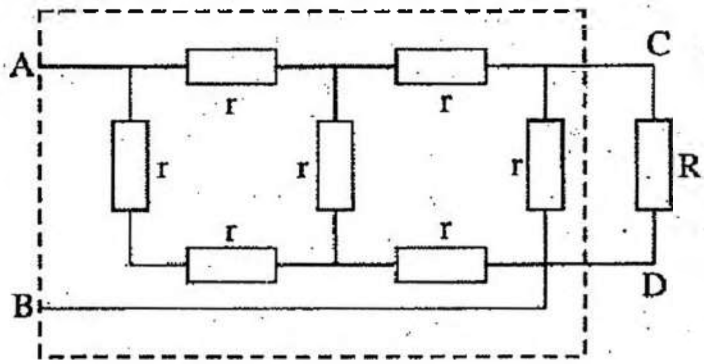


Hình 2.8.

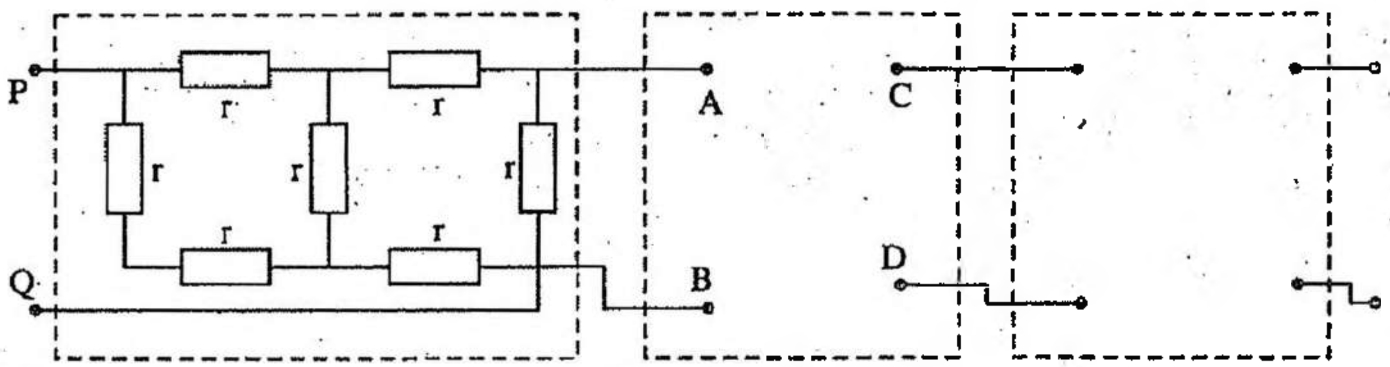
(Trích Đề thi Olimpic Vật lí Liên bang Nga, năm 1985)

2.12. a) Mạng điện hình 2.9 có 7 điện trở r và 1 điện trở R. Tính điện trở R_0 giữa A và B.

b) Có một số N mạng giống như trong khung vẽ nét chấm của hình 2.9 (bỏ R) mắc nối tiếp với nhau thành dãy như trong hình 2.10. Tìm liên hệ giữa điện trở R_N của dãy N mạng và điện trở R_{N+1} của dãy N + 1 mạng. Suy ra điện trở giữa P và Q khi $N \to \infty$.



Hình 2.9



Hình 2.10

CHỦ ĐỀ 3. Từ trường. Cảm ứng điện từ

3.1. Một vòng dây hình tròn bán kính R = 10 cm, đường kính tiết diện d = 0,1 mm, đặt nằm ngang trong một từ trường đều có cảm ứng từ $\vec{B}$ hướng thẳng đứng.

1. Giả sử vòng dây làm bằng vật liệu siêu dẫn. Cho cảm ứng từ B tăng dần từ 0 đến $B_0 = 0,1$ T. Tính cường độ dòng điện cảm ứng xuất hiện trong vòng dây cho biết hệ số tự cảm của vòng dây là L = 0,1 mH.

2. Cho dòng điện I = 10 A chạy qua vòng dây.

a) Tính lực căng F đặt lên vòng dây do tác dụng của từ trường khi B = 0,2 T.

b) Với giá trị nào của cảm ứng từ B thì vòng dây sẽ bị lực từ kéo đứt. Cho biết giới hạn bền của dây là $\sigma = 2,3.10^8$ N/m^2.

3.2. Một vòng dây dẫn kín, phẳng đặt trong một từ trường đều có cảm ứng từ $\vec{B}$ và vuông góc với các đường sức từ. Cường độ dòng điện chạy trong vòng là I. Hãy tính lực căng của vòng dây trong hai trường hợp sau :

a) Vòng có dạng hình tròn bán kính R.

b) Vòng có dạng là một elip có bán kính hai trục là a và b. Trong trường hợp thứ hai tìm lực căng tại giao điểm của elip với các trục. Bỏ qua lực tương tác từ giữa các phần của vòng dây.

3.3. Trên bề mặt ngang nhẵn, đặt một cái vòng mảnh không dãn có khối lượng m. Vòng tích điện Q phân bố đều dọc theo vòng. Vòng nằm trong từ trường đều với cảm ứng từ $\vec{B_0}$ hướng vuông góc với mặt phẳng của vòng. Tìm tốc độ góc của vòng quanh trục đối xứng của nó sau khi ngắt từ trường.

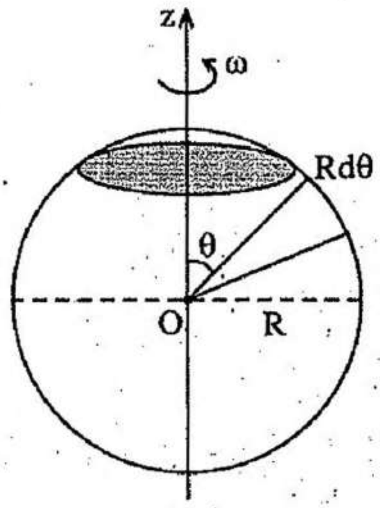
3.4. Một đoạn dây dẫn chiều dài *l*, có dòng điện I chạy qua. Hãy chứng minh rằng cảm ứng từ tại một điểm M nằm gần trung điểm của đoạn dây do dòng điện đó tạo ra có thể tính theo công thức $B_0 = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi a}$ (a là khoảng cách từ M đến đoạn dây dẫn) với sai số 1%, nếu như khoảng cách a nhỏ hơn *l* là 7%. Coi phần đóng góp vào cảm ứng từ của phần còn lại của mạch điện có thể bỏ qua.

3.5. Một khung dây hình vuông làm từ dây kim loại có đường kính d_0, đặt gần một dây dẫn thẳng dài mang dòng điện I_0 sao cho dây nằm trong mặt phẳng khung và song song với hai cạnh của khung. Nếu ngắt dòng điện thì khung thu được xung lượng là p_0. Khung dây sẽ thu được xung lượng là bao nhiêu nếu dòng điện ban đầu trong dây là $3I_0$ và đường kính của dây làm khung là $2d_0$.

3.6. Một đĩa kim loại bán kính R, mang một điện tích được phân bố đều với mật độ điện mặt δ (trên cả hai mặt), quay với tốc độ không đổi xung quanh trục Oz của nó.

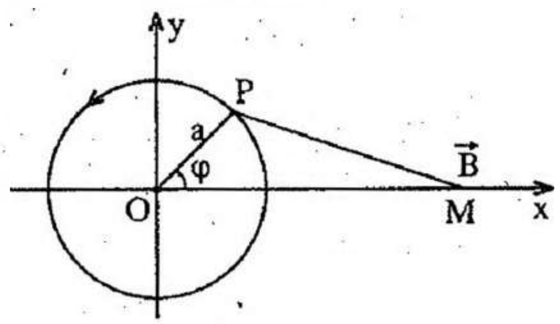
Hãy tính từ trường tạo ra bởi đĩa quay trên tại một điểm M trên trục (Oz).

3.7. Một quả cầu kim loại tích điện đều trên bề mặt, có điện tích toàn phần q và bán kính R, quay với tốc độ góc ω không đổi quanh trục Oz. Hãy xác định momen từ của quả cầu (Hình 3.1).

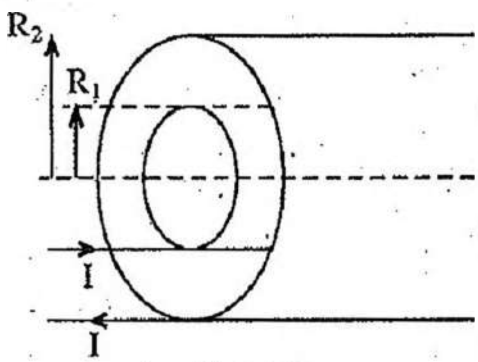


Hình 3.1

3.8. Một vòng dây tròn tâm O, bán kính a và có dòng điện I. Một điểm chạy P của vòng dây có vị trí xác định bởi góc φ. Hãy biểu thị dưới dạng tích phân cảm ứng từ B(M) tạo ra tại một điểm M của trục Ox rất xa vòng dây ($\frac{x}{a} \gg 1$), nằm trong mặt phẳng vòng dây (Hình 3.2). Hãy thực hiện một phép khai triển có giới hạn theo $u = \frac{a}{x}$ của tích phân và thu được phần chính của cảm ứng từ B(M). Hãy kiểm tra xem cảm ứng từ này có đúng là cảm ứng từ của lưỡng cực từ tại cung điểm đó không.



Hình 3.2



Hình 3.3

3.9. Cho một cáp đồng trục gồm hai hình trụ chiều dài vô hạn, bán kính R_1 và R_2. Một dòng điện có cường độ I chạy vào theo hình trụ trong và chạy ra theo hình trụ ngoài (Hình 3.3).

a) Hãy tính từ trường $\vec{B}$ trong toàn không gian.

b) Từ đó suy ra mật độ khối của năng lượng từ trường trong toàn không gian.

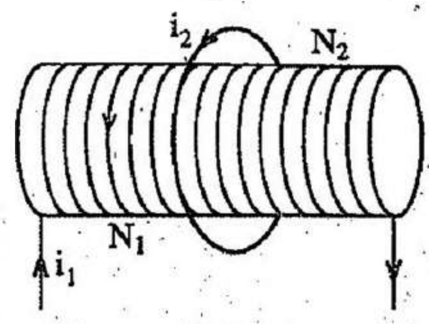
c) Tính năng lượng từ được tích trữ trong không gian giữa hai mặt phẳng ở vị trí z và $z + l$?

d) Từ đó suy ra độ tự cảm riêng $\mathscr{L}$ trên đơn vị dài của dây cáp đồng trục này.

3.10. Một cuộn dây có N_2 vòng bao quanh một ống dây lí tưởng có N_1 vòng, chiều dài l, tiết diện S.

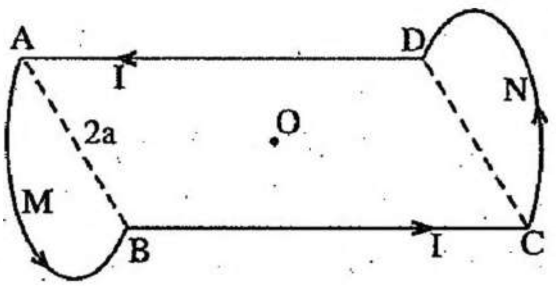
a) Tính độ hỗ cảm M của hai mạch điện này, với các định hướng như ở hình 3.4.

b) Cuộn dây có điện trở R, khép kín ống dây, có dòng i_1 chạy qua : $i_1 = i_0\cos\omega t$. Giả thiết $N_2 \ll N_1$. Chứng minh rằng độ tự cảm L_2 không đáng kể và xác định dòng điện i_2 trong cuộn dây.

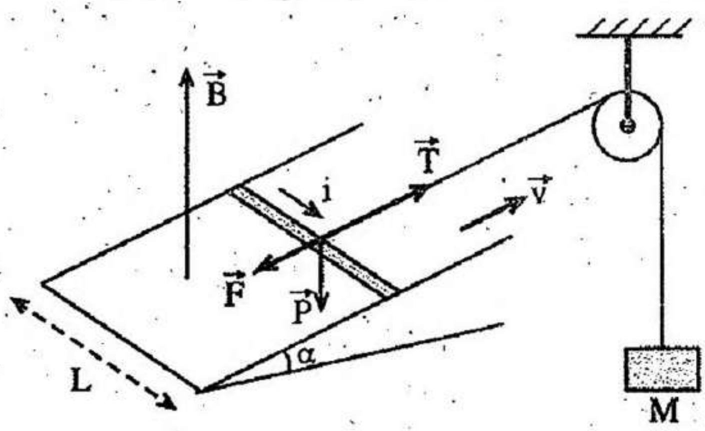


Hình 3.4

3.11. Một khung dây dẫn AMBCNDA có dạng như trên hình 3.5. ABCD có dạng hình chữ nhật chiều dài AD = 2l, chiều rộng AB = 2a ; AMB và DNC có dạng nửa vòng tròn bán kính a nằm trong mặt phẳng vuông góc với ABCD. Hãy xác định cảm ứng từ $\vec{B}$ do dòng điện cường độ I chạy trên khung (chiều như ở hình 3.5) tại tâm O của hình chữ nhật ABCD.



Hình 3.5



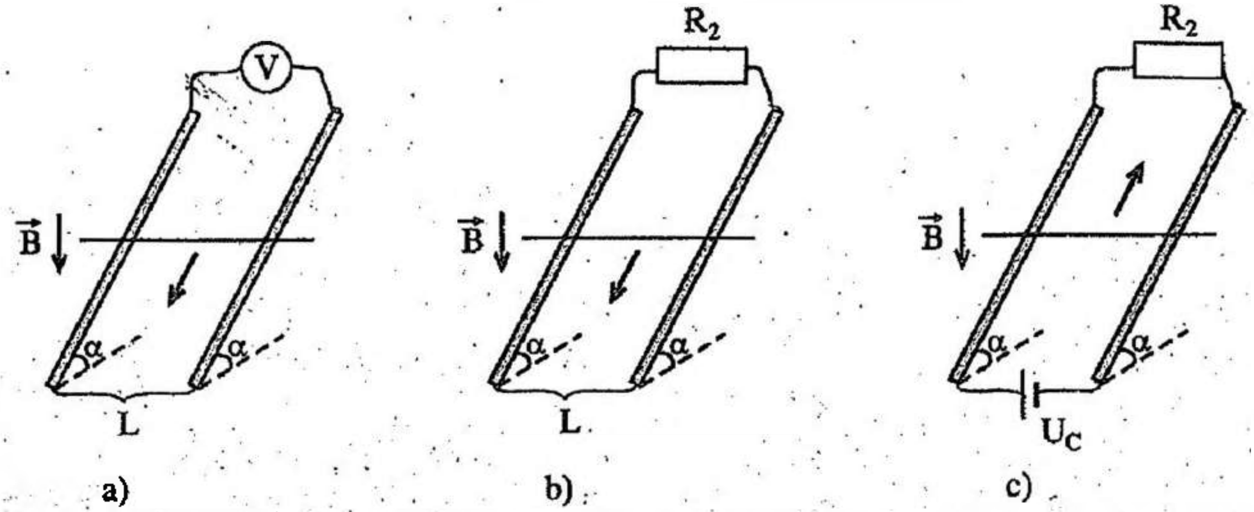
Hình 3.6

3.12. Hai thanh ray song song với nhau, được đặt trong mặt phẳng hợp với mặt phẳng nằm ngang một góc α và được nối ngắn mạch ở hai đầu dưới. Khoảng cách giữa hai thanh ray là L. Một thanh dẫn có điện trở R và khối lượng m có thể trượt không ma sát trên hai ray. Thanh này được nối với một sợi dây mảnh không dãn vắt qua một ròng rọc cố định và đầu kia của dây có treo một vật có khối lượng M. Đoạn dây giữa thanh và ròng rọc nằm trong mặt phẳng chứa hai thanh ray và song song với chúng. Hệ trên được đặt trong một từ trường đều có cảm ứng từ $\vec{B}$ hướng thẳng đứng lên trên (Hình 3.6). Ban đầu giữ cho hệ đứng yên, rồi thả nhẹ ra. Bỏ qua điện trở của hai thanh ray. Hãy xác định :

a) Vận tốc ổn định của thanh.

b) Gia tốc của thanh ở thời điểm mà vận tốc của nó bằng một nửa vận tốc ổn định.

3.13. Hai thanh ray như nhau, bằng đồng, có điện trở không đáng kể đặt song song với nhau, cách nhau một đoạn L, trong một từ trường đều $\vec{B}$ có chiều hướng xuống dưới. Các thanh hợp với phương nằm ngang một góc α. Đặt lên trên hai thanh ray, ở phía trên cao, một thanh trượt khối lượng m, đường kính d sao cho thanh trượt khi chuyển động luôn luôn vuông góc với ray. Điện trở của phần thanh trượt nằm giữa hai ray là R_1 (bao gồm cả điện trở tiếp xúc giữa thanh trượt và hai thanh ray) (Hình 3.7).



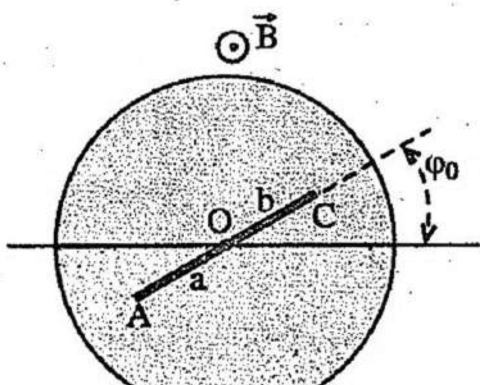
Hình 3.7

a) Viết biểu thức của vận tốc dịch chuyển v_a của thanh trượt vào hiệu điện thế U_a xuất hiện giữa hai đầu của thanh đo được trên vôn kế lí tưởng (Hình 3.7a).

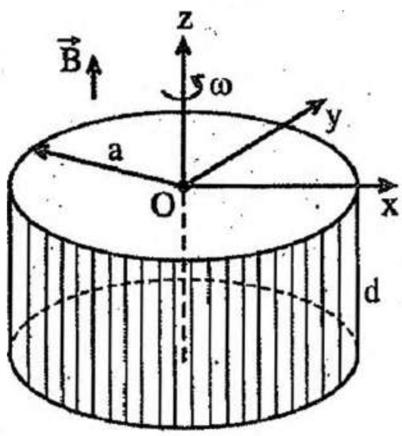
b) Người ta thay vôn kế bằng một điện trở R_2 (có giá trị bằng R_1) và lại thả thanh trượt từ trên cao. Lần này thanh trượt sẽ đạt đến vận tốc v_b ổn định. Hãy viết biểu thức của vận tốc này (Hình 3.7b).

c) Sau đó người ta nối hai đầu dưới của ray với một nguồn điện có hiệu điện thế U_c không đổi. Nếu ta truyền cho thanh một vận tốc ban đầu theo hướng từ dưới lên thì sau đó thanh có vận tốc ổn định v_c. Hãy viết biểu thức tính cường độ dòng điện tổng cộng I_{tp} đi ra từ nguồn theo các đại lượng khác (Hình 3.7c).

3.14. Trên một đĩa nằm ngang không dẫn điện có gắn một thanh kim loại mảnh AC nằm dọc theo đường kính đĩa (Hình 3.8). Đĩa ở trong một từ trường đều hướng thẳng đứng có cảm ứng từ $B = 10^{-2}$ T và thực hiện một dao động quay điều hoà xung quanh trục thẳng đứng đi qua tâm O của đĩa : $\varphi(t) = \varphi_0 \sin\omega t$. Chiều dài của thanh $L = a + b$, trong đó $a = 0,5$ mm và $b = 1,0$ mm. Hãy xác định hiệu điện thế cực đại giữa hai đầu A và C của thanh, nếu $\varphi_0 = 0,5$ rad và $\omega = 0,2$ rad/s.



Hình 3.8



Hình 3.9

3.15. Hai đĩa bằng đồng bán kính a, song song với nhau, cùng trục Oz và cách nhau một khoảng d, được nối với nhau bằng N sợi mảnh không dãn, bằng kim loại, song song (Oz), phân bố đều trên chu vi và mỗi sợi có điện trở R (Hình 3.9). Cho N rất lớn và bỏ qua điện trở các đĩa. Toàn bộ đặt trong từ trường đều $\vec{B}$. Cho đĩa quay với vận tốc góc ban đầu ω_0. Gọi J là momen quán tính của hệ đối với Oz.

a) Chứng minh điện áp U giữa hai đĩa bằng 0.

b) Giả sử không có ma sát, xác định định luật biến đổi $\omega(t)$ của vận tốc góc.

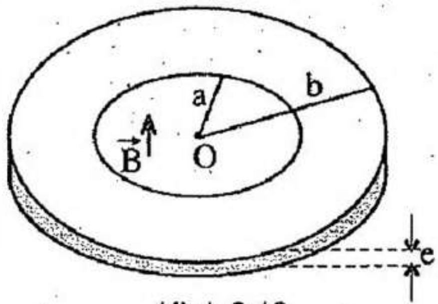
3.16. Trên mặt bàn nằm ngang, gắn một khung dây dẫn mảnh hình vuông cạnh a. Trên khung có một thanh có khối lượng M đặt song song với cạnh bên của khung và cách cạnh này một khoảng $b = \frac{a}{4}$. Khung và thanh được làm từ cùng một loại dây dẫn có điện trở trên một đơn vị dài là ρ. Tại một thời điểm nào đó người ta bắt đầu thiết lập một từ trường có vectơ cảm ứng từ vuông góc với mặt phẳng khung. Hỏi thanh chuyển động với vận tốc bằng bao nhiêu sau thời gian thiết lập từ trường, biết rằng giá trị của cảm ứng từ sau khi từ trường đã ổn định bằng B_0 ? Bỏ qua sự dịch chuyển của thanh cho đến khi từ trường đã ổn định và ma sát giữa trục và khung.

3.17. Một đĩa dẫn điện mỏng, trục Oz bán kính b và chiều dày e, được đưa vào trong một từ trường đều $B(t) = B_m\cos\omega t$ định xứ trong một hình trụ bán kính a và có cảm ứng từ bằng 0 ở các nơi khác (Hình 3.10).

a) Tìm mật độ dòng điện J tại mọi điểm của đĩa.

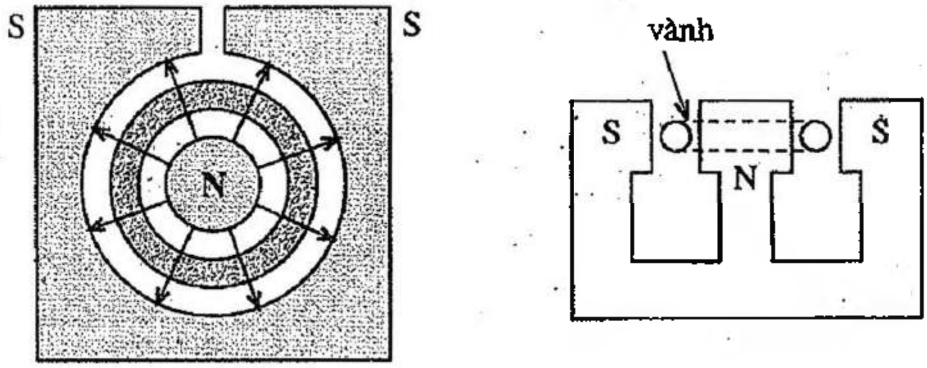
b) Hãy xác định công suất trung bình tiêu tán trong đĩa. Hãy tính toán đối với đĩa bằng đồng bề dày e = 2 mm, bán kính a = 2 cm được đưa vào trong một từ trường mà cảm ứng từ có giá trị cực đại B_m = 0,1 T, dao động với tần số 50 Hz.

c) Xác định cảm ứng từ $\vec{B_c}$ được tạo ra ở tâm đĩa.



Hình 3.10

3.18. Một vành tròn kim loại bán kính r, tiết diện ngang S ($S \ll r^2$), có khối lượng riêng d và điện trở suất ρ. Ban đầu vành nằm ngang, rơi vào một từ trường có tính đối xứng trục $\vec{B}$ như ở hình 3.11. (Trục của vành trùng với trục đối xứng của từ trường). Tại một thời điểm nào đó vận tốc của vành là v.



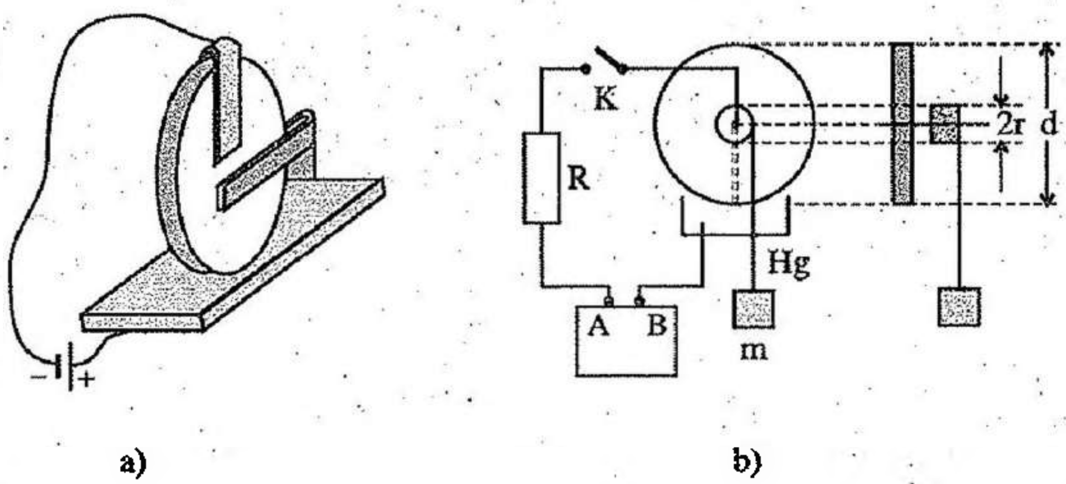
a) *Hình 3.11* b)

a) Hãy tìm biểu thức của dòng điện cảm ứng trong vành.

b) Tìm biểu thức của gia tốc a và vận tốc v của vành. Nhận xét về độ lớn của v theo thời gian. Giả thiết độ cao của miền từ trường là đủ lớn.

(Trích Đề thi Olimpic Vật lí Quốc đảo Sip, năm 1987).

3.19. Một đĩa tròn bằng đồng, có thể quay quanh một trục nằm ngang, được đặt vào giữa hai cực của một nam châm hình chữ U. Mép dưới của đĩa nhúng vào một chậu thuỷ ngân và trục của bánh xe được mắc vào nguồn điện một chiều. Điện trở tổng cộng của dây dẫn ở mạch ngoài là R = 0,8 Ω. Đường kính của đĩa là d = 0,5 m. Cảm ứng từ $\vec{B}$ của từ trường gây ra bởi nam châm có độ lớn B = 1 T và chỉ tồn tại trong miền không gian giữa trục và mặt thuỷ ngân (Hình 3.12).



Hình 3.12

a) Mô tả hiện tượng xảy ra khi đóng khoá K.

b) Bây giờ gắn vào trục của bánh xe một ròng rọc có khối lượng không đáng kể, bán kính của ròng rọc là r = 2 cm. Quấn vào ròng rọc một sợi dây dài, không dãn, mảnh, đầu sợi dây treo vật có khối lượng m = 200 g. Tính suất điện động tối thiểu của nguồn điện để vật m được nâng lên cao.

c) Biết rằng khi suất điện động của nguồn điện có độ lớn 1,5 V thì vật m được nâng lên với vận tốc không đổi. Tính tốc độ góc của đĩa lúc này.

(Trích Đề thi Olimpic Vật lí toàn Italia, năm 1991).

3.20. Một vòng tròn A bằng kim loại bán kính 10 cm, có thể lăn không trượt bên trong vòng tròn B bằng kim loại đồng chất có bán kính 20 cm. Ngay tại tâm O của vòng B có một trục kim loại bán kính nhỏ, giữa trục và điểm P của vòng B có mắc điện trở R_0 = 0,314 Ω.

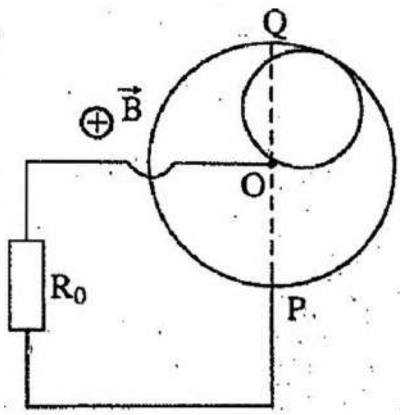
Hai vòng nằm hoàn toàn trong một từ trường đều vuông góc với mặt phẳng của chúng có cảm ứng từ $B = 4{,}0.10^{-3}$ T. Giả sử trong mỗi giây vòng A lăn được 10 vòng bên trong vòng B. Cả hai vòng đều có điện trở tính theo đơn vị độ dài là ρ = 0,4 Ω/m, ngoài ra các điện trở khác đều không đáng kể (Hình 3.13).

a) Trong mỗi giây, vòng A quay quanh trục của nó bao nhiêu vòng ?

b) Dòng điện đi qua điện trở R_0 có chiều như thế nào ?

c) Khi vòng A với điểm nào của vòng B thì dòng điện qua R_0 có giá trị cực đại ? giá trị đó bằng bao nhiêu ?

d) Khi vòng A với điểm nào của vòng B thì dòng điện qua R_0 có giá trị cực tiểu ? giá trị đó bằng bao nhiêu ?



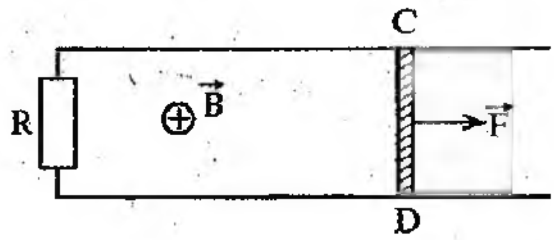
Hình 3.13

(Trích Đề thi Olimpic Vật lí toàn Trung Quốc năm 1993)

3.21. Hai thanh kim loại song song, cùng nằm trong mặt phẳng ngang, cách nhau một khoảng l, điện trở không đáng kể và có một đầu nối vào điện trở R = 0,5 Ω. Một đoạn dây dẫn CD, chiều dài l, điện trở r = 0,3 Ω, khối lượng m = 0,1 kg đặt thẳng góc với hai thanh kim loại. Tất cả đặt trong một từ trường đều có vectơ cảm ứng từ $\overline{B}$ thẳng đứng, hướng xuống. Kéo dây CD bằng một lực $\overline{F}$ không đổi để đoạn dây chuyển động về phía phải. Khi dây CD trượt không ma sát trên hai thanh kim loại với vận tốc không đổi v = 2 m/s thì hiệu điện thế giữa hai đầu điện trở R đo được 1 V (Hình 3.14).

a) Tính F.

b) Bỏ lực kéo $\overline{F}$, dây CD chuyển động chậm dần rồi dừng lại trên hai thanh kim loại. Tìm điện lượng chuyển qua tiết diện thẳng của điện trở R từ lúc bỏ lực $\overline{F}$ đến lúc dây CD dừng hẳn. Tìm quãng đường CD đi được.



Hình 3.14

3.22. Trên mặt bàn phẳng nằm ngang đặt một khung dây dẫn hình chữ nhật có các cạnh là a và b. Khung được đặt trong một từ trường có thành phần của vectơ cảm ứng từ dọc theo trục z chỉ phụ thuộc vào toạ độ x theo quy luật : $B_z = B_0(1 - \alpha x)$, trong đó B_0 và α là các hằng số (cạnh b song song trục x, còn trục z vuông góc với mặt khung). Truyền cho khung một vận tốc v_0 dọc theo trục x. Bỏ qua độ tự cảm của khung dây, hãy xác định quãng đường mà khung dây đi được cho đến khi dừng lại hoàn toàn. Cho biết điện trở thuần của khung dây là R.

3.23. Một mạch điện có sơ đồ như hình 3.15. Nguồn điện có suất điện động $\mathscr{E}$ = 6 V, điện trở R = 1 Ω. MN là một dây dẫn có vỏ bọc cách điện mà khối lượng của tất cả các dây dẫn rất nhỏ so với khối lượng vỏ của đoạn dây MN. Vỏ này có khối lượng M = 0,1 kg và tích điện đều với điện tích Q = 10 mC. Biết AB = MN = AM = BN = l = 5 cm.

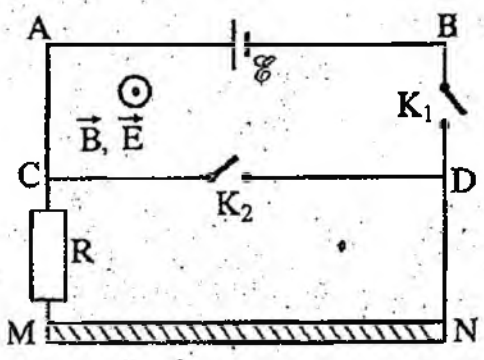
Các điểm C và D lần lượt là trung điểm các đoạn AM và BN. Hệ có thể quay tự do quanh trục quay AB nằm ngang. Hệ đặt trong điện trường và từ trường hướng từ trong ra ngoài mặt phẳng hình vẽ với B = 1,0 T và E = 1000 V/m.

a) Cả hai khoá đều mở, xác định góc α mà mặt phẳng của mạch điện hợp với phương thẳng đứng khi cân bằng.

b) K_1 đóng, K_2 mở, xác định góc θ mà mặt phẳng của mạch điện hợp với phương thẳng đứng khi cân bằng.

c) K_1 mở, K_2 đóng, mạch điện bị quay từ vị trí có $\alpha = 0$ đến vị trí $\alpha = \frac{\pi}{2}$ trong khoảng thời gian $\Delta t = 5$ ms. Ước lượng công mà hệ đã thực hiện trong quá trình đó.

d) Cả hai khoá đều mở và mạch điện được thả ra từ vị trí nằm ngang. Mô tả chuyển động khi đó và tính toán tất cả các thông số có thể. Kết quả sẽ như thế nào nếu trong suốt quá trình đó khoá K_2 đóng ?

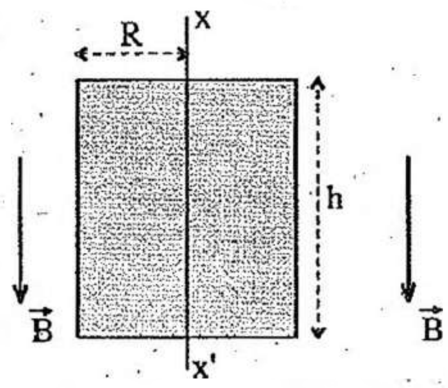


Hình 3.15

3.24. Một hình trụ đồng chất bán kính R, chiều cao h được đặt trong một từ trường đều có cảm ứng $\vec{B}$ song song với trục đối xứng xx' của hình trụ (Hình 3.16). Tại thời điểm $t_0 = 0$ hình trụ đứng yên, cảm ứng từ bằng 0. Sau đó cảm ứng từ tăng đều từ 0 đến B_0 trong khoảng thời gian từ t_0 đến $t + \tau$.

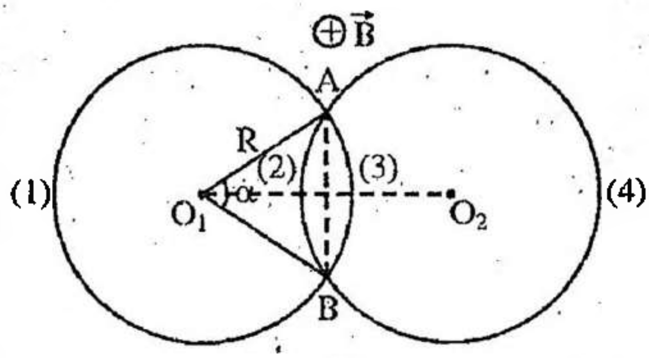
a) Giả thiết hình trụ được làm bằng chất dẫn điện có điện trở suất ρ và được giữ cố định. Hãy tìm cường độ dòng điện và công suất toả nhiệt của dòng điện cảm ứng chạy trong hình trụ.

b) Giả thiết hình trụ là chất điện môi có khối lượng m, điện tích q phân bố đều và có thể quay không ma sát quanh trục đối xứng xx' của nó. Trục quay cố định. Lúc đầu hình trụ đứng yên. Hãy xác định tốc độ góc của hình trụ tại thời điểm τ.



Hình 3.16

3.25. Hai vòng dây có cùng bán kính như nhau R và điện trở r, chuyển động tịnh tiến trên cùng mặt phẳng tiến về phía nhau với cùng vận tốc, từ trường đều $\vec{B}$ vuông góc với mặt phẳng (Hình 3.17). Tính lực tác dụng lên mỗi vòng dây tại thời điểm mà vận tốc bằng v và góc $\widehat{AO_1B} = \frac{\pi}{3}$ rad ; trong đó A, B là các điểm tiếp xúc điện tốt, bỏ qua độ tự cảm của mạch điện.



Hình 3.17

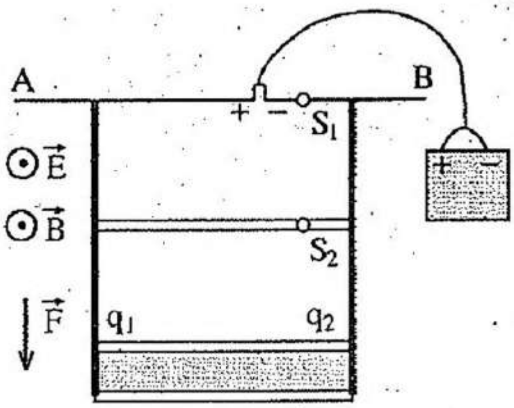
3.26. Một mạch điện như hình 3.18, trong đó các thanh dẫn tạo thành khung hình vuông cạnh $l = 10$ cm, có tiết diện d = 0,8 mm^2 và điện trở suất $\rho = 0{,}6.10^{-6}$ Ω.m. Giữa khung, cách đoạn AB một khoảng $\frac{l}{2}$, có một thanh dẫn nằm ngang trên có ngắt điện S_2. Còn ngắt điện S_1 nằm trên đoạn AB. Mạch điện có thể dao động quanh trục đi qua cạnh AB. Nguồn điện có suất điện động $\mathscr{E} = 2{,}5$ V. Thanh dẫn phía dưới có lồng một trục có khối lượng m = 21 g, tích điện $q = 4{,}9.10^{-7}$ C. Khung được đặt trong từ trường đều $B = 10^{-1}$ T và điện trường đều $E = 10^5$ V/m vuông góc với mặt phẳng khung dây.

a) Lúc đầu, khoá S_1 và S_2 đều ngắt. Khi khung cân bằng hãy xác định góc θ giữa mặt phẳng của khung và phương thẳng đứng.

b) S_1 đóng, S_2 mở. Hãy xác định góc θ ứng với vị trí cân bằng mới.

c) S_1 mở, S_2 đóng khung dây quay với vận tốc góc không đổi từ vị trí có $\theta = 0^o$ đến vị trí $\theta = 90^o$ trong thời gian t = 1 ms. Hãy xác định công để thực hiện công việc này, bỏ qua các lực ma sát cơ học.

d) Mở cả hai khoá, đưa khung ra khỏi vị trí cân bằng rồi thả. Khung dây dao động điều hoà, tính chu kì dao động.



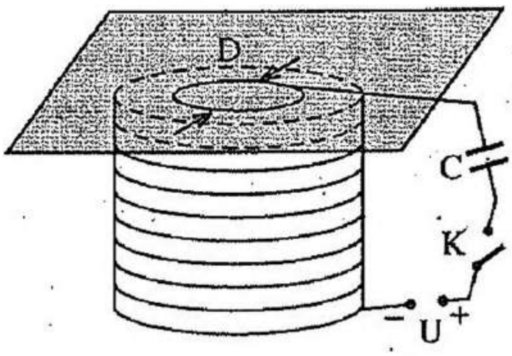
Hình 3.18

(Trích Đề thi Olimpic Vật lí Ba Lan, năm 1995).

3.27. Một dòng điện chạy qua khối plasma hình trụ dài l, bán kính tiết diện là r_0. Khối plasma có điện dẫn xuất phụ thuộc vào khoảng cách tới trục theo công thức $\rho = \rho_0\left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right)$, trong đó ρ_0 và a là hằng số. Đặt vào hai đầu khối một hiệu điện thế U.

Một dây dẫn ngắn, mảnh có dòng điện với cường độ I_2 chạy qua dây đặt song song và cách trục khối plasma một khoảng $x > r_0$. Tính lực từ tác dụng lên một đơn vị chiều dài của dây dẫn.

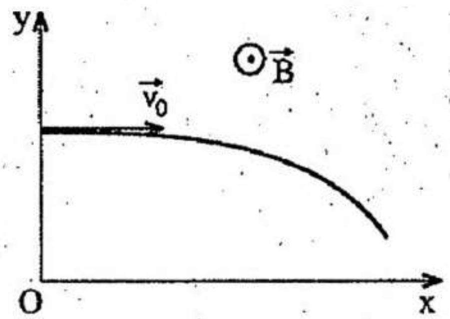
3.28. Phía trên của một hình trụ xôlênôit đặt thẳng đứng có một tấm bìa cứng nằm ngang trên đó đặt một vòng tròn nhỏ siêu dẫn làm từ dây kim loại có đường kính tiết diện dây là d_1, đường kính vòng là D ($d_1 \ll D$). Nối xôlênôit với nguồn và tụ điện (Hình 3.19), đóng khoá K thì vòng sẽ nảy lên khi hiệu điện thế $U \geq U_0$ (U_0 là hiệu điện thế xác định). Thay vòng trên bằng vòng siêu dẫn



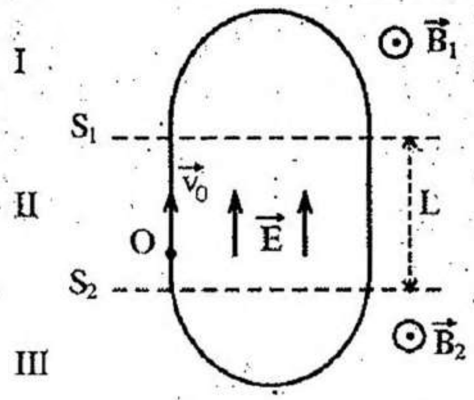
Hình 3.19

khác cùng kim loại trên và cùng đường kính D còn đường kính tiết diện dây là d_2. Hỏi hiệu điện thế nguồn điện là bao nhiêu để khi đóng khoá K thì vòng vừa được thay nảy lên. Biết độ tự cảm của vòng dây là $L = kD.ln\left(\frac{1,4D}{d}\right)$ (k là hằng số). Bỏ qua điện trở thuần xôlênôit và dây nối.

3.29. Một hạt có khối lượng m, điện tích q dương, bắt đầu chuyển động với vận tốc $\vec{v}_0$ theo hướng song song với trục Ox trong một từ trường đều có cảm ứng từ $B = ax$ ($x \geq 0$). Vectơ $\vec{B}$ vuông góc với mặt phẳng xOy (Hình 3.20). Hãy xác định độ dịch chuyển cực đại của hạt theo trục Ox.



Hình 3.20



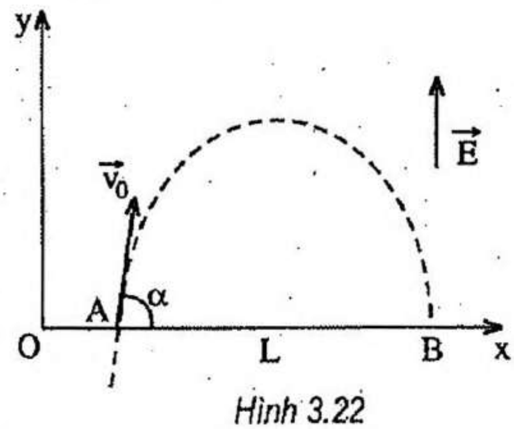
Hình 3.21

3.30. Trong hình 3.21, S_1 và S_2 là hai mặt giới hạn nằm song song và chia không gian ra làm ba phần khác nhau I, II, III. Trong các vùng I và III có các từ trường đều, có phương vuông góc với tờ giấy, chiều hướng ra ngoài, cường độ cảm ứng từ lần lượt B_1 và B_2. Trong vùng II có điện trường đều cường độ $\vec{E}$, chiều hướng từ S_2 sang S_1. Người ta phóng một hạt nhỏ khối lượng m mang điện tích dương q cho nó chuyển động với vận tốc $\vec{v}_0$ từ O hướng về phía S_1, khoảng cách từ O đến S_1 là $\frac{L}{2}$. Bỏ qua tác dụng của trọng lực. Để cho hạt có thể chuyển động theo quỹ đạo như ở hình vẽ (hai đoạn cong trên quỹ đạo có bán kính bằng nhau), hãy xác định :

a) Tỉ số cường độ các cảm ứng từ B_1 và B_2.

b) Cường độ điện trường E phải có trị số nhỏ hơn bao nhiêu ?

3.31. Sau khi được tăng tốc bởi một hiệu điện thế U = 10 kV, các êlectron đi vào khe A (coi khe là rất hẹp), trong một miền có điện trường đều $\vec{E}$. Ta muốn thu các êlectron trên qua một khe B khoét qua mặt phẳng cách A một khoảng AB = L = 200 cm ta có thể điều chỉnh góc α hợp bởi vectơ vận tốc $\vec{v}_0$ của êlectron tại A với trục Ax (Hình 3.22).



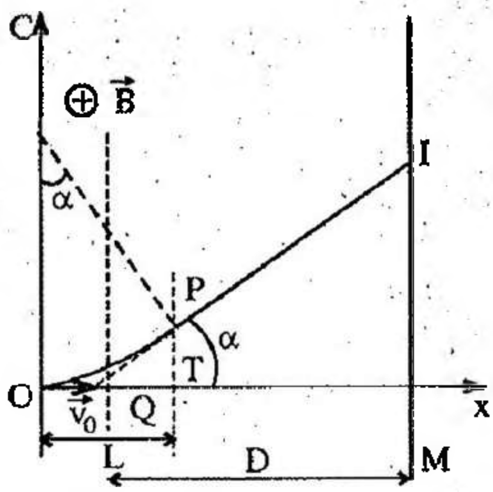
Hình 3.22

a) Tìm những giá trị tối ưu của α và $\vec{E}$ để thực hiện được sự tụ tiêu trên, biết rằng chùm tới có mật độ phân tán góc $\Delta\alpha$ nhỏ ?

(α nằm trong khoảng $[\alpha_0 - \frac{\Delta\alpha}{2} ; \alpha_0 + \frac{\Delta\alpha}{2}]$).

b) Bề rộng của khe đặt tại B là $\Delta L = 2$ mm, hãy tìm một cỡ lớn chấp nhận được của độ phân tán góc $\Delta\alpha$ để không làm thay đổi rõ rệt cường độ chùm êlectron đang nghiên cứu ?

3.32. Các êlectron qua O vào một miền $\mathscr{D}$ rộng L, trong đó có một từ trường đều không đổi. Ta xem ngoài miền $\mathscr{D}$, từ trường bằng 0. Giả thiết bề rộng L của miền thoả mãn : $L \ll \frac{mv_0}{eB} = R$ hay : $\frac{\omega L}{v_0} = \frac{eBL}{mv_0} \ll 1$ với v_0 là vận tốc ban đầu của các êlectron. Cách O một đoạn $D + \frac{L}{2}$ có đặt một màn huỳnh quang M (Hình 3.23).



Hình 3.23

a) Xác định tung độ y_P của điểm P tại đó êlectron ra khỏi miền $\mathscr{D}$ và góc α hợp bởi vectơ vận tốc của êlectron tại điểm đó với trục Ox.

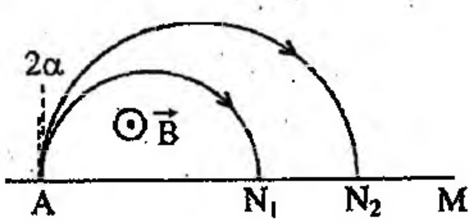
b) Suy ra vị trí của điểm chạm I trên màn.

c) Xác minh rằng phương của vectơ $\overrightarrow{PI}$ đi rất gần điểm Q có hoành độ $\frac{L}{2}$ với những giả thiết nêu trên.

Cho L = 1 cm ; hiệu điện thế tăng tốc U = 10 kV ; B = 3 mT và D = 20 cm.

3.33. Một điôt chân không, trong đó khoảng cách giữa anôt và catôt bằng d, được đặt trong một từ trường đều có cảm ứng từ $\vec{B}$ hướng song song với mặt phẳng các bản cực. Hỏi điện áp tối thiểu giữa hai cực bằng bao nhiêu để các êlectron từ bề mặt catôt có thể đến được anôt. Coi các êlectron ở bề mặt catôt là đứng yên và bỏ qua tác dụng của trọng trường.

3.34. Một chùm tia hẹp gồm các ion ^{39}K và ^{41}K đi vào khe hẹp của khối phổ kế, động năng của các ion là T = (500 ± 5) eV. Chùm tia có góc mở là $2\alpha = 6^o$ khi bắt đầu đi vào khối phổ kế. Từ trường B = 0,7 T có phương vuông góc với mặt giấy. Đặt tấm phim lên mặt phẳng AM (Hình 3.24).



Hình 3.24

1. Các ion ^{39}K và ^{41}K với năng lượng 500 eV, khi đi vào theo phương vuông góc với AM, rơi vào hai điểm N_1 và N_2 trên tấm phim. Hãy xác định các khoảng AN_1 ; AN_2 và N_1N_2.
2. Hãy xác định bề rộng của các vết trên phim ứng với từng đồng vị. Muốn vậy, hãy tính :

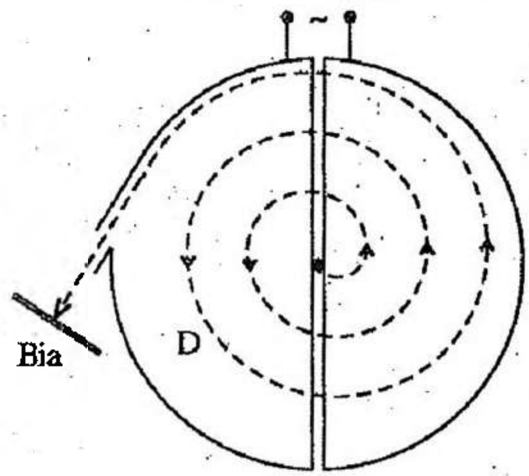
a) Bề rộng Δx_1 của vết tạo ra do tính phân kì của chùm tia (tất cả các ion đều có năng lượng 500 eV).

b) Bề rộng Δx_2 do sự khác nhau về ion. Cho biết tất cả các ion xuất phát từ A theo phương vuông góc AM. Tổng chiều rộng các vết là $\Delta x \approx \Delta x_1 + \Delta x_2$.

3. Liệu với khối phổ kế trên có thể phát hiện hai đồng vị ^{39}K và ^{41}K trong chùm tia trên không ?

3.35. Hai hạt cùng khối lượng m, được tích điện trái dấu nhưng có độ lớn bằng nhau. Ban đầu các điện tích được giữ đứng yên trong từ trường đều có phương vuông góc với đường thẳng nối các điện tích. Sau đó, hai điện tích được thả tự do cùng lúc. Hỏi ban đầu hai điện tích phải có khoảng cách L nhỏ nhất bằng bao nhiêu để chúng không thể dính vào nhau sau khi được thả tự do. Bỏ qua tác dụng của trọng lực.

3.36. Xiclôtrôn là máy gia tốc hạt tích điện đầu tiên của vật lí hạt nhân. Nó gồm có hai hộp rỗng có dạng hình trụ nửa hình tròn gọi là các D, đặt cách nhau một khoảng rất nhỏ (khe) trong một buồng đã rút hết không khí (Hình 3.25). Các D được nối vào hai cực của một nguồn điện sao cho giữa hai D có một hiệu điện thế với độ lớn U xác định, nhưng dấu lại thay đổi một cách tuần hoàn theo thời gian với tần số f nào đó. Một nam châm điện mạnh tạo ra một từ trường đều, có vectơ cảm ứng từ $\vec{B}$ vuông góc với mặt các D (mặt phẳng hình vẽ). Giữa hai thành khe của xiclôtrôn có một nguồn phát ra hạt α (khối lượng m_α) với vận tốc ban đầu là $v_0 = 10^7$ m/s vuông góc với mặt phẳng khe, lúc ấy người ta điều chỉnh nguồn điện để cho D bên phải tích điện âm, D bên trái tích điện dương. Sau đó hạt α chuyển động với vận tốc tăng dần cho đến khi đủ lớn thì nó được lái ra ngoài cho đập vào các bia để thực hiện các phản ứng hạt nhân. Cho $m_\alpha = 6,64.10^{-27}$ kg, $e = 1,6.10^{-19}$ C, B = 1 T, $U = 2.10^5$ V.



Hình 3.25

1. Chứng minh rằng trong lòng các D quỹ đạo của hạt α là nửa đường tròn. Tìm mối liên hệ của bán kính quỹ đạo vào khối lượng, vận tốc, điện tích của hạt α và cảm ứng từ B. Với chiều đi của hạt α như trong hình vẽ thì $\vec{B}$ hướng ra trước hay sau mặt phẳng hình vẽ ?

2. Nếu lần nào đi qua khe hạt α cũng chuyển động cùng chiều với điện trường do U sinh ra thì nó sẽ được tăng tốc. Để có sự đồng bộ này, f phải thoả mãn điều kiện gì và có giá trị bằng bao nhiêu ? Tính vận tốc v_n của hạt α khi đi trên nửa đường tròn thứ n và bán kính R_n của nửa đường tròn đó. Nếu bán kính của nửa đường tròn cuối là 0,5 m thì hạt α đã chuyển động được khoảng bao nhiêu vòng ? Tính vận tốc trước khi ra ngoài của nó ?

3. Nếu tần số f lấy giá trị như đã tính ở câu 2 và giữ không đổi, đồng thời tiếp tục cho hạt α chuyển động tăng tốc đến vận tốc ngưỡng $v_{ng} \approx 10^5$ km/s thì không điều chỉnh đồng bộ được nữa.

a) Giải thích nguyên nhân.

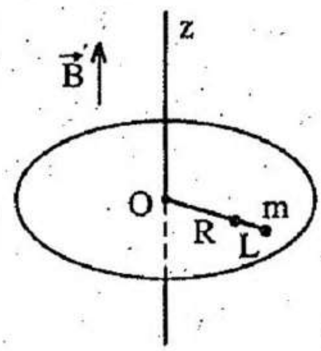
b) Nêu mối liên hệ tốc độ góc của hạt α với f.

c) Để sự tăng tốc của hạt α đồng bộ với sự đảo chiều của hiệu điện thế thì bán kính tối đa của các D bằng bao nhiêu ?

3.37. Trong một từ trường đều có tính đối xứng với trục Oz, thành phần B_z theo trục này thay đổi theo quy luật tuyến tính $B_z = B_0\left(1 + \frac{1}{H_0}z\right)$.

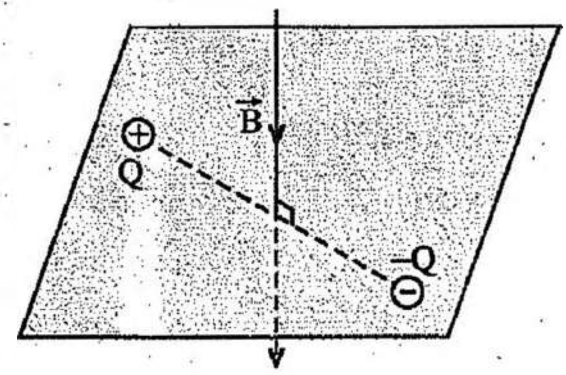
Hãy xác định góc lập bởi vectơ cảm ứng từ với phương của trục Oz tại điểm A ở cách trục này một khoảng R và cách mặt phẳng xOy một khoảng H_A.

3.38. Một đĩa lớn cách điện đặt nằm ngang quay quanh trục thẳng đứng Oz đi qua tâm đĩa với tốc độ góc ω trong một từ trường đều có cảm ứng từ B, $\vec{B}$ có phương thẳng đứng (Hình 3.26). Ở khoảng cách R tính từ tâm đĩa có buộc một sợi dây dài L (L < R), đầu kia của dây có buộc một điện tích điểm có khối lượng m và mang điện tích dương q. Tính lực căng của dây khi vật dừng lại tương đối so với đĩa và vẽ đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của lực căng T vào ω. Bỏ qua mọi ma sát.



Hình 3.26

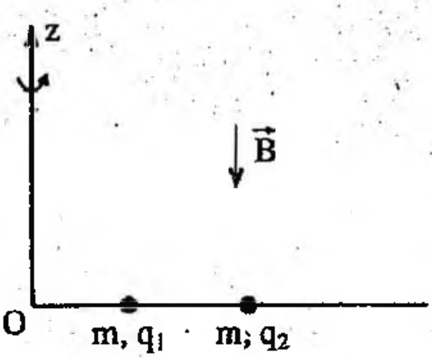
3.39. Hai quả cầu nhỏ có kích thước bằng nhau, quả cầu 1 cố định mang điện tích Q, quả cầu 2 khối lượng M mang điện tích –Q. Ban đầu hai quả cầu đặt cách nhau một khoảng R (R rất lớn so với kích thước hai quả cầu) (Hình 3.27). Hệ được đặt trên mặt phẳng ngang cách điện và bỏ qua ma sát. Toàn bộ hệ thống được đặt trong



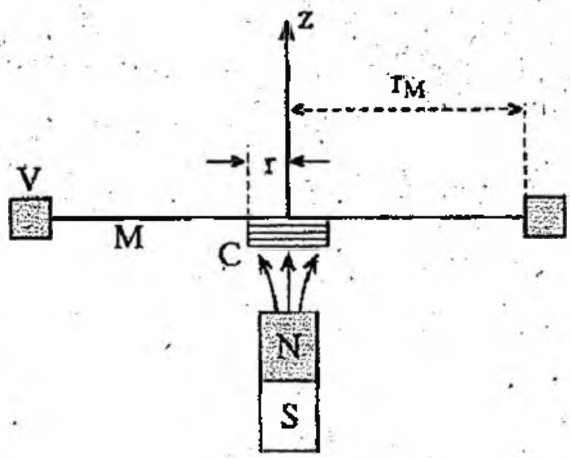
Hình 3.27

một từ trường đều có các đường cảm ứng từ vuông góc với mặt phẳng ngang. Sau đó thả quả cầu 2 để nó bắt đầu chuyển động. Biết rằng khoảng cách nhỏ nhất giữa hai quả cầu là $\frac{R}{2}$. Xác định cảm ứng từ của từ trường ?

3.40. Một thanh cách điện, dài, mảnh, nằm ngang có thể quay xung quanh một trục Oz thẳng đứng đi qua đầu O của thanh. Trên thanh luồn hai điện tích điểm có cùng khối lượng m, mang điện tích dương q_1 và q_2 ($q_1 < q_2$) sao cho chúng có thể trượt không ma sát dọc theo thanh. Thanh quay với tốc độ không đổi trong một từ trường đều có cảm ứng từ $\vec{B}$ hướng thẳng đứng xuống dưới (Hình 3.28). Hãy xác định vị trí các hạt khi ổn định.



Hình 3.28



Hình 3.29

3.41*. Một mảng đàn hồi M mỏng, hình tròn, không nhiễm từ được kẹp chặt nằm ngang bằng một vành tròn kim loại V có bán kính trong $r_M = 10$ cm. Giữa mảng M có gắn một ống dây dẫn dẹt C có N = 100 vòng, bán kính r = 1 cm (Hình 3.29). Ống dây có khối lượng m = 60 g, điện trở R = 4 Ω và độ tự cảm nhỏ không đáng kể. Một nam châm vĩnh cửu đặt thẳng đứng tạo ra ở vùng ống dây dao động một từ trường $\vec{B}$ đối xứng trụ có trục đối xứng trùng với trục Oz của ống dây (gốc O tại vị trí cân bằng của ống dây). Thành phần $\vec{B}_z$ trên trục $\vec{B}$ có độ lớn phụ thuộc toạ độ z theo hệ thứ $B_z = B_0(1 - \alpha z)$ với $B_0 = 0{,}8$ T, $\alpha = 100\ m^{-1}$. Hệ ống dây và màng M có thể dao động với tần số riêng $f_0 = 30$ Hz. Khi dao động, hệ chịu tác dụng của lực cản $\vec{F}_c$ có cường độ tỉ lệ với tốc độ tức thời v của ống dây : $F_c = \frac{2\gamma p_0 S}{v_a}v$, trong đó $\gamma = \frac{7}{5}$ là chỉ số đoạn nhiệt, $p_0 = 10^5$ Pa là áp suất khí quyển, $S = \pi r_M^2$ là diện tích dao động của màng M, $v_a = 333$ m/s là tốc độ âm trong không khí.

1. Tìm thành phần B_r của từ trường $\vec{B}$ theo phương vuông góc với trục Oz tại các điểm cách trục Oz một khoảng r trong vùng ống dây dao động, coi B_r không phụ thuộc vào z trong vùng này. Từ đó suy ra lực từ tác dụng lên ống dây khi cho dòng điện không đổi cường độ 0,15 A chạy trong ống dây.

2. Đặt vào ống dây điện áp $e = E_0\cos\omega t$ với $E_0 = 1$ V, ống dây dao động với biên độ nhỏ.

a) Tìm biên độ dao động ổn định A của ống dây theo ω.

b) Thay đổi ω thì hiện tượng cộng hưởng có thể xảy ra không ? Phác hoạ đường biểu diễn sự phụ thuộc của A vào ω.

c) Viết biểu thức biểu diễn li độ dao động z của ống dây theo thời gian ứng với tần số góc $\omega = 2\pi f_0$ khi dao động đã ổn định.

3.42*. 1. Một êlectron có vận tốc ban đầu không đáng kể chuyển động vào vùng không gian có điện trường đều $\vec{E}_0$. Ngoài tác dụng của điện trường, êlectron còn chịu tác dụng của lực cản do môi trường mà nó đi qua gây ra : $\vec{F} = -\frac{m_e\vec{v}}{\tau}$, trong đó m_e và v lần lượt là khối lượng và vận tốc của êlectron, τ là một hằng số.

Xét chuyển động của êlectron trong hệ quy chiếu Oxyz, trong đó $\vec{E}_0$ hướng theo trục x. Bỏ qua tác dụng của trọng trường.

Tìm biểu thức vectơ vận tốc của êlectron theo thời gian. Chứng minh rằng vận tốc này tiến tới giới hạn $\vec{v}_\infty$. Xác định giới hạn đó và thời gian để vận tốc đạt được giá trị giới hạn $\vec{v}_\infty$ với sai số 1%.

2. Germani (Ge) là một chất cách điện tốt. Khi đưa vào nó một lượng nguyên tử tạp chất với nồng độ rất thấp, chẳng hạn như antimoan (Sb), thì độ dẫn điện của Ge tăng lên rất mạnh. Khi đó ta nhận được chất bán dẫn pha tạp, kí hiệu là Ge :Sb. Các tính chất điện của chất bán dẫn này phụ thuộc vào mật độ nguyên tử N của Sb và nhiệt độ T.

Người ta giải thích sự tăng độ dẫn điện của chất bán dẫn pha tạp này theo mô hình sau :

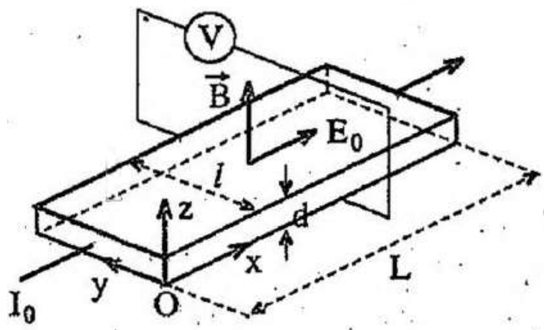
Trong Ge tinh khiết, tất cả các êlectron đều bị giữ chặt trong các liên kết hoá học do đó không thể tham gia dẫn điện. Giả sử rằng khi được pha tạp Sb với mật độ N, ở nhiệt độ phòng, mỗi nguyên tử Sb "giải phóng" một êlectron khỏi liên kết. Dưới tác dụng của một điện trường $\vec{E}_0$, các êlectron này chuyển động với vận tốc v. Coi tác dụng của các nguyên tử và ion của mạng lên các êlectron này như một lực cản nói ở ý 1. Ở chế độ ổn định (lúc này vận tốc chuyển động của các êlectron trong mẫu đạt tới một giá trị giới hạn không đổi), hãy :

a) Tìm biểu thức của mật độ dòng điện $\vec{j}$, từ đó suy ra biểu thức điện trở suất ρ_e của Ge : Sb theo m_e, N, e và τ.

b) Cho biết $\rho_e = 1{,}22.10^{-2}$ Ωm đối với một mẫu có mật độ $N = 1{,}6.10^{21}$ m^{-3}. Hãy tính mật độ nguyên tử Ge của mẫu. Xác định số nguyên tử Sb tương ứng với một nguyên tử Ge trong mẫu.

c) Biết Ge có khối lượng mol M = 72,6 g/mol, khối lượng riêng $\mu = 5{,}232.10^3$ kg/m^3, hãy tính τ.

3. Người ta cắt từ mẫu Ge : Sb này một khối hộp chữ nhật, chiều dài L = 20 mm (song song với trục Ox), chiều rộng l = 1 mm (song song với Oy), chiều cao d = 0,2 mm (song song với Oz). Cho dòng điện có cường độ I_0 chạy dọc theo chiều dài của khối, khi đó trong khối xuất hiện điện trường đều $\vec{E}_0$ hướng dọc theo trục Ox. Sau đó, đặt lên mẫu từ trường khối không đổi $\vec{B}_0$ hướng theo trục Oz (Hình 3.30). Ở chế độ ổn định, hãy :



Hình 3.30

a) Chứng minh rằng $E_0 = \dfrac{\rho_e I_0}{l d}$.

b) Chứng minh một cách định tính rằng chuyển động của các êlectron tự do dẫn đến sự xuất hiện một hiệu điện thế U_h giữa hai mặt bên của mẫu (các mặt vuông góc với trục Oy) (Hiệu ứng Hall).

c) Viết phương trình chuyển động của một êlectron tự do. Từ đó suy ra biểu thức của điện trường $\vec{E}_h$ (điện trường hướng theo trục Oy) như một hàm của những số liệu cho trong bài.

d) Tính hiệu điện thế U_h với các giá trị I_0 = 10 mA và B_0 = 0,1 T.
Nêu một ứng dụng của hiện tượng trên.

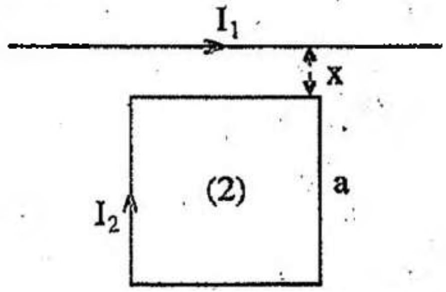
3.43. Cho hai vòng dây dẫn phẳng 1 và 2 giống nhau, đều là hình vuông cạnh a, có cùng khối lượng m.

1. Ban đầu vòng dây 1 được đặt cố định trên mặt bàn nằm ngang còn vòng dây 2 đặt ở phía trên song song với vòng dây 1, đồng trục với vòng dây 1. Cho hai dòng điện không đổi có cùng cường độ chạy trong hai vòng dây đó và có chiều sao cho hai vòng dây đẩy nhau. Thí nghiệm cho thấy khi cường độ dòng điện có giá trị I thì vòng dây 2 nằm lơ lửng bên trên vòng dây 1 và cách vòng dây 1 một khoảng ($d \ll a$).

a) Tìm biểu thức của I theo m, a và d. Áp dụng số : a = 40 cm, m = 2,5 g, d = 2 mm.

b) Kéo nhẹ vòng 2 xuống dưới theo phương thẳng đứng một đoạn nhỏ A ($A \ll d$) rồi buông ra. Tính khoảng thời gian ngắn nhất để khoảng cách giữa hai vòng dây có giá trị lớn nhất.

2. Sau đó, người ta thay vòng dây 1 bằng một dây dẫn rất dài nằm ngang, còn vòng dây 2 thì đặt trong cùng mặt phẳng thẳng đứng với dây dẫn. Thí nghiệm cho thấy khi cho hai dòng điện có cường độ I_1 và I_2 chạy trong các dây dẫn (chiều như hình 3.31) thì vòng dây 2 nằm cân bằng. Khoảng cách giữa cạnh trên của vòng dây 2 và dây dẫn là x.



Hình 3.31

a) Tính x, biết $I_1 = I_2 = 50$ A.

b) Kéo nhẹ vòng dây 2 xuống dưới theo phương thẳng đứng một đoạn rất nhỏ rồi buông ra. Vòng dây 2 sẽ chuyển động như thế nào ? Tính khoảng cách nhỏ nhất giữa tâm vòng dây 2 và dây dẫn. Bỏ qua hiện tượng cảm ứng điện từ. Lấy $g = 10$ m/s^2.

3.44*. Trong vùng không gian xung quanh điểm O tồn tại một từ trường. Cảm ứng từ tại điểm M bất kì ($\overrightarrow{OM} = \vec{r}$) là $\vec{B} = \dfrac{k}{r^2}\dfrac{\vec{r}}{r}$ với k là một hằng số. Ở thời điểm t = 0, tại điểm M_0($OM_0 = r_0$) có một hạt điện tích q, khối lượng m chuyển động với vận tốc $\vec{v_0}$ vuông góc với OM_0. Bỏ qua trọng lực và lực cản.

1. Chứng minh rằng độ lớn tốc độ v của hạt không đổi trên cả quỹ đạo của hạt.

2. Bằng cách lấy đạo hàm theo thời gian của tích vô hướng $\vec{r}.\vec{v}$ rồi tính tích vô hướng đó để :

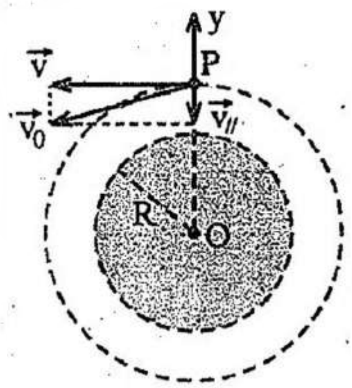
a) Tìm sự phụ thuộc vào thời gian của bình phương khoảng cách từ hạt đến điểm O và của cotθ, với θ là góc lập bởi $\vec{v}$ và $\vec{r}$ ở thời điểm t.

b) Tính θ ở thời điểm mà $r = \sqrt{2}r_0$.

3. Bằng cách lấy đạo hàm theo thời gian của tích hữu hướng $\vec{r} \wedge \vec{v}$, rồi tính tích hữu hướng đó để suy ra quỹ đạo của hạt nằm trên một mặt nón đỉnh O. Hãy tính nửa góc ở đỉnh của hình nón đó theo k, m, q, r_0 và v_0.

Gợi ý : Cho công thức $\vec{r} \wedge (\vec{v} \wedge \vec{r}) = \vec{v}.r^2 - \vec{r}.(\vec{v}.\vec{r})$.

3.45. Một hạt mang điện –q (q > 0), khối lượng m chuyển động trong điện trường gây bởi các ion dương. Các ion dương phân bố đều với mật độ điện tích ρ trong vùng không gian dạng khối trụ bán kính R, trục đối xứng là xx' và đủ dài.



Hình 3.32

Giả sử các lực khác tác dụng lên hạt là rất nhỏ so với lực điện và trong khi chuyển động hạt không va chạm với các ion dương. Xét hai trường hợp sau :

1. Hạt chuyển động trong mặt phẳng chứa trục đối xứng xx' :

Lúc đầu hạt ở điểm M cách trục một đoạn a < R và có vận tốc $\vec{v_0}$ hướng theo phương của trục. Giá trị v_0 phải bằng bao nhiêu để sau khi hạt đi được một khoảng L (tính dọc theo trục) thì nó tới điểm N nằm cùng phía với M so với trục xx' và cách trục một đoạn $\dfrac{a}{2}$?

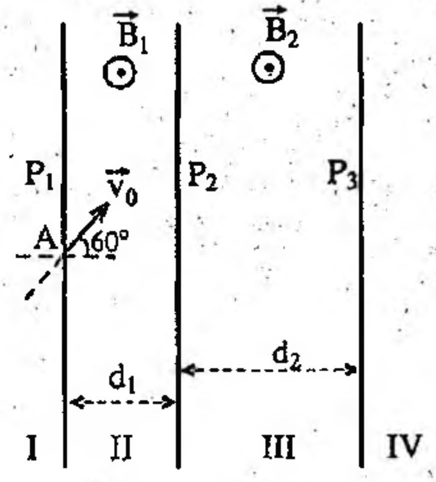
2. Hạt chuyển động trong mặt phẳng vuông góc với trục đối xứng xx' (Hình 3.32) : Lúc đầu hạt ở điểm P cách trục một khoảng $b > R$, có vận tốc $\vec{v}_0$ nằm trong mặt phẳng vuông góc với trục đối xứng. Lấy giao điểm O của mặt phẳng này với trục xx' làm tâm, vẽ một vòng tròn bán kính b qua P và phân tích $\vec{v}_0 = \vec{v}_0 + \vec{v}_{//}$, trong đó $\vec{v}$ có phương tiếp tuyến với vòng tròn còn $\vec{v}_{//}$ hướng dọc theo phương bán kính. Giả sử $v_{//} \ll v$.

a) Chứng minh rằng hạt chuyển động tuần hoàn theo phương bán kính đi qua hạt.

b) Tìm độ lớn của v và chu kì T.

c) Tính khoảng cách l từ P tới hạt sau khoảng thời gian $t = n\frac{T}{2}$ (n nguyên, dương).

3.46. Ba mặt phẳng song song P_1, P_2 và P_3 cách nhau $d_1 = 2$ cm và $d_2 = 4$ cm, phân không gian thành bốn vùng I, II, III và IV. Trong vùng II và III người ta tạo ra từ trường đều có vectơ cảm ứng từ $\vec{B}_1$ và $\vec{B}_2$ song song với ba mặt phẳng trên và có chiều như hình 3.33. Hạt prôtôn trong vùng I được tăng tốc bởi hiệu điện thế U, sau đó được đưa vào vùng II tại điểm A trên mặt phẳng P_1 với vận tốc $\vec{v}_0$ hợp với pháp tuyến của P_1 một góc 60^o.



Hình 3.33

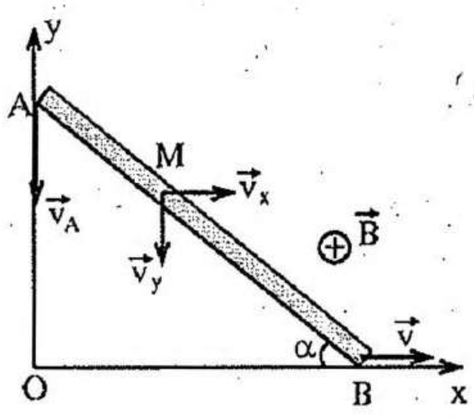
Bỏ qua tác dụng của trọng trường. Cho biết khối lượng và điện tích của prôtôn tương ứng là $m = 1{,}673.10^{-27}$ kg và $q = 1{,}6.10^{-19}$ C.

a) Tìm giá trị của U, biết rằng hạt đi sang vùng III với vận tốc hướng vuông góc với P_2 và cảm ứng từ $B_1 = 1$ T.

b) Cho biết hạt ra khỏi vùng III theo hướng vuông góc với vectơ $\vec{v}_0$ tại A. Tính cảm ứng từ B_2.

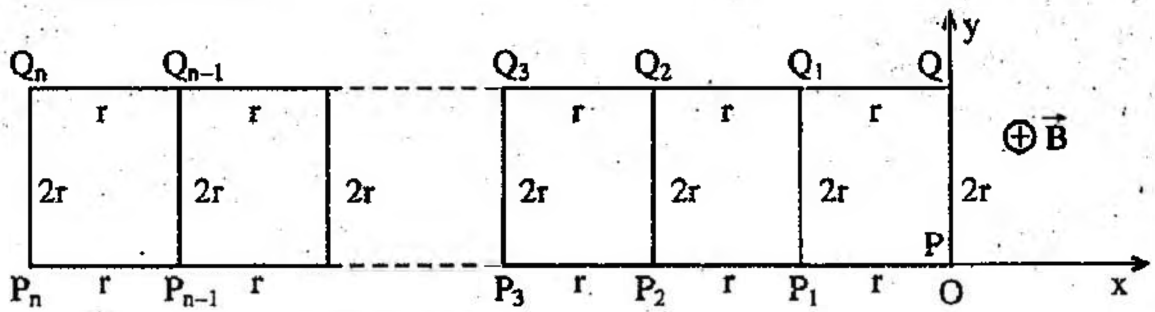
c) Thực tế khi chuyển động trong vùng III và vùng IV, hạt chịu tác dụng của lực cản $\vec{F}_C$ tỉ lệ với vận tốc của hạt ($\vec{F}_C = -k\vec{v}$, với k là hằng số). Vì vậy khi chuyển động trong vùng III, bán kính quỹ đạo của hạt giảm dần và khi ra khỏi vùng III, bán kính quỹ đạo của hạt bị giảm đi 5% so với khi không có lực cản. Tìm quãng đường l mà hạt còn đi tiếp được trong vùng IV.

3.47. Một thanh mảnh, tích điện đều, với điện tích tổng cộng Q (Q > 0), đặt trong một mặt phẳng thẳng đứng sao cho một đầu tựa trên bức tường thẳng đứng, đầu kia tựa trên sàn nằm ngang. Thanh được đặt trong từ trường đều $\vec{B}$ có phương nằm ngang, vuông góc với thanh. Người ta kéo đầu dưới của thanh ra xa tường với vận tốc không đổi $\vec{v}$ (Hình 3.34). Tìm lực tác dụng lên thanh ở thời điểm thanh hợp với sàn một góc α.



Hình 3.34

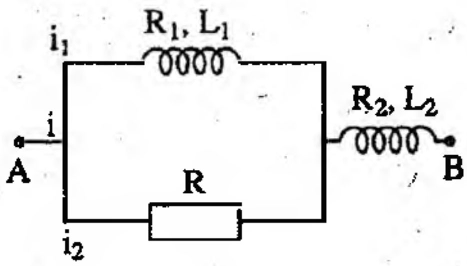
3.48. Có khung dây gồm n hình vuông PQQ_1P_1, $P_1Q_1Q_2P_2$, ..., $P_{n-1}Q_{n-1}Q_nP_n$ tạo thành mạng điện lưới như hình 3.35. Mỗi cạnh hình vuông dài l = 10 cm. Điện trở các cạnh PQ, P_1Q_1, ... P_nQ_n đều bằng 2r, điện trở các cạnh QQ_1, Q_1Q_2, ..., và các cạnh PP_1, P_1P_2, P_2P_3, ... đều bằng r. Biết điện trở tương đương giữa hai điểm P, Q bằng C.r, với C là hằng số. Trong vùng nửa không gian có x > 0 tồn tại từ trường. Phương vectơ cảm ứng từ vuông góc với mặt phẳng Oxy, hướng vào phía trong. Đưa khung dây trên vào vùng từ trường theo phương Ox với vận tốc 5 m/s. Tại t = 0 cạnh PQ trùng với trục Oy. Cảm ứng từ phụ thuộc theo thời gian : $B = B_0 + bt$ (B_0 cho trước và $b = 0{,}10B_0$; b có đơn vị là T/s). Lập biểu thức cường độ dòng điện chạy qua PQ theo B_0, r và C khi t = 2,5 s.



Hình 3.35

CHỦ ĐỀ 4 Dòng điện xoay chiều. Dao động điện từ

4.1. Cho mạch điện xoay chiều như hình 4.1. Biết các cuộn dây có điện trở thuần và hệ số tự cảm lần lượt là R_1, L_1 ; R_2, L_2 và điện trở thuần R. Tần số góc của điện áp hai đầu đoạn mạch A, B là ω. Tìm R_2 để i_1 lệch pha $\frac{\pi}{2}$ so với u_{AB}.

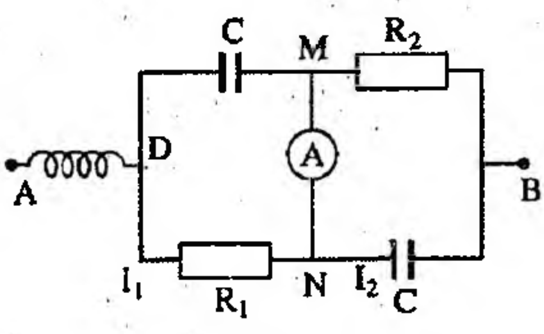


Hình 4.1

4.2. Cho mạch điện xoay chiều như hình 4.2. $u_{AB} = 200\sqrt{2}\cos 100t$ (V) ; $L = \frac{1}{\pi}$(H) ; $C = \frac{1}{\pi}.10^{-4}$ (F), $R_1 = 2R_2 = 200$ (Ω) ; $R_A = 0$.

a) Tính tổng trở đoạn mạch AB.

b) Tìm số chỉ ampe kế. Giải bằng phương pháp dùng số phức.



Hình 4.2

4.3. Cho mạch điện xoay chiều như hình 4.3. Hai đầu đoạn mạch A, B nối với nguồn điện xoay chiều có điện áp $u_{AB} = 100\sqrt{2}\cos(100\pi t + \frac{4\pi}{45})$ (V).

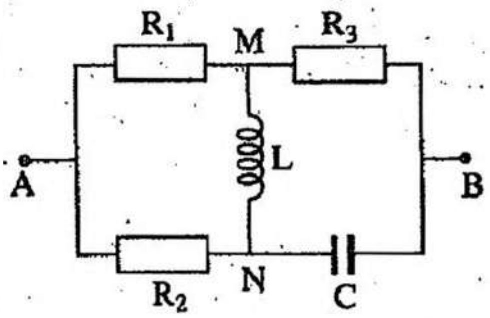
Biết các điện trở thuần có cùng giá trị $R_1 = R_2 = R_3 = 100\ \Omega$; cuộn cảm thuần có độ tự cảm $L = \frac{1}{\pi}$ H và tụ điện có điện dung $C = \frac{10^{-4}}{\pi}$ F.

a) Tính tổng trở Z của đoạn mạch A, B.

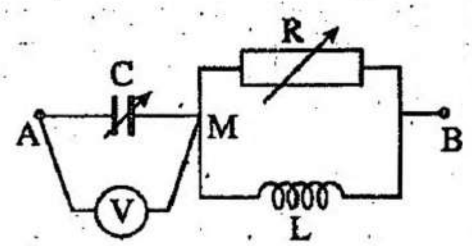
b) Viết biểu thức cường độ dòng điện trong mạch chính.

c) Tính cường độ dòng điện hiệu dụng qua cuộn cảm thuần.

Giải bài toán bằng phương pháp dùng số phức.



Hình 4.3



Hình 4.4

4.4. Cho đoạn mạch như hình 4.4. Biết vôn kế có $R_V = \infty$; cuộn cảm thuần có $L = \frac{1}{\pi}$ H ; $u = 220\sqrt{2}\cos 100\pi t$ (V) ; tụ điện có điện dung C và điện trở R có giá trị thay đổi được.

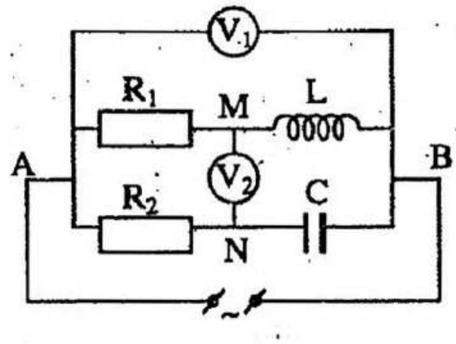
a) Khi $R = 100\sqrt{3}\ \Omega$, thì tụ điện có điện dung C bằng bao nhiêu để số chỉ U_V của vôn kế đạt cực đại ?

b) Tụ điện có điện dung C bằng bao nhiêu để khi R biến thiên thì U_V luôn không đổi ?

Giải bài toán bằng phương pháp dùng số phức.

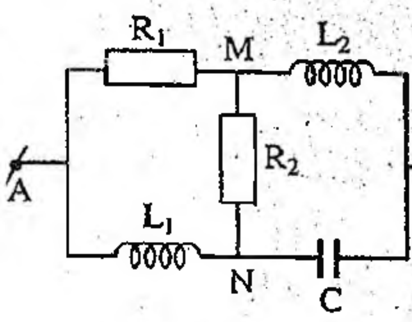
4.5. Cho mạch điện như hình 4.5. Cuộn dây cảm thuần có hệ số tự cảm L ; các điện trở thuần có giá trị R_1, R_2 ; tụ điện có điện dung C ; vôn kế có điện trở vô cùng lớn $R_V = \infty$. Tìm hệ thức liên hệ giữa R_1, R_2, L và C và để vôn kế V_1 và V_2 chỉ cùng một giá trị.

Giải bài toán bằng phương pháp dùng số phức.



Hình 4.5

4.6. Cho mạch điện như hình 4.6. Hai đầu đoạn mạch A, B nối với nguồn điện xoay chiều có điện áp $u_{AB} = 200\sqrt{2}\cos 100\pi t$ (V) ; các điện trở $R_1 = 100\ \Omega$, $R_2 = 200\ \Omega$; các cuộn cảm thuần có $L_1 = L_2 = \frac{1}{\pi}$ H và tụ điện có $C = \frac{10^{-4}}{\pi}$ F.



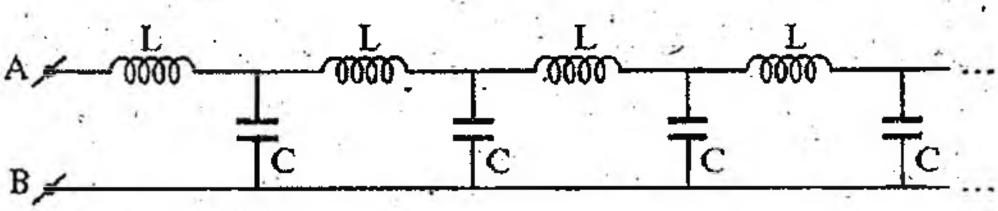
Hình 4.6

a) Tìm tổng trở đoạn mạch AB ?

b) Tìm biểu thức cường độ dòng điện trong mạch chính.

Giải bài toán bằng phương pháp dùng số phức.

4.7. Cho mạch điện vô hạn gồm cuộn cảm thuần có hệ số tự cảm L và tụ điện có điện dung C mắc như hình 4.7. Hai đầu đoạn mạch A, B nối với nguồn điện xoay chiều có $u = U_0\cos\omega t$.

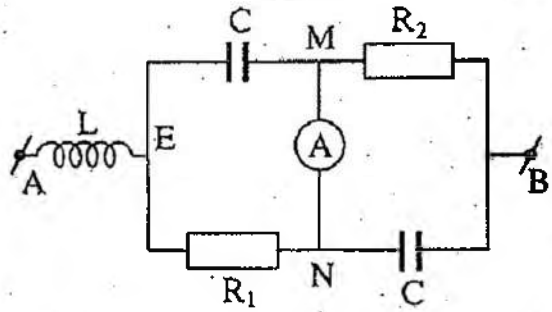


Hình 4.7

Xác định tổng trở đoạn mạch A, B và cường độ dòng điện hiệu dụng I_{AB} trong mạch chính.

Giải bài toán bằng phương pháp dùng số phức.

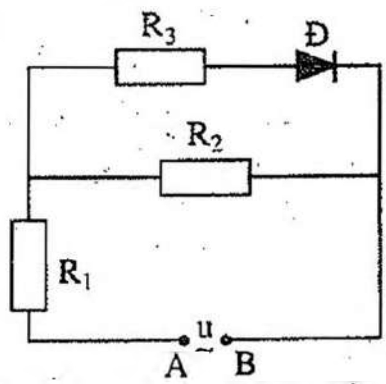
4.8. Cho mạch điện như hình 4.8. Hai đầu đoạn mạch A, B nối với nguồn điện xoay chiều có điện áp $u = 200\sqrt{2}\cdot\cos 100\pi t$ (V). Biết cuộn cảm thuần có $L = \frac{1}{\pi}$ H, các tụ điện có $C = \frac{10^{-4}}{\pi}$ F và các điện trở $R_1 = 2R_2 = 200\ \Omega$; ampe kế có điện trở không đáng kể. Tìm số chỉ ampe kế.



Hình 4.8

Giải bài toán bằng phương pháp dùng số phức.

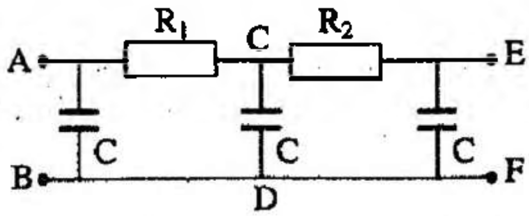
4.9. Cho mạch điện như hình 4.9. Các điện trở $R_1 = R_2 = R_3 = R$, điôt Đ coi là lí tưởng. Đặt vào A, B một điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng là U. Tìm điện áp hiệu dụng ở hai đầu điện trở R_1.



Hình 4.9

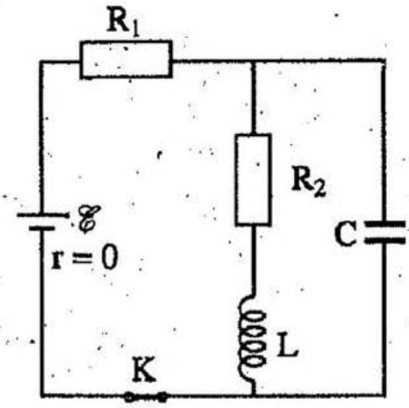
4.10. Cho mạch điện xoay chiều như hình 4.10. Các tụ điện đều có điện dung bằng C, còn $R_1 = R_0$, $R_2 = mR_0$ (m là hằng số). Đặt vào A, B một điện áp xoay chiều $u_{AB} = U_0\cos\omega t$ với $\omega = \frac{1}{R_0C}$.

Xác định điện áp hiệu dụng giữa hai điểm E và F.



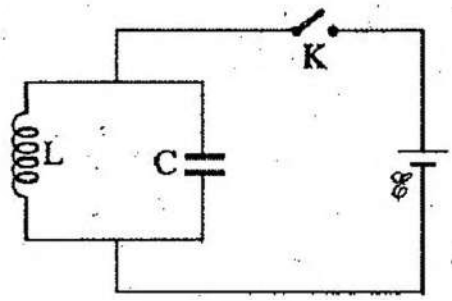
Hình 4.10

4.11. Tính nhiệt lượng toả ra khi ngắt khoá K trong mạch điện như hình 4.11. Coi giá trị các linh kiện ghi trên sơ đồ là đã biết.

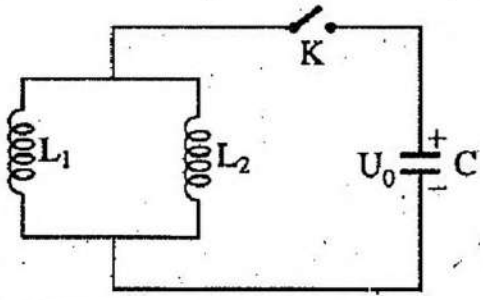


Hình 4.11

4.12. Trong sơ đồ trên hình 4.12, khoá K được đóng một thời gian, sau đó lại ngắt. Hãy xác định thời gian đóng khoá K, biết rằng sau khi ngắt nó, hiệu điện thế cực đại trên tụ điện bằng 2ℰ. Coi L và C là đã biết. Bỏ qua điện trở trong của nguồn điện.



Hình 4.12



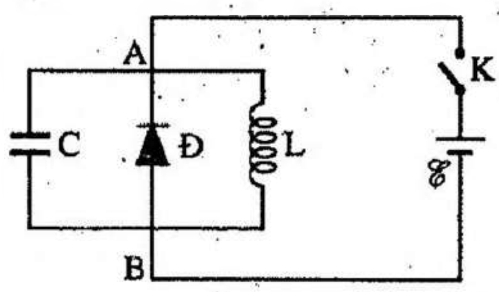
Hình 4.13

4.13. Tụ điện có điện dụng C được nạp điện nếu hiệu điện thế U_0 được mắc với hai cuộn dây có độ tự cảm L_1 và L_2 qua khoá K (Hình 4.13). Coi L_1, L_2, C và U_0 đã biết. Sau đó đóng khoá K.

a) Chứng minh cường độ dòng điện qua mạch biến thiên điều hoà. Tìm tần số góc của dao động.

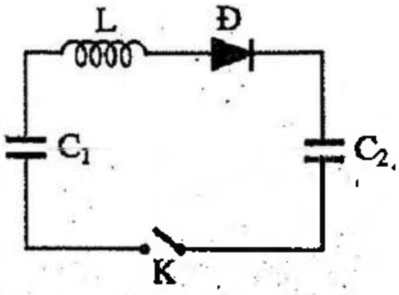
b) Hãy tính điện lượng đi qua mỗi cuộn dây sau mỗi chu kì.

4.14. Trong sơ đồ mạch điện hình 4.14, điôt là lí tưởng. Khi K được đóng trong một khoảng thời gian τ, sau đó ngắt. Vào lúc K ngắt, dòng trong cuộn cảm bằng I_0. Hỏi sau khi ngắt khoá bao lâu thì dòng trong cuộn cảm đạt cực đại, nếu dòng cực đại đó bằng $2I_0$? Hãy vẽ đồ thị của I_L theo thời gian ($0 < t < \infty$). Bỏ qua điện trở trong của nguồn.



Hình 4.14

4.15. Một tụ điện có điện dung $C_1 = 1\ \mu F$ được tích điện đến hiệu điện thế $U_0 = 300$ V, rồi được mắc vào mạch có tụ điện $C_2 = 2\ \mu F$ qua một cuộn dây có độ tự cảm L rất lớn và một điôt lí tưởng (Hình 4.15). Hỏi tụ điện C_2 sẽ được tích điện đến hiệu điện thế bằng bao nhiêu sau khi đóng khoá K ?



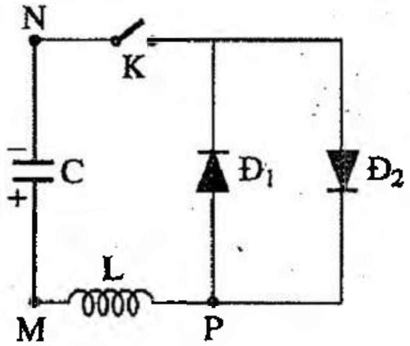
Hình 4.15

4.16. Cho một mạch dao động gồm một tụ điện, một cuộn dây thuần cảm, hai điôt giống nhau, khoá K và các dây nối (Hình 4.16). Tích của giá trị điện dung C của tụ điện và độ tự cảm L của cuộn dây không đổi và bằng $\frac{1}{\omega^2}$. Đường đặc trưng vôn-ampe của các điôt $Đ_1$ và $Đ_2$ được cho ở hình 4.17, với U_d là hiệu điện thế ngưỡng của điôt.

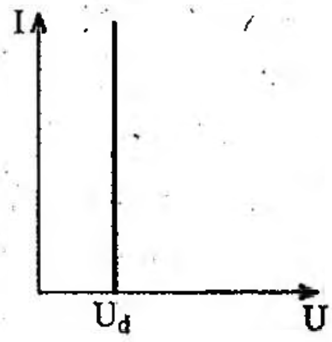
Bỏ qua điện trở của khoá K và các dây nối. Lúc đầu khoá K mở và tụ điện được tích điện đến hiệu điện thế $U_0 = (6 + k)U_d$, với k là một số không đổi ($0 < k < 1$). Ở thời điểm $t = 0$, khoá K đóng.

a) Viết biểu thức biểu diễn sự biến đổi của hiệu điện thế u_{MN} theo thời gian.

b) Vẽ đồ thị của hàm số $u_{MN}(t)$ với các giá trị $\omega = 2000$ rad/s, $U_d = 0,7$ V, $U_0 = 4,5$ V.



Hình 4.16

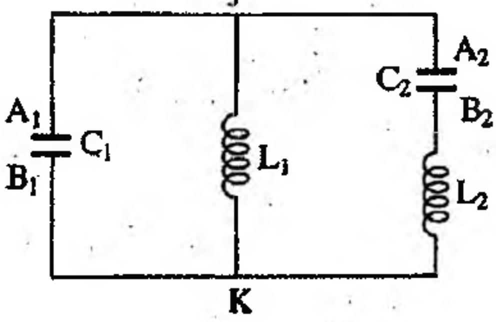


Hình 4.17.

4.17. Cho hai cuộn dây có độ tự cảm là L_1, L_2 và hai tụ điện có điện dung là C_1, C_2 mắc với nhau thành mạch điện như hình 4.18. Điện trở của các cuộn dây và dây nối không đáng kể.

1. Giả sử trong mạch có dòng điện. Hãy viết phương trình vi phân biểu diễn cường độ dòng qua mỗi tụ điện theo thời gian.

2. Giả thiết các cường độ dòng điện nói trên biến đổi điều hoà theo thời gian với cùng tần số và cùng pha (hoặc ngược pha). Tính các giá trị có thể của tần số ấy.



Hình 4.18

3. Cho $L_1 = L_2 = L$ và $C_2 = 2C_1 = 2C$.

a) Tính tỉ số các cường độ dòng điện qua mỗi tụ điện ở thời điểm tùy ý. Nêu nhận xét.

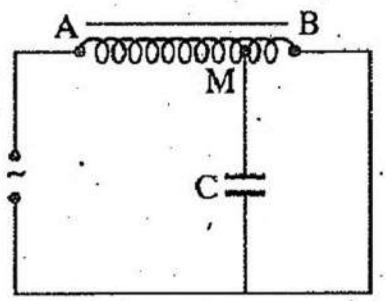
b) Tại thời điểm ban đầu (t = 0) điện tích của bản A_1 bằng Q_0, điện tích của bản $A_2 = 0$ và không có dòng điện nào trong mạch. Viết biểu thức diễn tả sự phụ thuộc của điện tích q_1 (của bản A_1) và điện tích q_2 (của bản A_2) theo thời gian.

4.18. Cuộn dây AB có lõi sắt, được mắc với một nguồn điện xoay chiều. Hiệu điện thế giữa hai cực của nguồn là $u = U_0\sin\omega t$. Một tụ điện có điện dung C được mắc với điểm M của cuộn dây và một cực của nguồn như hình 4.19. Điểm M chia cuộn dây thành hai phần có tỉ số chiều dài là $\frac{AM}{MB} = \frac{3}{2}$. Biết số vòng dây trên mỗi đơn vị chiều dài không đổi dọc theo AB, cuộn dây có độ tự cảm L.

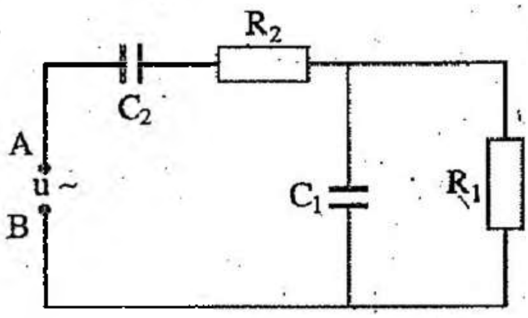
Giả thiết L không thay đổi, điện trở thuần của cuộn dây và dây nối không đáng kể.

a) Tìm cường độ dòng điện tức thời trên đoạn MB của cuộn dây.

b) Thay tụ điện bởi điện trở R. Tìm cường độ dòng điện hiệu dụng qua đoạn MB.



Hình 4.19



Hình 4.20

4.19. Cho mạch điện như hình 4.20. Biết $C_1 = C$, $C_2 = 2C$, $R_1 = R$, $R_2 = 2R$. Hiệu điện thế xoay chiều đặt vào hai điểm A và B có biểu thức $u = U_0\sin\omega t$, trong đó biên độ U_0 được giữ không đổi còn tần số góc ω có thể thay đổi trong một khoảng giá trị rộng.

a) Hiệu điện thế hiệu dụng U_1 giữa hai đầu điện trở R_1 có thể đạt giá trị cực đại bằng bao nhiêu ?

b) Khi U_1 đạt giá trị cực đại thì hiệu điện thế hiệu dụng U_2 giữa hai đầu điện trở R_2 đạt giá trị nào ?

Chương II
QUANG HỌC

CHỦ ĐỀ 5 Quang hình học

5.1. Một gương cầu lõm có tiêu cự f. Đặt một vật AB trước gương, cách gương một khoảng d, thì gương cho một ảnh trên màn M có độ phóng đại k_1. Cho vật dịch chuyển một khoảng Δd, thì phải dịch chuyển màn một khoảng Δd', ảnh mới trở lại rõ nét. Khi đó, ảnh có độ phóng đại k_2. Chứng minh rằng : $\frac{\Delta d'}{\Delta d} = -k_1.k_2$.

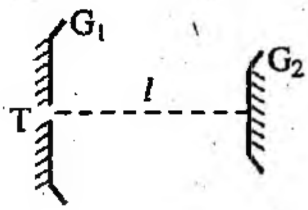
5.2. Vật kính của một kính thiên văn phản xạ loại nhỏ là một gương cầu lõm (G) có bán kính cong R = 2 m và bán kính đường tròn rìa r = 10 cm. Trục chính của gương được hướng tới tâm Mặt Trăng.

a) Tính đường kính của ảnh Mặt Trăng tạo bởi gương cầu lõm. Cho góc trông của Mặt Trăng từ mặt đất là 33' ($l' \approx 3.10^{-4}$ rad).

b) Một gương phẳng nhỏ (M) được bố trí nghiêng 45^o so với trục chính gương cầu để chắn chùm tia phản xạ từ gương cầu.
Tính khoảng cách từ đỉnh gương cầu đến giao điểm của trục chính gương cầu với gương phẳng sao cho ảnh thật của Mặt Trăng ở cách trục chính gương cầu 12 cm.

c) Xác định dạng của gương phẳng. Tính kích thước của gương phẳng hình tròn để nó có thể chắn hết chùm tia phản xạ từ gương cầu lõm.

5.3. Vật kính của một kính viễn vọng phản xạ là một gương cầu lõm G_1 có đường kính rìa 40 cm, tiêu cự $f_1 = 1,2$ m, có trục chính hướng vào tâm Mặt Trăng. Biết góc trông Mặt Trăng là α = 30'.



Hình 5.1

1. Vẽ và tính đường kính của ảnh Mặt Trăng cho bởi G_1.

2. Để tăng kích thước của ảnh này lên 5 lần, người ta đặt một gương cầu lồi G_2 đối diện với G_1 cho trục chính của hai gương trùng nhau và tạo một lỗ tròn T ở đỉnh gương G_1 (Hình 5.1). Biết tiêu cự của G_2 là $f_2 = 22,5$ cm. Hãy tính :

a) Khoảng cách l giữa hai gương, để độ lớn của ảnh tăng gấp 5 lần.

b) Để ảnh cuối cùng của Mặt Trăng ở đúng lỗ T, phải dịch chuyển gương G_2 bao nhiêu, theo chiều nào ? Để ảnh này lọt hoàn toàn qua lỗ T, thì lỗ và gương G_2 phải có kích thước tối thiểu bằng bao nhiêu ?

5.4. Một ống thuỷ tinh chiết suất $n = 1,50$ có đường kính ngoài 2R chứa đầy thuỷ ngân.

a) Tính đường kính tối thiểu của mặt trong của ống để nhìn từ ngoài thấy thuỷ ngân như chiếm trọn cả ống đường kính 2R.

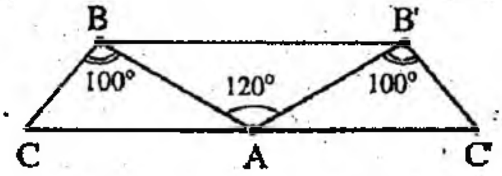
b) Nếu đường kính trong là R thì nhìn từ ngoài, bề dày biểu kiến cột thuỷ ngân trong ống là bao nhiêu ?

5.5. Chiếu một chùm tia sáng đơn sắc song song có dạng một dải mỏng, bề rộng $a = 10$ mm từ không khí vào bề mặt của một chất lỏng chiết suất $n' = 1,5$ dưới góc tới $i = 45^o$. Dải sáng nằm trong một mặt phẳng vuông góc với mặt thoáng của chất lỏng.

a) Tính bề rộng của chùm sáng truyền trong chất lỏng.

b) Chùm sáng trên gặp một gương phẳng đặt trong chất lỏng, vuông góc với mặt phẳng của dải sáng. Gọi α là góc nhỏ nhất tạo bởi gương và mặt thoáng chất lỏng để chùm tia sau khi phản xạ trên gương, không ló được ra ngoài không khí. Tính $\sin\alpha$.

5.6. Một lăng kính bằng flin (thuỷ tinh có chiết suất lớn) có góc chiết quang $A = 120^o$ được dán với hai lăng kính bằng thuỷ tinh Crao giống nhau ABC và AB'C' (Hình 5.2), chiết suất $n_1 = 1,53$, có $\widehat{B} = \widehat{B'} = 100^o$.



Hình 5.2

Một tia sáng đơn sắc tới mặt bên BC theo phương song song với hai đáy, khúc xạ qua lăng kính ghép và ló ra khỏi B'C' mà không bị lệch. Tính chiết suất n_2 của flin.

5.7. Một lăng kính bằng thuỷ tinh, có chiết suất n, xác định góc chiết quang A của lăng kính, sao cho góc lệch cực tiểu D_m của lăng kính bằng nửa góc A. Áp dụng bằng số : $n = \sqrt{2}$ và $n = 1,45$.

5.8. Một quả cầu trong suốt bán kính R, chiết suất n phụ thuộc bán kính r theo công thức $n = \dfrac{R + a}{r + a}$, với a là hằng số dương. Chiếu tia sáng tới quả cầu dưới góc tới φ tia sáng bị khúc xạ trong quả cầu.

Xác định khoảng cách nhỏ nhất từ tâm quả cầu đến tia khúc xạ.

5.9. Coi khí quyển Trái Đất như một lớp trong suốt có chiết suất giảm theo độ cao theo công thức : $n = n_0 - ah$, với n là chiết suất khí quyển ở độ cao h so với mặt đất ; n_0 là chiết suất khí quyển ở mặt đất ; a là một hệ số không đổi ; n và n_0 có trị số luôn luôn lớn hơn 1 một chút, còn ah luôn luôn rất nhỏ so với 1. Bán kính Trái Đất là R.

a) Một tia sáng phát ra từ một điểm A, ở độ cao h_0, chiếu theo phương nằm ngang, trong một mặt phẳng kinh tuyến. Tính h_0 để tia sáng truyền theo đúng một vòng tròn quanh Trái Đất, rồi trở lại điểm A.

b) Một tia sáng khác phát ra từ một điểm B ở độ cao h bất kì. Tia sáng này nằm trong một mặt phẳng kinh tuyến và làm với đường thẳng đứng tại đó một góc i_0. Tính i_0 để tia sáng đi qua điểm B', nằm xuyên tâm đối với điểm B, sau khi phản xạ một lần ở trên tầng cao của khí quyển.

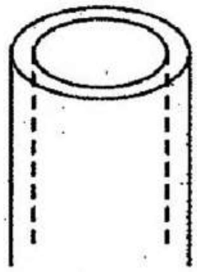
c) Giả sử mô hình giả thiết trên phù hợp với thực tế. Khi đó, có thể thực hiện được cả hai thí nghiệm ở câu a) và câu b) được không ?

Hướng dẫn : Trong các câu a) và b), hãy tính gần đúng một cách hợp lí.

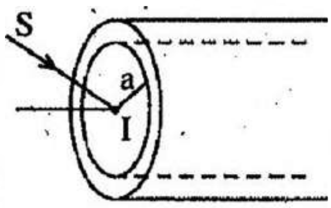
5.10. Một ống mao dẫn bằng thuỷ tinh, chiết suất n = 1,732, đường kính ngoài D = 3,464 mm, đường kính trong d = 2,00 mm chứa thuỷ ngân (Hình 5.3). Vỏ ngoài của ống có khắc các vạch chia, dài 1 mm và cách nhau 1 mm. Ống được quan sát từ phía bên và được đặt đủ xa mắt để các tia sáng từ mọi điểm của ống tới mắt đều có thể coi gần đúng là những tia song song.

a) Xác định giá trị đường kính d' của ảnh của cột thuỷ ngân mà mắt nhìn thấy.

b) Xác định bản chất (thật hay ảo), vị trí, chiều và độ lớn của ảnh các vạch chia và khoảng cách giữa chúng.



Hình 5.3



Hình 5.4

5.11. Một sợi cáp quang hình trụ rất dài, hai đáy phẳng và vuông góc với trục sợi cáp, bằng thuỷ tinh chiết suất n_1, được bao xung quanh bằng một hình trụ đồng trục, bán kính lớn hơn nhiều so với bán kính a của sợi cáp và bằng thuỷ tinh chiết suất n_2, với $n_2 < n_1$. Một tia sáng SI tới một đáy của sợi cáp quang dưới góc i, khúc xạ trong sợi cáp. Sau nhiều lần phản xạ toàn phần ở mặt tiếp xúc giữa hai lớp thuỷ tinh tia sáng có thể ló ra khỏi đáy kia (Hình 5.4).

a) Tính giá trị lớn nhất i_m mà i không được vượt qua để tia sáng không truyền qua lớp vỏ ngoài.

b) Sợi cáp (cùng với lớp bọc) được uốn cong cho trục của nó làm thành một cung tròn, bán kính R. Giá trị lớn nhất của i bây giờ là bao nhiêu ?

Cho biết : $n_1 = 1,50$; $n_2 = 1,48$; a = 0,2 mm ; R = 5 cm.

Chú ý :

1. Chỉ xét tia sáng nằm trong mặt phẳng chứa trục của sợi cáp.

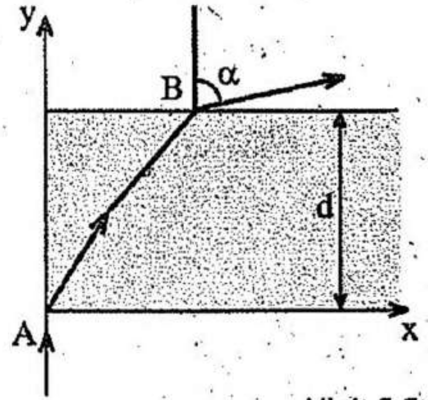
2. Chỉ cần cho biết giá trị chính xác sin, cos hoặc tan của i_m.

5.12. Một chùm ánh sáng hẹp tới đập vuông góc với một bản hai mặt song song ở điểm A (x = 0). Chiết suất của bản biến đổi theo công thức : $n_x = \dfrac{n_A}{1 - \dfrac{x}{R}}$, n_A và R là những hằng số. Chùm sáng rời bản ở điểm B theo góc α (Hình 5.5). Hãy tính :

a) n_B ở điểm B ;

b) x_B ;

c) Bề dày d của bản. Cho biết $n_A = 1,40$; R = 10 cm ; $\alpha = 60^\circ$.



Hình 5.5

5.13. Một thấu kính mỏng phẳng – lồi làm bằng thuỷ tinh (chiết suất $n_1 = 1,5$) và có bán kính mặt lồi R = 40 cm.

a) Thấu kính được đặt sao cho mặt phẳng của nó tiếp xúc với mặt nước (có chiết suất $n_2 = \dfrac{4}{3}$) và mặt lồi tiếp xúc với không khí (Hình 5.6a). Chiếu một chùm tia sáng đơn sắc hẹp, song song với trục chính của thấu kính và rất gần trục, đi từ không khí vào nước ; chùm này hội tụ tại điểm M. Tính khoảng cách OM từ đỉnh O của mặt lồi thấu kính đến M.

b) Bây giờ ta đặt thấu kính sao cho mặt phẳng của nó tiếp xúc với không khí còn mặt lồi với nước (Hình 5.6b). Tính OM'.

c) Trong câu a), thay nước bằng chất lỏng có chiết suất n_3. Biết OM = 128 cm, tính n_3.

Hình 5.6

d) Nếu dùng ánh sáng đơn sắc có bước sóng lớn hơn thì trong câu c), n_3 tăng hay giảm ?

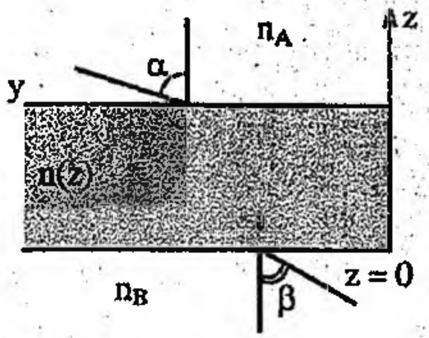
5.14. Một gương lõm có dạng một mặt parabôlôit tròn xoay trong hệ trục toạ độ Oxyz mà tiết diện trong mặt phẳng Oxy là một đường parabol có phương trình $y = ax^2$.

Hãy chứng minh rằng một chùm tia sáng song song với trục đối xứng Oy của parabôlôit chiếu tới gương sẽ cho chùm tia phản xạ tương ứng hội tụ tại một điểm F trên trục Oy. Xác định độ dài OF.

5.15. Một bán cầu thuỷ tinh bán kính R, chiết suất n, có mặt phẳng tráng bạc. Một vật AB có độ cao bằng h ($h \ll R$) được đặt vuông góc với trục bán cầu và cách đỉnh O_1 của bán cầu một đoạn 2R. Xác định vị trí, chiều và độ cao của ảnh, của vật tạo bởi bán cầu.

Áp dụng bằng số : n = 1,5 ; R = 5 cm ; h = 1 mm.

5.16. a) Xét một bản mặt song song, trong suốt, có chiết suất n biến thiên theo khoảng cách z tính từ mặt dưới của bản (Hình 5.7). Chứng minh rằng $n_A \sin\alpha = n_B \sin\beta$.



Hình 5.7

b) Giả sử bạn đứng trong một xa mạc rộng và phẳng. Bạn thấy ở đằng xa hình như có mặt nước. Nhưng khi bạn lại gần thì "nước" lại lùi ra xa sao cho khoảng cách từ bạn đến "nước" luôn luôn không đổi. Giải thích ảo ảnh đó.

c) Ước lượng nhiệt độ của mặt đất (nói trong phần b) với giả thiết rằng mắt của bạn ở độ cao 1,60 m so với mặt đất và khoảng cách từ bạn tới "nước" bằng 250 m. Chiết suất của không khí ở nhiệt độ 15^oC và ở áp suất khí quyển chuẩn là 1,000276. Ở độ cao lớn hơn 1 m so với mặt đất thì nhiệt độ của không khí được coi là không đổi và bằng 30^o. Áp suất khí quyển bằng áp suất tiêu chuẩn. Gọi chiết suất không khí bằng n và giả thiết rằng n – 1 tỉ lệ với khối lượng riêng của không khí.

Ước lượng độ chính xác của kết quả thu được.

(Trích Đề thi Olimpic Vật lí Quốc tế năm 1984 ở Thụy Điển)

5.17. Một thấu kính hội tụ L được đặt song song với màn E. Trên trục chính có điểm sáng A. Điểm sáng A và màn E được giữ cố định. Khoảng cách giữa A và E là a = 100 cm.

Khi tịnh tiến thấu kính theo trục chính trong khoảng giữa A và E, người ta thấy vệt sáng trên màn không bao giờ thu lại thành một điểm. Nhưng khi L cách E khoảng b = 40 cm thì vệt sáng trên màn có bán kính nhỏ nhất.

a) Tính tiêu cự của thấu kính.

b) Thấu kính L có dạng phẳng – lồi. Thuỷ tịnh làm thấu kính có chiết suất n = 1,5. Chỗ dày nhất của thấu kính đo được 0,4 cm. Tính đường kính nhỏ nhất của vệt sáng trên màn.

5.18. Để xác định tiêu cự của một thấu kính hội tụ, một người đã làm như sau : Đặt một vật phẳng trước thấu kính và điều chỉnh vị trí của một màn, để thu được ảnh rõ nét của vật. Sau đó, giữ thấu kính cố định, rồi cho vật lùi xa 2 cm khỏi vị trí ban đầu ; khi đó, phải cho màn tiến thêm 12 cm lại gần thấu kính. Cuối cùng cho màn lùi xa 12 cm khỏi vị trí ban đầu, thì thấy phải dịch vật lại gần thêm 1 cm, so với vị trí ban đầu.

a) Tính tiêu cự của thấu kính.

b) Nếu người này đo độ lớn của ảnh, ở hai vị trí thứ nhất và thứ hai, thì xác định được ngay tiêu cự, không cần phép đo thứ ba. Cách làm của người này có ưu điểm gì ?

5.19. Với cả hai loại thấu kính, khi giữ thấu kính cố định và dời vật theo phương trục chính, hãy :

a) Chứng tỏ ảnh của vật tạo bởi thấu kính luôn chuyển động cùng chiều với vật.

b) Thiết lập hệ thức giữa độ dời của vật và độ dời tương ứng của ảnh.

5.20. Một thấu kính phẳng – lồi bằng thuỷ tinh, có đường kính rìa 2r = 9 cm và độ dày ở tâm là e = 0,5 cm. Ở tâm mặt phẳng có khắc một mũi tên AB. Đặt thấu kính đó, trước một thấu kính hội tụ O_1, cho mặt phẳng hướng vào O_1, rồi điều chỉnh để thu được một ảnh rõ nét trên màn M. Sau đó, giữ nguyên O_1 và màn M, người ta lật lại thấu kính, cho mặt lồi hướng về phía O_1 và cho mặt phẳng vẫn ở đúng vị trí cũ, thì thấy ảnh bị nhòe. Để ảnh trở lại rõ nét, phải dịch chuyển thấu kính phẳng lồi ra xa O_1 một đoạn 1,64 mm. Hãy tính tiêu cự của thấu kính phẳng lồi.

5.21. Một thấu kính L có hai mặt lồi, cùng bán kính cong R = 15 cm, làm bằng thuỷ tinh chiết suất n. Một vật phẳng nhỏ AB đặt trên trục chính của thấu kính cách nó một khoảng không đổi d = 30 cm cho một ảnh thật A'B'. Một bản mặt song song B làm bằng cùng một loại thuỷ tinh như thấu kính có độ dày e.

– Đặt bản giữa vật và thấu kính thì ảnh A'B' bị dịch chuyển (dọc theo trục chính) một đoạn bằng 3,75 cm.

– Đặt bản giữa thấu kính và ảnh A'B' thì ảnh bị dịch một đoạn bằng 3 cm. Tính :

a) Tiêu cự của thấu kính ;

b) Chiết suất của thuỷ tinh ;

c) Độ dày của bản.

5.22. Một vật phẳng nhỏ AB, đặt trước một thấu kính phân kì O_1, cách một khoảng d_1 = 18 cm. Sau O_1, cách nó một khoảng l = 44 cm, đặt một màn M, rồi lại đặt giữa O_1 và M một thấu kính hội tụ O_2, tiêu cự f_2 = 12 cm. Dịch chuyển O_2, để thu ảnh rõ nét của vật trên màn, thì tìm được hai vị trí của O_2, cách nhau 10 cm.

a) Xác định tiêu cự f_1 của thấu kính O_1.

b) Đây là một phương pháp xác định tiêu cự của một thấu kính phân kì. So với phương pháp thông thường, dùng một thấu kính hội tụ, để tạo vật ảo của thấu kính phân kì rồi cho ảnh của vật trên màn, phương pháp này có ưu điểm gì ?

5.23. Hai thấu kính O_1, O_2 có cùng trục chính, đặt cách nhau một khoảng l = 30 cm. Đặt một vật AB trước O_1 cách một khoảng 15 cm, thì thu được một ảnh A'B' trên màn M đặt cách O_2 12 cm. Giữ vật cố định, rồi hoán vị hai thấu kính thì phải dịch màn 2 cm lại gần O_1 mới thu được ảnh. Xác định tiêu cự của hai thấu kính và số phóng đại của ảnh ở mỗi vị trí.

5.24. Một vật AB đặt trước một thấu kính O_1, cách một khoảng $d_1 = 30$ cm. Thấu kính O_1 đặt trước một thấu kính O_2, cách O_2 một khoảng cũng bằng 30 cm. Thấu kính O_2 lại đặt trước một màn M cũng cách một khoảng $d'_2 = 30$ cm, thì trên màn, ta thu được một ảnh A'B' cao 6 cm. Giữ nguyên vật và màn, rồi hoán vị hai thấu kính, thì vẫn thu được ảnh trên màn, nhưng ảnh chỉ cao 1,5 cm. Cho biết cả hai ảnh đều cùng chiều với vật. Hãy tính tiêu cự f_1, f_2 của hai thấu kính.

5.25. Một điểm sáng S được đặt trên trục chính của một thấu kính hội tụ L_1 có tiêu cự $f_1 = 25$ cm. Người ta hứng được ảnh S' trên màn E đặt vuông góc với trục chính.

a) Xác định vị trí của vật, màn đối với thấu kính để khoảng cách vật – màn là nhỏ nhất.

b) Vị trí vật, thấu kính, màn ở câu a) được giữ cố định. Sau L_1, đặt một thấu kính L_2 đồng trục với L_1 và cách L_1 một khoảng 20 cm. Trên màn xuất hiện một vệt sáng. Hãy tính tiêu cự của L_2 trong các điều kiện sau :

– Vệt sáng trên màn có đường kính không đổi khi tịnh tiến màn.

– Vệt sáng trên màn có đường kính tăng gấp đôi khi tịnh tiến màn ra xa thêm 10 cm.

– Vệt sáng trên màn có đường kính giảm một nửa khi tịnh tiến màn ra xa thêm 10 cm.

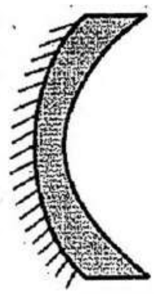
5.26. Hai thấu kính hội tụ O_1, O_2 có cùng trục chính, đặt cách nhau một khoảng l. Một vật AB = 6 cm, đặt trước O_1 có một ảnh A'B' = 1,5 cm, cùng chiều vật, trên một màn M. Đặt một bản mặt song song bằng thuỷ tinh, độ dày e = 8 cm, chiết suất n = 1,6 cm giữa hai thấu kính, thì phải dịch chuyển màn một đoạn 3 cm và ảnh cao 6 cm. Đặt bản đó giữa vật và O_1, thì phải dịch chuyển màn $\frac{1}{3}$ cm và ảnh cao 1,6 cm.

Tính tiêu cự f_1, f_2 của hai thấu kính và khoảng cách l.

5.27. Một bình cầu bằng thuỷ tinh, chiết suất n, bán kính ngoài R, bán kính trong r, chứa đầy thuỷ ngân. Ở mặt ngoài của bình có khắc một hình mũi tên nhỏ AB. Xác định vị trí và độ phóng đại của ảnh A'B' tạo bởi ánh sáng phản xạ trên thuỷ ngân.

Áp dụng bằng số : R = 5 cm, r = 4 cm, n = 1,5.

5.28. Một gương cầu lõm được chế tạo bằng cách mạ bạc mặt lồi của một thấu kính phân kì lõm – lồi bằng thuỷ tinh (Hình 5.8). Biết bán kính mặt lõm R_1, mặt lồi R_2 và chiết suất n của thuỷ tinh. Hãy tính độ tụ D và tiêu cự f của gương. Áp dụng số : $R_1 = 25$ cm, $R_2 = 40$ cm, n = 1,5.



Hình 5.8

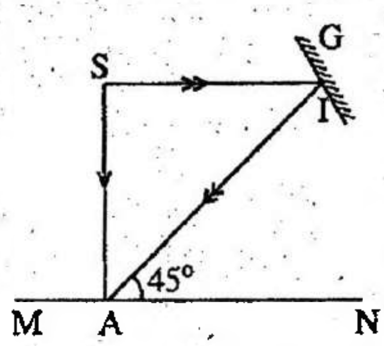
5.29. Một thấu kính phân kì, tiêu cự f = 25 cm được đặt trước một gương cầu lõm, bán kính R = 50 cm, cho trục chính của chúng trùng nhau và sao cho một tia sáng, song song với trục chính, sau khi qua thấu kính, phản xạ trên gương, lại ló qua thấu kính theo phương song song với tia tới.

a) Tính khoảng cách giữa thấu kính và gương.

b) Một vật phẳng, nhỏ AB đặt trước thấu kính. Vẽ ảnh của vật cho bởi hệ và chứng minh rằng ảnh đó luôn luôn ảo và lớn bằng vật.

Tính khoảng cách từ vật đến ảnh ấy, khi vật ở cách thấu kính một khoảng 15 cm.

5.30. Một nguồn sáng điểm S chiếu sáng lên một điểm A trên mặt phẳng MN theo phương vuông góc với mặt phẳng. Đặt một gương phẳng G cách nguồn S một khoảng (Hình 5.9) sao cho tại A nhận được ánh sáng phản xạ từ gương G của tia SI song song với MN, SI = SA, $\widehat{SIA} = 45^o$. Hỏi độ rọi tại A thay đổi như thế nào so với khi không có gương, biết rằng hệ số phản xạ của gương bằng 1 ?



Hình 5.9

5.31. Nhìn một mặt phẳng phát sáng ta thấy mặt đó càng ít sáng khi phương nhìn càng nghiêng trên mặt phẳng. Hãy giải thích tại sao ?

5.32. Một nguồn điểm có cường độ 4,5 canđela, phát sáng đều theo mọi phương. Xác định độ rọi trên một mặt phẳng nằm cách nguồn 1,5 m tại chân đường vuông góc hạ từ nguồn xuống mặt phẳng đó.

5.33. Ở giữa một căn phòng hình vuông diện tích 16 m^2 có treo một ngọn đèn. Coi đèn như một nguồn điểm đẳng hướng. Hãy xác định độ cao của đèn (kể từ sàn nhà) sao cho độ rọi tại các góc phòng là lớn nhất.

5.34. Khi in ảnh, người ta dùng một ngọn đèn có cường độ sáng I đặt cách phim 1 m ; thời gian phơi sáng cần thiết của phim khi đó là 20 giây. Nếu thay bằng đèn có cường độ sáng bằng $\frac{I}{2}$, đặt cách phim 0,5 m thì thời gian phơi sáng cần thiết của phim đó là bao nhiêu ? Xem rằng đèn được đặt trên đường thẳng vuông góc với mặt phim.

5.35. Hai nguồn sáng điểm có cường độ bằng nhau $I_1 = I_2 = 100$ canđela phát sáng đẳng hướng, treo cách nhau 4 m, trên cùng một độ cao, cách sàn nhà 2,5 m. Xác định điểm có độ rọi cực đại trên sàn nhà và tính độ rọi cực đại đó. Bỏ qua sự tán xạ ánh sáng trên trần nhà và trên tường.

5.36. Ở độ cao 2 m phía trên một mặt phẳng nằm ngang MN, người ta đặt hai nguồn sáng cách nhau 1 m ; mỗi nguồn cho một quang thông 300 lumen. Hãy xác định độ rọi trên mặt MN tại :

a) điểm ngay dưới mỗi nguồn sáng.

b) điểm cách đều hai nguồn sáng.

5.37. Một đèn chiếu đặt ở độ cao so với mặt phẳng ngang là 15 m. Tại một điểm nào đó trên mặt phẳng ngang đó độ rọi là 10 lux và độ rọi cực đại trên mặt phẳng thẳng đứng đi qua điểm đó là 20 lux. Hãy xác định cường độ sáng của đèn theo phương từ đèn đến điểm đó.

5.38. a) Một dây tóc bóng đèn dài 60 cm, đường kính 0,04 mm phát ra quang thông 400 lumen. Xác định độ trưng của bóng đèn.

b) Một sợi dây kim loại nóng sáng, dài l = 60 cm, bức xạ một quang thông ϕ = 132 lumen. Xác định độ rọi tại điểm đối diện với trung điểm của dây và nằm trên một mặt phẳng song song với dây, cách dây một khoảng a = 5 cm.

CHỦ ĐỀ 6 Sóng ánh sáng

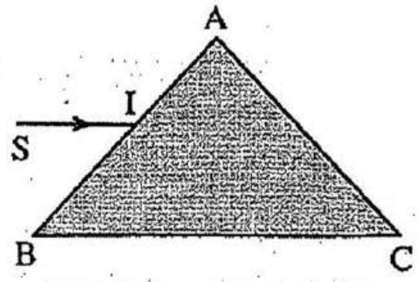
6.1. Người ta bố trí một sơ đồ thí nghiệm quan sát hiện tượng tán sắc ánh sáng như sau : Ánh sáng trắng qua một khe hẹp S song song với cạnh của lăng kính P. Lăng kính có tiết diện thẳng là một tam giác vuông cân ABC (góc chiết quang $\widehat{A} = 90^o$; AB = AC) và có chiết suất đối với ánh sáng đỏ bằng 1,6. Thấu kính L_1 tạo chùm tia song song đi tới lăng kính, thấu kính L_2 làm hội tụ các chùm tia song song ló ra khỏi P trên màn M. Chùm tia song song sau thấu kính L_1 tới lăng kính là chùm tia tới từ phía đáy lăng kính đi lên.

a) Xác định góc giới hạn phản xạ toàn phần của chất làm lăng kính đối với ánh sáng đỏ.

b) Chứng minh rằng các tia sáng khúc xạ qua mặt bên AB tới ngay mặt bên AC sẽ phản xạ toàn phần trên mặt AC ; còn các tia khúc xạ qua mặt AB tới mặt đáy, phản xạ trên mặt đáy tới mặt bên AC, sau khi khúc xạ qua mặt bên AC sẽ là các tia song song với nhau.

c) Với các tia sáng chiếu từ khe S như đã mô tả ở trên, chứng minh rằng trên màn M ta không quan sát thấy hiện tượng tán sắc ánh sáng. Tiêu cự của các thấu kính L_1 và L_2 không phụ thuộc vào bước sóng của ánh sáng chiếu tới.

6.2. Một lăng kính có tiết diện thẳng là tam giác cân ABC, góc chiết quang bằng 120^o, làm bằng thuỷ tinh, có chiết suất phụ thuộc vào bước sóng, ứng với tia đỏ và tia tím chiết suất lần lượt là $n_đ \approx \sqrt{2}$ và $n_t \approx \sqrt{3}$. Đặt lăng kính trong không khí và chiếu một tia sáng trắng SI theo phương song song với đáy BC, tới mặt bên AB tại điểm I (Hình 6.1).



Hình 6.1

a) Chứng minh rằng mọi tia khúc xạ đều phản xạ toàn phần tại mặt đáy BC và chùm tia ló khỏi mặt AC song song với đáy BC. Mô tả quang phổ của chùm tia ló đó.

b) Tính độ rộng của nó. Độ rộng đó có phụ thuộc vào điểm tới I không ? Cho biết chiều cao của lăng kính AH = h = 5 cm.

6.3. Lăng kính của một máy quang phổ có góc chiết quang $A = 60^o$, được làm bằng flin (một loại thuỷ tinh quang học) có chiết suất phụ thuộc vào bước sóng như sau :

$\lambda_1 = 656$ nm	$\lambda_2 = 546$ nmm	$\lambda_3 = 343$ nmm
$n_1 = 1,608$	$n_2 = 1,617$	$n_3 = 1,635$

a) Lăng kính được đặt sao cho độ lệch là cực tiểu đối với bức xạ λ_2. Tính góc tới i và góc lệch D của tia sáng.

b) Thấu kính chuẩn trực và thấu kính buồng tối đều có tiêu cự f = 50 cm, dùng đạo hàm $\frac{dD}{dn}$, hãy tính góc lệch đối với các bức xạ λ_1, λ_3 và khoảng cách giữa ba vạch quang phổ λ_1, λ_2, λ_3.

c) Nếu từ vị trí trên của lăng kính, ta tăng góc tới i một chút, thì vị trí và khoảng cách của ba vạch quang phổ trên thay đổi như thế nào ?

6.4. Một lăng kính Crao (một loại thuỷ tinh quang học thông dụng) có góc chiết quang $A = \frac{1}{20}$ rad và có các chiết suất : $n_C = 1,524$ ($\lambda_C = 656$ nm) ; $n_F = 1,532$ ($\lambda_F = 434$ nm).

Một tia sáng trắng rọi vào một mặt bên của lăng kính dưới góc tới i nhỏ.

a) Tính góc lệch của hai tia ló, ứng với hai bức xạ C và F.

b) Người ta ghép lăng kính này với một lăng kính flin, có các chiết suất : $n_C = 1,780$ và $n_F = 1,810$. Tính góc A' của lăng kính này, để hai tia C và F, sau khi qua hệ hai lăng kính trở thành song song ; tính góc lệch D của tia sáng lúc đó.

6.5. Một thấu kính hai mặt lồi, cùng bán kính R = 30 cm bằng crao có các chiết suất : $n_C = 1{,}524$ ($\lambda_C = 656$ nm) ; $n_F = 1{,}532$ ($\lambda_F = 434$ nm).

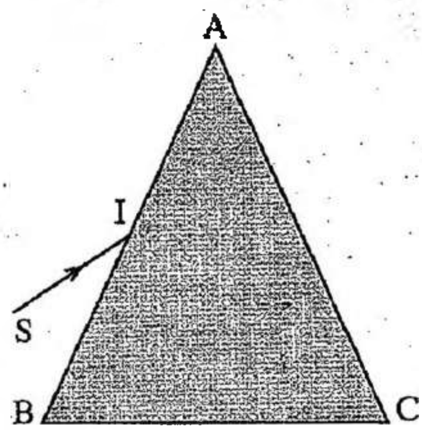
a) Tính khoảng cách F_FF_C giữa hai tiêu điểm F_F và F_C của thấu kính, ứng với hai bức xạ F và C.

b) Thấu kính này được ghép sát với một thấu kính hai mặt lõm có cùng bán kính R' bằng flin, có chiết suất : $n'_C = 1{,}780$ và $n'_F = 1{,}810$ sao cho tiêu điểm F của hệ đối với hai bức xạ F và C trùng nhau. Tính R' và tiêu cự f của hệ.

6.6. Cho một lăng kính có tiết diện thẳng là một tam giác đều ABC, đáy BC nằm ở phía dưới và góc chiết quang A (Hình 6.2). Chiết suất của thuỷ tinh làm lăng kính phụ thuộc vào bước sóng của ánh sáng theo công thức :

$n = a + \dfrac{b}{\lambda^2}$, trong đó a = 1,26 ; b = $7{,}555.10^{-14}$ m^2,

còn λ được đo bằng đơn vị mét. Chiếu một tia sáng trắng SI vào mặt bên AB của lăng kính sao cho tia tới nằm dưới pháp tuyến ở điểm tới. Tia tím có bước sóng $\lambda_t = 0{,}4$ μm, còn tia đỏ có bước sóng $\lambda_đ = 0{,}7$ μm.



Hình 6.2

a) Xác định góc tới của tia sáng SI trên mặt AB sao cho tia tím có góc lệch cực tiểu. Tính góc lệch cực tiểu đó.

b) Bây giờ muốn cho tia đỏ có góc lệch cực tiểu thì phải quay lăng kính quanh cạnh A một góc bao nhiêu, theo chiều nào ?

Muốn cho một tia đơn sắc bất kì có góc lệch cực tiểu thì góc quay lăng kính phải thoả mãn điều kiện gì ?

6.7. Một thấu kính hai mặt lồi cùng bán kính cong R, bằng crao, có chiết suất tính được theo công thức : $n_1 = a_1 + \dfrac{b_1}{\lambda^2}$, với $a_1 = 1{,}5$; $b_1 = \dfrac{1}{200}$ và λ tính bằng micrômet.

a) Tiêu cự của thấu kính, đối với bức xạ λ = 0,55 μm là 30 cm. Tính R và tiêu cự của thấu kính với các bức xạ $\lambda_1 = 0{,}65$ μm, $\lambda_2 = 0{,}43$ μm.

b) Thấu kính này được dán với một thấu kính thứ hai bằng flin có chiết suất :

$$n_2 = a_2 + \frac{b_2}{\lambda^2}, \text{ với } a_2 = 1{,}6 \text{ và } b_2 = \frac{1}{80}.$$

Để thấu kính ghép này tiêu sắc đối với λ_1 và λ_2, thì bán kính cong của mặt thứ hai của thấu kính flin bằng bao nhiêu ? Tính tiêu cự của hệ đối với các bức xạ λ, λ_1, λ_2.

Crao	$n_C = 1,524$	$n_D = 1,528$	$n_F = 1,532$
Flin	$n'_C = 1,642$	$n'_D = 1,652$	$n'_F = 1,662$

Biết rằng mặt tiếp xúc giữa hai thấu kính có bán kính cong bằng $\frac{1}{3}$ bán kính của mặt kia của thấu kính crao. Hãy tính bán kính các mặt của mỗi thấu kính.

6.9. Một thấu kính hội tụ mỏng, tiêu cự f = 30 cm, đường kính 21 mm được cưa làm đôi theo một đường kính. Một thỏi kim loại dài, hẹp, độ dày 1 mm được chèn vào chỗ đường cưa, để tách cho hai nửa thấu kính ra xa nhau, đồng thời để chắn các tia sáng từ nguồn rọi vào màn quan sát.

Một khe F, rất hẹp, phát ánh sáng đơn sắc có bước sóng λ = 500 nm, đặt song song với đường cưa, cách hai nửa thấu kính một khoảng d = 60 cm. Đặt một màn M cách hai thấu kính những khoảng lần lượt 60 cm, 72 cm và 180 cm.

Mô tả hiện tượng nhìn thấy trên màn ở ba vị trí trên. Nếu năng suất phân li của mắt là 2', thì để quan sát vân giao thoa, có cần dùng một kính lúp không ? Nếu cần, thì kính lúp phải có độ tụ tối thiểu bằng bao nhiêu ? (Cho biết D = 25 cm).

6.10. Trong thí nghiệm giao thoa Y-âng, hai nguồn cách nhau S_1S_2 = 1 mm ; khoảng cách từ nguồn S đến hai nguồn S_1, S_2 là d = 1 m và khoảng cách từ S_1S_2 đến màn quan sát là D = 2 m.

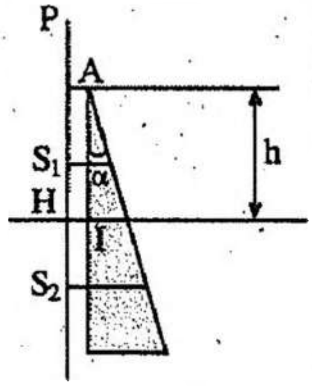
1. Tính khoảng vân, biết ánh sáng đơn sắc do S phát ra có bước sóng λ = 0,6 μm.

2. Đặt sát màn P chứa hai khe S_1S_2 một lăng kính thuỷ tinh có góc chiết quang $\alpha = 10^{-2}$ rad, chiết suất n = 1,5, cạnh song song với các khe, đỉnh góc chiết quang cách trung điểm I một đoạn h = 1 cm về phía S_1 (Hình 6.3).

a) Tính bề dày của lăng kính tại chỗ các tia sáng từ S_1, S_2 phải đi qua để tới màn quan sát E.

b) Xác định vị trí vân trung tâm O' trên màn E.

c) Chứng minh rằng vị trí vân trung tâm không phụ thuộc vào h và nếu khe S ở vị trí bất kì S' thì vị trí vân trung tâm mới O" nằm trên đường đi của ánh sáng S'I sau khi qua lăng kính (giả sử màn P được bỏ đi).



Hình 6.3

6.11. Hai lăng kính giống nhau, có góc chiết quang 20', cùng làm bằng thuỷ tinh, chiết suất n = 1,6, có đáy gắn với nhau. Một khe F đặt trên mặt phẳng của đáy chung và song song với cạnh khúc xạ của hai lăng kính, cách chúng một khoảng d = 0,5 m. Trên một màn đặt cách hai lăng kính một khoảng d' = 2 m, ta quan sát được một hệ vân giao thoa.

a) Khe F rất hẹp, phát ánh sáng đơn sắc bước sóng λ = 546 nm. Tính khoảng vân i và số vân N quan sát được.

b) Khe F ban đầu rất hẹp, sau đó được mở rộng dần. Hỏi khi khe F tới độ rộng nào thì không quan sát vân được nữa ?

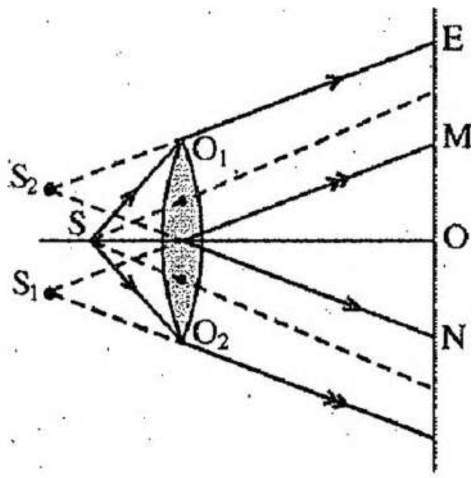
c) Cho F tịnh tiến xa dần hai lăng kính, theo phương vuông góc với F, và vẫn nằm trong mặt phẳng của đáy chung. Hỏi hệ vân thay đổi thế nào ?

6.12. Một thấu kính hội tụ (tiêu cự f = 15 cm) được cưa đôi theo mặt phẳng chứa quang trục chính, rồi hớt đi một nửa lớp dày h = 1,25 mm tính từ quang tâm, xong dán lại thành lưỡng thấu kính (Hình 6.4), trong đó O_1 là vị trí quang tâm vốn có (ban đầu, trước khi hớt) đối với nửa thấu kính dưới, O_2 là vị trí quang tâm vốn có (đối với nửa thấu kính trên). Một nguồn sáng điểm S phát ba bức xạ đơn sắc thuộc vùng đỏ, vùng lục, vùng lam có bước sóng lần lượt là λ_1, λ_2, λ_3, được đặt trên trục đối xứng của lưỡng thấu kính, cách thấu kính một khoảng d_1 = 7,5 cm. Phía sau lưỡng thấu kính, người ta đặt một màn E vuông góc với trục đối xứng của lưỡng thấu kính và cách lưỡng thấu kính một khoảng d_2 = 235 cm.

a) Xác định khoảng cách a giữa hai ảnh S_1, S_2 của S tạo bởi lưỡng thấu kính. Vẽ đường đi của tia sáng qua lưỡng thấu kính.

b) Che nguồn S lần lượt bằng kính đỏ và kính lục (để lọt bức xạ đỏ, bức xạ lục), trên màn E có hai hệ vân giao thoa với các khoảng vân tương ứng bằng i_1 = 0,64 mm và i_2 = 0,54 mm. Xác định λ_1, λ_2 của hai bức xạ đó.

c) Do thiếu kính lọc màu lam, người ta dùng một kính lọc để lọc đồng thời hai bức xạ đỏ và lam. Khi đó, trên màn E ta quan sát được các cực đại giao thoa cả hai loại màu đỏ và lam. Đồng thời ở các vân số 0, số 3 và số 6 của hệ vân đỏ thấy có sự trùng khít với các vân màu lam. Xác định bước sóng màu lam λ_3, biết rằng 0,46 μm $\le \lambda_3 \le$ 0,50 μm.



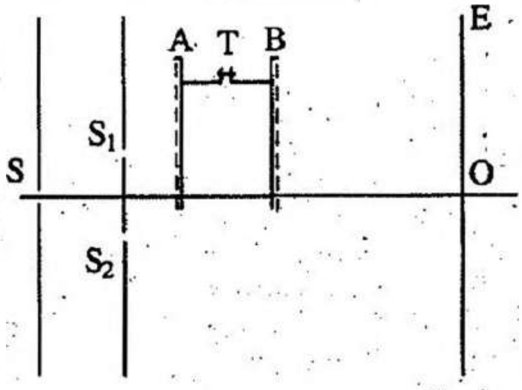
Hình 6.4

d) Cho biết sự chồng chập của vân sáng ứng với ba bức xạ λ_1, λ_2, λ_3 tạo cảm giác sáng trắng. Hãy mô tả hiện tượng giao thoa khi không dùng kính lọc. Tính tổng số vân sáng trắng quan sát được trong trường giao thoa. Các vân này ứng với cực đại giao thoa nào của hệ vân đó ?

6.13. Trong thí nghiệm giao thoa Y-âng, khoảng cách giữa hai khe $S_1S_2 = 1$ mm và khoảng cách từ S_1S_2 đến màn E là D = 2 m ; người ta chiếu sáng khe S với bức xạ có bước sóng $\lambda = 0,5893$ μm trong chân không.

1. Tính khoảng vân quan sát được trên màn.

2. Đặt trước khe S_1 một ống T có chiều dài 20 cm được đóng kín bởi hai tấm kính rất mỏng, phẳng, song song A và B có kích thước đủ chắn trước khe S_2 (Hình 6.5). Trên màn E quan sát thấy gì khi ống T thông với bên ngoài ?



Hình 6.5

3. Hút hết không khí để tạo chân không bên trong ống T.

a) Hệ vân giao thoa trên màn E bây giờ như thế nào ?

b) Cho biết trong quá trình hút khí ra khỏi ống T, người ta thấy có 99 vân sáng dịch chuyển qua tâm O của màn E và khi ống T hoàn toàn là chân không thì tại O có một vân tối. Tìm chiết suất của không khí trong điều kiện thí nghiệm.

c) Chiếu sáng khe S bằng ánh sáng trắng (0,38 μm $\leq \lambda \leq$ 0,76 μm) và đặt khe ống chuẩn trực của máy quang phổ tại O, song song với các khe S_1, S_2. Hỏi quang phổ thu được sẽ như thế nào ? Giả sử chiết suất không khí có cùng một giá trị với mọi bức xạ.

6.14. Một hệ vân giao thoa được tạo bằng hai khe Y-âng F_1, F_2 đặt cách nhau một khoảng a = 3 mm. Màn quan sát vân cách hai khe một khoảng D = 0,9 m. Nguồn S là một bóng đèn điện, có dây tóc thẳng, đường kính d = 0,05 mm, đặt song song với hai khe F_1, F_2.

a) Đặt trước hai khe một tấm kính lọc, chỉ để lọt bức xạ 500 nm. Để quan sát được vân giao thoa thì phải đặt đèn cách hai khe một khoảng *l* tối thiểu bằng bao nhiêu ?

b) Cho *l* = 0,6 m. Che một trong hai khe bằng một bản mỏng, độ dày e = 0,006 mm, chiết suất n = 1,5. Hỏi hệ vân dịch chuyển bao nhiêu, theo chiều nào ? Để đưa hệ vân trở lại vị trí ban đầu, phải cho đèn dịch chuyển bao nhiêu, theo chiều nào ?

c) Đèn vẫn ở vị trí ban đầu, kính lọc và bản mỏng đều được nhấc đi. Trên màn M, cách vân trung tâm 1,2 mm có khe một máy quang phổ. Hỏi quan sát trong máy quang phổ, ta trông thấy mấy vân sáng, mấy vân tối ? Hệ vân thay đổi thế nào, nếu giữ nguyên vị trí của máy quang phổ và của hai khe, ta cho đèn tịnh tiến một đoạn y = 0,5 mm theo phương song song với màn M và vuông góc với hai khe F_1, F_2 ? Cho biết giới hạn của phổ khả kiến là 380 nm và 760 nm.

6.15. Trong một thí nghiệm với bán thấu kính Billet hai nửa thấu kính, tiêu cự $f = 15$ cm đặt cách nhau một khoảng $e = 2$ mm. Khe F hẹp đặt cách bán thấu kính một khoảng $d = 30$ cm và màn quan sát M cách bán thấu kính một khoảng $D = 1,5$ m.

a) Khe F phát ánh sáng đơn sắc bước sóng $\lambda = 546$ nm. Tính khoảng vân i và số vân N quan sát được. Nếu khe F có độ rộng 0,04 mm thì có quan sát được vân không ?

b) Khe F rất hẹp phát ánh sáng trắng. Trên màn M ở đúng tâm của vân chính giữa có khe của một máy quang phổ. Chắn một trong hai ảnh của khe bằng một bản trong suốt, độ dày $l = 0,006$ mm, chiết suất $n = 1,5$ không phụ thuộc bước sóng. Hỏi trong máy quang phổ ta trông thấy mấy vân sáng, mấy vân tối ? Tính bước sóng của các vân ấy.

c) Bỏ bản mỏng đi, vẫn giữ nguyên vị trí của máy quang phổ, ta cho khe F tịnh tiến một khoảng y theo phương song song với màn M và vuông góc với đường cưa của hai bán thấu kính. Khe F vẫn phát ánh sáng trắng. Mô tả quang phổ quan sát được trong quá trình dịch chuyển của F. Khi $y = 0,8$ mm, thì trên quang phổ có bao nhiêu vân sáng, bao nhiêu vân tối ? Khi y bằng bao nhiêu thì vân bắt đầu biến mất ?

6.16. Trong thí nghiệm giao thoa Y-âng, $S_1S_2 = 0,5$ mm, màn quan sát E cách S_1S_2 một khoảng D.

1. Chiếu sáng khe S bằng bức xạ $\lambda = 0,546$ µm. Tính khoảng vân phụ thuộc vào D, khi D biến thiên từ 40 cm đến 90 cm.

2. Chiếu sáng khe S đồng thời bằng hai bức xạ λ_1, λ_2 và $6\lambda_1 = 5\lambda_2$. Mô tả hiện tượng quan sát được trên màn E. Hiện tượng đó có quan sát được với bức xạ phát ra bởi hơi natri không ?

3. Khi S được chiếu ánh sáng của hơi natri ấy (lấy $\lambda = 0,589$ µm). Khe này rất nhỏ. Người ta dịch chuyển tịnh tiến S theo phương song song với S_1S_2 cho đến khi một vân tối chiếm một chỗ vân sáng kề nó.

a) Tính độ dời b của S. Cho biết $D = 50$ cm và S cách $S_1S_2 = 50$ cm.

b) Nếu khoét rộng dần khe S cho đến khi bề rộng của S bằng 2b, thì trên màn E sẽ quan sát thấy gì ?

4. Bây giờ chiếu khe S (bề rộng rất nhỏ) bởi ánh sáng trắng $0,4\ \mu m \le \lambda \le 0,75\ \mu m$. Bỏ màn E và đặt tại vị trí của E khe của ống chuẩn trực của một máy quang phổ, sao cho khe này song song và cách vân sáng trung tâm O một đoạn 1 cm. Chứng tỏ rằng, sẽ thu được quang phổ có những vằn đen và các tần số tương ứng với các vằn đen này hợp thành một cấp số cộng. Hỏi cấp số cộng đó có bao nhiêu số hạng và tính công sai của nó ? Khi đưa dần khe của ống chuẩn trực lại gần vân trung tâm O người ta sẽ quan sát được gì ?

6.17. Hai gương Fre-nen hợp với nhau một góc nhỏ $\alpha = 20'$ được chiếu sáng bằng một khe F đặt song song với cạnh chung C của hai gương, cách C một khoảng $l = 20$ cm. Một màn M để quan sát vân cách C một khoảng $d = 1$ m.

a) Khe F phát ra ánh sáng đơn sắc, bước sóng $\lambda = 0{,}589$ μm. Quan sát hệ vân, ta thấy chúng không thật cách đều nhau, mà khoảng vân i tăng dần từ đầu này tới đầu kia. Quay màn M một góc nhỏ quanh một trục song song với các vân, thì các vân dần dần trở lại thành cách đều nhau. Hãy giải thích hiện tượng và cho biết đã quay màn M theo chiều nào ? Tính khoảng vân i và số vân N quan sát được.

b) Hỏi ta làm thế nào để nhận biết được vân trung tâm ? Đặt khe ống chuẩn trực một máy quang phổ trên màn M, tại điểm O' cách tâm O của vân trung tâm một khoảng OO' = 1,5 mm, rồi chiếu sáng khe F bằng một đèn điện dây tóc. Hỏi trong quang phổ, ta thấy mấy vân sáng, và mấy vân tối ? Tính bước sóng của các vân ấy.

c) Hệ vân trên thay đổi như thế nào trong các trường hợp sau :

1. Cho F tịnh tiến một cung tròn nhỏ s = 1 mm trên đường tròn tâm C, bán kính l.

2. Cho F tịnh tiến ra xa dần hai gương.

3. Ban đầu khe F rất hẹp, sau đó được mở rộng dần.

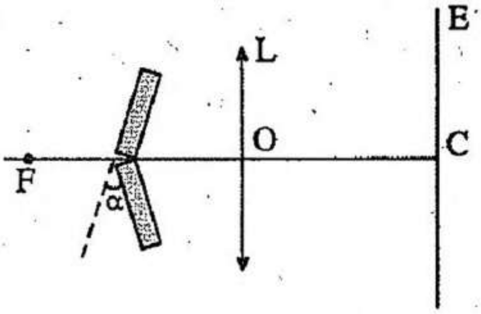
6.18. Trong thí nghiệm giao thoa với lưỡng lăng kính Fre-nen, khoảng cách từ khe S đến lưỡng lăng kính là $d_1 = 1{,}20$ m, từ lưỡng lăng kính đến màn quan sát E cũng bằng d. Bức xạ dùng trong thí nghiệm là ánh sáng phát ra từ đèn hơi natri, có bước sóng $\lambda = 0{,}589$ μm ứng với chiết suất n = 1,53 của lăng kính.

a) Tính góc chiết quang A của lăng kính, biết rằng trường giao thoa trên màn E chứa đúng 20 vân tối ? Tính khoảng vân.

b) Phía sau lăng kính, cách lăng kính 1 m người ta đặt một thấu kính hội tụ có độ tụ 4 dp và đặt màn quan sát E ở vị trí mới cách lăng kính 3 m. Trên màn quan sát thấy gì ? Tính khoảng vân.

c) Bây giờ bỏ thấu kính hội tụ nói trên và ghép sát với lưỡng lăng kính một thấu kính phẳng – lồi cùng chất thuỷ tinh như lưỡng lăng kính, bán kính mặt lồi 50 cm. Giải thích sự tạo thành vân giao thoa trên màn E và tính khoảng vân.

6.19. Phía sau một thấu kính hội tụ L (có tiêu cự 20 cm và đường kính chu vi (vành thấu kính) 2 cm), đặt một màn E vuông góc với trục chính thấu kính. Người ta cưa đôi một bản mặt song song (có bề dày e = 2,4 cm và chiết suất n = 1,5) và ghép hai nửa thành một nhị diện tù có góc bằng (π – 0,125) rad, sau đó đặt nhị diện trước thấu kính như trên hình 6.6. Một khe rất nhỏ F đặt trên trục chính thấu kính, phía trước nhị diện và cách thấu kính một khoảng $l = 30{,}8$ cm. Chiếu sáng khe F bởi bức xạ $\lambda = 0{,}5$ μm.



Hình 6.6

a) Xác định vị trí hai ảnh F_1', F_2' của khe F tạo bởi quang hệ "nhị diện + thấu kính" trên và tính khoảng cách a giữa chúng.

b) Phải đặt màn E cách thấu kính một khoảng tối thiểu bằng bao nhiêu để quan sát được các vân giao thoa trên màn E ?

c) Đặt màn E cách thấu kính $l' = 1,2$ m. Tính khoảng vân.

d) Ngay phía sau ảnh F_1' của F người ta đặt một bản thuỷ tinh mỏng (dày 8 μm, chiết suất n = 1,5), theo phương vuông góc với trục chính. Hệ vân trên màn E thay đổi như thế nào ?

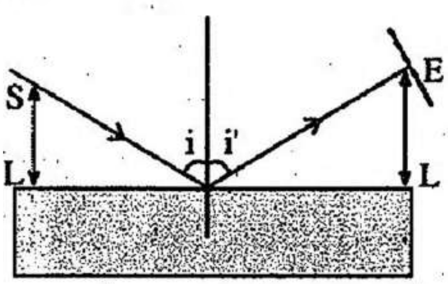
6.20. Nhìn một váng dầu trên mặt nước theo phương làm với mặt nước một góc 60^o ta thấy toàn bộ váng dầu màu vàng (ứng với bước sóng $\lambda_1 = 60$ μm). Coi chiết suất của dầu là 1,45 và không phụ thuộc vào bước sóng. Mắt đặt xa mặt nước.

a) Tính bề dày nhỏ nhất của váng dầu.

b) Nếu nhìn theo phương hợp với mặt nước một góc 30^o thì thấy váng dầu màu gì ?

6.21. Một màng mỏng nước xà phòng được tạo bởi khung dây hình tròn bán kính 2 cm. Màng được chiếu bằng một nguồn sáng trắng, rộng. Quan sát màng bằng ánh sáng phản xạ dưới góc 45^o ta thấy nó có màu xanh (bước sóng $\lambda = 0,5$ μm). Có thể xác định khối lượng của màng bằng cân có độ chính xác 0,2 mg được không ? Cho biết chiết suất và khối lượng riêng của nước xà phòng lần lượt là : $n = 1,33$; $\rho = 10^3$ kg/m^3.

6.22. Nguồn sáng điểm S phát ánh sáng đơn sắc có $\lambda = 0,56$ μm và đặt cách bản mỏng L = 1 m. Bản có bề dày h = 0,1 mm, chiết suất n = 1,4. Một màn E đặt vuông góc với chùm phản xạ và cũng cách bản mặt một khoảng L (Hình 6.7). Góc tới của chùm phản xạ là $i = 60^o$.



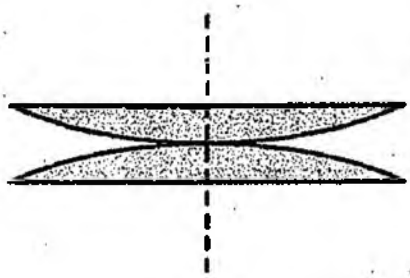
Hình 6.7

a) Tìm khoảng vân.

b) Xác định độ đơn sắc cho phép $\Delta\lambda$ để có thể quan sát được giao thoa.

6.23. Một chùm ánh sáng tán xạ đơn sắc có $\lambda = 0,5$ μm đập vào một bản thuỷ tinh mỏng, hai mặt song song, chiết suất n = 1,52. Biết khoảng cách góc giữa hai cực đại liên tiếp của ánh sáng phản xạ là $\delta i = 3^o$ (quan sát dưới các góc lân cận góc $i = 60^o$). Xác định bề dày của bản.

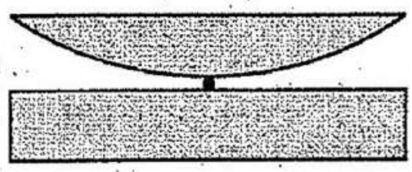
6.24. Một hệ thống gồm hai thấu kính mỏng giống nhau, một mặt phẳng, một mặt cầu lồi đặt tiếp xúc nhau như hình 6.8. Chiếu tới hệ chùm tia đơn sắc có bước sóng $\lambda = 0,5$ μm theo phương vuông góc với mặt phẳng.


Hình 6.8

a) Xác định bề dày của lớp không khí ở đó ta quan sát thấy vân sáng đầu tiên.

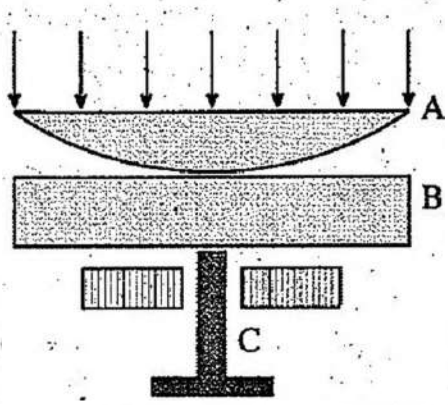
b) Biết vân tối thứ năm có bán kính 2 mm và thấu kính có chiết suất $n = 1,5$. Tìm tiêu cự của thấu kính.

6.25. Một thấu kính phẳng – lồi, mặt lồi có bán kính $R = 25$ cm đặt trên một bản thuỷ tinh phẳng. Đỉnh mặt cầu không tiếp xúc với bản thuỷ tinh phẳng vì có một hạt bụi (Hình 6.9). Người ta đo được bán kính các vân tròn Niu-tơn thứ 10 và thứ 15 là $r_{10} = 5$ mm, $r_{15} = 7,5$ mm. Xác định bước sóng của ánh sáng.



Hình 6.9

6.26. Một hệ gồm thấu kính phẳng – lồi A cố định và một bản thuỷ tinh hai mặt song song B có thể dịch chuyển nhờ một ốc vít C có bước ốc $h = 0,1$ mm. Chiếu một chùm ánh sáng đơn sắc bước sóng $\lambda = 580$ nm từ trên xuống theo phương thẳng góc với mặt phẳng để quan sát vân tròn Niu-tơn bằng ánh sáng phản xạ (Hình 6.10).



Hình 6.10

a) Hình ảnh giao thoa thay đổi thế nào nếu quay đều ốc C để tăng hoặc giảm khe hở giữa thấu kính và bản ?

b) Số vân xuất hiện hoặc bị biến mất là bao nhiêu khi xoay ốc một vòng ?

6.27. Một thấu kính phẳng lồi L đặt trên một bản thuỷ tinh phẳng. Chiếu ánh sáng có $\lambda = 0,546$ µm theo phương vuông góc và quan sát bằng ánh sáng phản xạ.

a) Người ta đo được đường kính vân tối thứ 5 và thứ 15 lần lượt là 9,34 mm và 16,18 mm. Tính bán kính mặt cong của L.

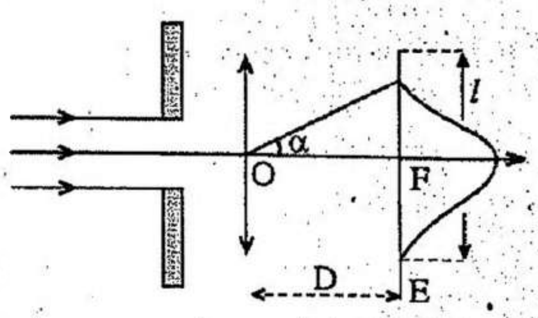
b) Cho một chất lỏng chiếm đầy giữa không khí và bản thuỷ tinh rồi lặp lại phép đo trên được 8,09 mm và 14,0 mm. Tìm chiết suất của chất lỏng.

c) Trong trường hợp lớp mỏng là không khí, nếu ta tịnh tiến thấu kính lên trên thì điều gì sẽ xảy ra ?

6.28. Một thấu kính mỏng hai mặt lồi, cùng bán kính R_1 và một thấu kính mỏng, hai mặt lõm, cùng bán kính R_2. Cả hai cùng bằng thuỷ tinh chiết suất n, được đặt đồng trục và tiếp xúc với nhau. Chiếu sáng hệ bằng một chùm sáng đơn sắc rộng, bước sóng λ và quan sát ánh sáng phản xạ theo phương trục chính, người ta quan sát được một hệ vân Niu-tơn. Vân sáng thứ 6 và vân sáng thứ 16 tính từ trong ra có bán kính lần lượt là ρ_1, ρ_2.

Một vật phẳng AB đặt trước hệ, cách hệ một khoảng d. Xác định vị trí, bản chất số phóng đại của ảnh A'B' của vật qua hệ. Cho biết : $\lambda = 456$ nm ; $\rho_1 = 1855$ mm, $\rho_2 = 3,161$ mm, $n = 1,5$; $d = 0,8$ m.

6.29. Một chùm tia sáng đơn sắc song song, có bước sóng $\lambda = 0,6$ µm, được rọi vuông góc với một khe chữ nhật hẹp có bề rộng b = 0,1 mm. Ngay sau khe có đặt một thấu kính (Hình 6.11). Tìm bề rộng l của vân cực đại chính trên một màn quan sát E đặt tại tiêu diện của thấu kính và cách thấu kính D = 1 m.



Hình 6.11

6.30. Một chùm tia sáng đơn sắc song song, bước sóng $\lambda = 0,589$ µm, chiếu thẳng góc với một khe hẹp có bề rộng b = 2 µm. Hỏi các cực tiểu nhiễu xạ được quan sát dưới những góc nhiễu xạ bằng bao nhiêu (so với phương ban đầu) ?

6.31. Tìm góc nhiễu xạ ứng với các cực tiểu nhiễu xạ đầu tiên nằm ở hai bên cực đại chính giữa trong nhiễu xạ Frao-hô-fe qua một khe hẹp (bề rộng b = 10 µm). Biết rằng chùm tia sáng đập vào khe dưới góc tới $\theta = 30^o$ và bước sóng ánh sáng $\lambda = 0,50$ µm.

6.32. Chiếu một chùm tia sáng đơn sắc song song, bước sóng $\lambda = 0,5$ µm, thẳng góc với một cách tử nhiễu xạ, phía sau cách tử có đặt một thấu kính hội tụ tiêu cự f = 1 m. Màn quan sát hình ảnh nhiễu xạ được đặt tại tiêu diện của thấu kính. Khoảng cách giữa hai vạch cực đại chính của quang phổ bậc 1 bằng $l = 0,202$ m. Hãy xác định :

a) Chu kì của cách tử ;

b) Số vạch trên 1 cm của cách tử ;

c) Số vạch cực đại chính tối đa cho bởi cách tử ;

d) Góc nhiễu xạ ứng với vạch quang phổ ngoài cùng.

6.33. Một chùm tia sáng được rọi vuông góc với một cách tử. Biết rằng góc nhiễu xạ đối với vạch quang phổ $\lambda_1 = 0,65$ µm, trong quang phổ bậc 2 bằng $\varphi_1 = 45^o$. Xác định góc nhiễu xạ ứng với vạch quang phổ $\lambda = 0,50$ µm trong quang phổ bậc 3.

6.34. Một chùm tia sáng phát ra từ một ống phóng điện chứa đầy khí hiđrô tới đập vuông góc với một cách tử nhiễu xạ. Theo phương $\varphi = 41^o$ người ta quan sát thấy có hai vạch của $\lambda_1 = 0,6563$ µm và $\lambda_2 = 0,4102$ µm, ứng với bậc quang phổ bé nhất trùng nhau. Hãy xác định chu kì của cách tử.

6.35. Một chùm tia sáng đơn sắc tới vuông góc với một cách tử có chu kì 2,2 µm. Biết rằng giữa các vạch cực đại của quang phổ bậc 1 và bậc 2 bằng 15^o. Hãy xác định bước sóng của ánh sáng tới.

6.36. Sau một cách tử nhiễu xạ, có hằng số bằng 2 μm đặt một thấu kính hội tụ và tại tiêu diện của thấu kính đặt một màn quan sát. Khoảng cách giữa hai vạch cực đại của heli (ứng với các bước sóng 4044 Å và 4047 Å) trong quang phổ bậc 1 trên màn quan sát bằng 0,1 mm. Tìm tiêu cự thấu kính.

6.37. Người ta thu quang phổ nhiễu xạ nhờ một cách tử truyền qua và một thấu kính hội tụ có tiêu cự f = 74 cm. Màn ảnh đặt ở tiêu diện ảnh của thấu kính. Các chùm sáng song song của hai ánh sáng đơn sắc có bước sóng $\lambda = 6912$ Å và $\lambda' = 6939$ Å được chiếu vuông góc vào mặt phẳng của cách tử. Quang trục của thấu kính đặt nghiêng so với pháp tuyến của mặt phẳng của cách tử sao cho trên màn có cực đại chính bậc 3 của ánh sáng bước sóng λ nằm tại tiêu điểm ảnh của thấu kính. Vạch cực đại chính bậc 3 của ánh sáng bước sóng λ' cách tiêu điểm ảnh của thấu kính $\Delta x = 3$ mm.

Hãy xác định :

a) Hằng số cách tử và góc tạo bởi trục chính của thấu kính so với pháp tuyến của cách tử.

b) Khoảng cách giữa hai vạch cực đại chính bậc 4 ứng với hai ánh sáng đơn sắc nói trên.

c) Thay cách tử nói trên bằng một cách tử khác nhưng đặt vuông góc với trục chính của thấu kính. Các chùm sáng đơn sắc song song của hai ánh sáng đơn sắc nói trên chiếu vuông góc vào mặt phẳng cách tử. Người ta thấy hai vạch cực đại chính bậc 2 của hai ánh sáng đơn sắc nói trên cách nhau 1,5 mm. Tìm hằng số cách tử của cách tử này.

Chương III
VẬT LÍ HIỆN ĐẠI

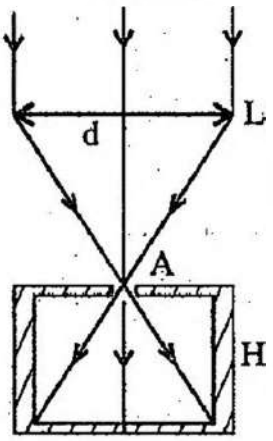
CHỦ ĐỀ 7 Bức xạ nhiệt. Thuyết lượng tử. Thuyết tương đối

7.1. Một lò luyện kim có cửa sổ quan sát rộng 4 cm × 6 cm, phát xạ năng lượng bằng 33,12 calo trong mỗi giây. Coi lò như một vật đen tuyệt đối. Hãy xác định :

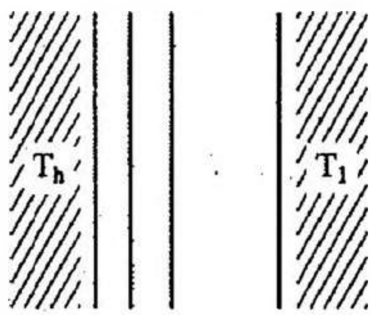
a) Nhiệt độ của lò.

b) Bước sóng ứng với năng suất phát xạ cực đại của lò. Bước sóng ấy ứng với miền nào của quang phổ ?

7.2. Một chùm tia sáng Mặt Trời chiếu qua một thấu kính L có khẩu độ tỉ đối (tỉ số của đường kính khẩu độ d và tiêu cự f của thấu kính) $\frac{d}{f} = 0,5$, hội tụ tại lỗ nhỏ A của hộp H. Hộp này có toàn bộ mặt trong được bôi đen, mặt ngoài nhẵn bóng (Hình 7.1). Đường kính của lỗ A nhỏ hơn đường kính của ảnh Mặt Trời tạo bởi thấu kính. Xác định nhiệt độ T trong hộp. Cho biết nhiệt độ bề mặt Mặt Trời là $T_0 = 6000$ K. Bỏ qua năng lượng mất mát khi ánh sáng truyền trong không khí, qua thấu kính và qua các bề mặt của hộp.



Hình 7.1



Hình 7.2

7.3. Một mặt phẳng bôi đen ở nhiệt độ cao không đổi T_h, đặt song song với một mặt phẳng bôi đen khác ở nhiệt độ không đổi T_1 thấp hơn. Giữa hai mặt là chân không (Hình 7.2). Để giảm nhiệt truyền bằng bức xạ, người ta đặt một màn chắn nhiệt gồm hai bản mỏng bôi đen cách nhiệt với nhau, vào giữa hai mặt nóng và lạnh và song song với chúng. Sau một thời gian, trạng thái dừng hình thành. Hỏi dòng nhiệt truyền giữa hai bản nóng lạnh giảm đi theo hệ số ε bằng bao nhiêu khi có màn chắn nhiệt ? Bỏ qua các ảnh hưởng gây ra do các kích thước của mặt phẳng là hữu hạn.

(Trích Đề thi Olimpic Vật lí Quốc tế năm 1996 ở Na Uy)

7.4. Hãy tính trị số của hằng số Mặt Trời W_0 (bằng lượng quang năng mà mỗi phút Mặt Trời rọi lên trên một diện tích 1 cm^2 đặt vuông góc với tia sáng Mặt Trời và cách Mặt Trời một đoạn bằng khoảng cách trung bình từ Mặt Trời đến Trái Đất). Xem Mặt Trời như một vật đen tuyệt đối có nhiệt độ bề mặt là $T_0 = 5800$ K, có bán kính $R_0 = 6,95.10^8$ m và biết khoảng cách trung bình từ Mặt Trời đến Trái Đất là $D = 1,5.10^{11}$ m.

7.5. Một lò luyện kim có cửa sổ quan sát rộng 8 cm x 15 cm, phát ra với công suất 9708 W.

a) Tìm nhiệt độ T của lò, cho biết tỉ số giữa năng suất phát xạ hoàn toàn của lò với năng suất phát xạ của vật đen tuyệt đối ở cùng nhiệt độ đó là $\alpha = 0,9$.

b) Xác định bước sóng ứng với năng suất phát xạ cực đại của lò. Bước sóng đó thuộc vào vùng nào của quang phổ ?

7.6. Tìm bước sóng ứng với năng suất phát xạ cực đại của :

a) Vật đen tuyệt đối có nhiệt độ bằng nhiệt độ cơ thể người (37^oC) ;

b) Dây tóc bóng đèn điện (3000 K) ;

c) Bề mặt Mặt Trời (6000 K) ;

d) Bom nguyên tử khi nổ (10^7 K).

Coi các nguồn sáng mạnh trong các câu b, c, d, đều là vật đen tuyệt đối.

7.7. Nhiệt độ sợi dây tóc bóng đèn điện luôn biến đổi vì được đốt nóng bằng dòng điện xoay chiều. Hiệu số giữa nhiệt độ thấp nhất và cao nhất là 100 K, nhiệt độ trung bình là 2500 K. Hỏi công suất bức xạ của sợi dây tóc biến đổi bao nhiêu lần giữa nhiệt độ thấp nhất và nhiệt độ cao nhất ?

7.8. Nhiệt độ của sợi dây tóc vonfam trong bóng đèn 100 W bằng 3000 K. Diện tích bề mặt của sợi dây tóc là $S = 1\ cm^2$. Hỏi công suất bức xạ của nó nhỏ hơn công suất bức xạ của vật đen tuyệt đối có cùng diện tích và nhiệt độ bao nhiêu lần ? Giả sử rằng ở trạng thái cân bằng toàn bộ nhiệt do dây tóc phát ra đều ở dạng bức xạ.

7.9. Nhiệt độ ban đầu của một vật đen tuyệt đối là $T_1 = 310$ K. Sau đó vật được đun nóng và bước sóng ứng với năng suất phát xạ cực đại của nó đã thay đổi một lượng $\Delta\lambda = 8,70\ \mu m$. Hỏi vật đã được đun nóng đến nhiệt độ nào ?

7.10. *Nhiệt độ của một vệ tinh trong vũ trụ được tính trong bài toán này.* Bộ phận chính của vệ tinh được xem như là một quả cầu đường kính 1 m và toàn bộ bộ phận này của vệ tinh được giữ cùng một nhiệt độ. Toàn bộ mặt cầu của vệ tinh được phủ cùng một loại sơn. Vệ tinh bay ở khoảng không gian gần Trái Đất nhưng không đi vào bóng tối của Trái Đất.

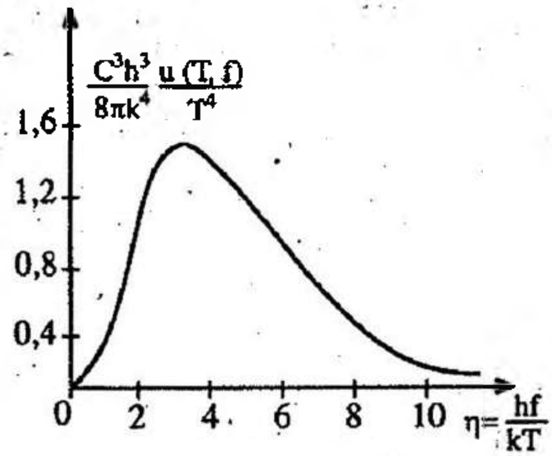
Nhiệt độ của bề mặt Mặt Trời (xem như vật đen tuyệt đối) là $T_{sm} = 6000$ K. Bán kính Mặt Trời là $6{,}96.10^8$ m. Khoảng cách giữa Mặt Trời và Trái Đất là $1{,}5.10^{11}$ m. Dưới ánh sáng Mặt Trời vệ tinh nóng lên đến nhiệt độ mà bức xạ của vật đen (bức xạ đen) do vệ tinh phát ra cân bằng với công suất mà nó hấp thụ từ ánh sáng Mặt Trời. Công suất mà vật đen phát ra từ một đơn vị diện tích mặt ngoài được tính theo định luật Stê-fan – Bơn-xơ-man $\mathscr{P} = \sigma T^4$, trong đó σ là một hằng số có giá trị bằng $5{,}67.10^{-8}$ $Wm^{-2}.K^{-4}$.

a) Hãy tìm một biểu thức để tính nhiệt độ của vệ tinh và tính giá trị của nhiệt độ ấy.

b) Phổ bức xạ của vật đen (bức xạ đen) u(T, f) mà một vật ở nhiệt độ T phát ra được tính theo định luật bức xạ của Plăng :

$$u(T, f)df = \frac{8\pi k^4 T^4}{c^3 h^3} \cdot \frac{\eta^3 d\eta}{(e^\eta - 1)}$$

trong đó udf là mật độ năng lượng của bức xạ điện từ trong khoảng tần số từ f đến f + df, $\eta = \frac{hf}{kT}$, các hằng số là $h = 6{,}6.10^{-34}$ Js ; $c = 3.10^8$ m/s ; $k = 1{,}4.10^{-23}$ JK^{-1} (trong đó h là hằng số Plăng, k là hằng số Bôn-xơ-man và c là tốc độ của ánh sáng). Nếu lấy tích phân biểu thức phổ bức xạ của vật đen với toàn bộ giá trị của tần số f và với mọi hướng phát xạ thì ta được công suất phát xạ toàn phần của đơn vị diện tích là $\mathscr{P} = \sigma T^4$ đó chính là định luật Stê-fan – Bôn-xơ-man mà ta đã nói ở trên $\left(\sigma = \frac{2\pi^5}{15} \cdot \frac{k^4}{c^2 h^3}\right)$. Phổ chuẩn hoá tức là đồ thị biểu diễn hàm : $\frac{c^3 h^3 u(T, f)}{5} 8\pi k^4 T^4$ theo η, được vẽ trên hình 7.3.



Hình 7.3

Trong nhiều ứng dụng của vệ tinh thì ta cần giữ cho nó càng lạnh càng tốt. Để làm lạnh vệ tinh, các kĩ sư đã dùng một lớp sơn phản xạ có tác dụng phản xạ tất cả ánh sáng có tần số cao hơn một giá trị giới hạn, gọi là tần số cắt, nhưng lại không cản trở vệ tinh phát ra các bức xạ nhiệt có tần số thấp hơn. Giả thiết rằng tần số cắt f có giá trị sao cho $\frac{hf}{10}k = 1200$ K. Hãy ước lượng xem, vệ tinh sẽ đạt đến nhiệt độ nào ? Không yêu cầu phải tính chính xác : do đó không cần phải lấy tích phân cẩn thận mà có thể tính gần đúng. Giá trị của tích phân là $\int_0^\infty \frac{\eta^3 d\eta}{e^\eta - 1} = \frac{\pi^4}{15}$ và giá trị cực đại $\frac{\eta^3}{e^\eta - 1}$ xảy ra khi $\eta = 2,82$. Khi η có giá trị nhỏ, thí sinh có thể khai triển hàm mũ và lấy gần đúng $e^\eta = 1 + \eta$.

c) Giả sử chúng ta có một vệ tinh thực có gắn thêm các bản pin Mặt Trời để cung cấp điện và nhiệt sinh ra từ các thiết bị điện tử trong thân vệ tinh tạo ra một nguồn nhiệt phụ thêm đối với vệ tinh. Cho rằng công suất nhiệt toả ra trong vệ tinh là 1 kW. Hỏi nhiệt độ của vệ tinh trong câu b) bây giờ là bao nhiêu ?

d) Một nhà sản xuất đề nghị nên dùng một loại sơn đặc biệt như sau : "Loại sơn này sẽ phản xạ trên 90% tất cả các loại bức xạ rọi tới (cả ánh sáng nhìn thấy lẫn tia hồng ngoại), nhưng lại phát xạ được ánh sáng với mọi tần số (cả ánh sáng nhìn thấy lẫn tia hồng ngoại), giống như một vật đen. Như vậy ta có thể lấy được nhiều nhiệt ra khỏi vệ tinh hơn và loại sơn này giúp ta làm cho vệ tinh lạnh đến đâu cũng được".

Liệu có thể có một loại sơn như vậy không ? Tại sao có hoặc tại sao không ?

e) Loại sơn có khả năng làm tăng nhiệt độ của một vật hình cầu giống như vệ tinh mà ta đang xét đến giá trị cao hơn nhiệt độ đã tính ở câu a) phải có những tính chất nào ?

(Trích Đề thi Olimpic Vật lí Quốc tế năm 1992 ở Phần Lan)

7.11. Một dây tóc bóng đèn có dạng hình trụ dài $l = 4$ cm, đường kính thiết diện d = 0,3 mm. Bóng đèn được mắc vào mạng điện 220 V, dòng điện chạy qua bóng đèn có cường độ 0,5 A. Xem dây tóc như vật đen tuyệt đối khi bức xạ và toàn bộ công suất của bóng đèn được tiêu hao dưới dạng bức xạ nhiệt. Hãy tính :

a) Nhiệt độ của dây tóc bóng đèn ;

b) Bước sóng ứng với năng suất phát xạ cực đại.

7.12. Ở vỏ ngoài một con tàu vũ trụ bay ở gần Trái Đất, ngoài bầu khí quyển có gắn cách nhiệt một bản mỏng đen (xem như vật đen tuyệt đối), bản này nhận được ánh nắng chiếu vuông góc với nó. Tìm nhiệt độ của bản mỏng. Cho biết hằng số Mặt Trời $W_0 = 1,35$ kW/m^2.

7.13. Khi rọi vào catôt phẳng hình tròn của một tế bào quang điện một bức xạ có bước sóng $\lambda = 0,33$ μm, người ta thấy hiệu điện thế hãm phải bằng $U_h = 0,3125$ V.

a) Tính công thoát êlectron và giới hạn quang điện của kim loại.

b) Anôt của tế bào quang điện đó cũng có dạng bản phẳng hình tròn song song với catôt, đặt đối diện và cách catôt một đoạn d = 2 cm. Đặt giữa anôt và catôt của tế bào quang điện đó một hiệu điện thế U = 2,28 V và rọi vào tâm của mặt catôt một chùm bức xạ rất hẹp (xem như một tia bức xạ). Muốn cho toàn bộ số êlectron quang điện bứt ra từ mặt catôt đều đến mặt anôt thì mặt anôt phải có kích thước tối thiểu bằng bao nhiêu ? Xét trường hợp chùm bức xạ được rọi vào toàn bộ mặt catôt có bán kính r = 1 cm. Bỏ qua tác dụng của trọng lực. Xem điện trường giữa anôt và catôt là đều.

7.14. Chiếu một chùm bức xạ có bước sóng $\lambda = 0{,}56\ \mu m$ vào catôt của một tế bào quang điện.

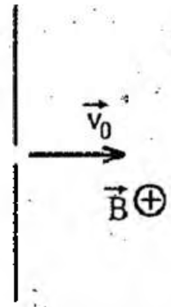
1. Biết cường độ dòng quang điện bão hoà có giá trị $I_{bh} = 2$ mA. Hỏi có bao nhiêu êlectron quang điện được giải phóng khỏi catôt trong mỗi giây ?

2. Dùng màn chắn tách một chùm hẹp các êlectron quang điện rồi hướng chúng vào một từ trường đều có cảm ứng từ $B = 7{,}64.10^{-5}$ T, sao cho $\vec{B}$ có phương vuông góc với phương ban đầu của vận tốc các quang êlectron, chiều như hình 7.4. Ta thấy quỹ đạo các quang êlectron đó trong từ trường là các đường tròn mà bán kính lớn nhất $r_{max} = 2{,}5$ cm.

a) Chứng tỏ các quang êlectron chuyển động tròn đều và chỉ rõ chiều chuyển động của chúng trên hình vẽ.

b) Xác định vận tốc ban đầu cực đại của các quang êlectron.

c) Tính giới hạn quang điện λ_0 của kim loại làm catôt tế bào quang điện.



Hình 7.4

7.15. Một tế bào quang điện chân không, có catôt bằng xêdi, với công thoát của êlectron là A = 1,89 eV, được chiếu sáng bằng một bức xạ điện từ, có biểu thức : $s = a(1 + \cos\omega t).\cos\omega_0 t$, trong đó a là một hằng số còn ω và ω_0 lần lượt có các giá trị $\omega = 6.10^{14}$ rad/s và $\omega_0 = 3{,}6.10^{15}$ rad/s. Tính vận tốc cực đại của các êlectron quang điện.

7.16. Một tế bào quang điện, khi được chiếu sáng bằng bức xạ có bước sóng 555 nm, thì có độ nhạy 200 μA/lm. Cho biết, với bức xạ trên thì 1 W tương đương với 683 lm.

a) Tính hiệu suất lượng tử.

b) Diện tích mặt được rọi sáng của tế bào là 2 cm^2. Tính cường độ dòng điện qua tế bào, khi đặt nó tại một điểm có độ rọi 100 lux.

7.17. Một chùm sáng đơn sắc bước sóng 450 nm rọi vào catôt của một tế bào quang điện chân không và tạo trên catôt một độ rọi E = 60 lux. Hiệu suất lượng tử của tế bào H = 0,05, diện tích catôt là 3 cm^2. Xác định cường độ dòng quang điện bão hoà của tế bào, biết rằng, đối với bước sóng trên thì 1 lm tương đương với 0,04 W.

7.18. Chiếu sáng catôt của một tế bào quang điện bằng bức xạ đơn sắc bước sóng λ, thì vận tốc cực đại của các êlectron quang điện là v. Nếu bước sóng của bức xạ kích thích giảm bằng một nửa thì vận tốc của êlectron lại tăng gấp đôi. Biết công thoát của êlectron khỏi kim loại là 2,23 eV. Hãy tính λ và v.

7.19. Một nguồn sáng điểm đẳng hướng, phát ánh sáng đơn sắc bước sóng $\lambda = 589$ nm, với quang thông toàn phần $\Phi = 750$ lm.

a) Xác định mật độ thông lượng phôtôn (tức là số phôtôn qua mỗi đơn vị diện tích trong mỗi giây, ở cách nguồn một khoảng $r = 1$ m).

b) Giả sử ngưỡng nhạy của mắt đã hoàn toàn thích nghi là 50 phôtôn/giây, và con ngươi của mắt có đường kính lớn nhất $D = 8$ mm, thì khoảng cách xa nhất, trong đêm tối hoàn toàn, mà người có thể phát hiện được nguồn trên là bao nhiêu ?

7.20. Chùm phôtôn của bức xạ đơn sắc $\lambda = 0{,}232$ µm đập thẳng vào mặt một điện cực platin và làm bắn ra theo phương pháp tuyến với mặt các quang êlectron chuyển động với vận tốc cực đại. Hãy tính tổng động lượng đã truyền cho điện cực đó đối với mỗi phôtôn đập vào và làm bắn ra một êlectron. Cho biết công thoát êlectron từ platin là $A = 4{,}09$ eV.

7.21. Chùm phôtôn bức xạ đơn sắc $\lambda = 2720$ Å đập xiên góc vào một mặt của điện cực vonfam và làm bắn ra theo phương vuông góc với chùm phôtôn tới các quang êlectron chuyển động với tốc độ $v = bv_{max} = 0{,}02v_{max}$. Hãy tính tổng động lượng đã truyền cho điện cực đối với mỗi phôtôn đập vào và làm bắn ra một êlectron. Cho biết công thoát êlectron từ vonfam là $A = 4{,}5$ eV.

7.22. Trong hiện tượng tán xạ Côm-tơn, chùm tia tới có bước sóng λ. Hãy xác định động năng của êlectron bắn ra đối với chùm tán xạ theo góc θ. Tính động lượng của êlectron đó. Tìm giá trị cực đại của động năng của êlectron bắn ra.

7.23. Xác định bước sóng của bức xạ Rơn-ghen, biết rằng trong hiện tượng Côm-tơn cho bởi bức xạ đó, động năng cực đại của êlectron bắn ra là 0,19 MeV.

7.24. Dùng định luật bảo toàn động lượng và công thức Côm-tơn, tìm hệ thức giữa góc tán xạ θ và góc φ xác định phương bay ra của êlectron.

Áp dụng hệ thức đó tìm bước sóng của một phôtôn biết rằng trong hiện tượng tán xạ Côm-tơn, năng lượng phôtôn tán xạ và động năng của êlectron bay ra bằng nhau nếu góc giữa hai phương chuyển động của chúng bằng 90^o. Tính góc tán xạ θ khi đó.

7.25. Phôtôn có năng lượng 250 keV bay đến va chạm với một êlectron đứng yên và tán xạ theo góc 120^o (tán xạ Côm-tơn). Xác định năng lượng của phôtôn tán xạ.

7.26. Một chùm tia laze xung, hẹp, có năng lượng $E = 0{,}4$ J và kéo dài trong khoảng thời gian $T = 10^{-9}$ s, chiếu vào một thấu kính hội tụ song song với trục chính của thấu kính, khoảng cách từ chùm tia đến trục chính bằng tiêu cự f của thấu kính. Thấu kính hấp thụ một nửa năng lượng của bức xạ laze, sự phản xạ ở hai mặt thấu kính không đáng kể.

Tính lực trung bình do chùm laze tác dụng lên thấu kính trong khoảng thời gian chiếu. Lực đó có hướng như thế nào ?

7.27. Một phôtôn trong một chùm tia X hẹp, sau khi va chạm với một êlectron đứng yên, thì tán xạ theo một phương làm với phương ban đầu một góc θ. Kí hiệu λ là bước sóng của tia X.

1. Cho $\lambda = 6{,}2$ pm và $\theta = 60^{0}$, hãy xác định :

a) Bước sóng λ' của tia X tán xạ.

b) Phương và độ lớn của vận tốc của êlectron sau va chạm.

2. Tia X trên được phát ra từ một ống tia X (ống Coolidge) có hai cực nối vào hai đầu cuộn thứ cấp của một máy tăng áp với tỉ số biến áp k = 1000. Hai đầu của cuộn sơ cấp của máy biến áp này được nối vào một điện áp xoay chiều có điện áp hiệu dụng U có thể biến thiên liên tục (nhờ dùng một máy biến áp tự ngẫu) từ 0 đến 500 V.

a) Hỏi U phải có trị số tối thiểu U_m bằng bao nhiêu để có thể tạo được tia X nêu ở câu 1.

b) Với hiệu điện thế U_m ấy, vận tốc của êlectron trong ống phát tia X khi tới đối catôt bằng bao nhiêu ?

c) Để phương chuyển động của êlectron vuông góc với góc với phương của phôtôn tán xạ (có bước sóng λ') thì bước sóng λ của phôtôn tới không được vượt quá giá trị bao nhiêu ?

d) Giả sử sau va chạm êlectron có vận tốc $v = 2.10^{8}$ m/s vuông góc với tia X tán xạ ; hãy tính bước sóng λ của tia X tới và điện áp U cần đặt vào cuộn sơ cấp của máy tăng áp nói trên.

7.28. Giả sử có một nguồn sáng S gắn với gốc O của hệ quy chiếu quán tính K phát ra sóng điện từ đơn sắc lan truyền dọc theo trục Ox. Một máy thu gắn với gốc O' của hệ K'. Hệ K' có các trục song song với các trục tương ứng của hệ K và chuyển động với vận tốc v dọc theo trục Ox.

Sử dụng công thức biến đổi Lo-ren-xơ, tính hiệu số $\Delta f = f - f'$ giữa tần số f của sóng điện từ mà nguồn phát ra và tần số f' của sóng điện từ mà máy thu nhận được. Áp dụng cho các trường hợp sau :

a) Tên lửa A rời bệ phóng đặt trên một trạm quỹ đạo địa tĩnh với vận tốc 0,6c (c là vận tốc ánh sáng trong chân không), máy phát bức xạ trên tên lửa A làm việc với bước sóng 1000 Å. Tìm bước sóng của bức xạ mà máy thu đặt ở bệ phóng nhận được.

b) Tên lửa B rời bệ phóng với vận tốc 0,8c ngược lại với tên lửa A (đã nói ở trên). Máy thu trên tên lửa này nhận được bức xạ có bước sóng bằng bao nhiêu ?

7.29. Một ống Rơn-ghen làm việc ở hiệu điện thế $U = 10^{5}$ V. Bỏ qua động năng của êlectron khi nó bứt khỏi catôt.

Một phôtôn có bước sóng ngắn nhất được phát ra từ ống trên tới tán xạ trên một êlectron tự do đang đứng yên. Do kết quả tương tác, êlectron bị "giật lùi".

a) Hãy tính góc "giật lùi" của êlectron (góc giữa hướng bay của êlectron và hướng của phôtôn tới) và góc tán xạ của phôtôn. Biết động năng của êlectron "giật lùi" là $W_{đ_e} = 10$ keV.

b) Tính động năng lớn nhất mà êlectron có thể thu được trong quá trình tán xạ.

7.30. Giả sử hệ qùy chiếu K và K' có các trục toạ độ tương ứng song song với nhau và hệ K' chuyển động dọc trục Ox của K với vận tốc v.

a) Nếu một chất điểm chuyển động trong mặt phẳng Oxy của hệ K theo phương với trục Ox góc θ với tốc độ là u, thì người quan sát trong hệ K' sẽ quan sát thấy vật chuyển động trong mặt phẳng O'x'y' theo phương hợp với trục O'x' góc θ' với tốc độ là u'. Cho các công thức của định lí cộng vận tốc trong thuyết tương đối :

$$u_x = \frac{u'_x + v}{1 + \frac{v}{c^2}u'_x}, \qquad u_y = \frac{u'_y\sqrt{1-\beta^2}}{1 + \frac{v}{c^2}u'_x}, \qquad u_z = \frac{u'_z\sqrt{1-\beta^2}}{1 + \frac{v}{c^2}u'_x},$$

trong đó $\vec{u} = (u_x, u_y, u_z)$ và $\vec{u'} = (u'_x, u'_y, u'_z)$ là vận tốc của vật tương ứng trong hệ K và K' ; $\beta = \frac{v}{c}$; c là tốc độ ánh sáng trong chân không. Hãy tìm mối quan hệ giữa θ và θ'.

b) Áp dụng cho ánh sáng trong trường hợp $v \ll c$, chứng minh công thức quang sai :

$$\Delta\theta = \theta' - \theta = \frac{v}{c}\sin\theta'$$

7.31. Xét quá trình va chạm giữa phôtôn và êlectron tự do đứng yên.

a) Chứng minh rằng trong quá trình va chạm này, năng lượng và xung lượng của phôtôn không được truyền hoàn toàn cho êlectron.

b) Sau va chạm êlectron sẽ nhận được một phần năng lượng của phôtôn và chuyển động "giật lùi", còn phôtôn thì bị tán xạ (tán xạ Côm-tơn). Tính độ dịch chuyển bước sóng trước và sau va chạm của phôtôn.

c) Giả sử phôtôn tới có năng lượng $\varepsilon = 2E_0$, còn êlectron "giật lùi" có động năng $W_đ = E_0$ (ở đây $E_0 = 0{,}512$ MeV là năng lượng nghỉ của êlectron). Tính góc "giật lùi" của êlectron.

7.32. Có hai anh em sinh đôi. Vào năm họ 20 tuổi thì người anh lên tàu vũ trụ bay với vận tốc $v = 0{,}8c$ ($c = 3.10^8$ m/s là tốc độ ánh sáng trong chân không) tới một ngôi sao S ở cách Trái Đất 12 nas (nas là chiều dài quãng đường ánh sáng đi được trong một năm) rồi lập tức quay về cùng với vận tốc v.

Người em ở Trái Đất dùng các công thức của thuyết tương đối hẹp để tính xem vào lúc người anh trở lại Trái Đất thì mỗi người đã bao nhiêu tuổi. Người anh cũng dùng công thức ấy để tính tuổi hai anh em lúc gặp lại nhau. Hãy làm các tính toán của họ và nêu kết luận của họ về sự già hoặc trẻ của hai anh em với nhau.

7.33. Năm 1971, thuyết tương đối của Anh-xtanh đã kiểm chứng như sau :

Người ta đặt đồng hồ nguyên tử Cs rất chính xác lên một máy bay, bay theo một vĩ tuyến xác định. Người ta so sánh thời gian bay t_b tính theo đồng hồ trên máy bay với thời gian t_d tính theo một đồng hồ nguyên tử Cs khác gắn với mặt đất có cùng vĩ độ. Lần đầu máy bay bay theo hướng Đông, lần sau bay theo hướng Tây ở cùng độ cao. Vận tốc của máy bay đối với mặt đất là v = 250 m/s. Đối với quan sát viên O đứng yên ở Bắc cực thì đồng hồ gắn với mặt đất có vận tốc v_d = 400 m/s.

Coi các hệ quy chiếu gắn với máy bay hoặc mặt đất đều là hệ quy chiếu quán tính, hãy tính hiệu số $\Delta t = t_b - t_d$ cho lần bay theo hướng Đông ($\Delta t_Đ$) và lần bay theo hướng Tây (Δt_T). Biết t_d = 45 h.

Thời gian bay một vòng vĩ tuyến theo hướng này ngắn hơn so với bay theo hướng kia bao nhiêu nanô giây ?

CHỦ ĐỀ 8 Vật lí nguyên tử và hạt nhân. Hạt sơ cấp

8.1. Các mức năng lượng của nguyên tử hiđrô được cho bởi công thức :

$$E_n = -\frac{E_0}{n^2}\text{, với } E_0 = 13{,}6 \text{ eV ; } n = 1, 2, 3, 4...$$

Tương ứng với các mức (quỹ đạo dừng) K, L, M, N...

a) Khi kích thích nguyên tử hiđrô ở trạng thái cơ bản bằng việc hấp thụ phôtôn có năng lượng thích hợp, bán kính quỹ đạo dừng của êlectron tăng lên 9 lần. Tìm các bước sóng khả dĩ của bức xạ mà nguyên tử có thể phát ra.

b) Khi cung cấp cho nguyên tử hiđrô ở trạng thái cơ bản các phôtôn có năng lượng : 6 eV ; 12,75 eV ; 18 eV thì trong mỗi trường hợp trên nguyên tử có thể hấp thụ được phôtôn không ? Và khi đó nguyên tử ở trong trạng thái nào ?

c) Nguyên tử hiđrô ở trạng thái cơ bản va chạm với một êlectron có năng lượng 10,6 eV. Trong quá trình tương tác, giả sử nguyên tử đứng yên và chuyển lên trạng thái kích thích đầu tiên. Tìm động năng của êlectron sau va chạm.

8.2. a) Dùng chùm êlectron bắn vào nguyên tử hiđrô để kích thích nó. Muốn thu được ba và chỉ ba vạch phát xạ thì động năng của êlectron phải bằng bao nhiêu ? Ba vạch đó thuộc dãy nào, có bước sóng bằng bao nhiêu ? Vẽ sơ đồ các mức năng lượng và các bức xạ.

b) Một phôtôn có năng lượng 16 eV làm bật êlectron ra khỏi nguyên tử hiđrô ở trạng thái cơ bản. Tính vận tốc của êlectron khi bật ra.

8.3. Hạt nhân phóng xạ $^{234}_{92}U$ (đứng yên) phóng ra hạt α.

a) Viết phương trình phân rã phóng xạ.

b) Tính năng lượng toả ra (dưới dạng động năng của hạt nhân con và hạt α).

c) Tính động năng của hạt α và của hạt nhân con.

d) Trong thực tế người ta lại đo được động năng của hạt α và hạt nhân con chỉ bằng 13,00 MeV. Sự sai lệch giữa giá trị tính toán và giá trị đo được đã được giải thích bằng việc phát ra bức xạ γ (cùng với hạt α). Hãy xác định bước sóng của bức xạ γ.

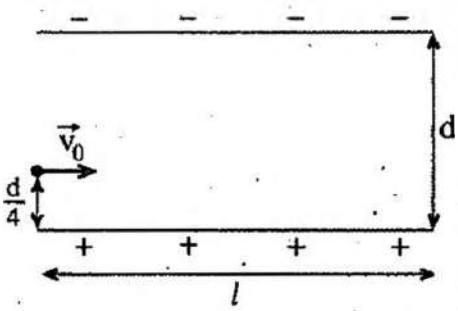
Cho biết khối lượng hạt nhân : m(U234) = 233,9004u ; m(Th230) = 229,9737u ; m(α) = 4,00151u.

8.4. Lúc đầu có một mẫu pôlôni $^{210}_{84}Po$ nguyên chất. Hạt nhân pôlôni phóng ra hạt α và chuyển thành hạt nhân bền $^{A}_{Z}X$ với chu kì bán rã T = 138 ngày.

a) Tìm $^{A}_{Z}X$.

b) Hiện nay tỉ số khối lượng chất X và của pôlôni trong mẫu chất trên là : $\frac{m_x}{m(Po)} = \frac{103}{35}$. Tìm tuổi của mẫu chất.

c) Hạt α phóng ra có vận tốc ban đầu $\vec{v}_0$. Cho hạt này bay trong điện trường đều giữa hai bản của một tụ điện phẳng (chiều dài bản tụ là l, khoảng cách giữa hai bản là d), sao cho khi bắt đầu bay vào tụ, hạt α cách bản dương của tụ đoạn $\frac{d}{4}$ và vận tốc $\vec{v}_0$ của nó song song với bản tụ (Hình 8.1).



Hình 8.1

Tìm hiệu điện thế giữa hai bản tụ để hạt α có thể thoát ra mà không chạm với bản tụ. Bỏ qua tác dụng của trọng lực.

Áp dụng bằng số : l = 10 cm ; d = 1 cm ; $v_0 = 10^7$ m/s ; $m_\alpha = 6{,}64.10^{-27}$ kg.

t (phút)	s	5	10	15	20
Độ phóng xạ H (mCi)	19,2	7,13	2,65	0,99	0,37
ln H	2,95	1,96	0,974	–0,010	–0,994

1 mCi = $3{,}7.10^{7}$ Bq. Tìm chu kì bán rã.

8.6. Hạt α có động năng W_{α} = 7,7 MeV đến va chạm với hạt nhân $^{14}_{7}N$ đứng yên, gây ra phản ứng : $\alpha + ^{14}_{7}N \rightarrow ^{1}_{1}H + X$.

a) Xác định số prôtôn và nơtron của hạt nhân X.

b) Phản ứng này toả hay thu bao nhiêu năng lượng ?

c) Biết vận tốc của prôtôn bắn ra có phương vuông góc với vận tốc của hạt α. Hãy tính động năng và vận tốc của hạt nhân X.

Cho biết : m_{α} = 4,0015u ; m_p = 1,0073u ; m(N14) = 13,9992u ; m(X) = 16,9947u.

8.7. Ở Califonie (Hoa Kỳ) gần vết nứt San Anđrêas thường xuyên có động đất. Năm 1979, người ta lấy hai mẫu thực vật đã bị huỷ diệt do các trận động đất và đo độ phóng xạ của chúng nhờ đồng vị phóng xạ C14 (có chu kì bán rã là 5700 năm). Kết quả của các phép đo là : mẫu 1 có độ phóng xạ 0,2056 Bq và mẫu 2 có độ phóng xạ 0,215 Bq.

a) Hãy xác định tuổi của hai mẫu thực vật đó và chỉ ra năm xảy ra các trận động đất. Cho biết độ phóng xạ của đất không bị chôn vùi chứa mẫu thực vật còn sống luôn luôn không đổi và bằng 0,255 Bq.

b) Hãy tìm tỉ số của C14 và C12, biết rằng ở mẫu vật sống tỉ số này là $1 : 10^{6}$.

8.8. Để xác định được thể tích máu trong một cơ thể bệnh nhân người ta tiêm vào máu người đó 10 cm^3 một dung dịch có chứa $^{24}_{11}Na$ có chu kì bán rã là 15 giờ với nồng độ là 10^{-3} mol/lít.

a) Tính số mol (và số gam) Na24 đã đưa vào máu bệnh nhân.

b) Sau 6 giờ lượng chất phóng xạ Na24 còn lại trong máu bệnh nhân là bao nhiêu ?

c) Sau 6 giờ người ta lấy ra 10 cm^3 máu của bệnh nhân và tìm thấy trong đó chứa $1{,}5.10^{-8}$ mol của chất Na24. Hãy tính thể tích máu trong cơ thể bệnh nhân. Giả thiết rằng lượng chất phóng xạ được phân bố đều trong toàn bộ thể tích máu bệnh nhân.

8.9. Do hiện tượng xói mòn, một phần đá bị tan vào nước biển. Một số hạt này có chứa urani 234 ($^{234}_{92}U$). U234 là một chất phóng xạ và khi phân rã nó cho ta thôri $^{230}_{90}Th$. Chất thôri cũng là chất phóng xạ α có chu kì bán rã 80000 năm. Urani tan vào nước biển, trong khi đó thôri không tan và lắng xuống đáy biển. Nồng độ urani *không đổi* trong nước biển, ta suy ra *tốc độ lắng* của thôri xuống đáy biển cũng không đổi.

a) Viết các phương trình phân rã tương ứng với các phóng xạ trên.

b) Một mẫu vật dạng hình trụ có chiều cao h = 10 cm được lấy ở đáy biển. Phân tích lớp bề mặt phía trên của mẫu người ta thấy nó chứa 10^{-6} g thôri (230), trong khi đó một lớp bề mặt phía dưới cùng của mẫu chỉ chứa $0,12.10^{-6}$ g thôri (230). Tìm tốc độ tích tụ của trầm tích biển ở vị trí lấy mẫu (theo đơn vị mm/năm).

8.10. Dưới tác dụng của bức xạ γ, hạt nhân của các đồng vị bền beri ($^{9}_{4}Be$) và cacbon ($^{12}_{6}C$) có thể tách ra thành các hạt nhân heli ($^{2}_{4}He$) và có thể sinh ra hạt nơtron không sinh ra các hạt khác kèm theo.

a) Viết các phương trình phản ứng của các phản ứng biến đổi.

b) Xác định tần số tối thiểu của các lượng tử γ để thực hiện các phản ứng đó.

Cho biết : m(Be) = 9,01219u ; m(He) = 4,002604u ; m(C) = 12u ; m_H = 1,008670u.

8.11. Một hạt đơtêri ($^{2}_{1}D$) được gia tốc trong máy xiclôtron có bán kính R = 50 cm, cảm ứng từ của từ trường B = 2,62 T.

a) Tìm tần số của hiệu điện thế xoay chiều đặt vào máy.

b) Tìm vận tốc và động năng của hạt đơtêri bay ra khỏi máy là 136 vòng.

c) Biết số vòng mà hạt đơtêri đã quay trong máy trước khi bay ra là 136 vòng. Tính hiệu điện thế xoay chiều đặt vào máy.

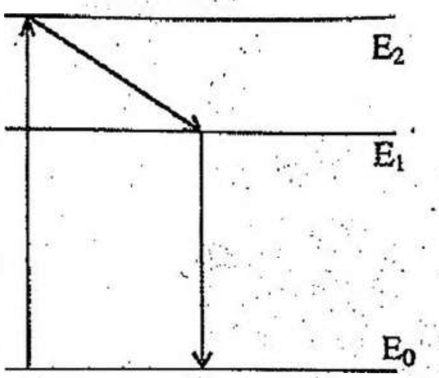
d) Sau khi bay ra khỏi máy hạt đơtêri bắn vào hạt nhân liti ($^{7}_{3}Li$) đứng yên vào một trong hai hạt sinh ra sau phản ứng là bêri ($^{8}_{4}Be$). Viết phương trình phản ứng hạt nhân và tính năng lượng của phản ứng. Biết rằng hai hạt sinh ra có cùng vận tốc. Tính động năng của mỗi hạt.

Cho biết : m(Li) = 7,01823u ; m(D) = 2,0136u ; m_n = 1,0087u ; m(Be) = 8,00785u.

8.12. Một thỏi rubi dài 6 cm, hai đầu mài phẳng và vuông góc với trục của thỏi, đồng thời được phun gương bán mạ, có hệ số phản xạ là R. Trong rubi có chứa nguyên tử Cr, mà các mức năng lượng được vẽ trên hình 8.2, với E_2 = 2,25 eV ; E_1 = 1,79 eV ; E_0 = 0. Khi kích thích bằng ánh sáng, êlectron có thể chuyển từ mức E_0 lên E_2, sau đó từ E_2 xuống E_1 (không phát quang), rồi từ E_1 trở về E_0.

a) Hỏi khi chiếu ánh sáng trắng qua thỏi rubi, ta có thể quan sát được những vạch phổ nào trong chùm sáng truyền qua ? Tính các bước sóng tương ứng.

b) Thời gian lưu trú của êlectron ở mức E_1 là 10^{-3} (s). Có thể kết luận được gì về tính đơn sắc của các vạch phổ nói trên. (Tính đơn sắc được đặc trưng bởi $\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$, với $\Delta\lambda$ là độ rộng của vạch quang phổ).



Hình 8.2

c) Khi kích thích bằng ánh sáng mạnh, hệ số hấp thụ của rubi đối với ánh sáng (phôtôn) có năng lượng 1,79 eV trở nên âm và có giá trị $\alpha = -0{,}001\ cm^{-1}$. Hỏi hệ số phản xạ R phải bằng bao nhiêu thì thỏi rubi phát được tia laze ?

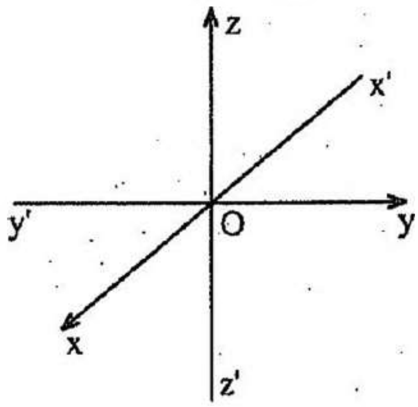
d) Khi đã phát tia laze thời gian lưu trú của êlectron ở mức E_1 giảm đáng kể. Hãy xác định độ đơn sắc của tia laze, biết rằng laze chỉ phát một bước sóng.

Cho biết : chiết suất của rubi là n = 1,90 ; độ chênh lệch (độ bất định) về năng lượng ΔE liên hệ với thời gian lưu trú Δt theo hệ thức : $\Delta E.\Delta t = h$ (với h là hằng số Plăng).

8.13. Xét một thể tích hơi Na đứng yên ở 10 K. Ta xem nó như một khí lí tưởng đơn nguyên tử. Để đơn giản ta cho rằng khi cân bằng nhiệt, các nguyên tử có cùng tốc độ $u = \sqrt{\overline{v^2}}$ và trung bình có $\frac{1}{6}$ tổng số nguyên tử bay theo mỗi hướng xx', x'x, yy', y'y, zz', z'z. Khoảng cách năng lượng giữa các mức kích thích E_2 và mức cơ bản E_1 của nguyên tử là $E_2 - E_1$ vào khoảng 2,079 eV. Khi ánh sáng đi tới nguyên tử có tần số thoả mãn hệ thức : $hf = E_2 - E_1$ thì nguyên tử bị kích thích và nhảy từ mức E_1 lên E_2. Thời gian nguyên tử ở trạng thái kích thích nằm trong khoảng từ 0 đến 10^{-6} (s). Khi rơi ở mức kích thích về mức cơ bản, nguyên tử phát ra bức xạ có phương truyền ngẫu nhiên và bước sóng ghi được trong phòng thí nghiệm (đứng yên) là $\lambda_0 \pm \lambda$. (Hình 8.3).

a) Tính giá trị của λ_0 và $\Delta\lambda$ làm hơi kim loại Na nói trên phát ra khi nó bị kích thích. Nguyên nhân chính gây ra $\Delta\lambda$ trong trường hợp bài toán là gì ?

b) Người ta dùng một laze có bước sóng $\lambda_0 \pm \Delta\lambda$ (đã tính ở trên) chiếu vào thể tích ấy trong một thời gian rất ngắn theo phương Oz sao cho mọi nguyên tử có thể bị chùm tia ấy kích thích đều đã chuyển sang trạng thái kích thích. Người ta thấy khối tâm G của khối hơi ấy sau khi các nguyên tử đã trở về trạng thái cơ bản bị dịch chuyển theo chiều của chùm tia laze. Hãy xác định vận tốc v_G (bỏ qua tác dụng của trường trọng lực).



Hình 8.3

Nhiệt độ T của khối hơi khi trạng thái cân bằng nhiệt được thiết lập đã giảm đi ΔT. Tính giá trị của ΔT (bỏ qua quá trình trao đổi nhiệt với bên ngoài).

c) Người ta dùng 6 laze giống nhau, phát ra chùm sáng có bước sóng nằm trong toàn miền từ λ_0 đến $\lambda_0 \pm \Delta\lambda$ để chiếu liên tục vào thể tích hơi ấy theo 6 hướng xx', x'x, yy', y'y, zz', z'z. Hỏi khối tâm của nó chuyển động như thế nào và nhiệt độ khối hơi thay đổi ra sao theo thời gian ?

Cho biết : Na(23) ; $c = 2{,}998.10^8$ m/s ; $h = 6{,}626.10^{-34}$ J.s ; $R = 8{,}31$ J/mol.K ; $e = 1{,}622.10^{-19}$ C ; $N_A = 6{,}023.10^{23}$ mol^{-1}.

(Trích Đề thi chọn đội tuyển dự thi Olimpic Vật lí Quốc tế năm 1999).

8.14. Cho hai hạt A và B đều là hạt nhân của nguyên tử đơtêri (H_1^2) có khối lượng nghỉ là 1875 MeV/c^2.

1. Xét quá trình hạt A có động năng W_d = 820 MeV va chạm đàn hồi với hạt B đang đứng yên. Giả sử sau va chạm, các vectơ vận tốc $\vec{v'}_A$, $\vec{v'}_B$ của hai hạt có độ lớn bằng nhau.

a) Chứng minh rằng các vectơ $\vec{v'}_A$ và $\vec{v'}_B$ đối xứng với phương chuyển động của hạt A trước va chạm.

b) Tính góc α tạo bởi $\vec{v'}_A$ và $\vec{v'}_B$. Kết quả thu được có gì khác nếu coi va chạm đàn hồi giữa A và B là va chạm cổ điển ?

2. Để thực hiện một phản ứng hạt nhân người ta cho hai hạt A và B nói trên va chạm trực diện với nhau với tốc độ tương đối giữa chúng là u = 0,95c (c là tốc độ ánh sáng trong chân không) theo hai cách sau :

Cách 1 : Bắn hạt A vào hạt B đang đứng yên. Tính năng lượng toàn phần của hạt A.

Cách 2 : Cho cả hai hạt chuyển động với vận tốc có cùng độ lớn v sao cho tốc độ tương đối giữa chúng vẫn là u. Tính năng lượng toàn phần của mỗi hạt.

8.15. Hệ quy chiếu K' (O'x'y'z') chuyển động với vận tốc $\vec{V}$ không đổi dọc theo trục O'x' (O'x' trùng với trục Ox, O'y' và O'z' lần lượt song song với Oy và Oz) đối với hệ quy chiếu K (Oxyz). Tìm gia tốc a' tương ứng của một hạt trong hệ K' tại thời điểm trong hệ K hạt này chuyển động với vận tốc u và gia tốc a dọc theo một đường thẳng

a) song song với $\vec{V}$.

b) vuông góc với $\vec{V}$.

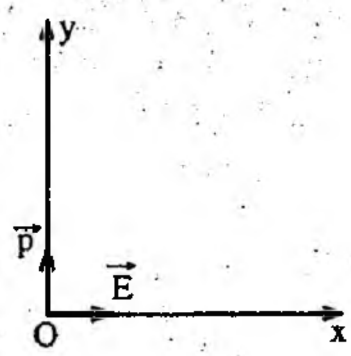
c) nằm trong mặt phẳng xOy có phương lập với $\vec{V}$ một góc α.

8.16. Phóng xạ β là dòng các êlectron chuyển động với vận tốc rất lớn cỡ 0,6c (c là vận tốc ánh sáng trong chân không). Lần đầu tiên khi quan sát phóng xạ β, người ta cho rằng thành phần cấu tạo của hạt nhân nguyên tử, ngoài prôtôn và nơtron, còn có êlectron.

a) Dựa vào hệ thức ước lượng động lượng cực tiểu của một hạt vi mô khối lượng m chuyển động trên một đoạn thẳng chiều dài L : $|p_x|_{min} = \frac{h}{8\pi L}$, h là hằng số Plăng, chứng minh rằng điều đó không đúng (khi tính toán lấy đường kính của hạt nhân nguyên tử bằng 10^{-14} m).

b) Dựa vào hệ thức bất định $\Delta x.\Delta p_x \geq \frac{h}{4\pi}$, trong đó Δx, Δp_x tương ứng là các giá trị sai số toạ độ và sai số động lượng của hạt, chứng minh hệ thức trên.

8.17. Cho một hạt vi mô điện tích q > 0 chuyển động tương đối tính trong một điện trường đều $\vec{E} = \{E, 0\}$ thuộc mặt phẳng Oxy. Lúc t = 0, hạt đi qua gốc toạ độ với động lượng $\vec{p} = \{0, p_0\}$. Biết khối lượng nghỉ của hạt là m_0 (Hình 8.4).



Hình 8.4

a) Thiết lập phương trình chuyển động và vẽ phác dạng quỹ đạo của hạt.

b) Xác định vectơ vận tốc của hạt ở thời điểm $t = \frac{p_0}{qE}$.

8.18. Một hạt đơteri ^2_1D bay ra từ một máy gia tốc có động năng 87,80 MeV bắn vào một hạt đơteri khác đứng yên. Kết quả thí nghiệm cho thấy : sau phản ứng có xuất hiện hạt prôtôn với động năng 89,49 MeV chuyển động theo hướng vuông góc với hướng tới của hạt đơteri và một hạt nhân X.

a) Viết phương trình phản ứng hạt nhân và gọi tên hạt nhân X. Tính vận tốc của hạt prôtôn theo quan điểm cổ điển và nhận xét về kết quả tính được để định hướng cho các tính toán tiếp theo.

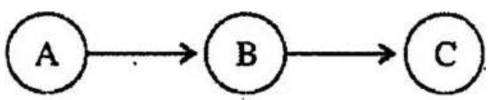
b) Tính khối lượng của hạt nhân X, so sánh với trị số đúng của nó ($m_X = 3{,}0160u$).

c) Tính vận tốc của prôtôn. So sánh với kết quả đã tính được từ câu a). Hãy giải thích.

d) Tính vận tốc của hạt X. So sánh với giá trị tính theo cơ học cổ điển.

Cho biết : $m_D = 2{,}01410$ u ; $m_p = 1{,}00783$ u và $u = 931{,}5$ MeV/c^2.

8.19. Một đồng vị phóng xạ A phân rã theo chuỗi sau :



Đồng vị A có hằng số phóng xạ là λ_1, đồng vị B có hằng số phóng xạ là λ_2. Biết $\lambda_2 > \lambda_1$ và lúc đầu (t = 0) chỉ có N_0 hạt của đồng vị A.

Tìm biểu thức tính số hạt của đồng vị B theo thời gian và tính giá trị cực đại của biểu thức đó.

8.20. Một lò phản ứng hạt nhân có chứa nhiên liệu urani đã được làm giàu urani 235 ($^{235}_{92}U$) và chất làm chậm là than chì ($^{12}_{6}C$). Khi lò hoạt động, urani 235 bị phân hạch theo phản ứng : $^1_0n + ^{235}_{92}U \rightarrow ^A_{39}X + ^{138}_{Z}Y + 3(^1_0n)$.

1. Tính A và Z của các hạt nhân X và Y. Biết rằng độ hụt khối trong phản ứng phân hạch nói trên là 0,006675u và giả thiết toàn bộ năng lượng toả ra trong phản ứng dùng để cung cấp cho các nơtron thứ cấp có động năng như nhau. Tính vận tốc của nơtron thứ cấp.

2. Các nơtron thứ cấp được sinh ra sau phản ứng phân hạch tới va chạm với các nguyên tử cacbon của chất làm chậm (xem là đứng yên). Giả thiết các va chạm đó là hoàn toàn đàn hồi, không có sự biến đổi các hạt thành các hạt khác và sau va chạm các hạt chuyển động cùng phương. Hỏi sau bao lần va chạm thì nơtron thứ cấp trở thành nơtron nhiệt (các nơtron nhiệt là các nơtron có năng lượng cỡ k_BT_{ph}, trong đó k_B là hằng số Bôn-xơ-man, T_{ph} = 300 K là nhiệt độ phòng).

3. Giả sử một nơtron nhiệt bị hấp thụ bởi một hạt nhân urani ($^{238}_{92}U$) có trong nhiên liệu urani.

a) Tính vận tốc của hạt nhân được tạo thành.

b) Hạt nhân được tạo thành không bền, nó biến đổi thành plutôni ($^{238}_{94}Pu$) và phát ra hai hạt X giống nhau. Xác định hạt X. Viết phương trình phân rã đầy đủ. Tìm động năng cực đại và vận tốc tương ứng của hạt X.

Cho biết : m_n = 1,008665u ; m(U238) = 238,048608 u ; m(Pu238) = 239,052146u ; 1u = $1{,}66.10^{-27}$ kg = 931 MeV/c^2.

8.21. a) Một cách đơn giản ta coi mô hình của một phân tử gồm hai nguyên tử là hệ hai quả cầu nhỏ khối lượng tương ứng là M và m nối với nhau bằng một lò xo nhẹ. Biết hệ dao động điều hoà với tần số riêng là ω.

Dùng hệ thức bất định để ước lượng kích thước và năng lượng của phân tử nói trên ở trạng thái có năng lượng thấp nhất.

b) Hai hạt giống nhau chuyển động lại gần nhau trên một đường thẳng. Trong hệ quy chiếu gắn với khối tâm của chúng, động năng của mỗi hạt là $W_d = \alpha E_0$ với α là một số dương, E_0 là năng lượng nghỉ của hạt. Hỏi trong hệ quy chiếu gắn với một hạt thì hạt kia có động năng bằng bao nhiêu ?

Phần hai

HƯỚNG DẪN GIẢI, ĐÁP SỐ

Chương I
ĐIỆN HỌC

CHỦ ĐỀ 1

1.1. a) Gọi điện tích mặt trong của vỏ cầu D là q_{tr} và điện tích mặt ngoài vỏ cầu D là q_n thì điện tích mặt trong của vỏ cầu B là $-Q$ và mặt ngoài của nó là $-q_{tr}$.

Xét điện thế ở vỏ cầu B : $k\frac{Q}{b} + k\frac{-Q}{b} + k\frac{-q_{tr}}{b} + k\frac{-Q}{d} = 0.$

Với $q_{tr} + q_n = -Q$ (b, d là bán kính vỏ cầu B, D)

Giải ra : $$q_{tr} = -\frac{b}{d}Q \ ; q_n = \frac{b-d}{d}Q.$$

b) Khi đó hiệu điện thế giữa A và D là : $U_{AD} = V_A - V_D$

$$= k\frac{Q}{a} + k\frac{-Q}{b} + k\frac{-q_{tr}}{b} + k\frac{q_{tr}}{d} + k\frac{q_n}{d} - \left(k\frac{Q}{d} + k\frac{-Q}{d} + k\frac{-q_{tr}}{d} + k\frac{q_{tr}}{d} + k\frac{q_n}{d}\right)$$

$$= k\frac{Q}{a} - k\frac{Q}{b} - k\frac{q_{tr}}{b} + k\frac{q_{tr}}{d} = k\frac{Q}{a} - k\frac{Q}{b} + k\frac{1}{b}\frac{bQ}{d} - k\frac{1}{d}\frac{bQ}{d}$$

$$= kQ\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} + \frac{1}{d} - \frac{b}{d^2}\right).$$

c) Hiệu điện thế giữa quả cầu A với đất chính là :

$$V_A = k\frac{Q}{a} + k\frac{-Q}{b} + k\frac{-q_{tr}}{b} + k\frac{q_{tr}}{d} + k\frac{q_n}{d} = kQ\frac{b-a}{ab}.$$

1.2. Gọi điện lượng trên vỏ cầu giữa B là Q và điện lượng cảm ứng phân bố đều trên vỏ cầu A và C là Q_a và Q_c. Từ nguyên lí chồng chất điện thế tìm được :

$$V_a = k\left(\frac{Q_a}{a} + \frac{Q}{b} + \frac{Q_c}{c}\right) \qquad (1)$$

$$V_b = k\left(\frac{Q_a}{b} + \frac{Q}{b} + \frac{Q_c}{c}\right) \qquad (2)$$

$$V_c = k\left(\frac{Q_a}{c} + \frac{Q}{c} + \frac{Q_c}{c}\right) \qquad (3)$$

Do vỏ cầu trong và ngoài tiếp đất, điện thế trên đó bằng 0, nên :

$$V_b - V_a = V_b - V_c. \qquad (4)$$

Thế (1), (2), (3) vào (4) ta có :

$$\frac{Q_a}{b} - \frac{Q_a}{a} = \frac{Q_a}{b} + \frac{Q}{b} - \frac{Q_a}{c} - \frac{Q}{c} \Rightarrow Q_a = -\left(\frac{\frac{1}{b} - \frac{1}{c}}{\frac{1}{a} - \frac{1}{c}}\right)Q \qquad (5)$$

Để hai nửa vỏ cầu B không tách nhau thì lực tĩnh điện tác dụng lên yếu tố điện tích ΔS trên vỏ cầu này phải nhỏ hơn hoặc bằng 0. Phương của lực này hướng vào tâm quả cầu. (Nếu không thì hợp lực khác 0, chúng sẽ tách rời nhau). Trên vỏ cầu có một yếu tố điện tích chịu lực tĩnh điện nhỏ hơn hoặc bằng 0 thì cường độ điện trường do E_b sinh ra tại đó cũng nhỏ hơn hoặc bằng 0. Từ nguyên lí chồng chất cường độ điện trường có thể xác định điện trường E_0 sinh ra do điện tích trên vỏ cầu B :

$$E_0 = \frac{kQ_a}{b^2} + \frac{kQ}{b^2} \qquad (6)$$

Ở đây điện trường do vỏ cầu ngoài C gây ra bên trong nó bằng 0, nên không có đóng góp gì vào E_0. Với điện tích ΔQ trên yếu tố điện tích ΔS thì điện trường ΔE của nó tại điểm lân cận là : $\Delta E = 2\pi k\sigma$ (7)

(Với ΔS nhỏ (coi như mặt phẳng) nên có thể áp dụng (7) cho trường hợp này).

Thay $\sigma = \dfrac{Q}{4\pi b^2}$ vào (7) ta có : $E_b = E_0 - \Delta E \le 0$.

Hay : $$E_b = \frac{kQ_a}{b^2} + \frac{kQ}{b^2} - 2\pi k\sigma = \frac{kQ_a}{b^2} + \frac{kQ}{2b^2} \le 0$$

Tức là : $$Q \le -2Q_a \qquad (8)$$

Thế (5) vào (8), ta có : $$Q \le \frac{\frac{1}{b} - \frac{1}{c}}{\frac{1}{a} - \frac{1}{c}}2Q$$

Từ đó suy ra điều kiện đòi hỏi của đề bài là : $\dfrac{2}{b} \ge \dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{c}$.

1.3. (Hình 1.1G). Giả sử quả cầu chuyển dịch một đoạn nhỏ h theo trục Y nằm trong mặt phẳng của tấm thuỷ tinh và vuông góc với trục X. Chiếu hợp lực lên trục Y ta có :

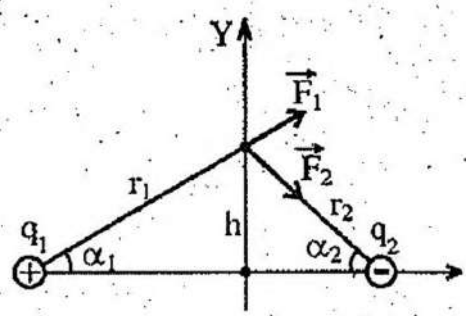
$$F_y = F_1\sin\alpha_1 - F_2\sin\alpha_2 \text{ với } \sin\alpha_1 = \frac{h}{r_1}\ ;\ \sin\alpha_2 = \frac{h}{r_2}$$

Vị trí quả cầu trên trục X sẽ là cân bằng bền nếu $F_y < 0$.

Sự mất ổn định sẽ xảy ra khi $F_y = 0 \Rightarrow F_1\sin\alpha_1 = F_2\sin\alpha_2$.

Từ định luật Culông suy ra : $\dfrac{F_1}{F_2} = \dfrac{q_1}{-q_2}.\dfrac{r_2^2}{r_1^2}$.

Từ đó : $-\dfrac{q_1}{q_2}.\dfrac{r_2^2}{r_1^2} = \dfrac{\sin\alpha_2}{\sin\alpha_1} = \dfrac{r_1}{r_2}$ hay $\dfrac{q_1}{q_2} = -\left(\dfrac{r_1}{r_2}\right)^3$.



Hình 1.1G

Khi h nhỏ thì các khoảng cách r_1, r_2 xấp xỉ bằng các khoảng cách tương ứng trên trục X. Do đó :

$$\frac{q_1}{q_2} = -\left(\frac{2l}{l}\right)^3 = -8.$$

1.4. Trước hết ta tìm phân bố cường độ điện trường E_d. Vì bài toán có tính đối xứng cầu, nên cường độ điện trường và điện thế chỉ phụ thuộc vào độ lớn của $\vec{r}$, chứ không phụ thuộc vào hướng của nó.

Ta phân không gian thành ba vùng : $r \geq R_2$; $R_1 \leq r \leq R_2$; $r \leq R_1$.

a) Dễ dàng thấy rằng cường độ điện trường trong vùng $r \geq R_2$ bằng cường độ điện trường do điện tích điểm Q đặt tại tâm mặt cầu gây ra. Do đó trong vùng này : $E(r) = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$.

Sử dụng mối liên hệ giữa cường độ điện trường và điện thế nói ở trên :

$$E(r) = -\frac{dV}{dr} \Rightarrow dV = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dr.$$

Lấy tích phân hai vế đẳng thức trên, ta được : $V(r) = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r} + \text{const}$.

Để tìm hằng số, ta chọn mốc điện thế ở vô cùng, tức là khi $r \to \infty$, $V \to 0$. Với cách chọn mốc tính điện thế như vậy, hằng số trong biểu thức trên sẽ bằng 0. Khi này phân bố điện thế có dạng : $V(r) = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$.

b) Bây giờ ta xét vùng $R_1 \le r \le R_2$. Trong vùng này điện trường tương đương với điện tích điểm Q còn toàn không gian choán đầy bởi chất điện môi có hằng số điện môi là ε. Bởi vậy, phân bố cường độ điện trường tổng hợp trong vùng này có dạng : $E(r) = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}$.

Làm tương tự như trên, ta tính được : $V(r) = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r} + \text{const}$.

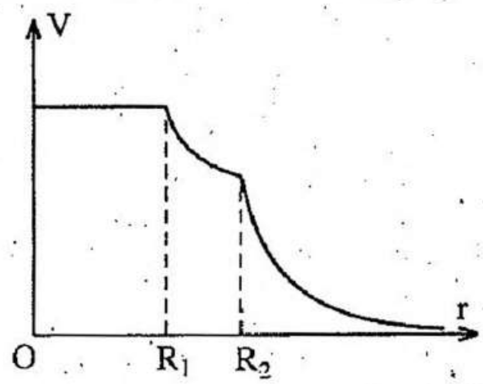
Vì V(r) là hàm liên tục, nên điện thế tại $r = R_2$ phải có giá trị như nhau khi $r \to R_2$ cả từ bên phải cũng như bên trái, tức là : $\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R_2} = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R_2} + \text{const}$.

Từ đó suy ra : $\text{const} = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R_2}\left(1 - \dfrac{1}{\varepsilon}\right)$ và phân bố điện thế trong vùng này có dạng :

$$V(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r} + \frac{Q(\varepsilon - 1)}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R_2}$$

c) Cuối cùng, ta xét vùng $r \le R_1$. Dễ dàng thấy rằng trong vùng này cường độ điện trường trong vật dẫn cân bằng điện sẽ bằng 0 và do đó V(r) = const. Tương tự như trên const được tìm từ biểu thức của V(r) trong vùng thứ hai khi cho $r \Rightarrow R_1$ và ta được :

$$V(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R_1} + \frac{Q(\varepsilon - 1)}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R_2}$$



Hình 1.2G

Đồ thị biểu diễn phân bố điện thế trong cả ba vùng được cho trên hình 1.2G. Nét đặc trưng của đồ thị này là tại $r = R_1$ và $r = R_2$ xảy ra sự nhảy bậc của đạo hàm $\dfrac{dV}{dr}$, do đó có sự nhảy bậc của cường độ điện trường. Sự gián đoạn của hàm E(r) tại $r = R_1$ và $r = R_2$, do vậy có các điện tích phân cực ở mặt trong và mặt ngoài của lớp cầu điện môi.

1.5. Vì theo đề bài $R \gg r$, ta bỏ qua khả năng phân bố lại điện tích trên các mặt cầu và vẫn coi điện tích được phân bố đều. Ban đầu ta hãy xét tình huống xuất phát, khi mỗi quả cầu tích điện ở trong điện trường của quả cầu kia. Khi này điện thế của mỗi quả cầu gồm hai số hạng. Một số hạng đó là điện thế của quả cầu do điện tích của chính nó gây ra : $V_{11} = V_{22} = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$, trong đó V_{11} là điện thế của quả cầu 1, còn V_{22} là điện thế của quả cầu 2.

Số hạng thứ hai là điện thế của mỗi quả cầu trong điện trường của quả cầu kia :

$V_{12} = V_{21} = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}$, trong đó V_{12} là điện thế của quả cầu 1 trong điện trường của quả cầu 2 và V_{21} là điện thế của quả cầu 2 trong điện trường của quả cầu 1. Vậy điện thế thực sự của mỗi quả cầu là : $V_1 = V_2 = V_{11} + V_{12} = V_{22} + V_{21} = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{r} + \dfrac{1}{R}\right)$.

– Bây giờ ta nối đất với quả cầu 1. Khi này điện thế của nó bằng 0, điều này chỉ có thể khi điện tích của quả cầu 1 thay đổi. Điện tích mới của quả cầu 1 được tìm từ điều kiện : $\dfrac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r} + \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 R} = 0.$

Từ đó suy ra : $q_1 = -q\dfrac{r}{R}$.

– Tiếp theo, sau khi nối đất quả cầu 2, điện thế của nó lại bằng 0. Tương tự như trên, điện tích mới của quả cầu 2 được xác định từ điều kiện : $\dfrac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 R} + \dfrac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 r} = 0.$

Suy ra : $q_2 = -q_1\dfrac{r}{R} = q\left(\dfrac{r}{R}\right)^2$

Điện thế cuối V_1' của quả cầu 1 bây giờ được xác định bởi các điện tích mới trên hai quả cầu : $V_1' = \dfrac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r} + \dfrac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 R} = -\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 R} + \dfrac{qr^2}{4\pi\varepsilon_0 R^3} = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}\left(\dfrac{r^2}{R^2} - 1\right)$.

1.6. a) Cường độ điện trường do bản tích điện Q (bản 1) và bản tích điện –2Q (bản 2) gây ra lần lượt là : $E_1 = \dfrac{Q}{2\varepsilon_0 S}$ và $E_2 = 2\dfrac{Q}{2\varepsilon_0 S} = \dfrac{Q}{\varepsilon_0 S}$.

Cường độ điện trường bên trong tụ là : $E_t = E_1 + E_2 = \dfrac{3Q}{2\varepsilon_0 S}$.

Năng lượng điện trường trong tụ là : $W_t = \dfrac{1}{2}\varepsilon_0 E_t^2 V_t = \dfrac{1}{2}\varepsilon_0\left(\dfrac{3Q}{2\varepsilon_0 S}\right)^2 .S.3d = \dfrac{27Q^2 d}{8\varepsilon_0 S}$.

b) Khi hai bản cách nhau một khoảng d, kí hiệu v_1, v_2 lần lượt là vận tốc của bản 1 và bản 2. Áp dụng định luật bảo toàn động lượng ta có :

$$mv_1 + 2mv_2 = 0 \Rightarrow v_1 = -2v_2 \qquad (1)$$

Năng lượng điện trường bên trong tụ là : $W_t' = \dfrac{1}{2}\varepsilon_0 E_t^2 V_t' = \dfrac{1}{2}\varepsilon_0\left(\dfrac{3Q}{2\varepsilon_0 S}\right)^2 Sd = \dfrac{9Q^2 d}{8\varepsilon_0 S}$.

Cường độ điện trường bên ngoài tụ (bên trái của bản tụ 1 và bên phải của bản tụ 2) là :

$$E_n = E_2 - E_1 = \frac{Q}{2\varepsilon_0 S}$$

Khi hai bản cách nhau là d thì thể tích không gian bên ngoài tăng một lượng là : $\Delta V = S.2d$. Vùng thể tích tăng thêm này cũng có điện trường đều với cường độ E_n. Do vậy, năng lượng điện trường bên ngoài tụ đã tăng một lượng là :

$$\Delta W = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E_n^2.\Delta V = \frac{Q^2 d}{4\varepsilon_0 S}$$

Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng :

$$W_t - W_t' = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{2mv_2^2}{2} + \Delta W \Leftrightarrow \frac{9Q^2 d}{4\varepsilon_0 S} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{2mv_2^2}{2} + \frac{Q^2 d}{4\varepsilon_0 S} \quad (2)$$

Giải hệ phương trình (1) và (2) cho ta : $v_2 = Q\sqrt{\frac{2d}{3\varepsilon_0 Sm}}$ và $v_1 = -2Q\sqrt{\frac{2d}{3\varepsilon_0 Sm}}$.

1.7. a) Tại vị trí dây treo lệch góc nhỏ so với vị trí cân bằng :

Năng lượng của con lắc : $W = \frac{mv^2}{2} + mgl(1-\cos\alpha) + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}.\frac{qQ}{r}$

$$= \frac{ml^2(\alpha')^2}{2} + mgl\frac{\alpha^2}{2} + \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{\sqrt{(h + l(1-\cos\alpha))^2 + (l\alpha)^2}}$$

$$W = \frac{ml^2(\alpha')^2}{2} + mgl\frac{\alpha^2}{2} + \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{\left[h + l\frac{\alpha^2}{2}\right]^2 + l^2\alpha^2}}$$

(bỏ qua vô cùng bé bậc cao $\frac{l^2\alpha^4}{4}$)

Năng lượng của hệ được bảo toàn trong trường lực thế nên : $\frac{dW}{dt} = 0$.

Ta có : $\frac{dW}{dt} = ml^2.\alpha'.\alpha'' + mgl.\alpha.\alpha' + \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0}.\frac{-l(l+h).\alpha.\alpha'}{(h^2 + \alpha^2 l(l+h))^{\frac{3}{2}}} = 0$

$$\Rightarrow ml^2.\alpha'' + \left(mgl - \frac{qQl(l+h)}{4\pi\varepsilon_0 h^3}\right).\alpha = 0 \text{ (bỏ qua vô cùng bé bậc cao } \alpha^2.l(l+h))$$

$$\Rightarrow \alpha'' + \left(\frac{g}{l} - \frac{qQ(l+h)}{4\pi\varepsilon_0 mh^3 l}\right).\alpha = 0$$

Chứng tỏ vật dao động điều hoà với tần số góc : $\omega = \left(\frac{g}{l} - \frac{qQ(l+h)}{4\pi\varepsilon_0 mh^3 l}\right)^{1/2}$

b) Chu kì dao động : $$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\left(\frac{g}{l} - \frac{qQ(l+h)}{4\pi\varepsilon_0 mh^3 l}\right)^{1/2}}$$

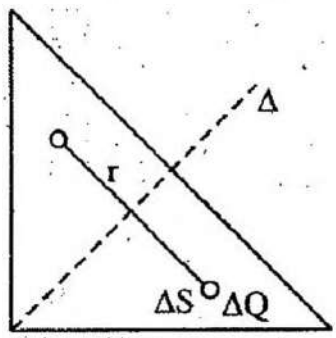
Biện luận : Điều kiện : $$\left(\frac{g}{l} - \frac{qQ(l+h)}{4\pi\varepsilon_0 mh^3 l}\right) > 0 \qquad (1)$$

– Nếu $qQ < 0$ (hai điện tích trái dấu), (1) luôn luôn thoả mãn.

– Nếu $qQ > 0$ (hai điện tích cùng dấu), phải có : $\frac{g}{l} > \frac{qQ(l+h)}{4\pi\varepsilon_0 mh^3 l}$ hay $mg > \frac{qQ(h+l)}{4\pi\varepsilon_0 h^3}$.

1.8. Xét tấm điện môi như hình 1.3G, mang điện tích Q, diện tích S. Xét mẫu số nhỏ có diện tích ΔS mang điện tích ΔQ và một mẫu giống hệt như nó đối xứng qua trục Δ, khoảng cách giữa hai mẫu là r. Thế năng tương tác tĩnh điện của 2 mẫu trên là :

$$W_0 \sim \frac{(\Delta Q)^2}{r} \text{ với } \Delta Q = \frac{Q}{S}.\Delta S \Rightarrow W_0 \sim \frac{Q^2(\Delta S)^2}{r.S^2}$$



Hình 1.3G

Khi tấm điện môi bị gấp đôi lại, diện tích mỗi mẫu cần xét chỉ còn ΔS_1 và khoảng cách giữa hai mẫu cần xét chỉ còn r_1 :

$$S_1 = \frac{S}{2} \Rightarrow \Delta S_1 = \frac{\Delta S}{2}$$

$$\Rightarrow \quad r_1 = \frac{r}{\sqrt{2}} \text{ (do tỉ lệ đồng dạng } k^2 = \frac{1}{2}\text{)}.$$

Thế năng tương tác khi đó của hai mẫu : $W_1 \sim \frac{Q^2(\Delta S_1)^2}{r_1.S_1^2} = \frac{Q^2(\Delta S)^2}{r.S^2}\sqrt{2}$.

Thế năng tĩnh điện trên cả tấm điện môi lúc đầu E_0 và lúc sau E_1 là :

$$E_0 = \Sigma W_0 \sim \sum \frac{Q^2(\Delta S)^2}{r^2 S^2}$$

$$E_1 = \Sigma W_1 \sim \sqrt{2}\sum \frac{Q^2(\Delta S)^2}{r^2 S^2} \Rightarrow E_1 = E_0\sqrt{2}$$

Công cần để gấp đôi tấm điện môi lần đầu : $A = E_1 - E_0 = E_0(\sqrt{2} - 1)$.

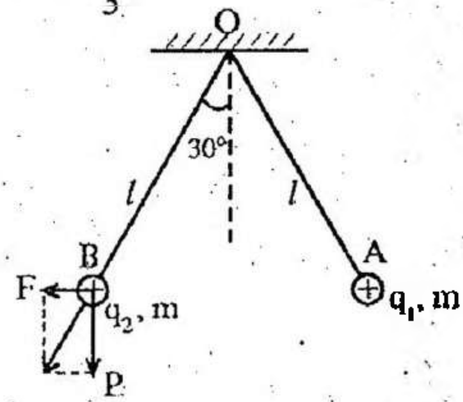
Tương tự, ta có thế năng sau khi gấp đôi lần hai là $E_2 = \sqrt{2}\,E_1$. Khi đó, công cần để gấp đôi tấm điện môi lần hai là :

$$A_2 = E_2 - E_1 = E_1(\sqrt{2} - 1) = E_0\sqrt{2}(\sqrt{2} - 1) = A\sqrt{2}$$

Vậy công để gấp đôi tấm điện môi mới là $A_2 = A\sqrt{2}$.

1.9. Trọng lượng hai quả cầu A, B là $P_1 = P_2 = P$ (Hình 1.4G). Ban đầu, khi chỉ có hai quả cầu A và B, thì lực tĩnh điện $\overline{F}$ nằm ngang, và ta có : $F = P.\tan\alpha$. Gọi $q = q_1$ là điện tích của quả cầu A, $aq = q_2$ là điện tích quả cầu B, với $\tan\alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$, ta có :

$$k\frac{qaq}{l^2} = P\frac{\sqrt{3}}{3} \qquad (1)$$



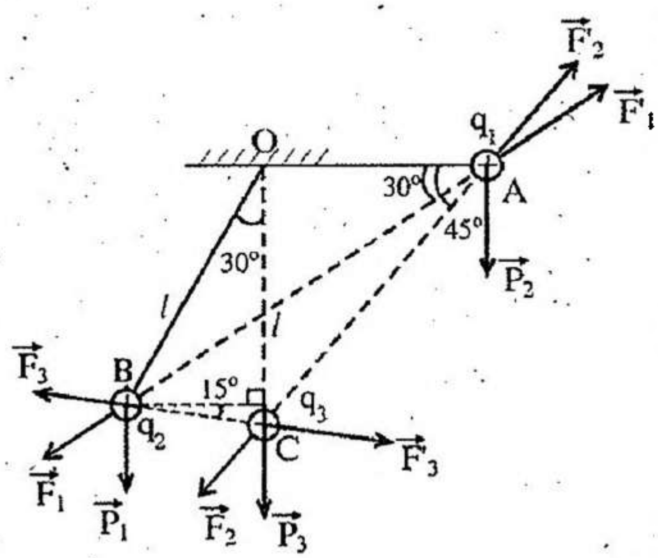
Hình 1.4G

Khi đặt thêm quả cầu q_3 có điện tích $q_3 = bq$, ta gọi lực đẩy tĩnh điện giữa q_1 và q_2 là F_1, giữa q_1 và q_3 là F_2 và giữa q_2 và q_3 là F_3 (Hình 1.5G) :

$$F_1 = k\frac{aq^2}{(l\sqrt{3})^2} = ka\frac{q^2}{3l^2} \ ;$$

$$F_2 = k\frac{aq.bq}{(l\sqrt{2})^2} = kab\frac{q^2}{2l^2} \ ;$$

$$F_3 = k\frac{bq^2}{(2l\sin 15^\circ)^2} = kb\frac{q^2}{4l^2\sin^2 15^\circ}$$



Hình 1.5G

Tổng hình chiếu của $\overline{F_1}$ và $\overline{F_3}$ trên phương nằm ngang phải bằng F trong trường hợp trên, còn tổng hình chiếu của $\overline{F_1}$ và $\overline{F_2}$ trên phương thẳng đứng phải bằng P. Do đó :

$$ka\frac{q^2}{3l^2}\cos 30^\circ + kb\frac{q^2}{4l^2\sin^2 15^\circ}\cos 15^\circ = P\frac{\sqrt{3}}{3} \qquad (2)$$

Và
$$ka\frac{q^2}{3l^2}\sin 30^\circ + kab\frac{q^2}{2l^2}\sin 45^\circ = P \qquad (3)$$

Với : $\sin 15^\circ = \dfrac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3} - 1)$ và $\cos 15^\circ = \dfrac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3} + 1)$, ta được :

$$ka\frac{q^2\sqrt{3}}{3l^2.2} + kb\frac{q^2\frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3}+1)}{4l^2.\frac{2}{16}(\sqrt{3}-1)^2} = P\frac{\sqrt{3}}{3} \qquad (4)$$

$$ka\frac{q^2}{3l^2}.\frac{1}{2} + kab\frac{q^2}{2l^2}.\frac{\sqrt{2}}{2} = P \qquad (5)$$

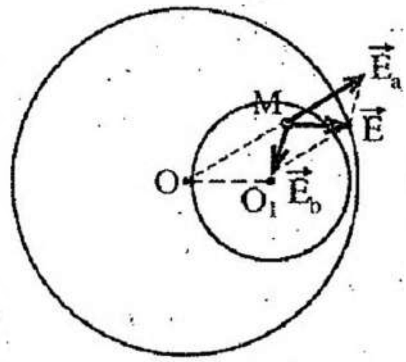
Từ (1), (4) và (5), ta suy ra : $a = \frac{a\sqrt{3}}{6} + b\frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}+1)}{4(2-\sqrt{3})}$ (6)

và $\frac{1}{6} + b\frac{\sqrt{2}}{4} = \sqrt{3}$ (7)

Do đó, từ (6) và (7) suy ra : $a = \frac{q_2}{q_1} = \frac{\left(2\sqrt{6}-\frac{\sqrt{2}}{3}\right).\sqrt{2}(\sqrt{3}+1)}{4(2-\sqrt{3})}.\frac{6}{6-\sqrt{3}}$

Và $b = 2\sqrt{6} - \frac{\sqrt{2}}{3}$.

1.10. a) Do tính đối xứng của bài toán, vectơ cường độ điện trường bên trong và bên ngoài quả cầu tích điện đều theo thể tích đều phải hướng dọc các bán kính và có độ lớn như nhau tại những điểm cách tâm cầu một khoảng a < R, cường độ điện trường được xác định chỉ bởi các điện tích bên trong quả cầu bán kính a. Độ lớn của cường độ điện trường tại đó được xác định theo định lí Gau-xơ (Hình 1.6G).



Hình 1.6G

$$4\pi a^2E = \frac{1}{\varepsilon_0}\frac{4}{3}\pi a^3\rho \Rightarrow E = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}a \Rightarrow \vec{E} = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\vec{a} \quad (1).$$

b) Bây giờ, nếu bên trong quả cầu lớn khoét đi một quả cầu nhỏ, thì tựa như ta lồng vào quả cầu lớn chưa khoét một quả cầu nhỏ mang điện tích trái dấu nhưng cùng mật độ khối ρ. Điện trường tại bất kì điểm nào bây giờ cũng là kết quả chồng chất của điện trường gây ra bởi hai quả cầu. Ta xét một điểm M cách tâm các quả cầu lần lượt những khoảng a và b. Theo biểu thức (1), các vectơ $\vec{E}_a$ và $\vec{E}_b$ có phương trùng với các bán kính a, b, kẻ từ M và có độ lớn tỉ lệ thuận với các bán kính đó. Vectơ cường độ điện trường tổng hợp $\vec{E}$ và các vectơ đó lập thành các cạnh của một tam giác đồng dạng với tam giác OO_1M. Vậy vectơ cường độ điện trường tổng hợp trong hốc cầu luôn song song với đường nối tâm hai quả cầu. Suy ra điện trường đó là đều.

Từ đó tìm được : $E = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}l$, với $l = OO_1$.

1.11. a) Đối với những điểm M nằm ngoài tấm, $x \geq \frac{h}{2}$, tấm tương đương một mặt phẳng tích điện đều với mật độ mặt $\sigma = \rho.h$. Do đó cường độ điện trường tại các điểm đó như nhau và bằng : $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{\rho h}{2\varepsilon_0}$. Phương của $\vec{E}$ vuông góc với mặt tấm điện môi, còn chiều tuỳ thuộc dấu của ρ.

Đối với những điểm nằm bên trong tấm ($x < \frac{h}{2}$) ta tách tấm điện môi thành hai tấm mỏng hơn bề dày x và h – x. Hai tấm này tương đương hai mặt phẳng vô hạn tích điện đều cùng dấu với mật độ mặt là $\sigma_1 = \rho\left(\frac{h}{2} - x\right)$ và $\sigma_2 = \rho\left(\frac{h}{2} + x\right)$. Theo nguyên lí chồng chất cường độ điện trường tại điểm khảo sát là : $E = E_2 - E_1$, với $E_1 = \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0}$ và $E_2 = \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}$. Do đó $E = \frac{\rho x}{\varepsilon_0}$. Phương của $\vec{E}$ vuông góc với mặt của tấm điện môi, còn chiều thì tuỳ thuộc dấu của ρ và x.

b) Điện trường do tấm điện môi tích điện đều bị khoét đi một khối cầu rỗng thì tương đương sự chồng chất của điện trường $\vec{E}_T$ do tấm điện môi nguyên vẹn và điện trường $\vec{E}_C$ do quả cầu tích điện đều cùng mật độ nhưng trái dấu : $\vec{E} = \vec{E}_T + \vec{E}_C$, trong đó vectơ điện trường do khối cầu cô lập tích điện đều mật độ ρ gây ra tại điểm cách tâm nó một khoảng $r \leq \frac{h}{2}$ bằng $\vec{E}_C(r) = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\vec{r}$ (1)

Xem ρ > 0, thì vectơ $\vec{E}_C(r)$ hướng vào tâm khối cầu.

Vectơ cường độ điện trường do tấm tích điện đều gây ra phụ thuộc điểm khảo sát. Tại những điểm nằm từ sát mặt tấm trở ra, thì tấm đóng vai trò như một mặt phẳng rộng vô hạn tích điện đều với mật độ điện tích mặt $\sigma = \rho h$, nên $E_T(B) = \frac{h\rho}{2\varepsilon_0}$ và hướng từ tấm ra. Tại những điểm trong lòng điện môi vectơ cường độ điện trường là kết quả chồng chất của điện trường do hai tấm mặt phẳng vô hạn tích điện đều cùng dấu với mật độ mặt $\sigma_1 = \rho h_1$; $\sigma_2 = \rho(h - h_1)$. Nói riêng, tại A điện trường này bằng 0.

Kết quả là :

Tại A : chỉ có điện trường do khối cầu gây ra, $\vec{E}_A$ hướng sang phải và $E_A = \frac{\rho h}{6\varepsilon_0}$.

Tại B : Hiệu của hai điện trường cùng phương, ngược chiều :

$$E_B = \frac{\rho}{\varepsilon_0}\left(\frac{h}{2} - \frac{h}{6}\right) = \frac{\rho h}{3\varepsilon_0}$$

Dọc bán kính OA : Chỉ do khối cầu gây ra, nên có chiều từ trái sang phải và có độ lớn phụ thuộc bán kính r : $\vec{E}_C(r) = \dfrac{\rho}{3\varepsilon_0}\vec{r}$.

1.12. Thoạt đầu các tụ điện chưa tích điện, nên khi mắc vào hai cực của nguồn điện, do bảo toàn điện tích, các bản tụ điện tích điện bằng nhau và trái dấu. Điện trường chỉ khác 0 tại khoảng không gian giữa hai bản tụ điện. Gọi các cường độ điện trường đó là $\vec{E}_1$ và $\vec{E}_2$, thì hiệu điện thế giữa hai bản nằm giữa bằng :

$$U_{23} = (E_1 + E_2)a \qquad (1)$$

trong đó các cường độ điện trường E_1 và E_2 không giống như khi các tụ điện cô lập, mà phải có độ lớn sao cho hiệu điện thế ở mỗi tụ điện phải bằng các suất điện động của nguồn tương ứng :

$$E_1(d - a) + (E_1 + E_2)a = U_1 \qquad (2)$$

$$E_2(d - a) + (E_1 + E_2)a = U_2 \qquad (3)$$

Giải hệ (2), (3) ra tìm E_1 và E_2 và thay vào (1) ta được : $U_{23} = \dfrac{a}{a + d}(U_1 + U_2)$.

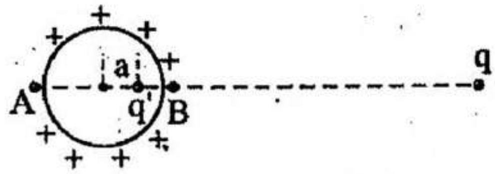
1.13. Khi quả cầu dẫn điện nằm trong điện trường, thì trên mặt cầu xuất hiện các điện tích hưởng ứng, làm cho điện trường xung quanh quả cầu bị méo đi (các đường sức bị uốn cong đi và độ lớn của cường độ điện trường bị thay đổi) so với khi chưa có quả cầu. Đó là do có sự chồng chất của điện trường do các điện tích hưởng ứng và điện trường do điện tích q gây ra một cách riêng biệt. Đối với những điểm nằm ngoài quả cầu thì điện trường do các điện tích hưởng ứng trên quả cầu tương đương với điện trường do các điện tích "ảnh" của q qua quả cầu. Phương pháp *ảnh điện* cho biết khi quả cầu không nối đất, thì do tổng điện tích trên quả cầu vẫn bằng 0, nên các điện tích hưởng ứng tương đương với hai hệ điện tích : điện tích điểm q' trái dấu với q, nằm trên đường nối q với tâm cầu và một điện tích –q' phân bố đều trên mặt cầu (Hình 1.7G). Độ lớn của điện tích q' và khoảng cách a từ nó tới tâm cầu được xác định theo phương pháp ảnh điện và bằng : $q' = -\dfrac{r}{l}q = -\dfrac{q}{10}$ và $a = \dfrac{r^2}{l} = \dfrac{r}{10}$.

Do đó, điện trường tại A hoặc B là kết quả chồng chất của ba điện trường :

+ Tại A : điện trường của q và của –q' hướng sang trái, điện trường của q' hướng sang phải :

$$E_A = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{(l + r)^2} - \frac{q'}{r^2} + \frac{q'}{(r + a)^2}\right)$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0(l + r)^2}\left(1 + \frac{r}{l}\frac{(l + r)^2}{r^2} - \frac{r}{l}\frac{(l + r)^2}{\left(r + \dfrac{r^2}{l}\right)^2}\right)$$



Hình 1.7G

$$= E_{A0}\left(1 + \frac{(l + r)^2}{lr} - \frac{l}{r}\right) = 3,1E_{A0}, \text{ với } E_{A0} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0(l + r)^2}.$$

+ Tại B : Điện trường của q và của q' hướng sang trái, điện trường của –q' hướng sang phải :

$$E_B = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{(l - r)^2} + \frac{q'}{r^2} - \frac{q'}{(r - a)^2}\right)$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0(l - r)^2}\left(1 - \frac{r(l - r)^2}{lr^2} + \frac{r(l - r)^2}{l\left(r - \frac{r^2}{l}\right)^2}\right)$$

$$= 2,9E_{B0}, \text{ với } E_{B0} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0(l - r)^2}$$

* Khi quả cầu nối đất, điện tích hưởng ứng chỉ tương đương điện tích "ảnh" q' nên :

$$E_A = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{(l + r)^2} + \frac{q'}{(r + a)^2}\right)$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0(l + r)^2}\left(1 - \frac{r}{l}\frac{(l + r)^2}{\left(r + \frac{r^2}{l}\right)^2}\right) = E_{A0}\left(1 - \frac{l}{r}\right) = -9E_{A0}$$

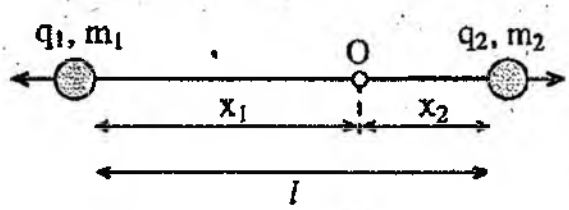
Dấu "–" chứng tỏ điện trường đổi chiều so với khi chưa có quả cầu :

$$E_B = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{(l - r)^2} - \frac{q'}{(r - a)^2}\right) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0(l - r)^2}\left(1 + \frac{r(l - r)^2}{l\left(r - \frac{r^2}{l}\right)^2}\right) = E_{B0}\left(1 + \frac{l}{r}\right)$$

$$= 11E_{B0}$$

1.14. (Hình 1.8G)

a) Trường hợp khối lượng các hạt bằng nhau, thì do lực như nhau nên gia tốc các hạt như nhau. Chúng được đồng thời thả ra, nên các điện tích luôn đối xứng qua khối tâm, nằm chính giữa đoạn a ban đầu. Gọi x là các khoảng cách tức thời từ mỗi điện tích đến khối tâm, thì công dịch chuyển mỗi điện tích đi ra đến vô cùng bằng :



Hình 1.8G

$$A_1 = \int_{\frac{a}{2}}^{\infty} F dx = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0} \int_{\frac{a}{2}}^{\infty} \frac{dx}{(2x)^2} = \frac{q_1 q_2}{16\pi\varepsilon_0}\left(-\frac{1}{x}\right)\Bigg|_{\frac{a}{2}}^{\infty} = \frac{q_1 q_2}{8\pi\varepsilon_0 a}$$

Suy ra công toàn phần của lực điện trường khi cho cả hai điện tích đồng thời chuyển động ra xa vô cùng bằng : $A = A_1 + A_2 = 2A_1 = \dfrac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 a}$.

b) Trường hợp các khối lượng m_1 và m_2 khác nhau. Khi đó, mặc dù lực tác dụng lên hai điện tích có độ lớn như nhau, nhưng gia tốc của hai hạt là khác nhau. Tuy nhiên, nếu chú ý rằng hệ hai điện tích là một hệ kín, lực tương tác giữa chúng là nội lực, thì có sự bảo toàn khối tâm của hệ :

$$m_1 x_1 = m_2 x_2 \Rightarrow x_2 = \frac{m_1 x_1}{m_2}$$

$$\Rightarrow x_1 = (x_1 + x_2)\frac{m_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} l$$

và $$x_2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} l$$

trong đó l là khoảng cách tức thời giữa hai điện tích. Ta tính công của lực điện trường khi cả hai điện tích được thả ra đồng thời cho chuyển động đến vô cùng. Kí hiệu khoảng cách ban đầu từ khối tâm đến các điện tích lần lượt là a_1 và a_2, ta có công dịch chuyển của điện tích q_1 ra xa vô cùng bằng : $A_1 = \int_{a_1}^{\infty} F_1 dx_1$.

Thay x_1 theo l, ta được : $A_1 = \int_{a_1}^{\infty} F_1 dx_1 = \dfrac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0} \dfrac{m_2}{m_1 + m_2} \int_{a}^{\infty} \dfrac{dl}{l^2} = \dfrac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0} \dfrac{m_2}{m_1 + m_2} \dfrac{1}{a}$.

Tương tự, ta có công A_2 cho điện tích q_2 : $A_2 = \dfrac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0} \dfrac{m_1}{m_1 + m_2} \dfrac{1}{a}$.

Thế năng tương tác ban đầu giữa hai điện tích được chuyển hoàn toàn thành công dịch chuyển đồng thời cả hai điện tích ra xa vô cùng và bằng :

$$W_t = A_1 + A_2 = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 a}.$$

Tóm lại, dù cho một hay cả hai điện tích của hệ cùng dịch ra xa vô cùng thì công của lực điện trường cũng chỉ bằng thế năng của một điện tích này trong điện trường của điện tích kia khi chúng cách xa nhau một khoảng a.

1.15. a) Năng lượng của toàn điện trường : $W = \frac{\varepsilon_0}{2}\int E^2 dV = \frac{\varepsilon_0}{2}\int E^2 4\pi r^2 dr.$

$$= \frac{\varepsilon_0}{2}\int_0^R \left(\frac{\rho}{3\varepsilon_0 r}\right)^2 4\pi r^2 dr + \frac{\varepsilon_0}{2}\int_R^\infty \frac{q^2}{16\pi^2\varepsilon_0^2 r^4} 4\pi r^2 dr$$

trong đó năng lượng điện trường tích lũy trong lòng khối cầu bằng :

$$W_1 = \frac{\varepsilon_0}{2}\int_0^R \left(\frac{\rho}{3\varepsilon_0} r\right)^2 4\pi r^2 dr = \frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0 R^6}\int_0^R r^4 dr = \frac{q^2}{40\pi\varepsilon_0 R}$$

và phần năng lượng định xứ ở phần điện trường ngoài khối cầu bằng

$$W_2 = \frac{\varepsilon_0}{2}\int_R^\infty \frac{q^2}{16\pi^2\varepsilon_0^2 r^4} 4\pi r^2 dr = \frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0}\int_R^\infty \frac{dr}{r^2} = \frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0 R}$$

Suy ra : $$W = W_1 + W_2 = \frac{q^2}{40\pi\varepsilon_0 R}(1+5) = \frac{3q^2}{20\pi\varepsilon_0 R}.$$

b) Tỉ số $\eta = \frac{W_1}{W_2} = \frac{8}{40} = \frac{1}{5}.$

1.16. Giả sử hạt q mất một khoảng thời gian dt để đi thêm đoạn ds khi nó đang có vận tốc v thì $dt = \frac{ds}{v}$. Do đó khoảng thời gian cần thiết để hạt q đi từ A tới B là : $t_1 = \int_0^{t_1} dt = \int_C^B \frac{ds}{v_1}$ (1)

Tương tự, gọi v_2 là vận tốc tương ứng của hạt thứ hai, ta có : $t_2 = \int_0^{t_2} dt = \int_C^B \frac{ds}{v_2}$ (2)

Ta tìm hệ thức giữa v_2 và v_1 theo định lí động năng :

$$A_1 = \int_C^B F ds = \frac{1}{2}mv_1^2 \quad (3) \quad \text{và} \quad A_2 = \int_C^B F_2 ds = \frac{1}{2}mv_2^2 \quad (4)$$

Nhưng do $q_2 = 3q$ nên $F_2 = 3F_1$. Thay vào (4) ta được : $A_2 = 3\int_C^B F ds = 3A_1$

hay là : $\frac{1}{2}mv_2^2 = 3m\frac{1}{2}v_1^2 \Rightarrow v_2 = v_1\sqrt{3}$ thay vào (2) ta được : $t_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}\int_C^B \frac{ds}{v_1} = \frac{t}{\sqrt{3}}.$

1.17. Các miền có điện thế φ_1 và φ_2 là các miền đẳng thế. Chuyển động của hạt tích điện trong các miền đó là đều. Kí hiệu vận tốc chuyển động trong miền sau là v_2, và áp dụng định luật bảo toàn năng lượng : $\frac{1}{2}mv_1^2 + e\varphi_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + e\varphi_2$,

suy ra : $$\frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) = e(\varphi_1 - \varphi_2) \qquad (1)$$

trong đó : $$v_1^2 = v_1^2\cos^2\alpha + v_1^2\sin^2\alpha \text{ và } v_2^2 = v_2^2\cos^2\beta + v_2^2\sin^2\beta \qquad (2)$$

Để tìm mối liên hệ giữa các góc bay, ta chú ý thêm rằng hình mẫu thực tế của hai miền đẳng thế phân cách nhau bằng một mặt phẳng có thể thực hiện được bằng một cặp lưới kim loại phẳng song song nằm rất sát nhau, tích điện bằng nhau và trái dấu. Khi ấy điện trường ở khoảng không gian ngoài hai lưới bằng 0, ở giữa hai lưới là đều, có đường sức vuông góc với mặt các lưới đó. Nhờ thế khi bay qua "tụ điện phẳng" này thành phần vuông góc của vận tốc bị thay đổi, còn thành phần tiếp tuyến của vận tốc (dọc theo mặt đẳng thế) không thay đổi :

$$v_2\cos\beta = v_1\cos\alpha \qquad (3)$$

Thay (2) vào (1) và chú ý đến điều kiện (3) ta được :

$$e(\varphi_1 - \varphi_2) = \frac{1}{2}m(v_2^2\sin^2\beta - v_1^2\sin^2\alpha)$$

Sử dụng hệ thức (3) một lần nữa ta được : $e(\varphi_1 - \varphi_2) = \frac{1}{2}mv_1^2(\cos^2\alpha.\tan^2\beta - \sin^2\alpha)$.

Suy ra : $\tan\beta = \tan\alpha\sqrt{\frac{2e(\varphi_1 - \varphi_2)}{mv_1^2\sin^2\alpha} + 1}$.

1.18. Gọi v là vận tốc của êlectron sau khi gia tốc ta có : $eU = \frac{1}{2}mv^2$ (1)

Để các êlectron chuyển động theo quỹ đạo tròn bán kính r, lực điện trường phải đóng vai trò lực hướng tâm : $$eE = \frac{mv^2}{r} = \frac{2mv^2}{R_1 + R_2} \qquad (2)$$

trong đó E là cường độ điện trường tại nơi có bán kính $r = \frac{R_1 + R_2}{2}$.

Thay mv^2 theo (1) ta được : $$eE = \frac{4eU}{R_1 + R_2} \qquad (3)$$

Mặt khác, cường độ điện trường E trong tụ điện trụ và hiệu điện thế U_0 giữa hai bản tụ điện liên hệ với mật độ điện tích dài q_0 trên ống trụ trong theo các hệ thức :

$$E = \frac{q_0}{2\pi\varepsilon_0 r} = \frac{q_0}{\pi\varepsilon_0(R_1 + R_2)} \text{ và } U_0 = \frac{q_0}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{R_2}{R_1} \text{ nên : } E = \frac{2U_0}{(R_1 + R_2)\ln\frac{R_2}{R_1}}$$

Thay vào (3) ta được : $U = \dfrac{U_0}{2\ln\frac{R_2}{R_1}}$.

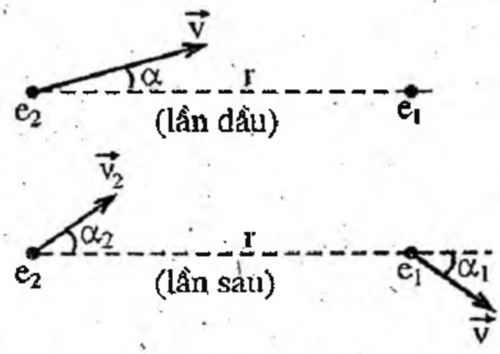
1.19. Do vận tốc một êlectron có một thành phần hướng về êlectron kia, nên chắc chắn khoảng cách hai êlectron thoạt đầu phải giảm, trong quá trình đó vận tốc êlectron thứ nhất tăng dần, vận tốc êlectron thứ hai giảm dần, cho đến khi động năng của hệ đạt cực tiểu, thì khoảng cách giữa hai êlectron là ngắn nhất. Sau đó, do lực đẩy tĩnh điện, vận tốc êlectron thứ nhất tiếp tục tăng, vận tốc của êlectron thứ hai tiếp tục giảm, khiến khoảng cách giữa chúng lại tăng. Bài toán có thể chuyển sang hệ quy chiếu đối xứng cho hai hạt. Tuy nhiên, ta sẽ giải bài toán nhờ các định luật bảo toàn. Giả sử khi hai êlectron trở lại khoảng cách r các vectơ vận tốc có phương, chiều như hình 1.9G. Khi đó, lực tương tác là nội lực và xuyên tâm nên ta có bảo toàn động lượng và momen động lượng :

$$v\cos\alpha = v_1\cos\alpha_1 + v_2\cos\alpha_2 \quad (1)$$

$$v\sin\alpha = v_1\sin\alpha_1 + v_2\sin\alpha_2 \quad (2)$$

Ngoài ra hệ còn bảo toàn năng lượng, mà ở đây là bảo toàn động năng, vì trước sau hai êlectron có cùng khoảng cách r nên chúng có cùng thế năng tương tác :

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}mv_2^2 \quad (3)$$



Hình 1.9G

Bình phương hai vế của (1) và (2), cộng vào và chú ý đến (3), ta được :

$$2v_1v_2\cos(\alpha_1 - \alpha_2) = 0 \Rightarrow \alpha_1 - \alpha_2 = 90^{\circ}.$$

1.20. a) Theo định nghĩa, $\varepsilon = \dfrac{E_0}{E}$, nên : $\varepsilon = \dfrac{E_0}{E} = \dfrac{E_0}{E_0 - E'} = \dfrac{\frac{\sigma}{\varepsilon_0}}{\frac{\sigma}{\varepsilon_0} - \frac{\sigma'}{\varepsilon_0}} = \dfrac{\sigma}{\sigma - \sigma'}$.

Suy ra mật độ điện tích cảm ứng trên hai mặt tấm điện môi : $\sigma' = \pm\sigma\left(1 - \dfrac{1}{\varepsilon}\right)$.

Do hai mặt tấm điện môi có điện tích cảm ứng bằng nhau và trái dấu, đóng vai trò như hai bản của một tụ điện phẳng (chỉ cho điện trường khác không trong lòng điện môi), nên cường độ điện trường ngoài tấm điện môi (chỉ hoàn toàn do điện tích trên các bản tụ điện gây ra) và bên trong tấm tương ứng bằng : $E_0 = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$ và $E = \dfrac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}$.

Hiệu điện thế giữa hai mặt phẳng :

$$U = U_{12} + U_{23} + U_{31} = (d - h)E_0 + hE = (d - h)\frac{\sigma}{\varepsilon_0} + h\frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0} = \left(d - h + \frac{h}{\varepsilon}\right)\frac{\sigma}{\varepsilon_0}.$$

b) Lập luận tương tự ta có : $\frac{E_0}{\varepsilon} = E_0 - \frac{\sigma'}{\varepsilon_0}$. Suy ra : $\sigma' = \pm\, \varepsilon_0 E_0\left(1 - \frac{1}{\varepsilon}\right)$.

1.21. Giả sử với cường độ điện trường bằng E, thì chiều dài của lưỡng cực $x = \lambda$. Khi đó mật độ điện tích phân cực : $\sigma_1 = P = np = n\lambda q = \frac{nq^2E}{k}$, với n là số phân tử điện môi trong một đơn vị thể tích. Điện trường ngược chiều với $\vec{E}_0$ gây bởi σ_1 :

$$E_1 = \frac{\sigma_1}{\varepsilon_0} = \frac{nq^2E}{\varepsilon_0 k}.$$

Điện trường trong điện môi bằng :

$$E = E_0 - E_1 = E_0 - \frac{nq^2E}{\varepsilon_0 k} \text{ hay là } E = \frac{k\varepsilon_0 E_0}{nq^2 + k\varepsilon_0} \qquad (1)$$

Suy ra hằng số điện môi có biểu thức : $\varepsilon = \frac{nq^2}{k\varepsilon_0} + 1$ (2)

Công A_1 của lực điện trường làm phân cực một phân tử thành cặp điện tích ± q từ vị trí trùng nhau đến khoảng cách λ bằng :

$$A_1 = \int_0^\lambda F dx = \int_0^\lambda qE dx = k\int_0^\lambda x dx = \frac{1}{2}k\lambda^2 = \frac{q^2E^2}{2k}$$

Do đó năng lượng trữ trong điện môi trong tụ điện bị phân cực bằng :

$$W_1 = NA_1 = \frac{1}{2}nk\lambda^2 V = n\left(\frac{q^2E^2}{2k}\right)V \qquad (3)$$

hoặc tính theo cường độ điện trường E_0 : $W_1 = \frac{nq^2}{2k}\left(\frac{k\varepsilon_0 E_0}{nq^2 + \varepsilon_0 k}\right)^2 V$ (3a)

Thay $\frac{q^2}{k}$ theo (2) vào (3) ta được : $W_1 = \varepsilon_0 \frac{\varepsilon - 1}{2}E^2V$ (4)

Nếu để ý năng lượng toàn phần của tụ điện bằng : $W = \frac{Q^2}{2C} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0}{2}E^2V$ (5).

thì có thể phân tích năng lượng này thành hai phần :

$$W = \frac{\varepsilon\varepsilon_0}{2}E^2V = \varepsilon_0\frac{\varepsilon - 1}{2}E^2V + \frac{\varepsilon_0 E^2}{2}V \quad (5a)$$

Trong đó số hạng thứ nhất là phần năng lượng được tích lũy trong lòng điện môi do bị phân cực, số hạng thứ hai *thuần túy là năng lượng trường tĩnh điện.*

Toàn bộ năng lượng (5) hoặc (5a) của điện trường sẽ được chuyển thành công của dòng điện khi cho tụ điện phóng điện qua một dây dẫn.

1.22. a) Khi tụ ngắt khỏi nguồn, điện tích trên tụ không đổi và bằng :

$$Q = C_0U = \frac{\varepsilon_0 SU}{d} \quad (1)$$

Năng lượng của tụ khi tấm điện môi chui vào đoạn x : $W = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$ (2)

Trong đó : $$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0\frac{S}{l}x}{d} + \frac{\varepsilon_0\frac{S}{l}(l - x)}{d} = \frac{\varepsilon_0 S}{d} + \frac{\varepsilon_0 S}{d}(\varepsilon - 1)\frac{x}{l} \quad (3)$$

Thay vào ta được : $$W = \frac{\varepsilon_0 SU^2}{2d}\cdot\frac{1}{1 + (\varepsilon - 1)\frac{x}{l}} \quad (4)$$

Khi tấm điện môi dịch chuyển thêm một đoạn dx nhỏ, W biến thiên một lượng :

$$dW = -\frac{\varepsilon_0 SU^2(\varepsilon - 1)l\,dx}{2dl\left[1 + (\varepsilon - 1)\frac{x}{l}\right]^2} \quad (5)$$

Đồng thời lực điện trường thực hiện một công : $dA = Fdx$ với $dA = -dW$, (6)

suy ra : $$F = \frac{\varepsilon_0 SU^2(\varepsilon - 1)l}{2d[l + (\varepsilon - 1)x]^2} \quad (7)$$

b) Khi tụ không ngắt khỏi nguồn U = const, năng lượng điện trường tăng khi tấm điện môi vào sâu trong tụ điện : $W = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}\frac{\varepsilon_0 S}{d}\left[1 + (\varepsilon - 1)\frac{x}{l}\right]U^2$ (8)

suy ra : $$dW = \frac{1}{2}\frac{\varepsilon_0 SU^2}{dl}(\varepsilon - 1)dx \quad (9)$$

Khi này do điện dung C tăng, điện lượng chạy qua nguồn theo chiều lực lạ bằng :

$$dq = UdC = U\frac{\varepsilon_0 S}{ld}(\varepsilon - 1)dx$$

Công của nguồn là : $$dA' = Udq = \frac{U^2\varepsilon_0 S}{ld}(\varepsilon - 1)dx \quad (10)$$

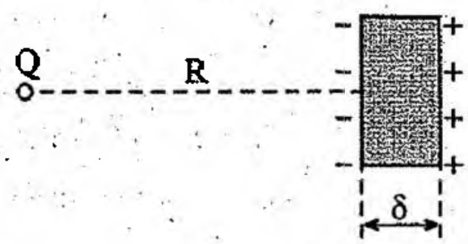
Theo định luật bảo toàn năng lượng : $dA' = dA + dW$.

Suy ra : $$F = \frac{1}{2}\frac{\varepsilon S}{ld}(\varepsilon - 1)U^2 \quad (11)$$

Trường hợp tụ điện nối với nguồn, lực hút tấm điện môi không phụ thuộc x. Điều này chỉ có thể phù hợp thực tế khi chiều dài tấm lớn hơn chiều dài của bản tụ điện.

1.23. (Hình 1.10G).

Do kích thước tấm nhỏ nên có thể xem điện trường trong phạm vi tấm là đều, bằng $E = \frac{E_0}{\varepsilon}$ trong đó E_0 là điện trường do điện tích điểm gây ra tại nơi đặt tấm. Ta biết, nếu xem tấm như một tụ điện phẳng, với mật độ điện tích cảm ứng $\pm\sigma$, thì :



Hình 1.10G

$$\frac{E_0}{\varepsilon} = E_0 - \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

Suy ra điện tích cảm ứng trên mỗi mặt tấm điện môi bằng :

$$q = \pm\sigma S = \varepsilon_0 E_0 S\frac{(\varepsilon - 1)}{\varepsilon}$$

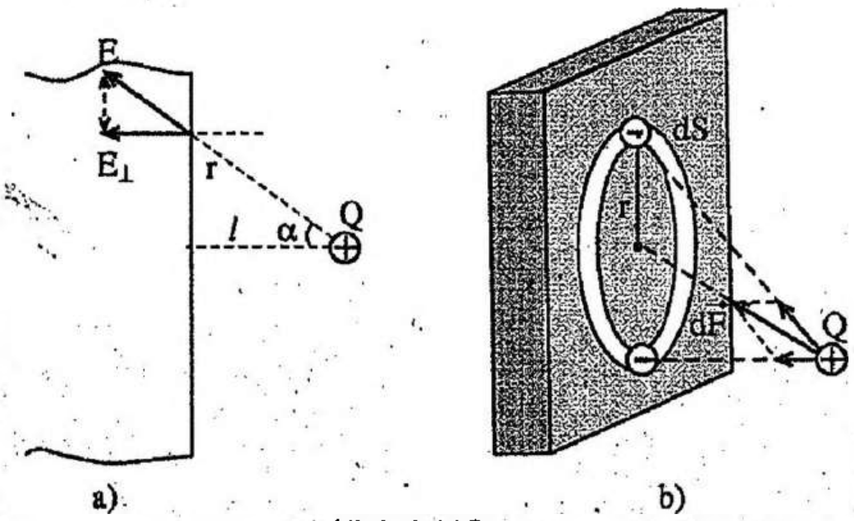
Để tính lực hút tấm điện môi về phía điện tích ta phải để ý đến sự sai khác của cường độ điện trường do điện tích điểm Q gây ra tại mặt trước và mặt sau tấm. Do đó lực đó bằng :

$$F = \frac{Qq^+}{4\pi\varepsilon_0(R + \delta)^2} - \frac{Qq^-}{4\pi\varepsilon_0 R^2} \approx \frac{(\varepsilon - 1)SQ^2\delta}{8\pi^2\varepsilon\varepsilon_0 R^5}$$

1.24. Thành phần điện trường gây nên điện tích cảm ứng $\vec{E}_\perp$ (Hình 1.11G).

$$E_\perp = E_0\cos\alpha = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0(l^2 + r^2)}\frac{l}{\sqrt{l^2 + r^2}}$$

Do chỉ có một mặt điện môi có điện tích cảm ứng, nên mối liên hệ giữa cường độ điện trường trong điện môi với mật độ điện tích cảm ứng và điện trường trong chân không sát mặt điện môi phải là : $E = \dfrac{E_\perp + \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}}{\varepsilon} = E_\perp - \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$.



Hình 1.11G

Suy ra mật độ điện tích cảm ứng trên mặt phẳng khối điện môi

$$\sigma(r) = 2\varepsilon_0 E_\perp \frac{(\varepsilon - 1)}{(\varepsilon + 1)} = \frac{(\varepsilon - 1)Ql}{2\pi(\varepsilon + 1)(l^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}}$$

Suy ra điện tích cảm ứng trên hình vành khăn bán kính r bề rộng dr bằng :

$$dq = \sigma dS = 2\varepsilon_0 E_\perp dS \frac{(\varepsilon - 1)}{(\varepsilon + 1)} = \frac{(\varepsilon - 1)Ql}{2\pi(\varepsilon + 1)(l^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}} 2\pi r dr = \frac{(\varepsilon - 1)Ql dr^2}{2(\varepsilon + 1)(l^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}}$$

Điện tích cảm ứng toàn phần : $q = \int dq = \frac{(\varepsilon - 1)Ql}{2(\varepsilon + 1)} \int_0^\infty \frac{d(r^2)}{(l^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}}$.

Đặt biến số tích phân là $x = l^2 + r^2$, ta được :

$$q = \int dq = \frac{(\varepsilon - 1)Ql}{2(\varepsilon + 1)} \int_l^\infty \frac{dx}{x^{\frac{3}{2}}} = \frac{(\varepsilon - 1)Q}{\varepsilon + 1}$$

Lực tác dụng từ các điện tích dq trên hình vành khăn bán kính r bề rộng dr lên điện tích điểm Q :

$$dF = -Q \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0(l^2 + r^2)} \cos\alpha = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0(l^2 + r^2)} \frac{(\varepsilon - 1)Ql^2}{2(\varepsilon + 1)(l^2 + r^2)^2} d(r^2)$$

$$= -\frac{(\varepsilon - 1)Q^2 l^2}{8\pi(\varepsilon + 1)\varepsilon_0} \frac{d(r^2)}{(l^2 + r^2)^3}$$

Lấy tích phân theo biến số mới $x = l^2 + r^2$ ta được : $F = \int dF = -\frac{(\varepsilon - 1)Q}{16\pi(\varepsilon + 1)\varepsilon_0 l^2}$.

1.25. a) Năng lượng điện trường của tụ trước và sau khi có điện môi :

$$W_0 = \frac{q^2}{2C_0} \text{ và } W = \frac{q^2}{2\varepsilon C_0}$$

Độ giảm năng lượng của tụ được chuyển thành nhiệt năng làm nóng nước :

$$\Delta W = Q = \frac{q^2}{2C_0}\left(1 - \frac{1}{\varepsilon}\right) = \frac{(\varepsilon - 1)q^2}{2C_0\varepsilon} = \frac{(\varepsilon - 1)C_0^2U^2}{2C_0\varepsilon} = \frac{\varepsilon - 1}{2\varepsilon}C_0U^2$$

$$= \frac{(\varepsilon - 1)\varepsilon_0}{2\varepsilon}\frac{S}{d}U^2 = \frac{(\varepsilon - 1)\varepsilon_0 SU^2}{2d\varepsilon}$$

Độ tăng nhiệt độ của nước : $\Delta t(^oC) = \frac{Q}{mC} = \frac{Q}{\rho SdC} = \frac{(\varepsilon - 1)\varepsilon_0 U^2}{2\rho C\varepsilon d^2} \approx 0{,}8.10^{-6}\ ^oC.$

b) Trường hợp không ngắt nguồn : $W_0 = \frac{1}{2}C_0U^2$ và $W' = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}\varepsilon C_0U^2$.

Công của nguồn khi rót điện môi : $A = U\Delta q = U(\varepsilon - 1)C_0U = (\varepsilon - 1)C_0U^2$.

Do đó nhiệt lượng toả ra trong tụ là : $Q' = A - (W' - W_0) = \frac{1}{2}(\varepsilon - 1)C_0U^2$ lớn hơn trường hợp trên ε lần.

1.26. Có thể áp dụng hai phương pháp.

1. *Phương pháp tính mật độ điện tích phân cực.* Ta biết : $\sigma' = \sigma\left(1 - \frac{1}{\varepsilon}\right) = \frac{q}{S}\left(1 - \frac{1}{\varepsilon}\right)$.

Tại mặt P và P' của lớp điện môi bề dày dx :

$$\sigma'_P = \frac{q}{S}\left(1 - \frac{1 + \frac{x}{d}}{\varepsilon_1}\right) \text{ và } \sigma'_{P'} = \frac{q}{S}\left(1 - \frac{1 + \frac{x + dx}{d}}{\varepsilon_1}\right)$$

Suy ra mật độ điện tích khối : $\rho = \frac{(\sigma'_P - \sigma'_{P'})S}{Sdx} = -\frac{q}{\varepsilon_1 Sd}$.

2. *Phương pháp định lí Gau-xơ*

$$\Phi = \varepsilon_0 S(E_P - E_{P'}) = \rho S\Delta x$$

$$\rho = \varepsilon_0\frac{E_P - E_{P'}}{\Delta x} = \frac{\varepsilon_0 E_0}{\Delta x}\left(\frac{1}{\varepsilon_P} - \frac{1}{\varepsilon_{P'}}\right) = -\frac{q}{\varepsilon_1 Sd}$$

1.27. a) $$\sigma_1 = \sigma'_r = \varepsilon_0 E_r\left(1 - \frac{1}{\varepsilon}\right) = \varepsilon_0 E_r \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} = \frac{(\varepsilon - 1)Q}{4\pi\varepsilon r^2}$$

$$\sigma_2 = \sigma'_R = \frac{(\varepsilon - 1)Q}{4\pi\varepsilon R^2} \qquad \text{(hoặc } = \sigma'_r \frac{r^2}{R^2} \text{ do bảo toàn điện tích)}$$

b) * Tính năng lượng của hệ cầu kim loại và điện môi

* Năng lượng điện trường của hệ gồm quả cầu kim loại được bao quanh điện môi :

$$W = \int \frac{1}{2}\varepsilon\varepsilon_0 E^2 d\tau = \int \frac{1}{2}\varepsilon\varepsilon_0 \frac{q^2}{(4\pi\varepsilon\varepsilon_0)^2 x^4} 4\pi x^2 dx = \frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0}\int \frac{dx}{\varepsilon x^2}$$

Trong trường hợp $\varepsilon = 1$ thì $W_0 = \dfrac{q^2}{8\pi\varepsilon_0}\displaystyle\int_{r0}^{\infty}\frac{dx}{x^2} = \frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0 r_0} = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$.

Trong trường hợp lớp điện môi có bán kính trong r và bán kính ngoài R thì

$$W = \frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0}\int_r^R \frac{dx}{\varepsilon x^2} + \frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0}\int_R^{\infty}\frac{dx}{x^2} = \frac{q^2}{8\pi\varepsilon\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r} + \frac{\varepsilon - 1}{R}\right)$$

* Tính áp lực điện môi lên một đơn vị diện tích mặt quả cầu. Gọi p là áp suất điện trường lên mặt cầu khi có mặt lớp điện môi cầu, thì nếu bán kính hình quả cầu tăng thêm một đoạn δr, áp lực sinh công : $\delta A = 4\pi r^2 p\delta r$.

Công này bằng độ giảm năng lượng điện trường của hệ : $\delta A = -\delta W$.

$$\delta W = W(r + \delta r) - W(r) = \frac{q^2}{8\pi\varepsilon\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r + \delta r} + \frac{\varepsilon - 1}{R + \delta R}\right) - \frac{q^2}{8\pi\varepsilon\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r} + \frac{\varepsilon - 1}{R}\right)$$

$$= -\frac{q^2}{8\pi\varepsilon\varepsilon_0}\left(\frac{\delta r}{r^2} + \frac{(\varepsilon - 1)\delta R}{R^2}\right)$$

Trong đó δR là độ tăng bán kính mặt ngoài lớp điện môi khi có sự tăng bán kính, δr ở mặt trong ; vì chất lỏng không nén được ta có :

$$\frac{4}{3}\pi(R^3 - r^2) = \frac{4}{3}\pi[(R + \delta R)^3 - (r + \delta r)^3], \text{ suy ra : } \delta R = \delta r\frac{r^2}{R^2}$$

Thay vào δW ta được : $$\delta W = -\frac{q^2}{8\pi\varepsilon\varepsilon_0}\left[\frac{1}{r^2} + \frac{r^2}{R^4}(\varepsilon - 1)\right]\delta r.$$

Từ $\delta A = -\delta W$ ta tìm được : $$p = \frac{q^2}{32\pi^2\varepsilon\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r^4} + \frac{\varepsilon - 1}{R^4}\right).$$

Áp suất này gồm hai thành phần : áp suất p_1 do điện môi ép lên mặt cầu và áp suất p_0 do điện trường của chính quả cầu tác dụng lên nó khi không có điện môi. Do đó áp suất của điện môi lên mặt quả cầu là :

$$p_1 = p_0 - p = \left[\frac{q^2}{32\pi^2\varepsilon_0 r^4} - \frac{q^2}{32\pi^2\varepsilon\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r^4} + \frac{\varepsilon - 1}{R^4}\right)\right] = \frac{q^2(\varepsilon - 1)}{32\pi^2\varepsilon\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r^4} - \frac{1}{R^4}\right).$$

1.28. a) $$\sigma = \frac{\varepsilon_0(\varepsilon - 1)}{\varepsilon}E\cos\alpha$$

b) $$E' = \sqrt{E^2\sin^2\alpha + \frac{E^2\cos^2\alpha}{\varepsilon^2}} = E\sqrt{\sin^2\alpha + \frac{\cos^2\alpha}{\varepsilon^2}}.$$

c) Hệ gồm điện trường và bản điện môi : momen quay thuộc nội lực :

$$dA = Md\alpha = -dW. \text{ Suy ra } M = -\frac{dW}{d\alpha}$$

Năng lượng điện trường gồm phần năng lượng ngoài bản và phần trong bản. Dù bản ở vị trí nào thì phần ngoài bản cũng chiếm một không gian có thể tích không đổi. Phần trong bản tuy có kích thước không đổi $V = Sd$, nhưng mật độ năng lượng thì thay đổi vì E' thay đổi theo α. Vì vậy dW thực chất là độ biến thiên năng lượng của điện tích trong bản $d\left(\frac{1}{2}\varepsilon\varepsilon_0 E'^2 Sd\right)$. Thay E' vào ta được :

$$\frac{dW}{d\alpha} = \frac{1}{2}\varepsilon\varepsilon_0 SdE^2 d\left(\sin^2\alpha + \frac{\cos^2\alpha}{\varepsilon^2}\right) = \frac{1}{2}\varepsilon\varepsilon_0 SdE^2\left(2\sin\alpha\cos\alpha - \frac{2\cos\alpha\sin\alpha}{\varepsilon^2}\right)$$

$$= \frac{\varepsilon_0 SdE^2(\varepsilon^2 - 1)}{2\varepsilon}\sin 2\alpha.$$

d) $$A = \int_\alpha^0 Md\alpha = \frac{\varepsilon_0 SdE^2(\varepsilon^2 - 1)}{2\varepsilon}\int_\alpha^0 \sin 2\alpha d\alpha = -\frac{\varepsilon_0 SdE^2(\varepsilon^2 - 1)}{4\varepsilon}\cos 2\alpha\Big|_\alpha^0$$

$$= \frac{\varepsilon_0 SdE^2(\varepsilon^2 - 1)}{2\varepsilon}(1 - \cos^2\alpha) = \frac{\varepsilon_0 SdE^2(\varepsilon^2 - 1)\sin^2\alpha}{2\varepsilon}$$

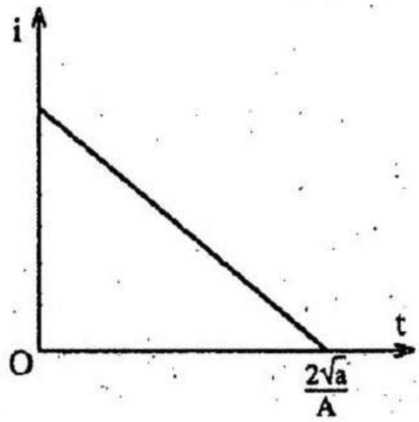
Kết quả : $A = \dfrac{\varepsilon_0(\varepsilon^2 - 1)SdE^2\sin^2\alpha}{2\varepsilon}$.

1.29. Xét khi chất điện môi trong bình có độ cao h. Từ các phương trình của chất lưu lí tưởng : $S_1v_1 = S_2v_2$ và $\dfrac{\rho v_1^2}{2} + \rho gh + p_0 = \dfrac{\rho v_2^2}{2} + p_0$.

Ta tính được : $v_1 = \sqrt{\dfrac{2gS_2^2}{S_1^2 - S_2^2}h}$.

Đặt : $A = \sqrt{\dfrac{2gS_2^2}{S_1^2 - S_2^2}}$ thì $v_1 = A\sqrt{h}$.

Chú ý rằng : $v_1 = -\dfrac{dh}{dt}$, ta có : $dh = -A\sqrt{h}\,dt$.



Hình 1.12G

Suy ra : $2h^{\frac{1}{2}} = -At + C$.

Vì tại $t = 0$, $h = a$, nên $C = 2\sqrt{a}$. Khi đó, ta có : $h = \left(\sqrt{a} - \dfrac{1}{2}At\right)^2$ (1)

Điện dung của tụ điện ở thời điểm đang xét là :

$$C = \frac{\varepsilon ah}{kd} + \frac{a}{kd}(a - h) = \frac{a^2}{kd} + \frac{ah}{kd}(\varepsilon - 1)$$

Do đó điện tích của tụ điện bằng : $q = C\mathscr{E} = \dfrac{\mathscr{E}a^2}{kd} + \dfrac{\mathscr{E}a(\varepsilon - 1)}{kd}h$.

Theo thời gian h giảm, do đó điện tích của tụ giảm, tức tụ điện phóng điện về nguồn và cường độ dòng điện là : $i = -\dfrac{dq}{dt} = -\dfrac{\mathscr{E}a(\varepsilon - 1)}{kd}\dfrac{dh}{dt}$.

Thay biểu thức (1) vào, ta được : $i = \dfrac{\mathscr{E}a(\varepsilon - 1)}{kd}\left(A\sqrt{a} - \dfrac{1}{2}A^2t\right)$.

Thay biểu thức của A vào, ta được : $i = \dfrac{\mathscr{E}a(\varepsilon - 1)}{kd}\left(S_2\sqrt{\dfrac{2ga}{S_1^2 - S_2^2}} - \dfrac{gS_2^2}{S_1^2 - S_2^2}t\right)$.

Ta thấy cường độ dòng điện giảm bậc nhất theo thời gian, cho nên cường độ dòng điện đạt giá trị lớn nhất tại $t = 0$ (lúc tụ bắt đầu phóng điện). Điều này có thể thấy rõ trên đồ thị (Hình 1.12G).

$i_{max} = \dfrac{\mathscr{E}a(\varepsilon - 1)S_2}{kd}\sqrt{\dfrac{2ga}{S_1^2 - S_2^2}}$ và dòng điện triệt tiêu tại thời điểm $t = \dfrac{2\sqrt{a}}{A}$.

1.30. a) Sau khi K đóng, C_1, C_2 mắc nối tiếp, điện lượng của chúng bằng nhau :

$$Q_1 = Q_2 = \frac{1}{2}C\mathscr{E}$$

Sau khi ngắt khoá K, đóng khoá K_1, C_1 và C_3 mắc song song. Giả thiết điện tích của chúng là Q'_1 và Q'_3, ta có : $Q'_1 + Q'_3 = Q$.

Mặt khác : $$\frac{Q'_1}{C} = \frac{Q'_3}{2C}$$

Do đó : $$Q'_1 = \frac{1}{3}Q_1 = \frac{1}{6}C\mathscr{E} \quad (1) \quad \text{và} \quad Q'_3 = 2Q'_1 = \frac{1}{3}C\mathscr{E} \quad (2)$$

Sau khi ngắt khoá K_1, đóng khoá K_2 thì C_2 và C_3 mắc song song. Gọi điện lượng cuối cùng của các tụ là Q''_1, Q''_2 và Q''_3.

$$Q''_2 + Q''_3 = Q_2 - Q'_3 = \frac{1}{6}C\mathscr{E} \quad (3)$$

$$\frac{Q''_2}{C} = \frac{Q''_3}{2C} \quad (4)$$

Từ (1), (3), (4) : $$Q''_2 = \frac{1}{18}C\mathscr{E};\ Q''_3 = \frac{1}{9}C\mathscr{E};\ Q''_1 = Q'_1 = \frac{1}{6}C\mathscr{E}.$$

b) Nhiệt lượng toả ra trong mạch điện bằng tổng điện năng do nguồn điện cung cấp trừ đi năng lượng dự trữ trong các tụ điện :

$$W_t = W_1 - W_2 \text{ với } W_1 = Q_1\mathscr{E} = \frac{1}{2}C\mathscr{E}^2 \text{ và } W_2 = \frac{Q''^2_1}{2C} + \frac{Q''^2_2}{2C} + \frac{Q''^2_3}{2.2C} = \frac{1}{27}.\frac{1}{2}C\mathscr{E}^2.$$

Kết quả : $$W_t = \left(1 - \frac{1}{27}\right).\frac{1}{2}C\mathscr{E}^2 = \frac{13}{27}C\mathscr{E}^2.$$

1.31.

a) Như đã biết, điện trường bên trong tấm kim loại bằng không, còn trong khoảng hở giữa tấm kim loại và hai bản tụ, điện trường là đều và cường độ của nó bằng $E = \frac{-2\mathscr{E}_1}{d}$ (chọn trục Ox như ở hình 1.17). Dễ dàng thấy rằng mặt phẳng $x = \frac{d}{2}$ cách đều hai bản tụ là mặt cũng có điện thế bằng không, nên ta có thể chọn mốc tính điện thế mới tại $x = \frac{d}{2}$.

Phân khoảng cách giữa hai bản tụ làm 3 miền : $0 \le x \le \frac{d}{4}$; $\frac{d}{4} \le x \le \frac{3d}{4}$; $\frac{3d}{4} \le x \le d$.

+ Trong miền thứ nhất $0 \le x \le \frac{d}{4}$, cường độ điện trường $E = \frac{-2\mathscr{E}_1}{d}$.

Sử dụng công thức $E = -\frac{dV}{dx}$ suy ra $dV = -Edx = \frac{2\mathscr{E}_1}{d}dx$.

Sau khi lấy tích phân, ta được : $V(x) = \frac{2\mathscr{E}_1}{d}x + C_1$.

Để xác định hằng số C_1 trong biểu thức trên ta dùng tính chất đã nói ở trên là điện thế của toàn bộ tấm kim loại bằng không, do đó $V = 0$ tại $x = \frac{d}{4}$. Thay điều kiện này vào biểu thức trên ta tìm được hằng số bằng $C_1 = \frac{-\mathscr{E}_1}{2}$.

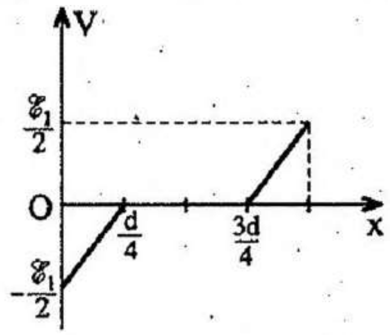
Vậy trong miền này phân bố điện thế có dạng : $V_1(x) = \mathscr{E}_1\left(\frac{2x}{d} - \frac{1}{2}\right)$.

+ Trong miền thứ hai $\frac{d}{4} \le x \le \frac{3d}{4}$, cường độ điện trường bằng không (không có điện trường trong tấm kim loại), do đó $V_{II}(x) = C_2 = \text{const}$. Nhưng vì $V = 0$ tại $x = \frac{d}{2}$, nên hằng số $C_2 = 0$. Vậy trên miền này $V(x) = 0$.

+ Trong miền thứ ba $\frac{3d}{4} \le x \le d$, cũng như trong miền thứ nhất $E = \frac{-2\mathscr{E}_1}{d}$, do đó $V_{III}(x) = \frac{2\mathscr{E}_1}{d}x + C_3$. Sử dụng tính chất $V = 0$ tại $x = \frac{3d}{4}$, thay vào biểu thức trên, ta tìm được hằng số bằng $C_3 = \frac{-3\mathscr{E}_1}{2}$ và phân bố điện thế trong miền này là :

$$V_{III}(x) = \mathscr{E}_1\left(\frac{2x}{d} - \frac{3}{2}\right)$$

Đồ thị của phân bố điện thế giữa hai bản tụ điện trong cả 3 miền được cho trên hình 1.13G.



Hình 1.13G

b) Khi này $V = 0$ tại $x = 0$.

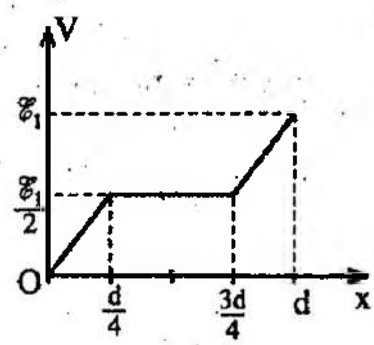
+ Phân bố điện thế trong miền $0 \le x \le \frac{d}{4}$ có dạng

$$V(x) = \frac{2\mathscr{E}_1}{d}x$$

+ Trong miền $\frac{d}{4} \le x \le \frac{3d}{4}$ điện thế không đổi và bằng $\frac{\mathscr{E}_1}{2}$.

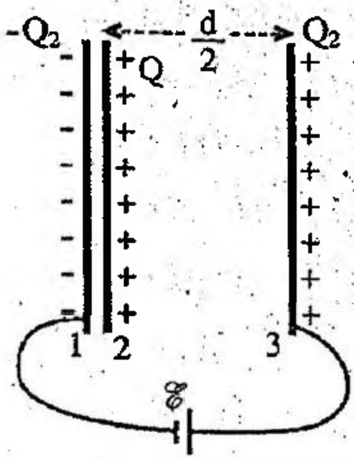
+ Còn trong miền thứ ba : $V(x) = \frac{2\mathscr{E}_1}{d}x - \mathscr{E}_1 = \mathscr{E}_1\left(\frac{2x}{d} - 1\right)$.

Đồ thị tương ứng cho trên hình 1.14G.



Hình 1.14G

1.32. Sự có mặt bản kim loại 2 đã tích điện không ảnh hưởng gì đến hiệu điện thế giữa bản 1 và 3, vì bản 2 được đặt chính giữa chúng. Điện dung của tụ điện tạo bởi bản 1 và 3 bằng :



Hình 1.15G

$$C = \frac{\frac{\varepsilon_0 S}{\frac{d}{2}} \cdot \frac{\varepsilon_0 S}{\frac{d}{2}}}{\frac{\varepsilon_0 S}{\frac{d}{2}} + \frac{\varepsilon_0 S}{\frac{d}{2}}} = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$$

Còn độ lớn điện tích trên bản 1 và 3 bằng $Q_1 = C\mathscr{E} = \frac{\varepsilon_0 S\mathscr{E}}{d}$ (vì nguồn không sinh ra điện tích mà chỉ thực hiện công dịch điện tích từ nơi này đến nơi khác trong mạch).

Sau khi bản 1 được thả ra, nó bắt đầu chuyển động về phía bản 2. Vào thời điểm mà khoảng cách giữa bản 1 và 2 trở nên nhỏ hơn $\frac{d}{2}$, chúng ta không thể xem các bản 1 và 3 như một tụ điện phẳng bình thường vì trong trường hợp này điện trường của bản 2 sẽ ảnh hưởng đến hiệu điện thế giữa các bản 1 và 3. Điện tích trên các bản 1 và 3, vào thời điểm bản 1 đến sát bản 2 (Hình 1.15G), có thể tìm được từ điều kiện hiệu điện thế giữa các bản 1 và 3 không thay đổi và bằng suất điện động $\mathscr{E}$ của nguồn.

Giả sử vào thời điểm đó điện tích trên bản 1 bằng $-Q_2$, còn trên bản 3 bằng $+Q_2$, khi đó sự chồng chất điện trường giữa các bản cho ta hiệu điện thế giữa hai đầu đoạn mạch U.

$$\begin{cases} U = \left(\frac{Q_2 S}{2\varepsilon_0} + \frac{Q_2 S}{2\varepsilon_0} - \frac{QS}{2\varepsilon_0}\right)\frac{d}{2} = \left(\frac{Q_2}{\varepsilon_0 S} - \frac{Q}{2\varepsilon_0 S}\right)\frac{d}{2} \\ \text{và } \ U = \mathscr{E} \end{cases}$$

Từ đó suy ra $Q_2 = \frac{2\varepsilon_0 S\mathscr{E}}{d} + \frac{Q}{2}$.

Số hạng thứ nhất trong biểu thức của Q_2 tương ứng với độ lớn điện tích có trên bản 1 và 3, nếu như tấm kim loại 2 không tích điện (khi đó có thể xem bản 1 và 3 như một tụ điện phẳng), còn số hạng thứ hai phản ánh ảnh hưởng của bản 2.

Sự biến đổi điện tích trên các bản 1 và 3 vào thời điểm bản 1 và 2 chạm nhau sẽ bằng :

$$\Delta Q = Q_2 - Q_1 = \frac{2\varepsilon_0 S\mathscr{E}}{d} + \frac{Q}{2} - \frac{\varepsilon_0 S\mathscr{E}}{d} = \frac{\varepsilon_0 S\mathscr{E}}{d} + \frac{Q}{2}$$

Trong khoảng thời gian này nguồn điện thực hiện được công :

$$A = \Delta Q.\mathscr{E} = \mathscr{E}\left(\frac{\varepsilon_0 S\mathscr{E}}{d} + \frac{Q}{2}\right)$$

Ta so sánh giá trị của công tìm được với độ biến đổi năng lượng của điện trường tạo bởi cả ba bản. Kí hiệu năng lượng của điện trường ở trạng thái đầu là W_1.

Nó bằng tổng năng lượng điện trường của ba miền : Miền I là miền giữa các bản 1 và 2 với thể tích $V = \dfrac{Sd}{2}$, miền II là miền giữa bản 2 và 3 với cùng thể tích như vậy là miền III là miền ngoài khoảng giữa bản 1 và 3.

– Cường độ điện trường trong miền I là chồng chất của điện trường giữa các bản 1 và 3 và điện trường của bản 2 : $E_I = \dfrac{\mathscr{E}}{d} + \dfrac{Q}{2\varepsilon_0 S}$.

– Năng lượng điện trường trong miền I bằng : $W_I = \dfrac{\varepsilon_0 E_I^2}{d}.V = \dfrac{\varepsilon_0 Sd}{4}\left(\dfrac{\mathscr{E}}{d} + \dfrac{Q}{2\varepsilon_0 S}\right)^2$.

– Trong miền thứ II : $E_{II} = \dfrac{\mathscr{E}}{d} - \dfrac{Q}{2\varepsilon_0 S}$ và $W_{II} = \dfrac{\varepsilon_0 Sd}{4}\left(\dfrac{\mathscr{E}}{d} - \dfrac{Q}{2\varepsilon_0 S}\right)^2$.

Kí hiệu năng lượng điện trường trong miền thứ III là W_{III}. Năng lượng toàn phần của điện trường ở trạng thái lúc đầu là $W = W_I + W_{II} + W_{III} = \dfrac{\varepsilon_0 Sd}{2}\left(\dfrac{\mathscr{E}^2}{d^2} + \dfrac{Q^2}{4\varepsilon_0^2 S^2}\right) + W_{III}$.

Trong trường hợp thứ hai, khi bản 1 chạm với bản 2, chúng ta vẫn xét ba miền như thế. Chúng ta tách một cách tưởng tượng miền thứ nhất ra. Điện trường trong nó chỉ do điện tích của bản 2 tạo ra, vì vậy $E'_I = \dfrac{Q}{2\varepsilon_0 S}$; $W'_I = \dfrac{\varepsilon_0 E_I'^2}{2}.S.\dfrac{d}{2} = \dfrac{Q^2 d}{16\varepsilon_0 S}$.

Trong miền thứ hai : $E'_{II} = \dfrac{2\mathscr{E}}{d}$; $W'_{II} = \dfrac{\varepsilon_0 E_{II}'^2}{2}.S.\dfrac{d}{2} = \dfrac{\varepsilon_0 S\mathscr{E}^2}{d}$.

Trong miền thứ ba điện trường giống như ở trạng thái lúc đầu ($W'_{III} = W_{III}$). Năng lượng tổng cộng của điện trường ở trạng thái thứ hai bằng :

$$W' = W'_I + W'_{II} + W'_{III} = \frac{Q^2 d}{16\varepsilon_0 S} + \frac{\varepsilon_0 S\mathscr{E}^2}{d} + W_{III}$$

Độ biến đổi năng lượng của điện trường trong khoảng thời gian bản 1 dịch chuyển đến sát bản 2 là $\Delta W = W' - W = \dfrac{\varepsilon_0 S\mathscr{E}^2}{2d} - \dfrac{Q^2 d}{16\varepsilon_0 S}$.

Nếu so sánh công A thực hiện bởi nguồn với độ biến đổi năng lượng của điện trường thì chúng ra thấy rằng $A > \Delta W$. Rõ ràng rằng phần dôi ra chuyển thành động năng của bản 1. Động năng này sẽ bằng $W_d = A - \Delta W = \dfrac{\varepsilon_0 S\mathscr{E}^2}{2d} + \dfrac{Q\mathscr{E}}{2} + \dfrac{Q^2 d}{16\varepsilon_0 S}$.

1.33. Giả sử điện tích trên các bản sau khi đóng K là q_1, q_2 và q_3 (Hình 1.16G). Theo định luật bảo toàn điện tích

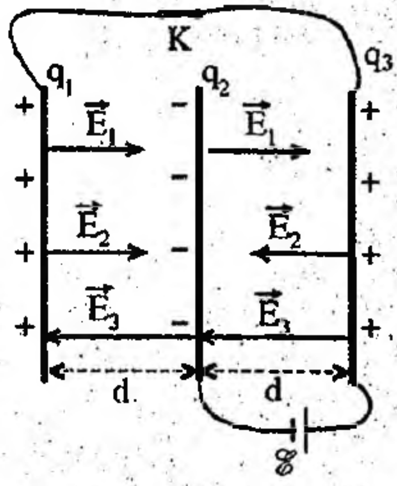
$$q_1 + q_2 + q_3 = q_0 \qquad (1)$$

Điện tích của các bản tạo ra hai bên nó có các điện trường đều với cường độ lần lượt là :

$$E_1 = \frac{q_1}{2\varepsilon_0 S},\ E_2 = \frac{-q_2}{2\varepsilon_0 S},\ E_3 = \frac{q_3}{2\varepsilon_0 S} \qquad (2)$$

Điều kiện hiệu điện thế giữa bản 2 và bản 3 bằng suất điện động $\mathscr{E}$ không đổi, nên có thể viết được dưới dạng :

$$\mathscr{E} = (-q_1 - q_2 + q_3)\frac{d}{2\varepsilon_0 S} \qquad (3)$$



Hình 1.16G

Vì hiệu điện thế giữa hai bản 1 và bản 3 bằng 0 nên : $(q_1 - q_2)\dfrac{d}{2\varepsilon_0 S} = 0 \qquad (4)$

Giải hệ phương trình này cho phép xác định được điện tích cần tìm :

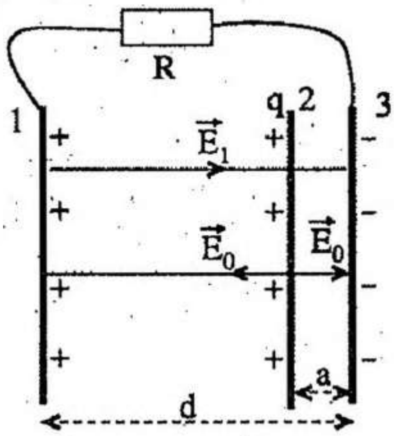
Từ (1), (3), (4) suy ra : $\qquad q_3 = \dfrac{q_0}{2} + \dfrac{\varepsilon_0 S}{d}\mathscr{E}$.

1.34. (Hình 1.17G)

Ta xét điện trường trong không gian giữa các bản trước khi dịch chuyển bản 2. Kí hiệu E_0 là độ lớn cường độ điện trường tạo bởi bản 3, còn E_1 là cường độ điện trường tổng hợp tạo bởi điện tích của bản 1 và 2. Điều kiện tương đương (điện thế bản 1 và 3 bằng nhau) của bản 1 và bản 3 trước khi bản 2 dịch chuyển được viết như sau :

$$E_0(d - a) - E_0 a - E_1 d = 0 \qquad (1)$$

Suy ra : $E_1 = E_0\left(1 - \dfrac{2a}{d}\right) \qquad (2)$



Hình 1.17G

Sau khi dịch chuyển nhanh chóng bản 2, thì giữa bản 1 và 3 xuất hiện một hiệu điện thế :

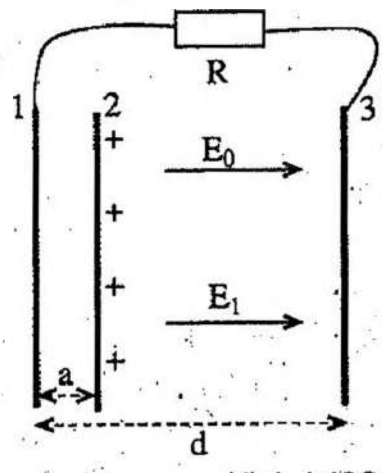
$$U_{13} = E_1 d + E_0(d - a) - E_0 a = 2E_0(d - 2a)$$

(ở đây đã sử dụng mối liên hệ giữa E_0 và E_1).

Vì $E_0 = \dfrac{q}{2\varepsilon_0 S}$ nên $U_{13} = \dfrac{q(d - 2a)}{\varepsilon_0 S} \qquad (3)$

Hiệu điện thế U_{12} sinh ra dẫn đến làm xuất hiện dòng điện qua điện trở R :

$$I = \frac{U_{13}}{R} = \frac{q(d-2a)}{\varepsilon_0 SR} \qquad (4)$$



Hình 1.18G

Dòng điện này chạy từ bản 1 sang bản 3.

Sau khi bản 2 dịch chuyển xong (Hình 1.18G) sẽ xảy ra sự phân bố lại điện tích của bản 1 và 3 cho đến khi chúng trở nên có cùng điện thế. Trong thời gian này trên điện trở R sẽ có nhiệt toả ra. Vì năng lượng điện trường của hệ lúc đầu (khi bản 2 chưa dịch chuyển) và lúc cuối của hệ ba bản bằng nhau, cho nên nhiệt lượng tổng cộng tách ra trên điện trở sẽ bằng công thực hiện được khi dịch chuyển bản 2 trong điện trường với cường độ E_1 :

$$W_{nhiệt} = qE_1(d-2a) = \frac{q^2 d}{2\varepsilon_0 S}\left(1-\frac{2a}{d}\right)^2 \qquad (5)$$

1.35. Điện tích của tấm kim loại ở thời điểm ban đầu : $q = \frac{\varepsilon_0 S}{d-a}U$. Điện tích này được bảo toàn trong thời gian chuyển động của tấm kim loại giữa các bản tụ. Ở thời điểm ban đầu bản tụ trên không tích điện còn bản tụ dưới tích điện –q.

Kí hiệu Q_1, Q_2 là điện tích lần lượt bản tụ trên và dưới ở thời điểm tấm kim loại chạm bản tụ dưới. Áp dụng định luật bảo toàn điện tích ta có :

$$Q_1 + Q_2 = -q \qquad (1)$$

Ở thời điểm tấm kim loại đã dịch chuyển một đoạn x :

$$\left(\frac{Q_{1x}}{2\varepsilon_0 S} - \frac{Q_{2x}}{2\varepsilon_0 S} - \frac{q}{2\varepsilon_0 S}\right)x + \left(\frac{q}{2\varepsilon_0 S} + \frac{Q_{1x}}{2\varepsilon_0 S} - \frac{Q_{2x}}{2\varepsilon_0 S}\right)(d-x-a) = U \quad (2)$$

Với Q_{1x} và Q_{2x} tương ứng là điện tích của bản tụ trên và dưới khi đó.

Thay x = d – a vào phương trình (2), rồi kết hợp với (1) ta được : $Q_2 = -2q$.

Như vậy khi bản kim loại gặp bản tụ dưới thì điện tích bản này là –2q, còn điện tích bản trên là +q. Do đó công của nguồn là A = qU. Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng ta có :

$qU + mg(d-a) = \frac{mv^2}{2}$, với vận tốc của tấm kim loại khi chạm bản dưới. Suy ra :

$$v = \sqrt{\frac{2qU}{m} + 2g(d-a)} = \sqrt{\frac{2\varepsilon_0 SU^2}{m(d-a)} + 2g(d-a)}\,.$$

1.36. Vì hiệu điện thế U giữa hai bản tụ cho trước, điện tích của tấm kim loại ở thời điểm ban đầu bằng : $q = U\dfrac{\varepsilon_0 S}{d-a}$.

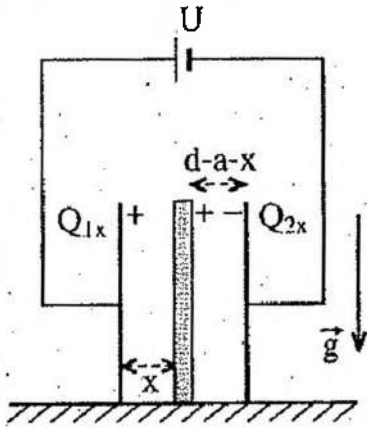
Điện tích này sẽ được bảo toàn trong thời gian chuyển động của tấm kim loại giữa các bản tụ. Ở thời điểm ban đầu bản tụ bên trái không tích điện còn bên phải có tích điện $-q$. Tuỳ theo vị trí của tấm kim loại giữa các bản tụ mà điện tích trên các bản sẽ thay đổi và bảo đảm sự không đổi của hiệu điện thế giữa hai bản tụ. Vì nguồn không sinh ra điện tích nên điện tích tổng cộng của các bản tụ được bảo toàn. Ta tìm điện tích của các bản tụ ở thời điểm khi tấm kim loại tiến đến bản tụ bên phải. Giả sử các điện tích này bằng Q_1 và Q_2. Theo định luật bảo toàn điện tích ta có : $Q_1 + Q_2 = -q$.

Nếu ở một thời điểm nào đó tấm kim loại nằm cách bản tụ bên trái một khoảng là x thì do tính không đổi của hiệu điện thế giữa các bản tụ ta thu được :

$$\left(\frac{Q_{1x}}{2\varepsilon_0 S} - \frac{Q_{2x}}{2\varepsilon_0 S} - \frac{q}{2\varepsilon_0 S}\right)x + \left(\frac{q}{2\varepsilon_0 S} + \frac{Q_{1x}}{2\varepsilon_0 S} - \frac{Q_{2x}}{2\varepsilon_0 S}\right)(d - x - a) = U$$

Trong đó Q_{1x}, Q_{2x} là điện tích trên bản tụ 1 và 2 khi đó (Hình 1.19G). Thay $x = d - a$ vào phương trình trên, ta được (kết hợp với (1)) : $Q_{2x} = -2q$.

Như vậy, khi tấm kim loại tiến đến bản tụ 2 bên phải điện tích của bản này là $-2q$ và điện tích 1 bên trái là $+q$. Công của nguồn $A = Uq$ làm thay đổi động năng của tấm kim loại, do đó ta có : $qU = \dfrac{mv^2}{2}$.



Hình 1.19G

Từ đó, ta tính được vận tốc của tấm kim loại : $v = \sqrt{\dfrac{2\varepsilon_0 SU^2}{m(d-a)}}$.

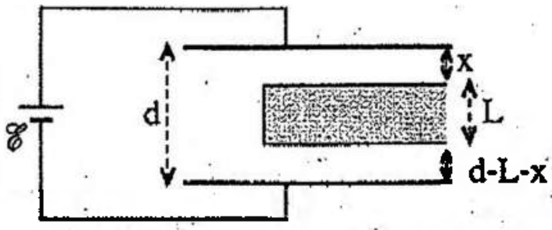
1.37. Ở trạng thái ban đầu ta có điện dung bằng : $C_1 = \dfrac{\varepsilon_0 S}{d}$.

Điện tích của tụ này bằng : $Q_1 = C_1\mathscr{E} = \dfrac{\varepsilon_0 S}{d}\mathscr{E}$, năng lượng tụ điện bằng :

$$W_1 = \frac{C_1\mathscr{E}^2}{2} = \frac{\varepsilon_0 S\mathscr{E}^2}{2d}$$

Sau khi đưa tấm kim loại vào không gian giữa các bản tụ, điện dung sẽ thay đổi. Chúng ta tìm điện dung hệ này.

Kí hiệu độ rộng khe không khí giữa các bản trên của tấm kim loại là x. Khi đó hệ của chúng ta tương đương hai tụ điện phẳng mắc nối tiếp, khoảng cách giữa các bản của các tụ là : x và d – L – x (Hình 1.20G). Điện dung của hệ :



Hình 1.20G

$$C_2 = \frac{\frac{\varepsilon_0 S}{x} \cdot \frac{\varepsilon_0 S}{d - L - x}}{\frac{\varepsilon_0 S}{x} + \frac{\varepsilon_0 S}{d - L - x}} = \frac{\varepsilon_0 S}{d - L}$$

Do đó C_2 không phụ thuộc vào x, tức là không phụ thuộc vào vị trí tương đối của tấm kim loại và bản tụ. Điện tích mới Q_2, trên bản tụ sau khi đưa tấm kim loại vào sẽ là :

$Q_2 = C_2\mathscr{E} = \dfrac{\varepsilon_0 S\mathscr{E}}{d - L}$, còn năng lượng mới của tụ điện bằng : $W_2 = \dfrac{C_2\mathscr{E}^2}{2} = \dfrac{\varepsilon_0 S\mathscr{E}^2}{2(d - L)}$.

Theo định luật bảo toàn năng lượng, công A_E do nguồn sinh ra cộng với công cơ học cần thực hiện để đưa tấm kim loại vào bằng độ biến đổi năng lượng của tụ.

Công của nguồn sinh ra : $A_E = \mathscr{E}(Q_2 - Q_1) = \varepsilon_0 S\mathscr{E}^2\left(\dfrac{1}{d - L} - \dfrac{1}{d}\right) = \dfrac{\varepsilon_0 S\mathscr{E}^2 L}{d(d - L)}$.

Độ biến đổi năng lượng của tụ bằng :

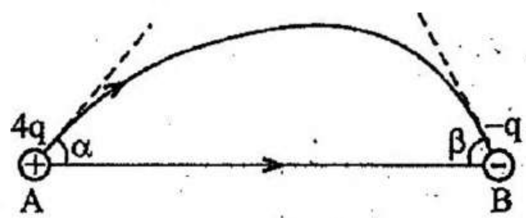
$$\Delta W = W_2 - W_1 = \frac{\varepsilon_0 S\mathscr{E}^2}{2(d - L)} - \frac{\varepsilon_0 S\mathscr{E}^2}{2d} = \frac{\varepsilon_0 S\mathscr{E}^2 L}{2d(d - L)}$$

Khi đó công cơ học cần thực hiện để đưa tấm kim loại vào sẽ bằng :

$$A + A_E = \Delta W \Rightarrow A = \Delta W - A_E = \frac{\varepsilon_0 S\mathscr{E}^2 L}{2d(d - L)} - \frac{\varepsilon_0 S\mathscr{E}^2 L}{d(d - L)} = -\frac{\varepsilon_0 S\mathscr{E}^2 L}{2d(d - L)}$$

Dấu trừ trong biểu thức này có nghĩa là khi đưa tấm kim loại vào thì nó sẽ bị hút vào tụ, còn ta phải thực hiện công âm.

1.38. 1. Giả thiết đường sức đi từ A dưới góc α, đến B. Tại B đường sức này hợp với BA một góc β (Hình 1.21G). Xét mặt cầu bán kính r rất nhỏ bao quanh điện tích A. Có thể coi cường độ điện trường qua mặt cầu chỉ do điện tích 4q gây ra. Số đường sức trong mặt nón (có nửa góc ở đỉnh là α, trục là AB) sẽ là :



Hình 1.21G

$$\Delta N = E.\Delta S = \frac{4q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}.2\pi r.r(1 - \cos\alpha) = \frac{4q}{2\varepsilon_0}(1 - \cos\alpha)$$

Tương tự, ta có số đường sức trong hình nón đỉnh B, có trục BA có nửa góc ở đỉnh β là :

$$\Delta N' = \frac{q}{2\varepsilon_0}(1-\cos\beta)$$

Do $\Delta N' = \Delta N$ nên $\quad \frac{4q}{2\varepsilon_0}(1-\cos\alpha) = \frac{q}{2\varepsilon_0}(1-\cos\beta)$;

$$4\sin^2\frac{\alpha}{2} = \sin^2\frac{\beta}{2}\ ;\ \sin\frac{\beta}{2} = 2\sin\frac{\alpha}{2}.$$

Để đường sức đến được B thì phương trình : $\sin\frac{\beta}{2} = 2\sin\frac{\alpha}{2}$ này phải có nghiệm nên

$$2\sin\frac{\alpha}{2} \le 1 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} \le 30^o \Rightarrow \alpha \le 60^o$$

2. *a)* Khi thả đồng thời, theo định luật bảo toàn năng lượng : $\frac{-4kq^2}{r_0} = \frac{-4kq^2}{r} + 2\frac{mv^2}{2}$.

Suy ra : $v = \sqrt{\frac{4kq^2}{mr_0}\left(\frac{r_0}{r}-1\right)}$.

Khi giữ cố định một quả thì :

$$\frac{-4kq^2}{r_0} = \frac{-4kq^2}{r} + \frac{mv_1^2}{2}\ ;\ v_1 = \sqrt{\frac{8kq^2}{mr_0}\left(\frac{r_0}{r}-1\right)} = v\sqrt{2}$$

Ở mỗi vị trí (ứng với r xác định), vận tốc tăng $\sqrt{2}$ lần $\Rightarrow$ vận tốc trung bình tăng $\sqrt{2}$ lần, quãng đường tăng 2 lần nên thời gian tăng $\sqrt{2}$ lần ; $\tau_1 = \tau\sqrt{2}$.

b) Ta có : $dr = vdt$, suy ra $dt = \frac{dr}{v} = \sqrt{\frac{mr_0}{4kq^2\left(\frac{r_0}{r}-1\right)}}\,dr$.

Theo giả thiết, khi thả từ khoảng cách r_0 thì :

$$\tau = \int_0^{\tau} dt = \int_{r_0}^{\frac{r_0}{3}} \sqrt{\frac{mr_0}{4kq^2\left(\frac{r_0}{r}-1\right)}}\,dr \qquad (1)$$

Khi thả chúng từ khoảng cách $2r_0$ thì sau τ_2 khoảng cách giữa chúng giảm 3 lần.

Tương tự như trên : $\tau_2 = \int_0^{\tau_2} dt = \int_{2r_0}^{2\frac{r_0}{3}} \sqrt{\frac{m2r_0}{4kq^2\left(\frac{2r_0}{r}-1\right)}}\,dr = \int_{2r_0}^{\frac{2r_0}{3}} \sqrt{\frac{m2r_0}{4kq^2\left(\frac{r_0}{\frac{r}{2}}-1\right)}}\,2d\frac{r}{2}$.

Đặt $x = \frac{r}{2}$ ta có : $$\tau_2 = 2\sqrt{2}\int_{r_0}^{\frac{r_0}{3}}\sqrt{\frac{mr_0}{4kq^2\left(\frac{r_0}{x}-1\right)}}dx \quad (2)$$

So sánh (1) và (2) ta có : $\tau_2 = 2\sqrt{2}\,\tau$.

1.39. Giả sử sau n lần đóng K vào 1, các bản tụ của hai bản tụ có điện tích là q_{1n} và q_{2n} (Hình 1.22Ga), sau n lần đóng K vào 2, bản tụ 2 có điện tích là q'_{2n} (Hình 1.22Gb).

Nhiệt lượng toả ra trên 2 điện trở là Q_{1n}, Q_{2n}.

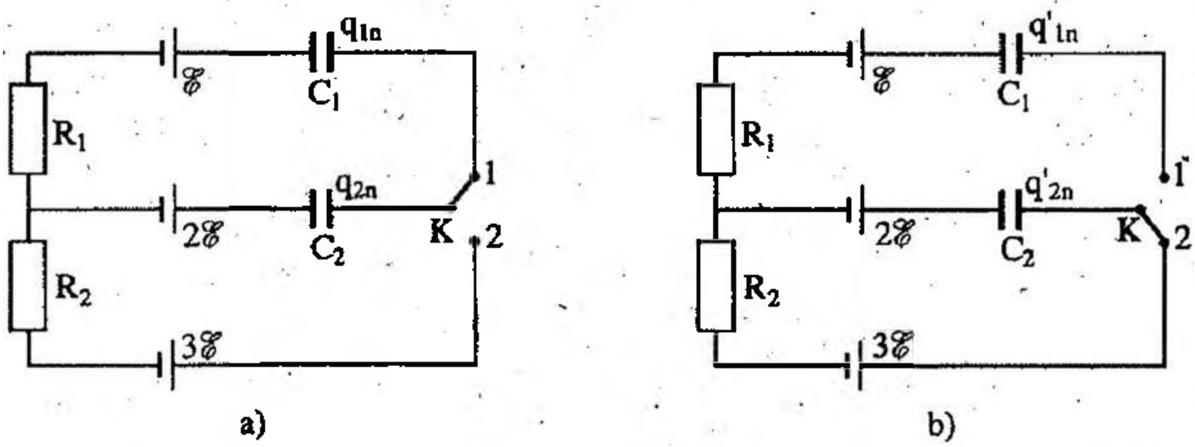
Lần n = 1:

$K \to 1$: $\begin{cases} q_{11} + q_{21} = 0 \\ \frac{q_{11}}{C} + \mathscr{E} = \frac{q_{21}}{C} + 2\mathscr{E} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q_{11} = \frac{C\mathscr{E}}{2} \\ q_{21} = -\frac{C\mathscr{E}}{2} \end{cases}$

$K \to 2$: $q'_{21} = C\mathscr{E}$

$$Q_{11} = \mathscr{E}\Delta q_1 - \frac{1}{2C}(q_{11}^2 + q_{21}^2) = \frac{C\mathscr{E}^2}{4}$$

$$Q_{21} = \mathscr{E}\Delta q_2 - \frac{1}{2C}(q'^2_{21} - q^2_{21}) = \mathscr{E}(q'_{21} - q_{21}) - \frac{1}{2C}(q'^2_{21} - q^2_{21}) = \frac{9C\mathscr{E}^2}{8}$$



Hình 1.22G

Lần n = 2

$K \to 1$: $\begin{cases} q_{12} + q_{22} = q_{11} + q'_{21} = \frac{3C\mathscr{E}}{2} \\ \frac{q_{12}}{C} + \mathscr{E} = \frac{q_{22}}{C} + 2\mathscr{E} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q_{12} = \frac{5C\mathscr{E}}{4} \\ q_{22} = \frac{C\mathscr{E}}{4} \end{cases}$

$K \to 2: \quad q'_{22} = C\mathscr{E}$

$$Q_{12} = \mathscr{E}(q_{12} - q_{11}) - \frac{1}{2C}(q_{12}^2 + q_{22}^2 - q_{11}^2 - q'^2_{21}) = \frac{9C\mathscr{E}^2}{16}$$

$$Q_{22} = \mathscr{E}(q'_{22} - q_{22}) - \frac{1}{2C}(q'^2_{22} - q_{22}^2) = \frac{9C\mathscr{E}^2}{32}$$

Tổng quát hoá lần n :

$$K \to 1 \qquad \begin{cases} q_{1n} + q_{2n} = q_{1(n-1)} + \mathscr{E}C \\ \dfrac{q_{1n}}{C} + \mathscr{E} = \dfrac{q_{2n}}{C} + 2\mathscr{E} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q_{1n} = \dfrac{q_{1(n-1)}}{2} + C\mathscr{E} \\ q_{2n} = \dfrac{q_{1(n-1)}}{2} \end{cases} \quad (*)$$

$K \to 2: \quad q'_{2n} = C\mathscr{E}$

$$Q_{1n} = \mathscr{E}(q_{1n} - q_{1(n-1)}) - \frac{1}{2C}(q_{1n}^2 + q_{2n}^2 - q_{1(n-1)}^2 - C^2\mathscr{E}^2)$$

$$= \mathscr{E}\left(C\mathscr{E} + \frac{q_{1(n-1)}}{2} - q_{1(n-1)}\right) - \frac{1}{2C}\left[\left(C\mathscr{E} + \frac{q_{1(n-1)}}{2}\right)^2 + \frac{q_{1(n-1)}^2}{2^2} - q_{1(n-1)}^2 - C^2\mathscr{E}^2\right]$$

$$= \frac{1}{4C}(2C\mathscr{E} - q_{1(n-1)})^2$$

$$Q_{2n} = \mathscr{E}(C\mathscr{E} - q_{2n}) - \frac{1}{2C}(C^2\mathscr{E}^2 - q_{2n}^2) = \mathscr{E}\left(C\mathscr{E} - \frac{q_{1(n-1)}}{2}\right) - \frac{1}{2C}\left(C^2\mathscr{E}^2 - \frac{q_{1(n-1)}}{2}\right)$$

$$= \frac{1}{8C}(2C\mathscr{E} - q_{1(n-1)})^2$$

$\Rightarrow Q_{2n} = \dfrac{Q_{1n}}{2}$ đúng với $n \geq 2$.

Mặt khác, từ (*) : $q_{1(n-1)} = \dfrac{q_{1(n-2)}}{2} + C\mathscr{E}$

$$Q_{1n} = \frac{1}{4C}\left(2C\mathscr{E} - \frac{q_{1(n-2)}}{2} - C\mathscr{E}\right)^2 = \frac{1}{16C}(2C\mathscr{E} - q_{1(n-1)})^2 = \frac{1}{4}Q_{1(n-1)}$$

Tương tự : $Q_{2n} = \dfrac{1}{4}Q_{2(n-1)}$ với $n \geq 2$;

$$\Rightarrow \quad Q_{13} = \frac{1}{4}Q_{12}\,;\, Q_{14} = \frac{1}{4}Q_{13}\ldots \text{ Ta thấy công bội } q = \frac{1}{4}.$$

$$Q_1 = Q_{11} + \sum_{n=2}^{\infty} Q_{1n} = Q_{11} + \frac{1}{1-q}Q_{12}$$

$$Q_1 = \frac{C\mathscr{E}^2}{4} + \frac{4}{3}\frac{9}{16}C\mathscr{E}^2 = C\mathscr{E}^2$$

Tương tự : $Q_2 = Q_{21} + \frac{1}{1-q}Q_{22} = \frac{9C\mathscr{E}^2}{8} + \frac{4}{3}\frac{9}{32}C\mathscr{E}^2 = \frac{3}{2}C\mathscr{E}^2$.

Vậy ta có : $\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{2}{3}$.

1.40*. a) Xác định điện trường gây bởi lưỡng cực điện ở điểm xa O. Gọi q_0 là điện tích lưỡng cực và l là khoảng cách giữa 2 điện tích của lưỡng cực thì $p = q_0 l$ (Hình 1.23G).

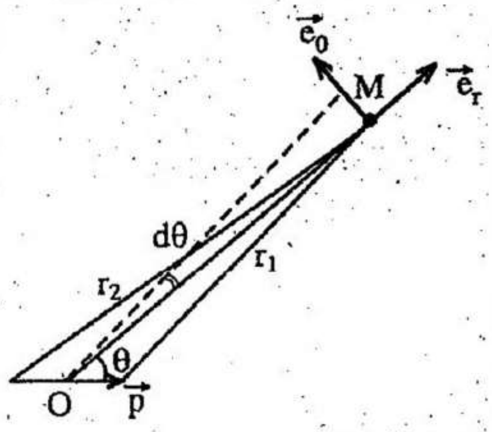
Điện thế : $\varphi = \frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) = \frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{r_2 - r_1}{r_2 r_1}\right)$.

Coi $(r_2 - r_1) \approx l\cos\theta$; $r_1 \approx r_2 \approx r$; $q_0 l = p$

$$\varphi = \frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{r_2 - r_1}{r_2 r_1}\right) \approx \frac{q_0 l\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{p\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$E_r = -\frac{d\varphi}{dr} = \frac{p\cos\theta}{2\pi\varepsilon_0 r^3}$$

$$E_\theta = -\frac{d\varphi}{ds} = -\frac{1}{r}\frac{d\varphi}{d\theta} = \frac{p\sin\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$$



Hình 1.23G

Trong hệ toạ độ cực $\vec{E} = \frac{p\cos\theta}{2\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{e}_r + \frac{p\sin\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{e}_\theta$.

Phương trình chuyển động của điện tích trong điện trường trên có dạng :

$$m\vec{a} = q\vec{E} = \frac{qp\cos\theta}{2\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{e}_r + \frac{qp\sin\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{e}_\theta \quad (1)$$

Với $\vec{e}_r, \vec{e}_\theta$ là các vectơ đơn vị.

Trong toạ độ cực, chú ý rằng : $\vec{v} = r'\vec{e}_r + r\theta'\vec{e}_\theta$, $\frac{d\vec{e}_r}{dt} = \theta'\vec{e}_\theta$; $\frac{d\vec{e}_\theta}{dt} = -\theta'\vec{e}_r$, ta có :

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = r''\vec{e}_r + r'\frac{d\vec{e}_r}{dt} + (r\theta')'\vec{e}_\theta + r\theta'\frac{d\vec{e}_\theta}{dt} = r''\vec{e}_r + r'\theta'\vec{e}_\theta + (r\theta')'\vec{e}_\theta - r(\theta')^2\vec{e}_r$$

Hay
$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = (r'' - r\theta'^2)\vec{e}_r + \frac{1}{r}(r^2\theta')'\vec{e}_\theta \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra :
$$r'' - r\theta'^2 = \frac{qp\cos\theta}{2\pi\varepsilon_0 m r^3} \quad (3)$$

$$(r^2\theta')' = \frac{qp\sin\theta}{4\pi\varepsilon_0 m r^2} \quad (4)$$

Từ định luật bảo toàn năng lượng :

$$\frac{1}{2}mv^2 + q\varphi(r) = \text{const} = W_0$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{1}{2}m(r'^2 + r^2\theta'^2) + \frac{qp\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = W_0$$

$$\Rightarrow \quad r'^2 + r^2\theta'^2 + \frac{qp\cos\theta}{2\pi\varepsilon_0 mr^2} = \frac{2W_0}{m} \qquad (5)$$

Từ (3) và (5) ta có : $r'^2 + rr'' = \dfrac{2W_0}{m}$ (6)

b) Đặt $u(t) = r^2(t) \Rightarrow u' = 2rr' \Rightarrow u'' = 2rr'' + 2r'^2$

Thay vào phương trình (6) có :

$$\frac{1}{2}u'' = \frac{2W_0}{m} \Rightarrow u' = \frac{4W_0}{m}t + C_1 \Rightarrow u = \frac{2W_0}{m}t^2 + C_1t + C_2$$

Hay $r^2(t) = \dfrac{2W_0}{m}t^2 + C_1t + C_2$.

Từ các điều kiện ban đầu tìm được : $C_1 = 2r_0r_0'$; $C_2 = r_0^2$.

Vậy : $$r^2(t) = \frac{2W_0}{m}t^2 + 2r_0r_0't + r_0^2 \qquad (7)$$

c) Để quỹ đạo của hạt là cung tròn thì r(t) = const.

Từ (7) $\Rightarrow W_0 = 0,\ r_0' = 0$ đồng thời $r'(t) = 0$.

– Từ điều kiện $r'(t) = 0 \Rightarrow v = r\theta'$ và $\vec{v} \perp \vec{r}$; $\vec{v}_0 \perp \vec{r}_0$

– Từ điều kiện $W_0 = 0 \Rightarrow \dfrac{1}{2}m(r_0\theta')^2 + \dfrac{qp\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r_0^2} = 0$ (8)

– Phương trình (8) viết lại thành : $\theta'^2 = -\dfrac{qp\cos\theta}{2\pi\varepsilon_0 mr_0^4}$ (9)

$$\Rightarrow \theta'' = \frac{qp\sin\theta}{4\pi\varepsilon_0 mr_0^4} \qquad (10)$$

*) Trường hợp qp < 0, ta có $\theta'_{max} = \sqrt{-\dfrac{qp}{2\pi\varepsilon_0 mr_0^4}}$ khi θ = 0. Góc θ tăng dần tới $\dfrac{\pi}{2}$.

Tại $\theta = \dfrac{\pi}{2}$ thì $\theta' = 0$ và $\theta'' < 0$, góc θ giảm và hạt quay trở lại.

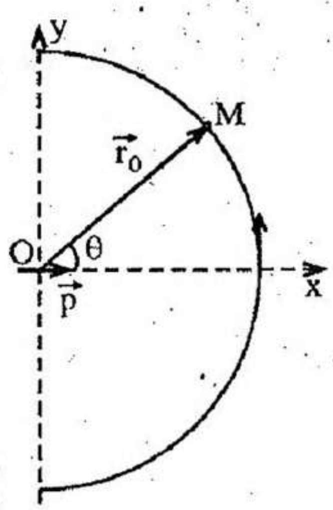
Tại $\theta = -\frac{\pi}{2}$ thì $\theta' = 0$ và $\theta'' > 0$, góc θ tăng, hạt lại chuyển động quay trở lại.

Vậy trong khoảng $-\frac{\pi}{2} \le \theta \le \frac{\pi}{2}$ hạt chuyển động trên nửa đường tròn như hình 1.24G.

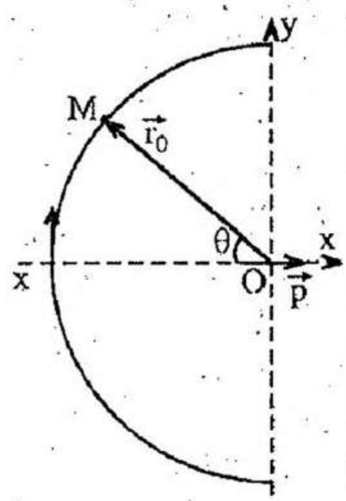
Vì $\frac{d\theta}{dt} = \sqrt{\frac{|qp|\cos\theta}{2\pi\varepsilon_0 m r_0^4}}$ nên chu kì của chuyển động này là :

$$T = 4\int_0^{\frac{\pi}{2}} dt = 4\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\frac{2\pi\varepsilon_0 m r_0^4}{|qp|}} \frac{d\theta}{\sqrt{\cos\theta}} = 4\sqrt{\frac{2\pi\varepsilon_0 m r_0^4}{|qp|}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\theta}{\sqrt{\cos\theta}}$$

$$\Leftrightarrow \quad T = 10{,}48\sqrt{\frac{2\pi\varepsilon_0 m r_0^4}{|qp|}}$$



Hình 1.24G



Hình 1.25G

*) Trường hợp qp > 0, ta có $\theta'_{max} = \sqrt{\frac{qp}{2\pi\varepsilon_0 m r_0^4}}$ khi θ = π.

Khi $\theta = \frac{\pi}{2}$ và $\theta = \frac{3\pi}{2}$ thì $\theta' = 0$, hạt sẽ quay trở lại. Nghĩa là hạt sẽ dao động trên nửa vòng tròn từ $\frac{\pi}{2} \le \theta \le \frac{3\pi}{2}$ (Hình 1.25G).

Chu kì dao động : $T = 10{,}48\sqrt{\frac{2\pi\varepsilon_0 m r_0^4}{|qp|}}$.

CHỦ ĐỀ 2

2.1. Coi ba điện trở r_1, r_2 và r_3 tạo thành mắt xích thứ n của mạch điện dài vô tận. Lần lượt từ trái qua phải nối tiếp lần thứ n – 1, n – 2, ... và coi điện trở tương đương giữa hai điểm a, b là điện trở R_n, giữa hai điểm c, d là điện trở R_{n-1}, ... Ta có :

$$R_n = r_1 + r_3 + \frac{r_2 R_{n-1}}{r_2 + R_{n-1}}$$

Với mạch dài vô hạn thì khi $n \to \infty \Leftrightarrow R_{n-1}$ tiến tới bằng R_n.

Do đó ta có phương trình bậc hai của R_n : $R_n^2 - (r_1 + r_3)R_n - (r_1 + r_3)r_2 = 0$.

Giải ra : $R_n = \frac{1}{2}\left[(r_1 + r_3) + \sqrt{(r_1 + r_3)^2 + 4(r_1 + r_3)r_2}\right]$.

Đặc biệt với $r_1 = r_2 = r_3 = R$ thì $R_n = (1 + \sqrt{3})R$.

2.2. Giả sử có dòng điện I từ bên ngoài đi vào mạch điện qua điểm A. Do tính đối xứng có dòng từ A đến C là $\frac{I}{3}$. Từ C dòng phân nhánh làm đôi là $\frac{I}{6}$ từ C đến B.

Mặt khác lại giả thiết có dòng đi từ mọi nơi trong mạch điện đến điểm B và đi ra ngoài là I, nên khi đó ta lại có dòng từ C đến B là $\frac{I}{3}$ và dòng từ A đến C là $\frac{I}{6}$.

Như vậy dòng từ A đến C : $I_{AC} = \frac{I}{3} + \frac{I}{6} = \frac{I}{2}$.

Và dòng từ C đến B là : $I_{CB} = \frac{I}{3} + \frac{I}{6} = \frac{I}{2}$.

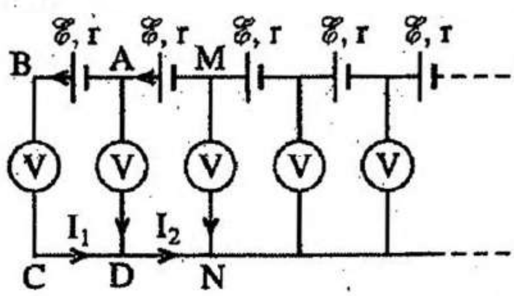
Áp dụng định luật Ôm : $R_{AB} = \frac{U_{AB}}{I} = \frac{U_{AC}}{I} + \frac{U_{CB}}{I} = \frac{I_{AC}R_0}{I} + \frac{I_{CB}R_0}{I} = R_0$.

2.3. (Hình 2.1G). Gọi R là điện trở vôn kế, r là điện trở trong của nguồn.

Ta có : $U_{BA} = \mathscr{E} - I_1 r = U - \frac{U}{n}$; $U_{AM} = \mathscr{E} - I_2 r = \frac{U}{n} - \frac{U}{n^2}$.

Từ đó suy ra

$$\frac{I_1 r}{I_2 r} = \frac{\mathscr{E} - U + \frac{U}{n}}{\mathscr{E} - \frac{U}{n} + \frac{U}{n^2}} = \frac{I_1}{I_2} \qquad (1)$$



Hình 2.1G

Mặt khác, ta có :

$$U_{BC} = U = I_1R\ ;\ U_{AD} = \frac{U}{n} = (I_2 - I_1)R\ ;\ I_1 = \frac{U}{R} \Rightarrow I_2 = \frac{U}{R}\left(\frac{1}{n}+1\right)\quad (2)$$

Thế (2) vào (1) ta được : $\dfrac{\mathscr{E} - U + \dfrac{U}{n}}{\mathscr{E} - \dfrac{U}{n} + \dfrac{U}{n^2}} = \dfrac{\dfrac{U}{R}}{\dfrac{U}{R}\left(\dfrac{1}{n}+1\right)}$

$$\Leftrightarrow\quad \mathscr{E}\left(1+\frac{1}{n}\right) - U\left(1-\frac{1}{n}\right)\left(1+\frac{1}{n}\right) = \mathscr{E} - U\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n^2}\right) \Rightarrow \mathscr{E} = U(n-1)$$

2.4. Gọi U là hiệu điện thế trên điện trở mắc song song với một phần tử phi tuyến. Khi đó hiệu điện thế trên phần tử kia sẽ là $\mathscr{E} - U$.

Dòng qua điện trở : $I_R = \sqrt{\dfrac{\mathscr{E}-U}{10}} - \sqrt{\dfrac{U}{10}}$.

Vậy công suất toả nhiệt trên R là : $\mathscr{P} = UI_R = U\left(\sqrt{\dfrac{\mathscr{E}-U}{10}} - \sqrt{\dfrac{U}{10}}\right)$ (1)

Đạo hàm 2 vế (1) theo U ta được : $\dfrac{d\mathscr{P}}{dU} = \left(\sqrt{\mathscr{E}-U} - \dfrac{U\sqrt{\mathscr{E}-U}}{2} - \dfrac{3\sqrt{U}}{2}\right)\dfrac{1}{\sqrt{10}}$ (2)

Để $\mathscr{P}$ cực đại thì (2) phải bằng 0 : $\sqrt{\mathscr{E}-U} - \dfrac{U\sqrt{\mathscr{E}-U}}{2} - \dfrac{3\sqrt{U}}{2} = 0$ (3)

$$\Rightarrow\ 18U^2 - 21\mathscr{E}U + 4\mathscr{E}^2 = 0$$

Giải (3) ta được nghiệm : $U = \dfrac{(21-\sqrt{153})}{36}\mathscr{E} \approx 2{,}4$ V hoặc $U = \dfrac{(21+\sqrt{153})}{36}\mathscr{E} \approx 9{,}3$ V.

Vì hiệu điện thế trên đoạn song song phải nhỏ hơn một nửa hiệu điện thế giữa hai cực nguồn nên ta chọn $U \approx 2{,}4$ V. Từ đó $R = \dfrac{U}{I_R} \approx 2{,}92\ \Omega$.

2.5. Giả sử các điốt đều mở. Áp dụng định luật Kiếc-sốp ta có các phương trình :

$$-\mathscr{E}_1 + i_1r + iR = 0$$

$$-\mathscr{E}_2 + i_2r + iR = 0$$

$$i_1 + i_2 = i$$

Trong đó $r = 4\ \Omega$ là điện trở thuận của điốt. Giải hệ phương trình trên ta có :

$$i_1 = \frac{(4-R)}{10(2+R)}\ ;\ i_2 = \frac{(8+R)}{10(2+R)}\ ;\ i = \frac{12}{10(2+R)}$$

Ta thấy rằng $i_2 > 0$ với mọi R trên điôt 2 luôn mở. Có hai trường hợp :

a) $R \geq 4\ \Omega \Rightarrow i_1 \leq 0$ điôt 1 đóng

$$\mathscr{P}_R = \frac{\mathscr{E}_2^2 R}{(R + r)^2} \leq \frac{\mathscr{E}_2^2}{4r}$$

Vậy : $\mathscr{P}_R \leq \mathscr{P}_1$; $\mathscr{P}_1 = \dfrac{\mathscr{E}_2^2}{4r} \Rightarrow \mathscr{P}_R \leq 0{,}16$ W

b) $R < 4\ \Omega \Rightarrow i_1 > 0$ điôt 1 mở : $\mathscr{P}_R = i^2R = \dfrac{1{,}44R}{(2 + R)^2} = \dfrac{1{,}44}{\left(\sqrt{R} + \dfrac{2}{\sqrt{R}}\right)^2} \leq \dfrac{1{,}44}{(2\sqrt{2})^2}$

$\Rightarrow \mathscr{P}_R \leq \mathscr{P}_2$; $\mathscr{P}_2 = 0{,}18$ W. Dấu bằng xảy ra khi : $\sqrt{R} = \dfrac{2}{\sqrt{R}} \Rightarrow R = 2\ \Omega$.

Vậy để $\mathscr{P}_R$ đạt cực đại thì $R = 2\ \Omega$ khi đó $\mathscr{P}_{Rmax} = 0{,}18$ W.

2.6*. a) Độ rộng dải cấm của silic là $E_g = 1{,}1$ eV.

b) Ở 20°C, $\dfrac{n_1}{n_2} = e^{\frac{E_1 - E_0}{kT}} = e^{\frac{1{,}1.1{,}6.10^{-19}}{1{,}38.10^{-23}.293}} = 1{,}2.10^{-19}$

Ở 100°C, $\dfrac{n_1}{n_0} = e^{\frac{E_1 - E_0}{kT}} = e^{\frac{1{,}1.1{,}6.10^{-19}}{1{,}38.10^{-23}.373}} = 1{,}4.10^{-15}$

Ta thấy khi nhiệt độ tăng từ 20°C lên 100°C, số êlectron dẫn trong Si tăng lên khoảng 10000 lần.

c) Số nguyên tử silic trong 1 m³ là $n_{nt} = \dfrac{6{,}023.10^{23}}{1{,}2.10^{-6}} = 5.10^{29}$.

Đây là bán dẫn tinh khiết, nên mật độ êlectrron dẫn và mật độ lỗ trống luôn bằng nhau. Ở 20°C, mật độ êlectron dẫn n và mật độ lỗ trống p là :

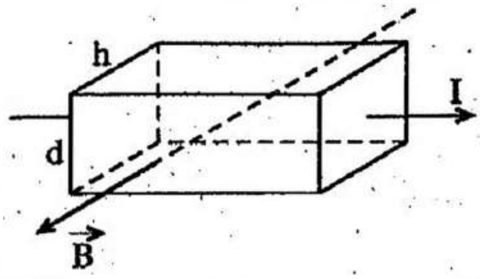
$$n = p = n_{nt}.4.e^{\frac{1{,}1.1{,}6.10^{-19}}{1{,}38.10^{-23}.293}} = 5.10^{29}.4.1{,}2.10^{-19} = 2{,}4.10^{11}\ m^{-3}.$$

Chú ý rằng mỗi nguyên tử silic có 4 êlectron hoá trị.

Ở 100°C, ta có : $n = p = n_{nt}.4.e^{\frac{1{,}1.1{,}6.10^{-19}}{1{,}38.10^{-23}.373}} = 5.10^{29}.4.1{,}4.10^{-15} = 2{,}8.10^{15}\ m^{-3}$.

Ta thấy, khi nhiệt độ tăng từ 20^oC lên 100^oC, mật độ hạt tải tăng lên khoảng 10000 lần. Kết quả là độ dẫn điện của bán dẫn cũng tăng lên khoảng 10000 lần. Điều này được ứng dụng để chế tạo nhiệt điện trở bán dẫn, là các linh kiện có điện trở thay đổi mạnh theo nhiệt độ. Chúng được dùng để làm các nhiệt kế rất nhạy, hoặc dùng trong kĩ thuật điều chỉnh tự động nhiệt độ.

2.7*. Xét mẫu bán dẫn có dòng điện I chạy qua, đặt trong từ trường $\vec{B}$ vuông góc với chiều dòng điện như trên hình 2.2G. Giữa hai điểm của mặt trên và mặt dưới của mẫu, theo phương thẳng đứng, có một hiệu điện thế, gọi là hiệu điện thế Hall. Nguồn gốc của hiệu điện thế Hall chính là lực Lo-ren-xơ tác dụng lên các hạt tải điện chuyển động trong mẫu và gây nên dòng điện.



Hình 2.2G

Khi trạng thái ổn định đã đạt được, bên trong mẫu có một điện trường theo phương thẳng đứng. Điện trường này tác dụng lên các hạt tải điện một lực ngược chiều với lực Lo-ren-xơ và dòng điện chạy thẳng theo phương ngang.

Nếu hạt tải điện trong mẫu mang điện tích âm, thì mặt dưới của mẫu mang điện tích âm. Ngược lại, nếu hạt tải điện mang điện tích dương, thì mặt dưới của mẫu mang điện tích dương.

Hiệu điện thế Hall được cho bởi : $U_H = R_H \dfrac{IB}{h}$, trong đó h là độ dày của mẫu, R_H là hệ số Hall.

Nếu mật độ hạt tải điện là n, và điện tích của mỗi hạt tải điện là q thì hệ số Hall là :

$$R_H = \frac{1}{qn} = \pm\frac{1}{en}$$

Dấu của hệ số Hall trùng với dấu của điện tích hạt tải điện trong mẫu. Do đó, bằng cách xác định hệ số Hall nhờ phép đo thực nghiệm, người ta xác định được loại hạt tải điện và mật độ của chúng trong mẫu.

Trong trường hợp mẫu có hai loại hạt tải điện trái dấu nhau, như trong bán dẫn, thì biểu thức cho hệ số Hall có dạng phức tạp hơn. Tuy nhiên, với nhiều bán dẫn pha tạp thông thường, thì chỉ có hạt tải đa số là có vai trò quan trọng. Nếu xác định được hệ số Hall, ta xác định được loại hạt tải đa số trong bán dẫn và mật độ của chúng.

Từ thuyết êlectron về sự dẫn điện trong kim loại, ta đã xác định được biểu thức điện dẫn suất của vật liệu : $\sigma = \dfrac{ne^2\tau}{2m}$ và độ linh động :

$$\mu = \frac{\sigma}{en} = \frac{e\tau}{2m}$$

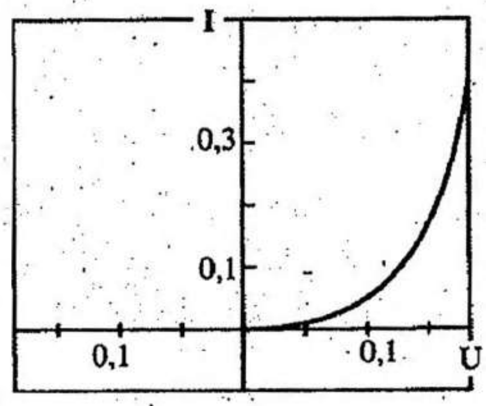
Từ đó, ta tính được mật độ hạt tải đa số trong mẫu (giả thiết bỏ qua hạt tải thiểu số) :

$$n = \frac{1}{eR_H} = \frac{1}{1{,}6.10^{-19}.10^{-3}} = 6.10^{21}\ m^{-3}$$

Độ linh động của hạt tải đa số là : $\mu = \sigma.R_H = 4.10^2.10^{-3} = 0{,}4\ m^2.V^{-1}.s^{-1}$

2.8. a) Học sinh tự chứng minh.

b) Vẽ đồ thị của I theo U (Hình 2.3G).



Hình 2.3G

c) $I = I_0(e^{\frac{eU}{kT}} - 1)$

Hệ số chỉnh lưu của một hiệu điện thế nào đó là tỉ số giữa trị số của dòng điện thuận và dòng điện ngược của hiệu điện thế ở đó.

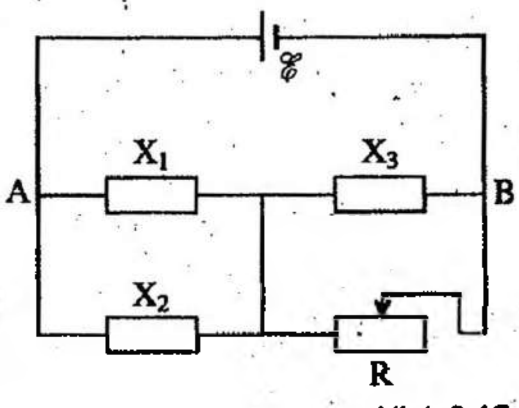
Có thể thấy rằng dòng điện ngược hầu như không phụ thuộc vào hiệu điện thế và luôn có trị số bằng I_0. Với hiệu điện thế thuận đủ lớn thì số 1 trong dấu ngoặc có thể bỏ qua. Do đó, hệ số chỉnh lưu thực tế bằng trị số của hàm số mũ.

Ở nhiệt độ phòng, kT = 0,025 eV. Do đó, hệ số chỉnh lưu ở 0,1 V là :

$$\eta_{0,1V} = e^{\frac{0,1}{0,025}} = e^4 = 55$$

Hệ số chỉnh lưu ở 0,5 V là : $\eta_{0,5V} = e^{\frac{0,5}{0,025}} = e^{20} = 4{,}9.10^8$.

2.9. a) Gọi U là hiệu điện thế trên biến trở $U \le \mathscr{E}$, cường độ dòng điện qua X_1, X_2 là $k\sqrt{\mathscr{E} - U}$, qua X_3 là $k\sqrt{U}$ (Hình 2.4G). Công suất toả nhiệt trên R là :



Hình 2.4G

$$\mathscr{P} = U(I_1 + I_2 - I_3) = U(2k\sqrt{\mathscr{E} - U} - k\sqrt{U})$$

$$\frac{d\mathscr{P}}{dU} = (2k\sqrt{\mathscr{E} - U} - k\sqrt{U}) + kU\left(\frac{-1}{\sqrt{\mathscr{E} - U}} - \frac{1}{2\sqrt{U}}\right)$$

$$\frac{d\mathscr{P}}{dU} = k\left(2\sqrt{\mathscr{E} - U} - \frac{3}{2}\sqrt{U} - \frac{U}{\sqrt{\mathscr{E} - U}}\right)$$

Từ điều kiện $\frac{d\mathscr{P}}{dU} = 0 : 45U^2 - 57\mathscr{E}U + 16\mathscr{E}^2 = 0$. Ta có hai nghiệm :

$U_1 \approx 0{,}42\mathscr{E}$; $U_2 \approx 0{,}847\mathscr{E}$. Với $U = U_1$ đạo hàm chuyển dấu từ dương sang âm, $\mathscr{P}$ đạt cực trị.

Khi đó $I_R = 2k\sqrt{\mathscr{E} - U} - k\sqrt{U}$

$$R = \frac{U}{I_R} = \frac{U}{2k\sqrt{\mathscr{E} - U} - k\sqrt{U}} \approx \frac{\sqrt{\mathscr{E}}}{2,004k} \approx 0,5\frac{\sqrt{\mathscr{E}}}{k}.$$

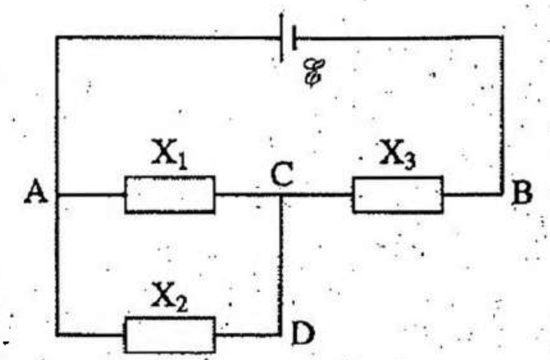
b) (Hình 2.5G).

Gọi U_1, U_3 là hiệu điện thế trên X_1, X_3 ; $U = U_{AB}$.

$$U_1 + U_3 = U$$

$$I = 2k\sqrt{U_1} = k\sqrt{U_3}$$

Giải hệ : $U_1 = 0,2U$; $I = 2k\sqrt{0,2U}$. Vậy có thể coi AB như một phần tử phi tuyến có cường độ dòng điện phụ thuộc vào hiệu điện thế theo quy luật : $I = 2k\sqrt{0,2U}$.



Hình 2.5G

2.10. Khi K đóng vào chốt 2, điện trở toàn mạch là :

$$R_{tm} = R_A + \frac{RR_V}{R + R_V} = \frac{RR_A + R_AR_V + RR_V}{R + R_V}$$

Số chỉ của ampe kế khi đó là :

$$I_A = \frac{U}{R_{tm}} = \frac{U(R + R_V)}{RR_A + R_AR_V + RR_V} = 0,4 \text{ A} \quad (1)$$

Số chỉ của vôn kế khi đó là :

$$U_V = I_A\frac{RR_V}{R + R_V} = \frac{URR_V}{RR_A + R_AR_V + RR_V} = 120 \text{ V} \quad (2)$$

Khi K đóng vào chốt 1, điện trở toàn mạch là :

$$R'_{tm} = R_V + \frac{RR_A}{R + R_A} = \frac{RR_V + R_VR_A + RR_A}{R + R_A}$$

Dòng điện mạch chính khi đó là : $I = \dfrac{U}{R'_{tm}} = \dfrac{U(R + R_A)}{RR_V + R_VR_A + RR_A}$.

Dòng điện qua ampe kế khi đó :

$$I'_A = I.\frac{R}{R + R_A} = \frac{UR}{RR_V + R_VR_A + RR_A} = 0,1 \text{ A} \quad (3)$$

Lấy (2) chia cho (3) ta có : $R_V = 1200\ \Omega$.

Lấy (1) chia cho (3) ta được : $\dfrac{R + R_V}{R} = 4$.

Với R_V vừa tính được ở trên, ta dễ dàng có : $R = 400\ \Omega$.

2.11. a) Nếu có dòng điện I qua đèn và trở r, thì điện áp U trên đèn bằng :

$$U = \mathscr{E} - Ir \qquad (1)$$

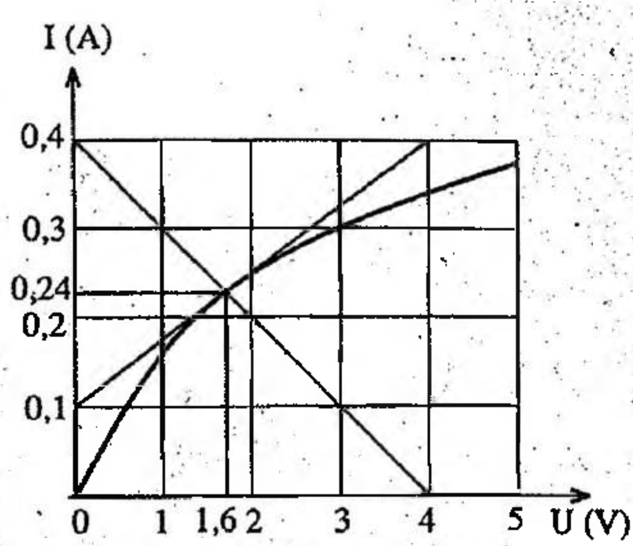
Đồ thị U(X) của sự phụ thuộc đó gọi là đường tải (Hình 2.6G). Giao điểm của đường tải với đường đặc trưng vôn – ampe xác định các giá trị U và I :

I = 0,24 A ; U = 1,6 V.

b) Để cho hiệu điện thế giữa các điểm A và B bằng 0, điện áp tại phần dưới của biến trở phải bằng điện áp U trên đèn. Điều kiện đó sẽ được thoả mãn nếu :

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{U}{\mathscr{E} - U}$$

Hay : $$\frac{R_1}{R - R_1} = \frac{U}{\mathscr{E} - U} \qquad (2)$$



Hình 2.6G

trong đó R_1 và R_2 là điện trở của các phần dưới và trên của biến trở (theo sơ đồ) ($R_1 + R_2 = R$). Từ đó : $R_1 = R\dfrac{U}{\mathscr{E}} = 16\ \Omega$; $R_2 = 24\ \Omega$.

c) Khi suất điện động của nguồn biến thiên, điện áp trên tất cả các yếu tố của sơ đồ cũng thay đổi. Để cho ΔU_{AB} là cực tiểu, biến thiên điện áp trên đèn phải bằng biến thiên điện áp trên phần dưới (theo sơ đồ) của biến trở.

Điện trở của đèn phụ thuộc vào điện áp trên nó. Với các biến thiên nhỏ của điện áp lân cận "điểm công tác" của đèn, ta có thể coi ΔI ~ ΔU. Điều này ứng với việc thay đường đặc trưng vôn – ampe ở lân cận "điểm công tác" bằng đường tiếp tuyến của nó.

Do đó, ở gần "điểm công tác", đèn được xem như một điện trở : $r_d = \dfrac{\Delta U}{\Delta I} = \cot\beta$ (3)

trong đó β là hệ số góc của đường tiếp tuyến.

Đại lượng r_d được gọi là *điện trở vi phân* (hay điện trở động) của đèn. Nó được xác định không phải bằng tỉ số giữa điện áp và dòng điện qua đèn, mà bởi tỉ số của các độ biến thiên của các đại lượng đó.

Kẻ tiếp tuyến (Hình 2.6G) ta sẽ tìm được : $r_d = 12{,}5\ \Omega$.

Vì điện áp trên đèn được xác định bằng công thức (1) nên : $\Delta U = \Delta\mathscr{E} - \Delta I.r$ với $\Delta I = \dfrac{\Delta U}{r_d}$.

Do đó : $$\Delta U = \Delta\mathscr{E} - \frac{\Delta U.r}{r_d}$$

Từ đó : $$\Delta U = \Delta\mathscr{E}\frac{r_d}{r + r_d} \quad (4)$$

Từ hệ thức (2) suy ra : $$U_1 = \mathscr{E}\frac{R_1}{R}$$

Vì vậy : $$\Delta U_1 = \Delta\mathscr{E}\frac{R_1}{R} \quad (5)$$

Cân bằng ΔU_1 và ΔU, ta được : $\frac{r_d}{r + r_d} = \frac{R_1}{R}$

Từ đó $R_1 = 18\ \Omega$.

Khi đó $U_{AB} \approx 0{,}6$ V và khi thay đổi suất điện động $\mathscr{E}$ một lượng nằm trong khoảng $-1\text{ V} < \Delta\mathscr{E} < 1\text{ V}$ thì giá trị U_{AB} thay đổi ít hơn 0,03 V. Dụng cụ như thế có thể dùng như một bộ ổn áp cho các điện áp không lớn.

2.12. a) Ta vẽ lại mạng điện như trong hình 2.7G, với $R' = \frac{rR}{r + R}$.

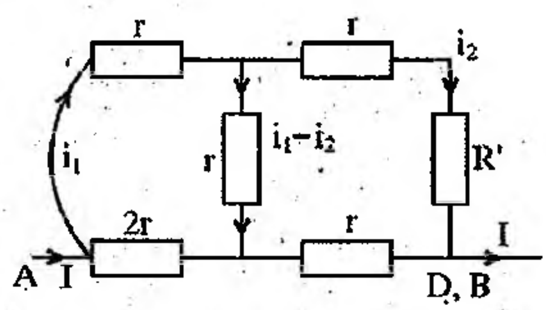
Với các kí hiệu dòng như trong hình, ta có các phương trình Kiếc-sốp :

Mắt mạng bên trái :

$$ri_1 + r(i_1 - i_2) - 2r(I - i_1) = 0 \quad (1)$$

Mắt mạng bên phải :

$$(r + R')i_2 - r(I - i_2 + i_1 - i_2) = 0 \quad (2)$$



Hình 2.7G

Giải hệ hai phương trình này, ta được :

$$i_1 = \frac{2R' + 7r}{4R' + 11r}I\ ;\ i_2 = \frac{6r}{4R' + 11r}I \quad (3)$$

Tính $V_{AB} = R_0I$ theo nhánh trên ta có : $R_0I = ri_1 + i_2(r' + R')$.

Thay (3) vào ta được : $R_0 = r\frac{2R' + 7r}{4R' + 11r} + \frac{(r + R')6r}{4R' + 11r} = \frac{r(8R' + 13r)}{4R' + 11r}$

$$R_0 = \frac{r(21R + 13r)}{15R + 11r} \quad (4)$$

b) Từ (4) cho ta điện trở R_0 giữa A, B khi đặt thêm R vào mạng trong nét chấm. Nếu R là điện trở R_N của chuỗi N mạng (tính từ đầu phải trở lại) thì R_0 sẽ là điện trở giữa P, Q của chuỗi N + 1 mạng.

Vậy : $$R_{N+1} = \frac{r(21R_N + 13r)}{15R_N + 11r}.$$

Khi $N \to \infty$ thì $R_{N+1} = R_N = R_\infty$.

Vậy : $$R_\infty = \frac{r(21R_\infty + 13r)}{15R_\infty + 11r}$$

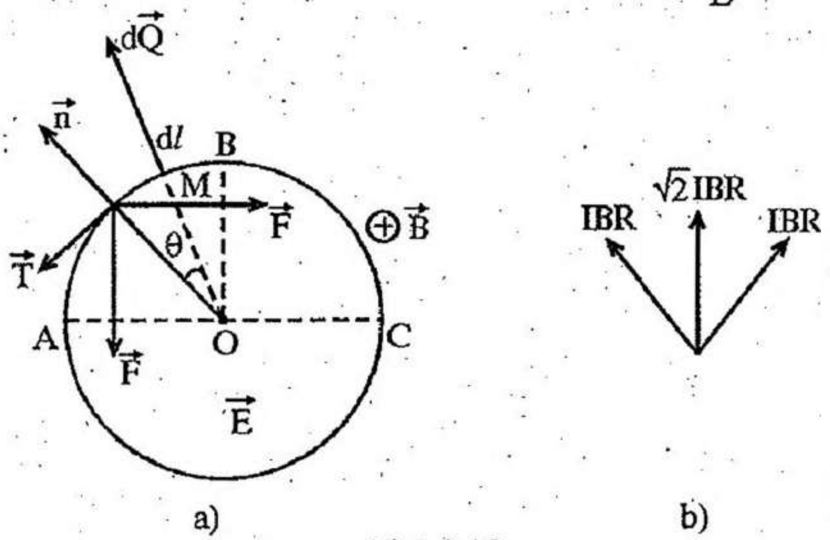
Ta có phương trình $15x^2 - 10r.x - 13r^2 = 0$. Nghiệm dương cho ta $x = R_\infty = 1,3r$.

CHỦ ĐỀ 3

3.1. (Hình 3.1G).

1. Vì điện trở của vòng dây siêu dẫn bằng 0 nên tổng suất điện động trong vòng dây phải bằng 0.

$$e_{tc} + e_c = 0 \Rightarrow \pi R^2 B_0 = LI \Rightarrow I = \frac{\pi R^2 B_0}{L} = 31,4\ A.$$



Hình 3.1G

2. a) Lực căng $\vec{F}$ đặt lên vòng dây tương ứng với lực từ tác dụng lên một phần tư vòng dây (đoạn AB) lực từ $\vec{Q}$ tác dụng lên AB có phương $\overline{On}$.

Xét một đoạn dl trên AB : $dQ = IBdl$ hướng theo OM hợp với $\overline{On}$ một góc θ.

$$Q = \int dQ\cos\theta = \int IBdl\cos\theta \text{ biết } l = R\theta \Rightarrow dl = Rd\theta$$

$$Q = \int_0^{\frac{\pi}{2}} IBR\cos\theta.d\theta = IBR\sin\theta = IBR = 0,2\ N$$

$$F = \frac{Q}{\sqrt{2}} = \frac{0,2}{\sqrt{2}}\ N \Rightarrow T = F\sin 45^\circ = \frac{Q}{\sqrt{2}}.\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{0,2}{2} = 0,1\ N.$$

b) Lực tác dụng lên nửa vòng dây $Q = \sqrt{2}\,IBR$.

Lực này phân bố đều trên hai tiết diện thẳng ở hai đầu A, C của nửa vòng dây.

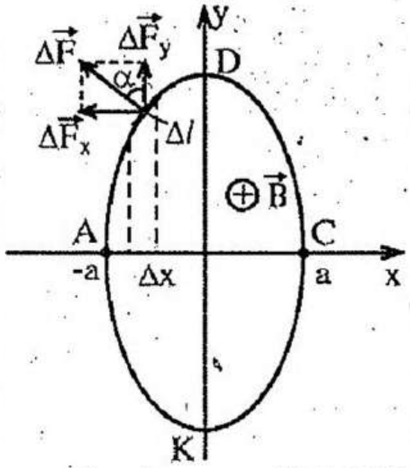
Gọi $\overrightarrow{F_b}$ và $\overrightarrow{B_b}$ là lực từ kéo và cảm ứng từ khi dây bắt đầu đứt, S là tiết diện dây, ta có :

$$F_B = \sigma.2S = \sigma.2\frac{\pi d^2}{4} = \sqrt{2}\,IB_bR \Rightarrow B_b = \sigma\frac{\pi d^2}{2\sqrt{2}IR} \approx 2{,}56\text{ T}.$$

3.2. – Khi giải bằng phương pháp dùng phép tính vi phân ta nhận được phương trình liên hệ lực căng với lực từ (lực ampe) do từ trường tác dụng lên vòng dây : $IB(R\Delta\alpha) = T\Delta\alpha$.

Từ đó tính được : $T = IBR$.

– Cách giải này không thể áp dụng cho trường hợp vòng dây là elip được. Nhưng phương pháp thứ hai thì có thể áp dụng được cho cả hai trường hợp của đề bài. Để tìm lực căng của vòng dây tại các điểm A và C của elip, ta cần phải tính lực từ $\overrightarrow{F}$ tác dụng vào nửa vòng dây kề với các điểm này.



Hình 3.2G

Hình chiếu của lực này lên các trục x và y (Hình 3.2G) lần lượt bằng :

$$F_x = \Sigma\Delta F_x = \Sigma IB\Delta l\sin\alpha = \Sigma IB\Delta y = 0$$

$$F_y = \Sigma\Delta F_y = \Sigma IB\Delta l\cos\alpha = \Sigma IB\Delta x = IB2a$$

Từ điều kiện cân bằng suy ra lực từ bằng tổng hai lực căng, ta có : $T_A = T_C = IBa$.

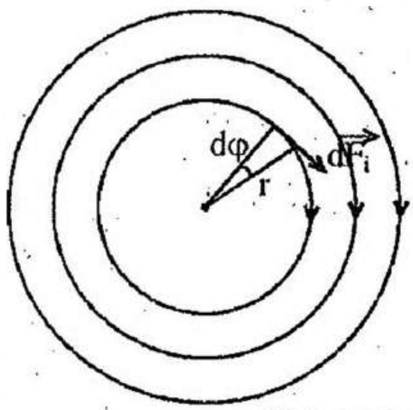
Tương tự ta tính được lực căng tại các điểm D và K : $T_D = T_K = IBb$.

Có thể thấy rằng cách tính này áp dụng được cho một phần vòng dây có dạng bất kì. Do vậy ta có thể phát biểu khẳng định sau : *Lực do một từ trường đều tác dụng lên một phần vòng dây có hình dạng bất kì nối hai điểm bằng lực tác dụng lên đoạn thẳng có cùng dòng điện chạy qua nối hai điểm đó.* ý nghĩa của khẳng định này là ở chỗ : lực toàn phần do từ trường tác dụng lên một vòng dây kín có dòng điện chạy qua phải bằng 0 (vì nếu không sẽ vi phạm định luật bảo toàn năng lượng).

3.3. (Hình 3.3G)

Cách 1 :

* Gọi r là bán kính vòng. Sự giảm của B_0 tới 0 xảy ra sau khi ngắt ở thời điểm nào đó là $B_{(t)}$. Từ trường thay đổi theo thời gian sinh ra điện trường xoáy mà các đường sức của nó ở trên hình vẽ được biểu diễn bởi các đường tròn, một trong các đường sức dọc theo vòng. Giả sử tại thời điểm ta xét độ lớn của cường độ điện trường xoáy trên đường sức từ là $E_{(t)}$.



Hình 3.3G

* Công do điện trường xoáy thực hiện để dịch chuyển một đơn vị điện tích dọc theo vòng tròn bằng suất điện động cảm ứng : $e_c = 2\pi r\, E_{(t)}$.

$$\frac{d\phi}{dt} = -\pi r^2 \frac{dB_{(t)}}{dt} \Rightarrow E_{(t)} = -\frac{r}{2}.\frac{dB_{(t)}}{dt}$$

Trên mỗi một yếu tố chiều dài của vòng tích điện chịu tác dụng của một lực có hướng tiếp xúc với đường tròn có bán kính r và bằng : $dF_J = E_{(t)}.\frac{Q}{2\pi r}\, r\, d\varphi = -\frac{Q}{4\pi}.\frac{dB}{dt}\, r\, d\varphi_J$

Lực tổng hợp tác dụng lên vòng ở thời điểm đã cho bằng :

$$F = \sum_{J=1}^{N} dF_J = -\frac{Qr}{4\pi}.\frac{dB_{(t)}}{dt}.\sum_{J=1}^{N} d\varphi_J = -\frac{Qr}{2}.\frac{dB_{(t)}}{dt}$$

Sau thời gian Δt nhỏ, xung lượng của lực tác dụng lên vòng dọc theo đường tròn gây ra sự thay đổi động lượng của vòng : $F.\Delta t = m.\Delta v$.

Từ đó thu được $\quad \Delta v = \frac{F}{m}\Delta t = -\frac{Qr}{2m}\Delta B.$

$$\Delta\omega = \frac{\Delta v}{r} = -\frac{Q}{2m}.\Delta B\,;\ \Delta\omega = \omega - 0 \Rightarrow \Delta B = 0 - B_0 = -B_0.\ \text{Vậy}\ \omega = \frac{QB_0}{2m}.$$

Cách 2 :

* Khi từ trường biến đổi sẽ sinh ra điện trường. Cường độ điện trường này hướng vào vòng trên từng điểm của vòng : $E = \frac{|e_c|}{2\pi R} = \frac{1}{2\pi R}.\left|\frac{\Delta\phi}{\Delta t}\right|.$

Ta chia vòng có chu vi L thành từng đoạn ΔL_i với điện tích phân bố trên ΔL_i là :

$$\Delta Q_i = \frac{Q}{2\pi R}.\Delta L_i \text{ và có khối lượng } \Delta m_i = \frac{m}{2\pi R}.\Delta L_i$$

Lực điện trường tác dụng vào ΔL_i là : $F_i = \Delta Q_i.E = \frac{Q.\Delta L_i}{2\pi R}.\frac{1}{2\pi R}.\left|\frac{\Delta\phi}{\Delta t}\right|$

$$\Rightarrow \quad a = \frac{F_i}{\Delta m_i} = \frac{Q}{2\pi Rm}.\left|\frac{\Delta\phi}{\Delta t}\right|$$

Phương trình này chỉ ra rằng độ lớn của gia tốc không phụ thuộc vào ΔL_i.

Trong thời gian Δt vận tốc của các đoạn nhỏ ΔL_i sẽ biến thiên một lượng :

$$\Delta v = a_i\Delta t = \frac{Q}{2\pi Rm}.|\Delta\phi| = \frac{QS}{2\pi Rm}.|\Delta B| = \frac{QR}{2m}.|\Delta B|$$

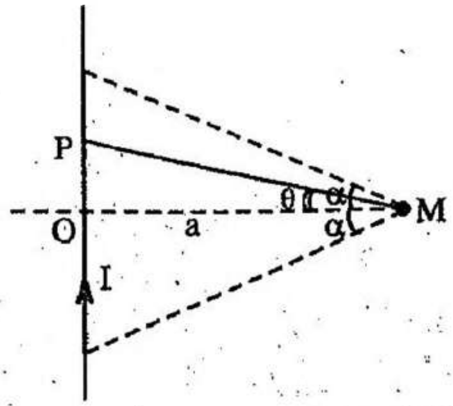
Cho đến thời điểm mà cảm ứng từ biến thiên đến B_0 thì vận tốc của ΔL_i đạt đến :

$$v = \Sigma\Delta v = \frac{QRB_0}{2m}\ ;\ \omega = \frac{v}{R} = \frac{QB_0}{2m}$$

3.4. (Hình 3.4G).

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi}.\frac{\Delta l.\cos\theta}{r^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}.\frac{d\theta\cos\theta}{a} \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}\sin\alpha$$

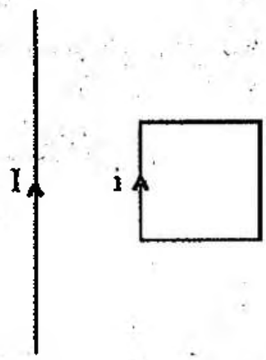
$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi a}.\frac{\frac{l}{2}}{\sqrt{a^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2}} \approx \frac{\mu_0 I}{2\pi a}.\left(1 - \frac{2a^2}{l^2}\right)$$



Hình 3.4G

Muốn $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$ sai kém 1% thì $\frac{2a^2}{l^2} = 10^{-2}$

$$\Rightarrow \frac{a}{l} \approx \frac{0,1}{\sqrt{2}} \approx 7.10^{-2} = 7\% \text{ (đpcm)}.$$



Hình 3.5G

3.5. (Hình 3.5G).

Kí hiệu I(t) và i(t) là cường độ dòng điện trong dây dẫn và trong khung dây tại thời điểm t bất kì.

Từ thông qua khung $\phi(t) \sim I(t)$.

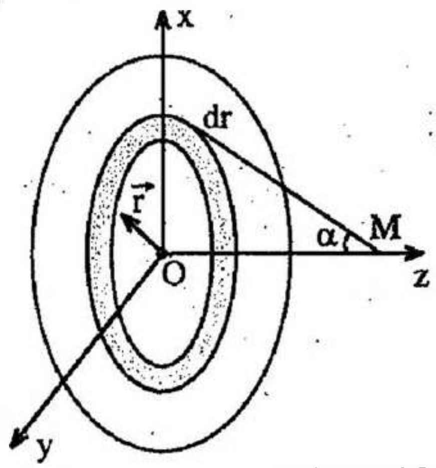
Mà $i(t) = -\frac{1}{R}.\frac{d\phi(t)}{dt}$, với R là điện trở khung, $R \sim \frac{1}{d^2}$.

Suy ra $i(t) \sim d^2\frac{dI(t)}{dt} \Rightarrow$ lực từ tác dụng lên khung : $F \sim I(t).i(t) \sim d^2\frac{I(t).dI(t)}{dt}$.

Xung lượng khung nhận được : $p = \int_0^p Fdt \sim d^2.\int_I^0 I(t).dI(t) \sim d^2.\int_I^0 d(I(t))^2 \sim I^2d^2$.

Suy ra : $\frac{p_1}{p_0} = \frac{I_1^2 d_1^2}{I_0^2 d_0^2} = \frac{9I_0^2.4d_0^2}{I_0^2 d_0^2} = 36 \Rightarrow p_1 = 36p_0$.

Vậy khung thu được xung lượng $p_1 = 36p_0$.



Hình 3.6G

3.6. Xét từng vòng tròn nhỏ có chiều dày dr (Hình 3.6G). Vận tốc dài của một điểm trên vòng tròn : $v = \omega r$. Đĩa quay nên các điện tích chuyển động, do đó có dòng điện :

$$dI = \delta(r\omega)dr$$

Từ trường do vành tròn nhỏ gây ra tại M là :

$$dB = \frac{\mu_0 dI}{2r}\sin^3\alpha \Leftrightarrow dB = \frac{\mu_0(\delta\omega r dr)}{2r}\sin^3\alpha \text{ với}$$

$$r = z\tan\alpha \Rightarrow dr = \frac{z}{\cos^2\alpha}d\alpha \Rightarrow B = \frac{\mu_0}{2}\delta\omega z\int_0^{\alpha_{max}}\frac{1-\cos^2\alpha}{\cos^2\alpha}\sin\alpha d\alpha,$$

với $\cos\alpha_{max} = \dfrac{z}{\sqrt{R^2+z^2}}$

$$\Rightarrow \quad B = \frac{\mu_0}{2}\delta\omega z\left(\frac{1}{\cos\alpha_{max}} + \cos\alpha_{max} - 2\right)$$

$$\Leftrightarrow \quad B = \frac{\mu_0}{2}\delta\omega.\frac{1}{\sqrt{R^2+z^2}}(\sqrt{R^2+z^2} - z)^2$$

3.7. Cắt quả cầu thành các vòng dây có bề rộng $Rd\theta$. Điện tích chuyển động xem như dòng điện có cường độ : $dI = \left(\dfrac{\omega}{2\pi}\right)\delta(2\pi R^2\sin\theta d\theta)$, với $\delta = \dfrac{q}{4\pi R^2}$ là mật độ điện mặt

$$\Rightarrow dM = \pi R^2\sin^2\theta\, dI = \frac{\omega q}{4}R^2\sin^3\theta\, d\theta \Rightarrow M = \frac{\omega q}{4}R^2\int_0^{\pi}\sin^3\theta d\theta = \frac{\omega q R^2}{3}$$

3.8. Ta có : $\quad \vec{B}_{(M)} = \oint\dfrac{\mu_0 I}{4\pi}d\vec{l}\wedge\dfrac{\overrightarrow{PM}}{PM^3}$.

Trong hệ trục toạ độ : $\overrightarrow{OP} = (a\cos\varphi\,;\, a\sin\varphi\,;\, 0)$

$\overrightarrow{OM} = (x\,;\, 0\,;\, 0)$; $\overrightarrow{PM} = (x - a\cos\varphi\,;\, -a\sin\varphi\,;\, 0)$; $\overrightarrow{dl} = (-a\sin\varphi d\varphi\,;\, a\cos\varphi\,;\, 0)$

$$\Rightarrow \quad [\overrightarrow{dl}\wedge\overrightarrow{PM}] = [(a\sin\varphi)^2 + a\cos\varphi(a\cos\varphi - x)]d\varphi$$

$$PM^3 = (x^2 + a^2 - 2ax\cos\varphi)^{\frac{3}{2}}$$

$$\Rightarrow \quad B_{(M)} = \frac{\mu_0 I}{4\pi x}\int_0^{2\pi}\frac{u^2 - u\cos\varphi}{(1 - 2u\cos\varphi + u^2)^{\frac{3}{2}}}d\varphi$$

$$f(u) = \frac{u^2 - u\cos\varphi}{(1 - 2u\cos\varphi + u^2)^{\frac{3}{2}}}$$

Khai triển gần đúng với $u \ll 1$

$$f(u) \approx -u\cos\varphi + u^2(1-3\cos^2\varphi) \Rightarrow \vec{B}(M) = -\frac{\mu_0 .IM}{4\pi x^3}$$

Điều này đúng với trường hợp của lưỡng cực.

3.9. a) Áp dụng định lí Ampe :

* Với $r < R_1$: $B(r).2\pi r = 0 \Rightarrow B(r) = 0$

* Với $R_1 < r < R_2$: $B(r).2\pi r = \mu_0 I \Rightarrow B(r) = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$

* Với $r > R_2$: $B(r).2\pi r = 0 \Rightarrow B(r) = 0$

b) Mật độ khối năng lượng từ có dạng :

* $r < R_1$: $\dfrac{B^2}{2\mu_0} = 0$

* $R_1 < r < R_2$: $\dfrac{B^2}{2\mu_0} = \dfrac{\mu_0 I^2}{8\pi^2 r^2}$

* Với $r > R_2$: $\dfrac{B^2}{2\mu_0} = 0$

c) Năng lượng từ : $W_t = \displaystyle\int_{R_1}^{R_2} \frac{\mu_0 I^2}{8\pi^2 r^2} 2\pi r l dr = \frac{\mu_0 l I^2}{4\pi} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r} \Leftrightarrow W_t = \frac{\mu_0 l I^2}{4\pi} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$.

d) $L = \dfrac{\mu_0 l}{2\pi} \ln\left(\dfrac{R_2}{R_1}\right) \Rightarrow \mathscr{L} = \dfrac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\dfrac{R_2}{R_1}\right)$

3.10. a) Từ trường trong lòng ống dây : $B = \mu_0 \dfrac{N_1}{l} i_1$.

Ở bên ngoài, B bằng 0. Từ thông đi qua một vòng cuộn dây : $\phi_0 = \mu_0 \dfrac{N_1}{l} S i_1$.

Độ hỗ cảm của hệ : $M = \dfrac{N_2 \phi_0}{i_1} = \mu_0 \dfrac{N_1 N_2}{l} S$.

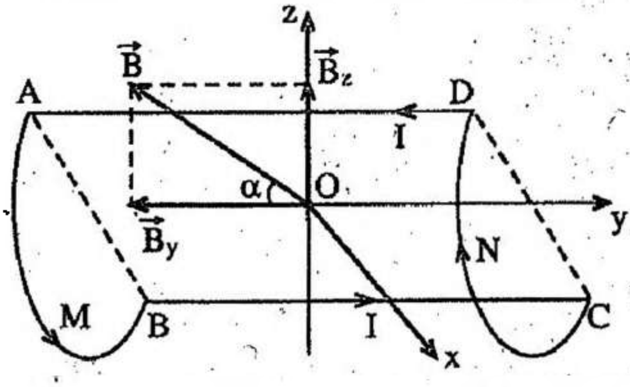
b) Suất điện động xuất hiện trong cuộn dây : $e_2 = -M\dfrac{di_1}{dt} - L_2 \dfrac{di_2}{dt}$.

Vì độ tự cảm L_2 tỉ lệ với $N_2^2 \ll N_1 N_2$ nên có thể bỏ qua nó so với $M \Rightarrow e_2 \approx -M\dfrac{di}{dt}$

$$\Rightarrow \quad i_2 = \frac{e_2}{R} = -\frac{M}{R}.\frac{di}{dt} = \mu_0 \frac{N_1 N_2}{l}.\frac{S}{R} i_0 \omega.\sin\omega t.$$

3.11. Chọn hệ trục Oxyz như trên hình 3.7G, với Ox // AB ; Oy // AD và Oz ⊥ mặt phẳng ABCD. Cảm ứng từ tổng hợp do AD và BC tạo ra tại O có hướng theo trục Oz và có độ lớn :

$$B_z = 2.\frac{\mu_0 I}{2\pi a}.\frac{l}{(l^2+a^2)^{\frac{1}{2}}} = \frac{\mu_0 I}{\pi a}.\frac{l}{(l^2+a^2)^{\frac{1}{2}}}.$$



Hình 3.7G

Cảm ứng từ tổng hợp do AMB và CND tạo ra tại O có hướng ngược chiều trục Oy và có độ lớn : $B_y = \dfrac{\mu_0 I a^2}{(l^2+a^2)^{\frac{3}{2}}}$.

Cảm ứng từ $\vec{B}$ do khung dây tạo ra tại O nằm trong mặt phẳng yOz vuông góc với mặt phẳng ABCD : $\vec{B}_y + \vec{B}_z$. Vectơ $\vec{B}$ có độ lớn :

$$B = \sqrt{B_y^2 + B_z^2} = \frac{\mu_0 I}{\pi a(l^2+a^2)^{\frac{3}{2}}}.\sqrt{l^2(l^2+a^2)^2 + \pi^2 a^6}$$

và có phương hợp với trục Oy góc α mà với $\tan\alpha = \dfrac{l(l^2+a^2)}{\pi a^3}$.

3.12. Khi thanh chuyển động, trên thanh xuất hiện suất điện động cảm ứng e_c có chiều xác định theo quy tắc bàn tay phải, vì mạch kín nên xuất hiện dòng điện cường độ I. Do đó có lực điện từ tác dụng lên thanh có chiều xác định theo quy tắc bàn tay trái.

a) Gọi vận tốc ổn định của thanh là v (khi ấy thanh chuyển động đều). Suất điện động cảm ứng xuất hiện trên thanh là : $e_c = \left(\vec{B}\times\vec{v}\right)L = BLv\cos\alpha$.

Cường độ dòng cảm ứng chạy trong mạch : $I = \dfrac{e_c}{R} = \dfrac{BLv\cos\alpha}{R}$.

Lực điện từ tác dụng lên thanh : $F_d = IBL\cos\alpha = \dfrac{B^2L^2v\cos^2\alpha}{R}$. s

Áp dụng định luật II Niu-tơn, thanh có vận tốc ổn định khi :

$$T - F_d - mg\sin\alpha = 0 \Rightarrow Mg - mg\sin\alpha = \frac{B^2L^2v\cos^2\alpha}{R} \Rightarrow v = \frac{gR(M - m\sin\alpha)}{B^2L^2\cos^2\alpha}.$$

Nếu M > msinα thì thanh chuyển động lên trên.

Nếu M < msinα thì thanh sẽ chuyển động xuống dưới.

b) Khi $v_1 = \dfrac{v}{2} = \dfrac{gR(M - m\sin\alpha)}{2B^2L^2\cos^2\alpha}$.

$$F_{d1} = I_1BL\cos\alpha = \frac{BLv\cos\alpha}{2R}BL\cos\alpha = (M - m\sin\alpha)\frac{g}{2}.$$

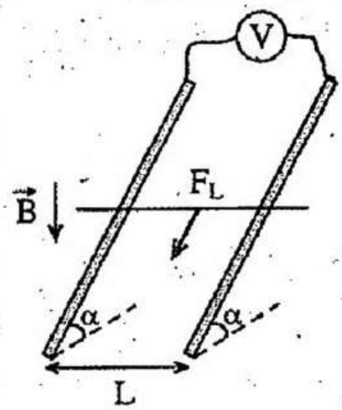
Áp dụng định luật II Niu-tơn, ta có : $Mg - T = Ma$

$T - F_{d1} - mg\sin\alpha = ma$. Do đó : $Mg - mg\sin\alpha - F_{d1} = (M + m)a$

$$\Leftrightarrow \quad Mg - mg\sin\alpha - \frac{(M - m\sin\alpha)g}{2} = (M + m)a$$

Từ biểu thức này rút ra gia tốc của thanh : $a = \dfrac{(M - m\sin\alpha)g}{2(M + m)}$.

3.13. a) Đó là hiệu ứng Hall : Các electron trong thanh chuyển động trong từ trường sẽ chịu tác dụng của lực Lo-ren-xơ : $F_L = ev_aB\cos\alpha$, hướng từ phải sang trái cho đến khi hiệu điện thế U_a, ở hai đầu của ray tạo nên một lực điện trường F_E cân bằng với lực Lo-ren-xơ (Hình 3.8G).



Hình 3.8G

Ta có $\quad U_a = EL \Rightarrow E = \dfrac{U_a}{L}$

$$F_E = eE = \frac{eU_a}{L}$$

Từ đó : $F_E = F_L \Leftrightarrow \dfrac{eU}{L} = ev_aB\cos\alpha \Rightarrow U_a = v_aLB\cos\alpha$.

b) Trong trường hợp này, lực Lo-ren-xơ tạo ra dòng điện cảm ứng I trong mạch kín tạo bởi hai ray, có điện tích bằng S (Hình 3.9G) : $U = \mathscr{E}_c = Bv_bL\cos\alpha$.

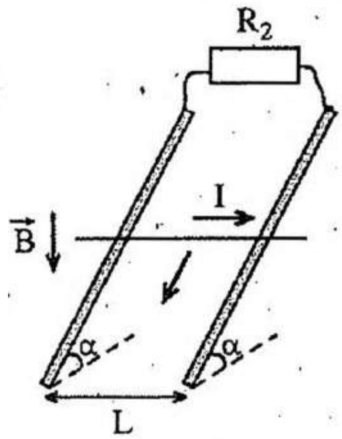
Suy ra : $I = \dfrac{Bv_bL\cos\alpha}{R_1 + R_2}$.

Trong khi ấy thanh chịu tác dụng của lực điện từ $F_B = ILB\cos\alpha$ cân bằng với tác dụng của trọng lực $P_1 = mg\sin\alpha$.

$$ILB\cos\alpha = mg\sin\alpha \Rightarrow I = \frac{mg\sin\alpha}{LB\cos\alpha}$$

Kết hợp hai giá trị của I ở trên ta được :

$$\frac{v_bLB\cos\alpha}{R_1 + R_2} = \frac{mg\sin\alpha}{LB\cos\alpha} \Leftrightarrow v_b = \frac{mg\sin\alpha(R_1 + R_2)}{(LB\cos\alpha)^2}.$$



Hình 3.9G

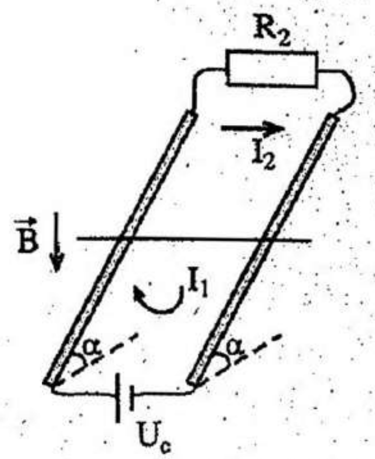
c) Dòng điện tổng cộng I_{tp} đi ra khỏi nguồn là tổng của hai dòng điện :

$I_{tp} = I_1 + I_2$ với $I_2 = \dfrac{U_c}{R_2}$ đi qua R_2 và I_1 đi qua thanh (Hình 3.10G).

Hiệu điện thế xuất hiện trong mạch kín là U_0. Vì vậy :

$$U_0 = -U_c + R_1 I_1 = -v_c LB\cos\alpha \Rightarrow I_1 = \frac{U_c}{R_1} - \frac{v_c LB\cos\alpha}{R_1}$$

$$\Rightarrow I_{tp} = I_1 + I_2 = U_c\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) - \frac{v_c LB\cos\alpha}{R_1}$$



Hình 3.10G

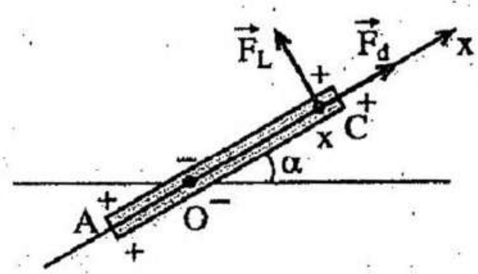
3.14. (Hình 3.11G)

Giả sử tại thời điểm nào đó thanh chuyển động ngược chiều kim đồng hồ. Vận tốc góc của thanh bằng :

$$\varphi'(t) = \varphi_0\omega\cos\omega t.$$

Vận tốc dài của điện tích tự do ở cách trục quay một khoảng x tại thời điểm đó bằng :

$$v(x, t) = \varphi'(t).x = \varphi_0\omega x\cos\omega t$$



Hình 3.11G

Lực Lo-ren-xơ tác dụng lên điện tích đó bằng : $F_L = ev(x, t)B = e\varphi_0\omega xB\cos\omega t$.

Dưới tác dụng của lực Lo-ren-xơ sẽ xảy ra sự phân bố lại các điện tích tự do : tại các đầu của thanh sẽ có dư các điện tích dương, còn tại vùng gần tâm O sẽ xuất hiện các điện tích âm. Sự phân bố lại các điện tích tự do sẽ dẫn tới xuất hiện trong thanh một điện trường. Cường độ E(x,t) của điện trường đó tại một điểm bất kì có thể tìm được từ điều kiện cân bằng điện tích (không có dòng điện trong thanh), khi lực Lo-ren-xơ bằng lực tĩnh điện do điện trường nói trên tác dụng. Cụ thể là :

$$e\varphi_0\omega xB\cos\omega t + eE(x, t) = 0$$

Từ đó suy ra : $\quad E(x,t) = -\varphi_0\omega xB\cos\omega t.$

Đây chính là phân bố cường độ điện trường trong thanh tại thời điểm bất kì. Khi đó, hiệu điện thế giữa hai đầu A và C của thanh bằng :

$$U(t) = -\int_{-a}^{b} E(x,t)dx = \int_{-a}^{b} \varphi_0\omega B\cos\omega t.xdx = \frac{\varphi_0\omega B}{2}(b^2 - a^2)\cos\omega t$$

Dễ dàng thấy rằng hiệu điện thế cực đại bằng :

$$U_{max} = \frac{\varphi_0\omega B}{2}(b^2 - a^2) = 3{,}75.10^{-10}\text{ V}$$

* Cách khác : Suất điện động cảm ứng trên AC :

$$d\phi = B.dS = B\frac{b^2}{2}.d\varphi \Rightarrow e_{c_1} = \frac{Bb^2}{2}.\varphi' \; ; \; e_{c_2} = \frac{Ba^2}{2}.\varphi' \Rightarrow U_{CA} = e_{c_1} - e_{c_2}$$

$$U_{CA} = \frac{B(b^2 - a^2)\varphi_0\omega\cos\omega t}{2}$$

3.15. a) Xét một sợi dây (thứ n) hướng lên ở vị trí hợp với Ox góc α, lực từ tác dụng lên dây là : Bid (i là cường độ dòng điện chạy trên dây).

Công suất của lực này : $\mathscr{P} = Bid\omega a\cos\alpha$.

Suất điện động cảm ứng xuất hiện trên dây thứ n : $e_n = -\frac{\mathscr{P}}{i} = -\omega aBd\cos\alpha$.

Tổng các dòng bằng 0 nên : $\sum\limits_{n=1}^{N}\frac{e_n - U}{R} = 0$ với U là điện áp giữa hai đĩa

$$\Rightarrow \quad U = -\frac{\omega aBd}{R}\sum_{n=1}^{N}\cos\alpha \; ; \; \sum_{n=1}^{N}\cos\alpha = 0 \Rightarrow U = 0.$$

b) Sợi dây P có dòng điện chạy qua :

$$i_P = \frac{e_P}{R} = -\frac{B\omega ad^2}{R}\cos\alpha \Rightarrow F = -\frac{B^2\omega ad^2}{R}\cos\alpha$$

Momen lực này đối với trục Oz :

$$M_P = -\frac{B^2\omega a^2d^2}{R}\cos^2\alpha \Rightarrow M = \Sigma M_P = -\frac{B^2a^2d^2}{R}\omega\sum_{n=1}^{N}\cos^2\alpha$$

Phương trình chuyển động của hệ : $J\frac{d\omega}{dt} = M$.

Do $\cos^2\alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$ nên $\sum\limits_{n=1}^{N}\cos^2\alpha = \frac{N}{2} \Rightarrow J\frac{d\omega}{dt} = -\frac{NB^2a^2d^2}{2R}\omega$

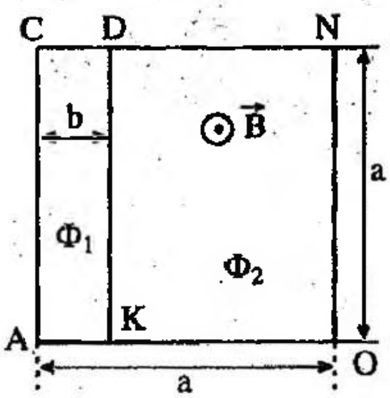
Từ đó tìm được : $\omega = \omega_0 e^{-\frac{t}{t_0}}$, với $t_0 = \frac{2RJ}{NB^2a^2d^2}$.

3.16. Trong khoảng thời gian thiết lập từ trường, xét một thời điểm t nào đó khi cảm ứng từ bằng B(t). Tại thời điểm đó, từ thông gửi qua mạch kín ACDK bằng $\Phi_1 = B(t)ab$ và gửi qua mạch kín DNOK bằng $\Phi_2 = B(t)a(a - b)$. Do từ trường biến thiên theo thời gian, nên các từ thông trên cũng biến thiên, do đó xuất hiện một điện trường xoáy.

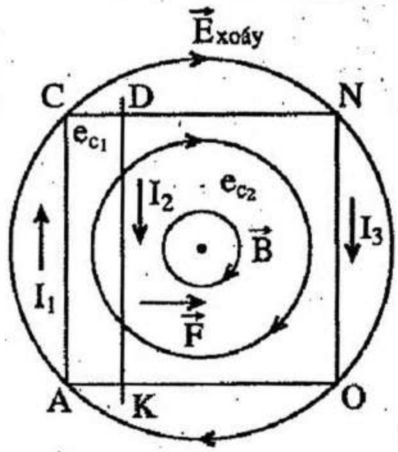
Nếu từ trường đối xứng với trục vuông góc với mặt phẳng khung và đi qua tâm khung, thì các đường sức của điện trường xoáy sẽ có dạng là những vòng tròn đồng tâm nằm trong mặt phẳng khung (Hình 3.12G). Công do điện trường xoáy thực hiện làm dịch chuyển một điện tích dương theo một mạch kín (như mạch ACDK, chẳng hạn), như đã biết, có trị số đúng bằng suất điện động cảm ứng xuất hiện trong mạch và theo định luật Fa-ra-đây về cảm ứng điện từ, ta có thể tính được suất điện động cảm ứng qua vận tốc biến thiên từ thông gửi qua mạch đó. Đối với mạch ACDK, ta có :

$$e_{c1} = -\frac{d\Phi_1}{dt} = -ab\frac{dB(t)}{dt} = -\frac{a^2}{4}\frac{dB(t)}{dt}$$

Tương tự, đối với mạch DNOK : $e_{c2} = -\frac{d\Phi_2}{dt} = -a(a-b)\frac{dB(t)}{dt} = -\frac{3a^2}{4}\frac{dB(t)}{dt}$.



Hình 3.12G



Hình 3.13G

Giả sử tại thời điểm đang xét các dòng điện đi qua các dây dẫn như được chỉ ra trên hình 3.13G. Áp dụng định luật Kiêc-sốp cho mạch ACDK, ta được : $e_{c1} = \Sigma i.r_i$.

$$\frac{a^2}{4}\frac{dB(t)}{dt} = I_1\rho a + I_1 2\rho b + I_2\rho a = \frac{3}{2}\rho a I_1 + \rho a I_2 \qquad (1)$$

Tương tự đối với mạch DNOK, ta có :

$$\frac{3a^2}{4}\frac{dB(t)}{dt} = 2\rho(a-b)I_3 + \rho a I_3 - \rho a I_2 = \frac{5}{2}\rho a I_3 - \rho a I_2 \qquad (2)$$

Tại điểm nút D, ta có : $\quad I_2 + I_3 = I_1$. (3)

Giải ba phương trình trên, ta tìm được : $\quad I_2 = -\frac{2a}{31\rho}.\frac{dB(t)}{dt}$.

Dấu trừ ở công thức trên có nghĩa là ta đã giả thiết không đúng chiều của dòng điện qua thanh, đúng ra nó phải đi từ K đến D.

Do có dòng điện đi qua, nên thanh DK chịu tác dụng của lực từ có hướng đi vào phía tâm khung và có độ lớn bằng : $F_A(t) = -I_2 aB(t) = \frac{2a^2}{31\rho}B(t)\frac{dB(t)}{dt} = \frac{a^2}{31\rho}\frac{d(B^2(t))}{dt}$.

Sau thời gian xác lập từ trường thanh chịu tác dụng của một xung lượng của lực F_A là :

$$\int_0^\infty F_A dt = \int_0^{B_0} \frac{a^2}{3l\rho} d(B^2(t)) = \frac{a^2B_0^2}{3l\rho}$$

Xung lượng của lực F_A gây ra một độ biến thiên động lượng của thanh bằng :

$$\frac{a^2B_0^2}{3l\rho} = Mv$$

Do đó vận tốc của thanh : $v = \dfrac{a^2B_0^2}{3lM\rho}$.

3.17. a) Xét một đường vòng tròn bán kính r.

Ta có : $$E.2\pi r = -\frac{d\phi}{dt} \qquad (1)$$

* Với r < a thì : $\phi = \pi r^2B$, $E = j\dfrac{1}{\gamma}$ (γ là điện dẫn suất). Theo (1) ta có :

$$\frac{j}{\gamma}2\pi r = \pi r^2B_m\omega\sin\omega t \Rightarrow j = \frac{\gamma}{2}\omega rB_m\sin\omega t$$

* Với a < r < b : $\phi = \pi a^2B \Rightarrow j = \dfrac{\gamma}{2}\omega\dfrac{a^2}{r}B_m\sin\omega t$

b) Công suất trên đơn vị thể tích tiêu tán bởi hiệu ứng Jun là : $\mathcal{P}_0 = jE = \dfrac{j^2}{\gamma}$.

Đối với vành khăn bán kính r và độ rộng dr thì : $d\mathcal{P} = \mathcal{P}_0dV = 2\pi redr.\dfrac{j^2}{\gamma}$.

Từ đó công suất tiêu tán trên đĩa là :

$$\mathcal{P} = \frac{e\gamma}{2}\omega^2B^2\sin^2\omega t\left[\int_0^a r^3dr + \int_a^b \frac{a^4}{r}dr\right] = \frac{\pi e\gamma}{2}\omega^2a^4B^2\sin^2\omega t\left(\frac{1}{4} + \ln\frac{b}{a}\right)$$

Trong một thời gian dài công suất trung bình bằng : $\mathcal{P}_{tb} = \dfrac{\pi e\gamma}{4}\omega^2a^4B_m^2\left(\dfrac{1}{4} + \ln\dfrac{b}{a}\right)$.

Khi a = b thì $\mathcal{P}_{tb} = \dfrac{\pi e\gamma}{16}\omega^2a^4B_m^2$. Thay số : $\mathcal{P}_{tb} = 3{,}7$ W.

c) Từ trường tạo ra ở tâm một vòng bán kính r độ rộng dr là :

$$dB = \frac{\mu_0 di}{2r}, \text{ với } di = J(r).edr.$$

Từ đó : $$B_c = \int_0^a dB + \int_a^b dB = \mu_0\gamma\omega\frac{ea}{2}\left(1 - \frac{a}{2b}\right)B_m\sin\omega t.$$

3.18. a) Kí hiệu B là độ lớn của cảm ứng từ của từ trường tại điểm cách trục đối xứng của từ trường một khoảng r. Tại mỗi điểm của vành kim loại, cảm ứng từ đều có trị số bằng B. Xét một phần tử chiều dài Δl của vành. Tại thời điểm t mà vận tốc của vành là v thì suất điện động xuất hiện ở Δl có độ lớn bằng : $\Delta \mathscr{E} = Bv\Delta l$.

Suy ra suất điện động xuất hiện trong toàn bộ vành là : $\mathscr{E} = \Sigma\Delta\mathscr{E} = \Sigma Bv\Delta l = Bv.2\pi r$.

Dòng điện cảm ứng xuất hiện trong vành là : $I = \dfrac{\mathscr{E}}{R} = \dfrac{2\pi rBv}{R}$ với $R = \rho\dfrac{l}{S} = \rho.\dfrac{2\pi r}{S}$.

Từ đó, tìm được : $$I = \frac{BSv}{\rho} \qquad (1)$$

b) Do có dòng điện I chạy qua, phần tử Δl của vành chịu tác dụng của lực điện từ ΔF, lực này hướng vuông góc với mặt phẳng của vành có độ lớn : $\Delta F = BI\Delta l$.

Lực điện từ tổng hợp $\vec{F}$ tác dụng lên vành có hướng vuông góc với mặt phẳng của vành và có độ lớn : $F = \Sigma\Delta F = BI\Sigma\Delta l = BI.2\pi r \Rightarrow F = \dfrac{2\pi rSB^2v}{\rho}$.

Theo định luật Len-xơ, lực $\vec{F}$ chống lại sự rơi xuống của vành, nghĩa là $\vec{F}$ có hướng ngược với trọng lực $\vec{P}$ của vành. Áp dụng định luật II Niu-tơn, ta có :

$$mg - F = ma \Rightarrow a = g - \frac{F}{m} \text{ với } m = 2\pi rS.d$$

Suy ra : $$a = g - \frac{B^2v}{\rho d} \qquad (2)$$

Ta lại có : $a = \dfrac{dv}{dt}$, do đó (2) trở thành : $\dfrac{dv}{dt} + \dfrac{B^2}{\rho d}v = g$.

Giải phương trình này, với chú ý rằng khi t = 0, v = 0, ta được :

$$v = \frac{\rho gd}{B^2}\left(1 - e^{-\frac{B^2}{\rho d}t}\right) \text{ và } a = ge^{-\frac{B^2}{\rho d}t}$$

Từ (1) và (2) dễ dàng nhận xét rằng, a giảm dần và v tăng dần khi vành rơi xuống và sau một thời gian đủ lớn kể từ khi bắt đầu rơi, thì a = 0 và kể từ lúc đó vành rơi đều với vận tốc (ứng với a = 0) : $v_0 = \dfrac{\rho gd}{B^2}$.

3.19. a) Khi đóng khoá K, phần đĩa nằm giữa trục và chậu thuỷ ngân có dòng điện chạy qua, lại đặt trong từ trường, nên nó chịu tác dụng của lực từ, đẩy đĩa dịch chuyển (chiều của lực từ được xác định theo quy tắc bàn tay trái). Kết quả là đĩa quay theo chiều kim đồng hồ.

b) Vật m được nâng lên cao khi đĩa bắt đầu quay, muốn vậy thì momen M_B của lực từ tác dụng lên đĩa phải lớn hơn momen của trọng lực tác dụng lên vật m :

$$M_B > mgr \qquad (1)$$

trong đó : $$M_B = \int_0^{\frac{d}{2}} BIxdx = \frac{BId^2}{8}, \text{ với } I = \frac{\mathscr{E}}{r}$$ ($\mathscr{E}$ là suất điện động của nguồn).

Như vậy phải có : $$\frac{BId^2}{8} > mgr \Rightarrow I = \frac{\mathscr{E}}{R} > \frac{8mgr}{Bd^2} \Rightarrow \mathscr{E} > \frac{8mgrR}{Bd^2}.$$

Suy ra : $$\mathscr{E}_{min} > \frac{8mgrR}{Bd^2} \approx 1{,}26 \text{ V}.$$

c) Vật được nâng lên với vận tốc không đổi khi : $M_B = mgr$.

$$\frac{BI_1d^2}{8} = mgr \Rightarrow I_1 = \frac{8mgr}{d^2B} = 1{,}57 \text{ A}$$

Khi đĩa quay, trên đĩa xuất hiện suất điện động cảm ứng e_C, do đó :

$$I_1 = \frac{e - e_C}{Bd^2} \Rightarrow e_C = e - I_1R = 0{,}24 \text{ V}$$

Mặt khác, kí hiệu ω là tốc độ góc của đĩa, khi đó ta có :

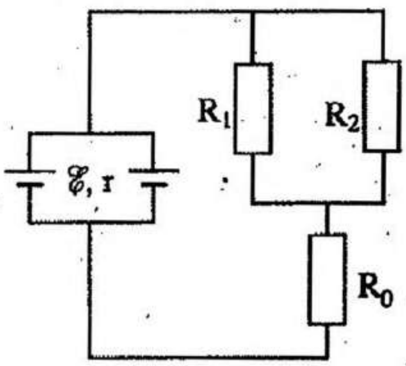
$$e_C = \int_0^{\frac{d}{2}} vBdx = \int_0^{\frac{d}{2}} B.\omega x.dx = \frac{\omega Bd^2}{8}.$$

Từ đó suy ra : $$\omega = \frac{8e_C}{Bd^2} \approx 7{,}82 \text{ rad/s}.$$

3.20. a) Mỗi giây vòng quanh trục của nó có 10 vòng.

b) Dòng điện qua điện trở R_0 có chiều từ dưới đi lên.

c) Vòng kim loại chuyển động cắt ngang qua các đường cảm ứng làm phát sinh trong mạch hai suất điện động bằng nhau, mạch điện tương đương có thể được biểu diễn bằng hình 3.14G.



Hình 3.14G

Ta có : $$\mathscr{E} = \left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right| = \left|\frac{B.\Delta S}{\Delta t}\right| = \frac{B.\pi.r^2}{\Delta t}$$

$$= \frac{4.10^{-3}\pi.(0,2)^2}{0,1} = 1{,}6.10^{-3}\pi \text{ V}.$$

Điện trở trong tổng cộng : $r_t = \dfrac{2\pi.r.\rho}{22} = 0,02\pi\ \Omega$

Dòng điện qua R_0 có giá trị cho bởi biểu thức : $I = \dfrac{\mathscr{E}}{R_0 + r_t + \dfrac{x.(0,16\pi - x)}{0,16\pi}}$.

Khi x = 0, tức là khi tiếp điểm là P thì cường độ cực đại : $I_{max} = 13,3$ mA.

d) Khi $x = (0,16\pi - x) \Rightarrow x = 0,08\pi$ tiếp điểm là Q thì I cực tiểu : $I_{min} = 10$ mA.

3.21. a) Trong mạch có suất điện động cảm ứng $e_c = Blv$ và có dòng điện cường độ $I = \dfrac{Blv}{R + r}$. Hiệu điện thế hai đầu điện trở R là : $U = IR = \dfrac{BlvR}{R + r}$.

Vì dây CD chuyển động đều nên lực kéo F có độ lớn bằng lực từ F_t :

$$F = F_t = BIl = \frac{B^2l^2v}{R + r} = \frac{U^2(R + r)}{vR^2} = 1,6 \text{ N}$$

b) Bỏ lực kéo $\vec{F}$ thì chỉ còn lại lực từ $\vec{F_t}$ hướng ngược với $\vec{v}$.

Theo định luật II Niu-tơn : $m\dfrac{dv}{dt} = -\dfrac{B^2l^2v}{R + r} = -\dfrac{B^2l^2}{R + r}\dfrac{dx}{dt}$.

Từ đó : $s = \displaystyle\int_0^s dx = -\int_v^0 \frac{m(R + r)}{B^2l^2}dv = \frac{m(R + r)v}{B^2l^2} = \frac{mv^3R^2}{U^2(R + r)} = 0,25$ m.

$$q = \int i dt = \frac{mRv_0^2}{3U(R + r)} = \frac{1}{12}\text{ C}.$$

3.22. Xét khung tại vị trí như hình 3.15G.

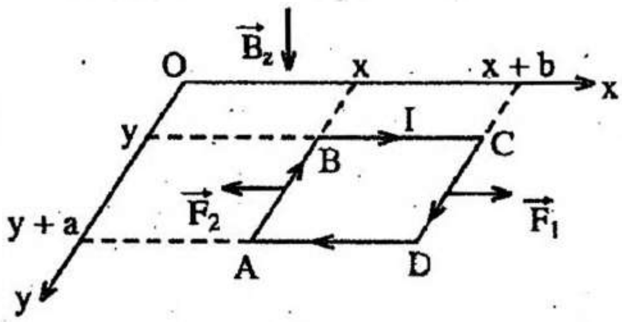
Ta có :

$B_{AB} = B_0(1 - \alpha x)$ và $B_{CD} = B_0[1 - \alpha(x + b)]$.

Suất điện động cảm ứng xuất hiện trên hai thanh AB, CD là :

$e_{AB} = B_{AB}.v.a$; $e_{CD} = B_{CD}.v.a$.

Dòng điện chạy trong mạch có chiều như hình vẽ và có độ lớn bằng :



Hình 3.15G

$$I = \frac{e_{AB} - e_{CD}}{R} = \frac{v.a(B_{AB} - B_{CD})}{R} = \frac{vaB_0\alpha b}{R}$$

(Hoặc : $\phi = abB_0(1 - \alpha x) \Rightarrow e_c = -\phi' = abB_0.\alpha.\dfrac{dx}{dt} \Rightarrow i = \dfrac{e_c}{R} = \dfrac{abB_0\alpha v}{R}$)

Dòng điện I có chiều theo quy tắc đinh ốc, vì $\vec{B_c} \nearrow\nearrow \vec{B_z}$ (do x tăng thì B_z giảm).

Lực từ tác dụng lên hai thanh AB và CD có chiều như hình vẽ và có độ lớn bằng :

$$F_1 = B_{CD}.I.a = B_{CD}\frac{B_0\alpha ba^2v}{R}\ ;\ F_2 = B_{AB}.I.a = B_{AB}.\frac{B_0\alpha ba^2v}{R}$$

Áp dụng định luật II Niu-tơn cho khung theo trục Ox, ta được : $F_1 - F_2 = ma = m\frac{dv}{dt}$.

$$\Leftrightarrow\quad \frac{B_0\alpha ba^2v}{R}(B_{CD} - B_{AB}) = m\frac{dv}{dt} \Leftrightarrow -\frac{B_0^2\alpha^2b^2a^2v.dt}{R} = m.dv$$

$$\Leftrightarrow\quad v.dt = \frac{dx}{dt}dt = \frac{-mR}{B_0^2\alpha^2b^2a^2}dv \Leftrightarrow dx = \frac{-mR}{B_0^2\alpha^2b^2a^2}dv.$$

Lấy tích phân hai vế ta có : $x\Big|_0^s = \frac{-mR}{B_0^2\alpha^2a^2b^2}.v\Big|_{v_0}^0 \Leftrightarrow s = \frac{mRv_0}{B_0^2\alpha^2a^2b^2}$.

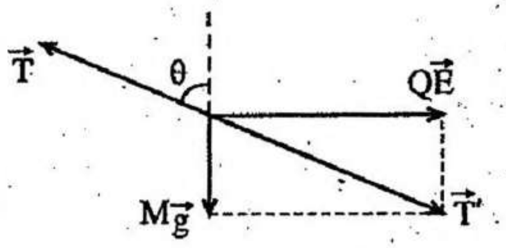
Vậy độ dịch chuyển của khung dây là : $s = \frac{mRv_0}{B_0^2\alpha^2a^2b^2}$.

3.23. a) Khi cả hai khoá đều mở, không có dòng điện trong mạch. Các lực tác dụng lên đoạn dây dưới như hình 3.16G. Ta có : $\tan\theta = \frac{QE}{Mg}$. Thay số ta được $\theta = 84,4^o$.

b) Cường độ dòng điện chạy qua đoạn dây MN là :

$I = \frac{\mathscr{E}}{R} = 6$ A. Đoạn dây chịu thêm lực từ tác dụng hướng thẳng đứng xuống dưới có độ lớn IBl, do đó ở vị trí cân bằng góc lệch của khung là :

$$\tan\theta = \frac{QE}{Mg + IBl}.$$ Thay số ta có $\theta = 68,2^o$.



Hình 3.16G

c) Từ thông qua mạch giảm từ $\frac{Bl^2}{2}$ đến 0 trong thời gian Δt. Cường độ dòng điện cảm ứng trung bình qua dây là $I = \left|\frac{\Delta\phi}{\Delta t.R}\right| = 2,5$ A. Công mà hệ đã thực hiện là :

$$A = Mgl + I^2R.\Delta t = 0,08 \text{ J}.$$

d) Khi cả hai khoá đều mở, vị trí cân bằng của hệ tạo với phương thẳng đứng một góc $\theta = 84,4^o$. Khi dịch chuyển hệ khỏi vị trí này một góc nhỏ α thì hợp lực tác dụng lên đoạn dây MN là : $F = Mg\sin(\alpha + \theta) - QE\cos(\alpha + \theta)$

$$= Mg(\sin\theta\cos\alpha + \sin\alpha\cos\theta) - QE(\cos\alpha\cos\theta - \sin\theta\sin\alpha).$$

Vì α là góc nhỏ, nên $F = M\left(g\cos\theta + \frac{QE}{M}\sin\theta\right)$.

Hợp lực này luôn hướng về vị trí cân bằng nên hệ sẽ dao động điều hoà với chu kì.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}} \text{ với } g' = \left(g\cos\theta + \frac{QE}{M}\sin\theta\right). \text{ Thay số tìm được } T = 0{,}14 \text{ s}$$

Trong quá trình đó, nếu đóng khoá K_2 thì sẽ xuất hiện dòng điện cảm ứng và dao động sẽ tắt dần và hệ sẽ dừng lại ở vị trí cân bằng với $\theta = 84{,}4^o$.

3.24. a) Chia hình trụ thành các lớp trụ mỏng có trục là xx' và có độ dày dr.

Vì B biến thiên đều nên có thể viết : $B = \frac{B_0}{\tau}t$. Xét lớp mỏng bề dày dr, cách tâm r.

Suất điện động xuất hiện trong lớp này là : $\mathscr{E} = \left|\frac{d\phi}{dt}\right| = \frac{d}{dt}(\pi r^2 \frac{B_0}{\tau} t) = \frac{B_0}{\tau}\pi r^2$.

Gọi E là cường độ điện trường : $\mathscr{E} = 2\pi rE$; $E = \frac{B_0 r}{2\tau}$. Vì $U = Eh = IR = jS\frac{\rho h}{S} = j\rho h$

nên mật độ dòng điện là : $j = \frac{E}{\rho} = \frac{B_0 r}{2\tau\rho}$.

Cường độ dòng điện : $I = \int_0^R jhdr = \int_0^R \frac{B_0 h}{2\tau\rho} rdr = \frac{B_0 hR^2}{4\tau\rho}$.

Công suất toả nhiệt trong thể tích một lớp mỏng nằm giữa hai mặt trụ đồng tâm bán kính r và (r + dr), thể tích dV = h.dr.2πr là :

$$d\mathscr{P} = \rho j^2 dV = \rho\left(\frac{B_0 r}{2\tau\rho}\right)^2 h.2\pi rdr \text{ ; } \mathscr{P} = \int_0^R \rho j^2 dV = \int_0^R \frac{\pi h B_0^2}{2\tau^2\rho} r^3 dr = \frac{\pi h B_0^2 R^4}{8\tau^2\rho}$$

b) Nếu hình trụ là điện môi, tại điểm cách tâm r có cường độ E đã tính ở trên : $E = \frac{B_0 r}{2\tau}$. Một lớp trụ đáy hình vành khuyên diện tích 2πrdr chiều cao h chịu tác dụng của momen lực :

$$dM = \frac{q}{\pi R^2 h} dr.2\pi rhEr = \frac{B_0 qr^3}{R^2\tau} dr$$

Tổng các momen lực là : $M = \int_0^R dM = \int_0^R \frac{B_0 qr^3}{R^2\tau} dr = \frac{qB_0 R^4}{4\tau R^2} = \frac{qB_0 R^2}{4\tau}$.

Vì $I = \frac{mR^2}{2}$, ta có : $\gamma = \frac{M}{I} = \frac{qB_0}{2\tau m}$; $\omega = \frac{qB_0}{2\tau m}\tau = \frac{qB_0}{2m}$.

3.25. Khi hai vòng dây tiếp xúc điện với nhau ta có ba mạch điện kín. Vì hai vòng dây chuyển động tương đối với nhau nên sự biến đổi diện tích ở ba mạch là như nhau, do đó suất điện động cảm ứng xuất hiện trọng ba mạch bằng nhau. Mặt khác coi suất điện động cảm ứng trong mỗi mạch kín gồm hai suất điện động ở hai phần dây dẫn nối với nhau ở hai điểm tiếp xúc A và B (Hình 3.17), ta có :

$$\begin{cases}\mathscr{E}_c = \mathscr{E}_1 + \mathscr{E}_2 = \mathscr{E}_2 + \mathscr{E}_3 = \mathscr{E}_3 + \mathscr{E}_4 \\ \mathscr{E}_2 = \mathscr{E}_3\end{cases} \Rightarrow \mathscr{E}_1 = \mathscr{E}_2 = \mathscr{E}_3 = \mathscr{E}_4 = \frac{\mathscr{E}_c}{2}.$$

Từ thông biến thiên qua mỗi mạch :

$$\Phi = BS_{A2B3A} = B.2(S_{quatOAB} - S_{\Delta OAB}) = 2B.\left(\frac{\alpha}{2\pi}\pi R^2 - \frac{1}{2}2R\sin\frac{\alpha}{2}.R.\cos\frac{\alpha}{2}\right)$$

$$\Phi = BR^2(\alpha - 2\sin\frac{\alpha}{2}.\cos\frac{\alpha}{2}) = BR^2(\alpha - \sin\alpha) \qquad (1)$$

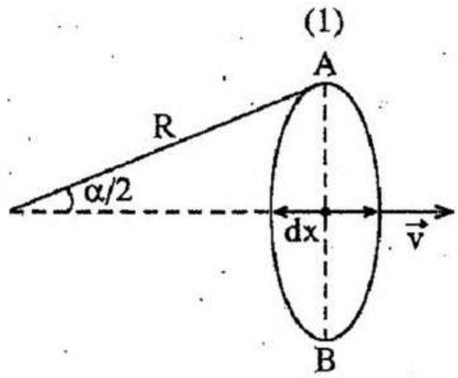
Trên hình 3.17G : $dx = 2\left(R - R\cos\frac{\alpha}{2}\right) = 2R\left(1 - \cos\frac{\alpha}{2}\right)$

$$\Rightarrow \frac{dx}{dt} = 2v = 2R\frac{1}{2}\sin\frac{\alpha}{2}.\frac{d\alpha}{dt} = R\sin\frac{\alpha}{2}.\frac{d\alpha}{dt} \Rightarrow \frac{d\alpha}{dt} = \frac{2v}{R.\sin\frac{\alpha}{2}} \qquad (2)$$

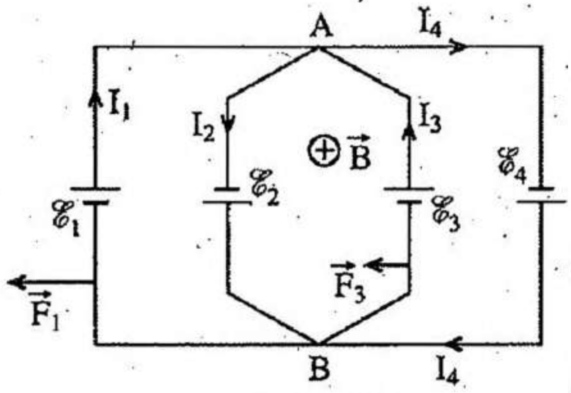
Suất điện động cảm ứng : $\mathscr{E}_c = \left|-\frac{d\Phi}{dt}\right| = BR^2(1 - \cos\alpha).\frac{d\alpha}{dt}$.

Thay vào (2) ta được : $\mathscr{E}_c = BR^2 2\sin^2\frac{\alpha}{2}.\frac{2v}{R\sin\frac{\alpha}{2}} = 4BvR.\sin\frac{\alpha}{2}$

$$\Rightarrow \quad \mathscr{E}_1 = \mathscr{E}_2 = \mathscr{E}_3 = \mathscr{E}_4 = 2BvR.\sin\frac{\alpha}{2}$$



Hình 3.17G



Hình 3.18G

Ta có mạch điện tương đương như trên hình 3.18G.

Điện trở các đoạn mạch 1, 2, 3 và 4 là : $\begin{cases} r_1 = r_4 = r(1 - \frac{\alpha}{2\pi}) \\ r_2 = r_3 = r.\frac{\alpha}{2\pi}.\end{cases}$

Kí hiệu I_1, I_2, I_3 và I_4 là các cường độ dòng điện ở các đoạn dây.

Do tính đối xứng của các dòng điện : $\begin{cases} I_1 = I_4 \\ I_2 = I_3 \end{cases}$, nên tách nút A, B ta có :

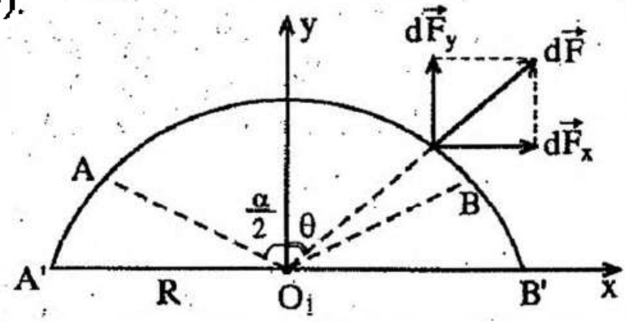
$$\begin{cases} I_2 = I_3 = \dfrac{\mathscr{E}_2 + \mathscr{E}_3}{r_2 + r_3} = \dfrac{2BvR.\sin\dfrac{\alpha}{2}}{r\dfrac{\alpha}{2\pi}} = \dfrac{4\pi BvR.\sin\dfrac{\alpha}{2}}{r\alpha} \\ I_1 = I_4 = \dfrac{\mathscr{E}_1 + \mathscr{E}_4}{r_1 + r_4} = \dfrac{2BvR.\sin\dfrac{\alpha}{2}}{r\dfrac{(2\pi - \alpha)}{2\pi}} = \dfrac{4\pi BvR.\sin\dfrac{\alpha}{2}}{r(2\pi - \alpha)} \end{cases}$$

* *Tính lực tác dụng lên cung AB* (Hình 3.19G).

Xét phần tử dòng điện $I.d\vec{l}$ chịu tác dụng của lực từ : $d\vec{F} = d\vec{F}_x + d\vec{F}_y$

Lực tác dụng lên đoạn dây là cung AB :

$$\vec{F} = \int d\vec{F} = \underbrace{\int d\vec{F}_x}_{0} + \int d\vec{F}_y = \int d\vec{F}_y$$



Hình 3.19G

$$\Rightarrow \quad F = \int dF_y$$

Mà : $dF_y = dF.\cos\theta = BI.dl.\cos\theta \Rightarrow dF_y = BI_3R\cos\theta.d\theta$

$$\Rightarrow \quad F_{AB} = 2\int_0^{\frac{\alpha}{2}} BI_3R\cos\theta.d\theta = 2BI_3R\sin\frac{\alpha}{2}$$

$$\Rightarrow \quad F_{AB} = 2B.\frac{4\pi BvR.\sin\dfrac{\alpha}{2}}{r.\alpha}.R.\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{8\pi B^2vR^2\sin^2\dfrac{\alpha}{2}}{r\alpha}$$

Tương tự : $\quad F_{A1B} = 2BI_1R_1\sin\dfrac{2\pi - \alpha}{2} = 2BI_1R\sin\dfrac{\alpha}{2}$

$$\Rightarrow \quad F_{A1B} = 2B.\frac{4\pi BvR.\sin\dfrac{\alpha}{2}}{r(2\pi - \alpha)}.R.\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{8\pi B^2vR^2\sin^2\dfrac{\alpha}{2}}{r(2\pi - \alpha)}$$

Vậy lực tác dụng lên vòng dây bên trái :

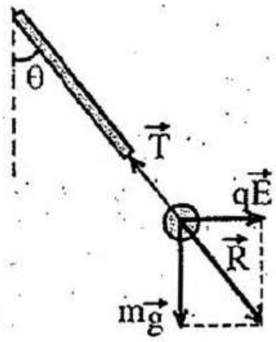
$$F = F_{A1B} + F_{A3B} = \frac{8\pi B^2vR^2\sin^2\dfrac{\alpha}{2}}{r}\left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{2\pi - \alpha}\right) \Rightarrow F = \frac{16\pi^2B^2vR^2\sin^2\dfrac{\alpha}{2}}{\alpha(2\pi - \alpha)r}$$

Thay số, ta được : $F = \frac{36}{5}B^2v\frac{R^2}{r}$.

Lực tác dụng lên vòng dây bên trái cũng có độ lớn bằng F.

3.26. a) Khi cân bằng : $T\sin\theta = qE$ (Hình 3.20G) ; $T\cos\theta = mg$

Suy ra : $\tan\theta = \frac{qE}{mg} = 13^\circ 24'$



Hình 3.20G

b) Điện trở của thanh dẫn có chiều dài là l : $r = \frac{\rho l}{S} = 0{,}12\ \Omega$.

Điện trở toàn mạch : $R = 4r = 0{,}48\ \Omega$.

Ngoài lực điện còn có tác dụng của lực từ : $F_m = BIl$, từ đó :

$$\tan\theta = \frac{qE}{(mg + BIl)} \Rightarrow \theta = 10^\circ 48'$$

c) Thế năng biến thiên một lượng : $\Delta U_g = mgl$.

Điện năng biến thiên một lượng : $\Delta U_e = -qlE$.

Từ thông qua mạch : $\Phi(t) = \vec{B}.\vec{S} = \frac{Bl^2}{2}\cos\omega t$.

Suất điện động xuất hiện trong mạch : $\mathscr{E}_t = -\frac{d\Phi(t)}{dt} = \frac{Bl^2\omega}{2}\sin\omega t$.

Công suất nhiệt toả ra trên điện trở : $\mathscr{P}(t) = \frac{1}{R_1}\frac{B^2l^4\omega^2}{4}\sin^2\omega t$.

Nhiệt lượng toả ra trên điện trở : $Q = \frac{B^2l^4\omega^2}{4R_1}\int_0^{\Delta t}\sin^2\omega t.dt = \frac{\pi B^2l^4\omega}{16R_1}$.

Công để thực hiện để nâng khung dây lên là :

$$W = \Delta U_g + \Delta U_e + Q = mgl - qEl + \frac{\pi B^2l^2\omega}{16R_1}$$

Với $R = 3r = 0{,}36\ \Omega$, $\omega = \frac{\pi}{2\Delta t} = 1571\ s^{-1}$ thì $W = 17$ mJ.

d) Lực tổng hợp tác dụng lên khung : $\vec{R} = \vec{F}_g + \vec{F}_e$.

Vì vậy phương của vị trí cân bằng là phương của $\vec{R}$ hợp với phương thẳng đứng một góc $13^\circ 24'$.

Gia tốc biểu kiến : $g' = \frac{|\vec{R}|}{m} = \sqrt{g^2 + \left(\frac{qE}{m}\right)^2}$.

Chu kì dao động : $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}} = 0{,}63$ s.

3.27. Chia khối plasma thành những ống hình trụ đồng trục và có cùng chiều dài l như khối plasma và có bề dày dy rất bé.

Điện trở mỗi ống trụ : $$dR = \frac{1}{\rho}\frac{l}{dS} = \frac{1}{\rho_0\left(1 - \frac{y^2}{a^2}\right)}\cdot\frac{l}{2\pi y dy}.$$

Cường độ dòng điện chạy qua mỗi ống : $dI = \dfrac{U}{dR} = U\rho_0\left(1 - \dfrac{y^2}{a^2}\right)\dfrac{2\pi y dy}{l}$

Cường độ dòng điện chạy qua khối plasma :

$$I = \frac{2\pi\rho_0 U}{a^2 l}\int_0^{r_0}(a^2 - y^2)\,ydy = \frac{2\pi\rho_0 U}{a^2 l}\left(a^2\int_0^{r_0}ydy - \int_0^{r_0}y^3dy\right) = \frac{\pi\rho_0 U r_0^2}{2a^2 l}(2a^2 - r_0^2)$$

Chọn đường tròn, bán kính $x > r_0$ có tâm O nằm trên trục của hình trụ, áp dụng định lí Ampe ta có :

$$\oint_{(c)}\overline{B}d\overline{l} = \mu_0\Sigma i = \mu_0 I \Rightarrow B.2\pi x = \mu_0\frac{\pi\rho_0 U r_0^2}{2a^2 l}(2a^2 - r_0^2) \Rightarrow B = \frac{\mu_0\rho_0 U r_0^2(2a^2 - r_0^2)}{4a^2 l x}$$

Dây dẫn có chiều dài l mang dòng điện I_2 đặt trong từ trường đồng chất có cảm ứng từ $\overline{B}$ vuông góc với dây nên : $F = BI_2 l_2 = \dfrac{\mu_0\rho_0 U r_0^2(2a^2 - r_0^2)}{4a^2 l x}I_2 l_2.$

Vậy lực từ tác dụng lên một đơn vị dài của dây mang dòng điện I_2 là :

$$f_0 = \frac{F}{l_2} = \frac{\mu_0\rho_0 U r_0^2(2a^2 - r_0^2)}{4a^2 l x}I_2$$

3.28. Sau khi đóng khoá K, gọi cường độ trong mạch là i điện tích của tụ điện q.

Định luật ôm cho mạch : $U - L_d i' = \dfrac{q}{C}$. Hay $q'' + \dfrac{q - CU}{CL_d} = 0$ (1)

Đặt $q_1 = q - CU$, ta được phương trình : $q_1'' + \omega^2 q_1 = 0$.

Nghiệm của phương trình là : $q_1 = A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t)$ (2)

Chọn t = 0 là thời điểm đóng khoá K, ta có : $q_{1(t=0)} = q_{(t=0)} - CU = -CU$; $q_1' = q' = 0$

Suy ra : $A = 0, B = -CU, q = CU[1 - \cos(\omega t)]$ (3)

Cường độ trong cuộn dây là : $i_d = q' = CU\omega\sin(\omega t) \Rightarrow i_d \sim U$.

Đối với vòng siêu dẫn : $\phi' = -L_v i'_v$ (4)

Ở đây ϕ là từ thông do cảm ứng từ xôlênôit gửi qua vòng, i_v là cường độ dòng điện chạy qua vòng, L_v là độ tự cảm của vòng.

Nghiệm của (4) có dạng : $\phi + L_v i_v = C_1$ với C_1 là hằng số.

Tại thời điểm ban đầu $C_1 = 0$ nên : $i_v = -\dfrac{\phi}{L_v}$.

Từ thông ϕ tỉ lệ với độ tự cảm của xôlênôit (độ tự cảm này tỉ lệ i_d) và diện tích vòng :

$$\phi \sim i_d D^2 \sim UD^2 \Rightarrow i_v \sim \frac{D^2 U}{L_v}$$

Lực Ampe cực đại tác dụng lên vòng theo hướng thẳng đứng lên trên, tỉ lệ với đường kính của vòng, cường độ dòng điện trong vòng và trong xôlênôit : $F \sim D i_d i_v \sim \dfrac{D^3 U^2}{L_v}$.

Vòng sẽ nảy lên nếu lực F lớn hơn trọng lực của vòng, trọng lực này tỉ lệ với Dd^2.

– Trong trường hợp giới hạn : $\dfrac{D^3U^2}{L_v} \sim Dd^2 \Rightarrow U \sim \sqrt{L_v}\,\dfrac{d}{D}$.

– Trường hợp đầu : $U_0 \sim d_1 \left\{ln\left(1,4\dfrac{D}{d_1}\right)\right\}^{\frac{1}{2}}$.

– Trường hợp sau : $U'_0 \sim d_2 \left\{ln\left(1,4\dfrac{D}{d_2}\right)\right\}^{\frac{1}{2}}$.

– Vòng sẽ nảy lên khi hiệu điện thế của nguồn thoả mãn :

$$U'_0 \geq U_0 d_2 \frac{d_2\left\{ln\left(1,4\dfrac{D}{d_2}\right)\right\}^{\frac{1}{2}}}{d_1\left\{ln\left(1,4\dfrac{D}{d_1}\right)\right\}^{\frac{1}{2}}}$$

3.29. Ta thấy hạt chỉ chuyển động trong mặt phẳng xOy.

Gọi $\vec{v}_t$ là vận tốc của hạt tại thời điểm t. Do tác dụng của lực Lo-ren-xơ :

$\vec{F}_L = q\vec{B} \wedge \vec{v}_t$ vuông góc với $\vec{v}_t$ nên công lực $\vec{F}_L$ bằng 0, động năng của hạt được bảo toàn.

Ta có : $\dfrac{1}{2}mv_0^2 = \dfrac{1}{2}mv_x^2 + \dfrac{1}{2}mv_y^2 \Rightarrow v_y \leq v_0$.

* Theo định luật II Niu-tơn có $qBv_x = ma_y$

Thay $B = ax$; $v_x = \dfrac{dx}{dt}$ ta có : $qaxdx = mdv_y$

$$\Rightarrow qa\int_0^x xdx = m\int_0^{v_y} dv_y \Rightarrow \frac{qax^2}{2} = mv_y \Rightarrow x = \sqrt{\frac{2mv_y}{qa}} \le \sqrt{\frac{2mv_0}{qa}}.$$

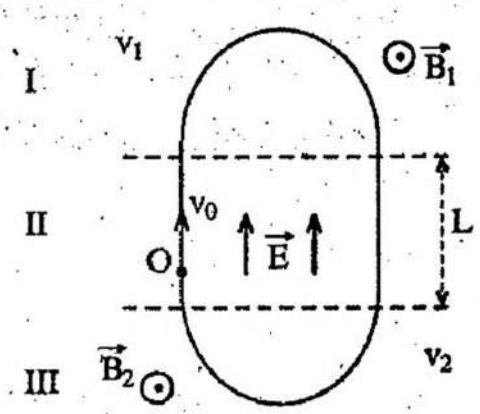
Vậy $x_{max} = \sqrt{\dfrac{2mv_0}{qa}}$.

3.30. (Hình 3.21G).

a) Gọi v_1 và v_2 lần lượt là vận tốc của hạt mang điện khi đi vào các vùng (I) và (III). Áp dụng định lí động năng, ta có :

$$\frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = qE\frac{L}{2} \Rightarrow v_1 = \sqrt{v_0^2 + \frac{qEL}{m}}$$

$$\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = -qE\frac{L}{2} \Rightarrow v_2 = \sqrt{v_0^2 - \frac{qEL}{m}}$$



Hình 3.21G

Mặt khác : $R = \dfrac{mv}{q.B}$ và $R_1 = R_2$ nên ta có :

$$\frac{mv_1}{qB_1} = \frac{mv_2}{qB_2} \Rightarrow \frac{B_1}{B_2} = \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{mv_0^2 + qEL}{mv_0^2 - qEL}}$$

b) Để cho hạt mang điện có thể đi vào vùng (III) thì động năng của hạt tại O phải lớn hơn dộ tăng thế năng tĩnh điện khi hạt dịch chuyển từ O đến S_2 :

$$\frac{1}{2}mv_0^2 > qE\frac{L}{2} \Rightarrow E < \frac{mv_0^2}{qL}.$$

3.31. a) Vận tốc của các êlectron tại A là : $v_0 = \sqrt{\dfrac{2eU}{m}}$.

Phương trình chuyển động của các êlectron : $e\vec{E} = m\vec{a} = m\dfrac{d\vec{v}}{dt}$ (1)

Chiếu (1) lên Ox ; Oy : $\begin{cases} x = v_0\cos\alpha t \\ y = \dfrac{-eE}{2mv_0^2\cos\alpha}x^2 + x\tan\alpha \end{cases}$

Xét gốc toạ độ trùng A (O ≡ A) $\Rightarrow x_A = 0 \Rightarrow x_B = 2\dfrac{mv_0^2}{eE}\sin\alpha\cos\alpha = 2\dfrac{U}{E}\sin2\alpha$

Để x_B ít phụ thuộc α thì : $(\sin2\alpha)^2 = 1 \Rightarrow \cos2\alpha = 0$

$$\Leftrightarrow \qquad \alpha = \alpha_0 = \frac{\pi}{4} \Rightarrow E = \frac{2U}{L} \text{ và } \alpha_0 = \frac{\pi}{4}.$$

Thay số ta được : $E = 10^4$ V/m.

b) Đặt $\alpha = \alpha_0 + d\alpha \Rightarrow x_B(\alpha) - x_B(\alpha_0) = |L[\sin(2\alpha_0 + 2d\alpha) - \sin2\alpha_0]|$

$$\Leftrightarrow \quad \Delta L = |L[\sin2\alpha_0.\cos2d\alpha - \sin2\alpha_0 + \sin2d\alpha.\cos2\alpha_0]|$$

$$\Leftrightarrow \quad \Delta L = L.\sin2\alpha_0(1 - \cos2d\alpha) \Leftrightarrow \Delta L = L.2\sin^2 d\alpha \approx L.2d\alpha^2 \Rightarrow d\alpha = \sqrt{\frac{\Delta L}{2L}}$$

Giá trị chấp nhận được của $\Delta\alpha$: $\dfrac{\Delta\alpha}{2} = \sqrt{\dfrac{\Delta L}{2L}} \Rightarrow \Delta\alpha \approx 0{,}14$ rad $\approx 8^\circ$.

3.32. a) Trong miền $\mathscr{D}$ quỹ đạo của êlectron là một cung tròn tâm C.

$$(x_C = 0 \text{ và } y_C = R = \frac{mv_0}{eB})$$

Tại điểm P êlectron ra khỏi từ trường.

Ta có : $\qquad y_P = R(1 - \cos\alpha)$

$$X_P = R\sin\alpha \text{ (vì } \alpha \text{ nhỏ)} \Rightarrow \sin\alpha = \frac{L}{R} \Rightarrow y_P = L.\frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{L\alpha}{z}$$

Với $\sin\alpha \approx \alpha = \dfrac{L}{R} = \dfrac{eBL}{mv_0} \Rightarrow y_P = \dfrac{eBL^2}{2mv_0}$.

Áp dụng số : $v_0 = \left(\dfrac{2eU}{m}\right)^{\frac{1}{2}} = 59{,}3.10^6$ m/s ; $\alpha = \dfrac{eBL}{mv_0} = 89.10^{-3}$ rad $= 5{,}11^\circ$;

$$R = 11{,}2 \text{ cm} ; \ \frac{L}{R} = 0{,}09 \Rightarrow y_P = 0{,}445 \text{ mm}.$$

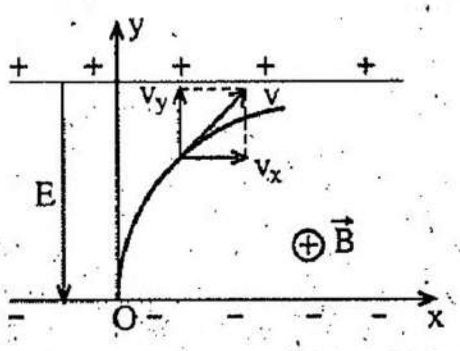
b) Điểm chạm I có tung độ :

$$y_I = y_P + \left(D - \frac{L}{2}\right)\tan\alpha = D\alpha = \frac{DeBL}{mv_0} \Rightarrow y_I = 1{,}78 \text{ cm}.$$

c) $OQ = R\sin\dfrac{\alpha}{2} = R\dfrac{\alpha}{2} = \dfrac{L}{2} \Rightarrow$ Đường thẳng PI đi qua điểm Q ở giữa OT.

3.33. Ta sẽ khảo sát các điện áp trên điôt sao cho các êlectron khi rời catôt sẽ quay trở lại mà không tới được anôt. Trên hình 3.22G biểu diễn đoạn đầu của quỹ đạo với hướng của cảm ứng từ đã cho.

Giả sử êlectron tại một điểm nào đó trên quỹ đạo và có 2 thành phần vận tốc v_x và v_y, còn giữa hai bản cực của điôt có một điện trường đều $\vec{E}$. Khi đó êlectron chịu tác dụng lực của cả từ trường lẫn điện trường và ta có phương trình chuyển động của êlectron theo các phương x và y như sau :



Hình 3.22G

$$m_e\frac{dv_x}{dt} = ev_yB \text{ và } m_e\frac{dv_y}{dt} = eE - ev_xB.$$

Hai phương trình trên có thể viết lại dưới dạng sau : $v'_x = \omega_c v_y$ và $v'_y = \frac{e}{m_e}E - \omega_c v_x$

trong đó hệ số $\omega_c = \frac{eB}{m_e}$ được gọi là tần số xiclôtrôn.

Lấy đạo hàm phương trình thứ hai và thế vào phương trình thứ nhất, ta được :

$$v''_y + \omega_c^2 v_y = 0$$

Nghiệm tổng quát của nó có dạng : $v_y(t) = A\sin\omega_c t + C\cos\omega_c t$, trong đó A và C là các hằng số được xác định từ điều kiện ban đầu.

Theo đề bài, tại t = 0, $v_0(0) = 0$ và $v'_y(0) = \frac{eE}{m_e}$. Từ đó suy ra C = 0 và $A = \frac{eE}{m_e\omega_c}$.

Cuối cùng, biểu thức của $v_y(t)$ có dạng : $v_y(t) = \frac{eE}{m_e\omega_c}\sin\omega_c t$.

Độ dịch chuyển của êlectron theo trục y :

$$y(t) = \int_0^t v_y(t)dt = \int_0^t \frac{eE}{m_e\omega_c}\sin\omega_c dt = \frac{eE}{m_e\omega_c^2}(1 - \cos\omega_c t)$$

Từ phương trình của $v_y(t)$ ta dễ dàng tìm được thời điểm t_N khi êlectron ở xa catôt nhất, đó chính là thời điểm $v_y(t) = 0$, hay $\omega_c t_N = (2N + 1)\pi$ với N = 0, 1, 2...

(Tự giải thích tại sao lại không lấy nghiệm $\omega_c t_N = 2N\pi$). Tại những thời điểm đó độ dịch chuyển theo phương y của êlectron bằng : $y_N = \frac{2eE}{m_e\omega_c^2} = \frac{2m_eE}{eB^2}$.

Khi quỹ đạo của êlectron có đỉnh chạm vào anôt thì độ dịch chuyển y_N của nó bằng khoảng cách d giữa catôt và anôt và điện áp trên điôt sẽ bằng điện áp cực tiểu U_{min} cần tìm :

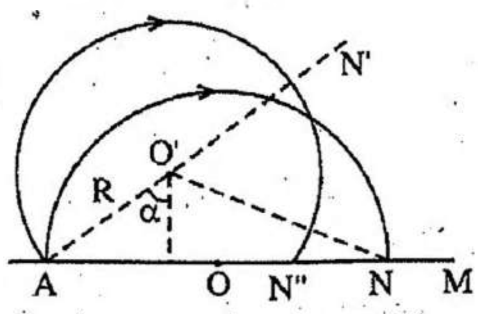
$$d = \frac{2m_eU_{min}}{edB^2}. \text{ Từ đây ta tìm được : } U_{min} = \frac{ed^2B^2}{2m_e}.$$

3.34. (Hình 3.23G).

1. Do tác dụng của từ trường, các ion có khối lượng M chuyển động theo đường tròn với bán kính :

$$R = \frac{Mv}{eB} = \frac{\sqrt{2mT}}{eB}$$

$$\Rightarrow \quad AN = 2R = 2\frac{\sqrt{2mT}}{eB} \qquad (1)$$



Hình 3.23G

Với ^{39}K : $AN_1 = 5{,}75$ cm ; ^{41}K : $AN_2 = 5{,}90$ cm ; $N_1N_2 = 1{,}45$ mm.

2. a) Các hạt có phương vuông góc với mặt AM sẽ chuyển động theo nửa vòng tròn bán kính R và đập vào tấm kính tại N.

Các ion có hướng hợp với pháp tuyến của AM góc α vạch trên cung tròn $AN'N''$ với bán kính. Từ hình vẽ, ta có :

$$NN'' = AN - AN'' = 2R(1 - \cos\alpha) = 4R\sin^2\frac{\alpha}{2} \approx R\alpha^2.$$

Các ion ở mép kia của chùm tia (hướng $-\alpha$) cũng rơi vào điểm N''.

$$\Delta x_1 = R\alpha^2 = 0{,}08 \text{ mm} \qquad (2)$$

b) Thay $T = T_0 + \delta T$ trong (1) ta có : $d = 2\frac{\sqrt{mT_0}}{eB}\left(1 + \frac{\delta T}{T_0}\right)^{\frac{1}{2}} \approx 2R\left(1 + \frac{1}{2}\frac{\delta T}{T_0}\right).$

$$\Delta x_2 = d_{max} - d_{min} = 2R\frac{\Delta T}{T_0} = 0{,}58 \text{ mm} \qquad (3)$$

3. $N_1N_2 = 2\Delta x$. Các vạch tách rời nhau, vì vậy có thể dùng khối phổ kế để phát hiện ^{39}K và ^{41}K.

3.35. Chọn gốc toạ độ tại trung điểm của đoạn thẳng nối vị trí của hai điện tích tại thời điểm ban đầu, trục Ox trùng với đường thẳng nối hai vị trí này và có chiều dương hướng về phía điện tích dương, trục Oz có hướng trùng với hướng của vectơ cảm ứng từ $\vec{B}$, trục Oy có chiều dương hướng xuống dưới theo chiều chuyển động của hai điện tích dưới tác dụng của lực từ : $F_B = |q\vec{v} \wedge \vec{B}| = qvB$, khi chúng bị đẩy chuyển động với vận tốc $\vec{v}$ dưới tác dụng của lực hút tĩnh điện $F_E = -kq^2\frac{1}{(2x)^2}$ giữa hai điện tích.

Vì chuyển động của hai điện tích là tương đương nhau, nên chuyển động của chúng là hoàn toàn đối xứng và luôn nằm trên cùng một đường thẳng song song với Ox. Do đó ở đây ta chỉ xét chuyển động của điện tích dương.

Ban đầu điện tích dương được đặt tại vị trí $x_i = \frac{L}{2}$, $y_i = 0$. Sau đó lực điện hút chúng lại gần nhau nên toạ độ giảm dần (vì $v_x < 0$), khi các điện tích chuyển động trong từ trường vuông góc với $\vec{v}$ sẽ chịu tác dụng của lực Lo-ren-xơ hướng theo Oy nên toạ độ y tăng dần (vì $v_y > 0$).

Khi đó, theo định luật II Niu-tơn, ta có : $\vec{F}_E + \vec{F}_B = m\vec{a}$.

Chiếu lên các trục Ox và Oy ta có : $$\begin{cases} m\dfrac{dv_x}{dt} = -\dfrac{kq^2}{4x^2} + qv_yB & (1) \\ m\dfrac{dv_y}{dt} = -qv_xB & (2) \end{cases}$$

Thay $v_x = \frac{dx}{dt}$ vào (2) và lấy tích phân hai vế của phương trình (2) theo t từ thời điểm $t_i = 0$ đến thời điểm t bất kì, ta được : $$v_y = \frac{qB}{m}\left(\frac{L}{2} - x\right) \qquad (3)$$

Với điều kiện ban đầu : $t_i = 0$ thì $x_i = \frac{L}{2}$; $v_y = 0$.

Nhận xét : Thành phần vận tốc của điện tích dương theo phương Oy là một hàm của toạ độ x. Vì $\vec{F}_B \perp \vec{v}$ nên lực từ không sinh công, nên theo định lí động năng ta có :

$$\int F_E.dx = \Delta W_d \Rightarrow -\int_{\frac{L}{2}}^{x} \frac{kq^2}{4x^2}dx = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{kq^2}{2m}\left(\frac{1}{x} - \frac{2}{L}\right)} \qquad (4)$$

đó là tốc độ chuyển động của điện tích dương khi ở vị trí có toạ độ x.

Để các điện tích không dính vào nhau thì phải có một vị trí tại đó các hạt chỉ chuyển động theo phương Oy, nghĩa là $v = v_y$, giả sử vị trí đó có toạ độ $x = x_f$. Bình phương hai vế của (3) và (4) ta có : $$z(1 - z) = 4c \qquad (5)$$

với $z = \frac{x_f}{x_i} = \frac{2x_f}{L}$; $c = \frac{mk}{B^2L^3}$

Đáng chú ý là phương trình (5) không phụ thuộc vào điện tích q, vì cả lực điện và lực từ đều tỉ lệ với điện tích q.

Bây giờ ta sẽ xét điều kiện để L đạt giá trị nhỏ nhất có thể. Giá trị của L nhỏ thì giá trị của c sẽ lớn (phụ thuộc vào các giá trị của m, k và B đã cho). Do đó, ta cần tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(z) = z(1 - z)$. Hàm f(z) đạt giá trị lớn nhất khi $z = \frac{1}{2}$, khi đó theo phương trình (5) ta có : $c = \frac{1}{16}$.

Ta thu được : $L = \left(16m\dfrac{k}{B^2}\right)^{\frac{1}{3}}$.

3.36. 1. Trong lòng D chỉ có từ trường tác dụng, lực Lo-ren-xơ lên hạt $\vec{F} = 2e\vec{v} \wedge \vec{B}$, $e > 0$ là điện tích nguyên tố.

Lực Lo-ren-xơ $\vec{F} \perp \vec{v}$ nên là lực hướng tâm $\dfrac{m_\alpha v^2}{R} = 2evB$.

Suy ra quỹ đạo của hạt α là nửa đường tròn, bán kính : $R = \dfrac{m_\alpha v}{2eB}$ (1)

$\vec{B}$ hướng từ phía trước ra phía sau (đi vào) mặt phẳng hình vẽ.

2. Hạt α đi được một vòng thì U phải đổi chiều 2 lần, tức là chu kì chuyển động của hạt α và chu kì đổi chiều của U phải bằng nhau :

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{\pi m_\alpha}{eB} \Rightarrow f = \frac{1}{T} = \frac{eB}{\pi m_\alpha},\ \left(\omega_\alpha = 2\pi f = \frac{2eB}{m_\alpha}\right) \quad (2)$$

$$f = \frac{eB}{\pi m_\alpha} = \frac{1{,}6.10^{-19}.1}{3{,}14.6{,}64.10^{-27}} \approx 7{,}67 \text{ MHz}$$

Cứ mỗi một lần đi qua khe, hạt α lại thu thêm được một động năng bằng 2eU. Như vậy nếu hạt α qua khe lần thứ n và đi trên nửa vòng tròn n, động năng của hạt α tăng thêm một lượng 2neU.

Động năng ban đầu của hạt là $W_{0đ} = \frac{1}{2}m_\alpha v_0^2$. Như vậy động năng của hạt α khi đi trên nửa vòng tròn n là : $W_đ = W_{0đ} + 2neU = \frac{1}{2}m_\alpha v_0^2 + 2neU = \frac{1}{2}m_\alpha v_n^2$.

Vận tốc của hạt α khi đi trên nửa vòng tròn n là : $v_n = \sqrt{v_0^2 + \dfrac{4neU}{m_\alpha}}$ (3)

Theo (1) bán kính của nửa vòng tròn n là : $R_n = \dfrac{m_\alpha v_n}{2eB} = \dfrac{m_\alpha\sqrt{v_0^2 + \dfrac{4neU}{m_\alpha}}}{2eB}$ (4)

Từ (4) suy ra : $$n = \frac{m_\alpha}{4eU}\left[\left(\frac{2eBR_n}{m_\alpha}\right)^2 - v_0^2\right]$$

$$= \frac{6{,}64.10^{-27}}{4.1{,}6.10^{-19}.2.10^5}\left[\left(\frac{2.1{,}6.10^{-19}.1.0{,}5}{6{,}64.10^{-27}}\right)^2 - 10^{14}\right] \approx 24 \text{ lượt.}$$

Số vòng mà hạt α đã chuyển động là 12 vòng.

Từ (3) vận tốc của hạt α là $v \approx 2{,}4.10^7$ m/s.

3. a) Khi vận tốc của hạt tăng, do hiệu ứng tương đối tính khối lượng của hạt α tăng theo hệ thức Anhx-tanh : $m = \dfrac{m_\alpha}{\sqrt{1-\left(\dfrac{v}{c}\right)^2}}$, nên tốc độ góc của nó theo (2) giảm.

Thành thử nếu tần số f của U giữ không đổi thì hạt α đến khe chậm hơn trước, đáng lẽ vào lúc tăng tốc thì lại đi ngược chiều điện trường và sẽ bị hãm.

b) $\omega_\alpha = \dfrac{2eB}{m} = \dfrac{2eB}{m_\alpha}\sqrt{1-\left(\dfrac{v}{c}\right)^2} = 2\pi f\sqrt{1-\left(\dfrac{v}{c}\right)^2}$

c) $R_{max} = \dfrac{mv}{2eB} = \dfrac{m_\alpha v}{2eB\sqrt{1-\left(\dfrac{v}{c}\right)^2}} = \dfrac{6,64.10^{-27}.10^8}{2.1,6.10^{-19}.1.\sqrt{1-\left(\dfrac{10^8}{3.10^8}\right)^2}} \approx 2,2$ m.

3.37. Vẽ bao quanh trục Oz một mặt trụ bán kính R với độ cao Oz. Từ thông toàn phần được biểu diễn như tổng từ thông qua hai đáy (S_d) và qua mặt bên ($S_{bên}$) của hình trụ. Vì theo định lí Gau-xơ thông lượng toàn phần của vectơ cảm ứng từ qua mặt kín bằng 0, nên ta có :

$$-\Delta B_2 S_d = B_r S_{bên} \text{ hay : } -\frac{B_0}{H_0}\Delta z.\pi R^2 = B_r.2\pi R.\Delta z$$

Từ đó, ta nhận được : $B_r = -\dfrac{B_0 R}{2H_0}$.

Suy ra góc cần tìm bằng : $\gamma = \arctan\dfrac{B_r}{B_z} = \arctan\dfrac{R}{2(H_0 + H_A)}$.

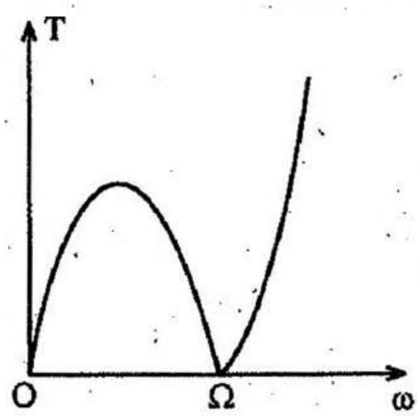
3.38. Lực Lo-ren-xơ hướng theo trục quay. Độ lệch của vật so với điểm buộc dây là ± L tuỳ thuộc vào vật lệch về phía tâm hay ra phía ngoài so với đầu dây. Vận tốc dài của vật là $\omega(R \pm L)$.

Cân bằng lực theo hình chiếu lên phương dây ta có :

$$T = \pm(m\omega^2 - qB\omega)(R \pm L) ;$$

Trong đó lấy dấu "+" trên ứng với vật lệch ra phía ngoài và dấu "−" dưới ứng với vật lệch vào phía trong.

Vì lực căng của dây không âm nên nếu $\omega > \dfrac{qB}{m}$ thì ứng với đáp số lấy dấu "+" còn $\omega < \dfrac{qB}{m}$ thì ứng với đáp số lấy dấu "−".

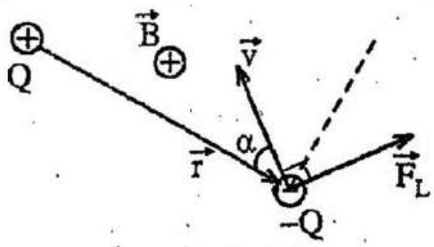


Hình 3.24G

Đồ thị phụ thuộc của T vào ω như hình 3.24G với $\Omega = \dfrac{qB}{m}$.

3.39. (Hình 3.25G)

Ban đầu dưới tác dụng của lực hút của điện tích Q, điện tích –Q sẽ chuyển động về phía Q. Do lực Lo-ren-xơ làm cho quỹ đạo của –Q bị cong. Khi khoảng cách giữa –Q và điện tích cố định Q nhỏ nhất thì vectơ vận tốc của nó vuông góc với đường thẳng nối hai tâm điện tích.



Hình 3.25G

Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng ta có : $\dfrac{Mv_0^2}{2} = -\dfrac{kQ^2}{R} + \dfrac{kQ^2}{\frac{R}{2}}$ (1)

trong đó v_0 là vận tốc của quả cầu khi khoảng cách giữa nó và điện tích Q là nhỏ nhất.

Ta xét tại thời điểm khoảng cách giữa hai quả cầu bằng r (r < R), quả cầu 2 có vận tốc $\vec{v}$ hợp với đường thẳng nối hai quả cầu một góc α. Momen của lực từ đối với trục đi qua O là :

$$QvBr\cos\alpha = QBr(v\cos\alpha) = QBr\left(-\frac{dr}{dt}\right)$$ (dấu – vì khoảng cách r giảm dần).

Theo định lí biến thiên momen động lượng : $QBr\left(-\dfrac{dr}{dt}\right) = \dfrac{dL}{dt} \Leftrightarrow -QBrdr = dL.$

Tích phân hai vế ta được :

$$-QB\frac{r^2}{2}\Bigg|_R^{\frac{R}{2}} = L - 0 = Mv_0\frac{R}{2} \Leftrightarrow QB\left(R^2 - \frac{R^2}{4}\right) = Mv_0R \qquad (2)$$

Từ (1) và (2) ta tìm được : $B = \sqrt{\dfrac{32kM}{9R^3}}$.

3.40. Xét trục Ox dọc theo thanh. Kí hiệu x_1, x_2 lần lượt là khoảng cách từ các điện tích đến trục quay. Ta có :

$$m\omega^2x_1 = q_1B\omega x_1 + \frac{kq_1q_2}{(x_2 - x_1)^2} \qquad (1)$$

$$m\omega^2x_2 = q_2B\omega x_2 - \frac{kq_1q_2}{(x_2 - x_1)^2} \qquad (2)$$

Đặt $b_1 = m\omega^2 - q_1B\omega$; $b_2 = m\omega^2 - q_2B\omega$

$$\Rightarrow \quad b_1x_1 = \frac{kq_1q_2}{(x_2 - x_1)^2} \qquad (3)$$

và $$b_2x_2 = -\frac{kq_1q_2}{(x_2 - x_1)^2} \qquad (4)$$

Theo đề ta có : $q_1 < q_2$

+ Khi $\omega > \frac{q_2B}{m} \Rightarrow \omega > \frac{q_1B}{m}$ khi đó $F_{qt2} > F_{t2}$, $F_{qt1} > F_{t1}$ khi đó 2 hạt bay ra xa vô cực.

+ Khi $\omega < \frac{q_1B}{m} \Rightarrow \omega < \frac{q_2B}{m}$ khi độ $F_{qt1} < F_{t1}$, khi đó q_1 sẽ nằm cân bằng ở trục quay $x_1 = 0$, còn hạt thứ hai sẽ nằm cách trục quay một khoảng là :

$x_2 = \sqrt[3]{\frac{kq_1q_2}{(-b_2)}} = \sqrt[3]{\frac{kq_1q_2}{q_2B\omega - m\omega^2}}$. Kiểm tra được rằng đó là vị trí cân bằng bền.

+ Khi $\frac{q_1B}{m} < \omega < \frac{q_2B}{m}$

Từ (3) và (4) : $b_1x_1 + b_2x_2 = 0$; $b_2x_2 = -\frac{kq_1q_2}{(x_2 - x_1)^2}$

Giải phương trình ta được : $x_1 = \sqrt[3]{\frac{kq_1q_2b_2^2}{b_1(b_2 + b_1)^2}}$; $x_2 = \sqrt[3]{\frac{kq_1q_2b_1^2}{-b_2(b_2 + b_1)^2}}$.

Điều kiện cần thoả mãn $x_2 > x_1$ tức là $-b_2 < b_1$ hay $\omega > \frac{(q_1 + q_2)B}{2m}$.

Có thể kiểm tra được rằng vị trí cân bằng của hai hạt là cân bằng không bền.

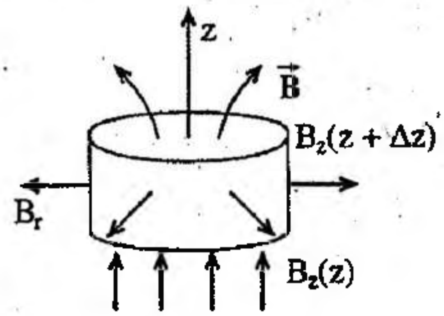
3.41*. (Hình 3.26G)

1. Xét một hình trụ tưởng tượng bao quanh ống dây, có chiều cao Δz và bán kính r. Từ thông toàn phần qua mặt trụ kín bằng 0 :

$\Phi = 0 \Rightarrow B_z(z + \Delta z)\pi r^2 - B_z(z)\,\pi r^2 + B_r.2\pi r.\Delta z = 0.$

$$\Rightarrow \quad B_r = \frac{r}{2}\frac{B_z(z) - B_z(z + \Delta z)}{\Delta z} = -\frac{r}{2}\frac{dB_z}{dz}$$

$$\Rightarrow \quad B_r = \frac{\alpha B_0 r}{2} = 0{,}4\ \mathrm{T} \qquad (1)$$



Hình 3.26G

Vì từ trường $\vec{B}$ đối xứng trụ nên các thành phần nằm ngang của các lực từ tác dụng lên các vòng dây của ống dây cân bằng nhau, nghĩa là lực từ tổng hợp tác dụng lên ống dây hướng theo phương Oz và có độ lớn :

$$F_z = 2\pi rNIB_r = 2\pi rNI\frac{\alpha B_0 r}{2} = \alpha B_0\pi r^2 NI = bI \qquad (2)$$

với $b = \alpha B_0 \pi r^2 N = 2{,}512$ Tm

Từ đó : $F_z = 0{,}377$ N.

2. a) Các lực tác dụng lên hệ :

– Lực hồi phục $F_{hp} = -kz = -m\omega_0^2 z$ $(\omega_0 = 2\pi f_0)$;

– Lực cản môi trường : $F_c = -\beta v$, với $\beta = \dfrac{2\gamma p_0 S}{v_a} = 26{,}4\ N.s.m^{-1}$;

– Lực từ $F_z = bi$.

Theo định luật II Niu-tơn : $ma = F_{hp} + F_c + F_z \Rightarrow mz'' = -m\omega_0^2 z - \beta v + bi$ (3)

Mặt khác, ngoài điện áp e, ở ống dây có xuất hiện suất điện động cảm ứng e_c và suất điện động tự cảm e_{tc}. Do đó theo định luật Ôm : $e + e_c + e_{tc} = Ri$ (4)

với $e_c = -\dfrac{d\Phi_z}{dt} = -\dfrac{d}{dt}[N\pi r^2 B_0(1-\alpha z)] = \alpha B_0 \pi r^2 N z' \Rightarrow e_c = bz'$ và $e_{tc} = -L\dfrac{di}{dt}$

Thay vào (4) : $$E_0\cos\omega t + bz' - L\frac{di}{dt} = Ri \qquad (5)$$

Trong phương trình (5) ta có thể bỏ đi số hạng $-L\dfrac{di}{dt}$, vì L nhỏ không đáng kể.

Từ (5) rút i ra : $$e + bz' = Ri \Rightarrow i = \frac{bz' + e}{R} \qquad (6)$$

Thay (6) vào (3) ta được phương trình :

$$mz'' + \beta v + m\omega_0^2 z = b\left(\frac{bz' + e}{R}\right) \Rightarrow mz'' + \beta z' + m\omega_0^2 z = b\left(\frac{bz' + e}{R}\right)$$

hay $$z'' + \frac{1}{m}\left(\beta - \frac{b^2}{R}\right)z' + \omega_0^2 z = \frac{bE_0}{mR}\cos\omega t$$

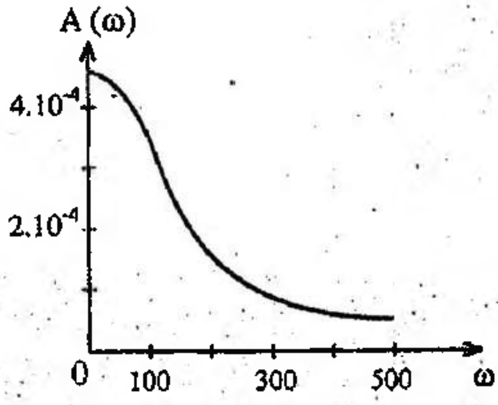
$$z'' + \chi z' + \omega_0^2 z = D.\cos\omega t \qquad (7)$$

$D = \dfrac{bE_0}{mR} = 10{,}47$, còn $\beta = 26{,}4$; $b = 2{,}512$; $\chi = 413{,}7$.

Thay $z = A\cos(\omega t + \varphi_2)$ vào (7), ta được :

$$A(\omega) = \frac{D}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + (\chi\omega)^2}} = \frac{10{,}47}{\sqrt{(\omega^2 - 188{,}4^2)^2 + (413{,}7\omega)^2}}$$

b) Đồ thị hàm số $A = A(\omega)$ được vẽ trên hình 3.27G.



Hình 3.27G

Tìm cực đại của A :

$$\frac{d}{d\omega}\left[(\omega^2 - 188{,}4^2)^2 + (413{,}7\omega)^2\right] = 0 \Rightarrow \omega = 0$$

Như vậy A đạt cực đại khi $\omega = 0$.

Không xảy ra cộng hưởng !

c) Với tần số góc $\omega = \omega_0$.

Ta có : $z = A\cos(\omega t + \varphi_2)$;

$$z'' = -A\omega^2\cos(\omega t + \varphi_2) = -\omega^2 z = -\omega_0^2 z.$$

Thay vào (7) ta có : $\chi z' = D.\cos\omega t$; $\frac{dz}{dt} = \frac{D}{\chi}\cos\omega t$;

$$z = \frac{D}{\chi\omega}\sin\omega t = 1{,}34.10^{-4}\sin(188{,}4t).$$

3.42*. 1) Theo định luật II Niu-tơn : $m\vec{a} = q\vec{E} - \frac{m\vec{v}}{\tau}$ (τ có thứ nguyên thời gian).

Từ phương trình trên tính được : $\vec{v}(t) = \frac{\tau q E_0}{m}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})\vec{u}_x$,

trong đó $\vec{u}_x$ là vectơ đơn vị của trục Ox. Khi $t \to \infty$, $\vec{v} \to \vec{v}_\infty = \frac{\tau q E_0}{m}\vec{u}_x$. Thời gian để vận tốc của êlectron đạt tới giá trị này với sai số 1% bằng : $t = \tau \ln 100 = 4{,}6\tau$.

2) a) $\vec{j} = -Ne\vec{v}_\infty = \frac{Ne^2\tau}{m}\vec{E}_0 = \frac{\vec{E}_0}{\rho_e}$ (theo định nghĩa của điện trở suất).

Từ đó suy ra : $\rho_e = \frac{m}{Ne^2\tau}$.

b) Mật độ nguyên tử Ge bằng : $N_{Ge} = \frac{\mu}{M}N_A = 4{,}4.10^{28}$ nguyên tử/m^3.

Tỉ lệ số nguyên tử Sb bằng : $\frac{N}{N_{Ge}} = 3{,}6.10^{-8}$

(đây là con số rất nhỏ, như vậy chỉ cần một lượng nhỏ tạp chất đã làm tăng độ dẫn điện của Ge).

c) Mặt khác ta cũng tính được : $\tau = \frac{m}{Ne^2\rho_e} = 1{,}8.10^{-12}$ s.

Khi đó thời gian để êlectron đạt tới giới hạn của vận tốc với sai số 1% bằng $8,3.10^{-12}$ s. Thời gian này quá nhỏ, nên ta có thể bỏ qua chế độ quá độ và coi chế độ ổn định đạt được ngay lập tức.

3. a) Theo định nghĩa $I_0 = jS = jld$. Suy ra : $E_0 = \rho_e j = \dfrac{\rho_e I_0}{ld}$.

b) Dưới tác dụng của từ trường, các êlectron chuyển động bị lệch về phía chiều âm của trục Oy, tức là chúng tích tụ ở mặt phẳng có phương trình $y = 0$. Vì vậy xuất hiện các điện tích âm trên mặt phẳng này và trên mặt phẳng $y = l$, do thiếu điện tích âm nên mang điện tích dương dẫn đến sự xuất hiện một hiệu điện thế giữa hai bên (*Hiệu ứng Hall*). Hiệu điện thế này tạo ra điện trường $\vec{E}_h$, hướng theo trục Oy.

c) Ở chế độ ổn định, phương trình chuyển động của một êlectron là :

$$-e(\vec{E}_0 + \vec{E}_h + \vec{v} \wedge \vec{B}_0) - \frac{m\vec{v}}{\tau} = 0$$

với $\vec{v} = -\dfrac{1}{Ne}\vec{j} = \dfrac{1}{Ne}j\vec{u}_x$

Trên trục Ox ta có : $-\vec{E}_0 - \dfrac{m\vec{v}}{\tau} = 0$. Từ đây ta lại nhận được vận tốc của các êlectron ở chế độ ổn định như câu 1.

Trên trục Oy, ta có : $\vec{E}_h + \vec{v} \wedge \vec{B}_0 = 0$, hay : $\vec{E}_h = -vB_0\vec{u}_y = -\dfrac{B_0}{Ne}j\vec{u}_y = -\dfrac{B_0 I_0}{Neld}\vec{u}_y$

d) $U_h = -E_h l = \dfrac{B_0 I_0}{Ned} = 19,5$ mV. Do U_h ta có thể tính được B_0.

Đây chính là phương pháp đo cảm ứng từ.

3.43. 1. a) Vì $d \ll a$ nên có thể xem lực từ do mỗi cạnh của vòng dây 1 tác dụng lên cạnh đối diện của vòng dây 2 là lực từ do dòng điện thẳng dài vô hạn gây ra với cảm ứng từ $B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi d}$. Lực từ tác dụng lên vòng dây 2 (lực đẩy) là : $F = IB4a = \dfrac{2\mu_0 I^2 a}{\pi d}$ (1)

Điều kiện cân bằng của vòng dây 2 : $F = mg \Rightarrow I = \sqrt{\dfrac{\pi mgd}{2\mu_0 a}} \approx 11$ A.

b) Ở thời điểm t, vòng dây 2 ở vị trí cân bằng một đoạn z, ta có phương trình :

$$2\mu_0 \frac{I^2 a}{\pi(d+z)} - mg = mz'' \qquad (2)$$

Vì $z \ll d$: $$\frac{1}{d+z} \approx \frac{1}{d}\left(1 - \frac{z}{d}\right) \qquad (3)$$

Từ (1), (2), (3) suy ra : $z'' + \dfrac{2\mu_0 I^2 a}{\pi d^2} z = 0$

Vòng dây 2 dao động với chu kì : $T = \dfrac{\pi^{\frac{3}{2}} d}{I}\sqrt{\dfrac{2}{\mu_0 a}}$.

Khoảng thời gian cần tìm là : $\Delta t = \dfrac{T}{2} = \dfrac{\pi^{\frac{3}{2}} d}{I\sqrt{2\mu_0 a}}$. Thay số $\Delta t \approx 0{,}045$ s.

2. a) Lực từ tổng hợp hướng lên trên cân bằng với trọng lực :

$$\frac{\mu_0 I_1 I_2 a}{2\pi}\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+a}\right) = mg \Rightarrow x^2 + ax - \frac{\mu_0 I_1 I_2 a^2}{2\pi mg} = 0, \left(\frac{2\mu_0 I_1 I_2 a}{\pi mg} \ll 1\right)$$

$$\Rightarrow \quad x = \frac{a}{2}\left(\sqrt{1 + \frac{2\mu_0 I_1 I_2 a}{\pi mg}} - 1\right) \approx \frac{\mu_0 I_1 I_2 a^2}{2\pi mg}$$

Thay số ta được $x \approx 1{,}6$ cm.

b) Vòng dây luôn luôn bị dây dẫn hút vào nó nên sau khi buông tay ra, nó chuyển động về phía dây dẫn với gia tốc ngày càng tăng và cuối cùng va chạm với dây dẫn.

Khoảng cách nhỏ nhất bằng $\dfrac{a}{2} = 20$ cm.

3.44*. (Hình 3.28G).

1. Phương trình chuyển động :

$$\vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = q\vec{v} \wedge \vec{B} \qquad (1)$$

Điều này có nghĩa là $\vec{F}$ luôn vuông góc với $\vec{v}$, tức $\vec{F}.\vec{v} = 0$

hay $m\dfrac{d\vec{v}}{dt}.\vec{v} = 0$ hay $\dfrac{dv^2}{dt} = 0 \Rightarrow v^2 = \text{const} = v_0^2$ tức là $v = v_0$.

2. a) Lấy đạo hàm của tích $\vec{r}.\vec{v}$ ta được : $\dfrac{d}{dt}(\vec{r}.\vec{v}) = v^2 + \vec{r}\dfrac{d\vec{v}}{dt}$.

Theo (1) và theo biểu thức của cảm ứng từ $\vec{B}$, ta có :

$$\vec{r}\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{q}{m}\vec{r}(\vec{v} \wedge \vec{B}) = \frac{kq}{mr^3}\vec{r}(\vec{v} \wedge \vec{r}).$$

Vì $\vec{r} \perp (\vec{v} \wedge \vec{r})$ nên suy ra : $\vec{r}.(\vec{v} \wedge \vec{B}) = 0$.

Theo câu 1, $v = v_0$, nên cuối cùng ta có $\dfrac{d}{dt}(\vec{r}.\vec{v}) = v_0^2$. Lấy tích phân ta được :

$\vec{r}.\vec{v} = v_0^2 t + C_1$ với C_1 là một hằng số. Dùng điều kiện ban đầu, tại $t = 0$, $\vec{r}.\vec{v} = 0$

(vì $\vec{r_0} \perp \vec{v_0}$), suy ra : $C_1 = 0$. Kết quả ta được : $\vec{r}.\vec{v} = v_0^2 t$ (2)

* Để xác định r(t), ta viết phương trình (2) dưới dạng : $2\vec{r}\frac{d\vec{r}}{dt} = 2v_0^2 t$ hay $\frac{dr^2}{dt} = 2v_0^2 t$

Lấy tích phân ta được : $r^2 = v_0^2 t^2 + C_2$.

Vì tại $t = 0$, $r = r_0$, suy ra : $r^2 = v_0^2 t^2 + r_0^2$ (3)

Vậy r^2 là hàm bậc nhất của bình phương thời gian.

* Hệ thức (2) có thể viết lại dưới dạng $rv_0\cos\theta = v_0^2 t$ hay $\cos\theta = \frac{v_0 t}{r}$.

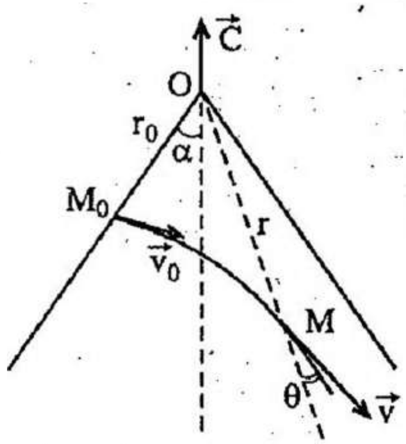
Suy ra : $$\tan^2\theta = \frac{1}{\cos^2\theta} - 1 = \frac{r^2}{v_0^2 t^2} - 1$$

Theo (3), cuối cùng ta được : $\tan^2\theta = \frac{v_0^2 t^2 + r_0^2}{v_0^2 t^2} - 1 = \frac{r_0^2}{v_0^2 t^2} \Rightarrow \cot\theta = \frac{v_0}{r_0}t$ (4)

Như vậy, $\cot\theta$ là hàm tuyến tính của thời gian, tăng từ 0 đến ∞ trong suốt quá trình chuyển động, tức là góc θ giảm từ $\frac{\pi}{2}$ tới 0 ; do đó, vận tốc ban đầu vuông góc với vectơ bán kính rồi dần dần định hướng theo hướng của $\vec{r}$.

b) $r = \sqrt{2}r_0$ tại thời điểm t sao cho, theo (3) $v_0 t = r_0$.

Thay vào (4), ta được $\cot\theta = 1$, suy ra $\theta = 45^\circ$.



Hình 3.28G

3. Tính đến (1) và chú ý rằng $\frac{d\vec{r}}{dt} \wedge \vec{v} = \vec{v} \wedge \vec{v} = 0$, ta có :

$$\frac{d}{dt}(\vec{r} \wedge \vec{v}) = \frac{d\vec{r}}{dt} \wedge \vec{v} + \vec{r} \wedge \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{r} \wedge \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$= \vec{r} \wedge \frac{q}{m}(\vec{v} \wedge \vec{B}) = \frac{kq}{mr^3}\vec{r} \wedge (\vec{v} \wedge \vec{r})$$

Theo hệ thức gợi ý trong đề bài : $\vec{r} \wedge (\vec{v} \wedge \vec{r}) = \vec{v}.r^2 - \vec{r}.(\vec{v}.\vec{r})$, ta có :

$$\frac{d}{dt}(\vec{r} \wedge \vec{v}) = \frac{kq}{m}\left(\frac{\vec{v}}{r} - \frac{\vec{r}}{r^2}\left(\vec{v}.\frac{\vec{r}}{r}\right)\right) = \frac{kq}{m}\left[\frac{1}{r}\frac{d\vec{r}}{dt} - \frac{\vec{r}}{r^2}\frac{dr}{dt}\right]$$

Vì $\vec{v}.\frac{\vec{r}}{r} = \frac{dr}{dt}$ – đây chính là thành phần của vận tốc theo phương bán kính vectơ.

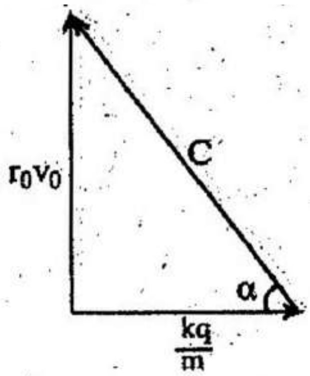
Lưu ý rằng : $\left[\frac{1}{r}\frac{d\vec{r}}{dt} - \frac{\vec{r}}{r^2}\frac{dr}{dt}\right] = \frac{d}{dt}\left(\frac{\vec{r}}{r}\right)$, suy ra :

$$\frac{d}{dt}(\vec{r}\wedge\vec{v}) = \frac{kq}{m}\left[\frac{1}{r}\frac{d\vec{r}}{dt} - \frac{\vec{r}}{r^2}\frac{dr}{dt}\right] = \frac{kq}{m}\frac{d}{dt}\left(\frac{\vec{r}}{r}\right).$$

Lấy tích phân hai vế, ta được : $\vec{r}\wedge\vec{v} = \frac{kq}{m}\frac{\vec{r}}{r} + \vec{C}$ (5)

Trong đó $\vec{C}$ là một vectơ không đổi, có độ lớn tính được từ hình bên (dùng (5) và điều kiện ban đầu tại $t = 0$, $r = r_0$ và $v = v_0$). Theo định lí Pitago (Hình 3.29G) :

$$C = \sqrt{(r_0v_0)^2 + \left(\frac{kq}{m}\right)^2} \quad (6)$$



Hình 3.29G

Theo tính chất của tích hữu hướng và (5) :

$$\vec{r}(\vec{r}\wedge\vec{v}) = 0 = \frac{kq}{m}r + \vec{C}.\vec{r} = r\left(\frac{kq}{m} + C\cos\varphi\right)$$

Với φ là góc tạo bởi vectơ $\vec{C}$ và vectơ $\vec{r}$.

Từ phương trình trên suy ra :

$$\cos\varphi = -\frac{kq}{mC} = \text{const} \quad (7)$$

Như vậy trong suốt quá trình hạt chuyển động góc φ luôn không đổi, điều này có nghĩa là quỹ đạo của hạt nằm trên một mặt nón đỉnh O, có trục song song với vectơ $\vec{C}$ và nửa góc ở đỉnh $\alpha = \pi - \varphi$.

Theo (6) và (7), ta có : $\cos\alpha = -\cos\varphi = \frac{kq}{mC} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{mr_0v_0}{kq}\right)^2}}$.

Hay đơn giản hơn : $\tan\alpha = \frac{mr_0v_0}{kq}$.

3.45. *1. Hạt chuyển động trong mặt phẳng chứa trục đối xứng :*

Tại điểm cách trục một khoảng r cường độ điện trường là E. Áp dụng định lí O-G :

$$E2\pi Lr = \rho.\pi r^2\frac{L}{\varepsilon_0}$$

Suy ra : $E = \frac{\rho r}{2\varepsilon_0}$

Theo phương Or vuông góc với trục x'x, hạt chịu tác dụng của lực $F = qE = \frac{q\rho r}{2\varepsilon_0}$, do đó hạt có gia tốc $\ddot{r}$.

Ta có : $-F = m\ddot{r} \Rightarrow -\dfrac{q\rho r}{2\varepsilon_0} = m\ddot{r} \Rightarrow \ddot{r} + \dfrac{q\rho}{2m\varepsilon_0}r = 0.$

Hạt dao động điều hoà theo phương Or với chu kì : $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{2\varepsilon_0 m}{q\rho}}.$

Thời gian hạt đi từ M tới N theo phương x'x của trục là : $t = \dfrac{L}{v_0}.$

Mặt khác theo phương vuông góc với trục : $a\cos\left(2\pi\dfrac{t}{T}\right) = \dfrac{a}{2} \Rightarrow t = \left(k \pm \dfrac{1}{6}\right)T.$

Suy ra : $t = \dfrac{T}{6}$ và $t = \left(k \pm \dfrac{1}{6}\right)T$ với k nhận giá trị nguyên dương.

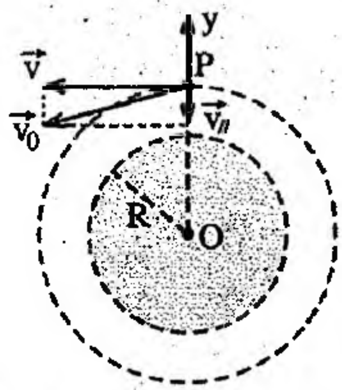
Vậy $v_0 = \dfrac{L}{\dfrac{T}{6}} = \dfrac{3L}{\pi}\sqrt{\dfrac{q\rho}{2m\varepsilon_0}}$ và $v_0 = \dfrac{L}{T\left(k \pm \dfrac{1}{6}\right)} = \dfrac{L}{2\pi\left(k \pm \dfrac{1}{6}\right)}\sqrt{\dfrac{q\rho}{2m\varepsilon_0}}$ với k = 1, 2, 3...

2. *Hạt chuyển động trong mặt phẳng vuông góc với trục đối xứng.*

Tại điểm cách trục r (r > R) cường độ điện trường là E. Theo định lí O – G :

$$E.2\pi Lr = \rho.\pi R^2\frac{L}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0 r}$$

Tại P : Từ điểm cắt O của mặt phẳng quỹ đạo điện tích và trục xx' làm tâm, ta vẽ qua P một vòng tròn bán kính b (Hình 3.30G).



Hình 3.30G

Ứng với khoảng cách b, hạt có vận tốc v, lực điện tác dụng :

$$F = F_{ht} \Rightarrow qE = \frac{\rho qR^2}{2\varepsilon_0 b} = m\frac{v^2}{b} \Rightarrow v = R\sqrt{\frac{q\rho}{2m\varepsilon_0}}.$$

Xét chuyển động của hạt trong hệ quy chiếu quay cùng vận tốc góc ω' với hạt (ω' là vận tốc góc tại thời điểm t > 0).

Ta có vận tốc góc của hạt tại thời điểm t = 0 : $\omega = \dfrac{v}{b} = \dfrac{R}{b}\sqrt{\dfrac{q\rho}{2m\varepsilon_0}}.$

a) Tại thời điểm t, vận tốc của điện tích là $v_t \approx \omega'.(b + y)$ vì $v_{//} \ll v_t$

Theo định luật bảo toàn momen động lượng :

$$m\omega'(b + y)^2 = m\omega b^2 \Rightarrow \omega' = \omega\left(\frac{b}{b + y}\right)^2 = \omega\left(1 + \frac{y}{b}\right)^{-2} \approx \omega\left(1 - \frac{2y}{b}\right)$$

Lực điện tác dụng lên hạt $F = \dfrac{q\rho R^2}{2\varepsilon_0(b + y)} \approx \dfrac{q\rho R^2}{2\varepsilon_0 b}\left(1 - \dfrac{y}{b}\right) = m\omega^2 b\left(1 - \dfrac{y}{b}\right)$ (vì x ≪ b).

Lực quán tính trong hệ quy chiếu quay :

$$F_{qt} = ma_{ht} = m\omega'^2(b+y) \approx m\omega^2\left(1-\frac{2y}{b}\right)^2 b\left(1+\frac{y}{b}\right) \approx m\omega^2 b\left(1-\frac{3y}{b}\right)$$

Ta có : $m\ddot{y} = -F + F_{qt} = -m\omega^2 b\left(1-\frac{y}{b}\right) + m\omega^2 b\left(1-\frac{3y}{b}\right) = -2m\omega^2 y \Rightarrow \ddot{y} + 2\omega^2 y = 0$

Phương trình này chứng tỏ theo phương bán kính, hạt chuyển động tuần hoàn với tần số góc $\omega\sqrt{2}$ và chu kì T.

b) $$T = \frac{2\pi}{\omega\sqrt{2}} = \frac{2\pi b}{R\sqrt{2}}\sqrt{\frac{2m\varepsilon_0}{q\rho}} = \frac{2\pi b}{R}\sqrt{\frac{m\varepsilon_0}{q\rho}}$$

c) Sau thời gian $\frac{T}{2}$, bán kính vectơ quay được góc $\alpha = \omega\frac{T}{2} = \frac{\omega}{\sqrt{2}}.\frac{2\pi}{2\omega} = \frac{\pi}{\sqrt{2}}$.

Sau $t = n\frac{T}{2}$ thì hạt quay được góc $\frac{n\pi}{\sqrt{2}}$.

Khoảng cách cần tìm là : $l = 2b\left|\sin\frac{n\pi\sqrt{2}}{4}\right|$ (n nguyên dương).

3.46. (Hình 3.31G)

a) Vận tốc của prôtôn :

$$\frac{mv_0^2}{2} = qU \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{2qU}{m}}.$$

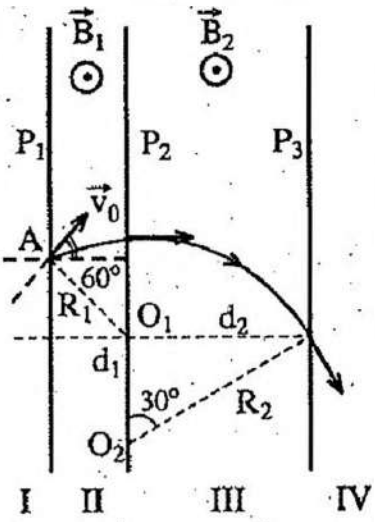
Bán kính quỹ đạo prôtôn :

$$Bqv_0 = \frac{mv_0^2}{R} \Rightarrow R = \frac{mv_0}{qB} \Rightarrow R = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2mU}{q}}.$$

Theo đề bài, trong vùng II ta có :

$$R_1\frac{\sqrt{3}}{2} = d_1 \quad (1)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{B_1}\sqrt{\frac{3mU}{2q}} = d_1 \quad (2) \quad \Rightarrow \quad U = \frac{2qB_1^2d_1^2}{3m} \approx 25{,}5\text{ kV}.$$



Hình 3.31G

b) Trong vùng III : $\frac{R_2}{2} = d_2$ (3) $\Rightarrow$ $\frac{1}{B_2}\sqrt{\frac{mU}{2q}} = d_2$ (4)

Từ (4) và (2) có : $B_2 = \frac{d_1B_1}{d_2\sqrt{3}} = \frac{B_1}{2\sqrt{3}} \approx 0{,}29$ T.

c) Tại vùng III và IV : $a = \frac{F_c}{m} = -\frac{kv}{m} \Rightarrow \frac{\Delta v}{\Delta t} = -\frac{kv}{m} \Rightarrow \Delta v = -\frac{kv\Delta t}{m} = -\frac{k}{m}\Delta s$

(5)

Tại vùng III, từ : $R_2 = \frac{mv_0}{qB_2}$ ta có : $\frac{\Delta R}{R_2} = \frac{\Delta v}{v_0} = -a$ (6)

với $a = 5\% = 0,05 \Rightarrow \Delta R = R_2' - R_2 = -aR_2$.

Mặt khác : $\Delta s \approx \frac{\pi R}{6}$. Với $R = \frac{R_2 + R_2'}{2} = R_2\left(1 - \frac{a}{2}\right)$ (bán kính trung bình)

Từ (5) và (6) có : $-av_0 = -\frac{k}{m}\frac{\pi R_2\left(1 - \frac{a}{2}\right)}{6} \Rightarrow \frac{m}{k} = \frac{\pi R_2\left(1 - \frac{a}{2}\right)}{6av_0}$ (7)

Tại vùng IV : $\Delta s = l$, $\Delta v = 0 - v = -v_0(1 - a)$

Từ (5) : $-v_0(1 - a) = -\frac{k}{m}l$

Chú ý đến (7), suy ra : $l = \frac{m}{k}v_0(1 - a) = \frac{\pi R_2\left(1 - \frac{a}{2}\right)}{6av_0}v_0(1 - a)$. Chú ý đến (3) :

$$l \approx \frac{\pi d_2\left(1 - \frac{3a}{2}\right)}{3a} \approx 77,5 \text{ cm.}$$

3.47. Chọn hệ toạ độ như hình 3.34. Xét một phần tử M trên thanh cách đầu A một đoạn l có chiều dài dl và điện tích : $dq = \frac{Qdl}{L}$ (L là chiều dài thanh).

Phần tử này ở thời điểm đang xét có vận tốc :

$$\vec{v}_M = \vec{v}_x + \vec{v}_y\,;\ v_x = \frac{l}{L}v\,;\ v_y = \frac{L - l}{L}v_A$$

Lực tác dụng lên phần tử này theo hai phương là :

$$dF_x = v_yBdq$$

$$dF_y = v_xBdq$$

Lực từ tác dụng lên thanh theo hai phương :

$$F_x = \int_0^L dF_x = \int_0^L v_yBdq = \int_0^L v_yB\frac{Q}{L}dl = \int_0^L \frac{L - l}{L}v_AB\frac{Q}{L}dl = \frac{Bv_AQ}{2}$$

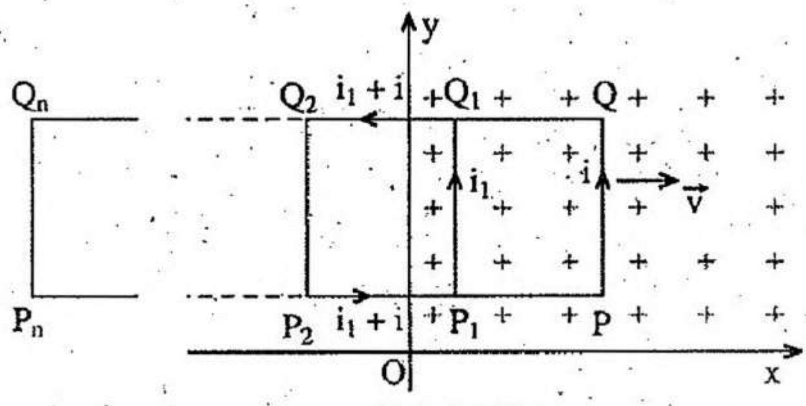
$$F_y = \int_0 dF_y = \int_0^L v_x B dq = \int_0^L v_x B \frac{Q}{L} dl = \int_0^L \frac{l}{L} vB \frac{Q}{L} dl = \frac{BvQ}{2}$$

Mặt khác : $v_A = \dfrac{v}{\tan\alpha} \Rightarrow F_x = \dfrac{BvQ}{2\tan\alpha}$.

Lực từ tác dụng lên thanh khi thanh hợp với phương ngang một góc α

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{\left(\frac{BvQ}{2\tan\alpha}\right)^2 + \left(\frac{BvQ}{2}\right)^2} = \frac{BvQ}{2}\sqrt{\frac{1}{(\tan\alpha)^2} + 1} = \frac{BvQ}{2\sin\alpha}.$$

3.48. (Hình 3.32G)



Hình 3.32G

Nếu điện trở tương đương giữa hai điểm P, Q là $R_n = Cr$ thì trở giữa hai điểm P_1, Q_1 bao gồm cả P_1Q_1 là R_{n-1}. Ta có $R_n = \dfrac{2r(R_{n-1} + 2r)}{(R_{n-1} + 2r) + 2r}$.

Từ đó tìm được : $$R_{n-1} = \frac{4r(R_n - r)}{2r - R_n} \qquad (1)$$

Tương tự : $$R_{n-2} = \frac{4r(R_{n-1} - r)}{2r - R_{n-1}} \qquad (2)$$

Gọi suất điện động cảm ứng trong ô vuông PQQ_1P_1 là e_{c1}, ta có :

$$4ir - 2i_1r = e_{c1} \qquad (3)$$

Và suất điện động cảm ứng trong ô vuông $P_1Q_1Q_2P_2$ là e_{c2}, ta có :

$$e_{c2} = 2i_1r + (i + i_1)(2r + R_{n-2}) \qquad (4)$$

Ở đây dòng điện qua PQ là i, dòng điện qua P_1Q_1 là i_1, chiều dòng điện chỉ ra như hình vẽ. Sau 2,5 s khung dây đã chuyển vào khu vực từ trường. Lúc này ở ô vuông PQQ_1P_1 suất điện động tự cảm bị triệt tiêu chỉ còn suất điện động cảm ứng. Còn trong ô $P_1Q_1Q_2P_2$ suất điện động vẫn còn cả hai thành phần cảm ứng và tự cảm.

$$e_{c1} = \left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right| = l^2\frac{\Delta B}{\Delta l} = l^2 b \qquad (5)$$

$$e'_{c2} = Blv = (B_0 + Bt)lv$$

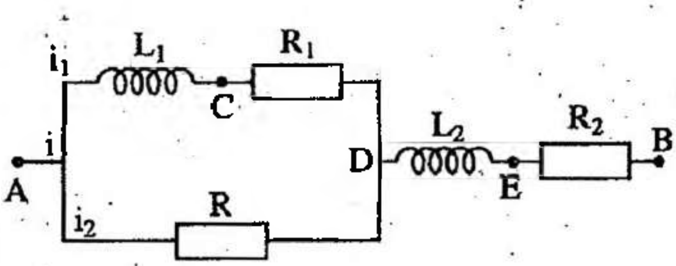
$$e''_{c2} = lv(t - T)\frac{\Delta B}{\Delta t} = lv(t - T)b = lvbt - l^2 b$$

$$e_{c2} = e'_{c2} + e''_{c2} = B_0 lv - 2blvt - l^2 b \qquad (6)$$

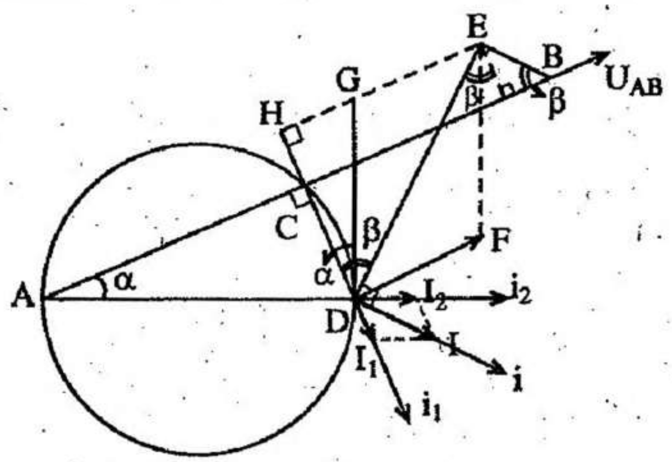
Từ (1), (2), (3), (4), (5) và (6) ta có : $i = 10^{-3}\frac{56 - 41C}{8}\frac{B_0}{r}$.

CHỦ ĐỀ 4

4.1. Ta có thể vẽ lại mạch bằng cách tách riêng R, L ở các cuộn dây (Hình 4.1G). Kẻ đường tròn đường kính AD như hình 4.2G.



Hình 4.1G



Hình 4.2G

Do u_{AC} sớm pha $\frac{\pi}{2}$ so với u_{CD} nên C nằm trên đường tròn bên trên AD.

Do i_1 cùng pha với u_{R_1} nên vectơ $\vec{I_1}$ trùng hướng với $\overline{CD}$.

Do i_1 vuông pha với u_{AB} nên AB ⊥ CD. Suy ra A, C, B thẳng hàng.

Ta có : $$\vec{I} = \vec{I_1} + \vec{I_2} \qquad (1)$$

Nhân hai vế phương trình (1) cho Z_{L_2} ta được $Z_{L_2}\vec{I} = Z_{L_2}\vec{I_1} + Z_{L_2}\vec{I_2}$ (2)

Quay hệ ba vectơ của (2) đi một góc 90^o theo chiều ngược kim đồng hồ, thì ta có hệ thức vectơ : $$\overline{DE} = \overline{DF} + \overline{DG} \qquad (3)$$

Ta có $\overline{DF}$ vuông góc với $\bar{I}_1$ và $\overline{DG}$ vuông góc với $\bar{I}_2$ và $DF = I_1 Z_{L_2}$; $DG = I_2 Z_{L_2}$

Lưu ý các độ lớn các đoạn :

$$AC = I_1 Z_{L_1} ;\ CD = I_1 R_1 ;\ AD = I_2 R ;\ DE = I Z_{L_2} ;\ EB = I R_2$$

Chiếu phương trình (3) lên phương $\overline{CD}$ ta được

$$DG\cos\alpha = ED\cos\beta = CD + EB\sin\beta \qquad (4)$$

Với $\cos\alpha = \dfrac{AC}{AD} = \dfrac{I_1 Z_{L_1}}{I_2 R}$; $\sin\alpha = \dfrac{CD}{AD} = \dfrac{I_1 R_1}{I_2 R}$

$$\sin\beta = \frac{HE}{DE} = \frac{HG + GE}{DE} = \frac{DG\sin\alpha + DF}{DE} = \frac{I_2 Z_{L_2}\dfrac{I_1 R_1}{I_2 R} + I_1 Z_{L_2}}{I_1 Z_{L_2}} = \frac{I_1 \dfrac{R_1}{R} + I_1}{I}$$

Thay các giá trị vào (4) : $I_2 Z_{L_2} . \dfrac{I_1 Z_{L_1}}{I_2 R} = I_1 R_1 + I R_2 \dfrac{I_1 + \dfrac{R_1}{R} I_1}{I}$

$$\Rightarrow R_2 = \frac{Z_{L_1} Z_{L_2} - R R_1}{R_1 + R} = \frac{L_1 L_2 \omega^2 - R R_1}{R + R_1}$$

Điều kiện $R_2 \geq 0 \Leftrightarrow L_1 L_2 \omega^2 - R R_1 \geq 0$.

4.2. a) $\overset{*}{Z}_{MB} = \dfrac{R_2(-Z_C j)}{R_2 - Z_C j} = \dfrac{-100^2 j}{100 - 100j} = 50(1 - j)$

$$\overset{*}{Z}_{DM} = \frac{R_1(-Z_C j)}{R_1 - Z_C j} = \frac{200(-100j)}{200 - 100j} = 40(1 - 2j)$$

$$\overset{*}{Z}_{AB} = \overset{*}{Z}_{AD} + \overset{*}{Z}_{DM} + \overset{*}{Z}_{MB} = 100j + 40(1 - 2j) + 50(1 - j)$$

$$Z_{AB} = (90 - 3j) \Rightarrow \overset{*}{Z}_{AB} = \sqrt{90^2 + (-30)^2} = 30\sqrt{10} = 94{,}87\ \Omega$$

b) $\overset{*}{I} = \dfrac{\overset{*}{U}_{AB}}{\overset{*}{Z}_{AB}} = \dfrac{200}{90 - 30j} = \dfrac{2}{3}(3 + j)$

$$\overset{*}{U}_{DM} = \overset{*}{I}.\overset{*}{Z}_{DM} = \frac{2}{3}(3+j).40(1-2j) = \frac{400}{3}(1 - j)$$

$$\Rightarrow \overset{*}{I}_1 = \frac{\overset{*}{U}_{DM}}{R_1} = \frac{\dfrac{400}{3}(1 - j)}{200} = \frac{2}{3}(1 - j)$$

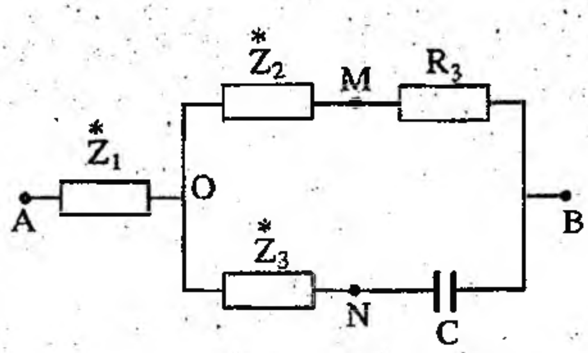
$$\overset{*}{U}_{MB} = \overset{*}{I}.\overset{*}{Z}_{MB} = \frac{2}{3}(3+j).50(1-j) = \frac{200}{3}(2-j)$$

$$\Rightarrow \overset{*}{I}_2 = \frac{\overset{*}{U}_{MB}}{\overset{*}{Z}_C} = \frac{\frac{200}{3}(2-j)}{-100j} = \frac{2}{3}(1+2j)$$

$$\overset{*}{I}_A = \pm(\overset{*}{I}_2 - \overset{*}{I}_1) = \pm\left[\frac{2}{3}(1+2j) - \frac{2}{3}(1-j)\right] = \pm 2j \Rightarrow I_A = 2\text{ A}.$$

4.3. Ta dễ dàng suy ra : $\overset{*}{U}_{AB} = 100\sqrt{2}\,[\cos 16^o + \sin 16^o j]$

a) Ta chuyển mạch tam giác sang mạch sao như sau (Hình 4.3G) :



Hình 4.3G

$$\overset{*}{Z}_1 = \frac{\overset{*}{R}_1.\overset{*}{R}_2}{\overset{*}{R}_1 + \overset{*}{R}_2} = 50$$

$$\overset{*}{Z}_2 = \frac{\overset{*}{R}_1.\overset{*}{Z}_L}{\overset{*}{R}_1 + \overset{*}{Z}_L} = \frac{100(100j)}{100+100j} = 50(1+j)$$

$$\overset{*}{Z}_3 = \frac{\overset{*}{R}_2.\overset{*}{Z}_L}{\overset{*}{R}_2 + \overset{*}{Z}_L} = 50(1+j)$$

$$\overset{*}{Z}_{OMB} = \overset{*}{Z}_2 + \overset{*}{R}_3 = 50(1+j) + 100 = 50(3+j)$$

$$\overset{*}{Z}_{ONB} = \overset{*}{Z}_3 + \overset{*}{Z}_c = 50(1+j) - 100j = 50(1-j)$$

$$\overset{*}{Z}_{OB} = \frac{\overset{*}{Z}_{OMB}.\overset{*}{Z}_{ONB}}{\overset{*}{Z}_{OMB} + \overset{*}{Z}_{ONB}} = \frac{50(3+j).50(1-j)}{50(3+j)+50(1-j)} = 25(2-j)$$

$$\overset{*}{Z}_{AB} = \overset{*}{Z}_1 + \overset{*}{Z}_{OB} = 50 + 25(2-j) = 25(4-j) \qquad (1)$$

Vậy : $Z_{AB} = 25\sqrt{4^2 + (-1)^2} = 25\sqrt{17}\ \Omega$ (2)

b) Từ (1) $\Rightarrow \tan\varphi_{AB} = -\frac{1}{4} \Rightarrow \varphi_{AB} = -14^o$

Từ (2) $\Rightarrow I_0 = \frac{U_0}{Z_{AB}} = \frac{100\sqrt{2}}{25\sqrt{17}} = 4\sqrt{\frac{2}{17}}$ A

Vậy : $i = 4\sqrt{\frac{2}{17}}\cos\left[100\pi t + \frac{14\pi}{180} + \frac{16\pi}{180}\right] = 4\sqrt{\frac{2}{17}}\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ (A).

(Hoặc theo cách khác :

$$\overset{*}{I} = \frac{\overset{*}{U}_{AB}}{\overset{*}{Z}_{AB}} = \frac{100\sqrt{2}(\cos 16^o + \sin 16^o j)}{25(4 - j)} = \frac{100\sqrt{2}\cos 16^o(1 + \tan 16^o j)}{100\left(1 - \frac{1}{4}j\right)}$$

$$= \frac{\sqrt{2}\cos 16^o}{1^2 + \left(\frac{1}{4}^2\right)}[1 + \tan 16^o j][1 + \tan 14^o j]$$

$$= \frac{16\sqrt{2}}{17}\cos 16^o(1 - \tan 14^o.\tan 16^o)(1 + \tan 30^o j) = 1,1879(1 + \tan 30^o j)$$

$$\text{Hay : } \begin{cases} I_0 = 1,1879\sqrt{1 + \tan^2 30^o} = 4\sqrt{\frac{2}{17}} \\ \varphi_i = 30^o \end{cases} \Rightarrow i = 4\sqrt{\frac{2}{17}}\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right)(A) \quad (3)$$

c) Từ (3) được viết lại dưới dạng :

$$\overset{*}{I}_0 = 4\sqrt{\frac{2}{17}}\left(\cos\frac{\pi}{6} + \sin\frac{\pi}{6}j\right) = 2\sqrt{\frac{2}{17}}(\sqrt{3} + j)\text{, ta có :}$$

$$\overset{*}{U}_{AO} = \overset{*}{I}_0.\overset{*}{Z}_1 = 100\sqrt{\frac{2}{17}}(\sqrt{3} + j)$$

$$\overset{*}{U}_{OB} = \overset{*}{I}_0.\overset{*}{Z}_{OB} = 2\sqrt{\frac{2}{17}}(\sqrt{3} + j)25(2 - j) = 50\sqrt{\frac{2}{17}}\,[(2\sqrt{3} + 1) + (2 - \sqrt{3})j]$$

$$\Rightarrow \overset{*}{I}_{OMB} = \frac{\overset{*}{U}_{OB}}{\overset{*}{Z}_{OMB}} = 50\sqrt{\frac{2}{17}}\frac{[(2\sqrt{3} + 1) + (2 - \sqrt{3})j]}{50(3 + j)} = \frac{1}{10}\sqrt{\frac{2}{17}}(5 + 5\sqrt{3})(1 - j)$$

$$\overset{*}{U}_{OM} = \overset{*}{I}_{OMB}.\overset{*}{Z}_2 = 25(1 + \sqrt{3})\sqrt{\frac{2}{17}}.2 = 50(1 + \sqrt{3})\sqrt{\frac{2}{17}}$$

$$\Rightarrow \overset{*}{I}_{ONB} = \frac{\overset{*}{U}_{OB}}{\overset{*}{Z}_{ONB}} = \frac{50\sqrt{\frac{2}{17}}[(2\sqrt{3} + 1) + (2 - \sqrt{3})j]}{50(3 + j)}$$

$$= \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{17}}\,[(3\sqrt{3} - 1) + (3 + \sqrt{3})j]$$

$$\overset{*}{U}_{ON} = \overset{*}{I}_{ONB}.\overset{*}{Z}_3 = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{17}}\,[(3\sqrt{3} - 1) + (3 + \sqrt{3})j]50(1 + j)$$

$$= 25\sqrt{\frac{2}{17}}\,[(2\sqrt{3} - 4) + (2 + 4\sqrt{3})j]$$

$$\Rightarrow \overset{*}{U}_{AM} = \overset{*}{U}_{AO} + \overset{*}{U}_{OM} = 100\sqrt{\frac{2}{17}}(\sqrt{3} + j) + 50(1 + \sqrt{3})\sqrt{\frac{2}{17}}$$

$$= 50\sqrt{\frac{2}{17}}\,[(3\sqrt{3} + 1) + 2j]$$

$$\overset{*}{U}_{AN} = \overset{*}{U}_{AO} + \overset{*}{U}_{ON} = 50\sqrt{\frac{2}{17}}\,[-3 + (2\sqrt{3} - 3)j]$$

$$\overset{*}{U}_{MN} = \overset{*}{U}_{AN} - \overset{*}{U}_{AM} = 50\sqrt{\frac{2}{17}}\left[-3\sqrt{3} - 4) + (2\sqrt{3} - 5)j\right]$$

$$\Rightarrow U_{MN} = 50\sqrt{\frac{2}{17}}\left[(-3\sqrt{3} - 4)^2 + (2\sqrt{3} - 5)^2\right]^{\frac{1}{2}} = 160$$

$$I_L = \frac{U_{MN}}{100} = 1{,}6\text{ A.}$$

4.4. $L \,//\, R \Rightarrow \overset{*}{Z}_{MB} = \dfrac{R\overset{*}{Z}_L}{R + \overset{*}{Z}_L} = \dfrac{R(100j)}{R + 100j} = \dfrac{100Rj(R - 100j)}{R^2 + 100^2} = \dfrac{100R}{R^2 + 100^2}(100 + Rj)$

$$C \text{ nt } Z_{MB} \Rightarrow \overset{*}{Z}_{AB} = \overset{*}{Z}_C + \overset{*}{Z}_{MB} = -jZ_C + \frac{100R}{R^2 + 100^2}(100 + Rj) \qquad (1)$$

a) Khi $R = 100\sqrt{3}$ thì :

$$\overset{*}{Z}_{AB} = -jZ_C + \frac{100\sqrt{3}}{4}(1 + \sqrt{3}j) = \frac{-4jZ_C + 100\sqrt{3} + 300j}{4} = \frac{100\sqrt{3}}{4} + \frac{300 - 4Z_C}{4}j$$

$$\Rightarrow Z_{AB} = \sqrt{\left(\frac{100\sqrt{3}}{4}\right)^2 + \left(\frac{300 - 4Z_C}{4}\right)^2}$$

Khi đó : $\overset{*}{I} = \dfrac{\overset{*}{U}}{\overset{*}{Z}_{AB}} = \dfrac{220}{\dfrac{100\sqrt{3}}{4} + \dfrac{300 - 4Z_C}{4}j} = \dfrac{880[100\sqrt{3} - (300 - 4Z_C)j]}{(100\sqrt{3})^2 + (300 - 4Z_C)^2}$

$$\overset{*}{U}_C = \overset{*}{I}\overset{*}{Z}_C = \frac{880Z_c[-(300 - 4Z_C) - 100\sqrt{3}j]}{(100\sqrt{3})^2 + (300 - 4Z_C)^2}$$

Vậy : $U_V = U_C = \dfrac{880Z_C}{(100\sqrt{3})^2 + (300 - 4Z_C)^2}\sqrt{(300 - 4Z_C)^2 + (100\sqrt{3})^2}$

$$= \frac{880}{\sqrt{\dfrac{(100\sqrt{3})^2 + 300^2}{Z_C^2} - \dfrac{2.4.300}{Z_C} + 16}} \qquad (2)$$

Từ (2) để U_V cực đại thì : $\dfrac{1}{Z_C} = \dfrac{2.4.300}{2[(100\sqrt{3})^2 + 300^2]} \Rightarrow Z_C = 100\ \Omega$ (3)

(3) → (2) ⇒ $(U_V)_{max} = 440$ V

b) Từ (1) → $\overset{*}{Z}_{AB} = \dfrac{-jZ_C(R^2 + 100^2) + 100^2R + 100R^2j}{R^2 + 100^2}$

$$= \frac{1}{R^2 + 100^2}[100^2R + [100R^2 - Z_C(100^2 + R^2)]j].$$

$$\overset{*}{I} = \frac{\overset{*}{U}_{AB}}{\overset{*}{Z}_{AB}} = \frac{220}{\dfrac{1}{R^2 + 100^2}[100^2R + [100R^2 - Z_C(100^2 + R^2)]j]}$$

$$= 220(R^2 + 100^2)\left[\frac{(100^2R) - (100R^2 - Z_C100^2 - Z_CR^2)j}{(100^2R)^2 + (100R^2 - Z_CR^2 - Z_C100^2)^2}\right]$$

$$\overset{*}{U}_V = \overset{*}{U}_C = \overset{*}{I}\overset{*}{Z}_C = 220(R^2 + 100^2)\left[\frac{(100^2R) - (100R^2 - Z_C100^2 - Z_CR^2)j}{(100^2R)^2 + (100R^2 - Z_CR^2 - Z_C100^2)^2}\right](-jZ_C)$$

$$= \frac{-220(R^2 + 100^2)Z_C}{(100^2R)^2 + (100R^2 - Z_CR^2 - Z_C100^2)^2}[(100^2Rj) + (100R^2 - Z_C100^2 - Z_CR^2)]$$

$$U_V = \frac{220(R^2 + 100^2)Z_C}{(100^2R)^2 + (100R^2 - Z_CR^2 - Z_C100^2)^2}\sqrt{(100^2R)^2 + (100R^2 - Z_C100^2 - Z_CR^2)^2}$$

$$U_v = \frac{220.Z_c}{\sqrt{\dfrac{100R^2(100 - 2Z_c)}{R^2 + 100^2} + Z_c^2}}$$

Để U_v không đổi khi R thay đổi ⇔ $100 - 2Z_c = 0 \Leftrightarrow Z_c = 50\Omega \Leftrightarrow C = \dfrac{2.10^{-4}}{\pi}$ (F)

4.5. Vì : $R_V = \infty \Rightarrow (R_1 ntL) // (R_2 ntC)$

$R_1 ntL \Rightarrow \overset{*}{Z}_1 = \overset{*}{R}_1 + \overset{*}{Z}_L = R_1 + Z_L.j$

$R_2 ntC \Rightarrow \overset{*}{Z}_2 = \overset{*}{R}_2 + \overset{*}{Z}_C = R_2 - Z_C.j$

$$\overset{*}{I}_1 = \frac{\overset{*}{U}_{AB}}{\overset{*}{Z}_1} = \frac{\overset{*}{U}}{R_1 + Z_L.j} = \frac{\overset{*}{U}(R_1 - Z_L.j)}{R_1^2 + Z_L^2}$$

$$\overset{*}{I}_2 = \frac{\overset{*}{U}_{AB}}{\overset{*}{Z}_2} = \frac{\overset{*}{U}(R_2 + Z_C.j)}{R_2^2 + Z_C^2}$$

$$\overset{*}{U}_{MN} = \overset{*}{U}_{MA} + \overset{*}{U}_{AN} = \overset{*}{U}_{AN} - \overset{*}{U}_{AM} = \overset{*}{I}_2.R_2 - \overset{*}{I}_1.R_1$$

$$= \frac{\overset{*}{U}(R_2 + Z_C.j)}{R_2^2 + Z_C^2}.R_2 - \frac{\overset{*}{U}(R_1 - Z_L.j)}{R_1^2 + Z_L^2}.R_1$$

Chọn $\varphi_u = 0$ thì $\overset{*}{U} = U$ và khi đó :

$$\overset{*}{U}_{MN} = U\left[\frac{(R_2 + Z_C.j)R_2}{R_2^2 + Z_C^2} + \frac{(-R_1 + Z_L.j)R_1}{R_1^2 + Z_L^2}\right]$$

$$\overset{*}{U}_{MN} = U\left[\left(\frac{R_2^2}{R_2^2 + Z_C^2} - \frac{R_1^2}{R_1^2 + Z_L^2}\right) + \left(\frac{Z_C.R_2}{R_2^2 + Z_C^2} + \frac{Z_L R_1}{R_1^2 + Z_L^2}\right)j\right] \quad (1)$$

$$\Rightarrow \quad U_{MN}^2 = U^2\left[\left(\frac{R_2^2}{R_2^2 + Z_C^2} - \frac{R_1^2}{R_1^2 + Z_L^2}\right)^2 + \left(\frac{Z_C.R_2}{R_2^2 + Z_C^2} + \frac{Z_L.R_1}{R_1^2 + Z_L^2}\right)^2\right] \quad (2)$$

Để vôn kế 1 và 2 chỉ cùng giá trị thì $U_{MN} = U_{AB}$ (3)

Từ (2) với (3) với $\begin{cases} Z_1^2 = R_1^2 + Z_L^2 \\ Z_2^2 = R_2^2 + Z_C^2 \end{cases}$ ta có :

$$\left(\frac{R_2^2}{Z_2^2}\right)^2 + \left(\frac{R_1^2}{Z_1^2}\right)^2 - \frac{2R_2^2.R_1^2}{Z_1^2.Z_2^2} + \frac{R_2^2.Z_C^2}{Z_2^4} + \frac{R_1^2.Z_L^2}{Z_1^4} + \frac{2R_1R_2.Z_L.Z_C}{Z_1^2.Z_2^2} = 1$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{R_2^2}{Z_2^2} + \frac{R_1^2}{Z_1^2} + \frac{2R_1.R_2(Z_L.Z_C - R_1.R_2)}{Z_1^2.Z_2^2} = 1$$

$$\Rightarrow \quad R_2^2.R_1^2 + Z_L^2.Z_C^2 = 2R_1.R_2.Z_L.Z_C$$

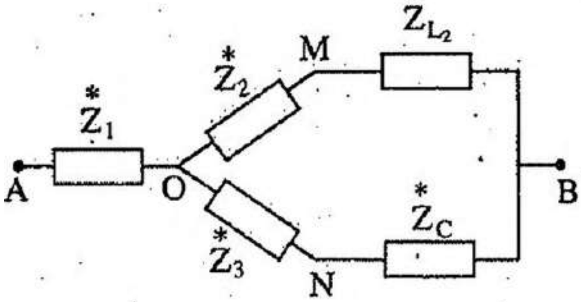
Từ đó : $(R_1.R_2 - Z_L.Z_C)^2 = 0 \Rightarrow R_1R_2 = \frac{L}{C} \Rightarrow L = R_1R_2C$

4.6. a) Ta chuyển mạch tam giác thành mạch sau như hình (Hình 4.4G) :

$$\overset{*}{Z}_1 = \frac{R_1.\overset{*}{Z}_{L_1}}{\overset{*}{R}_1 + \overset{*}{Z}_{L_1} + \overset{*}{R}_2}$$

$$= \frac{100(100j)}{100 + 100j + 200}$$

$$= 10(1 + 3j) \quad (1)$$



Hình 4.4G

$$\overset{*}{Z}_2 = \frac{\overset{*}{R}_1 . \overset{*}{R}_2}{\overset{*}{R}_1 + \overset{*}{R}_2 + \overset{*}{Z}_{L_1}} = \frac{100.200}{100(3 + j)} = 20(1 + 3j)$$

$$\overset{*}{Z}_3 = \frac{\overset{*}{R}_2 . \overset{*}{Z}_{L_2}}{\overset{*}{R}_1 + \overset{*}{R}_2 + \overset{*}{Z}_{L_1}} = \frac{200.100j}{100 + 200 + 100j} = 20(1 + 3j)$$

$$\overset{*}{Z}_{OMB} = \overset{*}{Z}_2 + \overset{*}{Z}_{L_2} = 20(1 + 3j) + 100j = 20 + 160j \qquad (2)$$

$$\overset{*}{Z}_{ONB} = \overset{*}{Z}_3 + \overset{*}{Z}_C = 20(1 + 3j) + (-100j) = 20 - 40j \qquad (3)$$

$$\overset{*}{Z}_{OB} = \frac{\overset{*}{Z}_{OMB} . \overset{*}{Z}_{ONB}}{\overset{*}{Z}_{OMB} + \overset{*}{Z}_{ONB}} = \frac{(20 + 160j)(20 - 40j)}{20 + 160j + 20 - 40j} = 18 - 39j \qquad (4)$$

$$\overset{*}{Z}_{AB} = \overset{*}{Z}_1 + \overset{*}{Z}_{OB} = 10(1 + 3j) + (18 - 39j) = 28 - 9j \qquad (5)$$

Vậy : $Z_{AB} = \sqrt{28^2 + (-9)^2} = 29{,}41\ \Omega$

b) $\overset{*}{I}_0 = \dfrac{\overset{*}{U}_0}{\overset{*}{Z}_{AB}} = \dfrac{200\sqrt{2}}{28 - 9j} = \dfrac{200\sqrt{2}(28 + 9j)}{28^2 + 9^2} = 0{,}231\sqrt{2}\ (28 + 9j)$ (6)

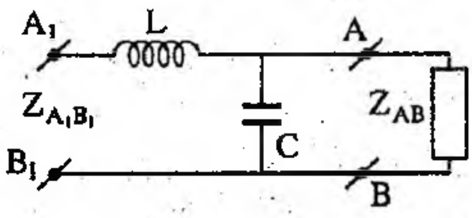
Từ (6) $\Rightarrow \begin{cases} I_0 = 0{,}231\sqrt{2}\sqrt{28^2 + 9^2} = 6{,}8\sqrt{2}\ (A) \\ \tan\varphi_i + \dfrac{9}{28} \Rightarrow \varphi_i = 0{,}31 \text{ rad} > 0 \end{cases}$

Vậy : $i = 6{,}8\sqrt{2}\cos(100\pi t + 0{,}31)$ (A).

4.7. (Hình 4.5G)

Vì mạch vô hạn nên ta thêm 1 ô thì coi như tổng trở đoạn mạch vẫn không thay đổi, do vậy :

$$\overset{*}{Z}_{AB} = \overset{*}{Z}_{A_1B_1}$$



Hình 4.5G

$$\overset{*}{Z}_{AB} = \overset{*}{Z}_L + \frac{\overset{*}{Z}_C . \overset{*}{Z}_{AB}}{\overset{*}{Z}_C + \overset{*}{Z}_{AB}}$$

$$\overset{*}{Z}{}^2_{AB} - \overset{*}{Z}_{AB} . \overset{*}{Z}_L - \overset{*}{Z}_L . \overset{*}{Z}_C = 0$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{(\overset{*}{Z}_L)^2 + 4Z_L\overset{*}{Z}_C} = \sqrt{-Z_L^2 + 4Z_LZ_C} = \sqrt{\frac{4L}{C} - \omega^2L^2}$$

* Trường hợp 1 :

Nếu $\dfrac{4L}{C} - \omega^2L^2 > 0 \Rightarrow \omega < \sqrt{\dfrac{4}{LC}}$ thì : $(\overset{*}{Z}_{AB})_1 = \dfrac{Z_L j \pm \sqrt{\dfrac{4L}{C} - \omega^2L^2}}{2}$

$$\Rightarrow (Z_{AB})_1 = \sqrt{\dfrac{Z_L^2 + \dfrac{4L}{C} - Z_L^2}{2^2}} = \sqrt{\dfrac{L}{C}} \text{ và } I = \dfrac{\dfrac{U_0}{\sqrt{2}}}{Z_{AB}} = \dfrac{U_0}{\sqrt{\dfrac{2L}{C}}} = U_0\sqrt{\dfrac{C}{2L}}$$

* Trường hợp 2 : Nếu $\dfrac{4L}{C} - \omega^2L^2 \le 0 \Rightarrow \omega \ge \sqrt{\dfrac{4}{LC}}$

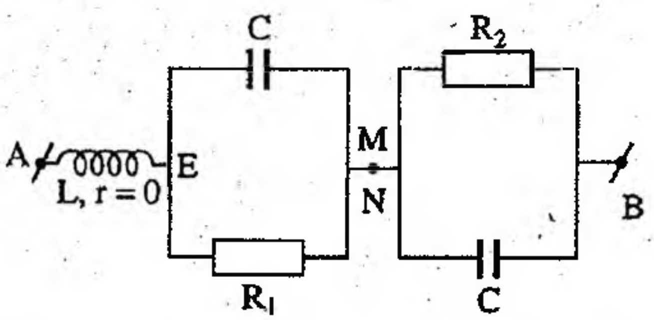
Khi đó : $(\overset{*}{Z}_{AB})_2 = \dfrac{Z_L j \pm \sqrt{\omega^2L^2 - \dfrac{4L^2}{C}}}{2} = \left(\dfrac{\omega L \pm \sqrt{\omega^2L^2 - \dfrac{4L^2}{C}}}{2}\right)j$

$$\Rightarrow (Z_{AB})_2 = \dfrac{\omega L \pm \sqrt{\omega^2L^2 - \dfrac{4L^2}{C}}}{2} \; ; I = \dfrac{\sqrt{2}U_0}{\omega L \pm \sqrt{\omega^2L^2 - \dfrac{4L^2}{C}}}.$$

4.8. Đoạn mạch được vẽ lại như hình 4.6G. Ta có :

$\overset{*}{Z}_{MB} = \dfrac{100(-100j)}{100 - 100j} = \dfrac{-100j}{1 - j} \quad \dfrac{-100j(1 + j)}{2} = 50(1 - j)$

$\overset{*}{Z}_{EM} = \dfrac{200(-100j)}{200 - 100j} = 40(1 - 2j)$



Hình 4.6G

$\overset{*}{Z}_{AE} = 100j$

$\overset{*}{Z}_{AB} = \overset{*}{Z}_{AE} + \overset{*}{Z}_{EM} + \overset{*}{Z}_{MB}$

$\qquad = 100j + 40(1 - 2j) + 50(1 - j) = 30(3 - j)$

$\overset{*}{I} = \dfrac{\overset{*}{U}_{AB}}{\overset{*}{Z}_{AB}} = \dfrac{200}{30(3 - j)} = \dfrac{2}{3}(3 + j)$

$\overset{*}{U}_{EM} = \overset{*}{I}Z_{EM} = \dfrac{400}{3}(1 - j) \Rightarrow \overset{*}{I}_1 = \dfrac{\overset{*}{U}_{EM}}{R_1} = \dfrac{\dfrac{400}{3}(1 - j)}{200} = \dfrac{2(1 - j)}{3}$ (1)

$$\overset{*}{U}_{MB} = \overset{*}{I}\overset{*}{Z}_{MB} = \frac{2}{3}(3+j)(1-j)50 = \frac{200}{3}(2-j)$$

$$\overset{*}{I}_2 = \frac{\overset{*}{U}_{MB}}{\overset{*}{Z}_C} = \frac{2}{3}(1+2j) \qquad (2)$$

Nên : $\overset{*}{I}_A = \overset{*}{I}_2 - \overset{*}{I}_1 = 2j \Rightarrow I_A = 2\ A$

4.9. Ta xét trong khoảng thời gian $t \ll T$, ở đây T là chu kì dòng điện.

+ Trong khoảng thời gian $t_1 = \dfrac{t}{2}$ thì Đ mở nên nhiệt toả ra trên điện trở R_1 là :

$$Q_1 = I_1^2 R t_1 = \left(\frac{U}{\frac{3R}{2}}\right)^2 R t_1 = \frac{2U^2}{9R} t$$

+ Trong khoảng thời gian $t_2 = \dfrac{t}{2}$ kế tiếp thì Đ đóng nên nhiệt toả ra trên điện trở R_1 là :

$$Q_1' = I_1'^2 R t_2 = \left(\frac{U}{2R}\right)^2 R t_2 = \frac{U^2}{8R} t$$

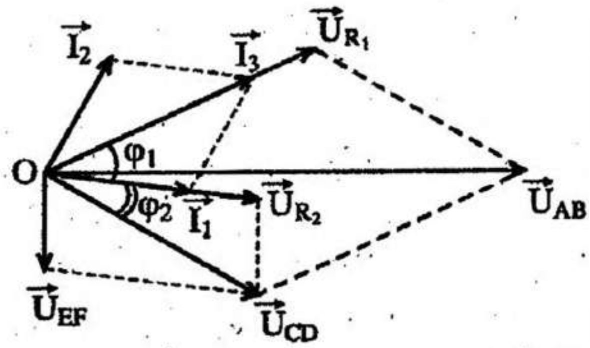
+ Gọi I là cường độ hiệu dụng qua R_1 thì nhiệt toả ra trên điện trở R_1 trong thời gian t là :

$$Q = Q_1 + Q_1' = \frac{2U^2}{9R} t + \frac{U^2}{8R} t = I^2 R t$$

Suy ra : $I = \dfrac{5U}{6\sqrt{2}R}$.

Vậy điện áp hiệu dụng qua hai đầu điện trở R_1 là : $U_1 = IR_1 = \dfrac{5U}{6\sqrt{2}}$.

4.10. Vẽ giản đồ Fre-nen như hình 4.7G.



Hình 4.7G

Áp dụng định lí hàm số cosin, ta có :

$U^2 = U_{R_1}^2 + U_{CD}^2 + 2U_{R_1}U_{CD}\cos(\varphi_1 + \varphi_2)$ (1)

$U_{R_2} = mR_0 I_1$

Vì $\omega = \dfrac{1}{R_0 C} \Rightarrow R_0 = \dfrac{1}{\omega C} = Z_C$

Do đó : $U_{R_2} = mU_{EF}$ (2)

$$U_{CD}^2 = U_{R_2}^2 + U_{EF}^2 \Rightarrow U_{CD}^2 = (m^2 + 1)U_{EF}^2 \qquad (3)$$

Áp dụng định lí hàm số cosin :

$$I_3^2 = I_1^2 + I_2^2 + 2I_1I_2\cos(\vec{I}_1, \vec{I}_2)$$

$$\Leftrightarrow\ R_0^2I_3^2 = R_0^2I_1^2 + R_0^2I_2^2 + 2(R_0I_1)(R_0I_2).\cos(\vec{U}_{EF}, \vec{U}_{CD})$$

$$\Leftrightarrow\ U_{R_1}^2 = U_{EF}^2 + U_{CD}^2 + 2U_{EF}U_{CD}\frac{U_{EF}}{U_{CD}} \Leftrightarrow U_{R_1}^2 = (m^2+4)\,U_{EF}^2 \qquad (4)$$

Áp dụng định lí hàm số sin, ta có : $\dfrac{I_2}{\sin\varphi_1} = \dfrac{I_3}{\sin(\vec{I}_1, \vec{I}_2)}$

$$\sin\varphi_1 = \frac{I_2}{I_3}\sin(\vec{U}_{EF}, \vec{U}_{CD}) = \frac{U_{CD}}{U_{R_1}}\frac{U_{R_2}}{U_{CD}} = \frac{U_{R_2}}{U_{R_1}} \qquad (5)$$

Từ (2), (3), (5) suy ra : $\sin\varphi_1 = \dfrac{m}{\sqrt{m^2+4}} \Rightarrow \cos\varphi_1 = \dfrac{2}{\sqrt{m^2+4}}$

$$\sin\varphi_2 = \frac{U_{EF}}{U_{CD}} = \frac{1}{\sqrt{m^2+1}} \Leftrightarrow \cos\varphi_2 = \frac{m}{\sqrt{m^2+1}}$$

$$\Rightarrow\ \cos(\varphi_1+\varphi_2) = \cos\varphi_1\cos\varphi_2 - \sin\varphi_1\sin\varphi_2 = \frac{m}{\sqrt{(m^2+1)(m^2+4)}} \qquad (6)$$

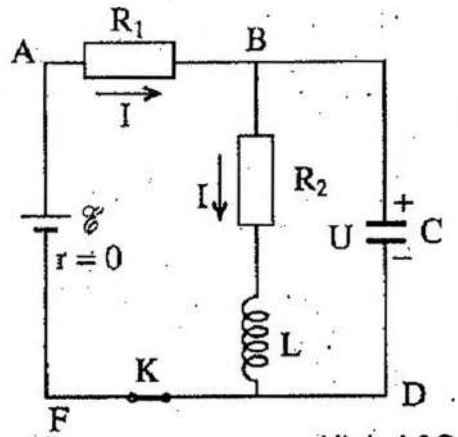
Thay (3), (4), (6) vào (1) ta suy ra :

$$U^2 = (2m^2+2m+5)\,U_{EF}^2 \Rightarrow U_{EF} = \frac{U}{\sqrt{2m^2+2m+5}}.$$

4.11. (Hình 4.8G).

Trước khi ngắt khoá K, mạch ở trạng thái dừng ổn định, cụ thể là trong mạch vòng ABLFA có dòng điện không đổi I chạy qua. Cường độ của dòng điện này được tính dễ dàng bằng định luật Ôm cho mạch kín : $I = \dfrac{\mathscr{E}}{R_1 + R_2}$.

Dòng điện qua tụ điện bằng 0, nhưng hiệu điện thế không đổi U_C trên tụ điện có thể tính được theo định luật Ôm $U_C = IR_2 = \dfrac{R_2\mathscr{E}}{R_1 + R_2}$.



Hình 4.8G

Ngay sau khi vừa ngắt khoá K, cường độ dòng điện trên đoạn mạch BR_2L vẫn là I, còn hiệu điện thế trên tụ điện vẫn còn bằng U_C. Sau đó trong mạch BCDLB xuất hiện dao động tắt dần và cuối cùng sẽ dừng hẳn. Khi đó, toàn bộ dự trữ năng lượng ban đầu được chứa trong cuộn cảm tụ điện sẽ chuyển hoá thành nhiệt toả ra trên điện trở R_2, và do đó nhiệt lượng cần tìm bằng : $W = \frac{LI^2}{2} + \frac{CU_C^2}{2} = \frac{(L + CR_2^2)\mathscr{E}^2}{2(R_1 + R_2)^2}$.

4.12. Ngay sau khi đóng khoá K, tụ điện có điện dung C được nạp điện tức thời đến hiệu điện thế bằng suất điện động $\mathscr{E}$ của nguồn điện và hiệu điện thế đó của tụ điện vẫn được giữ nguyên như thế khi khoá K còn đóng. Dễ dàng thấy rằng dòng điện ban đầu qua cuộn cảm bằng 0. Áp dụng định luật Ôm : $\mathscr{E} = \frac{LdI}{dt}$ (I là cường độ dòng điện đi qua cuộn dây).

Lấy tích phân, ta được : $\mathscr{E}\int_0^t dt = L\int_0^I dI \Rightarrow I = \frac{\mathscr{E}}{L}t.$

Nếu ta ngắt khoá K sau thời gian τ, thì dòng điện trong mạch ngay sau khi ngắt :

$$I(\tau) = \frac{\mathscr{E}}{L}\tau.$$

Còn hiệu điện thế trên tụ vẫn bằng $\mathscr{E}$ như trước. Sau khi ngắt khoá K, mạch LC sẽ dao động điều hoà với sự bảo toàn của năng lượng được dự trữ trong mạch tại thời điểm ngắt khoá K. Năng lượng đó bằng : $W = \frac{LI^2(\tau)}{2} + \frac{C\mathscr{E}^2}{2}$. (1)

Tại thời điểm khi hiệu điện thế trên tụ đạt giá trị cực đại, cường độ dòng điện trong mạch bằng 0, năng lượng của mạch tập trung trong tụ điện : $W = \frac{C(2\mathscr{E})^2}{2} = 2C\mathscr{E}^2$. (2)

Từ (1) và (2) ta suy ra : $\frac{\mathscr{E}^2\tau^2}{2L} + \frac{C\mathscr{E}^2}{2} = 2C\mathscr{E}^2$.

Từ đó, ta tìm được : $\tau = \sqrt{3LC}$.

4.13. (Hình 4.9G)

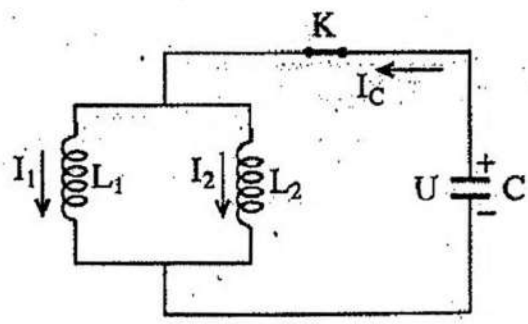
a) Ta xét một thời điểm bất kì, sau khi đóng khoá K. Giả sử khi đó trong mạch có hai dòng điện như chỉ ra trên hình và hiệu điện thế trên tụ bằng U. Ta có :

$I_C = I_1 + I_2$ (1)

$L_1\frac{dI_1}{dt} = U$ (2)

$L_1\frac{dI_1}{dt} = L_2\frac{dI_2}{dt}$ (3)

$I_C = -C\frac{dU}{dt}$ (4)



Hình 4.9G

Lấy đạo hàm hai vế phương trình (2) ta được : $L_1 I_1'' + \frac{1}{C}(I_1 + I_2) = 0$ (5)

Ta viết lại (3) dưới dạng : $\frac{d}{dt}(L_1I_1 - L_2I_2) = 0 \Rightarrow L_1I_1 - L_2I_2 = \text{const}.$

Vì cường độ ban đầu của hai dòng điện đều bằng 0, nên : $L_1I_1 = L_2I_2$ (6)

Rút I_2 từ (6) rồi thay vào (5), ta được : $I_1'' + \frac{L_1 + L_2}{CL_1L_2} I_1 = 0$ (7)

Vậy I_1 biến thiên điều hoà với tần số góc : $\omega = \sqrt{\frac{L_1 + L_2}{CL_1L_2}}$.

Vì tại mọi thời điểm, hai dòng điện I_1 và I_2 đều liên hệ với nhau theo (6), nên I_2 cũng biến thiên điều hoà, cùng pha, nhưng với các biên độ khác nhau.

b) Dễ dàng thấy rằng điện lượng tổng cộng đi qua hai cuộn dây bằng :

$$Q = Q_1 + Q_2 = 2CU_0$$

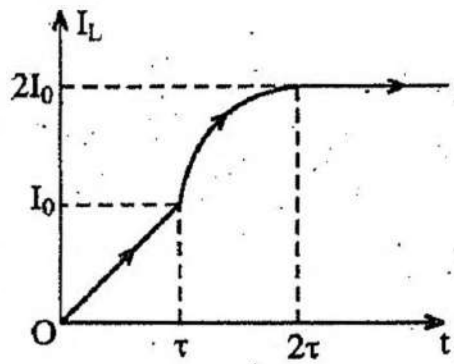
và tỉ số điện lượng đi qua mỗi cuộn dây bằng : $\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{I_1}{I_2} = \frac{L_2}{L_1}$.

Từ đó suy ra : $Q_1 = \frac{2CU_0L_2}{L_1 + L_2}$ và $Q_2 = \frac{2CU_0L_1}{L_1 + L_2}$.

4.14. Thoạt đầu điôt Đ bị đóng. Do điện trở nội của nguồn bằng 0, nên U_C luôn luôn bằng $\mathscr{E}$. Dòng điện theo chiều từ A đến B, với : $I_L = \frac{\mathscr{E}}{L} t \Rightarrow I_0 = \frac{\mathscr{E}}{L}\tau$.

Khi ngắt K, dòng chưa chạy qua điôt ngay vì lúc đó $U_{AB} = U_C = \mathscr{E}$. Dòng qua cuộn dây phải phóng "qua" tụ C, tức là thực hiện một phần của dao động điều hoà với chu kì : $T = 2\pi\sqrt{LC}$.

Quá trình đó khiến điện tích và hiệu điện thế trên tụ điện giảm. Sau một khoảng thời gian, khi hiệu điện thế trên tụ bằng 0 thì dòng điện chạy qua cuộn dây cực đại, vì năng lượng của tụ điện bằng 0. Khoảng thời gian để dòng qua L đạt cực đại sau khi đóng khoá K là khoảng thời gian để hàm sin biến thiên từ giá trị 0,5 đến 1,0 tức là để đối số của hàm biến thiên từ $\frac{\pi}{6}$ đến $\frac{\pi}{2}$ (xem đồ thị ở hình 4.10G). Khoảng thời gian đó bằng $\frac{1}{6}$ chu kì, $\Delta t = \frac{T}{6} = \frac{\pi}{3}\sqrt{LC}$.



Hình 4.10G

Định luật bảo toàn năng lượng : $\frac{1}{2}LI_{max}^2 = \frac{1}{2}LI_0^2 + \frac{1}{2}C\mathscr{E}^2$.

Theo điều kiện bài toán : $I_{max} = 2I_0 = \frac{2\mathscr{E}}{L}$. Thay vào tìm được $LC = 3\tau^2$. Vậy khoảng thời gian cần tìm bằng $\Delta t = \frac{\pi}{3}\tau\sqrt{3} \approx 1{,}8\tau$.

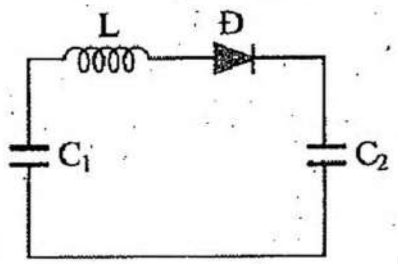
Ngay lúc dòng qua cuộn dây đạt cực đại, hiệu điện thế trên tụ điện bằng 0, điôt mở, tụ điện (và cả cuộn dây) bị nối tắt, dao động trong mạch chấm dứt. Dòng trong mạch có cường độ không đổi theo thời gian. Đồ thị của dòng qua L có dạng như hình vẽ.

4.15. (Hình 4.11G)

Do giữa hai tụ điện có cuộn dây và điôt nên khó có thể thiết lập tính đẳng thế của hai bản phía trên của hai tụ điện. Nhưng có một điều chắc chắn trong bài toán này là không có sự chuyển năng lượng của tụ điện C_1 thành nhiệt Jun và thành năng lượng của bức xạ điện từ. Ngoài ra, tụ điện C_1 ngừng phóng điện và tụ điện C_2 ngừng nạp khi dòng qua L giảm đến bằng 0. Nói cách khác khi đó cuộn dây không dự trữ một năng lượng từ trường nào. Gọi Q_1 và Q_2 là các điện tích trên các tụ điện khi quá trình phóng nạp đã chấm dứt ta có phương trình bảo toàn năng lượng và bảo toàn điện tích :

$$\frac{Q_0^2}{2C_1} = \frac{Q_1^2}{2C_1} + \frac{Q_2^2}{2C_2} \quad (1)$$

$$Q_0 = Q_1 + Q_2 \quad (2)$$



Hình 4.11G

Giải hệ ta tìm được :

$$Q_2 = 2Q_0\frac{C_2}{C_1 + C_2} = \frac{4}{3}Q_0.$$

Suy ra : $U_2 = \frac{Q_2}{C_2} = \frac{2Q_0}{C_1 + C_2} = 2U_0\frac{C_1}{C_1 + C_2} = 200$ V.

Việc thu được $Q_2 = \frac{4}{3}Q_0 > Q_0$ có nghĩa là tại bản trên của tụ C_1 phải là điện tích âm, hay là U_1 phải âm. Hiện tượng này không thể xảy ra đối với mạch phóng – nạp qua điện trở thuần, vì trong loại mạch ấy nhất thiết phải đạt được tính đẳng thế giữa các bản tụ không cô lập điện với nhau sau khi kết thúc quá trình. Còn trong loại mạch này, như ta đã thấy từ đầu, đòi hỏi đẳng thế khó có thể thực hiện. Đó là vì trong quá trình phóng điện từ C_1 sang C_2, dòng trong cuộn dây chắc chắn biến thiên, khiến suất điện động tự cảm trên cuộn dây khác 0. Nghĩa là giữa hai bản trên của hai tụ điện còn có một độ chênh lệch điện thế. Khi độ lớn của suất điện động đó không đủ đáp ứng độ chênh lệch điện thế $U_{MN} = \varphi_N - \varphi_M$ giữa các bản tụ trên, thì một phần của U_{MN} đặt lên điôt, khiến điôt bị đóng, và sau đó hiệu điện thế đặt vào nó là toàn bộ U_{MN}.

4.16. a) Quy ước chiều dòng điện qua cuộn cảm từ M tới P là chiều dương $u_{MN} = u$.

Khi $|u_{NP}| < U_d$ thì điôt ngắt (không cho dòng đi qua), vì dòng điện qua mạch dao động biến thiên điều hoà nên điôt chỉ đóng hoặc ngắt khi $i = 0$ ở cuối giai đoạn $i \neq 0$. Sau khi đóng K :

+ Trong khoảng $0 \leq t \leq t_1$ có dòng i qua $Đ_1$:

$$u - L\frac{di}{dt} - U_d = 0 \, ; \, i = -Cu' \Rightarrow (u - U_d)'' = -\frac{1}{LC}(u - U_d) \qquad (1)$$

Đặt $\omega = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$. Nghiệm của phương trình (1) có dạng : $u_1 = U_d + A\cos(\omega t + \varphi_1)$.

Thời điểm $t_0 = 0$, $i_1 = 0$, $u_1(0) = U_0 \Rightarrow \varphi_1 = 0$, $A = U_0 - U_d$.

Lúc $t = t_1$, $i_1 = -Cu_1' = 0 \Rightarrow t_1 = \pi\sqrt{LC} = \dfrac{\pi}{\omega}$

$$0 \leq t \leq t_1 = \frac{\pi}{\omega}, \; u_1 = U_d + (U_0 - U_d)\cos\omega t \qquad (2)$$

+ Trong khoảng $t_1 = \dfrac{\pi}{\omega} \leq t \leq t_2$ thì dòng điện đổi chiều và chỉ qua $Đ_2$.

Khi đó : $$u + L\frac{di}{dt} + U_d = 0 \, ; \, i = Cu' \Rightarrow (u + U_d)'' = \frac{1}{LC}(u + U_d) \qquad (3)$$

Nghiệm của phương trình (3) có dạng : $u_2 = -U_d + B\cos(\omega t + \varphi_2)$.

Thời điểm $t_1 = \dfrac{\pi}{\omega}$, $i_2 = Cu_2' = 0$, $u_2(t_1) = u_1(t_1) = U_{2(t_1)} = 2U_d - U_0$, $|U_{2(t_1)}| > U_d$

$$\Rightarrow \varphi_2 = -\pi, \; B = -U_0 + 3U_d, \; u_2 = -U_d + (U_0 - 3U_d)\cos\omega t \qquad (4)$$

Lúc $t = t_2$, $i_2 = Cu_2' = 0 \Rightarrow t_2 = 2\pi\sqrt{LC} = 2\dfrac{\pi}{\omega} \Rightarrow t_2 = 2\dfrac{\pi}{\omega}$.

+ Trong khoảng $t_2 = \dfrac{\pi}{\omega} \leq t \leq t_3$ thì dòng điện đổi chiều và chỉ qua $Đ_1$.

Tương tự, ta có : $$u - L\frac{di}{dt} - U_d = 0, \; i = -Cu' \Rightarrow (u - U_d)'' = -\frac{1}{LC}(u - U_d)$$

Nghiệm : $$u_3 = U_d + C\cos(\omega t + \varphi_3)$$

Lúc $t_2 = 2\dfrac{\pi}{\omega}$, $i_3 = -Cu_3' = 0$, $u_{3(t_2)} = u_{2(t_2)} = U_{3(t_2)} = U_0 - 4U_d$, $|U_{3(t_2)}| > U_d$

$$\Rightarrow \varphi_3 = 0, \; C = U_0 - 5U_d, \; u_3 = U_d + (U_0 - 5U_d)\cos\omega t \qquad (5)$$

Lúc $t = t_3$: $$i_3 = -Cu_3' = 0 \Rightarrow t_3 = 3\pi\sqrt{LC} = 3\frac{\pi}{\omega} \Rightarrow t_3 = 3\frac{\pi}{\omega}$$

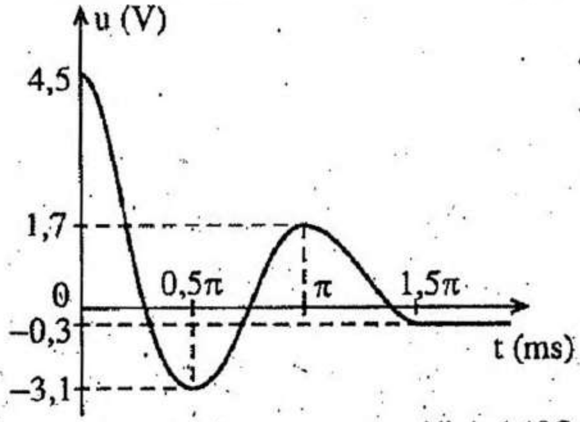
Ở thời điểm $t_3 = 3\dfrac{\pi}{\omega}$, $u_{3(t_3)} = u_{4(t_3)} = U_{4(t_3)} = -U_0 + 6U_d = -kU_d$, $|U_{4(t_3)}| < U_d$, vì vậy $Đ_1$ ngắt ($Đ_2$ đã ngắt từ thời điểm t_2).

Thành thử khi $t > t_3 = 3\dfrac{\pi}{\omega}$ thì cả hai điôt đều ngắt.

Lúc đó $u = -kU_d = \text{const}$

b) Đồ thị u(t) được vẽ như hình 4.12G.

Chú ý : Khi chấm cần chú ý đến các giá trị tính số cụ thể như trên hình 4.12G. Dạng đường cong có thể vẽ phác.



Hình 4.12G

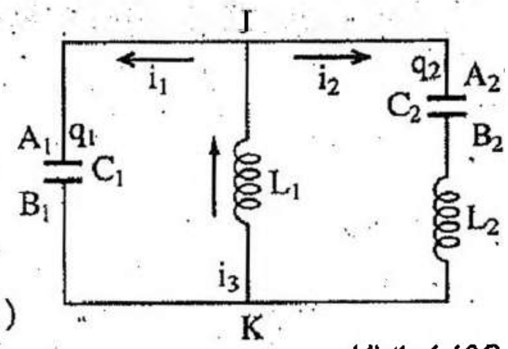
4.17. 1. Chọn chiều dương của các dòng điện như hình 4.13G, ta có :

$$i_2 = \frac{dq_2}{dt} = q_2' \; ; \; i_1 = \frac{dq_1}{dt} = q_1'$$

Ở nút J ta có : $i_3 = i_1 + i_2$.

Xét mạch kín JA_1B_1KJ và JA_2B_2KJ :

$$-\frac{q_1}{C_1} - L_1(i_1' + i_2') = 0 \text{ hay } i_1'' + i_2'' + \frac{i_1}{L_1C_1} = 0 \quad (1)$$



Hình 4.13G

$$-L_2 i_2' - \frac{q_2}{C_2} - L_1(i_1' + i_2') = 0,$$

$$L_1 i_1'' + (L_1 + L_2) i_2'' + \frac{i_2}{C_2} = 0 \qquad (2)$$

Hệ phương trình này mô tả sự biến thiên của i_1 và i_2 theo thời gian.

2. Đặt : $i_1 = A\cos(\omega t + \varphi_1)$; $i_2 = B\cos(\omega t + \varphi_2)$, trong đó A và B là các hằng số.

Khi đó (1) và (2) cho :
$$\begin{cases} L_1C_2\omega^2 A + [(L_1 + L_2)C_2\omega^2 - 1]B = 0 & (3) \\ (L_1C_1\omega^2 - 1)A + L_1C_1\omega^2 B = 0 & (4) \end{cases}$$

Để hệ cho nghiệm không tầm thường, ta có :

$$(L_1L_2C_1C_2)\omega^4 - [L_1(C_1 + C_2) + L_2C_2]\omega^2 + 1 = 0 \qquad (5)$$

Giải (5), ta có : $\omega^2 = \dfrac{L_1(C_1 + C_2) + L_2C_2 \pm \sqrt{\Delta}}{2L_1L_2C_1C_2}$,

trong đó : $\Delta = L_1^2C_1^2 + (L_1 - L_2)^2C_2^2 + 2L_1C_1C_2(L_1 + L_2) > 0$

tức là có hai giá trị khả dĩ của tần số góc :

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{L_1(C_1 + C_2) + L_2C_2 - \sqrt{\Delta}}{2L_1L_2C_1C_2}} \quad (6)$$

và

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{L_1(C_1 + C_2) + L_2C_2 + \sqrt{\Delta}}{2L_1L_2C_1C_2}} \quad (7)$$

3. a) Trong trường hợp $L_1 = L_2 = L$ và $C_2 = 2C_1 = 2C$ thì $\omega_1 = \sqrt{\frac{1}{2LC}}$ và $\omega_2 = \sqrt{\frac{2}{LC}}$

Với ω_1 thì : $\frac{i_1}{i_2} = \frac{A}{B} = \frac{LC\omega_1^2}{1 - LC\omega_1^2} = 1 > 0 \Rightarrow i_1, i_2$ biến thiên cùng pha.

Với ω_2 thì : $\frac{i_1}{i_2} = \frac{A}{B} = \frac{LC\omega_2^2}{1 - LC\omega_2^2} = -2 < 0 \Rightarrow i_1, i_2$ biến thiên ngược pha.

b) Hệ (1) và (2) là tuyến tính, nên có thể viết (chọn gốc thời gian để $\varphi = 0$ là phù hợp với điều kiện ban đầu)

$$q_1 = A_1\cos\omega_1 t + A_2\cos\omega_2 t \quad (8)$$

$$q_2 = B_1\cos\omega_1 t + B_2\cos\omega_2 t \quad (9)$$

với : $\frac{A_1}{B_1} = 1$ và $\frac{A_2}{B_2} = -2$

Điều kiện ban đầu : $q_1(0) = Q_0$; $q_1'(0) = 0$ và $q_2(0) = 0$; $q_2'(0) = 0$.

Do đó : $A_1 + A_2 = Q_0$ và $B_1 + B_2 = 0$.

Từ đó có : $B_1 = -B_2 = \frac{1}{3}Q_0$; $A_1 = \frac{1}{3}Q_0$; $A_2 = \frac{2}{3}Q_0$.

Suy ra :

$$q_1 = \frac{Q_0}{3}\left[\cos\left(\frac{1}{\sqrt{2LC}}t\right) + 2\cos\left(\sqrt{\frac{2}{LC}}t\right)\right]$$

$$q_2 = \frac{Q_0}{3}\left[\cos\left(\frac{1}{\sqrt{2LC}}t\right) - \cos\left(\sqrt{\frac{2}{LC}}t\right)\right]$$

4.18. a) Vì đường sức từ không ra ngoài lõi sắt nên từ thông qua mỗi vòng dây đều như nhau. Các điện áp trên các đoạn dây tỉ lệ với số vòng dây, do đó cũng tỉ lệ với chiều dài ống dây :

$$u_{AM} + u_{MB} = U_0\sin\omega t \; ; \; u_{AM} = 1{,}5u_{MB}$$

Suy ra : $u_{AM} = 0,6U_0\sin\omega t$, $u_{MB} = 0,4U_0\sin\omega t$.

Dòng qua tụ điện là : $i_C = 0,4U_0\omega C\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = 0,4U_0\omega C\cos\omega t$.

Độ tự cảm của các phần ống dây AM, BM lần lượt là 0,6L ; 0,4L.

Từ trường B trong lõi thép là tổng hợp từ trường do dòng điện chạy trong cả hai phần cuộn dây gây ra.

Gọi cường độ dòng qua BM là i_1, thì cường độ dòng điện qua AM là $i = i_1 + i_C$.

$$\phi = 0,6L(i_1 + i_C) + 0,4Li_1 = Li_1 + 0,6Li_C$$

$$\frac{d\phi}{dt} = \left(L\frac{di_1}{dt} + 0,6L\frac{di_C}{dt}\right) = U_0\sin\omega t$$

$$L\frac{di_1}{dt} = U_0\sin\omega t + 0,24U_0LC\omega^2\sin\omega t$$

$$i_1 = -\frac{U_0}{\omega L}(1 + 0,24\omega^2LC)\cos\omega t, \text{ hoặc } i_1 = \frac{U_0}{\omega L}(1 + 0,24\omega^2LC)\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

b) Nếu thay tụ bởi R : $i_R = \frac{0,04U_0}{R}\sin\omega t$.

Tương tự như trên : $\phi = Li_1 + 0,6Li_R$

$$\frac{d\phi}{dt} = \left(L\frac{di_1}{dt} + 0,6L\frac{di_R}{dt}\right) = U_0\sin\omega t$$

$$L\frac{di_1}{dt} = U_0\sin\omega t - 0,24\frac{U_0L\omega}{R}\cos\omega t$$

$$i_1 = -\frac{U_0}{\omega L}\cos\omega t - 0,24\frac{U_0}{R}\sin\omega t = a\cos\omega t + b\sin\omega t$$

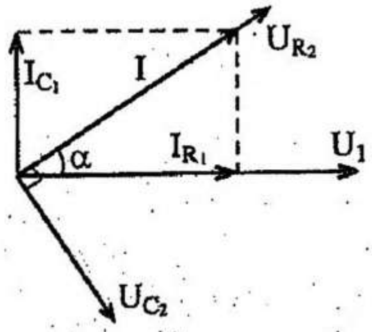
Đặt $\frac{b}{a} = \tan\varphi$; $a = \sqrt{a^2 + b^2}\cos\varphi$; $b = \sqrt{a^2 + b^2}\sin\varphi$;

$$i_1 = \sqrt{a^2 + b^2}(\cos\varphi\cos\omega t + \sin\varphi\sin\omega t) = \sqrt{a^2 + b^2}\cos(\omega t - \varphi)$$

Suy ra : $I_{01} = \sqrt{a^2 + b^2} \Rightarrow I_1 = \frac{I_{01}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}} = U_0\sqrt{\frac{1}{2(\omega L)^2} + \frac{0,0576}{2R^2}}$

(Hoặc $I_1^2 = \frac{1}{T}\int_0^T (a\cos\omega t + b\sin\omega t)^2\,dt = \frac{a^2 + b^2}{2}$; $I_1 = U_0\sqrt{\frac{1}{2(\omega L)^2} + \frac{0,0576}{2R^2}}$)

4.19. a) Vẽ giản đồ vectơ (Hình 4.14G).



Hình 4.14G

Dòng qua R_2, C_2 là :

$$I = \sqrt{\left(\frac{U_1}{R_1}\right)^2 + \left(\frac{U_1}{Z_{C_1}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{U_1}{R}\right)^2 + \left(\frac{U_1}{Z_C}\right)^2},$$

$\vec{I}$ có phương trùng với phương của $\vec{U}_{R_2}$.

$$\vec{U} = \vec{U}_1 + \vec{U}_{R_2} + \vec{U}_{C_2}.$$

Chiếu $\vec{U}$ lên phương $\vec{U}_1$ và phương vuông góc với $\vec{U}_1$: $I_{R_1} = I\cos\alpha$, $I_{C_1} = i\sin\alpha$;

$$Z_{C_1} = 2Z_{C_2} = Z_C$$

$$U_x = U_1 + U_{R_2}\cos\alpha + U_{C_2}\sin\alpha = U_1 + 2RI\frac{I_{R_1}}{I} + \frac{1}{2}Z_C I\frac{I_{C_1}}{I} = \frac{7}{2}U_1$$

$$U_y = U_{R_2}\sin\alpha - U_{C_2}\cos\alpha = 2IR\sin\alpha - \frac{1}{2}Z_C I\cos\alpha$$

$$= \frac{2I_{R_1}}{\cos\alpha}R\sin\alpha - \frac{I_{C_1}}{2\sin\alpha}Z_C\cos\alpha = U_1(2\tan\alpha - \frac{1}{2}\cot\alpha)$$

$$U = \frac{U_0}{\sqrt{2}} = \sqrt{U_x^2 + U_y^2} = U_1\sqrt{\frac{49}{4} + (2\tan\alpha - \frac{1}{2}\cot\alpha)^2}$$

$$U_1 = \frac{U_0}{\sqrt{\frac{49}{2} + (8\tan\alpha - 2\cot\alpha)^2}}$$

U_1 max khi $4\tan\alpha = \cot\alpha \Rightarrow \tan\alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow U_{1max} = \frac{U_0\sqrt{2}}{7}$

b) $$U_{R_2} = 2IR = \frac{2RI_{R_1}}{\cos\alpha} = 2RI_{R_1}\sqrt{1 + \tan^2\alpha}$$

$$= 2U_{1max}\sqrt{1 + \tan^2\alpha} = \frac{\sqrt{10}}{7}U_0 \approx 0{,}45\,U_0$$

Chương II
QUANG HỌC

CHỦ ĐỀ 5

5.1. Ta có : $\frac{1}{d}+\frac{1}{d'}=\frac{1}{f} \Rightarrow d'=\frac{df}{d-f}$ và $k=-\frac{d'}{d} \Rightarrow k=\frac{f}{f-d}$.

Ứng với hai vị trí của vật, tức với hai giá trị d_1, d_2 ta được :

$$\Delta d = d_2 - d_1,\ \Delta d' = d'_2 - d'_1 = \frac{d_2 f}{d_2 - f} - \frac{d_1 f}{d_1 - f}$$

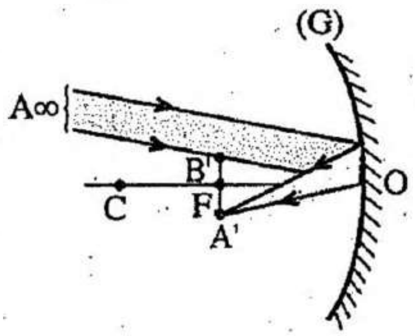
$$\Delta d' = f\left[\frac{d_2.(d_1 - f) - d_1.(d_2 - f)}{(d_2 - f)(d_1 - f)}\right] = \frac{f^2(d_1 - d_2)}{(d_2 - f)(d_1 - f)}$$

$$\Delta d' = -\Delta d \frac{f}{f - d_1}.\frac{f}{f - d_2} \text{ hay } \frac{\Delta d'}{\Delta d} = -k_1.k_2$$

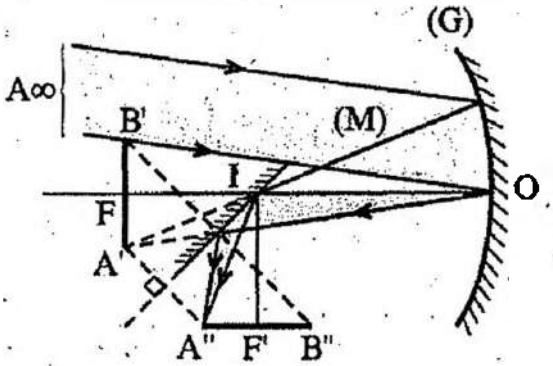
Vì hai ảnh đều là thật cả ($k_1 < 0$, $k_2 < 0$) nên $k_1.k_2 > 0$ và $\Delta d'$ luôn luôn trái dấu với Δd, tức là khi d giảm, thì d' tăng và ngược lại.
(Cách chứng minh này cũng áp dụng được cho trường hợp hai ảnh đều là ảnh ảo, nhưng không áp dụng được cho trường hợp hai ảnh có bản chất khác nhau).

5.2. a) Mặt Trăng là vật sáng ở vô cực, ảnh của nó hiện ra *ở tiêu diện* của gương cầu.
Đường đi của chùm tia song song từ một điểm ở vành ngoài của Mặt Trăng tới gương và phản xạ tạo ảnh được cho bởi hình 5.1G. Đường kính của ảnh là :

$$D = A'B' = 2\tan\frac{\alpha}{2} = f\alpha = \frac{R}{2}\alpha = \frac{2}{2}.33.3.10^{-4}\text{ m} \approx 0,01\text{ m} = 1\text{ cm}.$$



Hình 5.1G



Hình 5.2G

b) Ảnh sau cùng (tức là ảnh tạo bởi gương phẳng) là ảnh thật. Vậy gương phẳng được đặt trong khoảng giữa đỉnh và tiêu diện của gương cầu. Ta có đường đi của một chùm tia sáng tạo ảnh như hình 5.2G.

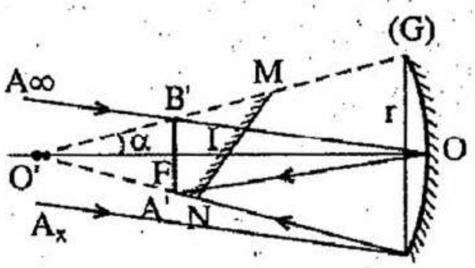
Do tính đối xứng giữa ảnh và vật qua gương phẳng, ta có : IF = IF' = 12 cm.

Vậy : $$OI = OF - IF = \frac{R}{2} - IF = 88 \text{ cm}.$$

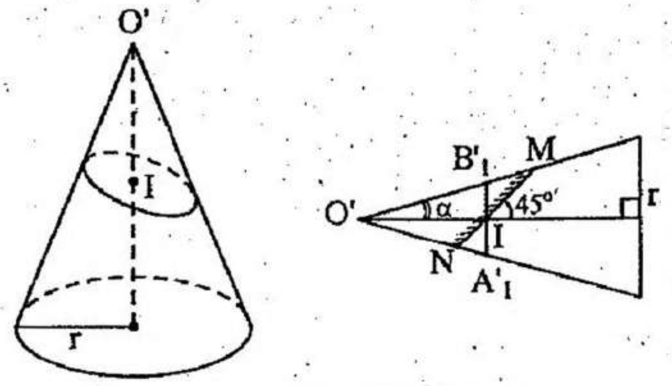
c) Chùm tia phản xạ từ mặt gương cầu tạo thành một hình nón giới hạn bởi các tia phản xạ trên rìa gương cầu. Ta có vị trí của đỉnh O' hình nón xác định bởi (Hình 5.3G).

$$\frac{2r}{D} = \frac{O'F + FO}{O'F} = 1 + \frac{f}{O'F}$$

$$\Rightarrow \quad O'F = \frac{f}{\frac{2r}{D} - 1} = \frac{100}{20 - 1} \approx 5{,}3 \text{ cm}$$



Hình 5.3G



Hình 5.4G

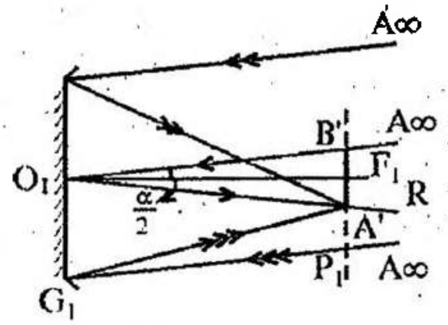
Dạng và kích thước của gương phẳng phải tìm là phần giao của hình nón đỉnh O' nói trên với mặt phẳng của gương phẳng. Đó là một elip (Hình 5.4G).

Ta có : $$\tan\alpha = \frac{B'F}{O'F} = \frac{0{,}5}{5{,}3} \approx 0{,}094 \Rightarrow \alpha = 5^o23'.$$

Vận dụng định lí hàm sin ta có thể tính được trục lớn của elip là MN = 4,65 cm. Muốn gương có thể chắn được hết chùm tia phản xạ từ gương cầu, nó phải có đường kính là 4,65 cm.

5.3. 1. Đầu đường kính A của Mặt Trăng ở xa vô cùng, ảnh A' của nó phải nằm trong mặt phẳng tiêu P_1 của gương G_1 (Hình 5.5G).

Tia sáng AO_1 đi từ A tới đỉnh O_1 của G_1 dưới góc $\frac{\alpha}{2}$, vậy tia phản xạ của nó cũng làm với trục chính của gương một góc bằng $\frac{\alpha}{2}$.



Hình 5.5G

Vậy để vẽ ảnh A', chỉ cần vẽ tia O_1R làm với trục chính một góc bằng $\frac{\alpha}{2}$; giao điểm A' của OR với mặt phẳng P_1, chính là ảnh của A. Ảnh của B' của đầu kia, B, của đường kính AB của Mặt Trăng là điểm đối xứng với A' qua F_1.

Ta có : $$F_1A' = f_1\tan\frac{\alpha}{2} \approx f_1\frac{\alpha}{2} \text{ và } A'B' = 2.F_1A' = 2f_1\frac{\alpha}{2} = f_1\alpha.$$

Với f = 1,2 m = 120 cm, $\alpha = 30' = 0{,}5^o$, ta được A'B' = 1,03 cm.

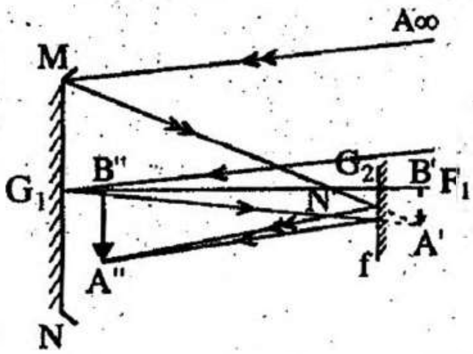
2. A'B' là vật ảo đối với G_2 và qua G_2 phải cho một ảnh thật A"B" (Hình 5.6G).

a) Để ảnh lớn gấp 5 lần, phải thoả mãn điều kiện :

$$k = -\frac{d'}{d} = +5 \text{ do đó } d' = -5d.$$

Áp dụng công thức cho G_2 :

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{-5d} = \frac{1}{f_2} = \frac{1}{-22{,}5} \Rightarrow d = -18 \text{ cm}.$$



Hình 5.6G

Vậy, khoảng cách giữa hai gương là : l = 102 cm.

b) Để ảnh ở đúng lỗ T, phải thoả mãn điều kiện : $d' - d = f_1 = 120$ cm suy ra $d' = 120 + d$.

Do đó : $$\frac{1}{d} + \frac{1}{120+d} = -\frac{1}{22{,}5} \Rightarrow d^2 + 165d + 2700 = 0.$$

Phương trình này có hai nghiệm âm : $d_1 \approx -18{,}4$ cm ; $d_2 \approx -145{,}6$ cm.

d_2 thoả mãn điều kiện $d_2 < 0$, nhưng lại có trị tuyệt đối lớn hơn f_2, nên không chấp nhận được.

Do đó : $$d = -18{,}4 \text{ cm và } l = f_2 + d = 120 - 18{,}4 = 101{,}6 \text{ cm}.$$

$$\Delta l = 0{,}4 \text{ cm}$$

Vậy : "Phải dịch chuyển G_2 chừng 0,4 cm lại gần G_1"

$$A"B" = A'B'\frac{d'}{d} = 1{,}03.\frac{101{,}6}{18{,}4} = 5{,}687 \text{ hay } A"B" \approx 5{,}7 \text{ cm}.$$

Vậy : "Lỗ T phải có đường kính tối thiểu là $D_T = 5{,}7$ cm".

Gương G_2 phải chặn được toàn bộ chùm sáng từ hai đầu đường kính AB của Mặt Trăng phản xạ trên G_1. Gọi MN là đường kính của G_1 và I là điểm tới G_2 của tia sáng phản xạ tại N trên G_1. Hình 5.6G cho thấy rằng gương G_2 phải có đường kính tối thiểu bằng M'N'.

$$M'N' = MN.\frac{d}{d'} = 40.\frac{18,4}{101,6} \approx 7,2 \text{ cm và } N'I = F_1A'.\frac{d'}{d'+|d|} = F_1A'.\frac{101,6}{120}$$

$$2N'I = 2.F_1A'.\frac{101,6}{120} = A'B'.0,8466$$

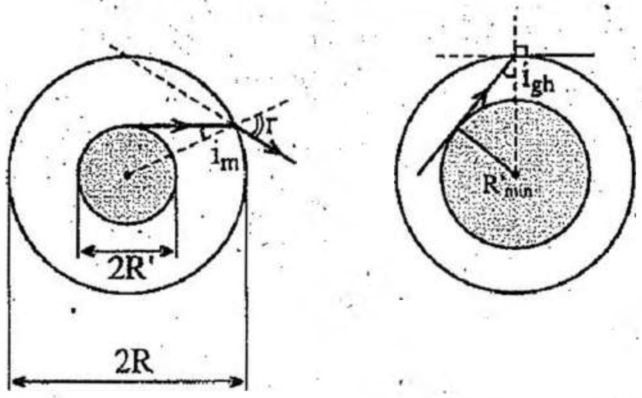
$$2N'I \approx 1,03.0,85 \approx 0,872 \text{ cm}$$

Vậy, gương G_2 phải có đường kính tối thiểu là : $Đ_{Gmin} = 7,2 + 0,87$ cm $= 8,07$ hay $Đ_G \geq 8,1$ cm.

5.4. a) Các tia sáng từ mặt ngoài của cột thuỷ ngân bị khúc xạ khi truyền ra không khí.

Hình 5.7G vẽ trong một mặt phẳng vuông góc với trục ống.

Theo một hướng nhìn của mắt, luôn luôn có một điểm trên mặt ngoài của cột thuỷ ngân cho tia tới có góc tới lớn nhất i_m. Tia này tạo ảo giác về bề dày của cột thuỷ ngân.



Hình 5.7G

Ta có : $\sin i_m = \frac{R'}{R}$.

Muốn cho mắt nhìn thấy thuỷ ngân chiếm trọn ống, phải có tia tới từ mặt thuỷ ngân mà tia khúc xạ tiếp xúc với mặt ngoài của ống nghĩa là ứng với góc khúc xạ $r = 90^o$.

Suy ra góc tới tương ứng là i_{gh}, với $\sin i_{gh} = \frac{1}{n}$.

Điều kiện của bài được thoả mãn nếu : $i_m \geq i_{gh} \Rightarrow \frac{R'}{R} \geq \frac{1}{n}$ hay $R' \geq \frac{R}{n}$.

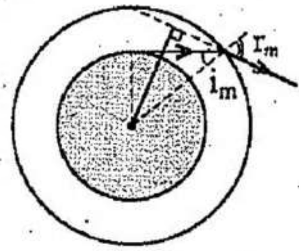
Vậy giá trị nhỏ nhất của đường kính cột thuỷ ngân phải tìm là :

$$d'_{min} = 2R'_{min} = \frac{2R}{n} = \frac{4}{3}R$$

b) Trong trường hợp $R' = \frac{R}{2}$ ta có (Hình 5.8G) :

$$\sin i_m = \frac{R'}{R} = \frac{1}{2}$$

Suy ra : $\sin r_m = n\sin i_m = \frac{3}{4}$.

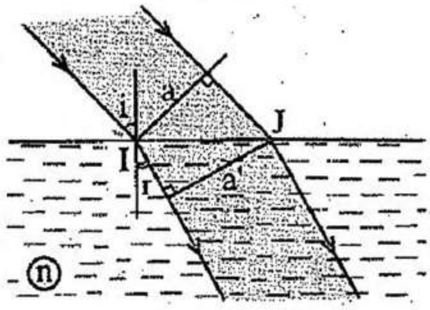


Hình 5.8G

Bề dày biểu kiến của cột thuỷ ngân : $d'' = 2R\sin r_m = \frac{3R}{2}$.

5.5. a) Ta có : $a = IJ.\cos i$, $a' = IJ.\cos r$ (Hình 5.9G). Suy ra :

$$a' = \frac{\cos r}{\cos i}.a = \frac{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}{n.\cos i}.a = \frac{\sqrt{\frac{9}{4} - \frac{2}{4}}}{\frac{3}{2}.\frac{\sqrt{2}}{2}}.10$$

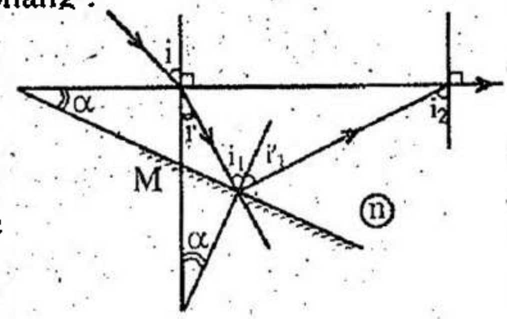


Hình 5.9G

Vậy : $a' = \frac{\sqrt{14}}{3}.10$ mm $\approx 12{,}5$ mm.

b) Ta xét hai trường hợp tùy theo hướng của gương phẳng :

* *Trường hợp 1* : (Hình 5.10G).



Hình 5.10G

Ta có : $\sin i_{gh} = \frac{1}{n'} = \frac{2}{3} \Rightarrow i_{gh} \approx 42^o$

Để chùm tia phản xạ trên gương không ló ra được không khí, phải có điều kiện sau :

$$i_2 \geq i_{gh} \Rightarrow i_1 + \alpha \geq i_{gh} \Rightarrow r + 2\alpha \geq i_{gh} \Rightarrow 2\alpha \geq i_{gh} - r$$

Do đó : $2\alpha_{min} = i_{gh} - r$

Suy ra : $\cos 2\alpha_{min} = 1 - 2\sin^2\alpha_{min} = \cos(i_{gh} - r) \Rightarrow 2\sin^2\alpha_{min} = 1 - \cos(i_{gh} - r)$

$$\Rightarrow \sin\alpha_{min} = \sqrt{\frac{1 - \cos(i_{gh} - r)}{2}}$$

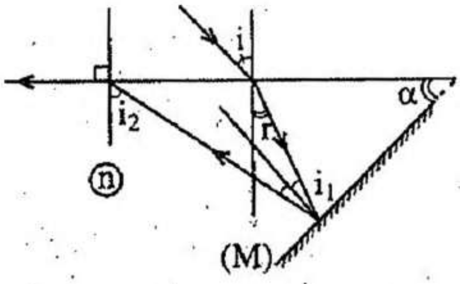
với $$\cos i_{gh} = \sqrt{1 - \sin^2 i_{gh}} = \frac{\sqrt{n'^2 - 1}}{n'} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\cos r = \sqrt{1 - \sin^2 r} = \frac{\sqrt{n'^2 - \sin^2 i}}{n'} = \frac{\sqrt{7}}{3}$$

$$\sin i_{gh} = \frac{1}{n'} = \frac{2}{3} \text{ và } \sin r = \frac{\sin i}{n'} = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

Từ đó : $\sin\alpha_{min} \approx 0{,}12$

* *Trường hợp 2* : (Hình 5.11G) :



Hình 5.11G

Lí luận tương tự trường hợp (1) ta có điều kiện $i_2 \geq i_{gh}$

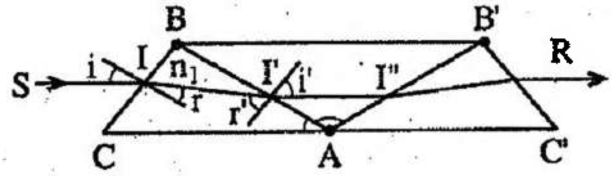
$$\Rightarrow i_1 + \alpha \geq i_{gh} \Rightarrow 2\alpha - r \geq i_{gh} \Rightarrow 2\alpha \geq i_{gh} + r$$

Do đó : $2\alpha_{min} = i_{gh} + r$.

Giá trị của α_{min} tìm thấy cho trường hợp này lớn hơn giá trị của α_{min} tìm thấy cho trường hợp đầu.

Vậy kết luận chung là : $\alpha_{min} \approx 0{,}12$.

5.6. Do lăng kính có một mặt phẳng đối xứng và tia ló lại song song với tia tới, nên tia sáng phải truyền một cách đối xứng qua lăng kính ghép, tức là bên trong lăng kính A (lăng kính flin) tia sáng I'I" phải song song với đáy BB' của lăng kính (Hình 5.12G). Do đó :



Hình 5.12G

$$i' = \frac{A}{2} = \frac{120^\circ}{2} \text{ và } \sin i' = \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0{,}8660$$

$$i = 90^\circ - \widehat{SIC} = 90^\circ - \hat{C} = 90^\circ - (180^\circ - \hat{B} - \widehat{BAC})$$

$$i = 90^\circ - 180^\circ + 100^\circ + 30^\circ = 40^\circ$$

Theo định luật khúc xạ, ta có :

$$\sin r = \frac{\sin i}{n_1} = \frac{\sin 40^\circ}{1{,}53} \approx \frac{0{,}6428}{1{,}53} = 0{,}4201 \text{ hay } r \approx 24^\circ 50'$$

Trong lăng kính ABC, với góc chiết quang B = 100° ta cũng có :

$$r + r' = B \text{ suy ra : } r' = 75^\circ 10', \sin r' = 0{,}9667$$

Áp dụng công thức định luật khúc xạ cho hai góc i' và r', ta được :

$$n_1 \sin r' = n_2 \sin i' \text{ do đó : } n_2 = n_1 \frac{\sin r'}{\sin i'}$$

Với $n_1 = 1{,}53$, sinr' = 0,9667 và sini' = 0,866, ta được :

$$n_2 = \frac{1{,}53.0{,}9667}{0{,}866} = 1{,}53.1{,}1628 = 1{,}7079 \text{ hay } n_2 \approx 1{,}708$$

5.7. Góc lệch D của một tia sáng khi qua một lăng kính có góc chiết quang A được tính theo công thức : D = i + i' – A với A = r + r'.

Ở độ lệch cực tiểu, thì $r = r' = \frac{A}{2}$ và $i = i' = \frac{D_m + A}{2}$.

Theo định luật khúc xạ sini = n.sinr.

Ta có : $$\sin \frac{D_m + A}{2} = n.\sin \frac{A}{2}$$

Theo giả thiết $D_m = \frac{A}{2}$, và đẳng thức này thành :

$$\sin \frac{1}{2}\left(\frac{A}{2} + A\right) = n.\sin \frac{A}{2} \Rightarrow \sin \frac{A}{2} \cos \frac{A}{4} + \cos \frac{A}{2}.\sin \frac{A}{4} = n.\sin \frac{A}{2}$$

$$\Rightarrow \quad 2\sin\frac{A}{4}\cos^2\frac{A}{4}+\left(2\cos^2\frac{A}{4}-1\right)\sin\frac{A}{4} = 2n.\sin\frac{A}{4}\cos\frac{A}{4}$$

$$\Rightarrow \quad 2\cos\frac{A}{2}+1 = 2n\sqrt{\frac{1+\cos\frac{A}{2}}{2}}$$

Bình phương hai vế ta được : $\left(2\cos\frac{A}{2}+1\right)^2 = 2n^2\left(1+\cos\frac{A}{2}\right)$.

Đặt $\cos\frac{A}{2} = x$, ta được phương trình bậc hai :

$$4x^2 + 4x + 1 = 2n^2(1+x) \Rightarrow 4x^2 + (4-2n^2)x - (2n^2-1) = 0$$

$$\Delta' = (2-n^2)^2 + 4(2n^2-1) = n^4 + 4n^4 = n^2(n^2+4) > 0$$

Do $\frac{A}{2}$ luôn nhỏ hơn 90^o, nên $\cos\frac{A}{2}$ luôn luôn dương và ta chỉ lấy nghiệm dương :

$$x = \cos\frac{A}{2} = \frac{n^2 - 2 + n\sqrt{n^2+4}}{4}$$

a) Với $n^2 = 2$, $n = \sqrt{2}$ ta được :

$$x = \cos\frac{A}{2} = \frac{\sqrt{2}.\sqrt{2+4}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ suy ra } \frac{A}{2} = 30^o \text{ hay } A = 60^o$$

b) Với $n = 1{,}45$, $n^2 = 2{,}1035$, $\sqrt{n^2+4} = \sqrt{6{,}1025} = 2{,}470$ ta được :

$$x = \cos\frac{A}{2} = \frac{0{,}1035 + 1{,}45.2{,}470}{4} = \frac{3{,}6843}{4} = 0{,}9211 \Rightarrow A \approx 46^o.$$

5.8. Chia quả cầu thành các lớp cầu rất mỏng bằng những mặt cầu đồng tâm với tâm quả cầu O sao cho trong mỗi lớp cầu, như lớp cầu giới hạn bởi hai mặt cầu bán kính r và r + dr chẳng hạn, chiết suất có cùng giá trị n(r), và phần tia khúc xạ trong lớp cầu đó xem như một đoạn thẳng AB. Áp dụng định luật khúc xạ ánh sáng và định lí hàm số sin trong tam giác OAB trong các lớp cầu kế tiếp từ ngoài vào trong, rút ra hệ thức :

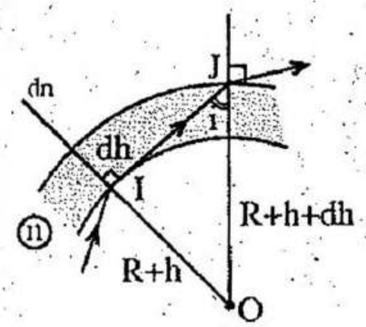
$$n_0 R\sin\varphi = n_1(r_1)r_1\sin\varphi_1 = n_2(r_2)r_2\sin\varphi_2 = n(r)r\sin\varphi_r = ... \quad (1)$$

trong đó φ_1, φ_2... là góc tới tại các lớp cầu kế tiếp (tại các mặt cầu bán kính r_1, r_2...). Theo đề bài $n_0 = 1 < n_1 < n_2$..., nên $\varphi < \varphi_1 < \varphi_2$... nghĩa là tia khúc xạ uốn cong về phía tâm O, và tới khi $\varphi_r = 90^o$ thì tia khúc xạ lại tiếp tục truyền theo hướng ngày càng xa tâm O, và do tính đối xứng, cuối cùng tia khúc xạ ló ra khỏi quả cầu với góc ló bằng góc tới φ. Tại điểm mà $\varphi_r = 90^o$ khoảng cách từ tâm) của quả cầu đến tia khúc xạ là nhỏ nhất và bằng bán kính tại đó : $d_{min} = r$ (khi $\varphi_r = 90^o$).

Theo (1) ta có : $R\sin\varphi = n(d_{min})d_{min}\sin 90^o \Rightarrow R\sin\varphi = \left(\dfrac{R+a}{d_{min}+a}\right)d_{min}$

$$\Rightarrow \quad d_{min} = \frac{aR\sin\varphi}{a + R(1-\sin\varphi)}.$$

5.9. a) Xét một lớp khí quyển bề dày dh (Hình 5.13G) O là tâm Trái Đất. Để tia sáng truyền theo đúng một vòng tròn quanh Trái Đất thì tại I, J... tia khúc xạ đi theo phương ngang (có phương vuông góc với các bán kính OI, OJ...).



Hình 5.13G

Ta có (tại J) : $n\sin i = (n + dn)\sin r$, với $r = 90^o$

$$n = n_0 - ah \,;\; dn = -adh \,;$$

$$\Rightarrow \quad \sin i = \frac{n + dn}{n} = \frac{n_0 - (h + dh)a}{n_0 - ah}$$

Mặt khác, theo hình vẽ, ta có : $\sin i = \dfrac{R + h}{R + h + dh}$.

Từ đó, ta có : $\dfrac{n_0 - (h + dh)a}{n_0 - ah} = \dfrac{R + h}{R + h + dh}$.

Bỏ qua lượng rất nhỏ $a(dh)^2$, ta rút ra :

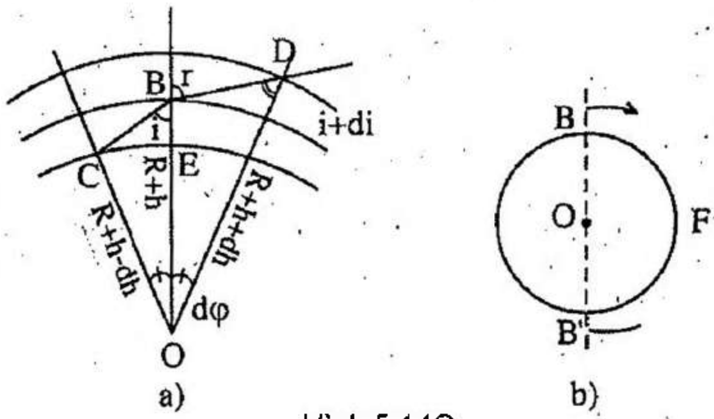
$$(n_0 - 2ah - aR)dh = 0 \Rightarrow h = \frac{1}{2}\left(\frac{n_0}{a} - R\right) = \text{const}$$

Như vậy, chiều cao h khi đó không đổi và điểm A có độ cao h_0 :

$$h_0 = h = \frac{1}{2}\left(\frac{n_0}{a} - R\right).$$

Nhận xét rằng tại điểm A chiết suất có trị số : $n = n_0 - ah_0 = \dfrac{n_0 + aR}{2}$ = (hằng số).

b) Xét hai lớp khí quyển bề dày dh ở trên và dưới điểm B có độ cao h, và CBD là đường truyền tia sáng đi trong 2 lớp góc đó ; góc tới tại B là i, góc khúc xạ là r ; còn tại D góc tới là i + di ; các góc $\widehat{COB} = \widehat{BOD} = d\varphi$. $OB = R + h$; $OC = R + h - dh$; $OD = R + h + dh$ (Hình 5.14G). Trên hình b) là vẽ phác hoạ đường truyền tia sáng phát ra từ B, phản xạ toàn phần tại F, sau đó đi qua điểm B' nằm xuyên tâm đối với B (tia này phản xạ một lần tại điểm F ở tầng cao khí quyển).



Hình 5.14G

Ta có : $n\sin i = (n + dn)\sin r = (n - a.dh)\sin r$ (1)

Mặt khác : $r = i + (di + d\varphi) \Rightarrow \sin r = \sin i\cos(di + d\varphi) + \sin(di + d\varphi)\cos i$

$$\sin r \approx \sin i + (di + d\varphi)\cos i$$

(vì $\cos(di + d\varphi) \approx 1$; $\sin(di + d\varphi) \approx (di + d\varphi)$)

Thay vào (1) và bỏ qua lượng rất nhỏ $adh(di + d\varphi)\cos i$, rút ra :

$$\tan i \approx \frac{n(di + d\varphi)}{a.dh} \quad (2)$$

Mặt khác, xét tam giác CBE, ta có : $\tan i \approx \dfrac{(R + h - dh)d\varphi}{dh} \approx \dfrac{(R + h)d\varphi}{dh}$ (3)

Từ (2) và (3) rút ra :

$$[(R + h)a - n]d\varphi = ndi = (n_0 - ah)di \Rightarrow (aR - n_0)d\varphi = n_0 di \quad (4)$$

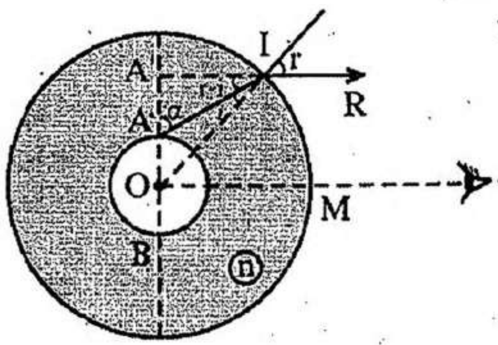
(Bỏ qua ahdi là lượng rất nhỏ so với n_0 và aR), (vì $h \ll R$)). Tại F có phản xạ toàn phần, lấy tích phân (4) ta có : $(aR - n_0)\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi = n_0 \int_{i_0}^{i_{gh}} di \approx n_{i_0} \int_{i_0}^{\frac{\pi}{2}} di$

(Do tính chất đối xứng của bài toán, khi φ tăng đến $\dfrac{\pi}{2}$ (điểm F) thì tia sáng bị phản xạ toàn phần và hơn nữa xem rằng góc phản xạ toàn phần ở trên tầng cao gần bằng $\dfrac{\pi}{2}$).

Từ đó : $$(aR - n_0)\frac{\pi}{2} = n_0\left(\frac{\pi}{2} - i_0\right) \Rightarrow i_0 = \pi\left(1 - \frac{aR}{2n_0}\right).$$

c) Ta thấy hai kết quả (a) và (b) ở trên hoàn toàn không tương thích với nhau. Thật vậy, theo (a), để $h_0 \geq 0$ phải có $aR \leq n_0$. Trong khi đó, theo (b), để $i_0 \leq \dfrac{\pi}{2}$ lại phải có $aR \geq n_0$. Như vậy, nếu thực hiện được thí nghiệm 1 thì không thực hiện được thí nghiệm 2 và ngược lại.

5.10. a) Xét một mặt phẳng tiết diện ngang P của ống, chứa tầm nhìn ngang OM của mắt (Hình 5.15G). Kí hiệu A, B là hai đầu đường kính của cột thuỷ ngân. Các tia sáng từ mọi điểm của cột thuỷ ngân tới mắt đều nằm trong mặt phẳng P và song song với nhau (theo đề bài). Tia sáng AI, xuất phát từ A đi tới thành trong của ống, ló ra ngoài ống theo phương IR, dưới góc r. Tia IR song song với OM, và vuông góc với AB tại A' ; OA' là ảnh của bán kính OA của cột thuỷ ngân, mà mắt nhìn thấy.



Hình 5.15G

Trong tam giác OAI ta có : $\frac{OA}{\sin i} = \frac{OI}{\sin\alpha} = \frac{OI}{\cos(r-i)}$ (1)

với : sinr = nsini

Số phóng đại của ảnh là :

$$\frac{d'}{d} = \frac{OA'}{OA} = \frac{OI.\sin r}{OA} = \frac{OIn\sin i}{OA} \Rightarrow k = \frac{d'}{d} = n\cos(r-i) \quad (2)$$

Từ (1) ta có :

$$OA\cos(r-i) = OI\sin i \Rightarrow \sqrt{1-\sin^2 r}\,.\sqrt{1-\sin^2 i} = n\sin^2 i - \frac{D}{d}\sin i \quad (3)$$

với $\frac{D}{d} = \frac{3,464}{2} = 1,732 = n$, thì : (3) $\Rightarrow -2n^2\sin^3 i + (2n^2+1)\sin^2 i - 1 = 0$

$$(1-\sin i)(2n^2\sin^2 i - \sin i - 1) = 0$$

Phương trình có nghiệm (chú ý sini ≠ 1) : $\frac{1}{d_2} + \frac{n}{d_2'} = \frac{1-n}{S_2O} = \frac{n-1}{R}$ và $\sin i_2 = -\frac{1}{3}$.

Loại nghiệm âm, ta có : $\sin i = \frac{1}{2} \Rightarrow i = 30^o$, và $\sin r = n\sin i = \frac{1,732}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow r = 60^o$.

Từ đó : $d' = kd = d.n\cos(r-i) = \frac{3d}{2} = 3$ mm.

b) Kí hiệu r là bán kính cột thuỷ ngân và R là bán kính ngoài của ống. Theo phương ngang, cột này tác dụng như một gương cầu lồi tiêu cự $f = -\frac{r}{2}$. Vật AB (vạch chia) đặt trước gương, cách gương một khoảng $d_1 = R - r$ và gương cho một ảnh ảo cách gương :

$$d_1' = \frac{d_1 f}{d_1 - f} = -\frac{(R-r)r}{2R-r}$$

$$d_2 = d' + (r-R) = -\frac{2R(R-r)}{2R-r}$$

$$\frac{n}{d_2'} - \frac{1}{d_3'} = \frac{n-1}{-R}$$

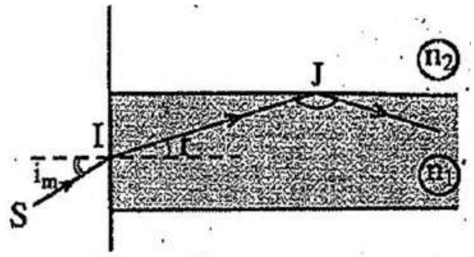
Suy ra : $d_3 = \frac{2R(r-R)}{nr-2(R-r)} = -0,5145$ mm.

Khoảng cách giữa ảnh các vạch bằng khoảng cách giữa các vạch tức là bằng 1 mm. Còn chiều ngang (độ lớn) của ảnh các vạch chia bằng : $l' = l|k_1.k_2|$, với $l = 1$ mm.

$$k_1 = \left|\frac{d_1'}{d_1}\right| = \frac{r}{2R-r}\ ;\ k_2 = n\left|\frac{d_3}{d_2}\right| = \frac{n(2R-r)}{nr+2(R-r)}$$

Suy ra : $l' = \frac{nr}{nr+2(R-r)}.1\ \text{mm} \approx 0,542$ mm.

5.11. a) Góc tới i_m lớn nhất của tia tới SI ứng với tia khúc xạ i tới mặt tiếp xúc của hai lớp thuỷ tinh dưới góc giới hạn phản xạ toàn phần i_{gh}, (Hình 5.16G).



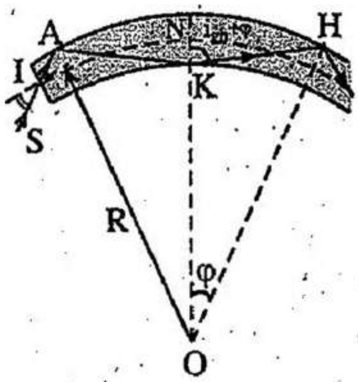
Hình 5.16G

Ta có : $r = \frac{\pi}{2} - i_{gh} \Rightarrow \cos r = \sin i_{gh} = \frac{n_2}{n_1}$.

Từ đó : $\sin i_m = n_1 \sin r = n_1\sqrt{1-\cos^2 r} = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$

$\sin i_m \approx 0{,}24413 \Rightarrow i_m \approx 14^o8'$

b) Góc tới i'_m lớn nhất bây giờ của tia tới SI là ứng với tia KH tới mép ngoài của hình vành khăn dưới góc giới hạn phản xạ toàn phần A (Hình 5.17G). Trong tam giác OKH, ta có :



Hình 5.17G

$$\frac{\sin\widehat{K}}{OH} = \frac{\sin\widehat{H}}{OK}$$

với $\widehat{K} = \widehat{NKH} = i_{gh} + \varphi$; $\widehat{H} = \widehat{KHO} = i_{gh}$

$OH = R + a$; $OK = R - a$ (với R là bán kính cung tròn mà sợi cáp uốn thành).

Từ đó : $$\frac{\sin(i_{gh}+\varphi)}{R+a} = \frac{\sin i_{gh}}{R-a} \Rightarrow \sin(i_{gh}+\varphi) = \sin i_{gh}.\frac{R+a}{R-a} = \frac{n_2}{n_1}.\frac{R+a}{R-a}.$$

Có thể xem như : $r' = \frac{\pi}{2} - (i_{gh} + \varphi)$ (vì $a \ll R$) nên :

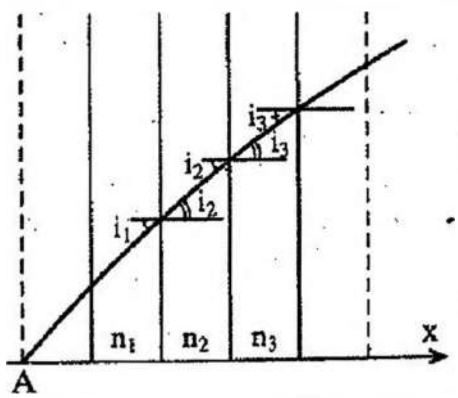
$$\cos r' = \sin(i_{gh}+\varphi) = \frac{n_2}{n_1}.\frac{R+a}{R-a}$$

Do đó ta có :

$$\sin i'_m = \sqrt{n_1^2 - n_2^2\left(\frac{R+a}{R-a}\right)^2} < \sin i_m$$

Thay số ta được : $\sin i'_m = 0{,}1558 \Rightarrow i'_m = 8^o58' \approx 9^o$.

5.12. a) Chia bản thành các lớp rất mỏng bằng các mặt phẳng vuông góc với trục Ax, sao cho chiết suất trong mỗi lớp hầu như không đổi và bằng n_1, n_2, n_3... (Hình 5.18G) do đó phần tia sáng truyền trong mỗi lớp được xem như đoạn thẳng. Áp dụng định luật khúc xạ ta có :



Hình 5.18G

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{n_2}{n_1} ; \frac{\sin i_2}{\sin i_3} = \frac{n_3}{n_2} ; ...$$

Nghĩa là $n_1\sin i_1 = n_2\sin i_2 = n_3\sin i_3 = ... = k$ (hằng số) hay $n_x\sin i_x = k$.

Tại A, ta có : $i_x = 90^o$; $n_x = n_A$.

Vậy $k = n_A$. Từ đó ta có : $\sin i_x = \frac{k}{n_x} = \frac{n_A}{n_x} = 1 - \frac{x}{R}$. (1)

Tại B thì (1) cho ta : $\sin i_B = \frac{n_A}{n_B}$.

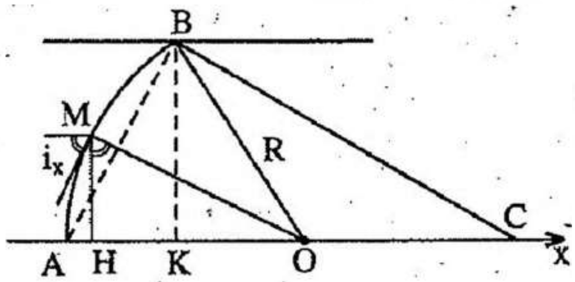
Mặt khác, tại B ánh sáng từ bản (lớp môi trường có chiết suất n_B) với góc tới bằng $90^o - i_B$, ra không khí với góc khúc xạ α. Vì vậy ta có $n_B\cos i_B = \sin\alpha$.

$$\Rightarrow \quad \sin\alpha = n_B\sqrt{1 - \sin^2_B} = n_B\sqrt{1 - \frac{n_A^2}{n_B^2}} \qquad (2)$$

Từ (2) ta có : $n_B^2 = n_A^2 + \sin^2\alpha$. Thay số ta được : $n_B = 1{,}646$.

b) Theo (1), ta có : $\frac{n_A}{n_B} = 1 - \frac{x_B}{R} \Rightarrow x_B = \frac{R(n_B - n_A)}{n_B} = 1{,}49$ cm.

c) Nếu lấy điểm O trên trục Ax với AO = R và vẽ cung tròn bán kính R ta có thể chứng minh rằng cung AB chính là đường truyền của tia sáng trong bản. Thật vật, xét điểm M trên cung AB có hoành độ x = AH, góc hợp bởi tiếp tuyến tại M và đường song song với Ax chính là góc i_x ở hình 5.19G.



Hình 5.19G

Từ hình 5.19G, ta có :

$$\sin i_x = \sin\widehat{OMH} = \frac{R - x}{R} = 1 - \frac{x}{R}.$$

Ta thấy đó chính là hệ thức (1), nghĩa là điểm M nằm trên tia sáng truyền trong bản. Vì M là điểm bất kì của cung AB, nên có thể kết luận là cung AB chính là đường truyền của tia sáng trong bản. Xét điểm C trên Ax với AC = 2R (Hình 5.19G) thì tam giác ABC vuông tại B. Kẻ BK ⊥ AC, ta có :

$$\overline{BK}^2 = \overline{AK}.\overline{KC} \Rightarrow d^2 = x_B(2R - x_B) \Rightarrow d = 5{,}25 \text{ cm}.$$

5.13. a) Có thể coi ánh sáng đi qua mặt cầu khúc xạ (lưỡng chất cầu không khí – thuỷ tinh), rồi lưỡng chất phẳng thuỷ tinh – nước. Áp dụng công thức mặt cầu khúc xạ, với lưỡng chất cầu không khí – thuỷ tinh ta có : $s' = \frac{n_1R}{n_1 - 1} = 120$ cm.

Với lưỡng chất phẳng thuỷ tinh – nước và thấu kính mỏng, ta có :

$$\frac{OM}{s'} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow OM = \frac{n_2}{n_1}.\frac{n_1R}{n_1 - 1} = \frac{n_2R}{n_1 - 1} = 106,4 \text{ cm}.$$

b) Trường hợp mặt phẳng thuỷ tinh tiếp xúc với không khí thì trước tiên chùm sáng đi qua lưỡng chất phẳng không khí – thuỷ tinh và vẫn là chùm song song đến gặp lưỡng chất cầu thuỷ tinh – nước, sau đó nó hội tụ tại M'.

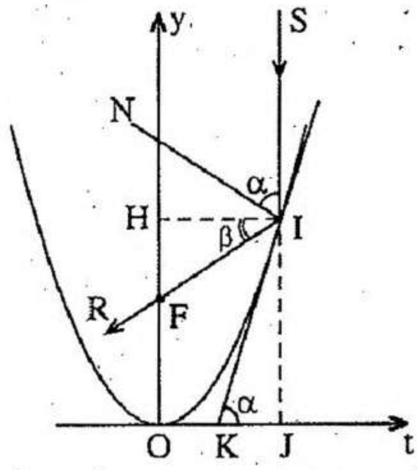
Ta có : $\overline{OC} = -R = -40\text{cm}, n = n_1 = 1,5, n' = n_2 = 1,33, s = \infty$,

suy ra : $s' = \dfrac{-Rn_2}{n_2 - n_1} = 313 \text{ cm} = OM'$.

c) $OM = \dfrac{n_3R}{n_1 - 1} = 128 \text{ cm} \Rightarrow n_3 = 1,6$.

d) Với ánh sáng có bước sóng lớn hơn, chiết suất n_1 giảm nên n_3 cũng giảm.

5.14. Trước tiên ta nhận xét rằng tiết diện của gương trong một mặt phẳng bất kì chứa trục Oy đều là một đường parabol, hơn nữa pháp tuyến với gương tại điểm bất kì của gương đều cắt trục Oy. Xét một tia tới bất kì SI của chùm tia song song với trục Oy. Trong mặt phẳng Oyt chứa tia này và trục Oy, tiết diện của gương là một đường parabol có phương trình $y = at^2$, như trên hình 5.20G. Vì pháp tuyến IN với gương cắt trục Oy, nên mặt phẳng Oyt là mặt phẳng tới, do đó, tia phản xạ IR nằm trong mặt phẳng Oyt, cắt trục Oy tại điểm F. Từ hình vẽ ta có :



Hình 5.20G

$$FH = IH \tan\beta = IH\tan(2\alpha - 90^o) = -\frac{IH}{\tan 2\alpha}$$

(α là góc tới). Kí hiệu y, t là toạ độ của điểm I trong hệ toạ độ Oyt, ta có :

$$OF = OH - HF \Rightarrow OF = y + \frac{t}{\tan 2\alpha}$$

Mặt khác tiếp tuyến IK với parabol tại I hợp với trục Ot góc α, do đó $\tan\alpha = \dfrac{dy}{dt} = 2at$.

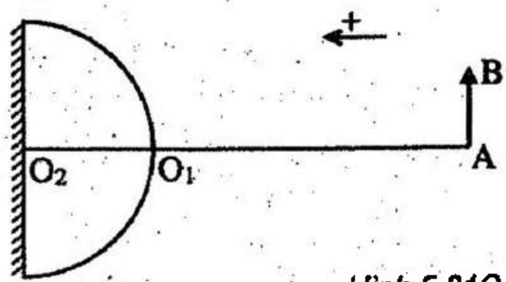
Từ đó ta có : $OF = at^2 + \dfrac{t(1 - \tan^2\alpha)}{2\tan\alpha} = \dfrac{1}{4a}$ = hằng số.

Điều đó chứng tỏ OF không phụ thuộc vào t, tức là vào vị trí điểm I, nghĩa là mọi tia tới bất kì SI đều cho tia phản xạ IR đi qua một điểm F cố định trên trục Oy, với $OF = \dfrac{1}{4a}$. Nói cách khác, chùm tia sáng tới gương song song với trục Oy sẽ cho chùm tia phản xạ tương ứng hội tụ tại điểm F trên trục Oy, với $OF = \dfrac{1}{4a}$.

5.15. Coi bán cầu là một hệ quang gồm một mặt cầu khúc xạ và một gương phẳng (Hình 5.21G).

Sơ đồ tạo ảnh : $AB \xrightarrow{\text{Mặt cầu}} A_1B_1 \xrightarrow{G} A_2B_2 \xrightarrow{\text{Mặt cầu}} A_3B_3$

Quy ước chiều dương là chiều truyền ánh sáng từ vật AB đến bán cầu.



Hình 5.21G

Xác định ảnh A_1B_1 của AB với $n = 1$, $n' = n$,

$s_1 = -2R$: $s_1' = \overline{O_1A_1} = \dfrac{2nR}{2n-3}$.

Số phóng đại ; $\beta_1 = \dfrac{s_1'}{ns_1} = \dfrac{n}{n(3-2n)} = \dfrac{1}{3-2n}$.

Ảnh A_2B_2 tạo bởi gương phẳng : $s_2' = -s_2$, với $s_2 = \overline{O_2A_1} = \overline{O_2O_1} + \overline{O_1A_1} = \dfrac{3R}{2n-3}$

Suy ra : $s_2' = \overline{O_2A_2} = -\dfrac{3R}{2n-3}$. Số phóng đại : $\beta_2 = 1$.

Ảnh A_3B_3 của A_2B_2 tạo bởi mặt cầu khúc xạ :

$$n = n,\ n' = 1,\ s_3 = \overline{O_1A_2} = \overline{O_1O_2} + \overline{O_2A_2} = R - \frac{3R}{2n-3} = \frac{2R(n-3)}{2n-3},$$

suy ra : $$s_3' = \overline{O_1A_3} = \frac{2R(n-3)}{5n-6}$$

Số phóng đại : $$\beta_3 = \frac{n.s_3'}{s_3} = \frac{n(2n-3)}{5n-6}$$

Số phóng đại của ảnh cuối cùng tạo bởi bán cầu :

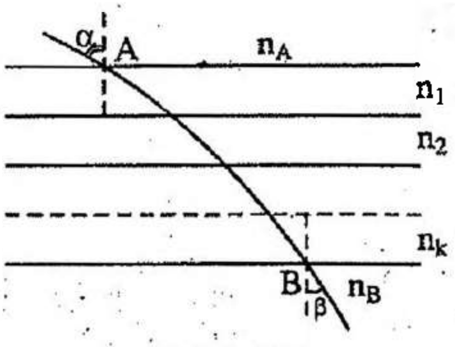
$$\beta = \beta_1\beta_2\beta_3 = \frac{1}{3-2n}\,\frac{n(2n-3)}{5n-6} = \frac{n}{6-5n}$$

Áp dụng số : $$s_3' = \frac{2R(n-3)}{5n-6} = -2R = -10\text{ cm};$$

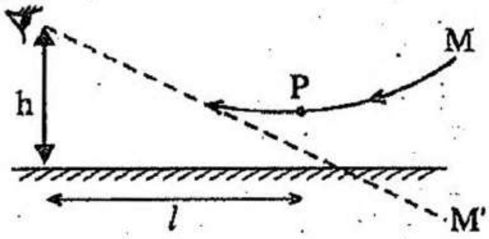
Ảnh A_3B_3 nằm cách đỉnh O_1 của bán cầu 10 cm, tức là có vị trí trùng với vật.

Ta có : $\beta = \dfrac{n}{6-5n} = -1$; ảnh ngược chiều với vật và có độ cao bằng vật.

5.16. a) Chia bản thành rất nhiều lớp mỏng có chiết suất xem như không đổi trong mỗi lớp $n_1, n_2, n_3 \ldots n_k$ (Hình 5.22G). Ta có : $n_A\sin\alpha = n_1\sin\alpha_1 = n_2\sin\alpha_2 = \ldots n_k\sin\alpha_k = n_B\sin\beta$.



Hình 5.22G



Hình 5.23G

b) Lớp không khí càng gần mặt đất càng nóng, chiết suất giảm theo độ cao, tia sáng truyền đi từ vật M theo đường cong với góc khúc xạ tăng dần (trong hình 5.22G là từ B đến A). Tại điểm P thì có sự phản xạ toàn phần, tia sáng đi cong lên và lọt vào mắt (Hình 5.23G). Mắt nhìn thấy ảnh M' theo phương cuối cùng của tia sáng tới mắt, ảnh ngược so với vật nên gây ra ảo ảnh có nước.

c) Khối lượng riêng ρ của một chất khí ở áp suất không đổi tỉ lệ nghịch với nhiệt độ tuyệt đối T. Mặt khác, theo đề bài $n - 1 \sim \rho$ hay $n - 1 = k'\rho$. Vậy $n(T) = 1 + \frac{k}{T}$, với k là một hằng số được xác định theo điều kiện đề bài :

Ở 15°C (T = 288 K) thì n = 1,000276, nghĩa là : $1,000276 = 1 + \frac{k}{288} \Rightarrow k = 0,0795$.

Như vậy : $$n(T) = 1 + \frac{0,0795}{T} \qquad (1)$$

Trên hình 5.22G khi có phản xạ toàn phần ở A thì $\alpha = 90^o$ và $n_A = n_B\sin\beta$. Tương tự, khi có phản xạ toàn phần ở P (Hình 5.23G) thì : $$n_p = n(T_1)\sin\beta \qquad (2)$$

với $T_1 = 303$ K = 30°C, là nhiệt độ không khí ở độ cao lớn hơn 1 m, còn n_p là chiết suất của không khí ở sát mặt đất có nhiệt độ T cần xác định : $n_p = n(T)$.

Theo hình vẽ : $$\sin^2\beta = \frac{l^2}{l^2 + h^2} = \frac{1}{1 + \left(\frac{h}{l}\right)^2} \approx 1 - \frac{h^2}{l^2} + \ldots$$

Thay số : h = 1,6 m ; l = 250 m ta tính được $\sin\beta = 0,99998$.

Theo (1) thì $n(T_1) = n(303) = 1,000262$.

Thay vào (2) ta có : $n(T) = 1,000262.0,99998 = 1,000242$.

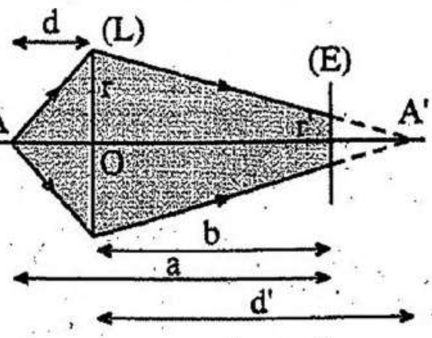
Thay vào (1) ta tìm được kết quả là T = 328 K = 55°C.

5.17. a) Theo đề bài, điểm hội tụ của chùm tia ló luôn ở sau màn (E). Ta có đường đi của chùm tia sáng như sau (Hình 5.24G). Tính chất của tam giác đồng dạng cho :

$$\frac{r'}{r} = \frac{d'-b}{d'} = 1 - \frac{b}{d'} = 1 - \frac{a-d}{d'}$$

$$= 1 - \frac{a}{d'} + \frac{d}{d'} = 1 - a\left(\frac{1}{f} - \frac{1}{d}\right) + \left(\frac{d}{f} - 1\right)$$

$$\Rightarrow \qquad \frac{r'}{r} = \frac{a}{d} + \frac{d}{f} - \frac{a}{f}$$



Hình 5.24G

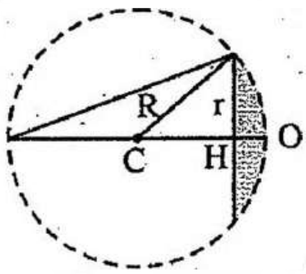
Ta có : $\frac{a}{d} + \frac{d}{f} \geq 2\sqrt{\frac{a}{f}}$

Vậy : $\left(\frac{r'}{r}\right)$ đạt giá trị cực tiểu khi : $\frac{a}{d} = \frac{d}{f} \Rightarrow d = \sqrt{af}$

Do đó : $\sqrt{af} = a - b \Rightarrow f = \frac{(a-b)^2}{a} = \frac{(100-40)^2}{100} = 36$ cm

Chú ý : Có thể lấy đạo hàm của $\left(\frac{r'}{r}\right)$ theo d.

b) Hình 5.25G.



Hình 5.25G

Ta có : $\frac{1}{f} = (n-1)\frac{1}{R} \Rightarrow R = (n-1)f = 18$ cm

Vậy $r = \sqrt{HO(2R - HO)} = \sqrt{0,4.35,6} \approx 3,8$ cm.

Đường kính vệt sáng nhỏ nhất :

$$\frac{r'}{r} = \frac{5}{3} + \frac{5}{3} - \frac{25}{9} = \frac{5}{9} \Rightarrow 2r' = \frac{5}{9}.2r \approx \frac{5}{9}.2.3,8 \approx 4,2 \text{ cm.}$$

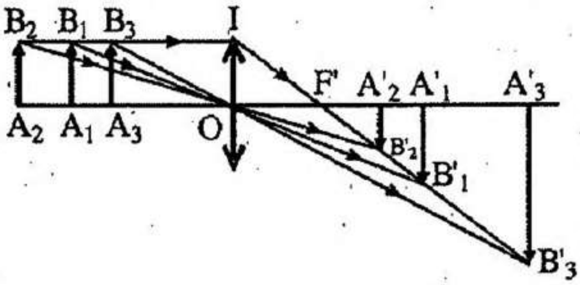
5.18. (Hình 5.26G)

a) Gọi k_1, k_2, k_3 là giá trị tuyệt đối của số phóng đại của ảnh, ở ba vị trí của vật và màn, thì theo đề bài, ta có :

$$k_1k_2 = \frac{\Delta d'}{\Delta d} = \frac{d'_1 - d'_2}{d_2 - d_1} = \frac{12}{2} = 6 \qquad (1)$$

$$k_1k_3 = \frac{d'_3 - d'_1}{d_1 - d_3} = \frac{12}{1} = 12 \qquad (2)$$

$$k_2k_3 = \frac{d'_3 - d'_2}{d_2 - d_3} = \frac{12+12}{2+1} = \frac{24}{3} = 8 \qquad (3)$$



Hình 5.26G

Chia vế với vế (1) với (3) ta được : $\dfrac{k_1.k_2}{k_2.k_3} = \dfrac{k_1}{k_3} = \dfrac{6}{8} = \dfrac{3}{4}$ (4)

Nhân vế với vế (2) với (4) ta được : $k_1k_3.\dfrac{k_1}{k_3} = k_1^2 = 12.\dfrac{3}{4} = 3^2$

Do đó $k_1 = 3$ và d' = 3d

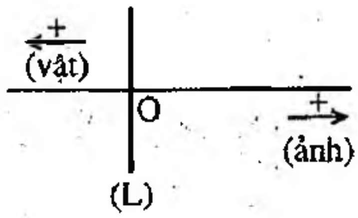
Do đó : $\dfrac{1}{d} + \dfrac{1}{d'} = \dfrac{1}{d+2} + \dfrac{1}{d'-12} \Leftrightarrow \dfrac{1}{d} + \dfrac{1}{3d} = \dfrac{1}{d+2} + \dfrac{1}{3d-12}$

Rút gọn ta được : $4.(3d^2 - 6d - 24) = 3d(4d - 10)$

Suy ra d = 16 cm do đó d' = 48 cm và f = 12 cm.

b) Đúng là do độ lớn của ảnh khó đạt độ chính xác cao (vì không có dụng cụ chuyển dụng, và ảnh phóng to thì đường nét cũng to ra) ; nhưng lí do chính là, làm theo cách này, chỉ cần đọc trực tiếp các độ dịch chuyển trên một thanh chia độ sẵn, nên phép đo vừa nhanh, vừa chính xác, (thông thường có thể xác định Δd, Δd' với sai số chưa đến 0,1 mm).

5.19. a) Ta có : $d' = \dfrac{df}{d-f}$



Hình 5.27G

Lấy đạo hàm của d' theo d ta được : $\dfrac{\Delta d'}{\Delta d} = -\dfrac{f^2}{(d-f)^2} < 0$

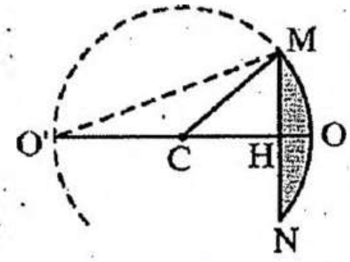
Δd và Δd' luôn trái dấu. Ta suy ra ảnh và vật chuyển động cùng chiều (Hình 5.27G).

b) Đặt $\Delta d = d_2 - d_1$: độ dời của vật và $\Delta d' = d_2' - d_1'$: độ dời của ảnh.

Ta có : $\Delta d' = \dfrac{d_2f}{d_2 - f} - \dfrac{d_1f}{d_1 - f} = f\left[\dfrac{d_2}{d_2 - f} - \dfrac{d_1}{d_1 - f}\right] = f^2\left[\dfrac{d_1 - d_2}{(d_2 - f)(d_1 - f)}\right]$

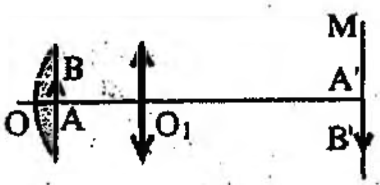
Vậy : $\dfrac{\Delta d'}{\Delta d} = -\dfrac{f^2}{(d_2 - f)(d_1 - f)} = -k_1k_2$.

5.20. Trước hết, ta tính bán kính cong R của mặt cầu. Gọi MN = 2r là đường kính rìa của thấu kính, O là đỉnh của chỏm cầu, O' là điểm xuyên tâm đối của O trên mặt cầu tâm C (Hình 5.28G). Tam giác OMO' vuông góc tại M, và ta có : $\overline{OM}^2 = \overline{OH}.\overline{OO'}$ hay $\overline{OM}^2 = e.2R$, nhưng $\overline{OM}^2 = \overline{HM}^2 + \overline{HO}^2 = r^2 + e^2$, do đó $2Re = r^2 + e^2$ và $R = \dfrac{r^2 + e^2}{2e}$.

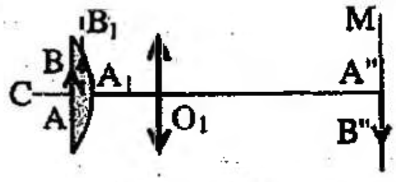


Hình 5.28G

Với $r = \frac{9}{2} = 4,5$ cm, $e = 0,5$ cm, suy ra $R = 20,5$ cm.



Hình 5.29G



Hình 5.30G

Khi mặt phẳng của thấu kính hướng vào O_1 (Hình 5.29G) thì AB dùng làm vật đối với O_1 và cho ảnh A'B'. Khi mặt lồi của thấu kính hướng vào O_1 (Hình 5.30G) thì vật đối với O_1 lại là ảnh A_1B_1 của AB qua lưỡng chất cầu tạo thành thấu kính phẳng lồi. Do thấu kính O_1 và màn M không thay đổi, nên A_1B_1 phải ở đúng chỗ của AB, vậy AA_1 bằng độ dịch chuyển của thấu kính phẳng lồi.

Áp dụng công thức lưỡng chất cầu : $\frac{n}{\overline{AO}} + \frac{1}{\overline{OA_1}} = \frac{1-n}{\overline{OC}} = \frac{n-1}{\overline{CO}}$.

Đặt $e = \overline{AO}$, $\overline{AA_1} = 1,64$ mm $= 0,164$ cm, $\overline{CO} = R = 20,5$ cm, thì cả ba số này đều dương, và : $\overline{OA_1} = \overline{OA} + \overline{AA_1} = -e + \overline{AA_1} = -0,5 + 0,164$ cm $= -0,336$ cm.

Phương trình trên thành : $\frac{n}{0,5} + \frac{1}{-0,336} = \frac{n-1}{20,5} = \frac{2(n-1)}{41} \Rightarrow n \approx 1,5$.

Và tiêu cự của thấu kính phẳng lồi là : $f = \frac{R}{n-1} = \frac{20,5}{1,5-1} = \frac{20,5}{0,5} = 41$ cm.

Chú ý : Tiêu cự của thấu kính phẳng lồi không phụ thuộc độ dày e của nó, vì đó chính là tiêu cự ảnh của lưỡng chất cầu ; khi rọi một chùm sáng vuông góc với mặt phẳng, thì chùm tia ló có thể coi, hoặc là qua thấu kính, hoặc ló ra khỏi lưỡng chất cầu.

5.21. 1. Theo đề bài ta có hai trường hợp sau (Hình 5.31G và hình 5.32G)

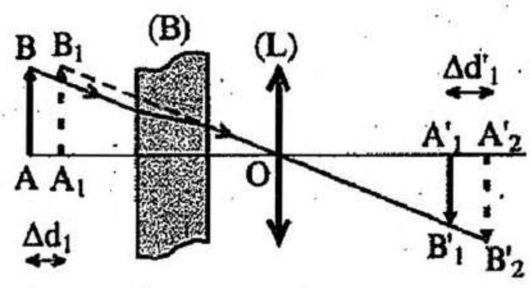
* *Trường hợp 1* : Sơ đồ tạo ảnh :

$$AB \xrightarrow[d \quad d']{(L)} A'_1B'_1$$

$$AB \xrightarrow[d_1 \quad d'_1]{(B)} A_1B_1 \xrightarrow[d_2 \quad d'_2]{(L)} A'_2B'_2$$

$$|\Delta d_1| = d_1 + d'_1 = \left(1 - \frac{1}{n}\right)e$$

$$\Delta d'_1 = d'_2 - d' = \left(1 - \frac{1}{n}\right)e$$



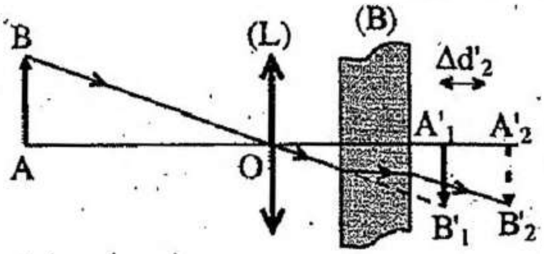
Hình 5.31G

* *Trường hợp 2* : Sơ đồ tạo ảnh :

$$AB \xrightarrow[d \quad d']{(L)} A_1'B_1'$$

$$AB \xrightarrow[d_1 \quad d_1']{(L)} A_1'B_1' \xrightarrow[d_2 \quad d_2']{(B)} A_2'B_2'$$

$$\Delta d_2' = d_2 + d_2' = \left(1 - \frac{1}{n}\right)e$$



Hình 5.32G

a) Trong cả hai trường hợp, khoảng cách vật – ảnh tạo bởi bản mặt song song là :

$$|\Delta d_1| = \Delta d_2' = \left(1 - \frac{1}{n}\right)e$$

Theo đề bài ta có : $\Delta d_1 = -3$ cm.

Áp dụng công thức về ảnh của thấu kính, ta thiết lập được hệ thức liên hệ sau đây giữa độ dời vật và độ dời ảnh qua thấu kính :

$$\frac{\Delta d_1'}{\Delta d_1} = -\frac{f^2}{(d - f)(d + \Delta d_1 - f)} \Rightarrow \frac{3,75}{-3} = -\frac{f^2}{(30 - f)(27 - f)} \Rightarrow f^2 - 285f + 4050 = 0$$

Tiêu cự của thấu kính có giá trị : $\begin{cases} f_1 = 15 \text{ cm} \\ f_2 = 270 \text{ cm} \end{cases}$

Vì ảnh tạo bởi thấu kính là ảnh thật với d = 30 cm, ta chỉ lấy f < d. Vậy f = 15 cm.

b) Tiêu cự của thấu kính : $\frac{1}{f} = (n - 1).\frac{2}{R} \Rightarrow n = 1 + \frac{R}{2f} = 1 + \frac{15}{30} = 1,5.$

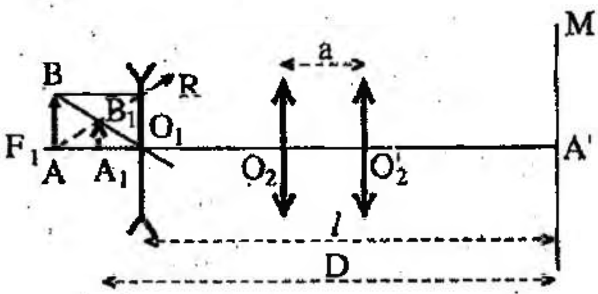
c) Ta có : $\left(1 - \frac{1}{n}\right)e = \Delta d_2' \Rightarrow e = \frac{\Delta d_2'}{1 - \frac{1}{n}} - \frac{3}{1 - \frac{2}{3}} = 9$ cm.

5.22. a) Hình 5.33G là sơ đồ cách bố trí thí nghiệm :

$$D = A_1O_1 + O_1A' = -d_1' + l \quad (1)$$

Vì có hai vị trí O_2, cách nhau một khoảng a, cùng cho ảnh của A_1B_1 trên màn M, nên tiêu cự f_2 của O_2 liên hệ với hai khoảng D và a bằng phương trình :

$$4.D.f = D^2 - a^2 \quad (2)$$



Hình 5.33G

với f = 12 cm, a = 10 cm, ta có $D^2 - 4.12.D - 100 = 0$.

Phương trình bậc hai này có hai nghiệm trái dấu : $D_1 = 50$ và $D_2 = -2$

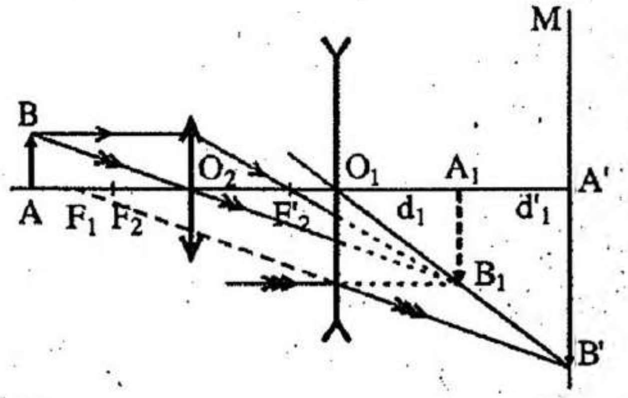
Vì D dương, nên chỉ lấy được nghiệm D_1. Vậy D = 50 cm.

Từ (1), ta lại được : $d'_1 = l - D = 44 - 50 = -6$ cm

Từ đó, ta suy ra : $d_1 = \frac{d_1.f_1}{d_1 - f_1} = \frac{-6.f_1}{-6 - f_1} = 18 \Rightarrow f_1 = -9$ cm.

b) Thông thường, để xác định tiêu cự của thấu kính phân kì O_1, người ta đặt vật AB trước thấu kính hội tụ O_2, để được một ảnh thật A_1B_1 (Hình 5.34G).

Sau đó, đặt O_1, xen giữa O_2 và A_1B_1 làm vật ảo, rồi dịch chuyển màn M, để thu ảnh A'B'. Sau đó, đo các khoảng cách d_1, d'_1, rồi tính ra f_1.



Hình 5.34G

Dùng phương pháp này phải đo các khoảng cách từ quang tâm O_1 đến A_1 và đến màn. Điểm A_1 không được biết một cách chính xác, vì đó là vị trí của màn M, khi chưa đặt O_2, mà vị trí này phụ thuộc vào sự điều chỉnh để ảnh rõ nét. Do đó, rất dễ sai lệch một vài milimét. Khoảng cách d_1 lại không lớn (vì phải nhỏ hơn f_1), vị trí của O_1 cũng không xác định trực tiếp được một cách chính xác, nên sai số tỉ đối với $\frac{\Delta d_1}{d_1}$ là tương đối lớn. Với d'_1, cũng có tình trạng tương tự, nên phương pháp đo thông dụng này lại thường có độ chính xác không cao. Trong phương pháp dùng ở bài này, ta chủ động đặt O_1, M và vật AB ở những vị trí xác định, nên có thể xác định l, một cách khá chính xác. Sau đó, khi điều chỉnh cho ảnh rõ nét, ta chỉ phải đo độ dịch chuyển a của O_2, mà không cần biết vị trí chính xác của O_2, mà độ dịch chuyển của thấu kính, có thể đo được với độ chính xác $\frac{1}{10}$ đến $\frac{1}{20}$ mm một cách dễ dàng. Vì vậy, đo bằng cách này không những nhanh hơn, mà còn được độ chính xác cao hơn.

5.23. Trong công thức : $d'_1 + d_2 = l$.

Thay d'_1 và d_2 lần lượt bằng các giá trị tính theo d_1 và d'_2, ta được :

$$\frac{d_1.f_1}{d_1 - f_1} + \frac{d'_2.f_2}{d'_2 - f_2} = l.$$

Ban đầu, $d_1 = 15$ cm, $d'_2 = 12$ cm, $l = 30$ cm, ta có : $\frac{15.f_1}{15 - f_1} + \frac{12.f_2}{12 - f_2} = 30$ (1)

hay $5f_1(12 - f_2) + 4f_2(15 - f_1) = 10(15 - f_1)(12 - f_2)$ (2)

Sau khi hoán vị f_1, f_2 thì d_1 và l không đổi, nhưng $d'_2 = 10$ cm, ta lại có :

$$\frac{15.f_2}{15-f_2}+\frac{10.f_1}{10-f_1}=30 \quad (3)$$

hay $$3f_2(10-f_1)+2f_1(15-f_2)=6(10-f_1)(15-f_2) \quad (4)$$

Khai triển và rút gọn (2) và (4), ta được :

$$19f_1f_2-180f_1-210f_2+1800=0 \quad (5)$$

$$11f_1f_2-120f_1-90f_2+900=0 \quad (6)$$

Lấy (5) trừ (6), ta được : $8f_1f_2-60f_1-120f_2+900=0$ (7)

Lại lấy (6) trừ (7), ta được : $3f_1f_2-60f_1+30f_2=0$ hay $f_1f_2=20f_1-10f_2$ (8)

Thay giá trị này của f_1f_2 vào (7) ta được : $f_1=2f_2-9$ (9)

Lại thay giá trị này của f_1 vào (8), ta được :

$$(2f_2-9).f_2=20(2f_2-9)-10f_2$$

$$2f_2^2-39f_2+180=0$$

Phương trình này có hai nghiệm dương : $f_2 = 12$ cm hoặc $f_2 = 7{,}5$ cm.

Tương ứng ta có : $f_1 = 15$ cm hoặc $f_1 = 6$ cm.

Khi $f_1 = 15$ cm và $f_2 = 12$ cm, hai phân số trong vế trái của (1) đều có mẫu số triệt tiêu. Vậy, cặp nghiệm này phải loại.

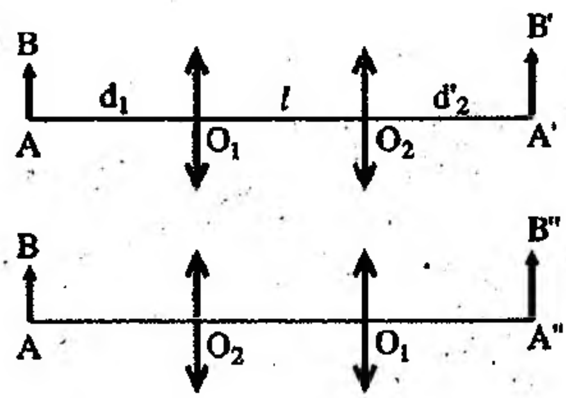
Vậy, tiêu cự của hai thấu kính là : $f_2 = 7{,}5$ cm và $f_1 = 6$ cm.

Số phóng đại của ảnh ở các vị trí :

$$k_1=\frac{f_1}{d_1-f_1}.\frac{d'_2-f_2}{f_2}=\frac{6}{15-6}.\frac{12-7{,}5}{7{,}5}=0{,}4$$

$$k_2=\frac{f_2}{d_1-f_2}.\frac{d'_2-f_1}{f_1}=\frac{7{,}5}{15-7{,}5}.\frac{10-6}{6}\approx 0{,}67$$

5.24. Hình 5.35G biểu diễn vị trí của vật, màn và hai thấu kính, lúc đầu sau khi hoán vị hai thấu kính. Ta thấy rằng, đáng lẽ hoán vị hai thấu kính, ta có thể đặt vật ở chỗ màn, rồi đặt màn ở chỗ vật. Nếu k là số phóng đại $\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$ của ảnh, ở vị trí thứ nhất thì số phóng đại ở vị trí thứ hai đúng bằng $\frac{1}{k}$.



Hình 5.35G

Do đó : $k = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$ và $k' = \dfrac{\overline{A''B''}}{\overline{AB}} = \dfrac{1}{k} = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{AB}}$

và $\overline{A'B'}.\overline{A''B''} = \overline{AB}^2$ hay $AB = \sqrt{6.15} = \sqrt{9} = 3$ cm

Số phóng đại của ảnh, ở vị trí thứ nhất là : $k = \dfrac{6}{3} = 2$.

Ta lại có : $k = \dfrac{f_1f_2}{(l - f_2)(d_1 - f_1) - d_1f_1}$.

với $l = d$ và $k = 2$, ta được :

$$2(d - f_1)(d - f_2) - 2df_1 = f_1f_2 \quad (1)$$

$$2d^2 - 2d(f_1 + f_2) - 2df_1 = -f_1f_2 \quad (2)$$

Mặt khác, ta lại có : $\dfrac{d_1f_1}{d_1 - f_1} + \dfrac{d_2'f_2}{d_2' - f_2} = l$

do $l = d_2'$, nên $f_1(d - f_2) + f_2(d - f_1) = (d - f_1)(d - f_2)$

$$d^2 - 2d(f_1 + f_2) = -3f_1f_2 \quad (3)$$

Thay f_1f_2 bằng giá trị lấy từ (2), ta được :

$$d^2 - 2d(f_1 + f_2) = 3[2d^2 - 2d(f_1 + f_2) - 2df_1]$$

$$5d - 4(f_1 + f_2) - 6f_1 = 0 \text{ hay } 5d - 10f_1 = 4f_2$$

$$f_2 = \frac{5d - 10f_1}{4} \quad (4)$$

Thay giá trị này vào (3), ta được : $3f_1.\dfrac{5d - 10f_1}{4} - 2d\left(f_1 + \dfrac{5d - 10f_1}{4}\right) + d^2 = 0$

$$-30f_1^2 + 15df_1 + 12df_1 - 10d^2 + 4d^2 = 0$$

Thay giá trị $d = 30$ vào, ta được : $f_1^2 - 27f_1 + 180 = 0$

Phương trình này có hai nghiệm : $f_1' = 15$ cm và $f_1'' = 12$ cm. Với $f_1' = 15$ cm, theo (4) ta được $f_2 = 0$, vậy phải loại nghiệm này.

Do đó $f_1 = 12$ cm và $f_2 = 7,5$ cm.

5.25. a) Khi hứng ảnh của vật trên màn, khoảng cách vật – màn là khoảng cách L giữa vật thật và ảnh thật.

Dễ dàng chứng minh được $L_{min} = 4f = 100$ cm.

Khi đó : $d = d' = 2f = 50$ cm.

Vị trí của vật và màn đối xứng nhau qua thấu kính.

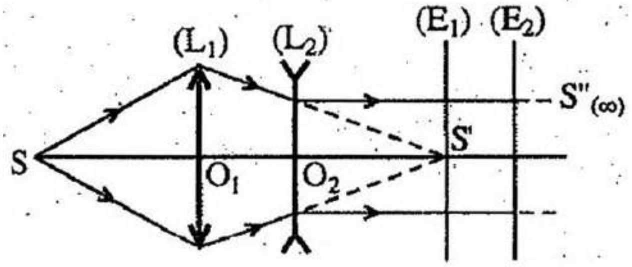
b) Tính tiêu cự f_2

* *Trường hợp 1* : Sơ đồ tạo ảnh : $S \xrightarrow[d_1 \quad d_1']{(L_1)} S' \xrightarrow[d_2 \quad d_2']{(L_2)} S''$

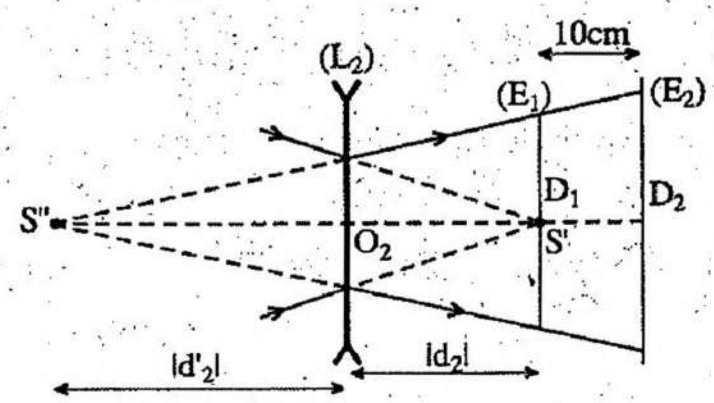
Nếu vệt sáng trên màn có đường kính không đổi khi tịnh tiến màn, chùm tia ló tạo bởi thấu kính (L_2) là chùm tia song song với trục chính.

$$\Rightarrow d_2' \to \infty \Rightarrow \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f_2} \Rightarrow f_2 = d_2 = \overline{O_2S'} = -30 \text{ cm}$$

L_2 là thấu kính phân kì (Hình 5.36G)



Hình 5.36G



Hình 5.37G

* *Trường hợp 2* : Sơ đồ tạo ảnh : $S \xrightarrow[d_1 \quad d_1']{(L_1)} S' \xrightarrow[d_2 \quad d_2']{(L_2)} S''$

Theo đề bài, chùm tia ló tạo bởi (L_2) có thể là chùm tia phân kì hay chùm tia hội tụ.
Nếu chùm tia ló là chùm tia phân kì (S'' ảo) (Hình 5.37G), ta có :

$$\frac{D_2}{D_1} = 2 \Rightarrow \frac{|d_2| + |d_2'| + 10}{|d_2| + |d_2'|} = 2$$

$$\Rightarrow \frac{40 - |d_2'|}{30 - |d_2'|} = 2 \Rightarrow |d_2'| = 20 \text{ cm} \Rightarrow d_2' = -20 \text{ cm}$$

Vậy $f_2 = \dfrac{d_2.d_2'}{d_2 + d_2'} = \dfrac{(-30)(-20)}{-30-20} = -12 \text{ cm}$

Nếu chùm tia ló tạo bởi (L_2) là chùm tia hội tụ (S'' thật)

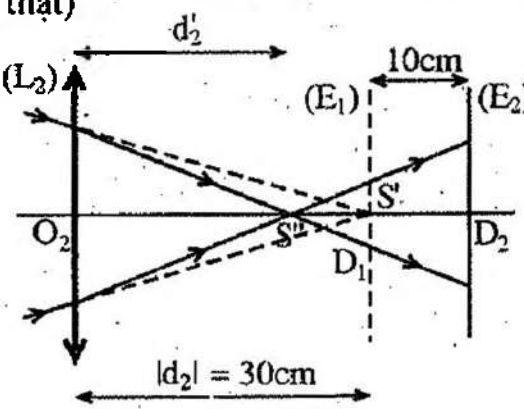
Ta có hai trường hợp :

* $\dfrac{D_2}{D_1} = \dfrac{40 - d_2'}{30 - d_2'} = 2 \Rightarrow d_2' = 20 \text{ cm}$

(Hình 5.38G).

Vậy : $f_2 = \dfrac{d_2.d_2'}{d_2 + d_2'} = \dfrac{(-30).20}{-30+20} = 60 \text{ cm}$

L_2 là thấu kính hội tụ.

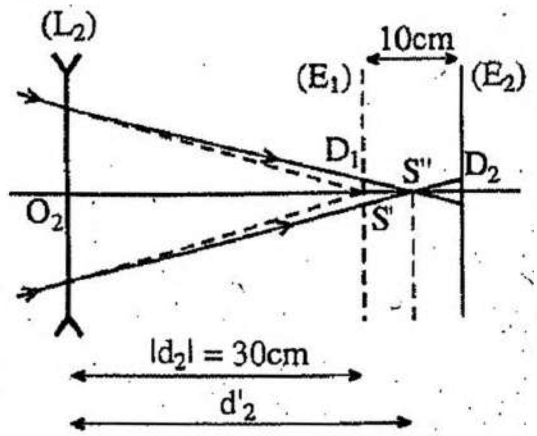


Hình 5.38G

$$* \ \frac{D_2}{D_1} = \frac{40 - d_2'}{d_2' - 30} = 2 \Rightarrow d_2' = \frac{100}{3} \text{ cm}$$

(Hình 5.39G)

$$\text{Vậy : } f_2 = \frac{(-30).\frac{100}{3}}{-30 + \frac{100}{3}} = -300 \text{ cm.}$$



Hình 5.39G

** Trường hợp 3* : Sơ đồ tạo ảnh :

$$S \xrightarrow[d_1 \quad d_1']{(L_1)} S' \xrightarrow[d_2 \quad d_2']{(L_2)} S''$$

Theo đề bài, chùm tia ló tạo bởi (L_2) là chùm tia hội tụ (S'' thật).

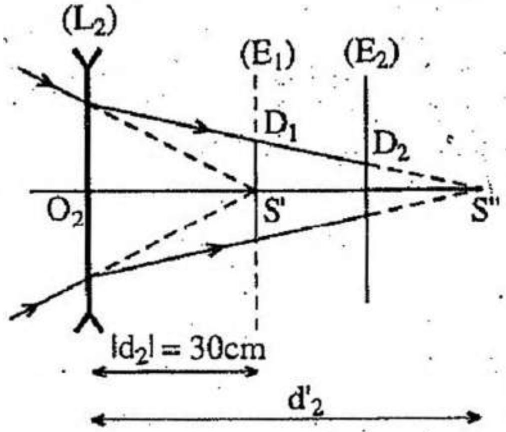
Ta cũng có hai trường hợp :

$$* \ \frac{D_2}{D_1} = \frac{40 - d_2'}{30 - d_2'} = \frac{1}{2} \Rightarrow d_2' = 50 \text{ cm}$$

(Hình 5.40G)

$$\text{Vậy : } f_2 = \frac{d_2.d_2'}{d_2 + d_2'} = \frac{(-30).50}{-30 + 50} = -75 \text{ cm}$$

(L_2) là thấu kính phân kì.



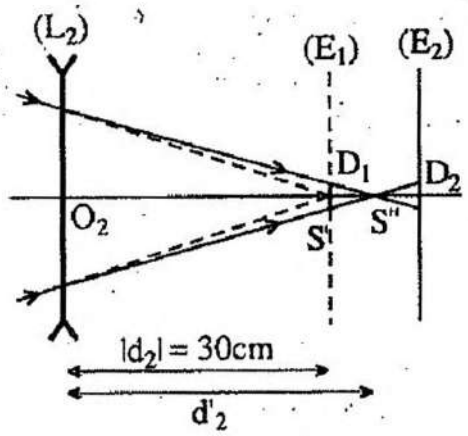
Hình 5.40G

$$* \ \frac{D_2}{D_1} = \frac{40 - d_2'}{d_2' - 30} = \frac{1}{2} \Rightarrow d_2' = \frac{110}{3} \text{ cm}$$

(Hình 5.41G)

$$\text{Vậy : } f_2 = \frac{d_2.d_2'}{d_2 + d_2'} = \frac{(-30).\frac{110}{3}}{-30 + \frac{110}{3}} = -165 \text{ cm}$$

(L_2) cũng là thấu kính phân kì.



Hình 5.41G

5.26. Hình 5.42G a, b, c là các vị trí của các thấu kính, vật AB và màn, ứng với các vị trí khác nhau của bản L.

Ban đầu, khi chưa đặt bản L, thì số phóng đại của ảnh A'B' là :

$$k' = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{1,5}{6} = \frac{1}{4} \ ; \ k_1 = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} \ ; \ k_2 = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1B_1}}$$

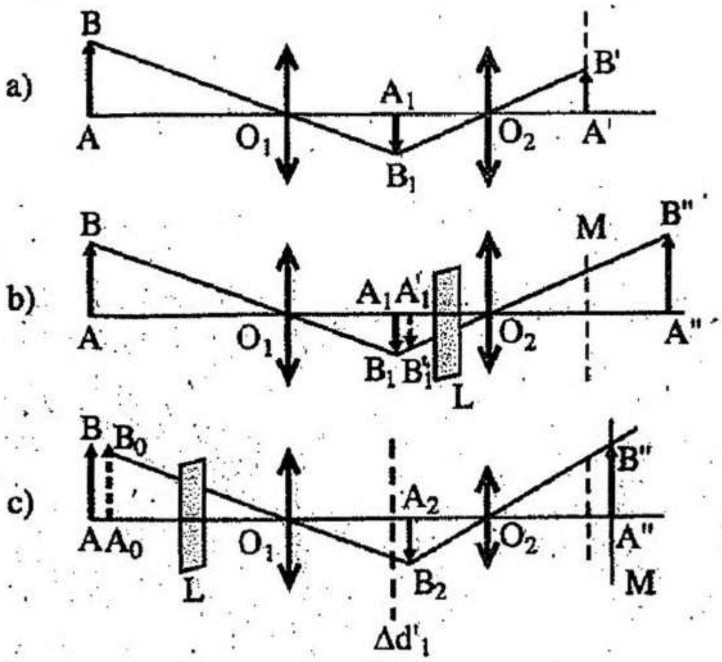
Bản L đặt giữa hai thấu kính, thì vật $\overline{A_1B_1}$, đối với O_2 bị dịch chuyển lại gần O_2 một đoạn :

$$\Delta d_2 = A_1A_1' = e\left(1 - \frac{1}{n}\right)$$

$$= 8.\left(1 - \frac{1}{1,6}\right) = 3 \text{ cm}$$

và làm cho ảnh A'B' bị dịch chuyển một đoạn $\Delta d_2' = 3$ cm.

Gọi k_2' là số phóng đại của ảnh này, thì theo bài 5.19, ta có :



Hình 5.42G

$$\frac{\Delta d_2'}{\Delta d_2} = k_2.k_2' = \frac{3}{3} = 1.$$

Mặt khác : $$\frac{k_2'}{k_2} = \frac{A''B''}{A'B'} = \frac{6}{1,5} = 4$$

Do đó $$k_2.k_2'.\frac{k_2'}{k_2} = 4 \Rightarrow k_2'^2 = 4 \Rightarrow k_2' = -2 \text{ và } k_2 = \frac{1}{2}$$

Từ đó ta tính được : $d_2 = 6$ cm ; $d_2' = 3$ cm và $f_2 = 2$ cm.

Ta lại có : $$\overline{A_1B_1} = \frac{\overline{A_1B_1}}{k_2} = \frac{-1,5}{-0,5} = 3 \text{ cm}.$$

Số phóng đại k_1 khi qua O_1 là : $k_1 = \dfrac{A_1B_1}{AB} = \dfrac{-3}{6} = -\dfrac{1}{2}$.

Khi đặt bản L giữa AB và O_1, thì vật đối với O_1 là A_0B_0, bị dịch chuyển lại gần O_1, một đoạn : $\Delta d_1 = 3$ cm.

Sự dịch chuyển này của vật AB lại gây ra độ dịch chuyển $\Delta d_1'$ của ảnh A_1B_1 ra xa O_1. Vật A_1B_1 đối với O_2 bị dịch chuyển một đoạn $\Delta d_2 = \Delta d_1'$ về phía O_2 làm cho ảnh cuối cùng bị dịch chuyển $\frac{1}{3}$ cm ra xa O_2, tức là $\Delta d_2' = \frac{1}{3}$ cm.

Ta có : $$d_2 - \Delta d_2 = \frac{(d_2' + \Delta d_2').f_2}{d_2' + \Delta d_2' - f_2} = \frac{\left(3 + \frac{1}{3}\right)2}{3 + \frac{1}{3} - 2} = \frac{20}{4} = 5 \text{ cm}$$

Do đó : $\Delta d_1' = \Delta d_2 = d_2 - 5 = 6 - 5 = 1$ cm

và $k_2^{*} = \dfrac{d_2' + \Delta d_2'}{d_2 - \Delta d_2} = \dfrac{\frac{10}{3}}{5} = \dfrac{10}{15} = \dfrac{2}{3}$

Mặt khác, ta lại có : $\dfrac{\Delta d_2'}{\Delta d_1} = \dfrac{\Delta d_2'}{\Delta d_2}.\dfrac{\Delta d_2}{\Delta d_1} = \dfrac{\Delta d_2'}{\Delta d_2}.\dfrac{\Delta d_1'}{\Delta d_1}$

$$\frac{1}{3.3} = \frac{1}{3}.k_1.k_1' \text{ nên } k_1.k_1' = \frac{1}{3}$$

Khi chưa đặt bản L thì : $k = \dfrac{A'B'}{AB} = \dfrac{1,5}{6} = k_1.k_2 = k_1.\left(-\dfrac{1}{2}\right)$

Do đó $k_1 = \left(-\dfrac{1}{2}\right)$ và $d_1' = \dfrac{d_1}{2}$; $k_1' = \dfrac{1}{3}.2 = \dfrac{2}{3}$

Ta lại có phương trình : $d_1' = \dfrac{d_1}{2}$; $\dfrac{d_1' + 1}{d_1 - 3} = \dfrac{\frac{d_1}{2} + 1}{d_1 - 3} = \dfrac{2}{3} \Rightarrow d_1 = 18$ cm.

Từ đó : $d_1' = \dfrac{d_1}{2} = 9$ cm, $f_1 = 6$ cm và $l = d_1' + d_2 = 15$ cm.

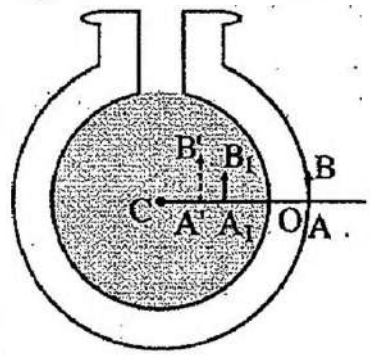
5.27. (Hình 5.43G).

Vật AB đặt trong một môi trường chiết suất n, mặt thuỷ ngân tác dụng như một gương cầu lồi, đỉnh O, bán kính cong r, cũng đặt trong môi trường chiết suất n và cho một ảnh A_1B_1, tính được theo công thức của gương cầu :

$$\frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{OA_1}} = \frac{1}{f} = \frac{2}{\overline{OC}} = -\frac{2}{r} \quad (r > 0)$$

$$\frac{1}{R - r} + \frac{1}{\overline{OA_1}} = -\frac{2}{r}$$

do đó : $\overline{OA_1} = \dfrac{-r(R - r)}{2R - r}$, (1)



Hình 5.43G

Ánh sáng phản xạ trên thuỷ ngân lại qua lưỡng chất cầu thuỷ tinh – không khí. Đối với lưỡng chất cầu, A_1B_1 tác dụng như một vật thật và lưỡng chất cầu đỉnh A cho ảnh A'B' của A_1B_1, đặt tại điểm A', tính được bằng công thức lưỡng chất cầu :

$$\frac{n}{\overline{A_1A}} + \frac{1}{\overline{AA'}} = \frac{1 - n}{\overline{AC}} = \frac{n - 1}{R} \quad (2)$$

Với R > 0, theo hình 5.43G, ta có :

$$\overline{A_1A} = \overline{A_1O} + \overline{OA} = \frac{r(R-r)}{2R-r} + R - r = \frac{2R(R-r)}{2R-r}$$

Thay giá trị này vào (2), ta được : $\dfrac{1}{\overline{AA'}} = \dfrac{n-1}{R} - \dfrac{n}{\overline{A_1A}} = \dfrac{n-1}{R} - \dfrac{(2R-r)n}{2R(R-r)}$

$$\overline{AA'} = -\frac{2R(R-r)}{2(R-r)+nr}$$

Với R = 5 cm, r = 4 cm, n = 1,5, ta được : $\overline{AA'} = -\dfrac{2.5(5-4)}{2.(5-4)+1{,}5.4} = -\dfrac{10}{8} = -1{,}25$ cm

hay $\overline{OA'} = \overline{OA} + \overline{AA'} = 5 - 1{,}25 = 3{,}75$ cm

Số phóng đại ảnh tính theo công thức : $k = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \dfrac{3{,}75}{5} = \dfrac{3}{4}$.

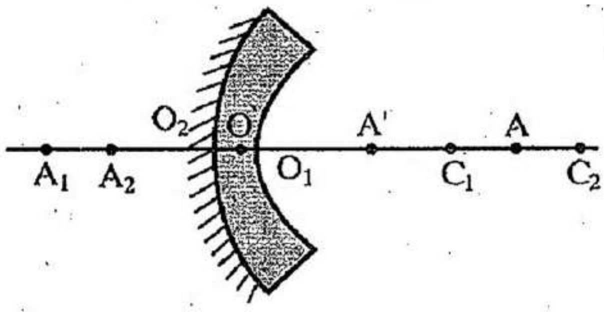
Chú ý : Ta cũng có thể tính số phóng đại k bằng công thức $k = k_1.k_2$, k_1 số phóng đại cho bởi gương cầu, còn k_2 là số phóng đại cho bởi lưỡng chất cầu.

$$k_1 = \frac{\overline{OA_1}}{\overline{OA}} = \frac{r(R-r)}{2R-r}.\frac{1}{R-r} = \frac{r}{2R-r}$$

$$k_2 = -n\frac{\overline{AA'}}{\overline{A_1A}} = n\frac{2R(R-r)}{2(R-r)+nr}.\frac{2R-r}{2R(R-r)}$$

$$k_2 = \frac{r}{2R-r}.\frac{n(2R-r)}{2(R-r)+nr} = \frac{nr}{2(R-r)+nr}.$$

5.28. Ta có thể giải bài toán theo hai cách : hoặc coi đây là một hệ gồm hai lưỡng chất cầu, cũng có đỉnh O_1 và tâm C_1 và một gương cầu lõm có đỉnh O_2, tâm C_2, hoặc coi hệ như được tạo bởi hai thấu kính phân kì và một gương lõm.



Hình 5.44G

Ở đây, ta làm theo cách thứ hai (Hình 5.44G).

Sơ đồ tạo ảnh : $A \xrightarrow[d \quad d'_1]{(L)} A_1 \xrightarrow[d_2 \quad d'_2]{(G)} A_2 \xrightarrow[d_3 \quad d']{(L)} A'$

Ta có : $$\frac{1}{d} + \frac{1}{d'_1} = \frac{1}{f_1} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \qquad (1)$$

$$\frac{1}{d_2} + \frac{1}{d'_2} = -\frac{1}{d'_1} + \frac{1}{d'_2} = \frac{1}{f_2} = \frac{2}{R_2} \qquad (2)$$

$$\frac{1}{d_3}+\frac{1}{d'}=-\frac{1}{d_2'}+\frac{1}{d'}=\frac{1}{f_3}=(n-1)\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right) \qquad (3)$$

Cộng vế với vế ba phương trình (1), (2) và (3), ta được :

$$\frac{1}{d}+\frac{1}{d'}=\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_2}+\frac{1}{f_3}=\frac{2}{R_2}+2(n-1)\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)$$

hay $$\frac{1}{f}=D=D_g+2D_{tk} \qquad (4)$$

Với f và D là tiêu cự và độ tụ của gương cầu tương đương với hệ, D_g là độ tụ của gương cầu có bán kính R_2 và D_{tk} là độ tụ của thấu kính.

Với $R_1 = 25$ cm, $R_2 = 40$ cm, $n = 1,5$ suy ra : $D_g=\frac{1}{f_2}=\frac{2}{R_2}=\frac{2}{0,4}=5$ dp

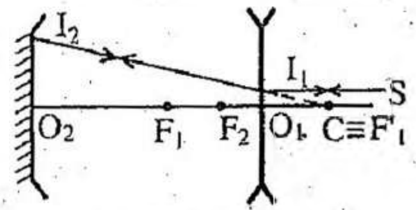
$$D_{tk}=(n-1)\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)=(1,5-1)\left(\frac{1}{0,4}-\frac{1}{0,25}\right)=-0,75 \text{ dp}$$

Và $D = D_g + 2D_{tk} = 5 - 2.0,75 = 3,5$ dp

$$f=\frac{1}{D}=\frac{1}{3,5}\text{ m}=\frac{100}{3,5}\text{ cm}\approx 28,6\text{ cm}.$$

Chú ý : Gương này, gọi là gương Mangin, thường được dùng làm đèn chiếu thay cho gương cầu thông thường vì được mạ mặt sau, dễ bảo vệ, mà lại giảm được một số sai sót – cầu sai chẳng hạn – của gương cầu đơn.

5.29. a) Giả sử SI_1 là một tia sáng tới điểm I_1 của thấu kính, và ló qua thấu kính theo I_1I_2 và phản xạ trên gương tại I_2. Đường kéo dài của I_2I_1, về phía trước thấu kính phải đi qua tiêu điểm ảnh F_1' của thấu kính (Hình 5.45G).



Hình 5.45G

Để sau khi phản xạ tại I_2, tia sáng lại ló qua thấu kính theo phương song song với tia tới, tức là song song với trục chính, thì đường kéo dài của tia phản xạ phải đi qua tiêu điểm F_1', và như vậy, phải trùng với tia tới I_1I_2.

Để tia phản xạ I_2I_1 trùng với tia tới I_1I_2, thì tia tới phải có đường kéo dài qua tâm C của gương. Tia này, vừa phải qua F_1', vừa phải qua C, mà C và F_1' lại cùng ở trên trục chính. Vậy C và F_1' phải trùng nhau.

Gọi $l = O_2O_1$ là khoảng cách tính từ đỉnh O_2 của gương tới quang tâm thấu kính, thì theo hình 5.45G, ta phải có :

$$l=\overline{O_2O_1}=\overline{O_2C}+\overline{CO_1}=\overline{O_2C}+\overline{O_1F_1'}=2f_g+f_{tk}=R+f_{tk}$$

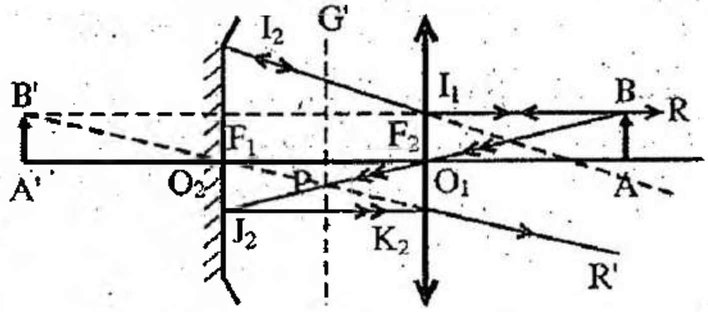
f_g là tiêu cự của gương, còn f_{tk} là tiêu cự ảnh của thấu kính.

Vậy $l = R_g + f_{tk} = 50 - 25 = 25$ cm.

b) Từ B, vẽ tia BI_1 song song với trục chính. Tia này khúc xạ qua thấu kính, theo I_1I_2, lại phản xạ trở lại theo I_2I_1 và ló qua thấu kính theo I_1R (Hình 5.46G).

Vẽ tia tới BO_1 qua quang tâm O_1 của thấu kính. Tia ló O_1J_2 thẳng hàng với tia tới, và gặp gương tại J_2. Vì O_1 trùng với tiêu điểm F_2 của gương cầu, nên tia O_1J_2 phản xạ theo phương J_2K_2 song song với trục chính và tia ló K_2R' có đường kéo dài qua tiêu điểm F_1 của thấu kính. Do F_1 trùng với đỉnh O_2 của gương, nên tia ló chính là tia O_2R'.

Hai tia K_2R' và I_1R có đường kéo dài cắt nhau tại B', là ảnh ảo của B. Và B'A' chính là ảnh của BA. Do B' ở trên tia BI_1 song song với trục chính nên ta luôn luôn có $\overline{A'B'} = \overline{AB}$, không phụ thuộc khoảng cách từ vật tới thấu kính.



Hình 5.46G

Hình 5.46G cũng cho thấy rằng hai đường chéo O_1J_2 và O_2K_2 của hình chữ nhật $O_1O_2J_2K_2$ cắt nhau tại trung điểm P của chúng, và hai vectơ A'B', AB đối xứng với nhau qua mặt phẳng đi qua P và vuông góc với quang trục, tựa hồ như hệ thấu kính và gương cầu được thay thế bằng một gương phẳng G' đặt vuông góc với trục chính, và cách đều gương cầu và thấu kính.

Với $d = AO_1 = 15$ cm, thì $d' = O_2A'$ cũng bằng d, tức là bằng 15 cm, và với $O_1O_2 = 25$ cm thì khoảng cách AA' từ vật AB đến ảnh A'B' của nó là :

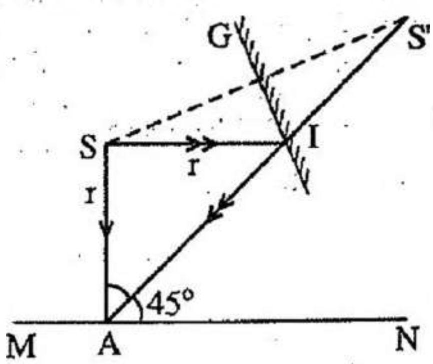
$$AA' = d + l + |O_2A| = 15 + 25 + 15 = 55 \text{ cm}$$

Vì ảnh A'B' là ảnh của vật AB, cho bởi gương phẳng G', nên ảnh này chỉ đối xứng với vật qua mặt phẳng của G', chứ không nhất thiết bằng vật.

5.30. Kí hiệu S' là ảnh của S đối với gương G. Tại A coi như có hai nguồn điểm S và S' rọi tới. Vì hệ số phản xạ của gương G bằng 1 nên quang thông từ S' tới A không bị mất mát. Ta có (Hình 5.47G).

Độ rọi tại A do nguồn S gây ra. $E_1 = \dfrac{I}{r^2}$;

Độ rọi tại A do "nguồn" S' gây ra :



Hình 5.47G

$$E_2 = \frac{I\cos 45^o}{S'A^2} = \frac{I\cos 45^o}{(r + r\sqrt{2})^2}$$

Do đó : $E = E_1 + E_2 = \frac{I}{r^2}\left(1 + \frac{\cos 45^o}{3 + 2\sqrt{2}}\right) = \frac{1}{r^2}\left(\frac{6 + 5\sqrt{2}}{6 + 4\sqrt{2}}\right) = 1{,}12\frac{I}{r^2}$ nghĩa là nhờ có gương độ rọi tăng lên, bằng 1,12 lần so với khi không có gương.

5.31. Quang thông $d\phi$ do một diện tích dS, có độ chói B, phát ra trong một phạm vi góc khối nhỏ $d\Omega$ bao quanh phương Ox làm với pháp tuyến của mặt ds một góc i là :

$$d\phi = Bd\Omega dS\cos i$$

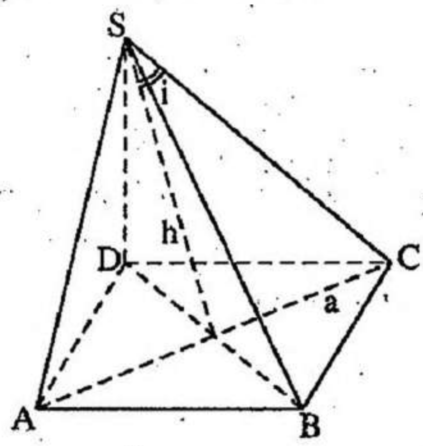
Ta thấy phương nhìn càng nghiêng, góc i càng lớn thì $d\phi$ càng nhỏ, ta càng thấy mặt kém sáng.

5.32. $E = \frac{I}{r^2} = 2$ lux.

5.33. (Hình 5.48G) Kí hiệu h là độ cao của ngọn đèn S so với sàn nhà, khoảng cách từ ngọn đèn tới góc phòng là r, ta có $r = \sqrt{h^2 + \frac{a^2}{2}}$, với a là chiều dài một cạnh ($a^2 = 16$ m^2).

Coi ngọn đèn là nguồn điểm đẳng hướng, độ rọi tại 4 góc phòng như nhau và bằng : $E = \frac{I\cos i}{r^2}$, với I là cường độ của nguồn sáng điểm S ; $\cos i = \frac{h}{r}$.

Suy ra : $E = \frac{Ih}{\left(h^2 + \frac{a^2}{2}\right)^{\frac{3}{2}}}$.



Hình 5.48G

Độ rọi lớn nhất khi : $\frac{dE}{dh} = 0 \Rightarrow h = \frac{a}{2} = \frac{4}{2} = 2$ m.

5.34. Năng lượng ánh sáng mà một đơn vị diện tích của phim nhận được trong thời gian t giây : $Q = Et = \frac{It}{r^2}$. Vì Q như nhau nên :

$$\frac{I_1t_1}{r_1^2} = \frac{I_2t_2}{r_2^2} \Rightarrow t_2 = t_1\frac{I_1}{I_2}\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 = 10 \text{ s}.$$

5.35. Quang thông mà một diện tích dS đặt tại một điểm M trên sàn nhà (Hình 5.49G) nhận được bằng : $d\phi = d\phi_1 + d\phi_2 = I_1 d\Omega_1 + I_2 d\Omega_2$, với :

$$d\Omega_1 = \frac{dS\cos\alpha_1}{r_1^2} \ ; d\Omega_2 = \frac{dS\cos\alpha_2}{r_2^2} \ ; I_1 = I_2 = I = 100 \text{ cd}$$

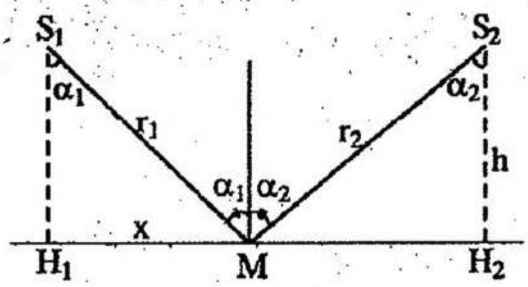
Độ rọi tại M là : $$E = \frac{d\phi}{dS} = I\left(\frac{\cos\alpha_1}{r_1^2} + \frac{\cos\alpha_2}{r_2^2}\right)$$

$$S_1H_1 = S_2H_2 = h \ ; S_1S_2 = H_1H_2 = d \ ; MH_1 = x \ ;$$

Ta có : $$E = Ih\left\{(h^2 + x^2)^{-\frac{3}{2}} + [h^2 + (d - x)^2]^{-\frac{3}{2}}\right\}$$

Độ rọi cực đại : $\frac{dE}{dx} = 0 \Rightarrow x = \frac{d}{2}$

$$E_{max} = 2Ih\left(h^2 + \frac{d^2}{4}\right)^{-\frac{3}{2}} \approx 15{,}24 \text{ lux}$$

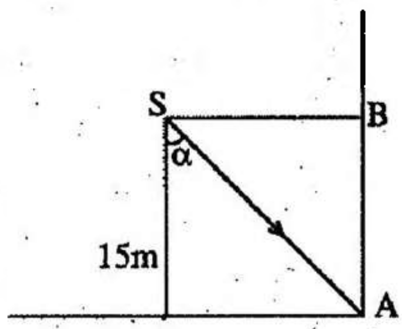


Hình 5.49G

5.36. a) $$E = \frac{\phi}{4\pi}\left(\frac{1}{h^2} + \frac{h}{(h^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}}\right) = 10{,}2 \text{ lux}$$

b) $$E = \frac{\phi h}{2\pi\left(h^2 + \frac{a^2}{4}\right)^{\frac{3}{2}}} \approx 10{,}9 \text{ lux}$$

5.37. (Hình 5.50G). Ta cần tính cường độ sáng I theo phương SA. Biết độ rọi tại A là 10 lux, tại B là 20 lux, ta có thể tính được các khoảng cách SA, SB và góc α. Từ đó tính được I = 24875 cd.



Hình 5.50G

5.38. a) $R = \frac{\phi}{\pi d l} = 5{,}31 \text{ lm/m}^2$

b) $E = \frac{\Phi}{2\pi a l} = 700 \text{ lux}$

CHỦ ĐỀ 6

6.1. a) Ta có : $\sin i_{gh} = \frac{1}{n} = \frac{1}{1,6} = 0,625 \Rightarrow i_{gh} = 38^o40'$.

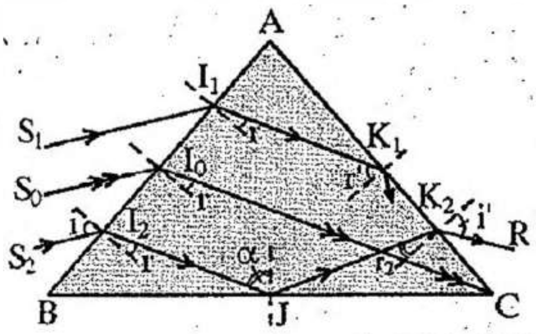
b) (Hình 6.1G) Các tia sáng song song tới mặt bên AB dưới cùng một góc tới i, sẽ khúc xạ qua mặt AB dưới cùng một góc r mà : $\sin r = \frac{1}{n}\sin i = \frac{1}{1,6}\sin i$.

Vì $i < 90^o$ nên $\sin i < 1$, và do đó $\sin r < \frac{1}{1,6}$ và $r < i_{gh}$, hay $r < 30^o40'$.

Kí hiệu I_0 là điểm tới của tia S_0I_0 cho ta tia khúc xạ I_0C qua đúng điểm C.

Ta có $\widehat{ACI_0} = r$ và $AI_0 = AC.\tan r$. Tia S_0I_0 phân chia chùm sáng tới lăng kính làm hai phần : một phần rọi vào đoạn AI_0, phần kia vào đoạn I_0B.

Hình vẽ cho thấy các tia khúc xạ, ứng với các tia tới đoạn AI_0, sau khi khúc xạ qua AB sẽ gặp mặt AC ; còn các tia khúc xạ, ứng với các tia tới đoạn I_0B, sau khi khúc xạ sẽ gặp mặt BC.



Hình 6.1G

Kí hiệu r' và góc tới của tia khúc xạ I_1K_1 ở mặt AC, ta có :

$$r' + r = A = 90^o \Rightarrow r' = 90^o - r$$

Với $r < 38^o40' < 45^o$ thì $r' > 90^o - 38^o40' > i_{gh}$, do đó tia I_1K_1 không cho tia ló khỏi mặt AC và nó sẽ bị phản xạ toàn phần, tới mặt BC.

Xét tia S_2I_2 tới điểm I_2 trong đoạn I_0B, tia này cho tia khúc xạ I_2J, ứng với góc khúc xạ r. Tia I_2J tới mặt BC dưới góc $\alpha = 45^o + r > i_{gh}$, do đó nó bị phản xạ toàn phần theo JK_2, và tới K_2 ở mặt AC dưới góc tới $r_2 = \alpha - 45^o = r < i_{gh}$, vì vậy tia JK_2 tia ló ra khỏi mặt AC dưới góc ló i' mà $\sin i' = n\sin r_2 = n\sin r = i$, suy ra $i' = i$, có nghĩa là tia ló K_2R đối xứng với tia tới S_2I_2 qua đường phân giác của góc $\widehat{A}$. Vì luôn luôn có $i' = i$ nên chùm tia ló qua mặt bên AC là chùm song song.

c) Qua chứng minh ở trên ta thấy rằng tính chất $i' = i$ không phụ thuộc chiết suất n, tức là không phụ thuộc bước sóng và màu ánh sáng. Các tia sáng có bước sóng khác nhau trong chùm ánh sáng trắng tới lăng kính, khi ló ra khỏi mặt AC vẫn song song với nhau, do đó sau khi qua thấu kính L_2 chúng lại hội tụ tại cùng một điểm (tại tiêu điểm phụ trên tiêu diện), nghĩa là chúng lại tạo nên ánh sáng trắng. Như vậy ta không quan sát được hiện tượng tán sắc.

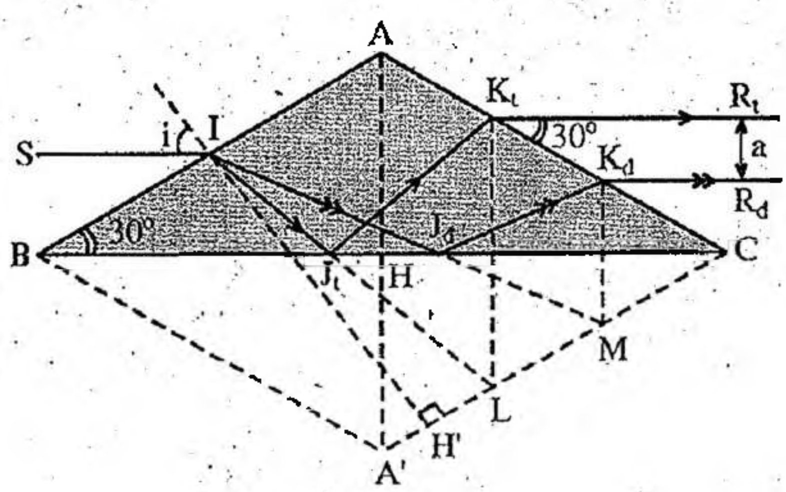
6.2. (Hình 6.2G) a) Vì góc $\widehat{A} = 120^o$ nên $\widehat{B} = \widehat{C} = \dfrac{60^o}{2} = 30^o$

$$i = 90^o - 30^o = 60^o$$

$$\sin r_t = \frac{\sin i}{n_t} = \frac{\sin 60^o}{\sqrt{3}} = \frac{1}{2} \Rightarrow r_t = 30^o$$

$$\sin r_d = \frac{\sin i}{n_d} = \frac{\sin 60^o}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \Rightarrow r_d = 37^o45'$$

Như vậy chùm tia khúc xạ trong lăng kính có đủ các màu của quang phổ (khả kiến) giới hạn bởi : tia tím IJ_t lệch nhiều nhất, gần pháp tuyến nhất ($r_t = 30^o$), và tia đỏ IJ_d lệch ít nhất ($r_d = 37^o45'$).



Hình 6.2G

Ở mặt BC các tia tím IJ_t, và tia đỏ IJ_d lần lượt có góc tới :

$$i_t = 30^o + r_r = 60^o$$
$$i_d = 30^o + r_d = 67^o45'$$

Góc giới hạn phản xạ toàn phần :

$$\sin(i_{gh})_t = \frac{1}{n_t} \approx 0{,}577 \Rightarrow (i_{gh})_t \approx 35^o15'$$

và $$\sin(i_{gh})_d = \frac{1}{n_d} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow (i_{gh})_t = 45^o$$

Ta nhận thấy : $i_t > (i_{gh})_d$. Nghĩa là hai tia giới hạn IJ_t và IJ_d của chùm khúc xạ đều phản xạ toàn phần tại mặt BC. Do đó mọi tia sáng trong chùm khúc xạ đều phản xạ toàn phần ở mặt BC.

Ta xét chùm tia ló khỏi mặt AB do sự đối xứng trong hiện tượng phản xạ và do cấu tạo đối xứng của lăng kính (đối với đường cao AH), góc tới ở mặt AC đối với tia tím và tia đỏ lần lượt là : $i_{Kt} = r_t = 30^o$; $i_{Kd} = r_d = 37^o45'$

Áp dụng định luật khúc xạ ánh sáng tại K_t và K_d ta suy ra các góc khúc xạ tại mặt AC (góc ló) là : $i_t = i_d = 60^o$.

Như vậy chùm tia ló ra khỏi mặt AC là chùm song song với đáy BC. Ngoài ra, khi phản xạ toàn phần trên mặt BC ta có $i_t < i_d$. Do đó điểm tới K_t của tia tím cách xa đáy BC hơn điểm tới K_d của tia đỏ. Vậy chùm tia ló có đủ màu của quang phổ, ánh sáng tím ở trên, ánh sáng đỏ ở dưới.

b) Để tính được độ rộng a của chùm tia ló, ta vẽ các điểm A', L, M lần lượt là điểm đối xứng với A, K_t, K_d đối với BC và dựng IH' ⊥ A'C.

Ta có : $$a = K_tK_d\sin30^o = \frac{K_tK_d}{2}$$

Mặt khác : $K_tK_d = LM = H'M - H'L = IH'(\tan r_d - \tan r_t)$.

Từ hình vẽ của ý a ta thấy IH' có độ dài bằng đường cao của tam giác đều ABA',

do đó $$IH' = AA'\frac{\sqrt{3}}{2} = 2h.\frac{\sqrt{3}}{2} = h\sqrt{3}$$

Vậy : $LM = h\sqrt{3}\ (\tan r_d - \tan r_t) = K_tK_d$, và, từ đó $a = \dfrac{h\sqrt{3}}{2}(\tan r_d - \tan r_t)$.

Thay số ta được $a \approx 0{,}854$ cm.

Qua các phép tính trên đây ta thấy độ rộng a chỉ phụ thuộc vào độ dài của IH', mà độ dài này bằng chiều cao của tam giác đều có cạnh AB, nghĩa là có một giá trị nhất định không phụ thuộc vào điểm tới I của tia sáng đập vào mặt AB.

6.3. a) Góc lệch của bức xạ λ_2 là góc lệch cực tiểu D_m, và được xác định bằng công thức :

$$\sin\frac{D_m + A}{2} = n.\sin\frac{A}{2} \text{ hay } \sin\frac{D_m + 60}{2} = 1{,}617.\frac{1}{2} = \sin53^o57' = \sin i$$

$$i = 53^o57' ;\ D_m = 107^o54' - 60^o = 47^o554'$$

b) Lấy đạo hàm theo n của $\sin\dfrac{D + A}{2} = n.\sin\dfrac{A}{2}$, ta được :

$$\frac{1}{2}\cos\frac{D + A}{2}.\frac{dD}{dn} = \sin\frac{A}{2},$$

$$\frac{dD}{dn} = \frac{2\sin\frac{A}{2}}{\cos\frac{D + A}{2}} = \frac{2\sin\frac{A}{2}}{\sqrt{1 - n^2\sin^2\frac{A}{2}}}$$, với $A = 60^o$, $\sin\dfrac{A}{2} = \sin30^o = \dfrac{1}{2}$ và $n = 1{,}617$,

$$\frac{dD}{dn} = \frac{2}{\sqrt{4 - 1{,}617^2}} = \frac{2}{\sqrt{1{,}383511}} = \frac{2}{1{,}17699} \approx \frac{2}{1{,}177} \text{ và } dD = \frac{2dn}{1{,}177}$$

Từ bức xạ λ_1 sang bức xạ λ_2, ta có $dn_1 = 1{,}617 - 1{,}608 = 0{,}009$.

Nên $$dD_1 = \frac{2.0{,}009}{1{,}177} = 0{,}01529 \text{ rad} = 0{,}8767^o ;\ dD_1 \approx 52'36''$$

Từ λ_2 sang λ_3, thì $dn_2 = 1{,}635 - 1{,}617 = 0{,}018 = 2.dn_1$, do đó :

$$dD_2 = 2dD_1 = 1^o45'12''.$$

Vậy góc lệch ứng với hai bức xạ λ_1 và λ_3 lần lượt là :

$D_1 = 47^o54' - 0^o52'36''$ $\qquad$ $D_1 = 47^o1'24''$

$D_2 = 47^o54' + 1^o45'12''$ $\qquad$ $D_2 = 49^o39'12''$

Khoảng cách giữa hai vạch λ_1, λ_2 là : $d_{1,2} = 0{,}01529.50 = 0{,}7645$ cm = 7,645 mm.

Khoảng cách giữa hai vạch λ_2, λ_3 là : $d_{2,3} = 2.d_{1,2} = 15{,}290$ mm.

c) Khi tăng góc tới i, thì góc lệch D_2 của bức xạ λ_2 không cực tiểu nữa, mà tăng một chút, làm cho vạch quang phổ tương ứng dịch chuyển một đoạn nhỏ về đầu tím của quang phổ, tức là về phía vạch λ_3.

Bức xạ λ_1, vốn đã ở quá độ lệch cực tiểu, nên độ lệch D_1 của nó cũng tăng, và tăng mạnh hơn D_2, làm cho vạch λ_1 cũng dịch chuyển về phía λ_3 và vì dịch nhiều hơn λ_2 nên khoảng cách $d_{1,2}$ giữa hai vạch λ_1 và λ_2 giảm.

Bức xạ λ_3, trước đây, chưa tới độ lệch cực tiểu, nên khi i tăng, thì độ lệch D_3 của nó giảm (để tiến tới cực tiểu), làm cho vạch λ_3 dịch chuyển về phía đầu đỏ, tức là lại gần vạch λ_2 và khoảng cách giữa hai vạch λ_2 và λ_3 cũng giảm.

Như vậy, khoảng cách giữa các vạch giảm và quang phổ ngắn lại.

Trái lại, giảm góc tới i, thì các vạch xa nhau thêm, quang phổ dài thêm và ta phân biệt các vạch gần nhau được dễ hơn.

6.4. a) Coi góc A là nhỏ :

$$D_C = (n_C - 1).A = 262.10^{-4} \text{ rad}$$

$$D_F = (n_F - 1).A = 266.10^{-4} \text{ rad}$$

Góc tạo bởi hai tia ló này là : $\Delta D = D_F - D_C \approx 1'20''$.

b) Góc tạo bởi hai tia ló ra khỏi lăng kính A' là :

$$\Delta D' = (n'_F - n'_C).A' = 0{,}030.A'$$

Để làm cho hai tia ló C và F trở thành song song, ta phải cho ΔD' bằng và trái dấu với ΔD, vậy phải đặt hai lăng kính A, A' ngược chiều nhau (Hình 6.3G) và :

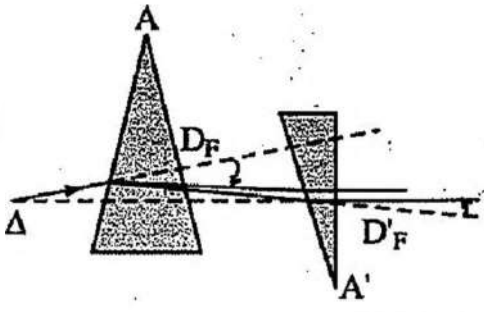
$$A' = \frac{\Delta D}{n'_F - n'_C} = \frac{4.10^{-4}}{0{,}030} \Rightarrow A' = \frac{1}{75} \text{ rad}$$

Góc lệch Δ của tia sáng qua hệ hai lăng kính A và A' là :

$$\Delta = (n_C - 1)A - (n'_C - 1)A'$$

$$= (n_F - 1).A - (n'_F - 1)A'$$

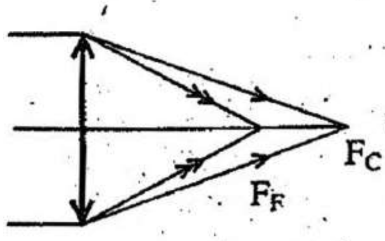
$$\Rightarrow \quad \Delta = 158.10^{-4} \text{ rad}$$



Hình 6.3G

Chú ý : Nếu hai lăng kính đặt sát nhau, và chùm tia tới không quá hẹp thì hai tia ló C và F có thể coi là trùng nhau. Tia sáng qua lăng kính ghép vẫn bị lệch (về phía đáy lăng kính A), nhưng không bị tán sắc nữa. Hệ hai lăng kính này làm thành một *lăng kính tiêu sắc*.

6.5. a) (Hình 6.4G) Độ tụ của thấu kính :



Hình 6.4G

$$D = \frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

$$\frac{1}{f_C} = (1{,}524 - 1)\frac{2}{30} \Rightarrow f_C = 28{,}626 \text{ cm}$$

Tương tự $f_F \approx 28{,}195$ cm.

Do đó : $F_CF_F = f_C - f_F = 28{,}630 - 28{,}195 = 0{,}435$ cm.

b) Độ tụ của hệ, đối với hai bức xạ C và F lần lượt là :

$$D_C = \frac{1}{f_C} + \frac{1}{f'_C} = \frac{(n_C - 1).2}{R} - \frac{(n'_C - 1).2}{R'}$$

$$D_F = \frac{1}{f_F} + \frac{1}{f'_F} = \frac{(n_F - 1).2}{R} - \frac{(n'_F - 1).2}{R'}$$

Để tiêu điểm của hệ đối với hai bức xạ C và F trùng nhau thì : $D_C = D_F$

Do đó $$\frac{(n_F - n_C).2}{R} = \frac{(n'_F - n'_C).2}{R'}.$$

$$R' = R.\frac{(n'_F - n'_C)}{(n_F - n_C)} \Rightarrow R' = 112{,}5 \text{ cm}$$

Tiêu cự f của hệ : $$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_C} + \frac{1}{f'_C} = \frac{1}{f_F} + \frac{1}{f'_F} = \frac{(n_C - 1).2}{30} - \frac{(n_F - 1).2}{R'}$$

$$\Rightarrow \quad f \approx 23{,}8 \text{ cm}$$

Chú ý :

1) Độ dài của đoạn thẳng F_FF_C được gọi là độ lớn của *sắc sai dọc* của thấu kính.

2) Thấu kính ghép này không còn sắc sai đối với hai bức xạ F và C, được gọi là tiêu sắc đối với hai bức xạ ấy.

6.6. a) $$n_t = 1{,}26 + \frac{7{,}555.10^{-14}}{(0{,}4.10^{-6})^2} \approx 1{,}7322 = \sqrt{3}$$

$$n_d = 1{,}26 + \frac{7{,}555.10^{-14}}{(0{,}7.10^{-6})^2} \approx 1{,}4142 \approx \sqrt{2}.$$

Khi góc lệch của tia tím cực tiểu : $\sin\frac{D_{t\min} + A}{2} = n\sin\frac{A}{2}$ (1).

Với $n_t = \sqrt{3}$; $A = 60^o$, ta được : $\sin\left(\frac{D_{t\min} + A}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin 60^o \Rightarrow D_{t\min} = 60^o$.

và góc tới của tia sáng trắng SI ở mặt AB là : $i_1 = \frac{D_{t\min} + A}{2} = 60^o$.

b) Tương tự, muốn cho góc lệch của tia đỏ là cực tiểu thì ta phải có :

$$\sin\left(\frac{D_{d\min} + A}{2}\right) = n_d\sin\frac{A}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \sin 45^o \Rightarrow D_{d\min} = 30^o$$

và góc tới của tia sáng trắng trên mặt AB phải bằng : $i'_t = \frac{D_{d\min} + A}{2} = 45^o$.

Như vậy, so với tia tím phải giảm góc tới một lượng là : $\Delta i_t = 15^o$.

Vì tia tới SI có phương cố định (các tia tới tím và tia tới đỏ có phương trùng nhau) nên muốn giảm góc tới ta phải quay lăng kính cạnh A theo kiểu ngược chiều kim đồng hồ, và phải quay một góc 15^o.

Đối với một tia đơn sắc bất kì trong tia sáng trắng SI, chiết suất của lăng kính nằm trong khoảng $\sqrt{2} < n < \sqrt{3}$. Do đó, theo phương trình (1) góc lệch cực tiểu của tia đơn sắc đó có giá trị D_{min} nằm trong khoảng : $30^o < D_{min} < 60^o$, và để cho góc lệch của tia đơn sắc đó có giá trị cực tiểu D_{min} góc tới i_1 của tia sáng trắng SI phải có giá trị nằm trong khoảng $45^o < i'_1 < 60^o$. Nghĩa là muốn cho một tia sáng đơn sắc bất kì trong tia sáng trắng SI có góc lệch cực tiểu thì góc quay α của lăng kính phải có giá trị nằm trong khoảng $0 < \alpha < 15^o$ (và có chiều quay ngược chiều kim đồng hồ, nếu ban đầu chọn góc tới i_1 để cho tia tới có góc lệch cực tiểu).

6.7. a) Chiết suất của crao đối với ba bức xạ λ, λ_1, λ_2 lần lượt là

$$n \approx 1{,}5165 \;;\; n_1 \approx 1{,}5118 \;;\; n_2 \approx 1{,}5270$$

Bán kính cong R của hai mặt thấu kính là : $R = 2(n - 1)f \approx 31$ cm.

Và tiêu cự của thấu kính đối với λ_1 và λ_2 lần lượt là :

$$f_1 = f\frac{(n-1)}{(n_1 - 1)} \approx 30{,}28 \text{ cm} \;;\; f_2 = f\frac{(n-1)}{(n_2 - 1)} \approx 29{,}40 \text{ cm}$$

b) Chiết suất của flin, đối với ba bức xạ trên :

$$n' \approx 1{,}6413 \;;\; n'_1 \approx 1{,}6296 \;;\; n'_2 \approx 1{,}6676$$

Giả sử thấu kính flin có hai mặt cùng bán kính cong R', thì để hệ là tiêu sắc, thấu kính này phải là thấu kính phân kì, và phải có giá trị :

$$R' = R.\frac{n'_F - n'_C}{n_F - n_C} = 77,5 \text{ cm}.$$

Vì mặt trước của thấu kính này được dán với mặt sau của thấu kính hội tụ, nên $R'_1 = 31$ cm, và mặt sau của nó phải có bán kính R'_2 thoả mãn :

$$\frac{1}{R'_1} + \frac{1}{R'_2} = \frac{2}{R'} \Rightarrow \frac{1}{R'_2} = \frac{2}{R'} - \frac{1}{R'_1} = -\frac{2}{77,5} - \frac{1}{-31} \Rightarrow R'_2 = 155 \text{ cm}$$

Vậy mặt sau của thấu kính flin là mặt lồi.

Tiêu cự của thấu kính ghép, đối với bức xạ $\lambda = 0,55$ μm

$$\frac{1}{f} = \frac{2(n-1)}{R} - \frac{2(n''-1)}{R'} = \frac{2.0,5165}{31} - \frac{2.0,6413}{77,5} \Rightarrow f \approx 59,62 \text{ cm}$$

Tương tự ta cũng tính được tiêu cự đối với các bức xạ λ_1 và λ_2.

(Ta nhận thấy tiêu điểm của hệ, đối với λ, cũng như đối với các bức xạ khác trong khoảng λ_1, λ_2, chỉ còn cách hai tiêu điểm F_C, F_F chừng 0,05 mm, tức là thấu kính ghép hầu như tiêu sắc đối với mọi bức xạ).

6.8. Gọi R_1, R_2, R'_1, R'_2 là bán kính cong của các mặt hai thấu kính, thì theo giả thiết, ta có :

$$R_1 = 3|R_2|,\ R'_1 = -R_2 \tag{1}$$

$$D = (n_D - 1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) + (n'_D - 1)\left(\frac{1}{R'_1} + \frac{1}{R'_2}\right) \tag{2}$$

Thấu kính ghép có tiêu cự dương, vậy thấu kính hội tụ phải bằng crao, còn thấu kính phân kì bằng flin. Trong thực tế, thấu kính hội tụ ghép như vậy luôn luôn có hai mặt lồi, do đó R_1 và R_2 đều dương, và công thức (2) thành :

$$4 = 0,528\left(\frac{1}{3R_2} + \frac{1}{R_2}\right) + 0,652\left(-\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R'_2}\right)$$

$$4 = \frac{0,528.4}{3R_2} + \frac{0,652(R_2 - R'_2)}{R_2R'_2} \tag{3}$$

Thấu kính được khử sắc sai đối với hai bức xạ C và F thì $D_C = D_F$ với :

$$D_C = (n_C - 1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) + (n'_C - 1)\left(-\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R'_2}\right)$$

$$D_C = 0,524\left(\frac{4}{3R_2}\right) + 0,642\left(-\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R'_2}\right)$$

và $$D_F = 0{,}523.\left(\frac{4}{3R_2}\right) + 0{,}662\left(-\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R'_2}\right)$$

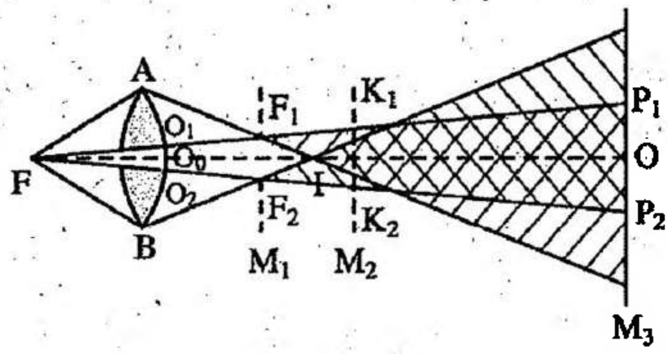
Do đó $$(0{,}532 - 0{,}524)\left(\frac{4}{3R_2}\right) = (0{,}642 - 0{,}662)\left(\frac{1}{R'_2} - \frac{1}{R_2}\right)$$

$$\frac{0{,}032}{3R_2} = -\frac{0{,}020(R_2 - R'_2)}{R_2R'_2} \quad (4)$$

Từ (3) và (4) : $4 = \frac{0{,}528.4}{3R_2} - \frac{0{,}652.8}{15R_2} = \frac{10{,}56 - 5{,}216}{15R_2}$

Suy ra : $R_2 = \frac{5{,}344}{60} \approx 8{,}9$ cm ; $R_1 = 3.R_2 \approx 26{,}72$ cm và $R'_2 \approx 19{,}08$ cm.

6.9. Hình 6.5G là sơ đồ cách bố trí thí nghiệm và đường đi của các tia sáng. Hai nửa thấu kính O_1A và O_2B tác dụng như thấu kính nguyên vẹn và cho hai ảnh thật F_1 và F_2 của khe F, F_1 vẫn ở trên đường nối nguồn F với quang tâm O_1 của nửa thấu kính O_1A, còn F_2 ở trên đường thẳng FO_2.



Hình 6.5G

Do $d = FO_1 = 60$ cm $= 2.30 = 2.f$, nên $d' = OF_1 = OF_2$ cũng bằng 2f, tức là 60 cm, và

$$FF_1 = d + d' = 2d.$$

Do đó : $$F_1F_2 = 2.O_1O_2 = 2.e = 2 \text{ mm}$$

Giao điểm I của hai tia sáng AF_1 và BF_2 qua hai mép thấu kính ở cách thấu kính

$$x = O_0I = d'.\frac{AO_1 + e + O_2B}{AO_1 + e + O_2B - a} = 60.\frac{21 + 1}{21 + 1 - 2} = 66 \text{ cm}$$

Giao điểm K_1 của hai tia O_1F_1 và BF_2 ở cách bán thấu kính :

$$x' = O_1K_1 = d'.\frac{O_1B}{O_1B - a} = 60.\frac{10{,}5 + 1}{10{,}5 + 1 - 2} \approx 72{,}6 \text{ cm}$$

a) Màn đặt cách $O_0 = 60$ cm : M đặt đúng vị trí của hai ảnh F_1, F_2 vậy, trên màn, ta thấy vết sáng thẳng, song song, cách nhau 2 mm, là hai ảnh thật của khe F, cho bởi hai nửa thấu kính (điểm M_1).

b) Màn M đặt ở M_2 cách $O_0 = 72$ cm : màn đặt gần bán thấu kính hơn hai điểm K_1, K_2, và trường giao thoa bị giới hạn bởi hai tia F_1I và F_2I. Vì M_2 đối xứng với M_1 qua I, nên độ rộng của trường giao thoa đúng bằng a = 2 mm. Trên màn, ta trông thấy một hệ vân giao thoa, với khoảng vân : $i = \frac{\lambda D}{a} = \frac{500.10^{-6}.12.10^{-2}}{2} = 0,03$ mm, và

số vân $N = \frac{l}{i} = \frac{2}{0,03} \approx 66$ vân.

Góc trông một khoảng vân : $\alpha = \frac{i}{Đ} = \frac{0,03}{250} = 12.10^{-5} = 1,2.10^{-4}$ rad < 2'.

Vậy α nhỏ hơn năng suất phân li của mắt nhiều, và không thể quan sát vân trực tiếp bằng mắt, và nhất thiết phải dùng một kính lúp có thể cho một số bội giác tối thiểu :

$G'_{min} = \frac{2}{\alpha} = \frac{2}{2} = 5$ lần tức là kính lúp phải có độ tụ tối thiểu :

$$\left(\frac{1}{f}\right)_{min} = D_{min} = \frac{G_{min}}{Đ} = \frac{5}{0,25} = 20 \text{ dp.}$$

"Khi đặt màn cách thấu kính 72 cm, muốn quan sát được vân, phải dùng một kính lúp có độ tụ tối thiểu D_{min} = 20 dp, tức là có tiêu cự f nhỏ hơn 5 cm".

c) Màn đặt cách bán thấu kính 180 cm.

Khi đó D = 180 – d' = 180 – 60 = 120 cm và $i = \frac{500.10^{-6}.120.10^{-2}}{2} = 0,3$ mm.

Trường giao thoa bây giờ được giới hạn bởi hai tia FF_1, FF_2 và có độ rộng :

$$l' = a\frac{180 + 60}{60 + 60} = 2a = 4 \text{ mm}$$

Số vân quan sát được : $N' = \frac{4}{0,3} \approx 13$ vân.

Góc trông vân lớn gấp 10 lần so với trường hợp trên, tức là gấp hai lần năng suất phân li của mắt.

Vậy "để quan sát vân, không cần kính lúp".

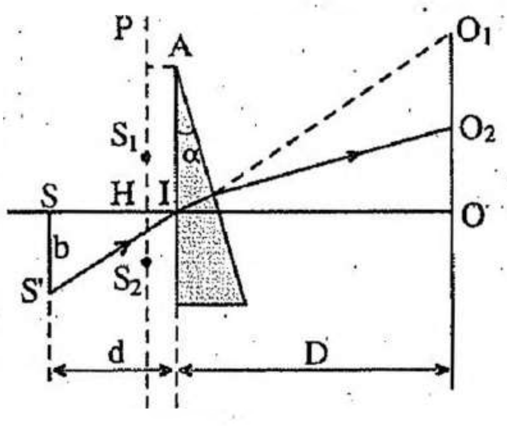
6.10. 1. Khoảng vân : $i = \frac{\lambda D}{a} = 1,2$ mm

2. a) Bề dày của lăng kính tại chỗ các tia sáng từ S_1 và S_2 đi qua (Hình 6.6G) là :

$$l_1 = AS_1\tan\alpha \approx AS_1.\alpha \ ; \ l_2 = AS_2\tan\alpha \approx AS_2.\alpha$$

với $AS_1 = AH - S_1H = h - \frac{a}{2} = \frac{2h - a}{2}$

$$AS_2 = AH + S_2H = h + \frac{a}{2} = \frac{2h + a}{2}$$



Hình 6.6G

Do đó : $l_1 = (2h - a)\dfrac{\alpha}{2}$; $l_2 = (2h + a)\dfrac{\alpha}{2}$

Thay số ta được : $l_1 \approx 0{,}095$ mm ; $l_2 \approx 0{,}105$ mm.

b) Lăng kính làm cho hiệu đường đi tăng thêm một lượng (giống như bản mặt song song) $e(n - 1)$, với e là bề dày lăng kính tại chỗ tia sáng đi qua. Do đó hiệu đường đi của hai tia S_1M và S_2M từ S_1 và S_2 tới điểm M trên màn E bây giờ là :

$$d_2' - d_1' = [d_2 + l_2(n - 1)] - [d_1 + l_1(n - 1)] = d_2 - d_1 + (l_2 - l_1)(n - 1)$$

$$\Rightarrow \qquad d_2' - d_1' = \frac{ax}{D} + a\alpha(n - 1),$$ (x là toạ độ của M trên màn E)

Vân sáng trung tâm ứng với $d_2' - d_1' = 0$.

Suy ra :
$$\frac{ax_0}{D} + a\alpha(n - 1) = 0 \Rightarrow x_0 = -(n - 1)\alpha.D \qquad (1)$$

Thay số ta được : $x = -10^{-2}$ m $= -1$ cm.

Như vậy, so với trường hợp không có lăng kính, vân trung tâm mới O' dịch chuyển về phía S_2 (vì $x < 0$), dưới đường IH một đoạn $x = 1$ cm.

(Điều này tương đương với trường hợp đặt trước S_1 và S_2 hai bản mỏng có bề dày l_1 và l_2).

c) Theo biểu thức của x_0 (1) ta thấy x_0 không phụ thuộc vào h.

Như vậy vị trí của vân trung tâm không phụ thuộc h.

Giả sử khe S ở vị trí bất kì S' và S'S // S_1S_2 và S' cách S một khoảng b bất kì (Hình 6.6G). Nếu không có lăng kính thì hiệu đường đi của các tia sáng tới màn bị giảm đi một lượng bằng $S'S_2 - S'S_1$. Khi nguồn sáng ở S thì hiệu đường đi chỉ bằng :

$$S_2M - S_1M \text{ (vì } SS_1 = SS_2\text{)}.$$

Tính toán tương tự như khi tính $d_2 - d_1$, ta có : $S'S_2 - S'S_1 = -\dfrac{ab}{d}$ (2)

Nếu có lăng kính thì hiệu đường đi tăng thêm một lượng bằng : $a\alpha(n - 1)$

Như vậy khi nguồn sáng ở vị trí bất kì S':

$$d_2' - d_1' = d_2 - d_1 + a\alpha(n - 1) - \frac{ab}{d}$$

$$d_2' - d_1' = \frac{ax}{D} + a\alpha(n - 1) - \frac{ab}{d} \qquad (3)$$

Vị trí mới của vân sáng trung tâm :

$$\frac{ax'_0}{D} + a\alpha(n-1) - \frac{ab}{d} = 0 \qquad (4)$$

$$\Rightarrow \qquad OO' = x'_0 = \frac{bD}{d} - (n-1)\alpha.D \qquad (5)$$

Ta cũng thấy vị trí của vân sáng trung tâm O" không phụ thuộc h.

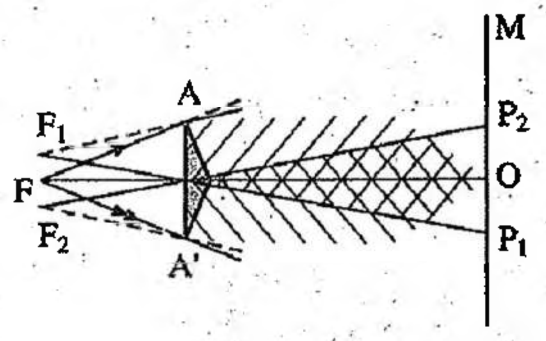
Bây giờ ta chứng minh O" nằm trên đường đi của tia S'I. Xét tia S'I có đường kéo dài gặp màn quan sát tại O_1, ta có $OO_1 = \frac{bD}{d}$. Góc lệch Δ của tia ló gặp màn quan sát tại O_1 là : $\Delta = (n-1)\alpha$.

Suy ra : $$O_1O_2 = IO_2.\Delta \approx IO.\Delta = (n-1)\alpha.D$$

$$\Rightarrow \qquad OO_2 = OO_1 - O_1O_2 = \frac{bD}{d} - (n-1)\alpha.D \qquad (6)$$

Đối chiếu (5) và (6), ta thấy $OO'' = OO_2$, có nghĩa là vị trí O" của vân trung tâm mới chính là điểm O_2, nằm trên đường đi của tia sáng S'I sau khi qua lăng kính.

6.11. a) Hình 6.7G biểu diễn đường đi của các tia sáng qua hai lăng kính. Hai chùm tia sáng tựa như được phát đi từ hai điểm F_1, F_2, ảnh của nguồn F, cho bởi hai lăng kính. Hai chùm sáng này có một phần chung (gạch chéo hai lần) đó là trường giao thoa, và P_1P_2 là độ rộng của trường ấy.



Hình 6.7G

$$a = 2d.(n-1).A = 2.0,5.10^3(1,6-1).20.3.10^{-4} = 3,6 \text{ mm}$$

$$i = \frac{\lambda D}{a} = \frac{\lambda(d+d')}{2d(n-1)A} \approx 0,38 \text{ mm} \qquad (1)$$

Độ rộng của trường giao thoa : $l = a\frac{d'}{d} = 3,6.\frac{2}{0,5} = 14,4$ mm.

Số vân N nhiều nhất quan sát được : $N = \frac{l}{i} = \frac{14,4}{0,38} \approx 37$ vân.

b) Vân biến mất khi : $FF' \approx h = i.\frac{d}{d'} = 0,38.\frac{0,5}{2} \approx 0,095$ mm.

c) Công thức (1), có thể viết : $i = \frac{\lambda}{2(n-1)A}\left[1 + \frac{d'}{d}\right]$.

Khi d tăng dần, thì khoảng vân i giảm dần ; đồng thời, do độ rộng của trường giao thoa không đổi, nên số vân N tăng dần, còn vân trung tâm vẫn cố định. Khi khe F ra xa vô cùng, phân số $\frac{d'}{d}$ tiến tới 0 và i tiến tới giới hạn :

$$i_{gh} = \frac{\lambda}{2(n-1)A} = \frac{i}{a + \frac{d'}{d}} = \frac{0,38}{1+4} = 0,76 \text{ mm}$$

và N cũng tiến tới giới hạn $N_{gh} = 5\ N = 185$ vân.

6.12. a) Trước hết ta nhận xét rằng tuy điểm S không còn ở trên trục chính đối với mỗi nửa thấu kính còn lại, nhưng độ dời tạo bởi khoảng cắt đi rất nhỏ, nên các khoảng cách các ảnh vẫn có thể tính toán như vật đặt trên trục chính. Ta có :

$$d_1' = \frac{d_1 f}{d_1 - f} = -15 \text{ cm}.$$

S_1 và S_2 là ảnh ảo, cách thấu kính 15 cm.

Mỗi ảnh này đều nằm trên đường thẳng nối S với quang tâm ban đầu của nửa thấu kính tương ứng. Các tia ló qua mỗi nửa thấu kính đều có đường kéo dài giao nhau tại ảnh đó.

Hai tam giác đồng dạng SS_1S_2 và SO_1O_2 (Hình 6.4) cho ta :

$$\frac{S_1S_2}{O_1O_2} = \frac{|d_1'| - d_1}{d_1}.$$

Suy ra : $a = S_1S_2 = \frac{|d_1'| - d_1}{d_1}.O_1O_2$ với $O_1O_2 = 2h \Rightarrow a = 2h = 2,5$ mm.

b) Khoảng vân : $i = \frac{\lambda(|d_1'| + d_2)}{a}$

Từ đó suy ra : $\lambda = \frac{ai}{|d_1'| + d_2} = i.10^{-3}$ m

Thay số :

$$\lambda_1 = i_1.10^{-3} = 0,64.10^{-6} \text{ m} = 0,64\ \mu\text{m}$$

$$\lambda_2 = i_2.10^{-3} = 0,54.10^{-6} \text{ m} = 0,54\ \mu\text{m}$$

c) Vị trí có sự trùng khít của các vân giao thoa sáng màu đỏ và màu lam :

$$x = k_1 i_1 = k_3 i_3 \Rightarrow k_1\lambda_1 = k_3\lambda_3 \Rightarrow \lambda_3 = \frac{3\lambda_1}{n} = \frac{1,92}{n}\ \mu\text{m}$$

Mặt khác theo đề bài : $0,46\ \mu\text{m} \le \lambda_3 \le 0,5\ \mu\text{m} \Rightarrow 3,84 \le n \le 4,17$.

Vậy $n = 4 \Rightarrow$ $\lambda_3 = \frac{1,92}{n} = 0,48\ \mu\text{m}.$

d) Khi không dùng kính lọc thì cả ba vức xạ λ_1, λ_2, λ_3 đều có hệ vân giao thoa trên màn. Vân trung tâm là vân sáng với mọi bước sóng, do đó tại trung tâm O có sự chồng chập ba vân sáng của ba bức xạ λ_1, λ_2, λ_3 tạo ra cảm giác sáng trắng. Từ vân trung tâm, về cả hai bên, do khoảng vân của 3 hệ vân có trị số khác nhau nên các vân sáng ứng với các bước sóng khác nhau sẽ so le nhau. Nhưng tại những vị trí xác định trên màn (ngoài O), lại có xảy ra sự chồng chập ba vân sáng của ba bức xạ λ_1, λ_2, λ_3 và ta lại quan sát được các vân trắng giống như tại O. Và số vân trắng quan sát được tuỳ thuộc vào bề rộng của vùng giao thoa.

Trước hết, ta xét các vị trí trên màn E mà tại đó có sự chồng chập các vân sáng của λ_1, λ_2, λ_3 :

$$x = k_1 i_1 = k_2 i_2 = k_3 i_3 \Rightarrow k_1\lambda_1 = k_2\lambda_2 = k_3\lambda_3 \Rightarrow 64k_1 = 54k_2 = 48k_3$$

Bội số chung của các số này là : K = 1728n, với n là số nguyên.

Ta có bảng kết quả sau đây :

n	1	2	3	4	...
k_1	27	54	81	108	...
x (mm)	17,28	34,56	51,84	69,12	...

Trị số khả dĩ của x tuỳ thuộc vào bề rộng của trường giao thoa.

Bề rộng của trường giao thoa :

$$\frac{l}{a} = \frac{d_2}{|d'_a|} \Rightarrow l = \frac{d_2}{|d'_1|} a \approx 39,2 \text{ mm}$$

Như vậy, giá trị cực đại của x là $x_{max} = \frac{l}{2} = 19,6$ mm.

Đối chiếu với bảng trên, ta thấy chỉ có một vân sáng trắng (ứng với n = 1) ở vị trí $x_1 = 17,28$ mm. Như vậy, số vân sáng trắng tổng cộng quan sát được là :

$$N = 1 + 2.1 = 3 \text{ vân.}$$

Các vân này ứng với cực đại giao thoa của vân bức xạ đỏ có bậc : $k_0 = 0$, $k_1 = \pm 27$.

6.13. 1. Khoảng vân : $i = \lambda\frac{D}{a} = 1,2$ mm

2. Khi ống T thông với bên ngoài, ảnh hưởng của các tấm kính A và B đối với ánh sáng đi từ S_1 và S_2 đến một điểm M bất kì trên màn E là như nhau, do đó hiệu đường đi không thay đổi, và vì vậy hệ vân giao thoa trên màn không thay đổi.

3. a) Khi đã tạo chân không trong ống T, đường đi d_2 của ánh sáng S_1 đến điểm M bất kì trên màn E giữ nguyên không đổi. Nhưng đường đi d_1 của ánh sáng từ S_1 đến M gồm phần $d_1 - l$ truyền trong không khí với vận tốc v (l = 20 cm) và đoạn l truyền trong chân không (trong ống T) với vận tốc c (không xét phần truyền qua các bản thủy tinh A, B là rất nhỏ và là như nhau đối với d_1 và d_2). Thời gian truyền từ S_1 đến M là :

$$\frac{d_1 - l}{v} + \frac{l}{c} = \frac{d_1 - l}{v} + \frac{l}{nv} \text{ (vì } n = \frac{c}{v}\text{) hay } \frac{1}{v}\left[d_1 - l\frac{n-1}{n}\right]$$

Như vậy nếu xem ánh sáng từ S_1 chỉ truyền trong không khí đến M (để so sánh với d_2) thì đường đi này là : $d_1' = d_1 - l\frac{n-1}{n}$.

Vị trí của vân sáng trung tâm mới O':

$$d_2' - d_2 = 0 \Rightarrow d_1 - d_2 = \frac{l(n-1)}{n} \qquad (1)$$

Mặt khác : $$d_1 - d_2 = \frac{ax}{D}\text{, với } x = OO' \qquad (2)$$

Từ (1) và (2) : $$x = \frac{l(n-1)}{n}.\frac{D}{a}.$$

Vì theo (1), $d_1 > d_2$ nên $x > 0$, nghĩa là O' ở về phía S_2 (phía không có ống T).

b) Trong quá trình hệ vân dịch chuyển, đã có 99 vân sáng dịch chuyển qua tâm O của màn E, và cuối cùng tại O có một vân tối, điều đó chứng tỏ độ dời tổng cộng của hệ vân bằng 98,5 khoảng vân, ta có :

$$x = 98{,}5i = 98{,}5\frac{\lambda D}{a} = \frac{l(n-1)}{n}.\frac{D}{a} \Rightarrow 1 - \frac{1}{n} = 98{,}5\frac{\lambda}{l} \Rightarrow n = 1{,}00029$$

c) Khi dùng ánh sáng trắng, khe của ống chuẩn trực đặt tại O, ta sẽ thu được một quang phổ vằn, các vằn ứng với các bức xạ cho vân tối tại C. Còn vân trung tâm mới tại O là vân sáng (cho mọi bước sóng). Vị trí của vân tối (so với vân sáng trung tâm O') được xác định bởi công thức : $O'O = x = \left(k + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda D}{a}$.

Mặt khác, theo câu b) : $$x = 98{,}5i = 98{,}5\frac{\lambda_1 D}{a}\text{, với } \lambda_1 = 0{,}5893\ \mu m$$

Từ đó : $$\left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda = 98{,}5\lambda_1 \Rightarrow \lambda = \frac{116{,}09}{2k+1}\ (\mu m)$$

Theo đề bài $0{,}38\ \mu m \le \lambda \le 0{,}76\ \mu m$; suy ra $77 \le k \le 144$ với k là số nguyên.

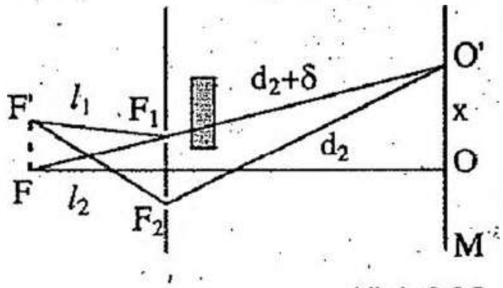
Như vậy, có tất cả 68 trị số của k ứng với 68 vân trên quang phổ với các bước sóng tương ứng là : $\lambda \approx \frac{116,09}{2k+1}$ (μm), trong đó k = 77 ; 78 ; ... ; 144.

6.14. a) Dây tóc đèn tác dụng như một khe sáng, độ rộng h = d, nên ta phải có : $l > \frac{D.h}{i}$,

do đó $l > \frac{D.d}{i} = \frac{a.d}{\lambda}\left(i = \frac{\lambda D}{a}\right)$, với a = 3 mm, λ = 500 mm = $0,5.10^3$ mm, d = 0,05, ta được :

$$l > \frac{3.0,05}{0,5.10^{-3}} = \frac{3.500}{5} = 300 \text{ mm hay } l > 30 \text{ cm.}$$

b) Giả sử khe bị che là F_1, quang trình của các tia sáng ra khỏi F_1 tăng một giá trị (Hình 6.8G) : $\delta = e(n-1) = 0,006.(1,5-1) = 0,003$ mm = 3 μm.
Nếu δ = λ = 0,5 μm, thì hệ vân dịch chuyển đúng một vân, tức là một khoảng $x = \frac{\lambda D}{a}$, về phía F_1, và nếu δ = p.λ, thì hệ vân dịch chuyển một đoạn $p.\frac{\lambda D}{a}$.



Hình 6.8G

Do đó :

$$e(n-1) = p\lambda ;$$

$$x = p\frac{\lambda D}{a} = \frac{e.(n-1).\lambda D}{\lambda.a}$$

$$x = \frac{e.(n-1).D}{a} = \frac{3.10^{-3}.900}{3} = 0,9 \text{ mm}$$

Để đưa hệ vân trở lại vị trí ban đầu, ta phải đưa dây tóc đèn từ vị trí F sang vị trí F', sao cho hai đường đi (F'F_1O') và (F'F_2O') thành bằng nhau. Vậy phải tăng đường đi l_2.

Vậy, phải dịch chuyển đèn về phía khe bị che, tức là F_1. Và độ dịch chuyển y được tính theo công thức : $l_2 - l_1 = \frac{2.a.y}{l_1 + l_2} \approx \frac{a.y}{l} \Rightarrow y = \frac{\delta.l}{a} = 0,6$ mm.

c) Đặt $x = 1,2 \text{ mm} = pi = p.\frac{\lambda D}{a}$, ta thấy rằng ứng với mỗi giá trị nguyên của p, thì tại khe máy quang phổ có vân sáng của bức xạ tương ứng, và bức xạ ấy lại cho một vân sáng trên quang phổ. Trái lại, ứng với mỗi giá trị nửa nguyên của p, ta sẽ thấy một vân tối. Giá trị lớn nhất p_2 của p ứng với giá trị nhỏ nhất $\lambda_2 = 380$ mm và giá trị nhỏ nhất p_1 ứng với giá trị lớn nhất $\lambda_2 = 760$ mm của bước sóng, tức là :

$$1,2 = p_1.\frac{0,76.10^{-3}.900}{3} \Rightarrow p_1 = 5,3$$

$$1,2 = p_2.\frac{0,38.10^{-3}.900}{3} \Rightarrow p_2 = 10$$

Vậy $5,3 \le p \le 10$.

Vậy trên quang phổ, ta trông thấy 5 vân sáng xen kẽ với 4 vân tối.

1) Nếu đèn tịnh tiến về phía có máy quang phổ, một đoạn :

$$x' = y.\frac{D}{l} = 0,5.\frac{90}{60} = 0,75 \text{ mm}$$

Tức là khoảng cách từ vân trung tâm tới khe máy quang phổ thành :

$$x + x' = 1,2 + 0,75 = 1,95 \text{ mm}$$

Vì $x = p.\frac{\lambda D}{a}$ nên khi x tăng, thì cả p và λ đều tăng. Nhưng p chỉ tăng từng nửa đơn vị một, nên khi x chỉ tăng một lượng nhỏ, chưa đủ để p tăng, thì λ phải tăng, tức là các vân, cả vân sáng lẫn vân tối, đều dịch chuyển về phía sóng dài, tức là về đầu đỏ của quang phổ. Khi λ vượt quá 0,76 μm, thì vân đi vào chỗ nền tối, ở đầu đỏ. Tức là vân biến mất ở đầu đỏ. Đồng thời, những vân ứng với $\lambda < 0,38$ μm, trước đây ta không trông thấy, nay từ nền tối lại chuyển thành trông thấy được và xuất hiện ở đầu tím của quang phổ. Khi x tăng một lượng đủ lớn, thì p_1 và p_2 đều tăng, và do độ tăng của p_2 gần gấp đôi độ tăng của p_1, nên hiệu số $p_2 - p_1$ tăng, tức là số vân cũng tăng.

Tóm lại : Khi đèn dịch chuyển về cùng một phía với máy quang phổ, thì các vạn dịch chuyển về phía đầu đỏ của quang phổ, rồi biến mất ở đầu đỏ, đồng thời, từ đầu tím, lại xuất hiện những vân mới ; tính trung bình, thì khi ở đầu đỏ mất một vân, thì ở đầu tím lại có thêm gần hai vân, như vậy số vân tăng lên.

Với x' + x = 1,95 mm, các số p_1, p_2 trên thành :

$$p_1 = \frac{1,95}{0,225} = 8,6 \; ; \; p_2 = \frac{1,95}{0,12} = 16,5$$

Số vân sáng tăng lên thành 8 vân, còn số vân tối (ứng với p từ 9,5 đến 15,5) tăng lên thành 7 vân. Tuy giá trị p = 16,5 ứng với bức xạ khả kiến 0,4 μm, nhưng vân tối ứng với nó lại ở cạnh nền tối, nên ta không trông thấy, và không thể tính là một vân.

2) Nếu đèn tịnh tiến về phía kia, thì hiện tượng quan sát được sẽ ngược lại : các vân dịch chuyển về đầu tím, rồi biến mất ở đầu tím đồng thời xuất hiện những vân mới,

từ đầu đỏ, và số vân giảm dần. Khoảng cách từ tâm vân chính giữa đến khe máy quang phổ bây giờ là x – x' = 1,2 – 0,75 = 0,45 mm, các số p_1, p_2 giảm thành :

$$p_1' = \frac{0,45}{0,225} = 2\ ;\ p'' = \frac{0,45}{0,12_2} = 3,75$$

Vậy : "Trên quang phổ còn lại hai vân sáng, ứng với p = 2 và p = 3 và hai vân tối ứng với p = 2,5 và p = 3,5".

Chú ý : Khi y = 0,8 mm, thì x' = 1,2 m, x – x' = 0, vân biến mất hoàn toàn, và khi y > 0,8 mm, thì vân lại xuất hiện, ta lại trở lại trường hợp trên.

6.15. a) Ta có :

$$d' = \frac{d.f}{d-f} = \frac{30.15}{30-15} = 30 \text{ cm}$$

$$a = e.\frac{d+d'}{d} = 2.\frac{30+30}{30} = 4 \text{ mm}$$

$$i = \lambda.\frac{D-d'}{a} \approx 0,16 \text{ mm}$$

$$l = e\frac{D+d}{d} = 12 \text{ mm}$$

$$N = \frac{l}{i} = \frac{12}{0,164} \approx 73 \text{ vân}$$

Độ rộng giới hạn của khe : $h_{gh} = i\dfrac{d}{D} \approx 0,033$ mm.

Như vậy : h = 0,04 mm > h_{gh}, tức là với khe F rộng 0,04 mm, ta không quan sát được vân giao thoa.

b) Hiệu quang trình δ do bản tạo ra tại tâm hệ vân là :

$$\delta = (n-1).e = (1,5-1).0,006 = 0,003 = 3\ \mu m$$

đặt δ = p.λ và cho hai giá trị giới hạn λ_1, λ_2.

với λ_1 = 760 mm = 0,76 μm thì $p_1 = \dfrac{3}{0,75} \approx 4$

λ_2 = 380 mm = 0,38 μm thì $p_2 = \dfrac{3}{0,4} \approx 7,5$

Vậy, trong máy quang phổ ta trông thấy một quang phổ, chứa 4 vân sáng :

$$\lambda_1 = \frac{3}{4} = 0,75\ \mu m\ ;\ \lambda_2 = \frac{3}{5} = 0,6\ \mu m\ ;\ \lambda_3 = \frac{3}{6} = 0,5\ \mu m\ ;\ \lambda_4 = \frac{3}{7} = 0,43\ \mu m$$

và 3 vân tối : $\lambda'_1 = \frac{3}{4,5} = 0,67$ μm ; $\lambda'_2 = \frac{3}{5,5} \approx 0,55$ μm ; $\lambda'_3 = \frac{3}{6,5} \approx 0,46$ μm.

c) Bỏ bản mỏng đi, thì khi khe F chưa dịch chuyển, mọi bức xạ đều cho vân sáng ở khe máy quang phổ, nên trong máy quang phổ, ta trông thấy một quang phổ liên tục. Khi F dịch chuyển một đoạn y, thì vân trung tâm dịch chuyển ra xa khe máy quang phổ một đoạn OO' = 5y. Khi $OO' = \frac{i_1}{2} = \frac{1}{2}.0,4.\frac{1,2}{4} = 0,06$ mm, thì bức xạ $\lambda_1 = 0,4$ μm cho vân tối, ta thấy một vân đen xuất hiện ở đầu tím của quang phổ, y càng tăng thì vân đen này dịch chuyển dần về đầu đỏ. Khi OO' = 0,1125 mm, thì vân đen tới đầu đỏ, rồi biến mất ở đầu ấy. Khi i = 0,18 mm; thì một vân đen mới xuất hiện ở đầu tím, rồi lại dịch chuyển về đầu đỏ, khi i = 0,3 mm, lúc vân này chưa tới đầu đỏ, thì ở đầu tím xuất hiện một vân đen, rồi cả hai vân cùng dịch chuyển về đầu đỏ. Như vậy, số vân đen tăng dần, và tính trung bình, thì cứ một vân đen biến mất ở đầu đỏ, lại có thêm hai vân đen xuất hiện ở đầu tím.

Khi y = 0,8 mm, thì OO' = 0,8.5 = 4 mm.

Với $\lambda_1 = 0,38$ μm, thì $i_1 = 0,38$ mm, $k_1 = \frac{4}{0,12} = 33,5$.

Với $\lambda_2 = 0,76$ μm, thì $i_2 = 0,225$ mm, $k_2 = \frac{4}{0,225} = 17,7$.

Vậy ta thấy $k_2 - k_1 = 33 - 17 + 1 = 17$ vân sáng.

Khi y = 1,2 m, thì OO' = 5y = 6 mm, khe máy quang phổ ra khỏi thị trường và cả quang phổ biến mất.

6.16. 1. Khoảng vân : $i = \lambda\frac{D}{a} = 1,092.10^{-3}.D$ m.

Với 40 < D < 90 cm thì 0,437 mm ≤ i ≤ 0,983 mm.

2. Khi chiếu sáng khe S bởi hai bức xạ λ_1, λ_2 ta có hai hệ thống vân giao thoa chồng lên nhau. Các vân sáng cũng như các vân tối của hai hệ đó có thể trùng nhau :

$$k_1\lambda_1\frac{D}{a} = k_2\lambda_2\frac{D}{a} \Rightarrow k_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}k_1 = \frac{5}{6}k_1 \qquad (1)$$

Suy ra các trị số thích hợp của k_1, k_2 :

$k_1 = 6$; $k_2 = 5$

$k_1 = 12$; $k_2 = 10$

$k_1 = 18$; $k_2 = 15$...

Số vân trùng nhau được giới hạn bởi bề rộng của trường giao thoa.

Các vân tối trùng nhau :

$$(2k_1 + 1)\frac{\lambda_1 D}{2a} = (2k_2 + 1)\frac{\lambda_2 D}{2a}$$

$$\Rightarrow \quad (2k + 1)\frac{5}{6} = (2k_2 + 1) \Rightarrow 10k_1 = 12k_2 + 1 \qquad (2)$$

Vì k_1, k_2 là số nguyên nên hệ thức (2) không thể xảy ra.

Nghĩa là các vân tối của hai hệ vân giao thoa đó không trùng nhau được, do đó trên màn không quan sát được vân tối.

Với hai bước sóng của natri ta có : $\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{0,5890}{0,5896} \neq \frac{5}{6}$, nên hiện tượng khảo sát ở trên không thể xảy ra được. Chú ý là λ_1 và λ_2 rất gần bằng nhau, chỉ sai khác $\frac{6.10^{-4}}{0,5896} \approx 10^{-3}$, do đó nếu chấp nhận sai số $\frac{1}{1000}$ thì ta có thể coi như chỉ có 1 bức xạ của natri với bước sóng là trung bình cộng của λ_1, λ_2, nghĩa là : $\lambda = 0,5893$ μm.

3. a) Khi dịch chuyển S đến vị trí S' thì hệ vân cũng dời theo, vân trung tâm sẽ đến vị trí O' sao cho S', I', O' thẳng hàng (I là trung tâm của điểm S_1S_2).

Ta có : $\frac{SS'}{OO'} = \frac{D'}{D}$, với D' là khoảng cách từ S đến S_1S_2.

Vì theo đề bài, D = D' = 50 cm, nên SS' = OO' ⇒ b' = OO'.

Vân tối đến chiếm chỗ vân sáng kề nó, nên OO' = $\frac{i}{2} = \frac{\lambda D}{2a} \approx 0,29$ mm.

Vậy b = 0,29 mm.

b) Khi khoét rộng khe S, ta xem như khe này được hợp bởi vô số khe S' rất hẹp kế tiếp nhau ; mỗi khe hẹp này cho một hệ vân giao thoa mà vân sáng trung tâm nằm ở O'. Nếu S' cách xa trung điểm của khe S mở rộng một đoạn x_S thì O' cũng cách xa O một đoạn x_S (theo trên). Với $x_S = b = \frac{i}{2}$ thì khe S có bề rộng b = 2i các vân sáng của hệ vân do S' tạo nên chúng át cả vân tối. Khi đó trên màn E cường độ sáng tại mọi điểm là như nhau, nghĩa là ta không quan sát được hiện tượng giao thoa.

4. Khi dùng ánh sáng trắng chiếu sáng khe S, thì mỗi ánh sáng đơn sắc trong thành phần của ánh sáng trắng sẽ cho một hệ vân giao thoa, và tại chỗ đặt khe của ống chuẩn trực là vị trí của một số vân tối của các hệ vân đó. Các vân tối này để lại những

vạch đen trên nền quang phổ liên tục (vì các bức xạ đơn sắc khác lại cho vân sáng tại vị trí đặt khe đó) nghĩa là ta thu được quang phổ vằn, trên đó có các vằn đen (vạch đen). Để tìm số vằn trên ta áp dụng công thức xác định vân tối : $x_t = (2k+1)\frac{\lambda D}{2a}$, với $x_t = 1$ cm.

Vì 0,4 μm ≤ λ ≤ 0,75 μm : $0,4 \le \frac{20}{2k+1} \le 0,75$ (k là số nguyên) $\Rightarrow 13 \le k \le 24$.

Như vậy có tất cả 12 vằn đen ứng với k = 13, 14, ... 24.

Tần số f của các bức xạ tạo vằn đó là : $f = \frac{c}{\lambda} = 15.10^{12}(2k+1)$ (Hz)

Ta thấy f hợp thành một cấp số cộng mà công sai là : $s = 15.10^{12}.2 = 3.10^{13}$ Hz và có 12 số hạng ứng với k từ 13 đến 24.

Khi đưa dần khe của ống chuẩn trực lại gần vị trí của vân trung tâm O thì trị số x_t giảm dần, kéo theo các giới hạn trên và dưới của k giảm theo. Số vằn đen trong quang phổ giảm. Cho đến khi khe đó đến đúng vị trí của vân trung tâm thì ta thu được một quang phổ liên tục của ánh sáng trắng (vì vân sáng trung tâm là một vân sáng trắng đa sắc như của nguồn S).

6.17. a) Đó là màn M không song song với mặt phẳng chứa hai ảnh F_1, F_2 của F. Quay màn M, để đưa nửa chứa các khoảng vân dài lại gần hai gương và cho nửa mặt kia ra xa, cho đến khi màn M song song với mặt phẳng chứa hai khe, thì các vân sẽ trở thành cách đều nhau.

$$i = \frac{\lambda(D+l)}{2.d.\alpha} = \frac{0,589.10^{-3}(1+0,2).10^3}{2.200.20.3.10^{-4}} \approx 0,3 \text{ mm.}$$

và
$$N = \frac{2D\alpha}{i} = \frac{2.1000.20.3.10^{-4}}{0,3} = \frac{12}{0,3} = 40 \text{ vân.}$$

b) Quan sát hệ vân với ánh sáng đơn sắc, ta không thể nào tìm được vân trung tâm. Ta phải thay đèn đơn sắc bằng một đèn phát ánh sáng trắng, tức là một bóng đèn dây tóc. Vân duy nhất có màu trắng, mà hai bên là hai vân đen chính là vân trung tâm.

Bậc giao thoa k_1 và k_2 của hai bức xạ $\lambda_1 = 0,75$ μm và $\lambda_2 = 0,4$ μm lần lượt là :

$$k_1 = \frac{OO'}{i_2} = \frac{OO'}{0,75.0,5} = \frac{1,5}{0,75.0,5} = 4$$

$$k_2 = \frac{OO'}{i_2} = \frac{1,5}{0,40.0,5} = 7,5$$

Có 4 vân sáng : $0{,}75\ \mu m$, $\frac{3}{5} = 0{,}6\ \mu m$, $\frac{3}{6} = 0{,}5\ \mu m$, $\frac{3}{7} \approx 0{,}43\ \mu m$.

Có 3 vân tối : $\frac{3}{4{,}5} \approx 0{,}67\ \mu m$; $\frac{3}{5{,}5} \approx 0{,}56\ \mu m$, $\frac{3}{6{,}5} \approx 0{,}46\ \mu m$.

c) 1. Khe F dịch chuyển một đoạn s, thì điểm O dịch chuyển một đoạn $\frac{D}{l}.s = 5s$, khoảng cách từ O đến khe máy quang phổ, hoặc tăng thành 5s + 1,5 mm ; hoặc giảm thành 5s – 1,5 mm. Nếu OO' tăng, thì các vân dịch chuyển về đầu đỏ của quang phổ rồi biến mất ở đầu ấy, đồng thời, vân mới xuất hiện ở đầu tím, tính l trung bình thì, khi ở đầu đỏ mất một vân thì, ở đầu tím lại thêm gần hai vân, thành thử số vân tăng dần.

Khi s = 0,9 mm, thì OO' = 4,5 + 1,5 = 6 mm, bằng nửa độ rộng trường giao thoa, và máy quang phổ ra khỏi trường ; toàn bộ quang phổ biến mất.

Nếu OO' giảm, thì ban đầu các vân dịch chuyển về đầu tím rồi biến mất ở đầu ấy, đồng thời vân mới xuất hiện ở đầu đỏ, nhưng khi đầu tím mất gần hai vân thì ở đầu đỏ chỉ thêm một vân, nên số vân giảm dần.

Khi s = 0,3 mm, thì OO' = 0, vân hoàn toàn biến mất. Sau đó, s tiếp tục tăng, thì vân trở lại, bắt đầu từ đầu tím, rồi dịch chuyển về phía đầu đỏ, và số vân tăng, hiện tượng xảy ra giống như trường hợp trên.

Khi s = 1mm, thì OO' = 5 – 1,5 = 3,5 mm, bậc giao thoa của các bức xạ biến thiên từ :

$$k_1 = \frac{3{,}5}{0{,}75.0{,}5} = 9{,}3 \text{ cho đến } k_2 = \frac{3{,}5}{0{,}4.0{,}5} = 17{,}5$$

và trên quang phổ có 8 vân sáng, xen kẽ với 8 vân tối.

2. Khi khe F tịnh tiến ra xa dần cạnh chung của hai gương, thì khoảng vân i đối với mỗi bức xạ λ_1 đều tiến tới giới hạn.

$$i_{gh} = i.\frac{d}{d + D} = \frac{i}{6}$$

bậc giao thoa của mọi bức xạ đều tăng 6 lần và có giá trị biến thiên từ $k'_1 = 6.k_1 = 4.6 = 24$ đến $k'_2 = 6.k_2 = 6.7{,}5 = 45$.

Số vân tăng dần, vân dịch chuyển từ đầu tím đến đầu đỏ, và số vân trên quang phổ tiến đến giới hạn $N_{gh} = 45 - 24 + 1 = 22$ vân sáng xen kẽ với 21 vân tối.

3. Khi ta mở rộng dần khe F, thì các vân sáng giao thoa rộng dần và sáng thêm, trong khi các vân tối cũng sáng thêm và thu hẹp dần. Do đó trên quang phổ vân, các vân tối thu hẹp lại và sáng thêm lên.

Khi độ rộng h của khe đạt giá trị : $h_1 = \frac{1}{5}\cdot\frac{0,46.10^{-3}.1,2.10^3}{2,4} = 0,046$ mm thì hệ vân giao thoa ứng với bức xạ 0,46 μm biến mất.

Khi độ rộng h của khe : $h_2 = \frac{1}{5}\cdot\frac{0,56.1,2}{2,4} = 0,056$ mm thì hệ vân giao thoa ứng với bức xạ 0,56 μm biến mất và cuối cùng, khi h = 0,067 μm thì vân ứng với bức xạ 0,67 μm cũng biến mất.

6.18. a) Bề rộng của trường giao thoa trên màn E : $MN = 2d(n-1)A$.

Giữa 20 vân tối có 19 khoảng vân nên : $MN = 19i$.

Suy ra : $$2d(n-1)A = 19\frac{\lambda D}{a} \Rightarrow 2d(n-1)A = 19\lambda\frac{2d}{2d(n-1)A}$$

(vì D = 2d) ⇒ $$A^2 = \frac{19\lambda}{2d(n-1)^2}$$

Thay số ta được : $A = 4.10^{-3}$ rad = 14'.

Khoảng vân : $$i = \frac{\lambda D}{a} = \frac{\lambda 2d}{2d(n-1)A} = 0,28 \text{ mm.}$$

b) Hai ảnh S_1, S_2 của S tạo bởi lăng kính có vai trò như hai vật đối với thấu kính, cho hai ảnh S'_1, S'_2 tạo bởi thấu kính. Hai ảnh này là hai nguồn kết hợp (vì đều là ảnh của S tạo bởi hệ "lưỡng lăng kính + thấu kính", chúng gây ra hiện tượng giao thoa quan sát trên màn R. Kí hiệu d_1 là khoảng cách từ S_1S_2 đến thấu kính ta có, theo đề bài : $d_1 = d + l = 2,2$ m.

Khoảng cách từ $S'_1S'_2$ đến thấu kính là : $d'_1 = \frac{d_1 f}{d_1 - f} \Rightarrow d'_1 = 28,2$ cm.

$$|k| = \frac{S'_1S'_2}{S_1S_2} = \frac{f}{d_1 - f} \Rightarrow S'_1S'_2 \equiv a_1 \approx 0,64 \text{ mm.}$$

Khoảng cách từ $S'_1S'_2$ đến màn E là : $D_1 = 3 - (l + d'_1) = 1,718$ m.

Khoảng vân trên màn quan sát : $i_1 = \lambda\frac{D_1}{a_1} = 1,58$ mm.

c) Tiêu cự của thấu kính phẳng lồi : $\frac{1}{f'} = (n-1)\frac{1}{R}$ f'= 94,3 cm.

Các ảnh S_1, S_2 đóng vai trò vật đối với thấu kính, cho ta hai ảnh S_1'', S_2'' cách thấu kính (và lưỡng kính) một khoảng d'_0 : $d'_0 = \frac{d_0 f}{d_0 - f}$, $d_0 = d = 1{,}2$ m $\Rightarrow$ $d'_0 = 4{,}41$ m.

Ngoài ra : $|k_0| = \frac{S_1''S_2''}{S_1S_2} = \frac{d'_0}{d_0} = \frac{f'}{d_0 - f'} \Rightarrow S_1''S_2'' = a_2 = 18{,}4$ mm.

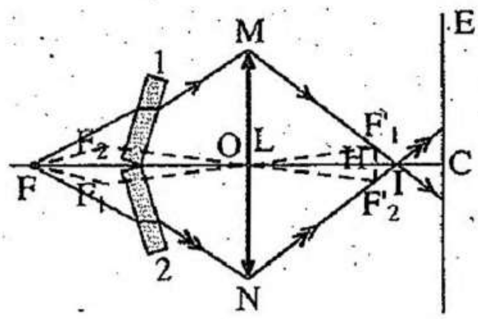
Các ảnh S_1'', S_2'' tác dụng như hai nguồn kết hợp, các lưỡng lăng kính một đoạn $d'_0 = 4{,}41$ m, trong khi đó màn E lại chỉ cách xa lăng kính 3 m, nghĩa là màn E ở phía trước các nguồn kết hợp một đoạn : $D_2 = 4{,}41 - 3 = 1{,}41$ m.

Các chùm tia ló ra khỏi hệ lưỡng lăng kính + thấu kính vẫn có phần chung. Các sóng ánh sáng trong phần chung này, xem như tạo bởi hai nguồn kết hợp ảo $S_1''S_2''$, giao thoa với nhau và phần chung này là trường giao thoa tạo trên màn E đặt trong phần này các vân giao thoa có thể quan sát được.

Khoảng vân thu được trên màn : $i_2 = \lambda\frac{D_2}{a_2} = 0{,}045$ mm.

Khoảng vân và hiện tượng giao thoa này không thể quan sát bằng mắt thường.

6.19. a) Nhị diện được xem như hợp bởi hai mặt song song, mỗi bản mặt song song cho khe F một ảnh. Hai ảnh F_1, F_2 nằm trên đường thẳng góc với mỗi bản mặt vẽ từ F, cách xa F theo chiều truyền ánh sáng một đoạn (Hình 6.9G).



Hình 6.9G

$$FF_1 = FF_2 = e\left(1 - \frac{1}{n}\right) = 8 \text{ mm}$$

Góc F_1FF_2 có trị số bằng : $\alpha = \pi - (\pi - 0{,}125) = 0{,}125$ rad

Vì góc nhỏ α nhỏ nên ta có : $F_1F_2 \approx FF_1.\alpha \approx 1$ mm.

F_1F_2 cách F một đoạn xấp xỉ bằng FF_1, tức là bằng 8 mm. Do đó F_1F_2 cách thấu kính một đoạn : $d = l - 8$ mm $= 30$ cm.

Mặt khác, F_1 và F_2 được xem là vật đối với thấu kính, do đó chúng cho hai ảnh F'_1, F'_2 cách thấu kính một khoảng d' tính theo công thức :

$$d' = \frac{df}{d - f'} = \frac{30.20}{30 - 20} = 60 \text{ cm} > 0$$

Hai ảnh F_1', F_2' là ảnh thật. Ta có : $\frac{F_1'F_2'}{F_1F_2} = \frac{d'}{d} \Rightarrow a = F_1'F_2' = 2F_1F_2 = 2$ mm

b) Hai ảnh F_1', F_2' được xem là hai nguồn kết hợp. Trường giao thoa được xác định bởi phần chung của hai tia ló khỏi thấu kính (hai chùm tia này xuất phát từ F, tới hai bản mặt song song 1 và 2 và sau đó tới thấu kính, ló ra khỏi thấu kính). Hai tia ngoài biên (tới rìa thấu kính) của hai chùm này đi qua F_1', F_2' và giao nhau tại I trên trục chính, điểm I chính là vị trí từ đó hai chùm ló giao nhau và tạo nên trường giao thoa. Như vậy, muốn quan sát được các vân giao thoa, màn E phải đặt cách thấu kính một khoảng ít nhất bằng OI. Ta có :

$$\frac{IO}{IH} = \frac{MN}{F_1'F_2'} = \frac{IO}{IO - d'} \Rightarrow IO = 66{,}67 \text{ cm}$$

c) Màn E cách $F_1'F_2'$ là : $D = l' - d' = 120 - 60 = 60$ cm.

Suy ra khoảng vân : $i = \frac{\lambda D}{a} = 0{,}15$ mm.

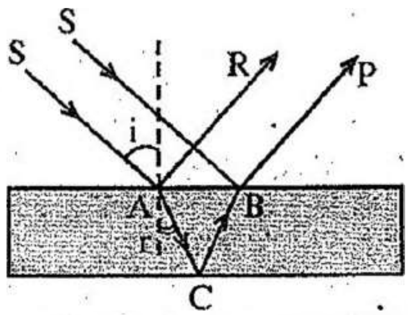
d) Hệ vân trên màn dịch chuyển về phía F_1' một đoạn :

$$x = e(n-1)\frac{D}{a} = 1{,}2 \text{ mm.}$$

6.20. a) quang trình giữa tia SACBP và tia SBP là $\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} - \frac{\lambda}{2}$. Ứng với các cực đại giao thoa thì $\Delta = k\lambda$; k = 0 ứng với bề dày nhỏ nhất (Hình 6.10G).

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i_1} = 0{,}5\lambda_1 \ (i_1 = 60^\circ)$$

$$d = \frac{\lambda}{4\sqrt{n^2 - \sin^2 i_1}} = 0{,}13 \ \mu\text{m}.$$



Hình 6.10G

b) $$2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i_2} = 0{,}5\lambda \ (i_2 = 30^\circ)$$

$$\lambda_2 = 4d\sqrt{n^2 - \sin^2 i_2} \Rightarrow \lambda_2 = 7{,}1 \ \mu\text{m}.$$

Váng dầu màu đỏ.

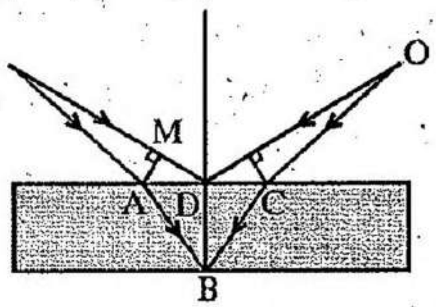
6.21. Bề dày nhỏ nhất của màng là $d = \dfrac{\lambda}{4\sqrt{n^2 - \sin^2 i}} \approx 0{,}14\ \mu m$. Khối lượng tương ứng của màng $m = \pi r^2 d\rho = 0{,}18$ mg cùng cỡ với độ chính xác của cân nên không thể dùng cân này được.

6.22. a) Hình 6.11G

$$\Delta = (AB + BC)n - \left(2DM + \frac{\lambda}{2}\right) = \frac{2hn}{\cos r} - 2h\tan r.\sin i - \frac{\lambda}{2}.$$

Thay $\quad \sin r = \dfrac{\sin i}{n}$, $\cos r = \sqrt{1 - \sin^2 r}$

$\Rightarrow \quad \Delta = 2hn\cos r - \dfrac{\lambda}{2} = 2h\sqrt{n^2 - \sin^2 i} - \dfrac{\lambda}{2}.$



Hình 6.11G

Lấy vi phân hai vế $\Delta = k\lambda$:

$$\delta\Delta = \frac{2h\cos i.\sin i.\delta i}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}} = \delta k.\lambda \text{ cho } \delta k = 1 \text{ thì :}$$

$$di = \frac{\lambda\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}{2h\cos i.\sin i}.$$

Coi màn cách hai nguồn $\dfrac{2L}{\cos i}$.

Khoảng vân : $\quad \Delta x = \left(\dfrac{2L}{\cos i}\right)\delta i = \dfrac{L.\lambda\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}{h\cos^2 i.\sin i} \approx 2{,}85$ cm.

b) Trường hợp giới hạn, hai cực đại liền nhau trùng nhau :

$$(\lambda + \Delta\lambda)k = \lambda(k + 1)\ ;\ k = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \approx 392$$

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{k} \approx 14\ \text{Å}$$

6.23. $\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} - \dfrac{\lambda}{2} = k\lambda$ ($i = 60^o$ cũng là góc phản xạ).

Lấy vi phân hai vế : $2d\dfrac{2\sin i\cos i.|\delta i|}{2\sqrt{n^2 - \sin^2 i}} = \lambda.\delta k$, với $\delta k = 1$.

Suy ra : $\quad d = \dfrac{\lambda\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}{2\sin 2i|\delta i|} = 13{,}8\ \mu m$

6.24. a) $$\Delta = 2d + \frac{\lambda}{2} = \lambda \Rightarrow d = \frac{\lambda}{4} = 1,25\ \mu m$$

b) Tại điểm cách tâm r, lớp không khí có độ dày : $d = \frac{r^2}{R}$.

$$\Delta = 2d + \frac{\lambda}{2} = \frac{2r^2}{R} + \frac{\lambda}{2} = \frac{(2.k + 1)\lambda}{2}.$$

Với k = 5 thì $r^2 = 2,5R\lambda$

$R = 0,8\ m \Rightarrow f = 1,6m$

6.25. Gọi e là đường kính hạt bụi.

$$\Delta = \frac{r^2}{R} + \frac{\lambda}{2} + 2e = \frac{(2k + 1)\lambda}{2};$$

$$r_{10}^2 = R(k_1\lambda - 2e) = R(10\lambda - 2e);$$

$$r_{15}^2 = R(k_2\lambda - 2e) = R(15\lambda - 2e);$$

$$\lambda = \frac{(r_{15}^2 - r_{10}^2)}{R(k_1 - k_2)} = 0,5\ \mu m.$$

6.26. Gọi e là khoảng cách giữa bản thủy tinh và đỉnh mặt cong thì bán kính vòng tròn thứ k là $r_k^2 = R(k\lambda - 2e)$.

a) Khi e tăng, bán kính vân giao thoa giảm, các vân dịch chuyển về phía tâm và biến mất. Khi e giảm, bán kính vân giao thoa tăng, các vân cũ dịch chuyển ra phía ngoài và xuất hiện các vân mới.

b) $R(k\lambda - 2e) = R(k'\lambda - 2e) \Rightarrow k' - k = \frac{2(e' - e)}{\lambda} \approx 345.$

6.27. a) $$r_5 = \sqrt{5\lambda R} = 9,34\ mm;\ r_{15} = \sqrt{15\lambda R} = 16,18\ mm;$$

$$R = \frac{r_{15}^2 - r_5^2}{(15 - 5)\lambda} = 8\ mm$$

b) Coi ánh sáng có $\lambda' = \frac{\lambda}{n}$, thay vào (1) $\Rightarrow n = 1,33$.

c) Tại điểm có độ dày d thì $\Delta = 2d + \frac{\lambda}{2}$. Khi dịch thấu kính lên thì d tăng, vân phải dịch chuyển về tâm O. Các vân tròn thu hẹp lại. Khi d khá lớn thì không quan sát được nữa.

6.28. Giữa đỉnh hai thấu kính có một lớp không khí mỏng độ dày e. Ở cách tâm r bề dày lớp khí là d. Vì tại đó có vân tối : $d = \frac{\rho^2}{2R_1} - \frac{\rho^2}{2R_2} + e = \left(\frac{k-1}{2}\right)\lambda$.

Thay $\rho = \rho_1 = 1{,}855$ mm, k = 6 : $\frac{\rho_1^2}{2\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)} + e = 5{,}5\lambda$

và $\rho = \rho_2 = 3{,}161$ mm, k = 16 : $\frac{\rho_2^2}{2\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)} + e = 15{,}5\lambda$

Giải hệ ta được : $\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} = \frac{20\lambda}{(\rho_2^2 - \rho_1^2)} \approx 1{,}667$

$$D = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) \approx 0{,}833 \text{ dp} ; f = \frac{1}{D} \approx 1{,}2 \text{ m}$$

Với d = 0,8 m ⇒ d' = –2,4 m.

6.29. Bề rộng của vân cực đại chính được đo bằng khoảng cách giữa 2 cực tiểu nhiễu xạ đầu tiên ở 2 bên cực đại chính. Góc nhiễu xạ φ_0 ứng với các cực tiểu nhiễu xạ này được xác định bởi công thức : $\sin\varphi_0 = \frac{\lambda}{b}$.

Bề rộng của *l* cực đại chính bằng (vì góc φ_0 nhỏ) : $l = 2D\tan\varphi_0 \approx 200.\frac{\lambda}{b} = 1{,}2$ cm.

6.30. Áp dụng công thức $\sin\varphi = k\frac{\lambda}{b}$, với k = 1, 2, 3... và $\sin\varphi \le 1$.

Suy ra : $\varphi_1 = 17^o8'$; $\varphi_2 = 36^o5'$; $\varphi_3 = 62^o$.

6.31. Hiệu quang trình giữa hai tia tựa lên các bờ của khe bằng $b(\sin\theta - \sin\varphi)$. Góc nhiễu xạ ứng với các cực tiểu nhiễu xạ được xác định bởi công thức : $\sin\theta - \sin\varphi = k\frac{\lambda}{b}$, với $k = \pm1, \pm2,...$

Các cực tiểu nhiễu xạ đầu tiên nằm ở 2 bên cực đại giữa ứng với các giá trị k = ± 1. Suy ra $\varphi = 33^o$ và $\varphi = 27^o$.

6.32. a) Vị trí của các cực đại chính xác định bằng công thức : $\sin\varphi = k\dfrac{\lambda}{d} = kn\lambda$, trong đó d là chu kì của cách tử ; $n = \dfrac{1}{d}$ là số khe (vạch) trên một đơn vị chiều dài của cách tử ; φ là góc nhiễu xạ ứng với các cực đại chính. Quang phổ bậc 1 ứng với hai vạch cực đại chính ứng với $k = \pm 1$. Khoảng cách giữa hai cực đại chính này bằng :

$$l = 2f\tan\varphi \approx 2f.\frac{\lambda}{d} \text{ (vì góc } \varphi \text{ nhỏ và ta xét } k = 1).$$

Suy ra : $d = \dfrac{2f\lambda}{l} = 4{,}95\ \mu m$

b) Số vạch trên 1 cm của cách tử : $n = \dfrac{1}{d} = 2020\ cm^{-1}$.

c) Từ các công thức xác định vị trí các cực đại chính rút ra :

$$k = \frac{d\sin\varphi}{\lambda}, \text{ với } k = 0, \pm1, \pm2...$$

Ứng với mỗi giá trị của k ta có một vạch cực đại chính, nhưng vì trị số cực đại của $\sin\varphi$ bằng 1 nên trị số cực đại của k bằng : $k_{max} = \dfrac{d}{\lambda} = 9{,}9$.

Vì k phải là số nguyên nên chỉ có thể lấy các giá trị sau của k : $k_0 = 0 ; \pm1 ; \pm2 ; ... ; \pm9$.

Nghĩa là số lượng vạch cực đại chính nhiều nhất cho bởi cách tử này bằng :

$$N_{max} = 2k_{0max} + 1 = 19$$

trong số đó có một vạch cực đại chính giữa (k = 0) và chín cặp vạch cực đại chính ở 2 bên vạch cực đại chính giữa ứng với các quang phổ từ bậc 1 đến bậc 9. Các vạch quang phổ ngoài cùng ứng với $k_0 = \pm 9$.

d) Góc nhiễu xạ φ_{max} ứng với vạch cực đại chính (vạch quang phổ) ngoài cùng (chẳng hạn lấy $k_{0max} = 9$) được xác định bởi công thức :

$$\sin\varphi_0 = \frac{k_{0max}\lambda}{d} = 0{,}91 \Rightarrow \varphi_{max} = 65^\circ 30'.$$

Vậy hai vạch quang phổ ngoài cùng đối xứng với nhau đối với trục chính của thấu kính và được xác định bởi các góc $65^\circ 30'$ và $-65^\circ 30'$.

6.33. Theo đề bài, ta có : $\sin\varphi_1 = k_1 n\lambda_1$ với $k_1 = 2$; và $\sin\varphi_2 = k_2 n\lambda_2$, với $k_2 = 3$.

Suy ra : $$\sin\varphi_2 = \frac{k_2\lambda_2}{k_1\lambda_2}\sin\varphi_1 \Rightarrow \varphi_2 = 55^\circ 40'.$$

6.34. Vì các vạch cực đại ứng với các bước sóng λ_1 và λ_2 trùng nhau nên ta có :

$$d\sin\varphi = k_1\lambda_1 = k_2\lambda_2 \text{ hay } \frac{k_2}{k_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{0,6563}{0,4102} \approx 1,6 \quad (1)$$

Vì k_1, k_2 phải là các số nguyên nên điều kiện (1) được thoả mãn (với các số nguyên nhỏ nhất, theo đề bài) khi $k_1 = 5$ và $k_2 = 8$.

Từ đó : $$d = \frac{k_1\lambda_1}{\sin\varphi} = \frac{0,6563}{0,4102} \approx 5.10^{-6} \text{ m}$$

6.35. Theo đề bài ta có : $\sin\varphi_1 = \frac{\lambda}{d}$; $\sin\varphi_2 = 2\frac{\lambda}{d}$, với $\varphi_2 - \varphi_1 = \Delta\varphi = 15^\circ$. Do đó :

$$2\frac{\lambda}{d} = \sin(\varphi_1 - \Delta\varphi) = \sin\varphi_1\cos\Delta\varphi - \sin\Delta\varphi\cos\varphi_1$$

Mặt khác : $$\cos\varphi_1 = \sqrt{1 - \sin^2\varphi_1} = \sqrt{1 - \frac{\lambda^2}{d^2}} \text{ và : } \sin^2\Delta\varphi + \cos\Delta\varphi = 1.$$

Suy ra : $$\lambda = \frac{d\sin\Delta\varphi}{\sqrt{5 - 4\cos\Delta\varphi}} \approx 0,54\ \mu\text{m}$$

6.36. Ta có : $\sin\varphi = k\frac{\lambda}{d}$. Vị trí cực đại trên màn : $D = f\tan\varphi$, với f là tiêu cự thấu kính.

Suy ra : $f = \dfrac{D_2 - D_1}{\tan\varphi_2 - \tan\varphi_1}$, với $D_2 - D_1 = 0,1$ mm ; $\sin\varphi_1 = \dfrac{\lambda_1}{d}$; $\sin\varphi_2 = \dfrac{\lambda_2}{d}$;

Từ đó tìm được : $f = 0,65$ m.

6.37. a) (Hình 6.12G) Gọi a là hằng số cách tử thì $a\sin\varphi = 3\lambda$. (1)

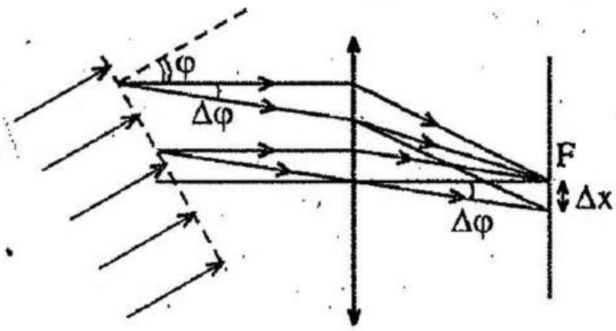
Lấy vi phân hai vế :

$a\cos\varphi.\Delta\varphi = 3\Delta\lambda$ với $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ (2)

Từ (1) và (2) ta có :

$$\tan\varphi = \frac{\lambda\Delta\varphi}{\Delta\lambda} \quad (3)$$

Mặt khác : $\Delta\varphi = \dfrac{\Delta x}{f}$



Hình 6.12G

nên $\quad \tan\varphi = \dfrac{\lambda\Delta x}{f\Delta\lambda} = \dfrac{6912.3.10^{-3}}{0,74.27} \approx 1,038$; $\varphi \approx 46,06^o$, $\sin\varphi = 0,72$.

$$a = \frac{3\lambda}{\sin\varphi} \approx \frac{3.0,6912}{0,72} \approx 2,9\ \mu m.$$

b) Từ $a\sin\varphi' = 4\lambda \Rightarrow \sin\varphi' = \dfrac{4\lambda}{2} \approx \dfrac{4.0,6912}{2,9} \approx 0,9534$; $\varphi' = 72,44^o$.

Góc bởi chùm tia này hợp với pháp tuyến của cách tử và quang trục của thấu kính là :

$$(\varphi' - \varphi) = 72,44^o - 46,06^o = 26,38^o$$

Với λ' : $\quad a\sin(\varphi' + \Delta\varphi') = 4\lambda'$

$$\sin(\varphi' + \Delta\varphi') = \frac{4\lambda'}{2} \approx \frac{4.0,6939}{2,9} \approx 0,9571\ ;\ \varphi' + \Delta\varphi' \approx 73,16^o$$

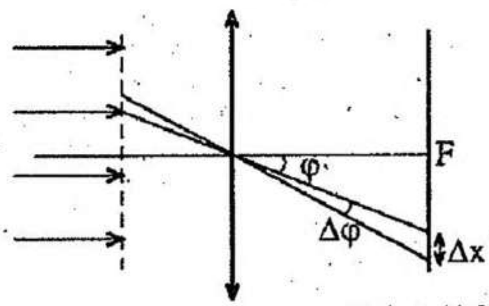
Góc bởi chùm tia này hợp với pháp tuyến của cách tử góc $(\varphi' + \Delta\varphi')$ và quang trục của thấu kính là $(\varphi' + \Delta\varphi' - \varphi) = 73,16^o - 46,06^o = 27,1^o$

$$\Delta x' = f[\tan 27,1^o - \tan 26,38^o] \approx 0,74(0,5117 - 0,4960) \approx 0,012\ cm.$$

c) (Hình 6.13G). Cực đại bậc 2 được xác định bởi :

$$\sin\varphi = \frac{2\lambda}{a'}$$

$$\Delta\varphi.\cos\varphi = \frac{2\Delta\lambda}{a'}\ ;\ \tan\varphi = \frac{\lambda\Delta\varphi}{\Delta\lambda}.$$



Hình 6.13G

Mặt khác $x = f\tan\varphi$. Lấy vi phân :

$$\Delta x = \frac{f}{\cos^2\varphi}.\Delta\varphi\ ;\ \Delta\varphi = \frac{\Delta x}{f}\cos^2\varphi\ ;$$

Từ đó ta có : $\quad \tan\varphi = \dfrac{\lambda\Delta x}{\Delta\lambda f}\cos^2\varphi = \dfrac{\lambda\Delta x}{\Delta\lambda f}\left(\dfrac{1}{1+\tan^2\varphi}\right)$,

với $\quad \dfrac{\lambda\Delta x}{\Delta\lambda f} = \dfrac{6912.1,5.10^{-3}}{0,74.27} = 0,519$

Giải phương trình : $\tan^3\varphi + \tan\varphi = 0,519$.

Đây là phương trình bậc 3, có thể giải máy tính hoặc bằng đồ thị, ta có $\tan\varphi \approx 0,435$; $\varphi = 23,5^o$; $\sin\varphi \approx 0,3989$

$\Rightarrow$ hằng số cách tử $a' = \dfrac{2\lambda}{\sin\varphi} = \dfrac{2.0,6912.10^{-6}}{0,3989} \approx 3,5.10^{-6}$ m.

Chương III

VẬT LÍ HIỆN ĐẠI

CHỦ ĐỀ 7

7.1. a) Năng suất phát xạ toàn phần của vật đen tuyệt đối được xác định theo định luật Stê-fan – Bôn-xơ-man : $R = \sigma.T^4$.

Năng lượng bức xạ do cửa sổ quan sát của lò phản xạ trong thời gian t = 1 s :

$$W = R_T S = \sigma T^4.S \Rightarrow T = \sqrt[4]{\frac{W}{\sigma S}}$$

với W = 33,12 calo = 33,12.4,18 J = 138,44 J ; S = (0,04 x 0,06) m^2 $\Rightarrow$ T = 1000 K

b) Áp dụng định luật Vin : $\lambda_{max} = \frac{b}{T} = 2{,}898\ \mu m$: bước sóng này nằm trong miền tử ngoại.

7.2. Kí hiệu r_0 là bán kính Mặt Trời, D là khoảng cách từ Mặt Trời đến Trái Đất, quang năng mà thấu kính nhận được trong 1 giây là :

$$W = \frac{\sigma T_0^4 4\pi r_0^2}{4\pi D^2}.\frac{\pi d^2}{4} = \frac{\sigma T_0^4 r_0^2}{D^2}.\frac{\pi d^2}{4} \quad (1)$$

Vì diện tích S của lỗ A nhỏ hơn diện tích S' của ảnh Mặt Trời nên lỗ A chỉ nhận được một phần W' của quang năng do thấu kính truyền tới :

$$W' = W\frac{S}{S'} \quad (2)$$

Mặt khác : $\frac{S'}{S} = \left(\frac{f}{D}\right)^2$, với $S = \pi r_0^2$, hay : $S' = S\left(\frac{f}{D}\right)^2 = \pi r_0^2\left(\frac{f}{D}\right)^2$ (3)

Thay (1) và (3) vào (2) : $W' = \dfrac{\sigma T_0^4 r_0^2 \pi d^2 S}{D^2 4\pi r_0^2\left(\frac{f}{D}\right)^2} = \sigma T_0^4 S\dfrac{d^2}{4f^2}$.

Năng lượng do hộp bức xạ qua lỗ A mỗi giây là : $\sigma T^4 S$, với T là nhiệt độ của hộp :

Khi cân bằng nhiệt ta có : $\sigma T_0^4 S\dfrac{d^2}{4f^2} = \sigma T^4 S \Rightarrow T = T_0\sqrt{\dfrac{d}{2f}} = 3000$ K.

7.3. Xem các mặt phẳng và bản mỏng bôi đen là các vật đen tuyệt đối có năng suất phát xạ toàn phần phụ thuộc vào nhiệt độ của chúng và tính theo định luật Stê-fan – Bôn-xơ-man. Ở trạng thái dừng, dòng nhiệt J (hiệu giữa năng suất phát xạ toàn phần của 2 mặt đối diện) truyền qua mọi điểm giữa 2 bản nóng lạnh đều như nhau. Kí hiệu T_1, T_2 là nhiệt độ của 2 bản của màn chắn nhiệt, ta có :

$$J = \sigma(T_h^4 - T_1^4) = \sigma(T_1^4 - T_2^4) = \sigma(T_2^4 - T_L^4).$$

Cộng 3 biểu thức của J lại ta được : $3J = \sigma(T_h^4 - T_L^4)$ (1)

Mặt khác, khi chưa có màn chắn, dòng nhiệt truyền giữa 2 mặt phẳng có trị số J_0 là :

$$J_0 = \sigma(T_h^4 - T_L^4) \qquad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra : $J = \dfrac{J_0}{3} \Rightarrow \varepsilon = \dfrac{1}{3}.$

7.4. Công suất bức xạ của Mặt Trời : $\mathscr{P} = R_T S = \sigma T_0^4 . 4\pi R_0^2$

Hằng số Mặt Trời : $W_0 = \dfrac{\sigma T_0^4 . 4\pi R_0^2}{4\pi D^2} t = \sigma T_0^4 \dfrac{R_0^2}{D^2} t$, với t = 1 phút = 60 s.

Thay số (đổi đơn vị hoặc giữ nguyên đơn vị cm và phút) :

$$W_0 = 8{,}21\ \text{J/cm}^2\text{phút} = 1{,}37.10^3\ \text{W/m}^2.$$

7.5. a) Năng suất phát xạ toàn phần của lò : $R' = \alpha R_T = \alpha\sigma T^4$.

Công suất phát xạ của lò : $\mathscr{P} = R'S = \sigma T^4 . \alpha S$.

Suy ra : $T = \sqrt[4]{\dfrac{\mathscr{P}}{\alpha\sigma S}} = 2000\ \text{K}.$

b) $\lambda_{max} = \dfrac{b}{T} = 1{,}448.10^{-6}$ m : bước sóng này nằm trong miền hồng ngoại.

7.6. Áp dụng công thức : $\lambda_{max} = \dfrac{b}{T}$.

a) 9,3 μm ; b) 1 μm ;

c) 0,48 μm ; d) 2,89 Å.

7.7. Ta có : $\mathscr{P} = R_T S = \sigma T^4 S$.

Theo đề bài : $T_{max} - T_{min} = 100\ \text{K}$ và $\overline{T} = \dfrac{T_{max} + T_{min}}{2} = 2500\ \text{K}$

Suy ra : $T_{max} = 2550$ K và $T_{min} = 2450$ K.

Từ đó : $$\frac{\mathscr{P}_{max}}{\mathscr{P}_{min}} = \left(\frac{T_{max}}{T_{min}}\right)^4 = 1,17.$$

7.8. $\mathscr{P} = \sigma T^4 S = 459 \text{ W} \Rightarrow \alpha = \frac{\mathscr{P}_{đèn}}{\mathscr{P}} = \frac{100}{459} = 0,22.$

7.9. Ta có : $\lambda_{max1} = \frac{b}{T_1} = 9,348\ \mu m$

Theo định luật Vin, khi vật nung nóng đến nhiệt độ $T_2 > T_1$ thì $\lambda_{max2} < \lambda_{max1}$, nghĩa là :

$$\lambda_{max2} = \lambda_{max1} - \Delta\lambda = 0,648\ \mu m$$

Suy ra : $T_2 = \frac{b}{\lambda_{max2}} = 4472$ K.

7.10. a) Trong một đơn vị thời gian Mặt Trời phát xạ năng lượng : $4\pi R_{mt}^2 \sigma T_{mt}^4$.

Xem rằng vệ tinh cũng cách xa Mặt Trời như Trái Đất ta tìm được năng lượng bức xạ rọi đến vệ tinh trong một đơn vị thời gian bằng : $W_{rọi} = \frac{\pi r_{vt}^2\, 4\pi R_{mt}^2 . \sigma T_{mt}^4}{4\pi D^2}$. Với D là khoảng cách từ Mặt Trời đến Trái Đất.

Năng lượng bức xạ do vệ tinh phát ra trong một đơn vị thời gian là :

$$W_{phát} = 4\pi r_{vt}^2 \sigma T_{vt}^4$$

Khi có cân bằng thì : $W_{rọi} = W_{phát}$, suy ra : $T_{vt} = T_{mt}\sqrt{\frac{R_{mt}}{2D}} \approx 289\text{ K} = 16^oC$.

b) Vì lớp sơn phản xạ hầu hết các bức xạ tần số cao và chỉ hấp thụ các bức xạ ở tần số thấp, xấp xỉ bằng tần số bức xạ cực đại mà vệ tinh phát ra (ứng với $T_{vt} = 289$ K) cho nên η nhỏ.

Ta có : $$\eta_{max} = \frac{hf_{max}}{kT_{mt}} = \frac{hcT_{vt}}{bkT_{mt}}$$ với $b = 2,898.10^{-3}$ mK, do đó $\eta_{max} \approx 0,23$.

Vì vậy ta có : $e^{\eta} \approx 1 + \eta$.

Và do đó : $$\int_0^{\eta_{max}} \frac{\eta^3 d\eta}{e^{\eta} - 1} \approx \int_0^{\eta_{max}} \eta^2 d\eta = \frac{\eta_{max}^3}{3}.$$

Với $\eta_{max} \approx 0,2$ thì tỉ lệ phần năng lượng bức xạ Mặt Trời bị hấp thụ là :

$$\frac{\int_0^{\eta_{max}} \frac{\eta^3 d\eta}{e^{\eta} - 1}}{\int_0^{\infty} \frac{\eta^3 d\eta}{e^{\eta} - 1}} = \frac{\frac{(0,2)^3}{3}}{\frac{\pi^4}{15}} \approx 4,1.10^{-4}$$

Khi nhiệt độ vệ tinh sẽ hạ thấp xuống đến giá trị T'_{vt} để năng lượng mà nó phát xạ ra giảm đi còn $4,1.10^{-4}$ lần năng lượng trước đây, ta có :

$$\frac{T'_{vt}}{289} = (4,1.10^{-4})^{\frac{1}{4}} \Rightarrow T'_{vt} \approx 41 \text{ K}.$$

c) Tổng năng lượng mà vệ tinh (đường kính 1 m) hấp thụ được trong 1 giây là :

$$W_{\text{hấp thụ}} = W_{\text{rọi}} \times 4,1.10^{-4} \approx 0,51 \text{ W}.$$

Bởi vì : $W_{\text{hấp thụ}} \ll 1$ kW, nên ta có thể xem như toàn bộ năng lượng mà vệ tinh nhận được bây giờ là 1000 W, nghĩa là tăng lên 2000 lần (so với $W_{\text{hấp thụ}}$).

Vì vậy, theo công thức của định luật Stê-fan – Bôn-xơ-man, nhiệt độ vệ tinh tăng lên : $\sqrt[4]{2000} \approx 6,687$ lần, nghĩa là nhiệt độ mới của vệ tinh là : $T''_{vt} = 6,687 \times 41 \approx 274$ K.

d) Không có thể có loại sơn như vậy, bởi vì điều đó mâu thuẫn với nguyên lí II nhiệt động lực học.

e) Muốn cho nhiệt độ của vệ tinh cao hơn nhiệt độ đã tính trong câu a) thì lớp sơn đó phải ngăn cản các bức xạ của vệ tinh làm cho chúng không phát ra ngoài được, nhưng lớp sơn đó lại hấp thụ được các bức xạ từ Mặt Trời rọi đến. Vì bức xạ ở đây là bức xạ nhiệt, nên hệ số hấp thụ luôn tỉ lệ với hệ số phát xạ ở cùng bước sóng. Vì thế lớp sơn đó phải là trong suốt với bước sóng dài (là sóng do vật đen ở nhiệt độ của vệ tinh phát ra) và là vật đen đối với bước sóng ngắn (là sóng do vật đen ở nhiệt độ Mặt Trời phát ra).

7.11. a) Công suất của bóng đèn : $\mathscr{P} = UI = 100$ W.

Độ trưng năng lượng toàn phần của bóng đèn : $R_T = \dfrac{\mathscr{P}}{S} = \sigma T^4$, với $S = \pi d l$

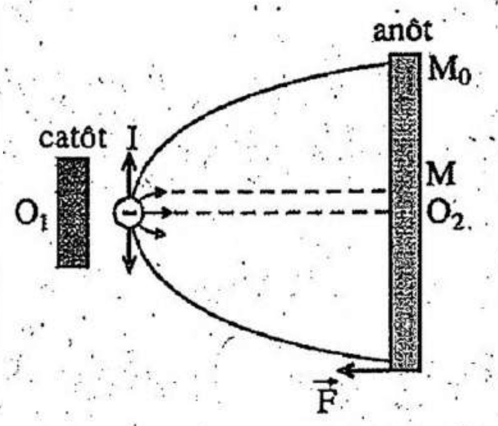
Suy ra : $T = \sqrt[4]{\dfrac{\frac{\mathscr{P}}{\pi d}}{\sigma}} = 2615$ K.

b) $\lambda_{max} = \dfrac{b}{T} = 1,10\ \mu$m.

7.12. Quá trình nung nóng bản sẽ dừng lại khi năng lượng hấp thụ bằng năng lượng phát xạ, nghĩa là : $W_0St = \sigma T^4 St$ (S là diện tích của bản, t là thời gian).

Suy ra : $T = \left(\dfrac{W_0}{\sigma}\right)^{\frac{1}{4}} \approx 393$ K.

7.13. a) Ta có : $eU_h = \dfrac{mv_0^2}{2}$.



Hình 7.1G

Áp dụng công thức Anh-xtanh :

$$\frac{hc}{\lambda} = A + \frac{mv_0^2}{2} = A + eU_h.$$

Suy ra :

$$A = \frac{hc}{\lambda} - eU_h \text{ và } \lambda_0 = \frac{hc}{A} = \frac{hc\lambda}{hc - e\lambda U_h}.$$

Thay số ta được : $\lambda_0 = 0{,}36$ μm và $A = 5{,}522.10^{-19}$ J = 3,45 eV.

b) Các êlectron bị bứt ra khỏi catôt phẳng từ tâm O_1 có vận tốc ban đầu v_0 theo mọi hướng (Hình 7.1G).

Dưới tác dụng của lực điện trường E, các êlectron này có những quỹ đạo khác nhau. Vì lực điện trường hướng vuông góc với hai bản cực và bỏ qua tác dụng của trọng lực nên ta thấy :

– Êlectron có phương vuông góc với catôt chuyển động thẳng nhanh dần đều (vì lực F ngược hướng điện trường) tới đập vào tâm O_2 của anôt.

– Các êlectron có phương xiên góc với catôt chuyển động theo đường parabol tới đập vào anôt tại điểm M cách tâm anôt đoạn O_2M, và hơn nữa góc hợp bởi v_0 và O_1O_2 càng lớn thì O_2M càng lớn (vì thành phần của vận tốc v_0 theo phương song song với anôt và catôt càng lớn). Điểm xa nhất M_0 mà êlectron tới đập vào anôt (O_2M_0 lớn nhất) ứng với trường hợp $\vec{v_0}$ hướng song song với mặt catôt (và ta có bài toán tương tự với bài toán ném ngang). Khi đó chuyển động của êlectron coi như gồm hai chuyển động thành phần :

+ Chuyển động đều theo phương vuông góc với điện trường (theo phương song song mặt anôt và catôt) với vận tốc v_0 có phương trình $x = v_0t$. (1)

+ Chuyển động nhanh dần theo phương điện trường với gia tốc :

$$a = \frac{F}{m} = \frac{eE}{m} = \frac{e}{m}.\frac{U}{d} \qquad (2)$$

(U là hiệu điện thế giữa hai bản cực, d là khoảng cách giữa chúng), có phương trình :

$$d = \frac{at^2}{2} \qquad (3)$$

Từ đó suy ra : $O_2M_0 = x = v_0\sqrt{\frac{2d}{a}} \Rightarrow O_2M_0 = v_0\sqrt{\frac{2md^2}{eU}} = d.\sqrt{\frac{2mv_0^2}{eU}}$ (4)

Mặt khác ta có : $\frac{mv_0^2}{2} = eU_h$

Từ (4) và (5) ta được : $O_2M_0 = 2d\sqrt{\frac{U_h}{U}} \approx 14,8$ mm = 1,48 cm.

Vậy muốn cho toàn bộ số êlectron quang điện bứt ra từ mặt catôt đều đến được mặt anôt thì mặt anôt phải có bán kính tối thiểu bằng : $R_{min} = O_2M_0 = 1,48$ cm.

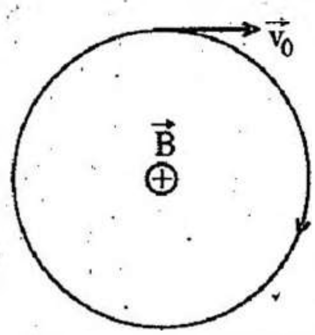
Nếu chùm bức xạ chiếu toàn bộ mặt catôt thì mặt anôt phải có kích thước sao cho các êlectron ở các điểm ngoài cùng của catôt, như điểm I chẳng hạn, có thể tới đập vào mặt anôt. Lập luận tương tự như trên cho thấy anôt phải có bán kính tối thiểu :

$$R_{min} = O_2M_0 + O_1I = 2,48 \text{ cm}.$$

7.14. 1. Ta có : $I_{bh} = ne \Rightarrow n = \frac{I_{bh}}{e} = 1,25.10^{16}$ êlectron/s.

2. a) Lực Lo-ren-xơ tác dụng lên êlectron có phương vuông góc với $\vec{v_0}$ và có độ lớn (vì $\vec{v_0} \perp \vec{B}$).

$$F = ev_0B$$



Hình 7.2G

Vì $\vec{F} \perp \vec{v_0}$ và có độ lớn không đổi nên có làm cho êlectron chuyển động theo quỹ đạo tròn bán kính r, với $\vec{F}$ là lực hướng tâm :

$$\frac{mv_0^2}{r} = ev_0B \Rightarrow r = \frac{mv_0}{eB} \qquad (1)$$

Áp dụng quy tắc bàn tay trái để xác định chiều chiều của lực Lo-ren-xơ và chú ý điện tích của êlectron là điện tích âm ta xác định được chiều chuyển động của êlectron như trên hình 7.2G.

b) Từ (1) ta thấy : $r = r_{max} \Leftrightarrow v_0 = v_{0max} \Rightarrow v_{0max} = \frac{eBr_{max}}{m} = 3,36.10^5$ m/s.

c) Áp dụng công thức Anh-xtanh : $hf = A + \frac{mv_{0max}^2}{2} = \frac{hc}{\lambda_0} + \frac{mv_{0max}^2}{2}$.

$$\Rightarrow \qquad \lambda_0 = \frac{2hc\lambda}{2hc - m\lambda v_{0max}^2} = 0,65\ \mu m.$$

7.15. Biểu thức của bức xạ có thể viết :

$$s = a.\cos\omega_0 t + a.\cos\omega t.\cos\omega_0 t$$

$$s = a.\cos\omega_0 t + \frac{a}{2}[\cos(\omega_0 + \omega)t + \cos(\omega_0 - \omega)t]$$

$$s = a.\cos\omega_0 t + \frac{a}{2}\cos(\omega_0 + \omega)t + \frac{a}{2}\cos(\omega_0 - \omega)t$$

Vậy, bức xạ s có thể coi là tổng của ba bức xạ có tần số góc lần lượt là :

$$\omega_0,\ \omega_0 + \omega \text{ và } \omega_0 - \omega.$$

Giới hạn quang điện của xêdi là :

$$\lambda_{gh} = \frac{hc}{A} = \frac{6{,}625.10^{-34}.3.10^8}{1{,}89.1{,}6.10^{-19}} \approx 6{,}572.10^{-7}\ \text{m}$$

ứng với các tần số góc :

$$\omega_{gh} = 2\pi f_{gh} = \frac{2\pi c}{\lambda_{gh}} = \frac{2\pi A}{h} = \frac{3{,}14.2.1{,}89.1{,}6.10^{-19}}{6{,}625.10^{-34}} \approx 2{,}88.10^{15}\ \text{rad.}$$

Với $\omega = 6.10^{14}$ rad/s, $\omega_0 = 3{,}6.10^{15}$ rad/s, ta có :

$$\omega_0 - \omega = (3{,}6 - 0{,}6).10^{15} = 3.10^{15}\ \text{rad/s} > \omega_{gh}.$$

Vậy, cả ba bức xạ trên đều có khả năng gây hiện tượng quang điện và sinh ra các êlectron quang điện có vận tốc ban đầu cực đại v_1, v_2, v_3. Trong ba vận tốc này, thì lớn nhất là vận tốc v_2 do bức xạ có tần số góc $\omega_0 + \omega$ gây ra. Vậy, vận tốc cực đại cần tính là v_2. Ta có :

$$\frac{1}{2}mv_2^2 = hf - A = \frac{h(\omega_0 + \omega)}{2\pi} - A$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{h.(\omega_0 + \omega) - 2\pi A}{\pi m}}$$

Thay số ta được $v_2 = 0{,}5554.10^6$ m/s hay $v_{max} \approx 555$ km/s.

Chú ý : Biểu thức của s cho thấy dòng quang điện gồm một dòng có cường độ I_0 không đổi, tạo bởi các êlectron có vận tốc v_1, và một dòng có cường độ I biến thiên theo tần số "biến điệu" ω tạo bởi hai nhóm êlectron kia.

7.16. a) Tần số f và năng lượng ε của phôtôn lần lượt là : $f = \frac{c}{\lambda}$ và $\varepsilon = hf = h\frac{c}{\lambda}$.

Số phôtôn trong quang thông 1 lumen là : $N = \frac{1}{683}.\frac{1}{h.\frac{c}{\lambda}} = \frac{\lambda}{683.hc}$.

Số êlectron do quang thông 1 lumen sinh ra là : $N' = \frac{I}{e}$.

Hiệu suất lượng tử của tế bào : $H = \frac{N'}{N}$.

Thay số ta được H = 0,3057 hay H ≈ 31%.

b) Quang thông Φ tạo trên mặt diện tích S một độ rọi E là Φ = E.S với E = 100 lx, $S = 2\ cm^2 = 2.10^{-4}\ m^2$, ta được :

$$\Phi = 100.2.10^{-4} = 2.10^{-2} = 0{,}02\ lm.$$

Dòng điện trong tế bào, do quang thông này sinh ra là :

$$I = 200.0{,}02 = 4\mu A.$$

7.17. Quang thông Φ tạo trên mặt S độ rọi E là :

$$\Phi = ES,\ \text{với}\ E = 60\ lux,\ S = 3\ cm^2 = 3.10^{-4}\ m^2,$$

ta được : $\Phi = 60.3.10^{-4} = 18.10^{-3} = 0{,}018\ lm$

Quang thông này tương đương với công suất : $\mathscr{P} = 0{,}018.0{,}04 = 72.10^{-5}$ W.

Tần số f và năng lượng ε của phôtôn lần lượt là : $f = \frac{c}{\lambda}$ và $\varepsilon = hf = h\frac{c}{\lambda}$,

Thay số ta được : $\varepsilon = \frac{6{,}625.10^{-34}.3.10^8}{450.10^{-9}} = 4{,}416.10^{-19}$ J.

Số phôtôn N và số quang êlectron N' do chùm sáng tạo ra là : $N = \frac{\mathscr{P}}{\varepsilon}$, $N' = HN = H.\frac{\mathscr{P}}{\varepsilon}$.

Khi toàn bộ số êlectron N' này tới anôt, thì cường độ dòng điện đạt tới giá trị bão hoà I_{bh}. Vậy :

$$I_{bh} = N'.e = H.\frac{\mathscr{P}.e}{\varepsilon} = 0{,}05.\frac{72.10^{-5}.1{,}6.10^{-19}}{4{,}416.10^{-19}} = 1{,}304.10^{-5}\ A \approx 13\ \mu A.$$

7.18. Vận tốc ban đầu cực đại v của quang êlectron được tính theo bước sóng λ của ánh sáng và kích thích bằng công thức Anh-xtanh : $\frac{hc}{\lambda} = \frac{1}{2}mv^2 + A$ (1)

Với bức xạ có bước sóng $\frac{\lambda}{2}$, thì vận tốc êlectron bằng 2v, và ta có :

$$2\frac{hc}{\lambda} = \frac{1}{2}m(2v)^2 + A \qquad (2)$$

Lấy (2) trừ (1), ta được : $\dfrac{h.c}{\lambda} = \dfrac{3}{2}mv^2$ do đó $\dfrac{hc}{3\lambda} = \dfrac{1}{2}mv^2$ (3)

Thay vào (1), ta được : $\dfrac{hc}{\lambda} = \dfrac{hc}{3\lambda} + A \Rightarrow \dfrac{2.h.c}{3\lambda} = A$ (4)

Suy ra : $\lambda = \dfrac{2.h.c}{3A} \approx 0{,}37$ μm.

Từ (3) và (4), ta có : $\dfrac{1}{2}mv^2 = \dfrac{hc}{3\lambda} = \dfrac{A}{2}$.

Do đó : $v = \sqrt{\dfrac{A}{m}} = \sqrt{\dfrac{2{,}23.1{,}6.10^{-19}}{9{,}1.10^{-31}}} \approx 626$ km/s.

7.19. a) Ta biết rằng, ở bước sóng λ = 589 μm, thì 1 oát tương đương với 683 lumen.

Vậy, công suất bức xạ của nguồn là : $\mathscr{P} = \dfrac{\Phi}{k} = \dfrac{750}{683}$ W.

Năng lượng của một phôtôn bước sóng λ là : $\varepsilon = \dfrac{hc}{\lambda}$.

Vậy, số phôtôn do nguồn phát ra trong mỗi giây là : $N = \dfrac{\mathscr{P}}{\varepsilon}$.

Vì nguồn là đẳng hướng, nên số phôtôn được phân phối đều, trên diện tích của một mặt cầu bán kính R, mà tâm là nguồn sáng. Vậy, mỗi đơn vị diện tích của mặt cầu nhận được n phôtôn trong mỗi giây, với $n = \dfrac{N}{S} = \dfrac{N}{4\pi R^2}$. Với R = r = 1 m, thì mật độ thông lượng phôtôn là : $n \approx 2{,}6.10^{17}$ phôtôn/m².s.

b) Mật độ thông lượng phôtôn ứng với ngưỡng nhạy của mắt là :

$$n_0 = \frac{50}{\pi\dfrac{D^2}{4}} = \frac{50.4}{\pi(8.10^{-3})^2} = \frac{200}{\pi.64.10^{-6}}.$$

Gọi R là khoảng cách xa nhất còn phát hiện được nguồn, thì ta phải có :

$$\left(\frac{R}{r}\right)^2 = \frac{n}{n_0} \text{ do đó } R = r\sqrt{\frac{n}{n_0}}$$

Vậy $R = 1.\sqrt{\dfrac{\dfrac{75.589.10^{18}}{683.19{,}875.4\pi}}{\dfrac{200.10^6}{64\pi}}} = 10^5\sqrt{\dfrac{75.589.8}{683.19{,}875}} = 5{,}102.10^5 \text{ m} \approx 500 \text{ km}.$

Chú ý : Trong thực tế, khoảng cách này nhỏ hơn nhiều, do hấp thụ và tán xạ trong không khí.

7.20. Động lượng của phôtôn khi đập thẳng vào mặt điện cực là $\vec{p}_1$, với $p_1 = \frac{h}{\lambda}$. Động lượng của quang êlectron bắn ra từ kim loại (theo phương pháp tuyến với mặt) là $\vec{p}_2$, với $p_2 = \sqrt{2mW_{d\max}}$, với m là khối lượng êlectron, $W_{d\max}$ là động năng cực đại của quang êlectron được xác định theo phương trình Anh-xtanh : $W_{d\max} = \frac{hc}{\lambda} - A$.

Động lượng truyền cho điện cực là $\Delta\vec{p} = \vec{p}_1 - \vec{p}_2$, về trị số bằng $\Delta p = p_1 + p_2$ (vì p_1, p_2 cùng phương ngược chiều) :

$$\Delta p = \frac{h}{\lambda} + \sqrt{2m\left(\frac{hc}{\lambda} - A\right)} \approx 1{,}31.10^{-25}\ \text{kgm/s}.$$

7.21. Động lượng của phôtôn tới là $\vec{p}_1$, với $p_1 = \frac{h}{\lambda}$; của êlectron bắn ra là $\vec{p}_2$, với $p_2 = mv$. Theo đề bài $v = bv_{max}$ được tính bằng phương trình Anh-xtanh :

$$\frac{mv_{max}^2}{2} = \frac{hc}{\lambda} - A \Rightarrow v^2 = \frac{2b^2}{m}\left(\frac{hc}{\lambda} - A\right).$$

Động lượng truyền cho điện cực : $\Delta\vec{p} = \vec{p}_1 - \vec{p}_2$.

Vì $\vec{p}_1 \perp \vec{p}_2$ nên $(\Delta p)^2 = p_1^2 + p_2^2$.

Suy ra : $\Delta p = \sqrt{\left(\frac{h}{\lambda}\right)^2 + 2mb^2\left(\frac{hc}{\lambda} - A\right)} \approx 3{,}43.10^{-27}\ \text{kgm/s}.$

7.22. Động năng của êlectron bắn ra (áp dụng định luật bảo toàn năng lượng) :

$$W_d = m_0\frac{c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - m_0c^2 = hf - hf'$$

$$W_d = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda'} = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda + \Delta\lambda}$$

với (công thức tán xạ Côm-tơn) : $\Delta\lambda = 2\lambda_c \sin^2\frac{\theta}{2}$

Suy ra : $$W_d = \frac{hc}{\lambda}.\frac{2\lambda_c \sin^2\frac{\theta}{3}}{\lambda + 2\lambda_c \sin^2\frac{\theta}{2}}.$$

Ta thấy đạt giá trị cực đại khi : $\sin^2\frac{\theta}{2} = 1 \Rightarrow \theta = \pi$, khi đó : $W_{dmax} = \frac{hc}{\lambda}.\frac{2\lambda_c}{\lambda + 2\lambda_c}$.

Áp dụng định luật bảo toàn động lượng ta tìm được động lượng p_e của êlectron bắn ra :

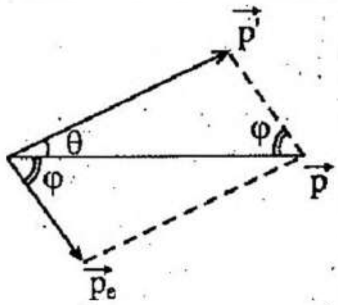
$$p_e^2 = \left(\frac{h}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{h}{\lambda'}\right)^2 - 2\frac{h^2}{\lambda\lambda'}\cos\theta.$$

Biết $\lambda' = \lambda + 2\lambda_c\sin^2\frac{\theta}{2}$. Tính được p_e.

7.23. Theo bài 7.22, ta có : $$W_{dmax} = \frac{hc}{\lambda}.\frac{2\lambda_c}{\lambda + 2\lambda_c}$$

Suy ra : $\lambda = \frac{h}{mc}\left(\sqrt{1 + \frac{2m_0c^2}{W_{dmax}}} - 1\right) = 0{,}037$ Å.

7.24. Kí hiệu $\vec{p}, \vec{p}', \vec{p}_e$ lần lượt là động lượng của phôtôn trước và sau khi tán xạ, và của êlectron bắn ra (ban đầu êlectron đứng yên). Áp dụng định luật bảo toàn động lượng : $\vec{p} = \vec{p}' + \vec{p}_e$ (Hình 7.3G).



Hình 7.3G

Từ hình vẽ ta có : $\tan\varphi = \frac{p'\sin\theta}{p - p'\cos\theta}$.

với $p = \frac{h}{\lambda}$; $p' = \frac{h}{\lambda'} = \frac{h}{\lambda + 2\lambda_c\sin^2\frac{\theta}{2}}$

Do đó : $$\tan\varphi = \frac{\dfrac{h\sin\theta}{\lambda + 2\lambda_c\sin^2\frac{\theta}{2}}}{\dfrac{h}{\lambda} - \dfrac{h\cos\theta}{1 + 2\lambda_c\sin^2\frac{\theta}{2}}} \Rightarrow \tan\varphi = \frac{\cot\frac{\theta}{2}}{1 + \frac{\lambda_c}{\lambda}}. \qquad (1)$$

Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng ta có động năng của êlectron bay ra là :

$$W_d = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda'}.$$

Mặt khác : $W_d = \frac{hc}{\lambda'}$. Suy ra : $\frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda'} = \frac{hc}{\lambda'} \Rightarrow \lambda' = 2\lambda$.

Theo công thức Côm-tơn :

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = 2\lambda_c\sin^2\frac{\theta}{2} = \lambda \Rightarrow \frac{\lambda}{2\lambda_c} = \sin^2\frac{\theta}{2} \qquad (2)$$

Ta có : $\varphi + \theta = \frac{\pi}{2}$, do đó áp dụng hệ thức (1) :

$$\cos\theta = \frac{\cos\frac{\theta}{2}}{1 + \frac{\lambda_c}{\lambda}} \Rightarrow \tan\theta = \tan\frac{\theta}{2}\left(1 + \frac{\lambda_c}{\lambda}\right) \text{ hay : } 1 + \frac{\lambda_c}{\lambda} = \frac{2}{1 - \tan^2\frac{\theta}{2}}$$

Đặt $\sin\frac{\theta}{2} = t$ và thay vào trên (chú ý đến (2)) ta được phương trình :

$$1 + \frac{1}{2t^2} = \frac{2}{1 - \frac{t^2}{1 - t^2}}.$$

Giải ra ta được : $t^2 = \frac{1}{4} = \frac{\lambda}{2\lambda_c}$.

Suy ra : $\lambda = \frac{\lambda_c}{2} = \frac{1}{2}.\frac{h}{mc} = 0{,}012$ Å.

Và $\sin^2\frac{\theta}{2} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{\theta}{2} = 30^\circ \Rightarrow \theta = 60^\circ$.

7.25. Năng lượng của phôtôn tán xạ là : $\varepsilon' = \frac{hc}{\lambda'}$, với $\lambda' = \lambda + \Delta\lambda = \lambda + 2\lambda_c\sin^2\frac{\theta}{2}$

Vậy : $\varepsilon' = \frac{hc}{\lambda + 2\lambda_c\sin^2\frac{\theta}{2}}$, với $\varepsilon = \frac{hc}{\lambda}$, là năng lượng của phôtôn tới, vậy :

$$\varepsilon' = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon} + \frac{2\lambda_c}{hc}\sin^2\frac{\theta}{2}} = 0{,}144 \text{ MeV}.$$

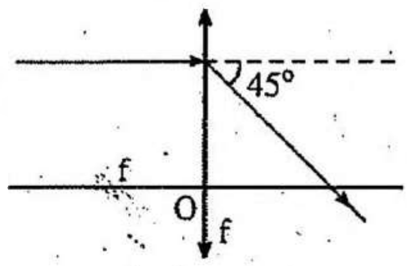
7.26. Chùm tia laze có xung lượng : $p_1 = \frac{E}{c}$, chùm tia ló có xung lượng (theo đề bài) :

$$p_2 = \frac{\frac{E}{2}}{c} = \frac{p_1}{2}.$$

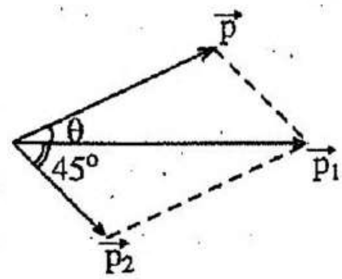
Xung lượng truyền cho thấu kính (Hình 7.4G và 7.5G) :

$$p^2 = p_1^2 + p_2^2 - 2p_1p_2\cos45^\circ$$

$$p^2 = \frac{E^2}{c^2} + \frac{E^2}{4c^2} - 2\frac{E}{c}.\frac{E}{2c}.\frac{\sqrt{2}}{2}$$



Hình 7.4G



Hình 7.5G

$$p^2 = 0{,}543.\frac{E^2}{c^2} \Rightarrow p = 0{,}74.\frac{E}{c}.$$

Lực trung bình tác dụng lên thấu kính : $\overline{F} = \frac{p}{t} = \frac{0{,}74.0{,}4}{10^{-9}.3.10^8} \approx 1$ N.

Lực ấy hướng theo chiều vectơ $\vec{p}$, $\vec{p}$ hợp với $\vec{p}_1$ (song song với trục chính thấu kính) một góc θ. Để tìm θ, chiếu hệ thức vectơ (1) lên phương $\vec{p}_1$ và lên phương vuông góc với $\vec{p}_1$. Ta có :

$$p_x = \frac{1}{2}p_1\cos45^o = p_1\left(1 - \frac{1}{2\sqrt{2}}\right) ; p_y = \frac{1}{2}p_1\sin45^o = \frac{p_1}{2\sqrt{2}}$$

Suy ra : $\tan\theta = \frac{p_y}{p_x} = \frac{1}{2\sqrt{2}-1} \approx 0{,}5469 \Rightarrow \theta = 28^o40'$.

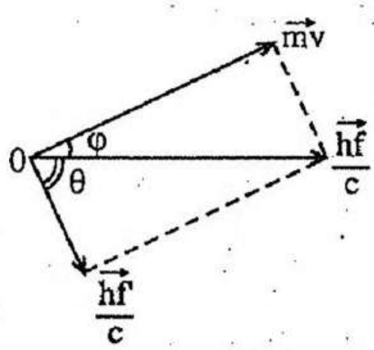
7.27. 1. a) Theo công thức Côm-tơn : $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{2h}{m_0c}\sin^2\frac{\theta}{2}$ (1)

Ta có : $\Delta\lambda = 1{,}21$ pm.

Từ đó : $\lambda' = \lambda + \Delta\lambda = 6{,}2 + 1{,}2 = 7{,}4$ pm.

b) Kí hiệu $\overrightarrow{mv}, \overrightarrow{\frac{hf}{c}} ; \overrightarrow{\frac{hf'}{c}}$, tương ứng với động lượng của êlectron, của phôtôn X tới và phôtôn tán xạ, áp dụng định luật bảo toàn động lượng ta có (Hình 7.6G) :

$$\overrightarrow{\frac{hf}{c}} = \overrightarrow{mv} + \overrightarrow{\frac{hf'}{c}} \qquad (2)$$



Hình 7.6G

Từ đó suy ra : $$(mv)^2 = \left(\frac{hf}{c}\right)^2 + \left(\frac{hf'}{c}\right)^2 - 2\left(\frac{hf}{c}\right)\left(\frac{hf'}{c}\right)\cos\theta,$$

với $\theta = 60^o\left(\cos\theta = \frac{1}{2}\right)$; $\frac{f}{c} = \frac{1}{\lambda}$; $\frac{f'}{c} = \frac{1}{\lambda'}$, $\Rightarrow m^2v^2 = \frac{h^2}{\lambda^2\lambda'^2}(\lambda^2 + \lambda'^2 - \lambda\lambda)$

Thay số, và chú ý rằng : $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$, với $m_0 = 9,1.10^{-31}$ kg.

Ta được : $v = 9,26.10^7$ m/s.

Ngoài ra, chiếu phương trình vectơ (2) lên phương vuông góc với phương của phôtôn X tới, ta được : $\sin\varphi = \frac{h}{\lambda'.mv}\sin\theta = 0,9287 \Rightarrow \varphi = 68^o14'$.

2. a) Ta có : $eU_2 \geq hf = \frac{hc}{\lambda}$.

$$U_{2min} = \frac{hc}{e\lambda} \approx 2,003.10^5 \text{ V} \approx 200 \text{ kV}$$

Từ đó tìm được : $U = U_{min} = \frac{U_{2min}}{1000\sqrt{2}} \approx 100\sqrt{2} \approx 141,4$ V

b) Ta có : $mc^2 = eU + m_0c^2 = \frac{hc}{\lambda} + m_0c^2$

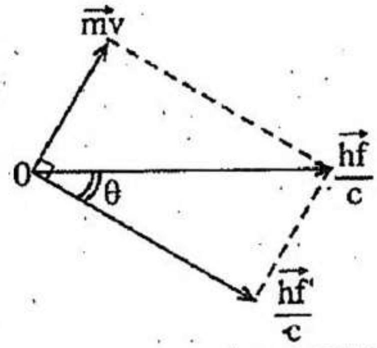
$$\frac{m_0c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = m_0c^2 + \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow 1 - \frac{v^2}{c^2} = \left(\frac{m_0c^2}{m_0c^2 + \frac{hc}{\lambda}}\right) \approx 0,5161$$

$$\Rightarrow \quad \frac{v^2}{c^2} = 0,4839 \Rightarrow v = 0,696c \approx 2,09.10^8 \text{ m/s}$$

Chú ý : Nếu tính v theo hệ thức : $\frac{mv^2}{2} = \frac{hc}{\lambda}$, với $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$, thì ta được $v \approx 2,02.10^8$ m/s, không khác nhiều so với trị số vừa tìm được ở trên.

c) Để phương chuyển động của êlectron vuông góc với phương của tia X tán xạ (Hình 7.7G) theo hình vẽ, ta phải có :

$$\frac{hf'}{c} = \frac{hf}{c}\cos\theta \Rightarrow \lambda' = \frac{\lambda}{\cos\theta} \qquad (5)$$



Hình 7.7G

Áp dụng công thức Côm-tơn, ta có :

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{\lambda}{\cos\theta} - \lambda = \lambda_c(1 - \cos\theta),\ \text{với}\ \lambda_c = \frac{h}{m_0 c} = 2{,}42\ \text{pm}$$

Suy ra : $$\lambda = \lambda_c\cos\theta \qquad (6)$$

Như vậy, phải có $\lambda \le \lambda_c \Rightarrow \lambda_{max} = \lambda_c = 2{,}42$ pm

d) Từ (5) và (6) ta suy ra : $\lambda' = \dfrac{\lambda}{\cos\theta} = \lambda_c = \dfrac{h}{m_0 c}$.

Từ hình vẽ ta có : $$m^2v^2 = \left(\frac{h}{\lambda}\right)^2 - \left(\frac{h}{\lambda'}\right)^2 \Rightarrow \frac{m_0 v^2}{1 - \dfrac{v^2}{c^2}} = \frac{h^2}{\lambda_c^2}\left(\frac{1}{\cos^2\theta} - 1\right)$$

Với $v = 1.10^8$ m/s, ta tính được : $\cos\theta = \dfrac{\sqrt{5}}{3}$ và $\lambda = \lambda_c\dfrac{\sqrt{5}}{3} = 1{,}803$ pm.

Từ đó : $U_{2min} = \dfrac{hc}{e\lambda} \approx 690$ kV, và : $U = \dfrac{U_{2min}}{1000\sqrt{2}} \approx 484$ V

7.28. a) Pha dao động của ánh sáng ở điểm x trong hệ K là $2\pi f(t - \frac{x}{c})$.

Pha dao động của ánh sáng ở điểm x' trong hệ K' là $2\pi f'(t' - \frac{x'}{c})$

Mọi hiện tượng vật lí xảy ra trong các hệ quy chiếu quán tính phải như nhau, nên :

$$2\pi f(t - \frac{x}{c}) = 2\pi f'(t' - \frac{x'}{c})$$

Theo công thức biến đổi Lo-ren-xơ :

$$2\pi f(t - \frac{x}{c}) = 2\pi k\left(\frac{t' + \dfrac{v}{c^2}x'}{\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{x' + vt'}{c\sqrt{1-\beta^2}}\right) = 2\pi f'(t' - \frac{x'}{c})\ ;\ \beta = \frac{v}{c}$$

Hằng đẳng hệ số của t' và x' ở hai vế, ta thu được

$$f' = f\frac{1 - \dfrac{v}{c}}{\sqrt{1-\beta^2}} = f\sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}\ ;\ \Delta f = f - f' = f\left(1 - \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}\right) \qquad (1)$$

Trong (1), v là vận tốc tương đối giữa máy thu và nguồn. Coi v > 0 nếu máy thu và nguồn ra xa nhau, v < 0 nếu máy thu và nguồn lại gần nhau. Ta thấy rằng nếu máy thu ra xa nguồn thì tần số của ánh sáng mà máy thu nhận được sẽ nhỏ hơn máy thu lại gần nguồn, tần số ánh sáng mà nó thu được sẽ lớn hơn tần số ánh sáng mà nguồn phát ra.

$$\lambda' = \lambda\sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} = 1.10^3\sqrt{\frac{1+0,6}{1-0,6}} = 2.10^3\ \text{Å}$$

b) Tìm vận tốc tương đối của 2 tên lửa đối với nhau dựa vào công thức cộng vận tốc. Vận tốc của tên lửa 1 đối với bệ phóng là u, của tên lửa 2 đối với bệ phóng là v và của tên lửa 2 đối với tên lửa 1 là u'.

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - \frac{v}{c^2}u_x} \Rightarrow \lambda'' = \lambda\sqrt{\frac{1+\beta'}{1-\beta}} = 6.10^3\ \text{Å}$$

7.29. a) Theo định lí về động năng :

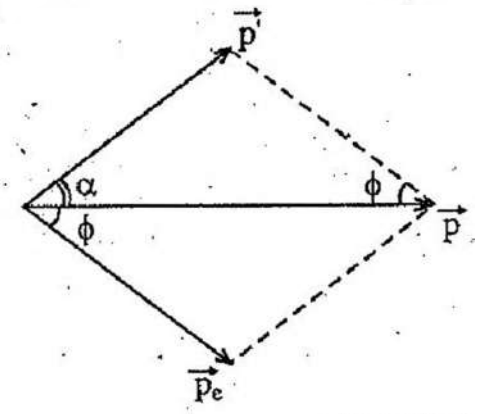
Năng lượng ε của phôtôn tới thoả mãn :

$$\varepsilon = hf \le W_đ = eU \Rightarrow hf_{max} = \frac{hc}{\lambda_{min}} = eU \Rightarrow \lambda_{min} = \frac{hc}{eU}$$

Tính góc giật lùi và góc tán xạ.

(ε = eU là năng lượng của phôtôn có bước sóng ngắn nhất trong chùm phôtôn do ống phát ra).

Thay số : $\lambda_{min} = 0,124$ Å.



Hình 7.8G

Động lượng của phôtôn tới là : $p = \frac{\varepsilon}{c} = \frac{eU}{c}$ (1)

* Từ định luật bảo toàn năng lượng, có :

$$pc + m_ec^2 = p'c + W_{đe} + m_ec^2$$

(p' là động lượng của phôtôn tán xạ)

$$\Rightarrow \quad p' = p - \frac{W_{đe}}{c} = \frac{eU - W_{đe}}{c} \qquad (2)$$

* Từ định luật bảo toàn động lượng (Hình 7.8G) :

$$\vec{p} = \vec{p}' + \vec{p}_e \text{ có : } p'^2 = p^2 + p_e^2 - 2pp_e\cos\phi \qquad (3)$$

ϕ là góc giật lùi của êlectron.

* Từ hệ thức tương đối tính : $E^2 = p_e^2c^2 + m_e^2c^4 = (W_{đe} + m_ec^2)^2$

Suy ra : $$p_e^2 = \frac{1}{c^2}[W_{đe}^2 + 2W_{đe}m_ec^2] \qquad (4)$$

Thay (1), (2) và (4) vào (3) sẽ có :

$$\cos\phi = \frac{c^2}{|e|U}\cdot\frac{W_{de}\left(m_e + \frac{|e|U}{c^2}\right)}{\sqrt{W_{de}^2 + 2W_{de}m_ec^2}} = \frac{\left(1 + \frac{E_0}{\varepsilon}\right)}{\sqrt{1 + 2\frac{E_0}{W_{de}}}} \qquad (5)$$

Với $E_0 = m_ec^2 = 0{,}511$ MeV, $\varepsilon = eU = 0{,}1$ MeV. Thay số sẽ có $\phi \approx 53^o7'$

$$p_e^2 = p^2 + p'^2 - 2pp'\cos\alpha \Rightarrow \cos\alpha = \frac{p^2 + p'^2 - p_e^2}{2pp'}$$

Góc α *là góc tán xạ phôtôn. Thay p bởi (1)*, p' bởi (2), p_e bởi (4) :

$$\cos\alpha = 1 - \frac{\frac{E_0}{\varepsilon}}{\left(\frac{\varepsilon}{W_{de}} - 1\right)} \qquad (6)$$

Thay số, $\cos\alpha = 0{,}432$; $\alpha \approx 64^o24'$

b) Từ (5) ta thấy W_{de} max khi $\cos\varphi$ max, $\cos\varphi$ max khi $\varphi = 0$

$$\Rightarrow W_{demax} = \frac{2E_0}{\left(1 + \frac{E_0}{\varepsilon}\right)^2 - 1} \approx 28 \text{ keV}$$

7.30. a) Chiếu lên các trục toạ độ ta có :

$$u_x = u\cos\theta \ ; \qquad u_y = u\sin\theta \qquad (1)$$

$$u'_x = u'\cos\theta' \ ; \qquad u'_y = u\sin\theta' \qquad (2)$$

Thay các công thức của định lí cộng vận tốc vào biểu thức của u_x, u_y và lấy u_y chia cho u_x :

$$u_y = u\sin\theta = \frac{u'_y\sqrt{1-\beta^2}}{1 + \frac{v}{c^2}u'_x} \ ; \ u_x = u\cos\theta = \frac{u'_x + v}{1 + \frac{v}{c^2}u'_x}.$$

Ta được : $$\tan\theta = \frac{u'\sqrt{1-\beta^2}\sin\theta'}{u'\cos\theta' + v}$$

Thay (2) vào biểu thức u_y ta được : $\sin\theta = \dfrac{u'\sqrt{1-\beta^2}\sin\theta'}{u\left(1 + \frac{v}{c^2}u'\cos\theta'\right)}$.

b) Đối với ánh sáng, u = u' = c. Xuất phát từ công thức sinθ (có thể xuất phát từ công thức tanθ) : $\sin\theta = \dfrac{\sqrt{1-\beta^2}\sin\theta'}{1+\dfrac{v}{c}\cos\theta'}$.

Nếu v ≪ c thì $\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}} \approx 1$, còn $\left(1+\dfrac{v}{c}\cos\theta'\right)^{-1} \approx 1-\dfrac{v}{c}\cos\theta'$

Như vậy : $\sin\theta - \sin\theta' = -\dfrac{v}{c}\cos\theta'\sin\theta'$.

Đặt $\Delta\theta = \theta' - \theta$ là một góc nhỏ và sử dụng hệ thức :

$$\sin\theta - \sin\theta' = 2\cos\frac{\theta+\theta'}{2}\sin\frac{\Delta\theta}{2} \text{ và chú ý rằng } \cos\frac{\theta+\theta'}{2} \approx \cos\theta'$$

ta thu được : $$\Delta\theta = \frac{v}{c}\sin\theta' \qquad (3)$$

7.31. a) Sử dụng định luật bảo toàn năng lượng và xung lượng trong quá trình tương tác :

$hf = \dfrac{1}{2}mv^2$, $\dfrac{hf}{c} = mv \Rightarrow c = \dfrac{1}{2}v$. Điều này không thể xảy ra.

b) Trường hợp tương tác giữa phôtôn và êlectron tự do, do không bị hấp thụ hoàn toàn, nên phôtôn sau phản ứng giảm năng lượng và xung lượng thay đổi (tán xạ). Trường hợp này tương ứng với hiện tượng tán xạ Côm-tơn. Chúng ta sẽ đi tính toán độ dịch chuyển của bước sóng của phôtôn sau tương tác.

Sử dụng định luật bảo toàn năng lượng và xung lượng :

$$\begin{cases} hf + m_0c^2 = hf' + mc^2 & (1) \\ \vec{p} = \vec{p'} + \vec{p}_e = \vec{p'} + m\vec{v} & (2) \end{cases}$$

Từ hình 7.9G :

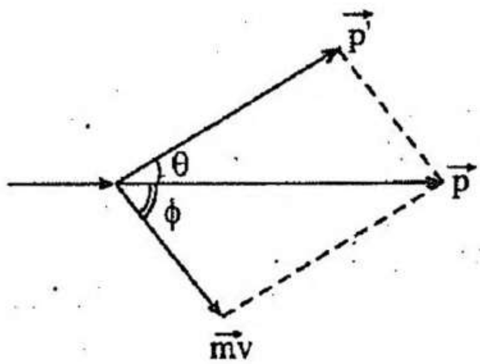
$$(mv)^2 = p^2 + p'^2 - 2pp'\cos\theta \qquad (3)$$

Thay $p = \dfrac{hf}{c}$, $p' = \dfrac{hf'}{c}$ vào (3) ta có :

$$m^2v^2c^2 = h^2f^2 + h^2f'^2 - 2h^2ff'\cos\theta \qquad (4)$$

Từ phương trình (1) rút ra :

$$mc^2 = hf - hf' + m_0c^2 \quad (1a)$$



Hình 7.9G

Lấy bình phương hai vế (1a) :

$$m^2c^4 = h^2f^2 + h^2f'^2 + m_0^2c^4 + 2h(f-f')m_0c^2 - 2h^2ff' \qquad (5)$$

Trừ (5) cho (4) từng vế :

$$m^2c^4(1-\beta^2) = -2h^2ff'(1-\cos\theta) + 2h(f-f')m_0c^2 + m_0^2c^4 \qquad (6)$$

vì $m = \dfrac{m_0}{\sqrt{1-\beta}}$ nên vế trái của (6) chính là $m_0^2c^4$, cho nên từ (6) rút ra :

$$vv'(1-\cos\theta) = \frac{m_0c^2}{h}(f-f')$$

hay là : $$\frac{c}{f'} - \frac{c}{f} = \frac{h}{m_0c}(1-\cos\theta) = \frac{2h}{m_0c}\sin^2\frac{\theta}{2}$$

vì $f' = \dfrac{c}{\lambda'}$, $f = \dfrac{c}{\lambda}$, $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ nên : $\Delta\lambda = \dfrac{2h}{m_0c}\sin^2\dfrac{\theta}{2}$.

$\Delta\lambda$ gọi là độ dịch chuyển của bước sóng.

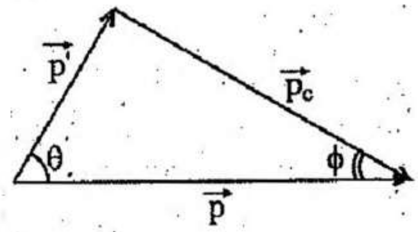
c) Tính góc "giật lùi" Φ của êlectron

– Năng lượng :

$$hf + m_0c^2 = hf' + W_d + m_0c^2 \qquad (7)$$

Vì $p = \dfrac{\varepsilon}{c} = \dfrac{hf}{c}$, $p' = \dfrac{hf'}{c}$ nên (7) được viết lại :

$$p' = p - \frac{W_d}{c} \qquad (7a)$$



Hình 7.10G

Theo hình 7.10G :

$$\vec{p'} = \vec{p} - \vec{p}_e \Rightarrow \cos\phi = \frac{p^2 + p_e^2 - p'^2}{2pp_e} \qquad (8)$$

Ta còn có : $$p_e^2 = \frac{W^2 - m_0^2c^4}{c^2} = \frac{(W_d + E_0)^2 - E_0^2}{c^2} = \frac{W_d^2 + 2W_dE_0}{c^2} \qquad (9)$$

Vì : $W = \sqrt{p_ec^2 + m_0^2c^4}$; $E_0 = m_0c^2 = 0{,}512$ MeV là năng lượng nghỉ của êlectron.

Thay (7a), (9) vào biểu thức : $p = \dfrac{\varepsilon}{c}$ vào (8) : $\cos\phi = \dfrac{1 + \dfrac{E_0}{\varepsilon}}{\sqrt{1 + 2\dfrac{E_0}{W_d}}}$

Thay số $\cos\phi = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow$ góc "giật lùi" của êlectron $\phi = 30^\circ$.

7.32. – Theo cách tính của người em : Quãng đường mà người anh đã đi là L = 24 nas nên thời gian chuyển động của người anh là $T = \dfrac{24 \text{ nas}}{0{,}8c} = 30$ năm. Do đó khi gặp nhau người em đã 20 + 30 = 50 tuổi. Nhưng người em thấy thời gian trôi qua trong tàu là chậm hơn, do đó người anh mới sống thêm $T' = \dfrac{T}{\gamma}$ năm, với $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1-\left(\dfrac{v}{c}\right)^2}} = \dfrac{1}{0{,}6}$ nên T' = 18 năm và tuổi của người anh khi gặp nhau là 20 + 18 = 38 tuổi. Như thế người em kết luận ; anh trẻ hơn mình 12 tuổi.

– Theo cách tính của người anh : Trong hệ gắn với Trái Đất quãng đường là 24 nas, do đó trong hệ gắn với tàu, người anh thấy nó co lại thành $L' = \dfrac{L}{\gamma} = 14{,}4$ nas và anh đi mất $T' = \dfrac{T'}{\gamma} = 10{,}8$ năm trên Trái Đất, nên khi gặp em thì em có 20 + 10,8 = 30,8 tuổi. Anh kết luận : em trẻ hơn 7,2 tuổi.

7.33. Đối với quan sát viên O thì máy bay và đồng hồ gắn với mặt đất có vận tốc tương ứng là v_b và v_d nên thời gian trôi chậm hơn. Nếu t_0, t_b và t_d tương ứng là thời gian bay đối với O, máy bay và mặt đất, thì : $t_0 = \gamma_b t_b = \gamma_d t_d$, với

$$\gamma_b = \left[1-\left(\frac{v_b}{c}\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}} \approx 1 + \frac{v_b^2}{2c^2} \; ; \gamma_d = \left[1-\left(\frac{v_d}{c}\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}} \approx 1 + \frac{v_d^2}{2c^2} \; ;$$

$$\frac{t_b}{t_d} = \frac{\gamma_d}{\gamma_b} \approx 1 + \frac{v_d^2 - v_b^2}{2c^2}$$

$$\Delta t = t_b - t_d = t_d\left(\frac{t_b}{t_d} - 1\right) = t_d \frac{v_d^2 - v_b^2}{2c^2} \qquad (1)$$

– Khi bay theo hướng đông : $v_b = v_d + v$. Thay số trong (1) sẽ có $\Delta t_D \approx -236$ ns.

– Khi bay theo hướng tây : $v_b = v_d - v$, từ đó có $\Delta t_T = 124$ ns.

Như vậy $\Delta t_T - \Delta t_D = 360$ ns, nghĩa là bay theo hướng Đông ngắn hơn theo hướng Tây.

CHỦ ĐỀ 8

8.1. a) Từ công thức $r_n = r_0n^2$ ta thấy bán kính tăng lên 9 lần, có nghĩa là n = 3 ; êlectron chuyển từ mức K (n = 1, cơ bản) lên mức M (n = 3) (Hình 8.1G). Sau đó êlectron có thể chuyển về các mức năng lượng thấp hơn và phát ra phôtôn với bước sóng λ :

Từ M → L :

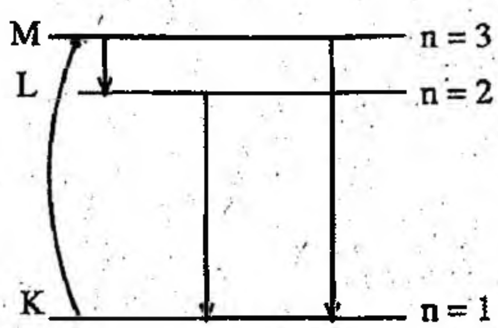
$$\frac{hc}{\lambda_1} = E_0\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right) = \frac{5}{36}E_0 \Rightarrow \lambda_1 = 0{,}657\ \mu m$$

Từ L → K :

$$\frac{hc}{\lambda_2} = E_0\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}\right) = \frac{3}{4}E_0 \Rightarrow \lambda_2 = 0{,}121\ \mu m$$

Từ M → K :

$$\frac{hc}{\lambda_3} = E_0\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{3^2}\right) = \frac{8}{9}E_0 \Rightarrow \lambda_3 = 0{,}103\ \mu m$$



Hình 8.1G

b) Vẽ sơ đồ các mức năng lượng nguyên tử hiđrô với :

$$E_1 = -13{,}6\text{ eV} ; E_2 = -3{,}4\text{ eV} ; \quad E_3 = -1{,}51\text{ eV} ; E_4 = -0{,}85\text{ eV} ; ... ; E_\infty = 0.$$

Êlectron chỉ chuyển động trên những quỹ đạo dừng có năng lượng xác định.

– Với phôtôn có năng lượng 6 eV : nguyên tử không hấp thụ phôtôn này, vì nếu hấp thụ thì năng lượng của êlectron là : E = –13,6 + 6 = –7,6 eV.

Trên sơ đồ không có mức này, do đó nguyên tử không hấp thụ phôtôn 6 eV và vẫn ở trạng thái cơ bản (n = 1).

– Với phôtôn có năng lượng 12,75 eV : nguyên tử hấp thụ phôtôn này, vì lúc đó năng lượng của êlectron là E = –13,6 + 12,75 = –0,85 eV.

Đây là mức ứng với n = 4. Như vậy, nguyên tử hấp thụ phôtôn 12,75 eV và chuyển lên trạng thái kích thích N (n = 4).

– Với phôtôn có năng lượng 18 eV : nguyên tử hấp thụ và bị ion hóa ; lúc đó êlectron bứt khỏi nguyên tử và có động năng $W_đ$ = 18 – 13,6 = 4,4 eV.

c) Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng : Trước va chạm năng lượng của hệ (êlectron + nguyên tử) là : $E_t = W_đ + E_1$, với $W_đ$ là năng lượng của êlectron, E_1 là năng lượng của nguyên tử ở trạng thái cơ bản.

Sau va chạm, năng lượng của hệ là : $E_s = W'_đ + E_2$, với $W'_đ$ là năng lượng của êlectron, E_2 là năng lượng của nguyên tử ở trạng thái kích thích đầu tiên.

Ta có : $E_t = E_s$.

Suy ra : $W_d + E_1 = W'_d + E_2 \Rightarrow W'_d = W_d + E_1 - E_2 = 0,4$ eV.

8.2. a) Vẽ sơ đồ mức năng lượng của nguyên tử hiđrô, tính E_1, E_2, E_3, E_4... từ công thức :

$$E_n = -\frac{E_0}{n^2} \quad (E_0 = 13,6\text{ eV})$$

Từ sơ đồ ta thấy : muốn cho 3 và chỉ có 3 vạch phát xạ thì nguyên tử phải nhảy lên mức kích thích E_3, và êlectron phải có động năng W_d lớn hơn hoặc bằng $E_3 - E_1$, nhưng bé hơn $E_4 - E_1$:

$$W_d \geq 13,6 - 1,5 = 12,1\text{ eV}$$

$$W_d < 13,6 - 0,85 = 12,75\text{ eV}$$

Vậy phải có $12,1\text{ eV} \leq W_d < 12,75$ eV.

b) $hf = E_0 + \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2(hf - E_0)}{m}}$

8.3. a) Áp dụng định luật bảo toàn điện tích và bảo toàn số khối tìm được phương trình phân rã : ${}^{234}_{92}U \rightarrow {}^{230}_{90}Th + {}^{4}_{2}He$.

b) Năng lượng toả ra :

$$W = [233,9904 - (229,9737 + 4,00141)]u.c^2 \Rightarrow W \approx 14,15\text{ MeV}.$$

c) Kí hiệu W_{d1}, $\vec{p}_1$ và W_{d2}, $\vec{p}_2$ tương ứng là động năng và động lượng của hạt nhân thôri và hạt α ta có :

$$W_{d1} + W_{d2} = W = 14,15\text{ MeV} \qquad (1)$$

$$0 = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 \Rightarrow p_1 = p_2 \qquad (2)$$

Biết $W_d = \frac{mv^2}{2} = \frac{p^2}{2m}$, từ đó ta có : $\frac{W_{d1}}{W_{d2}} = \frac{p_1^2}{p_2^2}.\frac{m_2}{m_1} = \frac{m_2}{m_1} = \frac{4}{230} = \frac{2}{115}$ (3)

Từ (1) và (3) ta tìm được : $W_{d1} \approx 0,24$ MeV ; $W_{d2} \approx 13,91$ MeV.

d) Độ sai lệch là : $\Delta W_d = W_{d1} + W_{d2} - W_{d0} = 0,24 + 13,91 - 13 = 1,15$ MeV

Đó là năng lượng của bức xạ γ. Bước sóng bức xạ γ là :

$$\Delta W_d = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{\Delta W_d} = 1,08.10^{-12}\text{ m} = 1,08\text{ pm}$$

8.4. a) ${}_{Z}^{A}X$ là hạt nhân chì ${}_{82}^{206}Pb$.

b) Sau thời gian t (tuổi của mẫu chất) số hạt nhân pôlôni còn lại là $N_0e^{-\lambda t}$, và số hạt nhân đã phân rã biến thành hạt nhân X (chì) là $N_0 - N_0e^{-\lambda t}$.

Vậy : $\dfrac{m_x}{m(Po)} = \dfrac{N_0(1-e^{-\lambda t}).206}{N_0e^{-\lambda t}.210} = \dfrac{103}{35} \rightarrow e^{\lambda t} = 4 \Rightarrow \lambda t = 2ln2$

Với $\lambda = \dfrac{\ln 2}{T}$, ta suy ra : t = 2T = 276 ngày.

c) Chọn O (vị trí ban đầu của hạt α bay vào trong tụ) làm gốc toạ độ, trục Oy hướng thẳng đứng lên trên, trục Ox song song với các bản tụ. Lực điện trường tác dụng vào hạt α hướng vuông góc với các bản (hướng từ bản dương đến bản âm), có độ lớn :

Vectơ gia tốc $\vec{a}$ hướng theo trục Oy và có độ lớn : $a = \dfrac{F}{m_\alpha} = \dfrac{q_\alpha U}{m_\alpha d}$.

Chuyển động của hạt α được xem là gồm hai chuyển động thành phần :

– Chuyển động đều theo phương Ox, có phương trình : $x = v_0t$; (1)

– Chuyển động biến đổi đều theo phương Oy, có phương trình : $y = \dfrac{ax^2}{2v_0^2}$.

Để hạt α bay ra ngoài tụ tại M thì tọa độ điểm M phải là : $x_M = l$ và $y_M \leq \dfrac{3d}{4}$.

Vậy ta có :

$$\frac{al^2}{2v_0^2} \leq \frac{3d}{4} \Rightarrow \frac{q_\alpha U}{2m_\alpha d}.\frac{l^2}{v_0^2} \leq \frac{3d}{4} \Rightarrow U \leq \frac{3m_\alpha v_0^2 d^2}{2q_\alpha l^2} \approx 3100 \text{ V}.$$

8.5. Độ phóng xạ $H = \lambda N \Rightarrow \ln H_0 - \lambda t$ là một hàm tuyến tính của t. Vẽ đồ thị $\ln H = f(t)$ thì đó là một đường thẳng có độ dốc (hệ số góc) có giá trị λ (hằng số phân rã). Căn cứ vào bảng trong đề bài, có thể thấy kết quả thực nghiệm phù hợp với lí thuyết, từ đó ta có :

$$\lambda \approx \frac{2,95 - 1,96}{5} = 0,198 \frac{1}{\text{phút}}$$

Suy ra : $$T = \frac{0,693}{\lambda} \approx 3,5 \text{ phút}$$

(Cũng có thể tính $\lambda = \dfrac{1,96 - 0,974}{5} \approx 0,1972$)

Các kết quả chênh lệch nhau rất ít, không đáng kể, do có sai số trong thực nghiệm.

8.6. a) Ta tìm được hạt nhân X là hạt nhân $^{17}_{8}O$, có 8 prôtôn và (17 – 8) = 9 nơtron.

b) Năng lượng của phản ứng : $\Delta E = [m_\alpha + m_N - (m_H + m_0)]c^2 = -1,21$ MeV : phản ứng thu năng lượng.

c) Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng : $W_\alpha + \Delta E = W_H + W_O$ (1)

Áp dụng định luật bảo toàn động lượng : $\vec{p}_\alpha = \vec{p}_H + \vec{p}_O$ (2)

Theo đề bài $\vec{v}_\alpha \perp \vec{v}_H \rightarrow \vec{p}_\alpha \perp \vec{p}_H$ nên từ (2) ta có : $p_O^2 = p_\alpha^2 + p_H^2$ (3)

Biết $W = \dfrac{p^2}{2m}$, từ (1) và (3) tìm được :

$$W_O = \frac{\left(1 + \dfrac{m_\alpha}{m_H}\right)W_\alpha + \Delta E}{1 + \dfrac{m_O}{m_H}} = 2,075 \text{ MeV}.$$

Suy ra : $v_O = \sqrt{\dfrac{2W_O}{m_O}} = 4,86.10^6$ m/s.

8.7. a) $t = \dfrac{1}{\lambda}\ln\dfrac{H_O}{H}$, với $\lambda = \dfrac{0,693}{T}$, T = 5700 năm (đối với C14) ; $H_O = 0,225$ Bq.

Với mẫu 1, H = 0,2056 Bq tìm được t = 742 năm, do đó năm xảy ra động đất là (1979 – t) = 1237.

Với mẫu 2, H = 0,215 Bq tìm được t = 1400 năm, do đó năm xảy ra động đất là (1979 – 1400) = 579.

b) Tỉ số của C14 đối với C12 tỉ lệ với độ phóng xạ :

$\dfrac{P}{P_O} = \dfrac{H}{H_O}$, với $P_O = \dfrac{1}{10^6} \Rightarrow P = P_O\dfrac{H}{H_O} = 8,4.10^{-7}$.

8.8. a) Thể tích dung dịch tiêm vào máu bệnh nhân là 10 cm^3 = $\dfrac{1}{1000}$ lít. Nồng độ là 10^{-3} mol/lít, vậy lượng chất phóng xạ Na đưa vào máu bệnh nhân là :

$$m_O = 10^{-3}\frac{\text{mol}}{\text{lít}}.\frac{1\text{ lít}}{10^3} = 10^{-6}\text{ mol} = 2,4.10^{-5}\text{ g}.$$

b) Lượng chất phóng xạ Na24 còn lại trong máu sau thời gian t = 6 h :

$m = m_O e^{-\lambda t}$, với $\lambda = \dfrac{0,693}{T}$; T = 15 h ; t = 6 h $\Rightarrow$ m = $1,8.10^{-4}$ g.

c) Trong $10\ cm^3$ máu lấy ra có chứa $1{,}5.10^{-8}$ mol (hay $3{,}6.10^{-7}$ g) chất Na24. Lượng chất Na24 còn lại trong cơ thể là $m = 1{,}8.10^{-4}$ g. Suy ra thể tích máu của cơ thể bệnh nhân :

$$V = \frac{1{,}8.10^{-4}}{3{,}6.10^{-7}}.10\ cm^3 = 5000\ cm^3 = 5\ lít$$

8.9. a) ${}^{234}_{92}U \rightarrow {}^{230}_{90}Th + {}^{4}_{2}He$;

${}^{230}_{90}Th \rightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{226}_{88}Ra$

b) Ở lớp dưới của mẫu vì lắng đã lâu nên lượng thôri giảm, ở lớp trên của mẫu vừa mới lắng nên lượng thôri còn nhiều. Thời gian tích tụ để có mẫu trên được tính theo công thức :

$$t = \frac{1}{\lambda}\ln\frac{m_0}{m}\ ;\ với\ m_0 = 10^{-6}\ g\ ;$$

$$m = 0{,}12.10^{-6}\ g\ ;\ \lambda = \frac{0{,}693}{T}\ ;\ T = 80\ 000\ năm$$

Suy ra : $t = 2{,}45.10^5$ năm, và do đó tốc độ lắng là : $v = \frac{h}{t} = 0{,}41.10^{-4}\frac{mm}{năm}$.

8.10. a) Theo đề bài, ta có thể viết :

$${}^{9}_{4}Be + \gamma \rightarrow m({}^{4}_{2}He) + x + ...$$

$${}^{12}_{6}C + \gamma \rightarrow n({}^{4}_{2}He) + y + ..$$

Áp dụng định luật bảo toàn số khối và bảo toàn điện tích ta tìm được :

$m = 2$; $x = {}^{1}_{0}n$; $n = 3$; $y = 0$

Vậy phương trình phản ứng là :

$${}^{9}_{4}Be + \gamma \rightarrow 2({}^{4}_{2}He) + {}^{1}_{0}n \qquad (1)$$

$${}^{12}_{6}C + \gamma \rightarrow 3({}^{4}_{2}He) \qquad (2)$$

b) Kí hiệu ΔE là năng lượng phản ứng, tần số tối thiểu của lượng tử γ được xác định bởi :

$$hf \geq \Delta E$$

Với phản ứng (1), $\Delta E_1 = \Delta m_1.c^2$, với $\Delta m_1 = (2m_{He} + m_n) - m(Be)$.

Thay số tìm được : $(f_1)_{min} = 3{,}8.10^{20}$ Hz.

Với phản ứng (2) : $\Delta E_2 = \Delta m_2.c^2$, với $\Delta m_2 = 3m(He) - m(C)$.

Thay số suy ra : $(f_2)_{min} = 1{,}762.10^{21}$ Hz.

8.11. a) $T = \dfrac{2\pi m}{qB} = \dfrac{1}{f} \Rightarrow f = \dfrac{qB}{2\pi m} \approx 20$ MHz

b) $R = \dfrac{mv}{qB} \Rightarrow v = \dfrac{qBR}{m} \approx 6{,}26.10^7$ m/s

$$W_d = \frac{mv^2}{2} \approx 0{,}6548.10^{-11}\text{ J} = 40{,}92\text{ MeV}$$

c) $U = \dfrac{W_d}{2Nq} = 150\,000$ V

d) ${}^3_1D + {}^7_3Li \rightarrow {}^8_4Be + {}^1_0n$

$$\Delta m = [m(Li) + m(D)] - [m(Be) + m_n] = 0{,}01528u$$

$\Rightarrow \quad E = \Delta m.c^2 = 14{,}22$ MeV > 0 (1) : phản ứng toả năng lượng.

Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng : W(D) + ΔE = W(Be) + W(n) (2)

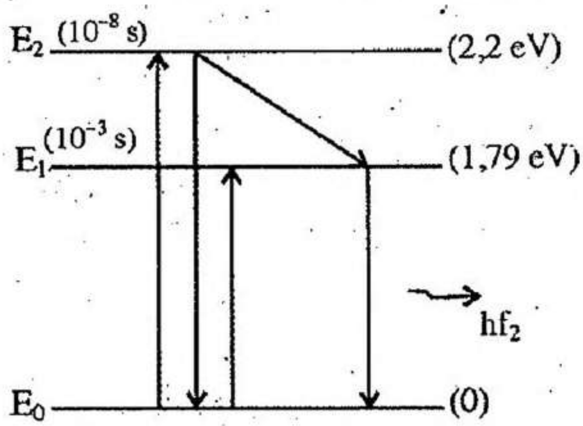
Với $W(Be) = \dfrac{m(Be)v^2}{2}$, $W(n) = \dfrac{m_n v^2}{2}$ (hai hạt có cùng vận tốc)

$$\Rightarrow \frac{W(Be)}{W(n)} = \frac{m(Be)}{m_n} \quad (3)$$

Thay số, từ (1), (2), (3) tìm được : W(Be) = 21,70 MeV ; W(n) = 2,73 MeV.

8.12. a) Khi chiếu ánh sáng trắng (Hình 8.2G) :

Theo đề bài các chuyển mức $E_0 \rightarrow E_2$ nhiều hơn $E_2 \rightarrow E_0$; đồng thời các chuyển mức $E_0 \rightarrow E_1$ ít hơn $E_1 \rightarrow E_0$. Như vậy, phổ có 2 vạch :



Hình 8.2G

+ Vạch (hấp thụ) do chuyển $E_0 \rightarrow E_2$:

$\Delta E_1 = 2{,}25$ eV $= hf_1 = \dfrac{hc}{\lambda_1}$

$\Rightarrow \lambda_1 = 0{,}552\ \mu$m.

+ Vạch sáng (huỳnh quang) do chuyển $E_1 \rightarrow E_0$:

$$\Rightarrow \Delta E_2 = 1{,}79\text{ eV} = hf_2 = \frac{hc}{\lambda_2} \Rightarrow \lambda_2 = 0{,}694\ \mu\text{m}$$

b) Tìm độ rộng $\Delta\lambda$ của vạch quang phổ :

Áp dụng hệ thức : $\Delta E.\Delta t = h \Rightarrow \Delta E = \dfrac{h}{\Delta t}$.

– Với vạch λ_1, ta có $\Delta t_1 = 10^{-8}$ s

$$(\Delta E)_1 = \frac{6,625.10^{-34}}{10^{-8}} = 6,625.10^{-26}\ \text{s} \approx 4,14.10^{-7}\ \text{eV}.$$

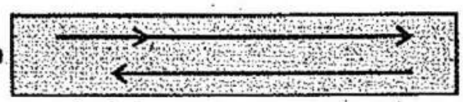
– Với vạch λ_2, ta có $\Delta t_2 = 10^{-3}$ s

$$(\Delta E)_2 = \frac{6,625.10^{-34}}{10^{-3}} = 6,625.10^{-31}\ \text{J} \approx 4,14.10^{-12}\ \text{eV}$$

Độ đơn sắc : $\dfrac{\Delta\lambda_2}{\lambda_2} = \dfrac{(\Delta E)_2}{\Delta E_2} = \dfrac{4,14.10^{-12}}{1,79} \approx 2,3.10^{-12}$.

c) Điều kiện phát laze (mô hình ở hình 8.3G) là : $(I_0 e^{-\alpha d})\,R > I_0$

(Sau khi hấp thụ, phản xạ trong thỏi rubi cường độ bức xạ phải tăng lên)



Hình 8.3G

$\Rightarrow$ $R > e^{\alpha d}$, với $\alpha = -0,001\ \text{cm}^{-1}$

$d = 6\ \text{cm} \Rightarrow R = 0,994$.

d) Laze chỉ phát 1 bước sóng λ_2 :

Hiệu quang trình bằng : $\Delta = k\lambda_2$ (1)

với $\Delta = 2nd$; $n = 1,9 \to k = \dfrac{2nd}{\lambda_2} = \dfrac{2.1,9.6.10^{-2}}{0,694.10^{-6}} \approx 328530$

Theo (1) độ đơn sắc của tia laze bằng : $\dfrac{\Delta\lambda_2}{\lambda_2} = \dfrac{1}{k} \approx 3.10^{-6}$.

8.13. a) Ta có :

$$hf_0 = E_2 - E_1 = \frac{hc}{\lambda_0} \Rightarrow \lambda_0 = \frac{hc}{E_2 - E_1} = 0,5890\ \mu\text{m}\ ;\ \text{và}\ f_0 = 5,09.10^{14}\ \text{Hz}$$

Ta có : $\Delta\lambda = \Delta\lambda_1 + \Delta\lambda_2$, với $\Delta\lambda_1$ do độ bất định về E ; còn $\Delta\lambda_2$ do hiệu ứng Đốp-ple.

Hệ thức bất định :

$$\Delta E.\Delta t = \Delta t.h\Delta f_1 \approx \frac{h}{2\pi} \Rightarrow \Delta f_1 \approx 10^5\ \text{Hz} \Rightarrow \Delta\lambda_1 = \lambda_0\frac{\Delta f_1}{f_0} = 10^{-9}\lambda_0$$

Hiệu ứng Đốp-ple ta có :

$$\frac{\Delta f_2}{f_0} \approx \frac{v}{c} \Rightarrow \frac{\Delta\lambda_2}{\lambda_0} \approx \frac{v}{c}, \text{ với } v = \sqrt{\overline{v^2}} = \frac{\sqrt{3RT}}{\mu} = 104 \text{ m/s}.$$

Suy ra : $\dfrac{\Delta f_2}{f_0} = 3{,}5.10^{-7}$.

Ta thấy có $\Delta\lambda$ (mở rộng vạch quang phổ) là do hiệu ứng Đốp-ple là chính và như vậy ta có :

$$\Delta\lambda \approx \Delta\lambda_2 = 2.10^{-7}\ \mu\text{m}.$$

b) Khi chiếu với bức xạ $\lambda_0 + \Delta\lambda$ theo phương Oz, chỉ phân tử đi cùng chiều với tia laze là có khả năng hấp thụ bức xạ. Khi hấp thụ bức xạ chúng nhận động lượng :

$$n.\frac{hf}{c}.\frac{1}{6} = \Delta p_1 \text{ (Kí hiệu n là số phân tử Na)}$$

Khi phát xạ thì do ngẫu nhiên nên $\overline{\Delta p_2} = 0$.

Do đó ta có : $$\frac{n}{6}.\frac{hf}{c} = n.m\Delta f = n.mv_G \Rightarrow v_G = \frac{1}{6}.\frac{hf}{mc}$$

$$v_G = \frac{1}{6}\frac{6{,}626.10^{-34}.5{,}09.10^{14}.6{,}023.10^{23}}{2{,}998.10^{8}.23.10^{-3}}$$

$$\Rightarrow \quad v_G = 2{,}95.10^{-2}\text{ m/s} \approx 3.10^{-2}\text{ m/s} = 3\text{ cm/s}$$

Khối tâm G của khối hơi chuyển động theo chiều chùm laze với vận tốc 3 cm/s.

Khi hấp thụ bức xạ các phân tử Na nhận năng lượng : $\dfrac{n}{6}h(f_0 - \Delta f) \approx \dfrac{n}{6}h(f_0 - \Delta f_2)$.

Khi phát xạ năng lượng là : $\dfrac{n}{6}hf_0$.

Như vậy nội năng giảm đi một lượng : $\Delta U = \dfrac{n}{6}h.\Delta f_2$.

Mặt khác ta có : $$\Delta U = \frac{3}{2}nk\Delta T.$$

Từ đó suy ra : $$\Delta T = -\frac{h.\Delta f_2}{9k} = -\frac{h.\Delta f_2}{9R}N_A$$

$$\Rightarrow \quad \Delta T = -\frac{hN_A v}{9Rc}f_0 = \frac{-(E_2 - E_1)N_A v}{9Rc}$$

$$\Rightarrow \quad \Delta T = -1{,}4.10^{-3}\text{ K} \Rightarrow T \approx 9{,}998\text{ K}.$$

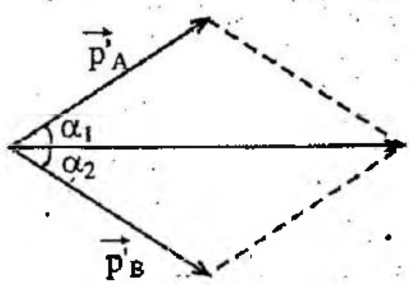
c) Khi chiếu bằng 6 laze, tất cả các nguyên tử Na có chuyển động nhiệt đều hấp thụ năng lượng nhỏ và phát xạ năng lượng lớn : Kết quả là động năng trung bình của chuyển động nhiệt giảm dần đến 0, khối tâm của khối khí dẫn đến đứng yên, nhiệt độ khối khí giảm dần và tiếp cận đến 0K.

Nhiệt độ giới hạn thấp nhất đạt được khi xung lượng cuối cùng của nguyên tử Na bằng xung lượng của phôtôn bị hấp thụ, nghĩa là khi :

$$p = \frac{hf_0}{c} = \frac{h}{\lambda_0} \Rightarrow \overline{E}_d = \frac{p^2}{2m} = \frac{h^2}{2m\lambda^2} = \frac{3}{2}kT_{min}$$

$$\Rightarrow \quad T_{min} = \frac{h^2}{3\lambda^2 mk} = \frac{1}{3}.\frac{h^2N_A^2}{\lambda^2\mu R} \Rightarrow T_{min} \approx 8.10^{-7}\,K \approx 10^{-6}\,K.$$

8.14. 1. a) Kí hiệu $\overrightarrow{p'_A}$ và $\overrightarrow{p'_B}$ là các vectơ động lượng tương đối tính của các hạt A và B sau va chạm. Vì $v'_A = v'_B$ nên $p'_A = p'_B$. Áp dụng định luật bảo toàn động lượng ta có sơ đồ vectơ như hình 8.4G, nghĩa là $\alpha_1 = \alpha_2$, do đó $\overrightarrow{p'_A}$ và $\overrightarrow{p'_B}$ đối với $\vec{p}_A$.



Hình 8.4G

b) Ta có : $$p_A = 2\,p'_A\cos\alpha_1 \qquad (1)$$

Kí hiệu α là góc giữa $\overrightarrow{v'_A}$ và $\overrightarrow{v'_B}$ và $\alpha = 2\alpha_1$. Giữa động năng tương đối tính và động lượng p của hạt có hệ thức $(pc)^2 = W_d(W_d + 2E_0)$ (E_0 là năng lượng nghỉ).

Áp dụng cho hạt A :

$$(p_Ac)^2 = W_{dA}(W_{dA} + 2E_0) \qquad (2)$$

$$(p'_Ac)^2 = W'_{dA}(W'_{dA} + 2E_0) \qquad (3)$$

Vì va chạm đàn hồi nên động năng tương đối tính được bảo toàn, mà $W'_{dA} = W'_{dB}$,

nên : $$W_{dA} = W'_{dA} + W'_{dB} = 2W'_{dB}$$

Thay vào (3), ta được : $$(p'_Ac)^2 = \frac{W_{dA}}{2}\left(\frac{W_{dA}}{2} + 2E_0\right) \qquad (4)$$

Từ (1), (2), (4), suy ra :

$$(\cos\alpha_1)^2 = \left(\frac{p_A}{2p'_A}\right)^2 = \frac{W_{dA}(W_{dA} + 2E_0)}{4\frac{W_{dA}}{2}\left(\frac{W_{dA}}{2} + 2E_0\right)} = \frac{W_{dA} + 2E_0}{W_{dA} + 4E_0}$$

Từ đó $\cos\alpha = 2\cos^2\alpha_1 - 1 = \dfrac{W_{dA}}{W_{dA} + 4E_0} \Rightarrow 0 < \cos\alpha < 1$, tức α là góc nhọn.

Thay số : $$\cos\alpha = \frac{820}{820 + 4.1875} \approx 0,986 \Rightarrow \alpha \approx 84,34^o.$$

Nếu là va chạm là cổ điển, tức phi tương đối tính, thì $\alpha = 90^o$. Thực vậy khi đó $W_d \ll E_0$ nên $\cos\alpha \approx 0 \to \alpha \approx 90^o$.

2. *Cách 1* : từ $E_0 = m_0c^2$; $E = \dfrac{m_0c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} = \dfrac{E_0}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}} = \dfrac{1875}{\sqrt{1-0,95^2}} = 6010$ MeV

Cách 2 : Chọn K là hệ quy chiếu phòng thí nghiệm trong đó hai hạt chuyển động tới gặp nhau dọc theo trục Ox với cùng vận tốc v ; K' là hệ quy chiếu gắn với hạt A (tức là K' chuyển động với tốc độ v đối với K và Ox trùng với O'x'). Vận tốc tương đối u giữa hai hạt trong hệ K' chính là vận tốc v' của hạt B. Theo công thức cộng vận tốc ta có :

$$v' = u = \frac{v-(-v)}{1+\dfrac{v^2}{c^2}} = \frac{2v}{1+\dfrac{v^2}{c^2}} \Rightarrow uv^2 - 2c^2v + uc^2 = 0.$$

Tìm được $$v = \frac{c^2 - c\sqrt{c^2-u^2}}{u}$$ (loại nghiệm $v > c$)

Thay $u = 0,95c$, ta có $v \approx 0,724c$ từ đó

$$E'^2 = \frac{c^2}{c^2-v^2}E_0^2 \Rightarrow E' = \frac{E_0}{0,6896} = 2719 \text{ MeV}.$$

8.15. a) Xét trong hệ K, vận tốc của hạt tại thời điểm t và t + dt là u và u + adt dọc theo trục x (song song với $\vec{V}$). Trong hệ K' chuyển động với vận tốc $\vec{V}$ đối với K các vận tốc tương ứng là : $u' = \dfrac{u-V}{1-\dfrac{uV}{c^2}}$ và $u' + a'dt' = \dfrac{u + adt - V}{1-(u+adt)\dfrac{V}{c^2}}$

Biểu thức thứ hai có thể viết lại như sau : $$\frac{u+adt-V}{1-\dfrac{uV}{c^2}-\dfrac{aVdt}{c^2}} = \frac{u+adt-V}{\left(1-\dfrac{uV}{c^2}\right)\dfrac{\left(1-\dfrac{aVdt}{c^2}\right)}{\left(1-\dfrac{uV}{c^2}\right)^2}}.$$

$$= \frac{u + adt - V}{1 - \frac{uV}{c^2}}\left(1 - \frac{aVdt}{c^2\left(1 - \frac{uV}{c^2}\right)}\right)^{-1} = \frac{u - V}{1 - \frac{uV}{c^2}} + \frac{adt}{1 - \frac{uV}{c^2}} + \frac{(u - V)aVdt}{c^2\left(1 - \frac{uV}{c^2}\right)^2}$$

(ở đây đã bỏ qua số hạng chứa $(dt)^2$)

$$= \frac{u - V}{1 - \frac{uV}{c^2}} + \frac{adt}{1 - \frac{uV}{c^2}}\left[1 + \frac{(u - V)V}{c^2\left(1 - \frac{uV}{c^2}\right)}\right] = \frac{u - V}{1 - \frac{uV}{c^2}} + \frac{adt}{\left(1 - \frac{uV}{c^2}\right)^2}\frac{c^2 - uV + uV - V^2}{c^2}$$

$$= \frac{u - V}{1 - \frac{uV}{c^2}} + \frac{adt\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)}{\left(1 - \frac{uV}{c^2}\right)^2}$$

Suy ra : $$a'dt' = \frac{adt\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)}{\left(1 - \frac{uV}{c^2}\right)^2} \qquad (1)$$

Theo phép biến đổi Lo-ren-xơ : $$dt' = \frac{dt - \frac{Vdx}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = dt\frac{1 - \frac{uV}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \qquad (2)$$

Chia hai vế của (1) và (2) cho nhau, ta được : $$a' = \frac{a}{\left(1 - \frac{uV}{c^2}\right)^3}\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}$$

b) Trong hệ K vận tốc của hạt ở thời điểm t và t + dt lần lượt là (0, u, 0) và (0, u + adt, 0). Trong hệ K' , các vận tốc tương ứng là :

$$\left(-V, u\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}, 0\right) \text{ và } \left(-V, (u + adt)\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}, 0\right)$$

Suy ra : $$a'dt' = adt\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \qquad (3)$$

Chú ý rằng theo phép biến đổi Lo-ren-xơ :

$$dt' = \frac{dt}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} \tag{4}$$

Chia hai vế của (3) cho (4), ta được : $a' = a\left(1-\frac{V^2}{c^2}\right)$ dọc theo trục y.

c) Trong hệ K vận tốc của hạt ở các thời điểm t và t + dt lần lượt có các thành phần (ucosα, usinα, 0) và (ucosα + acosαdt, usinα + asinαdt, 0).

* Đối với thành phần theo trục x' của gia tốc làm tương tự như ở câu a) ta được :

$$a'_{x'} = \frac{a\cos\alpha\left(1-\frac{V^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}}{\left(1-\frac{uV\cos\alpha}{c^2}\right)^3}$$

* Đối với thành phần theo trục y', ta có :

$$u'_{y'} = \frac{u\sin\alpha\sqrt{1-\beta^2}}{1-\frac{V}{c^2}u\cos\alpha}$$

và $$u'_{y'} + a'_{y'}dt' = \frac{(u\sin\alpha + a\sin\alpha dt)\sqrt{1-\beta^2}}{1-\frac{V}{c^2}(u\cos\alpha + a\cos\alpha dt)}, \text{ với } \beta = \frac{V}{c}.$$

hay : $$u'_{y'} + a'_{y'}dt' = \frac{(u\sin\alpha + a\sin\alpha dt)\sqrt{1-\beta^2}}{1-\frac{V}{c^2}(u\cos\alpha + a\cos\alpha dt)} = \frac{(u\sin\alpha + a\sin\alpha dt)\sqrt{1-\beta^2}}{1-\frac{V}{c^2}u\cos\alpha - \frac{V}{c^2}a\cos\alpha dt}$$

$$= \frac{(u\sin\alpha + a\sin\alpha dt)\sqrt{1-\beta^2}}{\left(1-\frac{V}{c^2}u\cos\alpha\right)\left[1-\frac{Va\cos\alpha dt}{c^2\left(1-\frac{V}{c^2}u\cos\alpha\right)}\right]}$$

$$= \frac{(u_y + a\sin\alpha dt)\sqrt{1-\beta^2}}{\left(1-\frac{V}{c^2}u\cos\alpha\right)}\left[1-\frac{Va\cos\alpha dt}{c^2\left(1-\frac{V}{c^2}u\cos\alpha\right)}\right]^{-1}$$

$$= \frac{(u\sin\alpha + a\sin\alpha dt)\sqrt{1-\beta^2}}{\left(1 - \frac{V}{c^2}u\cos\alpha\right)}\left[1 + \frac{Va\cos\alpha dt}{c^2\left(1 - \frac{V^2}{c^2}u\cos\alpha\right)}\right]$$

$$= \frac{u\sin\alpha\sqrt{1-\beta^2}}{\left(1 - \frac{V}{c^2}u\cos\alpha\right)} + \sqrt{1-\beta^2}\,dt\left[\frac{a\sin\alpha}{\left(1 - \frac{V}{c^2}u\cos\alpha\right)} + \frac{Vu\sin\alpha a\cos\alpha}{c^2\left(1 - \frac{V}{c^2}u\cos\alpha\right)^2}\right]$$

Suy ra :

$$a'_{y'}\,dt' = \frac{dt\sqrt{1-\beta^2}}{c^2\left(1 - \frac{V}{c^2}u\cos\alpha\right)^2}[ac^2\sin\alpha(1 - \frac{V}{c^2}u\cos\alpha) + Vu\sin\alpha a\cos\alpha]$$

$$= \frac{a\sin\alpha dt\sqrt{1-\beta^2}}{\left(1 - \frac{V}{c^2}u\cos\alpha\right)^2}$$

Chú ý rằng trong trường hợp này là : $dt' = \frac{dt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$. Cuối cùng ta được :

$$a'_{y'} = \frac{a\sin\alpha}{\left(1 - \frac{V}{c^2}u\cos\alpha\right)^2}\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right).$$

8.16. a) Động năng của êlectron trong dòng phóng xạ được tính bằng công thức :

$$W_{d\beta} = m_ec^2 - m_{0e}c^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1\right)m_{0e}c^2 \approx 0{,}13 \text{ MeV}$$

Trường hợp êlectron chuyển động trong hạt nhân, ta có thể lấy $L \approx 10^{-14}$ m, và động năng cực tiểu khi $|p_x(e)|_{min}$. Do đó áp dụng công thức liên hệ năng lượng và xung lượng trong lí thuyết tương đối tính : $(W_{dmin}(e) + E_0)^2 = (|p_x(e)|_{min}c)^2 + E_0^2$; $E_0 = m_{0e}c^2 = 0{,}511$ MeV chúng ta tính được : $W_{d\min}(e) = \sqrt{\frac{h^2c^2}{16L^2} + E_0^2} - E_0 = 4{,}44 \text{ MeV} \gg 0{,}13 \text{ MeV}$

Giá trị này lớn hơn giá trị động năng của êlectron trong dòng phóng xạ β (đã tính ở trên) rất nhiều. Vậy phải kết luận rằng êlectron không có trong thành phần cấu tạo nên chất hạt nhân.

b) Có thể đặt giá trị $\Delta x \approx L$ và giá trị $\Delta p_x \approx \Delta|p_x|$. Trong các phép đo động lượng, giá trị $|p_x|$ là giá trị chính xác (trung bình) của các số đo $|p_1|, |p_2|, |p_3|, \ldots$ Khoảng sai số của các số đo này là $\Delta|p_x|$, giá trị trung bình $|p_x|$ sẽ nằm giữa khoảng sai số $\Delta|p_x|$, vì vậy :

$$|p_x| - \frac{1}{2}\Delta|p_x| \geq 0 \Rightarrow |p_x| \geq \frac{1}{2}\Delta|p_x|$$

Từ hệ thức bất định : $\Delta x.\Delta p_x \approx \Delta x.\Delta|p_x| \geq \frac{h}{4\pi} \Rightarrow \Delta|p_x| \geq \frac{h}{4\pi L}$.

$$|p_x| \geq \frac{1}{2}\Delta|p_x| \geq \frac{h}{8\pi L}. \text{ Vậy : } |p_x|_{\min} = \frac{h}{8\pi L} \text{ (đpcm).}$$

8.17. a) Biến thiên của động lượng : $dp_x = qEdt \Rightarrow p_x = qEt$

$$dp_y = 0 \Rightarrow p_y = p_0 = \text{const}$$

$$p^2 = p_x^2 + p_y^2 = p_0^2 + (qEt)^2$$

Từ hệ thức năng – xung lượng : $\varepsilon = c\sqrt{p_0^2 + (qEt)^2 + m_0^2c^2}$

$$t = 0 \,;\; \varepsilon_0 = c\sqrt{p_0^2 + m_0^2c^2} \,;\; \varepsilon = \sqrt{\varepsilon_0^2 + (qEct)^2}$$

Mặt khác ta lại có : $\vec{p} = \frac{m_0\vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{\varepsilon}{c^2}\vec{v}$

$$p_x = \frac{\varepsilon}{c^2}\frac{dx}{dt} = qEt \Rightarrow \frac{dx}{dt} = \frac{qEc^2t}{\varepsilon} \Rightarrow dx = \frac{qEc^2tdt}{\varepsilon} = \frac{qEc^2tdt}{\sqrt{\varepsilon_0^2 + (qEct)^2}}$$

$$\Rightarrow \quad x = c\sqrt{t^2 + \left(\frac{\varepsilon_0}{qEc}\right)^2} - \frac{\varepsilon_0}{qE} \qquad (1)$$

Tương tự với p_y : $\quad p_y = \frac{\varepsilon}{c^2}\frac{dy}{dt} = p_0 \Rightarrow dy = \frac{p_0c^2dt}{\sqrt{\varepsilon_0^2 + (qEct)^2}}$

$$\Rightarrow \qquad y = \frac{p_0c}{qE}\ln\left(\frac{qEc}{\varepsilon_0}\right) + \frac{p_0c}{qE}\ln\left(t + \sqrt{t^2 + \left(\frac{\varepsilon_0}{qEc}\right)^2}\right) \qquad (2)$$

Phương trình quỹ đạo của hạt là phương trình tham số :

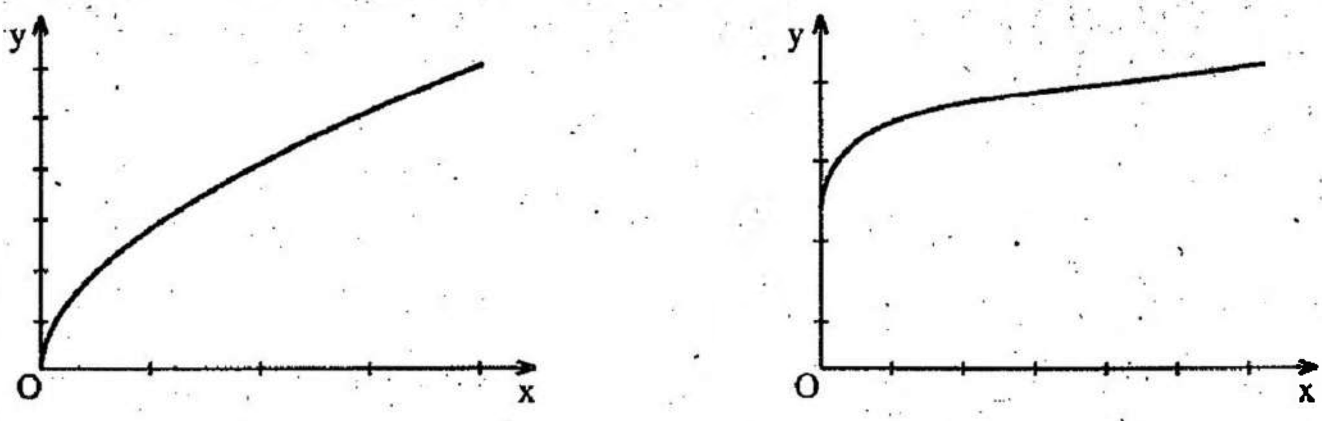
$$x = c\sqrt{t^2 + \left(\frac{\varepsilon_0}{qEc}\right)^2} - \frac{\varepsilon_0}{qE}\ ;\ y = \frac{p_0c}{qE}\ln\left(\frac{qEc}{\varepsilon_0}\right) + \frac{p_0c}{qE}\ln\left(t + \sqrt{t^2 + \left(\frac{\varepsilon_0}{qEc}\right)^2}\right)$$

Quỹ đạo của hạt vẽ với số liệu sau (Hình 8.5G) :

$$q = 10^{-6}\,C\ ;\ E = 10^4\ A/m^2\ ;\ p_0 = 0{,}1\ kg.m/s\ ;\ c = 3.10^8\ m/s\ ;\ m_0 = 10^{-4}\ kg$$

Khi $t \to \infty$, hạt chuyển động với phương song song với trục Ox.

(chỉ yêu cầu vẽ phác dáng điệu của quỹ đạo).



a) Khi t nhỏ

b) Khi t lớn

Hình 8.5G

b) $\vec{v}$ của hạt tại thời điểm t có các thành phần được xác định :

$$\begin{cases} v_x = \dfrac{ct}{\sqrt{t^2 + A^2}} \\ v_y = B\dfrac{\left(1 + \dfrac{t}{\sqrt{t^2 + A^2}}\right)}{t + \sqrt{t^2 + A^2}} = \dfrac{B}{\sqrt{t^2 + A^2}} \end{cases} \Rightarrow \quad v = c\sqrt{\frac{t^2 + \left(\dfrac{p_0}{qE}\right)^2}{t^2 + \left(\dfrac{\varepsilon_0}{qEc}\right)^2}}$$

Trong đó $A = \dfrac{\varepsilon_0}{qEc}$, $B = \dfrac{p_0c}{qE}$.

$\vec{v}$ hợp với trục Ox góc φ xác định bởi công thức : $\tan\varphi = \dfrac{v_y}{v_x} = \dfrac{B}{ct}$.

Khi $t = \frac{p_0}{qE}$: $v = \frac{p_0 c\sqrt{2}}{\sqrt{2p_0^2c^2 + m_0^2c^4}}$; $\varphi = \frac{\pi}{4}$.

8.18. a) Phương trình phản ứng : ${}_1^2D + {}_1^2D \rightarrow {}_1^1H + {}_1^3T$. Hạt X là hạt nhân ${}_1^3T$.

Vận tốc của hạt prôtôn tính theo cơ học cổ điển :

$$v_{pc} = \sqrt{\frac{2W_{dpc}}{m_p}} = \sqrt{\frac{2.89,49.1,602.10^{-13}}{1,00783.1,66.10^{-27}}} \approx 1,31.10^8 \text{ m/s} \approx 0,44c$$

Vận tốc của prôtôn so sánh được với vận tốc ánh sáng, do đó khi tính toán cần áp dụng các công thức của lí thuyết tương đối.

b) Kí hiệu E_1, E_2, E_3, E_4, tương ứng là năng lượng toàn phần của hạt đơteri đi tới, của hạt đơteri đứng yên, của hạt prôtôn và của hạt triti (hạt X). Ta có :

$$E_1 + E_2 = E_3 + E_4, \text{ với } E_2 = m_{0D}c^2 \text{ (vì } \vec{p}_2 = 0\text{) ;}$$

$$E_1 = W_{d1} + m_{0D}c^2 \text{ ; } E_3 = W_{d3} + m_{0p}c^2 \text{ ;}$$

$$E_4^2 = p_4^2c^2 + m_{0T}^2c^4, W_{d1} = 87,80 \text{ MeV}, W_{d3} = 89,49 \text{ MeV},$$

do đó :

$$p_4^2c^2 + m_{0T}^2c^4 = (E_1 - E_3)^2 + m_{0D}^2c^2(E_1 - E_3) \qquad (1)$$

Sử dụng định luật bảo toàn động lượng :

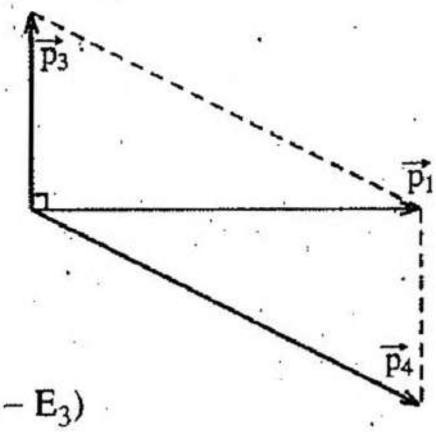
$$\vec{p}_1 = \vec{p}_3 + \vec{p}_4 \text{ (Hình 8.6G)}$$

Theo đề bài $\vec{p}_1 \perp \vec{p}_3$, nên ta có :

$$p_4^2 = p_1^2 + p_2^3.$$

Thay vào (1), ta rút ra :

$$m_{0T}^2c^4 = m_{0p}^2c^4 + 2m_{0D}^2c^4 - 2E_1E_3 + 2m_{0D}^2c^2(E_1 - E_3)$$



Hình 8.6G

Thay số ta rút ra :

$$m_{0T}c^4 = 2808,8 \text{ MeV và } m_{0T} = 3,01535u$$

So sánh với trị số đúng :

$$\frac{m_x - m_{0T}}{m_x} = \frac{3,01605u - 3,01535u}{3,01605u} \approx 2.10^{-4}$$

c) Từ hệ thức :

$$W_d = mc^2 - m_0c^2 = E_0\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right) ; E_0 = m_0c^2,$$

rút ra :
$$v = c\sqrt{1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{W_d}{E_0}\right)^2}} \qquad (2)$$

Đối với prôtôn, thay $W_d = 89{,}49$ MeV, $E_0 = 938{,}3$ MeV, ta tính được $v_p = 1{,}225.10^8$ m/s. So sánh với trị số cổ điển $v_{pc} = 1{,}303.10^8$ m/s ta thấy $v_p < v_{pc}$. Lí do, khi prôtôn chuyển động, khối lượng của nó tăng theo vận tốc.

d) Bảo toàn năng lượng : $2m_{0D}c^2 + W_{d1} = (m_{0p}c^2 + W_{dp}) + (m_{0T}c^2 + W_{dT})$.

Rút W_{dT} ra và thay số ta tính được : $W_{dT} = 2{,}41$ MeV.

Sử dụng (2), thay số ta tính được $v_T = 1{,}242.10^7$ m/s.

Áp dụng công thức cơ học cổ điển thì $v_{TC} = 1{,}242.10^7$ m/s $\approx v_T$. Do vận tốc chuyển động không lớn, khối lượng tăng không đáng kể.

8.19. Ta có :
$$\frac{dN_A}{dt} = -\lambda_1 N_A \qquad (1)$$

$$\frac{dN_B}{dt} = \lambda_1 N_A - \lambda_2 N_B \qquad (2)$$

Đạo hàm hai vế của (2) :
$$\frac{d^2N_B}{dt^2} = \lambda_1\frac{dN_A}{dt} - \lambda_2\frac{dN_B}{dt} \qquad (3)$$

Từ (2) : $N_A = \frac{1}{\lambda_1}\frac{dN_B}{dt} + \frac{\lambda_2}{\lambda_1}N_B$ và (3) : $\frac{dN_A}{dt} = \frac{1}{\lambda_1}\frac{d^2N_B}{dt^2} + \frac{\lambda_2}{\lambda_1}\frac{dN_B}{dt}$ thay vào (1).

$$\frac{d^2N_B}{dt} + (\lambda_1 + \lambda_2)\frac{dN_B}{dt} + \lambda_1\lambda_2 N_B = 0 \qquad (4)$$

Nghiệm của phương trình (4) là : $N_B = Ae^{-\alpha t} + Be^{-\beta t}$. Khi $t = 0$ thì $N_B = 0$, suy ra $B = -A$.

Thay vào (4) rồi tìm điều kiện phương trình thoả mãn tại t bất kì (hệ số của $e^{-\alpha t}$, $e^{-\beta t}$ bằng 0) suy ra : $\alpha^2 - \lambda_1\alpha = 0$; $\beta^2 - \lambda_2\beta = 0$. Do đó : $\alpha = \lambda_1$; $\beta = \lambda_2$

Tìm $$A = \frac{dN_B}{dt} = A(-\lambda_1 e^{-\lambda_1 t} + \lambda_2 e^{-\lambda_2 t})$$

Tại t = 0 thì $\frac{dN_B}{dt} = A(\lambda_2 - \lambda_1)$, $N_A = N_0$; $N_B = 0$.

Thay vào (2) : $$A = \frac{\lambda_1 N_0}{\lambda_2 - \lambda_1}$$

$$N_B = \frac{\lambda_1 N_0}{\lambda_2 - \lambda_1}(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}) \quad (5)$$

Điều kiện cực trị của N_B : $\frac{dN_B}{dt} = A(-\lambda_1 e^{-\lambda_1 t} + \lambda_2 e^{-\lambda_2 t}) = 0$

$t_m = \dfrac{\ln\left(\dfrac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)}{\lambda_2 - \lambda_1}$. Thay vào (5) : $N_{Bmax} = \dfrac{\lambda N_0}{\lambda_2 - \lambda_1}\left[\left(\dfrac{\lambda_1}{\lambda_2}\right)^{\frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}} - \left(\dfrac{\lambda_1}{\lambda_2}\right)^{\frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}}\right]$.

8.20. 1. Áp dụng định luật bảo toàn điện tích và bảo toàn số nuclôn : A = 95 ; Z = 53.

Năng lượng toả ra : $\Delta E = \Delta mc^2 = 0{,}006675uc^2$.

Động năng của nơtron thứ cấp : $W_d = \dfrac{\Delta E}{3} = \dfrac{0{,}006675u.c^2}{3} = 3{,}352.10^{-13}$ J.

Vận tốc nơtron thứ cấp : $v_n = \sqrt{\dfrac{2W_d}{m_n}}$ với $m_n = 1{,}008665u \Rightarrow v_n \approx 2{,}00.10^7$ m/s.

2. Trong mỗi va chạm của nơtron với một nguyên tử cacbon : $m_n v_n = m_c v_c - m_n v'_n$.

(vì sau va chạm các hạt chuyển động cùng phương) : $\dfrac{m_n v_n^2}{2} = \dfrac{m_c v_c^2}{2} + \dfrac{m_n v_n'^2}{2}$.

Với : $\dfrac{m_c}{m_n} \approx 12$, tìm được $v'_n = \dfrac{11}{13} v_n$.

Giả sử sau N lần va chạm, nơtron thứ cấp trở thành nơtron nhiệt có năng lượng cỡ $k_B T_0 \approx 0{,}026$ eV ($k_B = 1{,}381.10^{-23}$ J.K^{-1}) ; nơtron nhiệt có vận tốc :

$$v_0 = \sqrt{\frac{2.0{,}026.1{,}6.10^{-19}}{1{,}008665.1{,}66.10^{-27}}} \approx 2{,}23.10^3 \text{ m/s}$$

Ta có : $$\left(\frac{11}{13}\right)^N v_n = v_0 \Rightarrow N = \frac{\ln v_n - \ln v_0}{\ln 13 - \ln 11} \approx 55.$$

3. a) $^{238}_{92}U + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{239}_{92}U$

Áp dụng định luật bảo toàn động lượng :

$$v \approx \frac{m_n}{m_n + m_u} v_0 \approx 9{,}33 \text{ m/s.}$$

b) Phản ứng phân rã của urani 239 : $^{239}_{92}U \rightarrow ^{239}_{94}P_u + 2(^{A}_{Z}X)$.

Áp dụng định luật bảo toàn điện tích và bảo toàn số nuclon, ta có : A = 0 ; Z = −1. Vậy hạt X là êlectron, nghĩa là U239 có tính phóng xạ β^-. Do đó phương trình phản ứng đầy đủ là :

$$^{239}_{92}U \rightarrow ^{239}_{94}Pu + 2(^{0}_{-1}e) + 2(^{0}_{0}\bar{\upsilon})$$ (với $\bar{\upsilon}$ là phản ứng nơtrinô)

Động năng cực đại của êlectron :

$$2W_{dmax} = \Delta E = [m(U) + m_n - m(Pu) - 2m_e]c^2 \Rightarrow W_{dmax} = 3{,}001.10^{-13} \text{ J}$$

$$v_{max} = \sqrt{\frac{2W_{dmax}}{m_e}} \approx 8{,}13.10^8 \text{ m/s} > c \Rightarrow \text{Vô lí !}$$

Vì với vận tốc lớn phải áp dụng thuyết tương đối :

$$W_d = \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right)m_e c^2, \text{ với } \beta = \frac{v}{c}.$$

Thay số, rút ra : $\beta = 0{,}7335$; $v \approx 2{,}2.10^8$ m/s < c.

8.21. a) Hệ dao động quanh khối tâm. Mỗi quả cầu M, m nối với khối tâm bằng lò xo tương ứng có độ cứng k_1, k_2 và chiều dài tự nhiên l_1, l_2 :

$$\frac{M}{m} = \frac{l_1}{l_2} = \frac{k_1}{k_2} ; \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} = \frac{1}{k} ; k_1 = k\frac{M+m}{m}.$$

$$Mx_1'' = -1k_1x_1 ; \omega = \sqrt{\frac{k_1}{M}} = \sqrt{k\frac{M+m}{Mm}} = \sqrt{\frac{k}{\mu}}. \text{ Do đó } k = \mu\omega^2.$$

Coi hệ như một chất điểm dao động điều hòa và khối lượng rút gọn μ. Năng lượng E, động năng W_d, thế năng W_t và động lượng p của nó có các mối liên hệ :

$$W_d = \frac{p^2}{2\mu},\ W_t = \frac{1}{2}\mu\omega^2x^2,\ E = W_d + W_t = \frac{p^2}{2\mu} + \frac{1}{2}\mu\omega^2x^2 \qquad (1)$$

Từ hệ thức bất định : $\Delta p.\Delta x \geq \frac{\hbar}{2}$; $\Delta p = p - \overline{p} = p$, $\Delta x = x - \overline{x} = x$

vì các giá trị trung bình đối với dao động điều hòa đều bằng 0 :

$$\overline{p} = 0,\ \overline{x} = 0 = 0.$$

Do đó :

$$p.x \geq \frac{\hbar}{2} \Rightarrow p^2x^2 \geq \frac{\hbar^2}{4} \Rightarrow p^2 \geq \frac{\hbar^2}{4x^2} \qquad (2)$$

Thay bất đẳng thức (2) vào (1), ta có :

$$E \geq \frac{\hbar^2}{8\mu x^2} + \frac{1}{2}\mu\omega^2x^2.$$

Tại $x = \sqrt{\frac{\hbar}{2\mu\omega}}$ hàm số đạt cực tiểu và có giá trị bằng :

$$y_{min} = y_{x = \sqrt{\frac{\hbar}{2\mu\omega}}} = \frac{1}{2}\hbar\omega \Rightarrow E_{min} = \frac{1}{2}\hbar\omega$$

Vậy ở trạng thái cơ bản, phân tử có kích thước cỡ $\sqrt{\frac{\hbar}{2\mu\omega}}$ và năng lượng $\frac{1}{2}\hbar\omega$.

b) Gọi G là khối tâm của hệ hai hạt, v_1 và v_2 là vận tốc các hạt trong hệ quy chiếu G. Vì hai hạt giống nhau nên $v_1 = -v_2 = v$. Động năng của hạt :

$$W_d = E_0\left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}\right) = \alpha E_0.$$

Suy ra :
$$\left(\frac{v}{c}\right)^2 = 1 - \left(\frac{1}{1+\alpha}\right)^2 = \frac{2\alpha + \alpha^2}{(1+\alpha)^2} \qquad (3)$$

Hạt A có vận tốc v đối với G, khối tâm G lại có vận tốc v đối với B. Theo công thức cộng vận tốc, trong hệ gắn với hạt B, hạt A có vận tốc :

$$v' = \frac{v + v}{1 + \frac{v.v}{c^2}} = \frac{2v}{1 + \frac{v^2}{c^2}} = \frac{2vc^2}{v^2 + c^2} \Rightarrow \frac{v'}{c} = \frac{2vc}{v^2 + c^2}$$

và có động năng :

$$W'_đ = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v'^2}{c^2}}}-1\right) = m_0c^2\left(\frac{c^2+v^2}{c^2-v^2}-1\right)$$

$$W'_đ = m_0c^2\left(\frac{2v^2}{\sqrt{1-\frac{4v^2c^2}{(c^2+v^2)^2}}}-1\right) = m_0c^2\left(\frac{c^2+v^2}{c^2-v^2}-1\right)$$

$$W'_đ = m_0c^2\left(\frac{2v^2}{c^2-v^2}\right) = m_0c^2\left(\frac{2}{\frac{c^2}{v^2}-1}\right) = m_0c^2\left(\frac{2}{\frac{(1+\alpha)^2}{2\alpha+\alpha^2}-1}\right) = m_0c^2(4\alpha+2\alpha^2)$$

Kết quả cuối cùng : $W'_đ = 2E_0(2+\alpha)\alpha$.

MỤC LỤC

Chịu trách nhiệm xuất bản :
Chủ tịch Hội đồng Thành viên NGUYỄN ĐỨC THÁI
Tổng Giám đốc HOÀNG LÊ BÁCH

Chịu trách nhiệm nội dung :
Tổng biên tập PHAN XUÂN THÀNH

Tổ chức và chịu trách nhiệm bản thảo :
Phó Tổng biên tập NGUYỄN HIỀN TRANG
Giám đốc CTCP Dịch vụ xuất bản Giáo dục Hà Nội PHẠM THỊ HỒNG

Biên tập lần đầu :
PHẠM ĐÌNH LƯỢNG
Biên tập tái bản :
VŨ THỊ THANH MAI
Thiết kế sách :
NGUYỄN KIM TOÀN - TRẦN THANH HẰNG
Trình bày bìa :
TẠ THANH TÙNG
Sửa bản in :
VŨ THỊ THANH MAI
Chế bản :
CÔNG TY CP DỊCH VỤ XUẤT BẢN GIÁO DỤC HÀ NỘI

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÍ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG
BÀI TẬP ĐIỆN HỌC - QUANG HỌC - VẬT LÍ HIỆN ĐẠI
Mã số : C3L18h8 - CPD
In 1.000 bản (QĐ 84-STK), khổ 17x24cm, tại Công ty CP In - Phát hành Sách và TBTH Quảng Nam, 260 Hùng Vương, TP. Tam Kỳ, tỉnh Quảng Nam.
Số ĐKXB : 3191-2018/CXBIPH/3-1093/GD
Số QĐXB : 1116/QĐ-GD-ĐN ngày 01 tháng 11 năm 2018
In xong và nộp lưu chiểu tháng 11 năm 2018
Mã ISBN : 978-604-0-14705-9