Tô Giang

Bồi dưỡng Học sinh giỏi Vật lí Trung học phổ thông

Cơ học 1

(Tái bản lần thứ hai)

*1 - BD...VLCHT

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

Lời nói đầu

Hiện nay, ở hầu hết các tỉnh thành phố cả nước và ở một vài trường đại học đã có các lớp trung học phổ thông chuyên Vật lí. Một phần số học sinh của các lớp này được bồi dưỡng theo chương trình chuyên của Bộ Giáo dục và Đào tạo, để chọn ra một đội tuyển tham dự kì thi học sinh giỏi Quốc gia. Nội dung dạy học trong các lớp chuyên phải bao gồm những kiến thức quy định trong cả hai chương trình : chuyên và nâng cao.

Trước mắt, Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam mời một số tác giả đã quen với cả hai nội dung trên, viết những tài liệu bổ sung dưới dạng chuyên đề để phục vụ cho việc dạy học Vật lí ở các lớp trung học phổ thông chuyên Vật lí. Những sách này gọi là sách ***Bồi dưỡng học sinh giỏi Vật lí trung học phổ thông***. Sách bồi dưỡng trình bày những kiến thức trong chương trình chuyên mà chưa có trong sách giáo khoa, hoặc có nhưng chưa đủ sâu. Giáo viên nên sử dụng đồng thời sách giáo khoa và sách bồi dưỡng để soạn giáo án, không nhất thiết phải dạy hết sách giáo khoa rồi mới dạy đến sách bồi dưỡng. Trong sách bồi dưỡng có thể có một vài phần được trình bày cao hơn so với chương trình chuyên, dành cho các học sinh có năng lực trội hơn trong lớp chuyên.

Các tác giả đã thống nhất một số điều chung cho các sách bồi dưỡng như sau : Mỗi quyển sách bồi dưỡng được chia thành từng phần gọi là chủ đề (hoặc chương) ; mỗi chủ đề bao gồm những kiến thức bổ sung cho một chương, hoặc một số chương của sách giáo khoa. Phần bổ sung để rèn luyện kĩ năng giải bài tập cho học sinh được coi trọng đặc biệt, có nhiều chương của sách giáo khoa không cần phải bổ sung về lí thuyết, nhưng rất cần có thêm những bài tập khó, ngang với trình độ thi học sinh giỏi Quốc gia.

Cuốn ***Cơ học 1*** gồm các chủ đề :

Chủ đề 1. Cơ học chất điểm

Chủ đề 2. Cân bằng của vật rắn

Chủ đề 3. Hệ nhiều hạt. Chuyển động của các hành tinh, vệ tinh. Hệ có khối lượng biến thiên.

Chủ đề 4. Cơ học chất lưu

Mỗi chủ đề gồm các phần :

– Phần lí thuyết : được biên soạn trên cơ sở học sinh đã được học chương trình nâng cao.

– Phần bài tập ví dụ : được xem như các dạng bài tập mẫu.

– Phần bài tập tự giải : gồm các bài tập thuộc các dạng cơ bản và nâng cao.

Cuối sách là phần hướng dẫn giải và đáp số các bài tập.

Các tác giả hi vọng bộ sách Bồi dưỡng học sinh giỏi vật lí Trung học phổ thông sẽ giúp các bạn học sinh tự học, nắm vững kiến thức và rèn luyện kĩ năng giải toán vật lí, chuẩn bị tốt cho các kì thi chọn học sinh giỏi cấp tỉnh, thành phố và cấp Quốc gia.

Ngoài ra, cuốn sách cũng là tài liệu tham khảo bổ ích cho các giáo viên Vật lí, các sinh viên khoa Vật lí của các trường đại học Sư phạm...

Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam xin giới thiệu bộ sách Bồi dưỡng học sinh giỏi Vật lí trung học phổ thông với bạn đọc. Mọi ý kiến góp ý cho sách xin gửi về :

Ban Vật lí – Công ty cổ phần Dịch vụ xuất bản Giáo dục Hà Nội
187B Giảng Võ – Hà Nội.

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

Chủ đề 1

CƠ HỌC CHẤT ĐIỂM

PHẦN LÍ THUYẾT

(Ôn tập và mở rộng)

A- ĐỘNG HỌC

I – HỆ QUY CHIẾU

1. Do chuyển động cơ học có tính chất tương đối nên phải chỉ ra hệ quy chiếu trong đó ta xét chuyển động của một vật. Hệ quy chiếu (HQC) bao gồm vật làm mốc, hệ tọa độ, gốc thời gian và đồng hồ (nếu thêm người quan sát thì càng tốt).

2. Trong nhiều bài toán cơ học, người ta chỉ đề cập đến hệ tọa độ và gốc thời gian. Khi ấy phải hiểu rằng người quan sát đã chọn vật làm mốc là mặt đất (hoặc những vật đứng yên trên mặt đất).

II – CHUYỂN ĐỘNG THẲNG TRÊN TRỤC OX

1. Độ dời : $\Delta x = x_2 - x_1$ (x_1, x_2 là tọa độ của chất điểm tại các thời điểm t_1 và t_2 tương ứng).

2. Vận tốc

• Vận tốc trung bình : $\overline{v}_{tb} = \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$.

• Tốc độ trung bình : $v_{tb} = \dfrac{s}{t}$ (s là quãng đường đi được trong thời gian t).

• Vận tốc tức thời : $v = \dfrac{dx}{dt}$.

(Khi $\Delta t \to 0$, thì $\dfrac{\Delta x}{\Delta t} \to \dfrac{dx}{dt}$ là đạo hàm của tọa độ x của chất điểm theo thời gian).

3. Gia tốc

- Gia tốc trung bình : $a_{tb} = \dfrac{\Delta v}{\Delta t}$.

- Gia tốc tức thời : $a = \dfrac{dv}{dt}$.

(Khi $\Delta t \to 0$, thì $\dfrac{\Delta v}{\Delta t} \to \dfrac{dv}{dt}$ là đạo hàm của vận tốc theo thời gian).

4. Các phương trình của chuyển động thẳng đều

- $a = 0$
- $v =$ hằng số
- $x = x_0 + vt$

5. Các phương trình của chuyển động thẳng biến đổi đều

- $a =$ hằng số
- $v = v_0 + at$
- $x = x_0 + v_0t + \dfrac{1}{2}at^2$

a cùng dấu với v : chuyển động nhanh dần đều
a khác dấu với v : chuyển động chậm dần đều

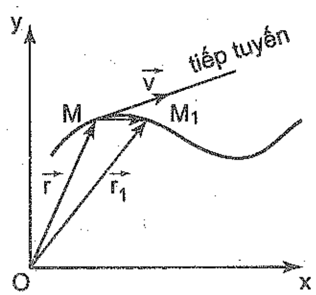
6. Sự rơi tự do

- $a = g = 9{,}8\ m/s^2$
- $v = gt$
- $s = \dfrac{1}{2}gt^2$

III – CHUYỂN ĐỘNG CONG

1. Vị trí và độ dời (Hình 1.1)

- Vectơ vị trí : $\vec{r} = \overrightarrow{OM}$.
- Vectơ độ dời : $\Delta\vec{r} = \overrightarrow{MM_1} = \vec{r}_1 - \vec{r}$.



Hình 1.1

2. Vận tốc

- Vận tốc trung bình (theo hướng MM_1): $\vec{v}_{tb} = \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$.

- Vận tốc tức thời : $\vec{v} = \dfrac{d\vec{r}}{dt}$.

(Khi $\Delta t \to 0$ thì $M_1 \to M$ và $\dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} \to \dfrac{d\vec{r}}{dt}$ và có phương tiếp tuyến với quỹ đạo)

3. Gia tốc

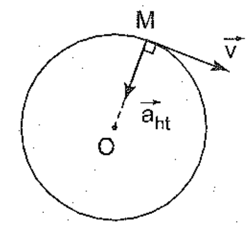
- Gia tốc trung bình : $\vec{a}_{tb} = \dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$.

- Gia tốc tức thời : $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$.

IV – CHUYỂN ĐỘNG TRÒN ĐỀU

1. Tốc độ dài $v = \dfrac{\Delta s}{\Delta t} =$ hằng số.

Vectơ vận tốc có phương trùng với tiếp tuyến và có chiều của chuyển động (Hình 1.2).



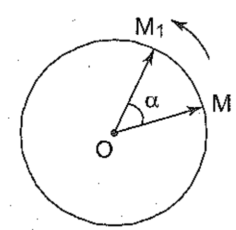
Hình 1.2

2. Gia tốc hướng tâm

Độ lớn của gia tốc hướng tâm $a_{ht} = \dfrac{v^2}{r}$.

3. Tốc độ góc (Hình 1.3).

$$\omega = \frac{\alpha}{t} = \text{hằng số (rad/s)}$$



Hình 1.3

Liên hệ giữa tốc độ góc và tốc độ dài $v = r\omega$.

4. Chu kì và tần số $T = \dfrac{2\pi}{\omega}$ (s) ;

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \text{ (vòng/s hoặc Hz)}$$

V – CHUYỂN ĐỘNG TRÒN KHÔNG ĐỀU. GIA TỐC GÓC. GIA TỐC HƯỚNG TÂM VÀ GIA TỐC TIẾP TUYẾN

1. Gia tốc góc : Khi vật chuyển động tròn không đều thì tốc độ góc không còn là hằng số mà biến thiên theo thời gian. Khi ấy vật có gia tốc góc, kí hiệu là γ.

$$\gamma = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}\ ;\ \text{Khi } \Delta t \to 0 \text{ thì } \gamma = \frac{d\omega}{dt}$$

2. Gia tốc hướng tâm và gia tốc tiếp tuyến

Trong chuyển động tròn không đều, vectơ vận tốc của chất điểm không chỉ thay đổi về hướng mà còn cả về độ lớn (Hình 1.4a). Khi ấy vectơ gia tốc $\vec{a}$ không hướng vào tâm mà làm với vectơ vận tốc một góc $\alpha \neq 90^\circ$ (Hình 1.4b).

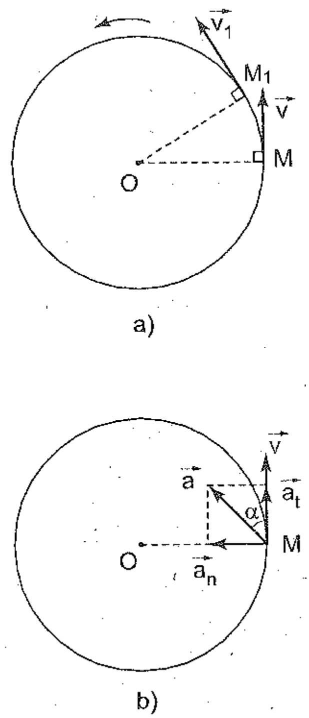
Ta phân tích vectơ gia tốc $\vec{a}$ thành hai thành phần (Hình 1.4b).

– Thành phần pháp tuyến $\vec{a}_n$ vuông góc với vectơ $\vec{v}$. Thành phần này chính là gia tốc hướng tâm. Nó đặc trưng cho sự biến thiên nhanh hay chậm *về hướng của vectơ* $\vec{v}$:

$$a_n = a_{ht} = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$$

– Thành phần tiếp tuyến $\vec{a}_t$ theo phương của vectơ $\vec{v}$. Nó đặc trưng cho sự biến thiên nhanh hay chậm *về độ lớn của vectơ* $\vec{v}$: $a_t = \frac{\Delta v}{\Delta t}$.

Thay $v = r\omega$ vào ta được : $a_t = r\frac{\Delta\omega}{\Delta t} = r\gamma$,



Hình 1.4

trong đó γ là gia tốc góc của chuyển động tròn không đều, có đơn vị là rad/s^2.

Tổng $\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_t$ gọi là gia tốc (toàn phần) của một chất điểm chuyển động tròn không đều.

VI – TÍNH TƯƠNG ĐỐI CỦA CHUYỂN ĐỘNG. CÔNG THỨC CỘNG VẬN TỐC

1. Tính tương đối của chuyển động thể hiện ở chỗ vị trí, hình dạng quỹ đạo và vận tốc của vật trong các HQC khác nhau thì khác nhau.

2. Công thức cộng vận tốc

Gọi vận tốc của vật đối với HQC đứng yên là vận tốc tuyệt đối, vận tốc của vật đối với HQC chuyển động là vận tốc tương đối và vận tốc của HQC chuyển động đối với HQC đứng yên là vận tốc kéo theo, ta có :

$$\underset{\text{(tuyệt đối)}}{\vec{v}} = \underset{\text{(tương đối)}}{\vec{v}} + \underset{\text{(kéo theo)}}{\vec{v}}$$

hay $$\vec{v}_{13} = \vec{v}_{12} + \vec{v}_{23}$$

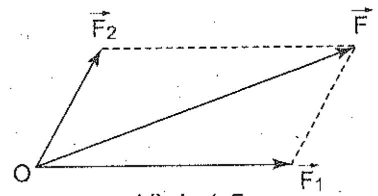
trong đó : số 1 ứng với vật chuyển động, số 2 ứng với HQC chuyển động, số 3 ứng với HQC đứng yên.

B- ĐỘNG LỰC HỌC

I – TỔNG HỢP VÀ PHÂN TÍCH LỰC. ĐIỀU KIỆN CÂN BẰNG

1. Tổng hợp lực. Quy tắc hình bình hành

Muốn tìm hợp lực $\vec{F}$ của hai lực đồng quy $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$, ta áp dụng quy tắc hình bình hành (Hình 1.5).



Hình 1.5

Về mặt toán học ta viết $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$.

2. Điều kiện cân bằng

Muốn cho một chất điểm đứng cân bằng thì hợp lực của các lực tác dụng lên nó phải bằng không.

(hoặc các lực tác dụng lên nó phải hợp thành một đa giác khép kín).

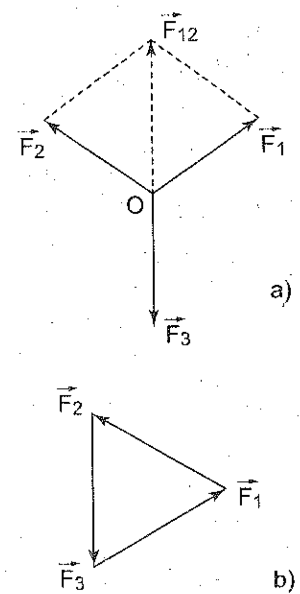
Hình 1.6a, b là ví dụ một chất điểm chịu ba lực cân bằng.

Về mặt toán học ta viết : $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + ... = \vec{0}$.

3. Phân tích lực

a) Nhận xét : –Một lực không có tác dụng theo phương vuông góc với nó.

– Khi phân tích một lực thành hai lực thành phần thì hai lực thành phần phải độc lập với nhau.



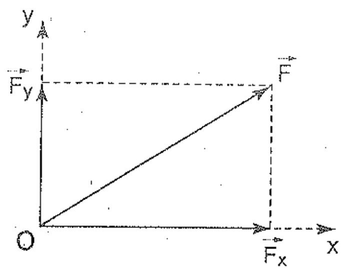
Hình 1.6

b) Quy tắc : Bất kì một lực nào cũng có thể được phân tích thành hai lực thành phần vuông góc với nhau (Hình 1.7).

c) Chú ý :

– Phải căn cứ vào tình huống cụ thể của bài toán mà chọn hai phương vuông góc nào để phân tích lực.

– Phân tích lực không đơn giản chỉ là phép làm ngược lại với tổng hợp lực.



Hình 1.7

II – BA ĐỊNH LUẬT NIU-TƠN

1. Định luật I Niu-tơn. Hệ quy chiếu quán tính

a) Định luật : Nếu một vật không chịu tác dụng của lực nào hoặc chịu tác dụng của các lực có hợp lực bằng không thì vật đang đứng yên sẽ tiếp tục đứng yên, đang chuyển động sẽ tiếp tục chuyển động thẳng đều.

b) Hệ quy chiếu quán tính

• Hệ quy chiếu trong đó định luật I Niu-tơn được nghiệm đúng gọi là HQC quán tính (hay HQC Ga-li-lê).

• Mọi quan sát và thí nghiệm cho thấy, những HQC gắn với mặt đất hoặc chuyển động thẳng đều so với mặt đất có thể coi là những HQC quán tính (với một mức độ chính xác cao).

2. Định luật II Niu-tơn

Gia tốc của một vật cùng hướng với lực tác dụng lên vật. Độ lớn của gia tốc tỉ lệ thuận với độ lớn của lực và tỉ lệ nghịch với khối lượng của vật.

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \text{ hay } \vec{F} = m\vec{a}$$

Trong trường hợp vật chịu nhiều lực tác dụng thì $\vec{F}$ là hợp lực của các lực đó :

$$\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} + ...$$

3. Định luật III Niu-tơn

Trong mọi trường hợp, khi vật A tác dụng lên vật B một lực, thì vật B cũng tác dụng lại vật A một phản lực. Lực và phản lực là hai lực trực đối: $\vec{F}_{BA} = -\vec{F}_{AB}$.

III – CÁC LỰC CƠ HỌC

1. Lực hấp dẫn. Định luật vạn vật hấp dẫn. Trọng lực

a) Định luật vạn vật hấp dẫn

Lực hấp dẫn giữa hai chất điểm bất kì tỉ lệ thuận với tích hai khối lượng của chúng và tỉ lệ nghịch với bình phương khoảng cách giữa chúng.

b) Công thức : $F_{hd} = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$ (độ lớn)

trong đó G là hằng số hấp dẫn, có giá trị bằng $6{,}67.10^{-11}\frac{N.m^2}{kg^2}$

c) Trọng lực là lực hấp dẫn giữa Trái Đất và một vật ở gần mặt đất :

$P = mg$ (độ lớn) hay $\vec{P} = m\vec{g}$ (vectơ)

trong đó $g = \frac{GM_{TĐ}}{(R_{TĐ} + h)^2}$ là gia tốc rơi tự do

2. Lực đàn hồi. Định luật Húc

a) Lực đàn hồi của lò xo (hay của một thanh rắn) bị kéo hoặc nén tuân theo định luật Húc sau đây :

Trong giới hạn đàn hồi, lực đàn hồi có độ lớn tỉ lệ với độ biến dạng.

$$F_{dh} = k|\Delta l|$$

trong đó $|\Delta l| = |l - l_0|$ là độ dãn hay nén (độ biến dạng), còn k là độ cứng (hay hệ số đàn hồi) của lò xo (hay của thanh rắn), có đơn vị là N/m.

b) Hệ số đàn hồi của một thanh rắn phụ thuộc vào bản chất và kích thước của thanh theo công thức : $k = E\frac{S}{l_0}$,

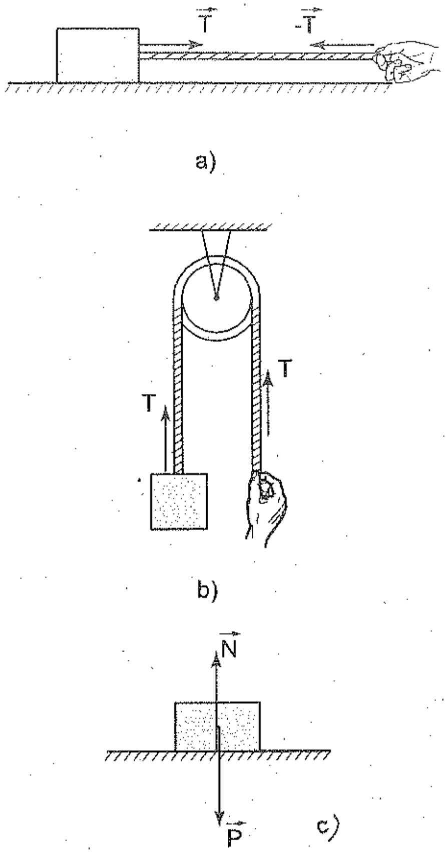
trong đó : E là *suất đàn hồi* hay *suất Y-âng* (Young), đặc trưng cho tính đàn hồi của thanh và có đơn vị là paxcan (Pa) ; S là tiết diện của thanh ; l_0 là chiều dài ban đầu của thanh.

c) Lực căng và lực pháp tuyến

• *Lực căng* : Đối với dây, lực đàn hồi chỉ xuất hiện khi dây bị kéo căng nên được gọi là *lực căng*, kí hiệu là $\vec{T}$. Lực căng có điểm đặt và hướng giống như lực đàn hồi của lò xo khi bị dãn (Hình 1.8a).

Dây thường được coi là *không có khối lượng* và *không dãn*. Dây chỉ đóng vai trò nối các vật. Ở mỗi đầu dây, vật bị kéo với lực có cùng độ lớn T, kể cả khi dây và vật chuyển động có gia tốc hay khi dây vắt qua một ròng rọc *không khối lượng và không ma sát* (Hình 1.8b).

• *Lực pháp tuyến* : Đối với hai mặt tiếp xúc bị biến dạng khi ép vào nhau, thì lực đàn hồi có phương vuông góc với mặt tiếp xúc. Trong trường hợp này lực đàn hồi được gọi là *áp lực* hay *lực pháp tuyến*, kí hiệu là $\vec{N}$ (Hình 1.8c).



Hình 1.8

3. Lực ma sát

a) Lực ma sát nghỉ

– Xuất hiện ở mặt tiếp xúc của vật với bề mặt, giữ cho vật đứng yên trên bề mặt đó khi nó chịu một lực song song với mặt tiếp xúc.

– Có độ lớn : $F_{msn} \leq \mu_n N$, trong đó μ_n là hệ số ma sát nghỉ, N là áp lực lên mặt tiếp xúc.

b) Lực ma sát trượt

– Xuất hiện ở mặt tiếp xúc của vật đang trượt trên một bề mặt.

– Có hướng ngược với hướng của vận tốc.

– Có độ lớn : $F_{mst} = \mu_t N$.

trong đó μ_t là hệ số ma sát trượt, N là áp lực lên mặt tiếp xúc.

Trong đa số trường hợp $\mu_t < \mu_n$.

c) Lực ma sát lăn (sẽ học trong chủ đề cơ học vật rắn)

4. Lực cản của môi trường

a) Khi một vật chuyển động trong một môi trường như không khí, nước..., nó chịu lực cản của môi trường. Lực cản này ngược chiều với *vận tốc tương đối* của vật đối với môi trường để chống lại chuyển động tương đối.

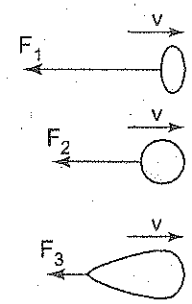
b) Khi vận tốc tương đối v của vật nhỏ thì lực cản tỉ lệ với vận tốc v. Còn khi v lớn thì lực cản tỉ lệ với v^2.

c) Chọn chiều dương là chiều của vận tốc tương đối $\vec{v}$, công thức của lực cản môi trường được viết dưới dạng đại số như sau :

• Khi v nhỏ : $F_c = -kv$.

• Khi v lớn : $F_c = -kv^2$.

Hệ số tỉ lệ k phụ thuộc rất lớn vào hình dạng của vật. Trong điều kiện như nhau về tiết diện ngang và vận tốc tương đối, thì đĩa phẳng chịu lực cản lớn nhất, quả cầu chịu lực cản nhỏ hơn, còn vật có dạng hình quả trứng hay giọt nước chịu lực cản nhỏ nhất (Hình 1.9).



Hình 1.9

IV – PHƯƠNG PHÁP ĐỘNG LỰC HỌC

Phương pháp động lực học là phương pháp vận dụng ba định luật Niutơn, nhất là định luật II, và các lực cơ học để giải các bài toán cơ học. Nó gồm các nội dung chính sau đây :

1. Chọn vật nào ?

Muốn áp dụng định luật II Niu-tơn thì ta phải biết là áp dụng nó cho vật nào.

2. Chọn hệ quy chiếu nào ?

Trong các bài toán ví dụ dưới đây, ta đều chọn hệ quy chiếu gắn với mặt đất (HQC quán tính) (ở mục E ta sẽ biết một HQC khác gắn với một vật chuyển động có gia tốc, gọi là HQC phi quán tính).

3. Vẽ giản đồ vectơ lực

Ta vẽ hình biểu diễn các lực tác dụng lên vật đã chọn, trong đó làm rõ điểm đặt của các lực vào vật, hoặc vẽ hình trong đó vật được biểu diễn bằng một chất điểm và đặt gốc của các vectơ lực vào chất điểm này. Các hình như vậy được gọi là *giản đồ vectơ lực của vật*.

4. Chọn hệ tọa độ nào ?

Lẽ ra sau khi đã vẽ giản đồ vectơ lực, ta có thể áp dụng phương trình $\vec{F} = m\vec{a}$ để xác định gia tốc $\vec{a}$ của vật. Tuy nhiên, kinh nghiệm cho thấy, cách dễ nhất là thay thế phương trình $\vec{F} = m\vec{a}$ bằng các phương trình đại số tương đương. Muốn thế, ta chọn hệ tọa độ Đề-các có trục Ox cùng hướng với chuyển động (hay với lực kéo nếu vật đứng yên). Sau đó chiếu phương trình $\vec{F} = m\vec{a}$ lên các trục tọa độ, ta được các phương trình đại số :

$$Ox : F_x = F_{1x} + F_{2x} + \ldots = ma_x$$

$$Oy : F_y = F_{1y} + F_{2y} + \ldots = ma_y$$

trong đó F_x, F_y là các giá trị đại số của hình chiếu của hợp lực $\vec{F}$; a_x, a_y là các giá trị đại số của vectơ gia tốc $\vec{a}$.

Ta nhận thấy phép chiếu này hoàn toàn tương đương với phép phân tích hợp lực $\vec{F}$ thành hai thành phần vuông góc : $\vec{F} = \vec{F}_x + \vec{F}_y$.

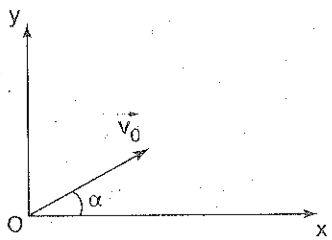
5. Giải hệ phương trình, trong đó có những đại lượng đã biết và những đại lượng phải tìm.

V – CHUYỂN ĐỘNG NÉM XIÊN. PHÂN TÍCH VÀ TỔNG HỢP CHUYỂN ĐỘNG

Ta hãy khảo sát chuyển động của một vật bị ném xiên từ một điểm O trên mặt đất. Sau khi được truyền một vận tốc đầu $\vec{v}_0$ làm với mặt phẳng ngang một góc α, vật chỉ còn chịu tác dụng của trọng lực (bỏ qua sức cản của không khí).

1. Phân tích chuyển động. Xác định chuyển động thành phần

a) Chọn hệ tọa độ Đề-các có gốc tại O, trục Ox hướng theo phương ngang, trục Oy hướng thẳng đứng lên trên. Mặt phẳng xOy chứa vectơ $\vec{v}_0$ (Hình 1.10).



Hình 1.10

b) Áp dụng định luật II Niu-tơn cho các chuyển động thành phần theo hai trục tọa độ :

$$Ox : P_x = ma_x = 0 \Rightarrow a_x = 0 \quad (1.1a)$$

$$Oy : P_y = ma_y = -mg \Rightarrow a_y = -g \quad (1.1b)$$

c) Chiếu vectơ vận tốc đầu lên hai trục tọa độ :

$$Ox : v_{0x} = v_0\cos\alpha \quad (1.2a)$$

$$Oy : v_{0y} = v_0\sin\alpha \quad (1.2b)$$

Từ $a_x = 0$ và $v_{0x} = v_0\cos\alpha$, suy ra, chuyển động thành phần theo trục Ox là chuyển động thẳng đều với phương trình là : $x = v_0\cos\alpha.t$. (1.3a)

Từ $a_y = -g$ và $v_{0y} = v_0\sin\alpha$ suy ra, chuyển động thành phần theo trục Oy là chuyển động thẳng biến đổi đều với phương trình là : $y = v_0\sin\alpha.t - \frac{1}{2}gt^2$ (1.3b)

2. Tổng hợp hai chuyển động thành phần

Chuyển động ném xiên là chuyển động tổng hợp của hai chuyển động thành phần ở trên.

- Phương trình quỹ đạo :

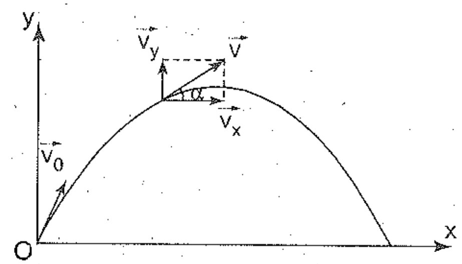
Từ (1.3a) và (1.3b) suy ra : $y = -\frac{g}{2v_0^2\cos^2\alpha}x^2 + \tan\alpha.x$ (1)

Phương trình (1.4) cho thấy, quỹ đạo của vật là một đường parabol (Hình 1.11).

- Vectơ vận tốc tức thời : $\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y$,

với $v_x = v_0\cos\alpha$ và $v_y = v_0\sin\alpha - gt$ (1.5)

$$\tan\alpha = \frac{v_y}{v_x} \quad (1.6)$$



Hình 1.11

Vectơ $\vec{v}$ của vật tại mỗi điểm tiếp tuyến với quỹ đạo tại điểm đó.

- Thời gian chuyển động : $t = \frac{2v_0\sin\alpha}{g}$ (1.7)

- Tầm ném xa : $L = x_{max} = \frac{v_0^2\sin 2\alpha}{g}$ (1.8)

Với một tốc độ ném như nhau, tầm ném xa phụ thuộc vào góc ném và độ cao ban đầu. Nếu ném tạ từ mặt đất thì theo công thức (1.8), tầm xa cực đại khi góc ném bằng 45^o. Nếu tạ được ném ở độ cao 2 m thì góc ném tối ưu chỉ hơn 42^o một chút (sức cản của không khí ảnh hưởng tương đối yếu đến chuyển động của tạ).

C - CÁC ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN

I – HỆ VẬT. NỘI LỰC VÀ NGOẠI LỰC

1. Đối tượng xét chuyển động trong nhiều trường hợp không phải là một vật mà là *hệ vật* bao gồm hai hay nhiều vật tác dụng lẫn nhau. Khi đã xác định được hệ vật thì lực mà các vật trong hệ tác dụng lên nhau là *nội lực*, còn lực mà các vật ở ngoài hệ tác dụng lên các vật ở trong hệ là *ngoại lực*.

2. Hệ được gọi là *cô lập* khi không có ngoại lực tác dụng vào hệ hoặc khi các ngoại lực này cân bằng nhau.

Hệ được gọi là *kín* khi không có vật chất đi vào hệ hoặc đi ra khỏi hệ.

Khi nghiên cứu các hệ cô lập và kín người ta đã phát hiện ra rằng có những đại lượng vật lí đặc trưng cho trạng thái của hệ được *bảo toàn*, nghĩa là chúng có giá trị không đổi theo thời gian.

Các định luật bảo toàn có vai trò rất quan trọng vì chúng có lĩnh vực áp dụng rất rộng rãi. Ngoài ra, chúng còn cho ta một phương pháp nghiên cứu mới gọi là *phương pháp các định luật bảo toàn.*

Trong chủ đề "Cơ học chất điểm", chúng ta chỉ nghiên cứu định luật bảo toàn động lượng (BTĐL) và định luật bảo toàn cơ năng (BTCN).

II – ĐỘNG LƯỢNG. ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN ĐỘNG LƯỢNG

1. Động lượng của một vật : $\vec{p} = m\vec{v}$.

2. Định lí biến thiên động lượng : $\Delta\vec{p} = \sum\vec{F}\Delta t$.

Độ biến thiên động lượng của một vật trong khoảng thời gian Δt bằng xung lượng của tổng các lực tác dụng lên vật trong khoảng thời gian đó.

3. Định luật II Niu-tơn dưới dạng tổng quát : $\sum\vec{F} = \dfrac{d\vec{p}}{dt}$.

4. Định luật bảo toàn động lượng

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + ... + \vec{p}_n = \vec{p}'_1 + \vec{p}'_2 + ... + \vec{p}'_n$$

(trạng thái đầu) (trạng thái cuối)

Tổng vectơ động lượng của một hệ cô lập và kín là một đại lượng bảo toàn.

III – ĐỘNG NĂNG. THẾ NĂNG. ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN CƠ NĂNG

1. Động năng. Định lí biến thiên động năng

a) Động năng của một vật : $W_đ = \dfrac{1}{2}mv^2$.

b) Định lí biến thiên động năng : $\Delta W_đ = \sum A = \sum\vec{F}.\Delta\vec{r}$.

Độ biến thiên động năng của một vật bằng công toàn phần của các lực tác dụng lên vật.

2. Thế năng và lực thế

a) Lực thế

• Một lực được gọi là lực thế nếu công mà nó thực hiện trên một vật không phụ thuộc vào hình dạng đường đi của vật mà chỉ phụ thuộc các vị trí đầu và cuối của đường đi. Nói một cách khác, công mà lực thế thực hiện trên một vật chuyển động theo một đường kín bằng 0.

• Trọng lực, lực vạn vật hấp dẫn, lực đàn hồi, lực tĩnh điện (sau này học)... là lực thế.

Lực ma sát không phải lực thế vì công của nó tác dụng vào một vật chuyển động theo một đường kín thì khác 0.

b) Thế năng

Thế năng là một dạng năng lượng gắn với lực thế. Khi một hệ vật tương tác với nhau bằng một lực thế thì hệ vật dự trữ một thế năng. Khác với động năng, thế năng có nhiều loại ứng với các loại lực thế khác nhau.

c) Thế năng trọng trường

• Trái Đất và một vật tương tác với nhau bằng trọng lực, nên hệ "Trái Đất – vật" dự trữ thế năng trọng trường. Tuy nhiên, để đơn giản ta thường nói là thế năng trọng trường của vật m.

• Công thức : $W_t = mgz$,

trong đó m là khối lượng của vật, z là độ cao của vật so với mặt đất (mặt đất được chọn làm mốc để tính thế năng).

d) Thế năng đàn hồi

• Khi một lò xo bị biến dạng, các phần tử của lò xo tương tác với nhau bằng lực đàn hồi. Vì thế lò xo dự trữ một thế năng đàn hồi. Khi một lò xo tương tác với một vật khác gắn ở đầu tự do của nó thì thế năng đàn hồi của lò xo cũng là thế năng đàn hồi của hệ "lò xo – vật".

• Công thức : $W_t = \frac{1}{2}k(\Delta l)^2$.

Ta có nhận xét, thế năng đàn hồi của một lò xo luôn luôn dương dù lò xo bị dãn hay hay bị nén và thế năng của nó bằng không khi nó không bị biến dạng.

3. Cơ năng. Định luật bảo toàn cơ năng

a) Cơ năng : Những nghiên cứu lí thuyết và thực nghiệm cho thấy, lực thế thực hiện công làm tăng động năng của hệ lên bao nhiêu thì đồng thời cũng làm giảm thế năng của hệ đi bấy nhiêu. Nói một cách khác, lực thế thực hiện công trên vật trong hệ không làm thay đổi tổng động năng và thế năng, tức là *cơ năng* của hệ. Vì thế mà *lực thế còn được gọi là lực bảo toàn.*

$$W = W_d + W_t$$

b) Định luật bảo toàn cơ năng

Nếu chỉ có lực thế tác dụng giữa các vật trong một hệ cô lập và kín thì động năng của các vật trong hệ có thể chuyển hoá thành thế năng của hệ và ngược lại, nhưng cơ năng của hệ thì được bảo toàn.

$$W = W_d + W_t = \text{const}$$

hay $\Delta W_d = -\Delta W_t$

c) Thế năng và vị trí cân bằng (VTCB)

Giả sử một vật chịu tác dụng của lực thế và đứng cân bằng ở vị trí x_0. Khi dịch chuyển vật ra khỏi VTCB một chút, đến vị trí lân cận $x = x_0 + \Delta x$, sẽ xuất hiện hợp lực $\vec{F} \neq \vec{0}$.

– Nếu hợp lực $\vec{F}$ có xu hướng kéo vật trở về VTCB, thì khi dịch chuyển vật từ VTCB ra vị trí lân cận, công của hợp lực $\vec{F}$ là công âm, công này làm tăng thế năng của vật. Suy ra $W_t(x_0)$ có giá trị cực tiểu so với các điểm lân cận.

– Ngược lại, nếu hợp lực $\vec{F}$ có xu hướng kéo vật rời xa VTCB thì khi dịch chuyển vật từ vị trí lân cận x về VTCB x_0, thì công của lực $\vec{F}$ là công âm, công này làm tăng thế năng của vật. Suy ra $W_t(x_0)$ có giá trị cực đại.

Tóm lại, *thế năng của vật tại VTCB có giá trị cực tiểu* (VTCB bền) *hoặc cực đại* (VTCB không bền). Nói cách khác, tại VTCB ta có : $\frac{dW_t(x)}{dx} = 0$.

4. Cơ năng và lực ma sát trượt

• Nếu có lực ma sát trượt tác dụng vào các vật trong hệ thì cơ năng của hệ không bảo toàn mà giảm đi. Phần cơ năng giảm đi chủ yếu chuyển thành nhiệt năng.

• Định luật bảo toàn năng lượng trong trường hợp này được viết như sau :

$$W_1 = W_2 + |A_{mst}| \text{ với } |A_{mst}| = F_{mst}.s$$

IV – PHƯƠNG PHÁP CÁC ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN

Phương pháp các định luật bảo toàn là phương pháp vận dụng các định luật bảo toàn vào những hệ cơ học để giải bài toán cơ học. Nó gồm những nội dung chính sau đây :

1. Chọn hệ vật cho phù hợp với bài toán và xác định xem hệ có thoả mãn điều kiện để áp dụng định luật bảo toàn hay không.

a) Điều kiện để áp dụng định luật bảo toàn động lượng là :

– Hệ phải kín và cô lập.

– Nếu hệ không cô lập nhưng tổng đại số các hình chiếu của các ngoại lực theo một hướng mà triệt tiêu thì áp dụng được định luật bảo toàn động lượng theo hướng đó.

– Nếu trong quá trình tương tác, va chạm, các nội lực xuất hiện lớn hơn rất nhiều các ngoại lực thì có thể bỏ qua các ngoại lực và coi hệ là cô lập.

b) Điều kiện để áp dụng định luật bảo toàn cơ năng là :

– Hệ phải kín và cô lập.

– Các nội lực của hệ phải là lực thế.

– Nếu nội lực là lực ma sát trượt thì cơ năng của hệ giảm đi (trong khi đó thì động lượng toàn phần của hệ vẫn bảo toàn). Khi ấy phải áp dụng định luật bảo toàn năng lượng (bao gồm cơ năng và nhiệt năng).

2. Xác định trạng thái đầu và trạng thái cuối của hệ. Áp dụng hai định luật bảo toàn động lượng và cơ năng cho hai trạng thái này.

– Phải chỉ rõ HQC quán tính khi tính động lượng và động năng của các vật.

– Phải chỉ rõ mốc thế năng khi tính thế năng của hệ.

D - VA CHẠM

I – ĐẶC ĐIỂM CHUNG CỦA VA CHẠM

1. Va chạm giữa hai vật xảy ra trong khoảng thời gian tiếp xúc rất ngắn.

2. Lực va chạm là lực xung, lực này rất lớn nên làm thay đổi đột ngột động lượng của mỗi vật.

3. Có thể coi hệ gồm hai vật va chạm là hệ cô lập trong thời gian va chạm vì các ngoại lực như trọng lực là rất nhỏ so với nội lực (lực va chạm). Do đó đối với tất cả các kiểu va chạm ta đều áp dụng được định luật bảo toàn động lượng.

II – CÁC KIỂU VA CHẠM

1. Va chạm trực diện

Va chạm được gọi là trực diện nếu trước và sau khi va chạm hai vật luôn chuyển động trên một đường thẳng trùng với pháp tuyến của hai mặt tiếp xúc khi va chạm. Nếu hai vật là hai quả cầu thì va chạm trực diện còn gọi là va chạm xuyên tâm.

a) Va chạm đàn hồi

– Những va chạm trong đó động năng của hệ được bảo toàn gọi là va chạm đàn hồi.

– Va chạm đàn hồi tuân theo các định luật bảo toàn động lượng và động năng. Chọn một chiều chuyển động làm chiều dương, ta viết phương trình bảo toàn động lượng dưới dạng đại số :

$$\underbrace{m_1v_1 + m_2v_2}_{\text{(trước va chạm)}} = \underbrace{m_1v'_1 + m_2v'_2}_{\text{(sau va chạm)}}$$

$$\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2}m_1v_1'^2 + \frac{1}{2}m_2v_2'^2$$

b) Va chạm không đàn hồi

Va chạm không đàn hồi là va chạm trong đó động năng của hệ không được bảo toàn. Phần động năng mất đi chủ yếu chuyển thành nhiệt năng :

$$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v'_1 + m_2v'_2$$

$$\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2}m_1v_1'^2 + \frac{1}{2}m_2v_2'^2 + Q$$

c) Va chạm mềm (hay hoàn toàn không đàn hồi)

Nếu sau va chạm mà hai vật chuyển động với cùng một vận tốc do dính với nhau thì va chạm được gọi là va chạm mềm hay hoàn toàn không đàn hồi.

Trong trường hợp này định luật bảo toàn động lượng được viết như sau :

$$m_1v_1 + m_2v_2 = (m_1 + m_2)V$$

Sau va chạm mềm động năng của hệ giảm đi. Phần động năng giảm đi chuyển thành năng lượng biến dạng và nhiệt năng.

d) Hệ số hồi phục

Để đặc trưng cho các kiểu va chạm trực diện nêu trên, người ta đưa ra hệ số phục hồi e, được định nghĩa như sau :

$$e = -\frac{\vec{v}'_2 - \vec{v}'_1}{\vec{v}_2 - \vec{v}_1} = -\frac{v'_2 - v'_1}{v_2 - v_1}$$

trong đó $\vec{v}_2 - \vec{v}_1 = \vec{v}_{21}$ là vận tốc tương đối của hai vật trước va chạm, còn $\vec{v}'_2 - \vec{v}'_1 = \vec{v}'_{21}$ là vận tốc tương đối của hai vật sau va chạm.

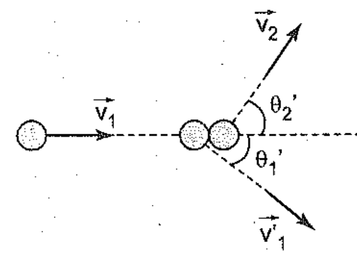
$e = 1$: va chạm đàn hồi

$e = 0$: va chạm mềm

$0 < e < 1$: va chạm không đàn hồi

2. Va chạm không trực diện (va chạm xiên)

Giả sử vật 1 chuyển động đến va chạm với vật 2 đang đứng yên. Nếu sau va chạm, hai vật bay đi theo các góc θ'_1 và θ'_2 như Hình 1.12, thì va chạm là không trực diện. Nếu là hai quả cầu thì va chạm là không xuyên tâm. Đối với va chạm không trực diện, định luật bảo toàn động lượng có thể viết thành hai phương trình đại số như sau :



Hình 1.12

Thành phần x :

$$m_1v_1\cos\theta_1 + m_2v_2\cos\theta_2 = m_1v'_1\cos\theta'_1 + m_2v'_2\cos\theta'_2$$

Thành phần y : $m_1v_1\sin\theta_1 + m_2v_2\sin\theta_2 = m_1v'_1\sin\theta'_1 + m_2v'_2\sin\theta'_2$

Còn nếu va chạm là đàn hồi thì động năng cũng được bảo toàn :

$$\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2}m_1v_1'^2 + \frac{1}{2}m_2v_2'^2$$

E - HỆ QUY CHIẾU PHI QUÁN TÍNH. LỰC QUÁN TÍNH

I – HỆ QUY CHIẾU PHI QUÁN TÍNH

1. Định nghĩa : HQC chuyển động có gia tốc so với một HQC quán tính bất kì gọi là HQC *phi quán tính*.

2. Phân loại

a) HQC chuyển động tịnh tiến có gia tốc. Ví dụ : HQC gắn với ôtô, thang máy đang chuyển động thẳng nhanh dần hoặc chậm dần.

b) HQC quay (đều hoặc không đều). Ví dụ :

– HQC gắn với chiếc bàn tròn đang quay quanh trục của nó.

– HQC gắn với ôtô đang chạy qua đoạn đường vòng.

– HQC gắn với Trái đất.

c) HQC vừa tịnh tiến có gia tốc, vừa quay.

II – LỰC QUÁN TÍNH

1. Thế nào là lực quán tính ?

– Trong HQC phi quán tính, ngoài các lực do vật khác gây ra, mỗi vật còn chịu thêm một lực quán tính.

– Lực quán tính không có phản lực như lực tương tác giữa các vật. Lực quán tính gây ra bởi HQC phi quán tính.

Ví dụ : Một đứa trẻ đứng yên ở cạnh một sàn gỗ quay trong công viên. Trọng lực của đứa trẻ cân bằng với phản lực của mặt đất. Nhưng đối với một người quan sát đứng trên sàn quay (tức là trong HQC quay) thì thấy đứa trẻ chuyển động tròn và do đó chịu lực hướng tâm. Ta không thể chỉ ra được vật nào tác dụng vào đứa trẻ lực hướng tâm này. Lực hướng tâm tác dụng vào đứa trẻ là lực quán tính gây ra bởi HQC quay.

2. Công thức của lực quán tính : $\vec{F}_{qt} = -m\vec{a}$

trong đó m là khối lượng của vật, $\vec{a}$ *là gia tốc của HQC phi quán tính tại điểm mà vật có mặt*. Dấu "–" chỉ rằng lực quán tính ngược chiều với $\vec{a}$.

– Đối với HQC chuyển động tịnh tiến thì mọi điểm thuộc HQC đều có cùng một gia tốc $\vec{a}$. Do đó ta không quan tâm đến việc vật có mặt tại điểm nào trong HQC này.

– Đối với HQC quay thì khác. Gia tốc của những điểm khác nhau của HQC có phương, chiều và độ lớn khác nhau.

Trong trường hợp HQC quay đều ta có công thức của lực quán tính như sau :

$$F_{qt} = ma_{ht} = m\omega^2 r \text{ (độ lớn)}$$

$$\vec{F}_{qt} = -m\vec{a}_{ht} = m\omega^2\vec{r} \text{ (vectơ)}$$

Lực quán tính ngược chiều với lực hướng tâm vì thế được gọi là *lực li tâm.*

III – SỰ CÂN BẰNG TƯƠNG ĐỐI

1. Sự cân bằng của một vật trong HQC phi quán tính được gọi là sự cân bằng tương đối.

2. Điều kiện cân bằng tương đối của một vật là : $\sum\vec{F} + \vec{F}_{qt} = \vec{0}$, trong đó $\sum\vec{F}$ là tổng hợp các lực do các vật khác tác dụng lên vật đang xét.

IV – LỰC QUÁN TÍNH VÀ CÁC ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN

1. Các định luật bảo toàn không áp dụng được cho HQC phi quán tính vì lực quán tính là *ngoại lực* đối với hệ vật.

Trong trường hợp này ta áp dụng được các định lí biến thiên động lượng hoặc động năng.

2. Riêng định luật bảo toàn cơ năng thì có thể áp dụng được với điều kiện như sau :

– Lực quán tính có tính chất của lực thế.

– Thêm thế năng của lực quán tính vào biểu thức thế năng của hệ.

V – CÔNG THỨC CỘNG VẬN TỐC

$$\vec{v}_{\text{tuyệt đối}} = \vec{v}_{\text{tương đối}} + \vec{v}_{\text{kéo theo}}$$

Khi áp dụng công thức này, cần lưu ý :

– Trong HQC chuyển động tịnh tiến, $\vec{v}_{kt}$ như nhau tại những điểm khác nhau của HQC.

– Trong HQC quay, $\vec{v}_{kt}$ khác nhau tại những điểm khác nhau của HQC.

Vì thế phải xét $\vec{v}_{kt}$ tại điểm mà vật có mặt (xem bài tập 1.44, 1.45).

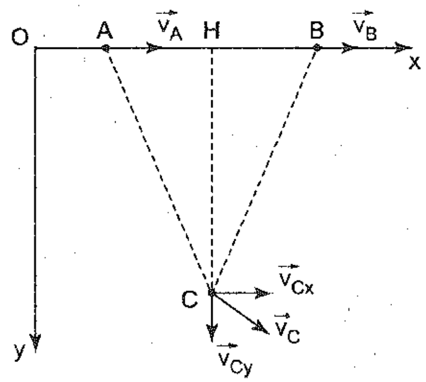
PHẦN BÀI TẬP VÍ DỤ

BÀI TẬP VÍ DỤ CHO MỤC A

1.1 Một xe buýt và một xe đạp chạy trên cùng một đường thẳng và cùng chiều với tốc độ không đổi, lần lượt là 63 km/h và 33 km/h. Một xe tải chạy trên một đường thẳng khác với tốc độ không đổi là 52 km/h. Khoảng cách từ xe tải đến xe buýt luôn luôn bằng khoảng cách từ xe tải đến xe đạp. Tìm vận tốc của xe tải đối với xe buýt.

Giải

Xe buýt (A), xe đạp (B) và xe tải (C) khi chuyển động luôn tạo thành một tam giác cân. Chọn hệ tọa độ như Hình 1.13.



Hình 1.13

Xe C : $v_{Cx} = v_H = \dfrac{v_A + v_B}{2}$

$$v_{Cy}^2 + v_{Cx}^2 = v_C^2$$

$$v_{Cy} = \sqrt{v_C^2 - \left(\dfrac{v_A + v_B}{2}\right)^2}$$

$$\vec{v}_{CA} = \vec{v}_C - \vec{v}_A$$

Chiếu lên hai trục :

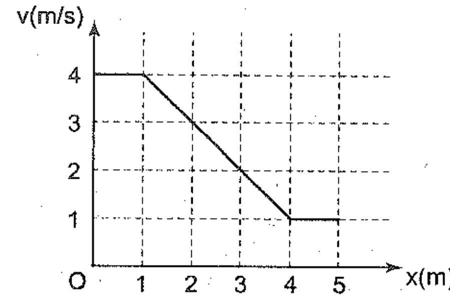
$$v_{(CA)x} = v_{Cx} - v_{Ax} = \frac{v_A + v_B}{2} - v_A = \frac{v_B - v_A}{2}$$

$$v_{(CA)y} = v_{Cy} - 0 = \sqrt{v_C^2 - \left(\frac{v_A + v_B}{2}\right)^2}$$

$$v_{CA}^2 = \left(\frac{v_B - v_A}{2}\right)^2 + v_C^2 - \left(\frac{v_A + v_B}{2}\right)^2 = v_C^2 - v_A v_B$$

$$\Rightarrow v_{CA} = \sqrt{v_C^2 - v_A v_B} = 25 \text{ km/h}$$

1.2. Một vật chuyển động trên một đường thẳng. Hình 1.14 là đồ thị chỉ sự phụ thuộc của vận tốc của nó vào tọa độ x. Hãy tìm độ lớn cực đại của gia tốc trên đoạn đường từ $0 \rightarrow 5$ m.



Hình 1.14

Giải

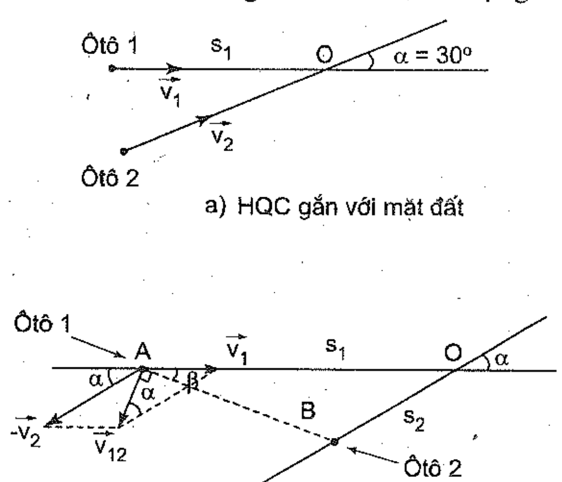
Từ đồ thị suy ra, khi $x < 1$ m và $x > 4$ m, vận tốc của vật không đổi : $a = 0$. Trong khoảng từ $x = 1$ m đến $x = 4$ m, mối liên hệ giữa Δv và Δx là : $\Delta v = -\Delta x$.

Suy ra : $$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = -\frac{\Delta x}{\Delta t} = -v.$$

Gia tốc có độ lớn tỉ lệ với vận tốc. Tại $x = 1$ m, vận tốc cực đại nên gia tốc có độ lớn cực đại :

$$|a_{max}| = v_{max} = 4 \text{ m/s}^2$$

1.3. Hai ôtô chuyển động thẳng đều trên hai con đường cắt nhau dưới một góc $\alpha = 30^o$. Tốc độ của ôtô 1 là $v_1 = 10$ m/s, của ôtô 2 là $v_2 = 10\sqrt{3} \approx 17{,}3$ m/s. Khi hai ôtô lại gần nhau nhất thì ôtô 1 cách chỗ giao cắt một đoạn $s_1 = 200$ m. Hỏi khi đó ôtô 2 cách chỗ giao cắt một đoạn bằng bao nhiêu ?



a) HQC gắn với mặt đất

b) HQC gắn với ôtô 2

Hình 1.15

Giải

Chọn HQC gắn với ôtô 2. Trong HQC này, ôtô 2 đứng yên, còn ôtô 1 chuyển động với vận tốc tương đối $\vec{v}_{12}$. Theo công thức cộng vận tốc, ta có : $\vec{v}_{12} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$.

Khi hai ôtô lại gần nhau nhất thì đoạn thẳng AB nối hai ôtô vuông góc với vận tốc tương đối $\vec{v}_{12}$ (Hình 1.15b).

Từ Hình 1.15b, ta có :

$$v_{12}^2 = v_1^2 + v_2^2 - 2v_1v_2\cos\alpha = 100 + 300 - 2.10.10\sqrt{3}.\frac{\sqrt{3}}{2} = 100$$

$\Rightarrow v_{12} = 10$ m/s $= v_1$.

Suy ra tam giác có hai cạnh $\vec{v}_1$ và $\vec{v}_{12}$ là tam giác cân và $\beta = \alpha = 30^o$.

Vậy ôtô 2 lúc đó cách chỗ giao cắt một đoạn là :

$$s_2 = BO = BA = \frac{s_1}{2\cos\alpha} = \frac{s_1}{\sqrt{3}} \approx 115 \text{ m}$$

1.4. Một vật bắt đầu chuyển động nhanh dần đều từ điểm A trên trục x, theo chiều dương, với gia tốc a. Sau khoảng thời gian t_0 thì vật chuyển động với gia tốc $-a$. Hỏi sau bao lâu kể từ lúc bắt đầu chuyển động thì vật lại về đến điểm A ? Cho biết tính chất của chuyển động sau khoảng thời gian t_0.

Giải

Chọn gốc tọa độ tại A. Khi $t = t_0$, ta có : $x_0 = \frac{1}{2}at_0^2$ và $v_0 = at_0$.

Phương trình của vật khi $t > t_0$ là :

$$x = x_0 + v_0(t - t_0) - \frac{1}{2}a(t - t_0)^2$$

$$= \frac{1}{2}at_0^2 + at_0(t - t_0) - \frac{1}{2}a(t - t_0)^2$$

$$= -\frac{1}{2}at^2 + 2at_0t - at_0^2$$

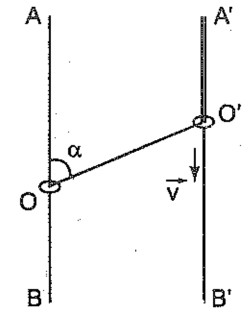
Vật trở về điểm A : $x = 0$, ta có : $-\frac{1}{2}at^2 + 2at_0t - at_0^2 = 0$

hay $\quad t^2 - 4t_0t + 2t_0^2 = 0$

Phương trình này có nghiệm là $t = t_0(2 + \sqrt{2})$ (s).

Sau t_0, vật bắt đầu chuyển động chậm dần đều cho đến lúc dừng lại tức thời. Sau đó vật chuyển động nhanh dần đều theo chiều ngược lại về điểm A.

1.5. Hai vòng O và O' được lồng vào hai thanh đứng yên, thẳng đứng AB và A'B'. Một sợi dây không dãn được luồn qua vòng O' rồi buộc vào đầu A' (Hình 1.16). Tại thời điểm khi góc $\widehat{AOO'} = \alpha$ thì vòng O' chuyển động xuống dưới với vận tốc $\vec{v}$. Hãy tìm vận tốc của vòng O tại thời điểm ấy.

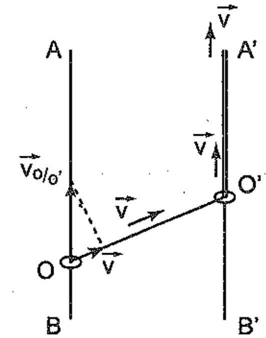


Hình 1.16

Giải

Áp dụng công thức cộng vận tốc :

$$\vec{v}_O = \vec{v}_{O/O'} + \vec{v}_{O'} \qquad (1)$$



Hình 1.17

Các vectơ $\vec{v}_O$ và $\vec{v}_{O'}$ có phương thẳng đứng, suy ra $\vec{v}_{O/O'}$ cũng có phương thẳng đứng.

Chọn HQC gắn với O'. Trong HCQ này, O' đứng yên còn dây luồn qua vòng O' chuyển động với vận tốc v hướng lên (Hình 1.17).

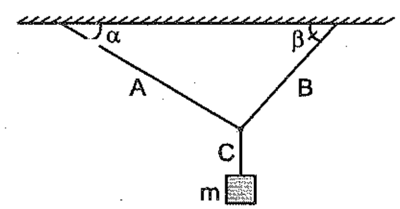
Vì dây không dãn nên vận tốc của mọi điểm của dây xét theo phương dọc theo dây phải bằng nhau. Suy ra hình chiếu của vectơ $\vec{v}_{O/O'}$ lên phương OO' phải bằng v.

$$\vec{v}_{O/O'}\cos\alpha = v \Rightarrow \vec{v}_{O/O'} = \frac{v}{\cos\alpha} \qquad (2)$$

Kết hợp với (1) ta được : $v_O = v_{O/O'} - v = v\left(\frac{1}{\cos\alpha} - 1\right)$.

BÀI TẬP VÍ DỤ CHO MỤC B

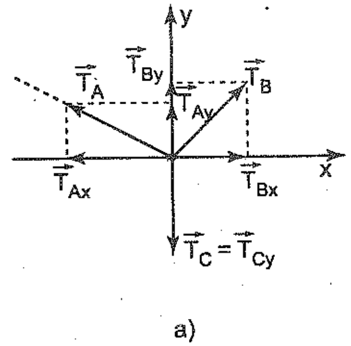
1.6. Một vật có khối lượng m = 15 kg, được treo bằng ba sợi dây. Cho biết $\alpha = 28^\circ$, $\beta = 47^\circ$ và $g = 9{,}8$ m/s^2 (Hình 1.18). Tìm lực căng của các sợi dây.



Hình 1.18

Giải

Nút chịu ba lực căng $\vec{T}_A$, $\vec{T}_B$ và $\vec{T}_C$. Ta phân tích hai lực căng $\vec{T}_A$, $\vec{T}_B$ thành hai thành phần theo hai phương vuông góc x, y (Hình 1.19a). Phép phân tích lực này tương đương với phép chiếu các lực $\vec{T}_A$, $\vec{T}_B$, $\vec{T}_C$ lên hai trục x, y (Hình 1.19b). Điều kiện cân bằng của nút là :

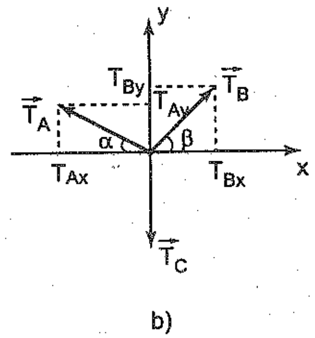


a)

$$\vec{T}_{Ax} + \vec{T}_{Bx} = \vec{0} \Rightarrow -T_A\cos 28^\circ + T_B\cos 47^\circ = 0 \quad (1)$$

$$\vec{T}_{Ay} + \vec{T}_{By} + \vec{T}_{Cy} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow T_A\sin 28^\circ + T_B\sin 47^\circ - T_C = 0 \quad (2)$$



b)

Vật m chịu hai lực cân bằng là $\vec{T}'_C$ và $\vec{P}$ (Hình 1.19c)

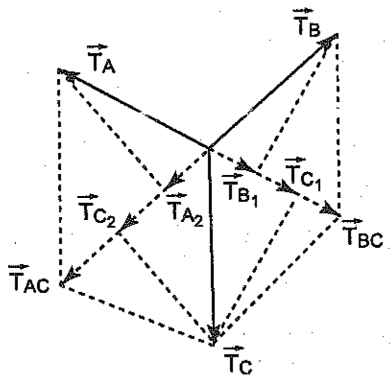
$$\vec{T}'_C + \vec{P} = \vec{0} \Rightarrow T_C - mg = 0 \quad (3)$$

Giải hệ phương trình ta được $T_A \approx 100$ N ; $T_B \approx 130$ N ; $T_C \approx 150$ N.

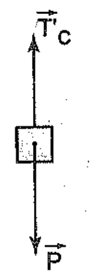
Chú ý : Hợp lực $\vec{T}_B + \vec{T}_C = \vec{T}_{BC}$ cân bằng với lực $\vec{T}_A$ được hiểu một cách khác như sau : xét theo phương của dây A thì cả hai lực $\vec{T}_B$ và $\vec{T}_C$ đều có tác dụng và phần lực tác dụng là $\vec{T}_{B1}$ và $\vec{T}_{C1}$. Hợp lực $\vec{T}_{B1} + \vec{T}_{C1}$ cân bằng với lực $\vec{T}_A$. Ta có : $\vec{T}_{BC} = \vec{T}_{B1} + \vec{T}_{C1}$ (Hình 1.20).

Tương tự, xét theo phương của dây B, ta có :

$$\vec{T}_{AC} = \vec{T}_{A2} + \vec{T}_{C2}$$



Hình 1.20

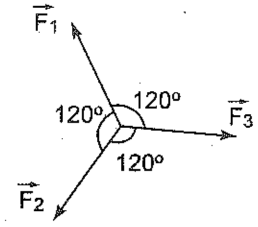


c)

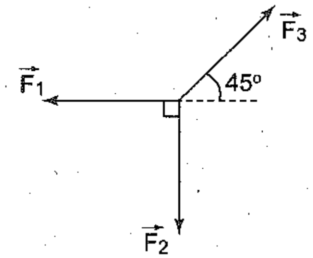
Hình 1.19

Qua phân tích như trên ta thấy không thể coi $\vec{T}_{AC}$ và $\vec{T}_{BC}$ là hai lực thành phần của riêng lực $\vec{T}_C$ được. Vì thế việc phân tích lực $\vec{T}_C$ thành hai thành phần theo hai phương của dây A và dây B xem ra là không hợp lí.

1.7. Ba sợi dây cao su, một đầu nối với nhau và được kéo chậm ra theo các hướng khác nhau (Hình 1.21a). Tại một thời điểm nào đó độ dài của ba dây bằng nhau và bằng $L_1 = 20$ cm. Sau đó các dây được kéo dãn dưới các góc khác (Hình 1.21b). Trong trường hợp đó, sự bằng nhau của độ dài ba dây xảy ra khi mỗi dây đều bằng $L_2 = 30$ cm. Biết rằng ban đầu độ dài tự nhiên của dây thứ nhất bằng $l_1 = 15$ cm. Hãy tìm độ dài tự nhiên của hai dây kia và tỉ số độ cứng của các dây. Coi các dây cao su tuân theo định luật Húc.



a)



b)

Hình 1.21

Giải

Trường hợp 1 : Điểm nút nối ba dây đứng cân bằng :

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0} \text{ (Hình 1.21a)}$$

Do tính chất đối xứng của hệ ba lực cân bằng, suy ra :

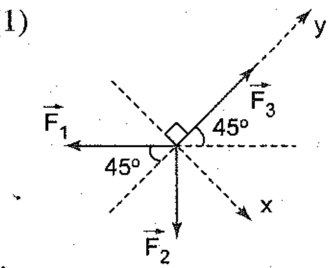
$$F_1 = F_2 = F_3$$

hay $\quad k_1(L_1 - l_1) = k_2(L_1 - l_2) = k_3(L_1 - l_3)$ (1)

trong đó l_1, l_2 và l_3 là độ dài tự nhiên của ba dây cao su.

Trường hợp 2 : Nút đứng cân bằng (Hình 1.21b) :

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0}$$



Hình 1.22

Chiếu phương trình vectơ lên hai trục x, y (Hình 1.22).

Ox : $k_1(L_2 - l_1) = k_2(L_2 - l_2)$ (2)

Oy : $k_3(L_2 - l_3) = k_1(L_2 - l_1)\dfrac{\sqrt{2}}{2} + k_2(L_2 - l_2)\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ (3)

Từ (1) và (2) suy ra : $\dfrac{L_1 - l_1}{L_2 - l_1} = \dfrac{L_1 - l_2}{L_2 - l_2} \Rightarrow l_1 = l_2 = 15$ cm

Từ (1) và (3) suy ra : $\dfrac{\sqrt{2}}{2}\left(\dfrac{L_2 - l_1}{L_1 - l_1} + \dfrac{L_2 - l_2}{L_1 - l_2}\right) = \dfrac{L_1 - l_3}{L_1 - l_3} \Rightarrow l_3 \approx 16{,}9$ cm

$$k_1 = k_2 \text{ và } \frac{k_1}{k_3} = \frac{L_1 - l_3}{L_1 - l_1} = 0{,}62$$

1.8. Một giọt nước mưa rời khỏi đám mây trong thời tiết không có gió. Tại thời điểm gia tốc của giọt mưa bằng 7,5 m/s^2 thì vận tốc của nó bằng 20 m/s. Đến gần mặt đất nó rơi với vận tốc không đổi và rơi vào tấm kính bên của một ôtô đang chạy, tạo thành một vệt nước nghiêng 30^o so với phương thẳng đứng. Biết lực cản của không khí tỉ lệ với bình phương của vận tốc và g = 10 m/s^2.

Hỏi người lái xe có bị phạt vì chạy quá tốc độ hay không nếu tốc độ lớn nhất cho phép là 80 km/h.

Giải

Chọn chiều chuyển động của giọt nước làm chiều dương. Khi còn ở trên cao, giọt nước có gia tốc : $a = \dfrac{mg - \alpha v^2}{m}$ (1)

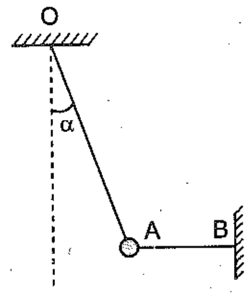
Khi $t = t_1$ thì $a = 7,5$ m/s^2 và v = 20 m/s. Thay vào (1) ta được :

$$7,5 = \frac{mg - \alpha(20)^2}{m} \Rightarrow \alpha = \frac{m(g - 7,5)}{400} \quad (2)$$

Khi $t = t_2$: $a = 0 \Rightarrow \alpha v^2 = mg$. Thay (2) vào ta được :

$$v^2 = \frac{mg}{\alpha} = \frac{g.400}{(g - 7,5)} = \frac{4000}{2,5} = 1\,600$$

Suy ra : v = 40 m/s = 144 km/h. Áp dụng công thức cộng vận tốc, suy ra : $v_{ôtô} = v_{tan}30^o = 144.\dfrac{1}{\sqrt{3}} > 80\,km/h \Rightarrow$ người lái xe bị phạt.

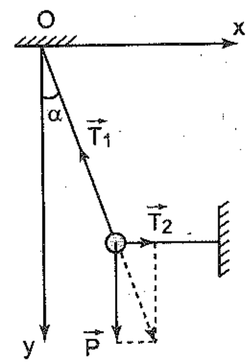


Hình 1.23

1.9. Một chất điểm, khối lượng m, được treo trong mặt phẳng thẳng đứng nhờ hai dây như Hình 1.23. Hãy xác định :

a) Lực căng của hai dây trước khi dây AB bị cắt.

b) Lực căng của dây OA và gia tốc của chất điểm ngay sau khi dây AB bị cắt.



Hình 1.24

Giải

a) Hình 1.24 : Điều kiện cân bằng viết dưới dạng đại số như sau :

$$Oy : mg - T_1\cos\alpha = 0$$

$$Ox : T_2 - T_1\sin\alpha = 0$$

Suy ra : $T_1 = \dfrac{mg}{\cos\alpha}$ và $T_2 = mg\tan\alpha$

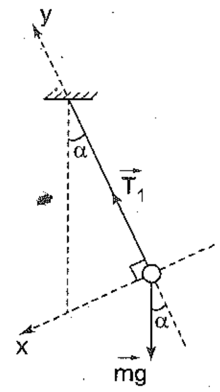
b) Hình 1.25 :

Ngay khi đứt dây thì vận tốc của chất điểm v = 0. Ta có :

$$Oy : T_1 - mg\cos\alpha = \frac{mv^2}{l} = 0 \Rightarrow T_1 = mg\cos\alpha \text{ và } a_n = a_{ht} = 0$$

$$Ox : ma_t = mg\sin\alpha \Rightarrow a_t = g\sin\alpha$$

Vậy, $T_1 = mg\cos\alpha$ và $a = a_t = g\sin\alpha$.



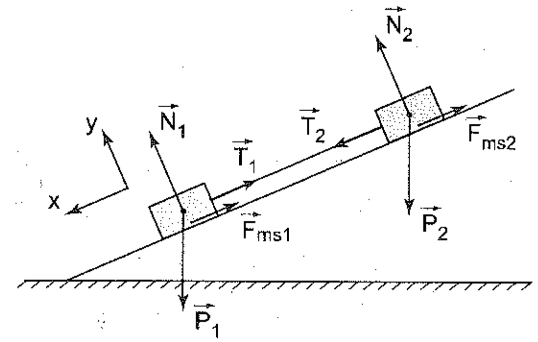
Hình 1.25

1.10. Trên một mặt nghiêng có hai vật cùng khối lượng m, được nối với nhau bằng một sợi dây. Hệ số ma sát nghỉ giữa vật trên và mặt phẳng nghiêng là μ_2, giữa vật dưới và mặt phẳng nghiêng là μ_1 ($\mu_2 > \mu_1$). Cho góc nghiêng tăng dần dần. Hãy tìm lực căng tại thời điểm khi hai vật bắt đầu trượt xuống.

Giải

Hình 1.26 là giản đồ vectơ lực của mỗi vật.

Hai vật bắt đầu trượt khi chúng ở giới hạn của sự cân bằng. Khi ấy a = 0 và $F_{msn} = \mu_n N$.



Hình 1.26

Áp dụng điều kiện cân bằng dưới dạng đại số :

$$\text{Vật 1}\begin{cases} Oy: N_1 = mg\cos\alpha \\ Ox: mg\sin\alpha - T_1 - \mu_1 mg\cos\alpha = 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$\text{Vật 2}\begin{cases} Oy: N_1 = mg\cos\alpha \\ Ox: mg\sin\alpha + T_2 - \mu_2 mg\cos\alpha = 0 \end{cases} \quad (2)$$

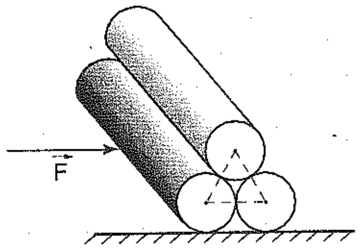
Cộng (1) với (2) và kết hợp với $T_1 = T_2$ suy ra :

$$\tan\alpha = \frac{\mu_1 + \mu_2}{2} \quad (3)$$

Xét riêng vật 2 : Từ (2) suy ra : $T_2 = mg(\mu_2 \cos\alpha - \sin\alpha)$ (4)

Thay $\cos\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{1 + \tan^2\alpha}}$ và $\sin\alpha = \dfrac{\tan\alpha}{\sqrt{1 + \tan^2\alpha}}$ vào phương trình (4) và kết hợp với (3) ta được : $T_2 = T_1 = \dfrac{mg(\mu_2 - \mu_1)}{\sqrt{4 + (\mu_1 + \mu_2)^2}}$.

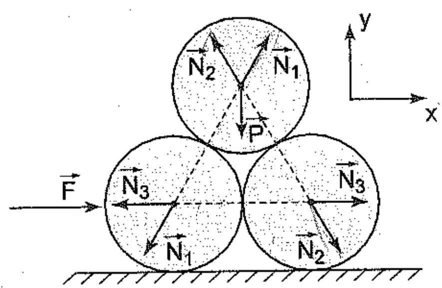
1.11. Ba xilanh giống hệt nhau, được xếp thành một hình tam giác như Hình 1.27. Mặt sàn và các xilanh đều không có ma sát. Tác dụng vào xilanh trái một lực $\vec{F}$ nằm ngang, hướng đến trục. Hỏi lực $\vec{F}$ nhỏ nhất và lớn nhất bằng bao nhiêu để cho cả ba xilanh luôn tiếp xúc với nhau khi chuyển động.



Hình 1.27

Giải

Vì mặt sàn và các xilanh đều không có ma sát nên lực tương tác giữa các xilanh tiếp xúc đều vuông góc với các mặt tiếp xúc, tức là đều hướng vào trục (Hình 1.28).



Hình 1.28

Vì chúng luôn luôn tiếp xúc với nhau khi chuyển động nên có thể coi chúng như một vật. Áp dụng định luật II Niu-tơn theo trục x : $a = \dfrac{F}{3m}$ (1)

Đối với xilanh nằm trên :

$$Oy : (N_1 + N_2)\cos 30^o = mg \Rightarrow N_1 + N_2 = \frac{2mg}{\sqrt{3}} \quad (2)$$

$$Ox : (N_1 - N_2)\cos 60^o = ma \Rightarrow N_1 - N_2 = 2ma \quad (3)$$

Từ (2) + (3), suy ra : $N_1 = m\left(\dfrac{g}{\sqrt{3}} + a\right)$ (4)

$$N_2 = m\left(\frac{g}{\sqrt{3}} - a\right) \quad (5)$$

Đối với xilanh phải :

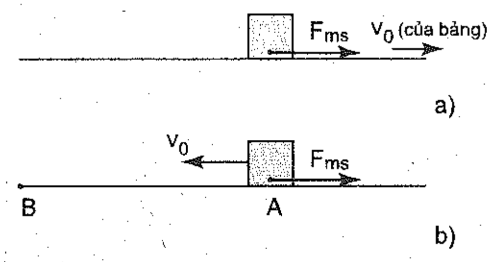
$$Ox : N_3 + N_2\cos 60^o = ma \Rightarrow N_3 = m\left(\frac{3a}{2} - \frac{g}{2\sqrt{3}}\right)$$

Điều kiện : $N_1, N_2, N_3 \geq 0$

$$N_2 \geq 0 \Rightarrow a \leq \frac{g}{\sqrt{3}} \Rightarrow F_{max} = mg\sqrt{3}$$

$$N_3 \geq 0 \Rightarrow a \geq \frac{g}{3\sqrt{3}} \Rightarrow F_{min} = \frac{mg}{\sqrt{3}}$$

1.12. Một viên phấn có tiết diện ngang là một hình chữ nhật đang nằm trên một tấm bảng nằm ngang (Hình 1.29a). Người ta kéo bảng với vận tốc $\vec{v}_0$ nằm ngang và sau t_1(s) thì bất nó dừng lại đột ngột. Hãy tìm độ dài của vết phấn để lại trên bảng và độ dời toàn phần của viên phấn với bảng. Biết hệ số ma sát trượt là μ.



Hình 1.29

Giải

Chọn HQC gắn với bảng. Trong HQC này, bảng nằm yên còn viên phấn có vận tốc đầu $-\vec{v}_0$ và chịu lực ma sát trượt, nên chuyển động chậm dần. Ta hãy tìm thời gian t_0 để viên phấn có thể dừng lại trên bảng.

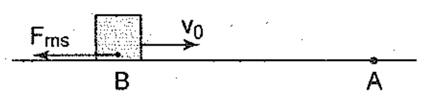
Chọn chiều dương là chiều chuyển động của viên phấn đối với bảng :

$$a = \frac{-F_{ms}}{m} = -\mu g$$

$$v = v_0 + at_0 = 0 \Rightarrow t_0 = \frac{v_0}{\mu g}$$

• *Trường hợp 1* : $t_1 > t_0$.

a) $0 < t \leq t_1$: viên phấn đi A → B thì dừng lại.



Hình 1.30

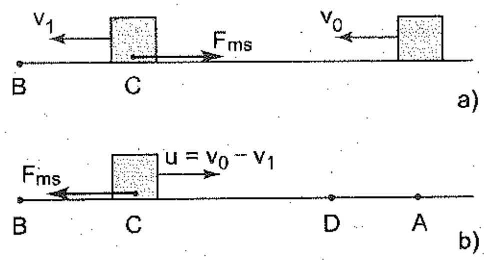
b) $t_1 \leq t \leq t_0$: viên phấn nằm yên trên bảng cho đến lúc bảng đột ngột dừng lại.

Chọn HQC đất (và cũng là HQC bảng). Khi bảng dừng đột ngột thì viên phấn có vận tốc $\vec{v}_0$ của bảng (Hình 1.30). Viên phấn chuyển động chậm dần đều đến A thì dừng lại.

Vết phấn : $AB = \dfrac{v_0^2}{2\mu g}$

Độ dời : AA = 0

• *Trường hợp 2* : $t_1 < t_0$.



Hình 1.31

Viên phấn chuyển động chậm dần đều. Tại thời điểm $t = t_1$ nó tới điểm C và có vận tốc là v_1 (Hình 1.31a).

$$AC = v_0t_1 - \frac{1}{2}\mu g t_1^2$$

$$v_1 = v_0 - \mu g t_1$$

Khi bảng dừng lại đột ngột, ta chọn HQC đất (và cũng là HQC bảng). Khi đó viên phấn có vận tốc là $\vec{u}$ (Hình 1.31b). Áp dụng công thức cộng vận tốc :

$$\vec{v}_{13} = \vec{v}_{12} + \vec{v}_{23} \Rightarrow \vec{u} = \vec{v}_1 + \vec{v}_0$$

Chọn chiều dương là chiều của $\vec{v}_0$ ta có : $u = v_0 - v_1 = \mu g t_1$.

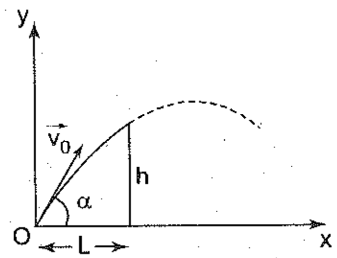
Viên phấn chuyển động chậm dần đều và dừng lại ở D.

$$CD = \frac{u^2}{2a} = \frac{(\mu g t_1)^2}{2\mu g} = \frac{1}{2}\mu g t_1^2$$

Vết phấn : $AC = v_0t - \dfrac{1}{2}\mu g t_1^2$.

Độ dời : $AD = AC - CD = v_0t_1 - \mu g t_1^2$.

1.13. Một cầu thủ ghi bàn thắng bằng một quả đá phạt đền 11 m. Bóng bay sát xà ngang vào cầu môn. Xà ngang cao h = 2,5 m, quả bóng có khối lượng m = 0,50 kg. Bỏ qua sức cản của không khí. Hỏi phải truyền cho quả bóng một vận tốc đầu tối thiểu bằng bao nhiêu và theo hướng nào ? Lấy $g = 9{,}8\ m/s^2$.



Hình 1.32

Giải : Hình 1.32.

$$x = L = v_0\cos\alpha.t \qquad (1)$$

$$y = h = v_0\sin\alpha.t - \frac{1}{2}gt^2 \qquad (2)$$

Từ (1) $\Rightarrow t = \dfrac{L}{v_0\cos\alpha}$

Thay vào (2) ta được :

$$h = v_0\sin\alpha\frac{L}{v_0\cos\alpha} - \frac{1}{2}g\frac{L^2}{v_0^2\cos^2\alpha}$$

$$= L\tan\alpha - \frac{gL^2}{2v_0^2}(1 + \tan^2\alpha)$$

hay $$\frac{gL^2}{2v_0^2}\tan^2\alpha - L\tan\alpha + \left(h + \frac{gL^2}{2v_0^2}\right) = 0 \qquad (3)$$

$$\Delta \geq 0 \Rightarrow L^2 - 4\left(h + \frac{gL^2}{2v_0^2}\right)\frac{gL^2}{2v_0^2} \geq 0$$

hay $$\frac{g^2L^2}{v_0^4} + \frac{2gh}{v_0^2} - 1 \leq 0$$

Đặt $v_{0min}^2 = x$, ta được : $x^2 - 2ghx - g^2L^2 = 0$

$$\Delta' = g^2(h^2 + L^2) \Rightarrow x = g(h + \sqrt{h^2 + L^2}) = 135$$

$$v_{0min} = 11{,}6\ m/s$$

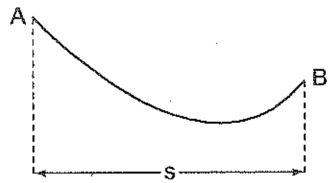
Theo (3) thì với $v_{0min} = 11{,}6$ m/s thì $\tan\alpha = \dfrac{v_0^2}{gL} = 1{,}2523$ hay $\alpha \approx 51^o$.

BÀI TẬP VÍ DỤ CHO MỤC C

1.14. Một người trượt tuyết bắt đầu trượt tại điểm A và trượt xuống một sườn đồi. Hệ số ma sát trượt là μ. Khi người ấy dừng tại B, độ dịch chuyển theo phương ngang là s (Hình 1.33). Hỏi độ chênh lệch về chiều cao h giữa A và B là bao nhiêu ? (Bỏ qua sự thay đổi nhỏ về áp lực lên tuyết gây ra bởi độ cong của đường trượt).

Giải

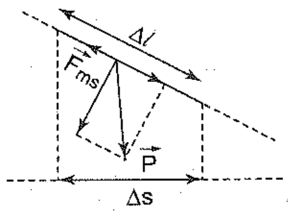
Ứng với một đoạn dịch chuyển ngang đủ nhỏ thì đường đi có thể coi là thẳng và có độ dài là Δl (Hình 1.34). Khi ấy lực ma sát có độ lớn là $\mu mg\cos\alpha = \mu mg\frac{\Delta s}{\Delta l}$ và công của lực ma sát có độ lớn bằng :



Hình 1.33

$$\Delta A = \mu mg\frac{\Delta s}{\Delta l}\Delta l = \mu mg\Delta s$$

$$A = \mu mgs$$



Hình 1.34

Theo định luật bảo toàn năng lượng :

$$A = \mu mgs = mg(h_A - h_B)$$

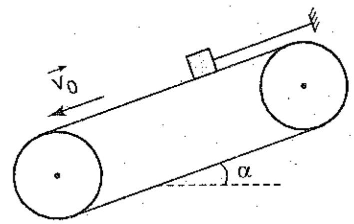
Suy ra : $h = \mu s$.

1.15. Một băng chuyền, nghiêng một góc α so với phương ngang, đang chuyển động với vận tốc không đổi v_0 xuống dưới. Một hòn gạch nằm trên băng chuyền và được giữ yên bằng một dây (Hình 1.35). Người ta cắt đứt dây. Tính công của lực ma sát trượt tác dụng lên hòn gạch cho đến lúc hòn gạch đạt được vận tốc $\vec{v}_0$ của băng chuyền. Biết hệ số ma sát bằng μ, khối lượng của viên gạch bằng m.

Giải

Gọi s là quãng đường mà vật đi được từ khi có vận tốc bằng 0 cho đến khi có vận tốc bằng v_0 của băng chuyền.

Áp dụng định lí động năng : $A_P + A_{ms} = \frac{1}{2}mv_0^2$.

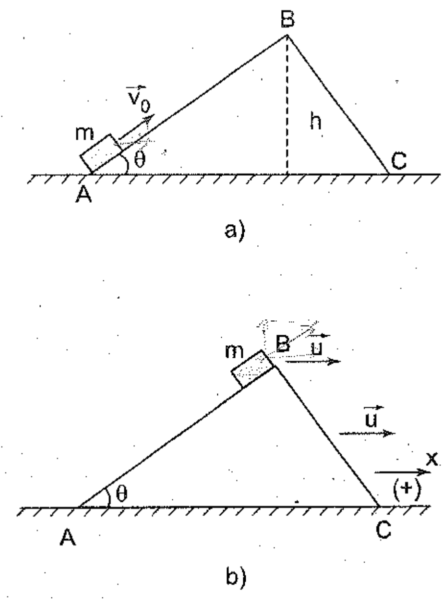


Hình 1.35

$$(mg\sin\alpha + \mu mg\cos\alpha)s = \frac{1}{2}mv_0^2 \Rightarrow s = \frac{v_0^2}{2g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}$$

$$A_{ms} = \mu mgs\cos\alpha = \frac{\mu v_0^2\cos\alpha}{2(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}$$

1.16. Trên mặt bàn nằm ngang đặt một chiếc nêm có khối lượng M, có mặt cắt là tam giác vuông ABC. Góc giữa hai cạnh AB và AC là θ. Chiều cao từ B đến mặt bàn là h. Tại A của mặt phẳng nghiêng AB đặt một vật có khối lượng m. Lúc đầu vật và nêm đều đứng yên. Sau đó cho vật m chuyển động theo hướng AB với tốc độ đầu v_0 (Hình 1.36a). Bỏ qua mọi ma sát. Hỏi v_0 phải lớn hơn giá trị là bao nhiêu để vật này có thể vượt qua được điểm B ?



Hình 1.36

Giải

Vật và nêm hợp thành một hệ kín. Các ngoại lực là trọng lực $\vec{P}$ của hai vật và phản lực $\vec{N}$ của bàn lên nêm. Vì $\vec{P}$ và $\vec{N}$ có phương thẳng đứng nên nếu xét theo phương ngang thì hệ cô lập.

Ta hãy tìm v_{0min} để vật đến được điểm B thì dừng lại so với nêm. Khi ấy, nêm và vật có cùng vận tốc $\vec{u}$ (Hình 1.36b).

Áp dụng định luật bảo toàn theo trục x :

$$mv_{0min}\cos\theta = (m + M)u \quad (1)$$

Áp dụng định luật BTCN :

$$\frac{1}{2}mv_{0min}^2 = \frac{1}{2}(m + M)u^2 + mgh \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra : $v_{0min} = \sqrt{\frac{2gh(M+m)}{M+m\sin^2\theta}}$.

Vậy muốn vật qua được điểm B thì phải có $v_0 > \sqrt{\frac{2gh(M+m)}{M+m\sin^2\theta}}$.

BÀI TẬP VÍ DỤ CHO MỤC D

1.17. Hai quả cầu có bán kính bằng nhau chuyển động trên trục x. Gọi m_1 và m_2 là khối lượng của chúng ; v_1 và v_2 là giá trị đại số của vận tốc của chúng trước va chạm. Va chạm là trực diện (hay xuyên tâm). Đặt $x = \frac{m_2}{m_1}$.

a) Xác định giá trị đại số của vận tốc v'_1 và v'_2 của hai quả cầu ngay sau va chạm theo x, v_1, v_2 và hệ số hồi phục e.

b) Tính v'_1 và v'_2 trong ba trường hợp :

– Va chạm đàn hồi (hay hoàn toàn đàn hồi).

– Va chạm không đàn hồi với e = 0,5.

– Va chạm mềm (hay hoàn toàn mềm).

c) Hai quả cầu chuyển động ngược chiều nhau. Ngay trước va chạm tốc độ của quả cầu 2 lớn gấp hai lần của quả cầu 1. Hãy xác định v'_1 và v'_2 của hai quả cầu sau va chạm theo tỉ số x trong hai trường hợp :

– Va chạm đàn hồi (e = 1).

– Va chạm không đàn hồi (e = 0,5).

Giải

Hai quả cầu hợp thành hệ kín cô lập.

a) Áp dụng định luật BTĐL theo trục x :

$$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v'_1 + m_2v'_2 \qquad (1)$$

Hệ số hồi phục e theo định nghĩa được xác định bằng công thức :

$$e = -\frac{v'_1 - v'_2}{v_1 - v_2} \qquad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra : $v'_1 = \dfrac{(m_1 - em_2)v_1 + m_2(1+e)v_2}{m_1 + m_2}$

$$v'_2 = \frac{m_1(1+e)v_1 + (m_2 - em_1)v_2}{m_1 + m_2}$$

Thay $m_2 = xm_1$ vào, ta được :

$$v'_1 = \frac{(1-ex)v_1 + x(1+e)v_2}{1+x} \ ; \ v'_2 = \frac{(1+e)v_1 + (x-e)v_2}{1+x}$$

b) *Trường hợp 1 :* e = 1 : $\begin{cases} v'_1 = \dfrac{(1-x)v_1 + 2xv_2}{1+x} \\ v'_2 = \dfrac{2v_1 + (x-1)v_2}{1+x} \end{cases}$

Trường hợp 2 : e = 0,5 : $\begin{cases} v'_1 = \dfrac{(2-x)v_1 + 3xv_2}{2(1+x)} \\ v'_2 = \dfrac{3v_1 + (2x-1)v_2}{2(1+x)} \end{cases}$

Trường hợp 3 : e = 0 : $v'_1 = v'_2 = \dfrac{v_1 + xv_2}{1+x}$

c) Chọn chiều của $\vec{v}_1$ làm chiều dương.

Trường hợp 1 : e = 1 và $v_2 = -2v_1$.

$$v'_1 = \frac{(1-5x)v_1}{1+x} \ ; \ v'_2 = \frac{(4-2x)v_1}{1+x}$$

Lập bảng :

x	0	1/5	2	∞
v'_1	+	0		–
v'_2	+		0	–

• $x < \frac{1}{5}$: $v'_1 > 0$; $v'_2 > 0$; $v'_2 > v'_1$: Sau va chạm cả hai quả cầu đều chuyển động theo chiều dương.

• $x = \frac{1}{5}$: $v'_1 = 0$, $v'_2 = 3v_1$: Sau va chạm quả cầu 1 dừng lại, còn quả cầu 2 chuyển động theo chiều dương (tức là bị bật trở lại) với tốc độ $v'_2 = 3v_1$.

• $\frac{1}{5} < x < 2$: $v'_1 < 0$: $v'_2 < 0$: Sau va chạm cả hai quả cầu đều chuyển động theo chiều âm (tức là quả cầu 1 bị bật trở lại).

• $x = 2$: $v_1' = -3v_1$; $v_2' = 0$: Sau va chạm quả cầu 2 dừng lại, còn quả cầu 1 bị bật trở lại và có tốc độ gấp 3 lần lúc đầu.

• $x > 2$: $v_1' < 0$; $v_2' < 0$; $|v_1'| > |v_2'|$: Cả hai quả cầu đều chuyển động theo chiều âm.

• $x = \infty$: $v_1' = -5v_1$; $v_2' = -2v_1$: Quả cầu 1 bị bật trở lại với tốc độ lớn gấp 5 lần trước, còn quả cầu 2 (có khối lượng rất lớn) hầu như chuyển động, vẫn như cũ, như chưa hề bị va chạm.

Trường hợp 2 : $e = 0{,}5$ và $v_2 = -2v_1$.

$$v_1' = \frac{(2-7x)v_1}{2(1+x)} \ ; \ v_2' = \frac{(2-x)v_1}{2(\ +x)}$$

Lập bảng :

x	0		2/7		2		∞
v_1'		+	0		|	–	
v_2'		+	|		0	–	

1.18. Trên mặt phẳng nằm ngang có hai quả cầu giống nhau. Quả cầu 1 nằm yên, quả cầu 2 chuyển động với vận tốc $\vec{v}$ đến va chạm vào quả cầu 1 (Hình 1.37). Cho biết va chạm là đàn hồi nhưng không xuyên tâm. Chứng minh rằng sau va chạm hai quả cầu chuyển động theo hai phương vuông góc với nhau. Bỏ qua mọi ma sát.

Giải

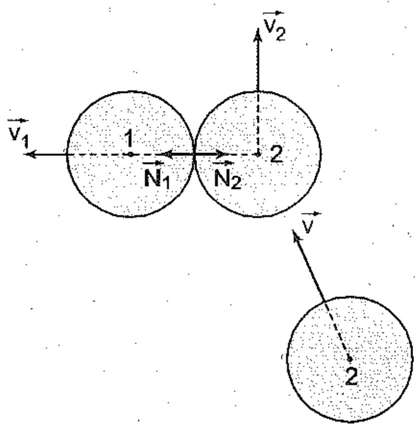
Xét hệ kín gồm hai quả cầu. Vì các ngoại lực là trọng lực của hai quả cầu và phản lực của mặt phẳng đều có phương thẳng đứng nên hệ cô lập theo mọi phương trong mặt phẳng nằm ngang.

Gọi φ là góc giữa hai hướng chuyển động của hai quả cầu sau va chạm.

Áp dụng định luật BTĐL :

$$m_2\vec{v} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$$

$$\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$$



Hình 1.37

$$v_1 = v_1^2 + v_2^2 - 2v_1v_2\cos\varphi \qquad (1)$$

Áp dụng định luật BTCN :

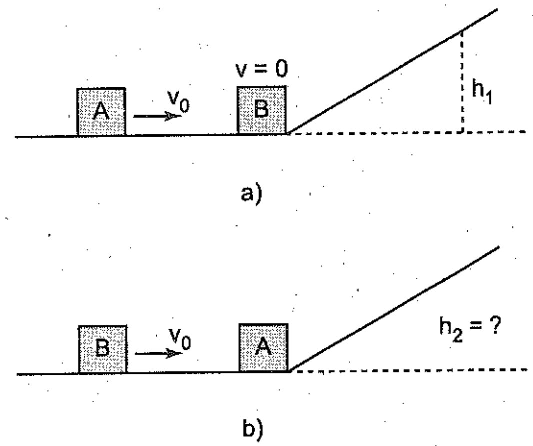
$$\frac{1}{2}m_2v^2 = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 \Rightarrow v^2 = v_1^2 + v_2^2 \qquad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra : $2v_1v_2\cos\varphi = 0 \Rightarrow \cos\varphi = 0 \Rightarrow \varphi = 90^o$.

1.19. Thí nghiệm (TN) 1 : Vật B đứng yên, vật A chuyển động đến đập vào vật B với vận tốc v_0. Cho $m_B = 3m_A$. Sau va chạm vật A dừng lại, còn vật B lên đến độ cao h_1 (Hình 1.38a).

Thí nghiệm 2 : Hoán vị A cho B và lặp lại thí nghiệm giống như trên (Hình 1.38b).

Hỏi A lên được đến độ cao h_2 bằng bao nhiêu ? Bỏ qua ma sát với mặt phẳng ngang và mặt phẳng nghiêng.



Hình 1.38

Giải

Hai vật A và B hợp thành hệ kín cô lập.

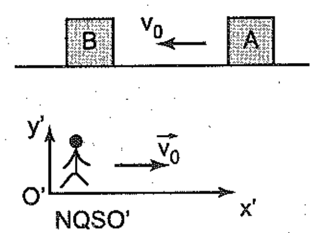
Cách giải 1 :

Xét TN 1 trong HQC mặt đất. Áp dụng định luật BTĐL theo phương ngang :

$$mv_0 = 3mv_B' \Rightarrow v_B' = \frac{v_0}{3}$$

$$h_1 = \frac{v_B'^2}{2g} = \frac{v_0^2}{18g} \qquad (1)$$

Xét TN 2 trong HQC quán tính chuyển động với vận tốc $\vec{v}_0$. Trong HQC này, trước va chạm vật B đứng yên, vật A chuyển động đến đập vào vật B với vận tốc v_0 (Hình 1.39). Hiện tượng va chạm giống hệt như TN 1 trong HQC đất. Suy ra sau va chạm vật A đứng yên trong HQC chuyển động, tức là có vận tốc $\vec{v}_0$ so với mặt đất.



Hình 1.39

$$h_2 = \frac{v_0^2}{2g} \qquad (2)$$

So sánh (1) với (2) suy ra : $h_2 = 9h_1$.

Cách 2 : Xét hai TN trong cùng HQC mặt đất.

TN 1 : Áp dụng định luật BTĐL :

$$mv_0 = 3mv'_B \Rightarrow v'_B = \frac{v_0}{3} \Rightarrow h_1 = \frac{v_0^2}{18g}$$

Áp dụng định luật BTNL :

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{3}(3m)v_B^2 + Q \Rightarrow Q = \frac{1}{3}mv_0^2 \qquad (1)$$

TN 2 : Áp dụng định luật BTĐL : $3mv_0 = 3mv'_B + 3mv'_A$ (2)

Áp dụng định luật BTNL :

$$\frac{1}{2}(3m)v_0^2 = \frac{1}{2}(3m)v_B'^2 + \frac{1}{2}mv_A'^2 + Q \qquad (3)$$

Giải ba phương trình ba ẩn v'_A, v'_B và Q ta được : $v'_A = v_0$.

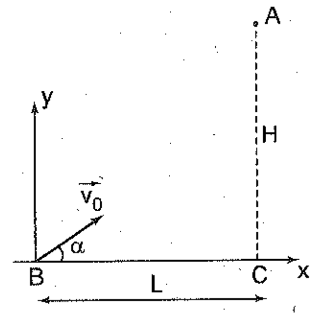
Suy ra : $h_2 = \dfrac{v_0^2}{2g}$.

Chú ý : • Đây không phải là va chạm đàn hồi. Tính chất của va chạm được cho ở TN 1. Thật vậy theo TN 1, ta được : $e = -\dfrac{v'_1 - v'_2}{v_1 - v_2} = -\dfrac{0 - \frac{v_0}{3}}{v_0 - 0} = \dfrac{1}{3}$ (va chạm không đàn hồi).

• Nhiệt lượng Q tỏa ra trong va chạm chỉ phụ thuộc vào vận tốc tương đối giữa hai vật trước va chạm, không phụ thuộc vào HQC quán tính mà ta chọn.

BÀI TẬP VÍ DỤ CHO MỤC E

1.20. Cho hai điểm A và B, A ở độ cao H so với điểm C, còn B ở cùng độ cao với C và cách C một khoảng L (Hình 1.40). Từ A thả rơi tự do một vật, đồng thời từ B ném một vật khác với vận tốc $\vec{v}_0$ và nghiêng một góc α. Tính α và v_0 để hai vật gặp nhau.



Hình 1.40

Giải

Cách 1 : Chọn hệ tọa độ như Hình 1.40. Chọn gốc thời gian là lúc hai vật bắt đầu chuyển động.

Phương trình tọa độ của hai vật là :

$$\begin{cases} x_A = L \\ y_A = H - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases} \quad \text{và} \quad \begin{cases} x_B = v_0\cos\alpha.t \\ y_B = v_0\sin\alpha.t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

Hai vật gặp nhau khi $x_A = x_B$ và $y_A = y_B$.

$$\left.\begin{array}{l} x_A = x_B \Rightarrow t = \dfrac{L}{v_0\cos\alpha} \\ y_A = y_B \Rightarrow t = \dfrac{H}{v_0\sin\alpha} \end{array}\right\} \Rightarrow \tan\alpha = \frac{H}{L}$$

Thời gian để vật A rơi đến C là : $t_0 = \sqrt{\dfrac{2H}{g}}$.

Điều kiện để hai vật gặp nhau là : $t \le t_0$.

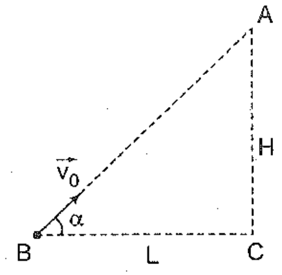
hay
$$\frac{L}{v_0\cos\alpha} \le \sqrt{\frac{2H}{g}} \Rightarrow \frac{L^2}{v_0^2\cos^2\alpha} \le \frac{2H}{g}$$

$$\Rightarrow \frac{L^2}{v_0^2}(1 + \tan^2\alpha) \le \frac{2H}{g} \Rightarrow \frac{L^2}{v_0^2}\left(1 + \frac{H^2}{L^2}\right) \le \frac{2H}{g} \Rightarrow v_0 \ge \sqrt{\frac{g(H^2 + L^2)}{2H}}$$

Cách 2 : Trong HQC mặt đất, vật A rơi tự do.

Thời gian để vật A rơi tới C là $t_0 = \sqrt{\dfrac{2H}{g}}$.

Đổi HQC : Chọn HQC gắn với vật A. Trong HQC này, A đứng yên còn B chịu thêm lực quán tính $\vec{F}_{qt} = -m\vec{g}$ nên hợp lực $\vec{P} + \vec{F}_{qt} = \vec{0}$. Vật B chuyển động thẳng đều với vận tốc $\vec{v}_0$ đến gặp A (Hình 1.41).



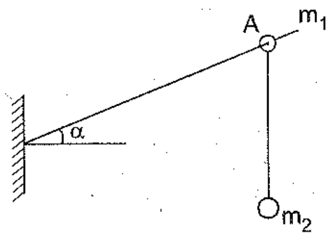
Hình 1.41

Từ Hình 1.41 ta được :

$$\tan\alpha = \frac{H}{L} \text{ và } AB = \sqrt{L^2 + H^2}$$

Điều kiện để hai vật gặp nhau : $t = \dfrac{AB}{v_0} \le t_0$.

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{L^2 + H^2}}{v_0} \le \sqrt{\frac{2H}{g}} \text{ hay } v_0 \ge \sqrt{\frac{g(L^2 + H^2)}{2H}}.$$



Hình 1.42

1.21. Người ta treo một vòng nhỏ, khối lượng m_1, vào một thanh cố định, nhẵn, nghiêng một góc α so với phương ngang. Vòng có thể trượt không ma sát dọc theo thanh. Một trọng vật, khối lượng m_2 được treo vào vòng bằng một sợi dây không dãn (Hình 1.42). Lúc đầu vòng được giữ bằng tay sao cho dây có phương thẳng đứng. Hỏi lực căng của dây tại thời điểm đầu tiên sau khi thả tay ?

Giải

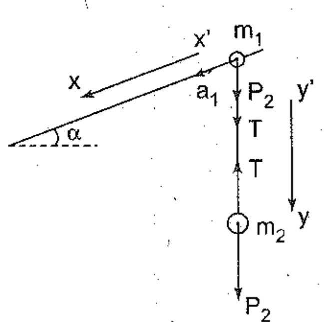
Cách 1 : Xét chuyển động của vòng dọc theo thanh (Hình 1.43a) :

$$a_1 = a_x = g\sin\alpha + \frac{T\sin\alpha}{m_1} \qquad (1)$$

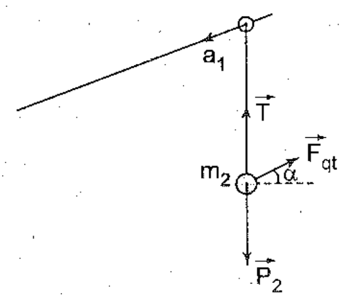
Xét chuyển động của trọng vật tại t = 0 :

$$a_2 = a_{2y} = g - \frac{T}{m_2} \qquad (2)$$

Vì dây không dãn ta có : $a_{1y} = a_{2y} \Rightarrow a_x\sin\alpha = a_2$



a)



b)

Hình 1.43

$$\Rightarrow g\sin^2\alpha + \frac{T\sin^2\alpha}{m_1} = g - \frac{T}{m_2} \Rightarrow T = \frac{m_1 m_2 g\cos^2\alpha}{m_1 + m_2\sin^2\alpha}$$

Cách 2 : Trong HQC mặt đất : $a_1 = a_x = g\sin\alpha + \dfrac{T\sin\alpha}{m_1}$.

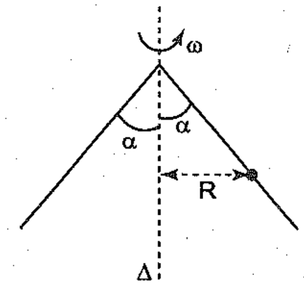
Trong HQC gắn với vòng : vòng đứng yên còn trọng vật m_2 chịu thêm lực quán tính $\vec{F}_{qt} = -m_2\vec{a}_1$ (Hình 1.43b).

Tại t = 0 thì $v_2 = 0$, nên lực hướng tâm $F_{ht} = \dfrac{mv_2^2}{l} = 0$.

Ta có : $F_{ht} = T + F_{qt}\sin\alpha - m_2 g = 0$.

$$\Rightarrow T + m_2\left(g\sin\alpha + \frac{T\sin\alpha}{m_1}\right)\sin\alpha - m_2 g = 0 \Rightarrow T = \frac{m_1 m_2\cos^2\alpha}{m_1 + m_2\sin^2\alpha}$$

1.22. Trên một mặt hình nón có đặt một vật nhỏ, khối lượng m. Góc nghiêng của mặt nón là α so với trục Δ của nó (Hình 1.44a). Mặt nón quay quanh trục với vận tốc góc ω. Khoảng cách từ vật đến trục là R. Tìm hệ số ma sát nghỉ nhỏ nhất giữa vật và mặt nón để vật đứng yên trên mặt nón.



Hình 1.44a

Giải

Xét sự cân bằng của vật trong HQC quay quanh trục Δ với tốc độ góc ω. Vật chịu các lực $m\vec{g}$, $\vec{N}$, $\vec{F}_{msn}$ và $\vec{F}_{qt}$ (Hình 1.44b). Điều kiện cân bằng của vật là :

$$m\vec{g} + \vec{F}_{qt} + \vec{N} + \vec{F}_{ms} = \vec{0}$$

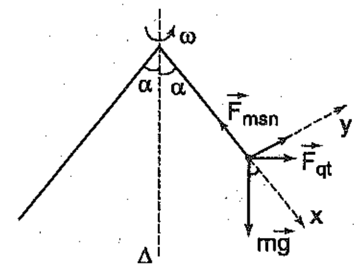
Chọn trục x , y như hình vẽ 1.44b

Ox : $mg\cos\alpha + F_{qt}\sin\alpha - F_{msn} = 0$

$\Rightarrow F_{msn} = mg\cos\alpha + m\omega^2 R\sin\alpha$

Oy : $N + \vec{F}_{qt}\cos\alpha - mg\sin\alpha = 0$

$\Rightarrow N = mg\sin\alpha - m\omega^2 R\cos\alpha$



Hình 1.44b

$$F_{msn} \le \mu N \Rightarrow \mu \ge \frac{g\cos\alpha + \omega^2 R\sin\alpha}{g\sin\alpha - \omega^2 R\cos\alpha} \qquad (1)$$

Biện luận : $0 < \mu < 1$.

Từ $\mu > 0 \Rightarrow g\sin\alpha - \omega^2 R\cos\alpha > 0 \Rightarrow \tan\alpha > \dfrac{\omega^2 R}{g}$.

Từ $\mu < 1 \Rightarrow g\cos\alpha + \omega^2 R\sin\alpha < g\sin\alpha - \omega^2 R\cos\alpha$

$$\Rightarrow g(\sin\alpha - \cos\alpha) > \omega^2 R(\sin\alpha + \cos\alpha) \Rightarrow \tan\alpha > 1 \qquad (2)$$

Kết hợp (2) với (1) $\Rightarrow \mu > \dfrac{g + \omega^2 R}{g - \omega^2 R}$ vì $\mu > 0$ nên $\dfrac{\omega^2 R}{g} < 1$.

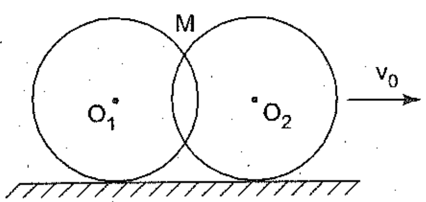
Tóm lại điều kiện là : $\dfrac{\omega^2 R}{g} < 1$; $\mu > \dfrac{g + \omega^2 R}{g - \omega^2 R}$ và $\tan\alpha > 1$.

PHẦN BÀI TẬP TỰ GIẢI

1.1. Một tàu điện ngầm đi qua quãng đường s theo quy trình sau : tàu chạy với gia tốc a trên nửa quãng đường đầu, sau đó hãm với gia tốc có cùng độ lớn a trên nửa quãng đường sau. Hỏi tại thời điểm τ nào, kể từ lúc tàu bắt đầu chuyển động, tốc độ trung bình $\overline{v}$ của tàu trên đoạn đường vừa đi qua đạt giá trị cực đại ? Tìm giá trị cực đại $\overline{v}_{max}$ và khoảng cách l tính từ đầu quãng đường mà trên đó tốc độ trung bình đạt cực đại.

ĐS : $\tau = \sqrt{\dfrac{2s}{a}}$; $\overline{v}_{max} = (2 - \sqrt{2})\sqrt{as}$; $l = 2(\sqrt{2} - 1)s$.

1.2. Trên mặt phẳng nằm ngang có một vành đai đứng yên, bán kính R. Một vành đai khác giống hệt, chuyển động với vận tốc $\vec{v}_0$ cạnh vành đai đầu (Hình 1.45). Hỏi vận tốc của giao điểm trên của hai vành đai, tức v_M, phụ thuộc vào khoảng cách d giữa hai tâm O_1O_2 như thế nào ?



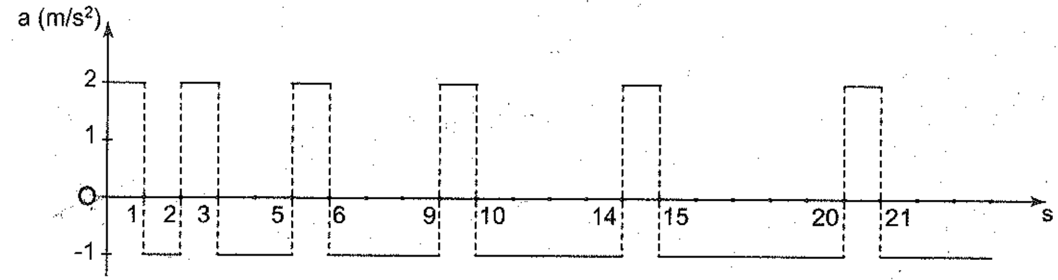
Hình 1.45

Cho biết hai vành đai đều mỏng và vành đai 2 chuyển động ngay sát vành đai 1.

ĐS : $v_M = \dfrac{v_0 R}{\sqrt{4R^2 - d^2}}$.

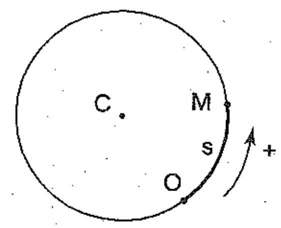
1.3. Một con tàu vũ trụ lúc t = 0 bắt đầu chuyển động theo một đường thẳng với gia tốc thay đổi theo thời gian, được chỉ trên Hình 1.46. Hỏi sau bao lâu thì con tàu ở cách điểm xuất phát một khoảng cách cực đại ?

ĐS : 12 s.



Hình 1.46

1.4. Một vật chuyển động theo đường tròn bán kính R = 4 m. Chọn gốc tọa độ tại điểm mà vật bắt đầu chuyển động. Chọn một chiều dương. Vị trí của vật được xác định bằng tọa độ cong $s = \overset{\frown}{OM}$ (Hình 1.47). Phương trình chuyển động của vật là $s = t^2 - 2t$. Hãy xác định gia tốc tiếp tuyến, gia tốc pháp tuyến và gia tốc toàn phần sau 3 s kể từ lúc bắt đầu chuyển động.



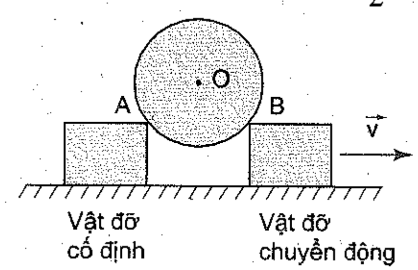
Hình 1.47

ĐS : $a_t = 2\ m/s^2$; $a_n = 4\ m/s^2$; $a = 4{,}5\ m/s^2$.

1.5. Một đứa trẻ buộc một hòn đá vào đầu một sợi dây dài 1,2 m rồi cầm đầu kia của dây mà quay trong mặt phẳng thẳng đứng. Khi dây đứt hòn đá bay thẳng đứng lên trên. Tại thời điểm dây đứt, gia tốc toàn phần của hòn đá làm một góc 45^o với phương thẳng đứng. Hỏi hòn đá lên cao bao nhiêu ?

ĐS : $h_{max} = \dfrac{R}{2}$.

1.6. Một quả cầu, bán kính R, khối lượng m, tựa lên hai vật đỡ có độ cao bằng nhau. Một vật đỡ cố định còn một vật đỡ chuyển động động thẳng đều với tốc độ là v (Hình 1.48). Bỏ qua ma sát giữa quả cầu và hai vật đỡ. Hãy xác định áp lực của quả cầu lên vật đỡ cố định tại thời điểm khi khoảng cách giữa hai điểm tiếp xúc A và B là $R\sqrt{2}$.

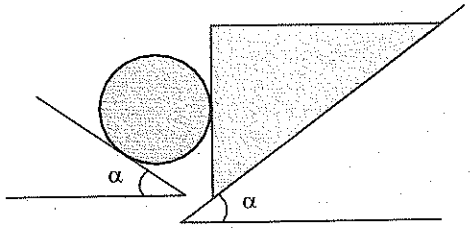


Hình 1.48

Biết rằng lúc đầu hai vật đỡ ở rất gần nhau.

$$ĐS: N_A = \frac{m}{2}\left(g\sqrt{2} - \frac{v^2}{R}\right)$$

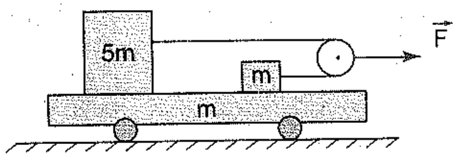
1.7. Một quả cầu và một nêm vừa tiếp xúc nhau vừa chuyển động dọc theo hai mặt phẳng nghiêng, với cùng góc nghiêng α so với phương ngang (Hình 1.49). Khối lượng của quả cầu là m_1, của nêm là m_2. Bỏ qua mọi ma sát. Hãy tìm áp lực của nêm vào quả cầu.



Hình 1.49

$$ĐS: N = \frac{2m_1m_2g\tan\alpha}{m_1 + m_2}$$

1.8. Trên mặt bàn nằm ngang, nhẵn. Có một chiếc xe, khối lượng m. Trên xe có hai khối lập phương, khối lượng 5m và m được nối với nhau bằng một sợi dây không dãn vắt qua một ròng rọc có khối lượng không đáng kể. Người ta kéo ròng rọc bằng một lực $\vec{F}$ không đổi theo phương ngang (Hình 1.50). Hệ số ma sát giữa sàn xe và khối là $\mu_t = \mu_n = 0,1$.



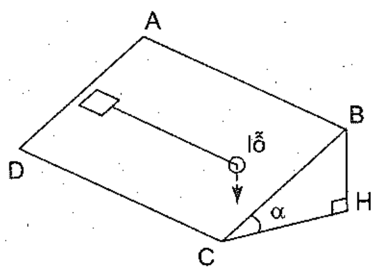
Hình 1.50

a) Hỏi độ lớn của lực $\vec{F}$ bằng bao nhiêu thì xe có gia tốc $a = 0,2g$.

b) Khi ấy gia tốc của các khối và của ròng rọc bằng bao nhiêu ?

$ĐS$: a) $F = 2,2mg$; b) $a_2 = g$; $a_{RR} = 0,6g$.

1.9. Trên một mặt phẳng nghiêng, nhám, góc nghiêng α, có một vật nhỏ được buộc vào một sợi dây không dãn. Đầu kia của dây được thả qua một lỗ nhỏ ở mặt phẳng nghiêng (Hình 1.51). Người ta kéo dây một cách từ từ vào lỗ. Ở thời điểm ban đầu, dây nằm ngang. Khi vật đạt đến lỗ thì nó vạch được một quỹ đạo là một nửa đường tròn. Hãy tìm hệ số ma sát trượt μ.



Hình 1.51

$ĐS$: $\mu = \tan\alpha$.

Gợi ý : • Vật chuyển động rất chậm nên coi vận tốc $v \approx 0$. Do đó ta có thể áp dụng điều kiện cân bằng ở vị trí bất kì của vật.

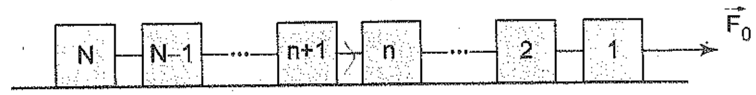
• Nên thay hình không gian của đầu bài bằng hai hình phẳng ABCD và BCH. Vẽ các lực hoặc thành phần lực tác dụng vào vật nằm trong hai mặt phẳng đó.

1.10. Một dãy gồm N vật giống nhau, mỗi vật có khối lượng m, được nối với nhau bằng một sợi dây không dãn, có khối lượng không đáng kể. Các vật nằm trên mặt phẳng nằm ngang. Một ngoại lực $\vec{F_0}$ tác dụng lên vật, kéo vật theo phương ngang sang phải (Hình 1.52). Hỏi lực căng của đoạn dây nối vật n với vật n + 1, nếu :

a) Không có ma sát giữa vật và mặt phẳng.

b) Hệ số ma sát trượt giữa mỗi vật và mặt phẳng là μ.

F_0 đủ lớn để truyền gia tốc cho các vật dù có ma sát.

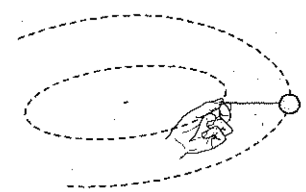


Hình 1.52

$ĐS$: a) $T_n = \dfrac{F_0(N-n)}{N}$; b) $T_n = \dfrac{F_0(N-n)}{N}$.

1.11. Một đứa trẻ quay đều trên đầu một hòn đá, khối lượng m nhờ một sợi dây dài l. Nắm tay chuyển động trên đường tròn bán kính l (Hình 1.53).

Hãy xác định bán kính của đường tròn chuyển động của hòn đá, nếu lực cản của không khí tỉ lệ với bình phương của vận tốc $F_c = kv^2$. Bỏ qua trọng lượng của hòn đá.


Hình 1.53

$$ĐS: R = \sqrt{\frac{m^2}{2k^2}\left(\sqrt{1 + \frac{16k^2l^2}{m^2}} - 1\right)}.$$

1.12. Một máy bay bay theo đường thẳng theo hướng nằm ngang với vận tốc $v_0 = 720$ km/h. Hãy xác định xem cần phải thay đổi vận tốc của máy bay đi một lượng bằng bao nhiêu để nó có thể vạch trong mặt phẳng nằm ngang một vòng tròn bán kính R = 8 km. Khi đó góc nghiêng của máy bay bằng bao nhiêu ?

Cho biết lực nâng máy bay hướng vuông góc với mặt phẳng của cánh máy bay và tỉ lệ với bình phương của vận tốc máy bay (Hệ số tỉ lệ trong cả hai trường hợp được coi là như nhau). Lấy $g = 10\ m/s^2$.

ĐS : 30° ; 54 km/h.

Gợi ý : Không xét thành phần lực cản của không khí bị cân bằng bởi lực của động cơ.

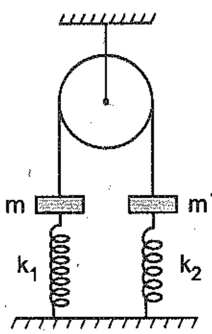
1.13. Hai tấm ván nhỏ giống nhau trôi men theo bờ một con kênh rộng, thẳng. Nước trong kênh chảy với vận tốc không đổi. Tại một thời điểm nào đó, người ta truyền cho hai tấm ván vận tốc $v_0 = 1$ m/s đối với nước. Khi ấy vận tốc của ván 1 vuông góc với bờ trong HQC gắn với bờ, còn vận tốc của ván 2 vuông góc với bờ trong HQC gắn với nước.

Sau một thời gian đủ dài thì chuyển động của hai ván đối với nước ngừng lại. Khi ấy khoảng cách từ ván 1 đến bờ là $d_1 = 4$ m, từ ván 2 đến bờ là $d_2 = 5$ m. Tìm tốc độ của nước trong kênh đào.

ĐS: 0,6 m/s.

Gợi ý : Trong HQC gắn với nước, các ván chuyển động thẳng chậm dần rồi ngừng lại.

1.14. Trong một hệ vật được miêu tả ở Hình 1.54. Ròng rọc và dây có khối lượng không đáng kể, còn các lò xo ở vị trí ban đầu thì đều không bị biến dạng. Sau đó người ta kéo trọng vật bên trái xuống dưới một đoạn bằng x và thả nhẹ. Hãy tìm gia tốc của các trọng vật ngay sau khi thả.



Hình 1.54

Cho $k_1 > k_2$. Các lò xo được nối với các trọng vật và với đất.

Gợi ý : Xét từng trường hợp :

a) $T > 0$ và $a_1 = a_2$;

b) $T = 0$ và $a_1 = a_2$;

c) $T = 0$ và $a_1 \neq a_2$.

ĐS : a) Nếu $x < \dfrac{2mg}{k_1 - k_2}$ thì $a_1 = a_2 = 2mg - (k_1 - k_2)x$;

b) Nếu $x = \dfrac{2mg}{k_1 - k_2}$ thì $a_1 = a_2 = \dfrac{(k_1 + k_2)g}{k_1 - k_2}$;

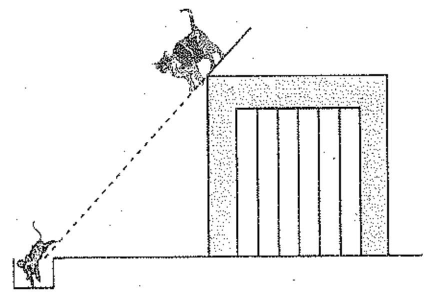
c) Nếu $x > \dfrac{2mg}{k_1 - k_2}$ thì $a_1 = \dfrac{k_1 x}{m} - g$; $a_2 = \dfrac{k_2 x}{m} - g$.

1.15. a) Một hộp đựng đinh bắt đầu trượt từ nghỉ trên một mái nhà. Mái nhà nghiêng 30° so với phương ngang. Hệ số ma sát trượt $\mu = 0,25$. Hộp trượt khỏi mép nhà với vận tốc 3,5 m/s. Hỏi hộp trượt trên mái nhà một đoạn đường l bằng bao nhiêu trước khi rời khỏi mái nhà ? Lấy $g = 9,8\ m/s^2$.

b) Một luống hoa nằm dọc theo một phía của nhà. Mép của mái ở cao hơn mặt đất 3,0 m. Hỏi hộp đinh có rơi vào luống hoa hay không nếu luống hoa rộng 2 m ?

ĐS : a) $l = 2,2$ m ; b) Rơi vào luống hoa.

1.16. Con mèo ngồi trên mái nhà, sát mép. Con chuột độc ác ngồi ở dưới đất dùng súng cao su bắn nó. Hòn đá sau khi vạch một đường cong đã rơi trúng chân mèo và mất một thời gian là $\tau = 1$ s (Hình 1.55). Hỏi mèo ở cách chuột một khoảng bằng bao nhiêu, nếu biết rằng các vetơ vận tốc của hòn đá lúc bắt đầu bắn và lúc rơi trúng mèo vuông góc với nhau ? Lấy $g = 10\ m/s^2$.



Hình 1.55

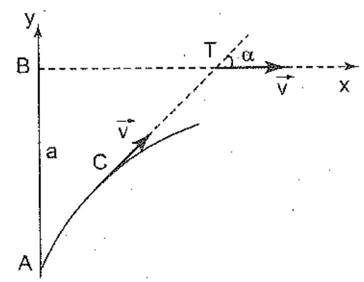
ĐS : 5 m.

1.17. Một con chim đang bay theo phương ngang ở độ cao H với vận tốc không đổi $\vec{u}$. Một đứa trẻ nhìn thấy con chim đúng vào lúc nó bay qua đầu và ngay lập tức dùng súng cao su bắn. Hỏi con chim phải bay với tốc độ u bằng bao nhiêu để đứa trẻ không bắn trúng, nếu tốc độ cực đại của viên đá bằng v_0 ? Bỏ qua lực cản của không khí.

ĐS : Nếu $v_0 \leq \sqrt{2gH}$ thì u có giá trị tùy ý.

Nếu $v_0 \geq \sqrt{2gH}$ thì u phải lớn hơn $\sqrt{v_0^2 - 2gH}$.

1.18. Khi con chó săn ở A nhìn thấy con thỏ ở B cách nó một đoạn là a thì con thỏ chạy và con chó đuổi bắt với cùng một tốc độ không đổi v. Con thỏ chạy theo đường thẳng vuông góc với AB, con chó săn thì luôn luôn hướng về phía con thỏ (Hình 1.56). Sau một thời gian khá dài, con chó chạy trên cùng đường thẳng với con thỏ. Từ đấy trở đi hai con cách nhau một khoảng không đổi. Tính khoảng cách này.



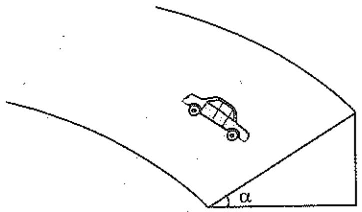
Hình 1.56

ĐS : $d = \dfrac{a}{2}$.

1.19. Người ta ném quả bóng thẳng đứng lên cao và đo thời gian bay toàn phần của nó. Hỏi trong trường hợp nào thời gian bay lớn hơn ? Trường hợp không có lực cản của không khí hay có lực cản ? Cho biết lực cản của không khí tỉ lệ với tốc độ của quả bóng $\vec{F}_c = -k\vec{v}$.

ĐS : Không có lực cản.

1.20. Một ôtô chạy với tốc độ không đổi qua một đoạn đường vừa dốc vừa cong, với bán kính cong không đổi (Hình 1.57). Coi ôtô là chất điểm.



Hình 1.57

a) Khi không có lực ma sát, ôtô phải chạy với một tốc độ xác định v_0. Hãy tính v_0 theo góc α.

b) Giữa bánh xe và mặt đường có lực ma sát nghỉ với hệ số ma sát nghỉ $\mu = 0,6$. Do đó phạm vi tốc độ được mở rộng. Hãy tính :

b1) Tốc độ tối đa cho phép của ôtô ứng với góc α đã cho.

b2) Với góc α bằng bao nhiêu thì chỉ có một giới hạn dưới đối với tốc độ ?

c) Với một góc xác định α_0 thì ôtô có thể chạy qua đoạn đường cong với tốc độ cao không hạn chế.

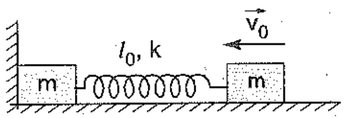
c1) Hãy tính góc α_0 này.

c2) Trong trường hợp này, tốc độ tối thiểu bằng bao nhiêu ?

ĐS : a) $v_0 = \sqrt{gR\tan\alpha}$; b) $v_{max} = \sqrt{gR\left(\dfrac{\sin\alpha + \mu\cos\alpha}{\cos\alpha - \mu\sin\alpha}\right)}$; $\alpha > 31^o$;

c) $\alpha_0 = 59^o$; $v = 0,566v_0$.

1.21. Hai vật giống nhau, mỗi vật có khối lượng m, được nối với nhau bằng một lò xo có độ cứng k. Hệ vật được đặt trên mặt phẳng nằm ngang, vật bên trái tiếp xúc với tường (Hình 1.58). Hỏi cần phải truyền cho vật bên phải một vận tốc tối thiểu bằng bao nhiêu hướng vào tường để khi dịch chuyển theo hướng ngược lại nó làm cho vật bên trái dịch chuyển ?

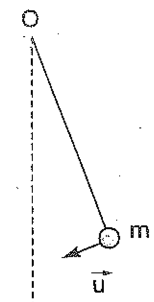


Hình 1.58

Cho biết $\mu_t \approx \mu_n$ và lò xo ban đầu chưa bị biến dạng.

ĐS : $v_{0min} = \mu g\sqrt{\dfrac{15m}{k}}$.

1.22. Ở một đầu thanh cứng không trọng lượng, dài l, có gắn một vật khối lượng m, đầu kia của thanh gắn vào điểm O bằng một bản lề. Ở vị trí cân bằng người ta truyền cho vật một vận tốc $\vec{u}$ hướng sang trái và sau đó làm nó đu đưa bằng cách sau đây : Khi vật dừng lại thì người ta truyền cho nó vận tốc $\vec{u}$ trong mặt phẳng của hình vẽ và vuông góc với thanh, hướng về vị trí cân bằng bền (Hình 1.59).



Hình 1.59

Hỏi sau một thời gian khá dài thì cơ năng của con lắc, tức là của vật m, bằng bao nhiêu ?

Biết rằng thế năng của con lắc tính từ vị trí O. Bỏ qua ma sát.

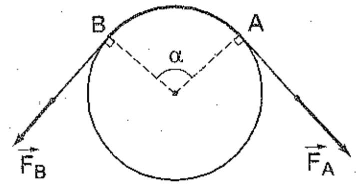
ĐS : Nếu $k = \dfrac{4gl}{u^2}$ là số nguyên thì $W = mgl + \dfrac{1}{2}mu^2$;

Nếu $k = \dfrac{4gl}{u^2}$ là số không nguyên thì $W = -mgl + \dfrac{1}{2}mu^2\left(1 + \left[\dfrac{4gl}{u^2}\right]\right)$.

1.23. Một viên đạn đại bác được bắn lên với tốc độ đầu $v_0 = 460$ m/s, với góc bắn $\alpha = 60^o$ so với phương ngang. Sau khi bay được 41s thì đạn nổ, vỡ làm hai mảnh có khối lượng bằng nhau. Mảnh 1 mất vận tốc và rơi tự do. Tìm tầm bay xa của mảnh 2. Lấy $g = 9,8$ m/s^2.

ĐS : 28 km.

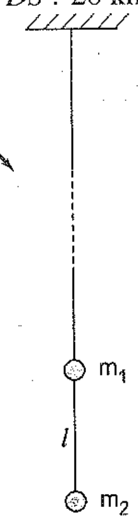
1.24. Một dây cáp được quàng vào một khối thép hình trụ cố định. Đoạn dây AB ôm lấy hình trụ chắn một góc ở tâm α (Hình 1.60). Dây bị kéo căng ở A và B bằng hai lực F_A và F_B ($F_A > F_B$). Hệ số ma sát nghỉ giữa dây và hình trụ là μ. Tìm điều kiện đối với F_A và F_B để dây không trượt trên hình trụ.



Hình 1.60

ĐS : $F_A \le F_B e^{\mu\alpha}$.

1.25. Một quả cầu khối lượng $m_1 = 0,1$ kg được treo vào trần nhà bằng một sợi dây rất dài, không trọng lượng. Một quả cầu khác, khối lượng $m_2 = 0,05$ kg được treo vào quả cầu trên bằng một đoạn dây ngắn có $l = 0,2$ m (Hình 1.61). Người ta truyền cho quả cầu dưới m_2 một vận tốc đầu $\vec{v}_0$ theo phương ngang. Hỏi với giá trị nào của v_0 thì hai quả cầu có thể ở cùng độ cao ? Cho biết dây không dãn.

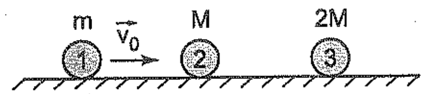


Hình 1.61

ĐS : $v_0 \ge 2,4$ m/s.

Gợi ý : Vì dây rất dài nên quả cầu 1 có thể đi được một đoạn đường s đáng kể mà dây lệch khỏi phương thẳng đứng một góc α không đáng kể. Vì thế ta có thể coi lực căng T của dây rất dài có phương thẳng đứng trong khi quả cầu dưới chuyển động.

1.26. Trên một mặt bàn nằm ngang, nhẵn, dọc theo một đường thẳng, người ta đặt ba quả cầu, có cùng bán kính, có khối lượng lần lượt là m, M và 2M. Quả cầu m chuyển động đến va chạm đàn hồi và trực diện với quả cầu M (Hình 1.62). Hỏi với tỉ số nào của $\frac{m}{M}$ thì trong hệ còn xảy ra vừa đúng một va chạm nữa.



Hình 1.62

ĐS : $\frac{m}{M} \leq 0{,}6$.

1.27. Hai quả cầu khối lượng m_1, m_2 được buộc vào hai sợi dây không khối lượng, dài bằng nhau, và được treo sát bên nhau. Quả cầu 1 được kéo sang một bên tới một điểm có độ dời theo phương thẳng đứng là 0,20 m ở phía trên quả cầu 2. Sau đó, quả cầu 1 được thả ra cho rơi xuống. Nó va chạm đàn hồi trực diện với quả cầu 2 đứng yên. Sau va chạm, người ta thấy cả hai quả cầu đều lên đến cùng một độ cao. Bỏ qua mọi ma sát.

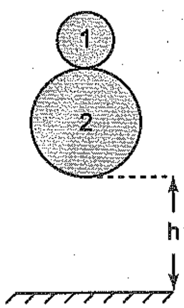
a) Tìm độ cao này.

b) Hai quả cầu lại chuyển động xuống và va chạm vào nhau lần thứ hai. Hãy cho biết điều gì xảy ra sau va chạm này ?

ĐS : a) 0,05 m ;

b) Quả cầu 2 đứng yên, quả cầu 1 lên đến độ cao 0,2 m như ban đầu.

1.28. Hai quả bóng đàn hồi, khối lượng m_1 và m_2, quả 1 được đặt trên đỉnh của quả 2 (với một khe hở nhỏ giữa chúng). Thả cho chúng rơi từ độ cao h xuống sàn (Hình 1.63).



Hình 1.63

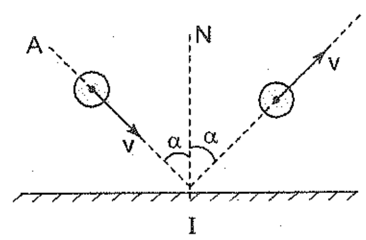
a) Hỏi tỉ số $\frac{m_1}{m_2}$ bằng bao nhiêu để quả bóng 1 nhận được phần cơ năng lớn nhất trong cơ năng toàn phần của hệ hai quả bóng ?

b) Nếu $m_1 \ll m_2$ thì quả bóng 1 ở trên nảy lên được đến độ cao bao nhiêu ?

Coi các va chạm là hoàn toàn đàn hồi.

ĐS : a) $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{3}$; b) 9h.

1.29. Một quả bóng bay đến đập vào điểm I của mặt phẳng x với tốc độ v theo phương AI làm với pháp tuyến IN của mặt phẳng một góc α. Chứng minh rằng nếu va chạm là hoàn toàn đàn hồi thì quả bóng sẽ bật ra với tốc độ cũng là v theo phương IB làm với pháp tuyến IN một góc cũng bằng α (Hình 1.64).



Hình 1.64

Bỏ qua trọng lực của quả bóng khi va chạm.

1.30. Một người đứng ở đỉnh một ngọn đồi nhẵn có độ dốc là $\tan\theta$ và ném một quả bóng theo phương ngang với tốc độ đầu là v_0. Coi va chạm với sườn đồi là hoàn toàn đàn hồi.

a) Ở lần va chạm thứ nhất, điểm va chạm cách đỉnh đồi một đoạn là l_1 bằng bao nhiêu ?

b) Gọi l_2 là khoảng cách từ điểm va chạm thứ nhất đến điểm va chạm thứ hai. Tính tỉ số $\frac{l_2}{l_1}$. Bỏ qua sức cản của không khí.

ĐS : a) $l_1 = \frac{2v_0^2\sin\theta}{g\cos^2\theta}$; b) $\frac{l_2}{l_1} = 1 + 2\sin^2\theta$.

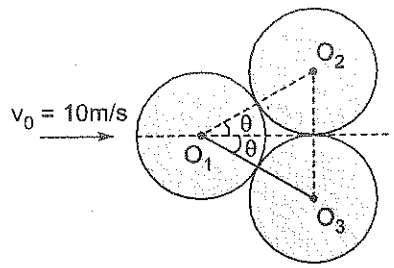
1.31. Một quả bóng nhỏ, đàn hồi, được thả từ độ cao H xuống một mặt sàn. Trên đường đi, người ta đặt một tấm phẳng. Va chạm với tấm phẳng là đàn hồi.

a) Cần phải đặt tấm phẳng tại điểm nào trên đường đi và đặt nghiêng bao nhiêu so với phương ngang để quả bóng rơi xa nhất vào mặt sàn ?

b) Tính khoảng cách cực đại từ điểm xuất phát đến điểm rơi cuối cùng.

ĐS : a) $22{,}5^{\circ}$; b) 2H.

1.32. Có ba quả bóng đàn hồi giống hệt nhau. Hai quả 2 và 3 nằm yên trên mặt bàn nằm ngang, nhẵn, tiếp xúc với nhau. Quả 1 chuyển động với vận tốc $v_0 = 1$ m/s theo hướng đi qua điểm tiếp xúc và vuông góc với đường nối tâm O_2O_3 của hai quả kia (Hình 1.65). Hãy xác định vận tốc của ba quả bóng sau va chạm đàn hồi.



Hình 1.65

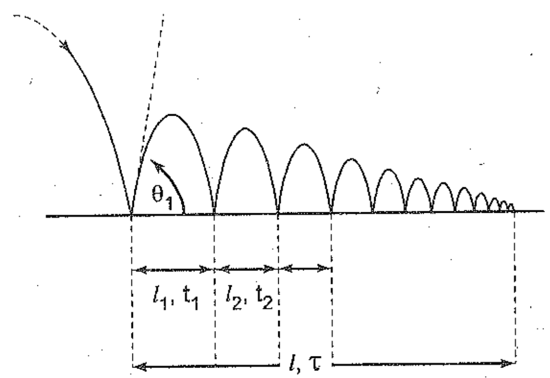
ĐS : $v_1 = -0{,}2$ m/s (bật trở lại) ; $v_2 = v_3 = 6{,}93$ m/s.

1.33. Một quả cầu nhỏ, đàn hồi, được ném lên từ một mặt phẳng nằm ngang với vận tốc v = 1 m/s dưới góc $\alpha = 45^o$ so với phương ngang. Hệ số hồi phục thành phần thẳng đứng của vận tốc là e = 0,99, còn thành phần nằm ngang của vận tốc thì không đổi. Quả cầu dừng lại cách điểm đầu một đoạn bằng bao nhiêu ? Lấy $g = 10$ m/s^2.

ĐS : 10 m.

Gợi ý : Trong thực tế chúng ta đo thời gian tổng cộng τ cũng như khoảng cách tổng cộng L đến chỗ mà ta không nhận ra sự nảy lên nữa. Còn về phương diện toán học thì số các lần nảy lên tiến đến vô cùng.

1.34. Một quả bóng được tung lên từ sàn nhà. Bóng thực hiện một loạt những cú nảy liên tiếp ở sàn nhà như Hình 1.66. Giả sử rằng do tính chất đàn hồi nội tại và do có ma sát với sàn mà sau mỗi lần nảy lên thì độ lớn của thành phần thẳng đứng của vận tốc lại bị giảm đi bởi một hệ số ε_y và của thành phần nằm ngang của vận tốc bị giảm đi bởi một hệ số ε_x, tức là :



Hình 1.66

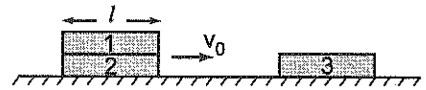
$$v_{0y,\,n+1} = \varepsilon_y v_{0y,n} \;;\; v_{0x,\,n+1} = \varepsilon_x v_{0x,\,n} \;(\varepsilon_y, \varepsilon_x < 1)$$

Như vậy, cứ sau mỗi lần nảy lên thì quả bóng lại chuyển động chậm hơn và nảy được một quãng ngắn hơn so với lần nảy trước.

Gọi l là khoảng cách tổng cộng theo phương ngang mà quả bóng thực hiện được sau một loạt cú nảy và τ là thời gian chuyển động tương ứng. Hãy tìm θ_1 là góc mà vectơ vận tốc làm với phương ngang sau lần nảy đầu tiên và được viết theo l, τ, ε_y, ε_x. Bỏ qua sức cản của không khí.

$$ĐS : \tan\theta_1 = \frac{g\tau^2(1-\varepsilon_y)^2}{2l(1-\varepsilon_x\varepsilon_y)}.$$

1.35. Có ba tấm bảng giống nhau. Bảng 1 nằm hoàn toàn trên bảng 2. Cả hai coi như một vật trượt trên mặt băng với vận tốc $\vec{v}_0$ tới va chạm vào bảng 3 (Hình 1.67). Mặt trên của bảng 3 phủ một lớp cao su mỏng. Khi va chạm, bảng 2 và 3 dính vào nhau, còn bảng 1 thì trượt trên mặt bảng 3. Hệ số ma sát trượt giữa bảng 1 và bảng 3 là μ. Bỏ qua ma sát với mặt băng.

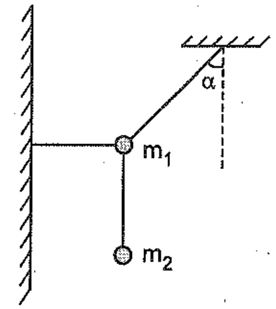


Hình 1.67

Hỏi chiều dài l của mỗi bảng bằng bao nhiêu nếu biết rằng do có ma sát nên cuối cùng bảng 1 nằm hoàn toàn trên bảng 3 ?

$$ĐS : l = \frac{v_0^2}{6\mu g}.$$

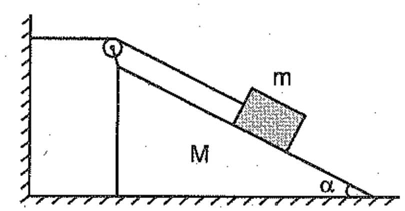
1.36. Cho một cơ hệ như Hình 1.68. Ban đầu hệ cân bằng. Đốt dây nối với tường. Tìm gia tốc của vật m_2 ngay sau khi đốt dây. Cho biết α, m_1, m_2.



Hình 1.68

$$ĐS : a_2 = \frac{(m_1+m_2)g\sin^2\alpha}{m_1+m_2\sin^2\alpha}.$$

1.37. Ở trên một mặt bàn nằm ngang có một chiếc nêm, khối lượng M, góc nghiêng α. Trên nêm đặt một vật, khối lượng m, được buộc vào tường bằng một sợi dây mảnh, vắt qua một ròng rọc cố định, nhẹ gắn vào đỉnh nêm và luôn luôn được giữ song song với mặt bàn (Hình 1.69). Ban đầu hệ đứng yên, sau đó thả ra. Khi đó các vật bắt đầu trượt. Bỏ qua mọi ma sát.



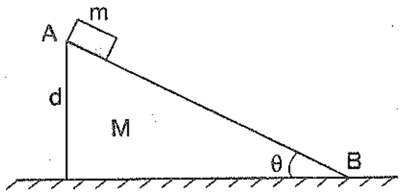
Hình 1.69

a) Tìm gia tốc của nêm.

b) Giả sử α đã cho. Hãy tìm xem tỉ số $\frac{M}{m}$ là bao nhiêu thì không xảy ra sự trượt giữa vật với nêm ?

$$ĐS : a_{nêm} = \frac{mg\sin\alpha}{M+2m(1-\cos\alpha)} \;;\; b)\; \frac{M}{m} \le \frac{(1-\cos\alpha)^2}{\cos\alpha}.$$

1.38. Một cái nêm, khối lượng M, nằm trên mặt bàn nằm ngang. Góc của nêm là θ (Hình 1.70). Một vật nhỏ, khối lượng m được thả không vận tốc đầu từ đỉnh A của nêm, có độ cao d so với mặt bàn. Bỏ qua ma sát.



Hình 1.70

a) Khi vật nhỏ trượt tới điểm thấp nhất B của mặt nêm thì vận tốc $\vec{v}_1$ của nó hợp với sàn một góc α bằng bao nhiêu ?

b) Khi đó, vận tốc v_2 của sàn bằng bao nhiêu ?

ĐS : a) $\tan\alpha = \dfrac{v_{1y}}{v_{1x}} = \left(1 + \dfrac{m}{M}\right)\tan\theta$;

b) $v_2 = \sqrt{\dfrac{2gd}{\left(\dfrac{M}{m}\right)^2 + \left(1 + \dfrac{M}{m}\right)^2 \tan^2\theta + \dfrac{M}{m}}}$.

1.39. Một máy phóng bóng ten-nít được đặt trên sàn về phía đầu của một con tàu đang chuyển động thẳng với gia tốc không đổi 2,0 m/s^2. Máy phóng bắn ra một quả bóng với vận tốc 25,0 m/s đối với tàu và hướng về phía đuôi tàu. Bóng đạt được độ cao cực đại 10,0 m. Bỏ qua sức cản của không khí. Hỏi :

a) Góc ném so với sàn bằng bao nhiêu ?

b) Điểm chạm sàn cách máy phóng bao xa ? Lấy g = 9,8 m/s^2.

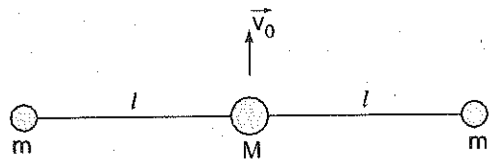
ĐS : *Trường hợp 1* : Tàu chạy nhanh dần.

a) 34^o ; b) 67,6 m

Trường hợp 2 : Tàu chạy chậm dần.

a) 34^o ; b) 51,5 m.

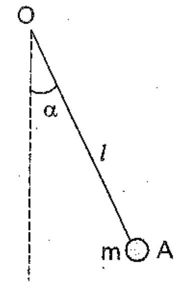
1.40. Một sợi dây dài $2l$, ở mỗi đầu buộc một quả cầu, khối lượng m, ở giữa buộc một quả cầu, khối lượng M. Ba quả cầu nằm yên trên một mặt bàn nằm ngang, nhẵn, sợi dây được kéo căng (Hình 1.71). Tác dụng một xung lực vào quả cầu M để truyền cho nó một vận tốc đầu v_0 nằm ngang, theo hướng vuông góc với dây. Tính lực căng của dây khi hai quả cầu khối lượng m sắp đập vào nhau.



Hình 1.71

ĐS : $T = \dfrac{mM^2v_0^2}{(M+2)^2 l}$.

1.41. Một quả cầu, khối lượng m, được buộc vào đầu A của một dây OA, dài l, đầu O được giữ chặt (Hình 1.72). Cho dây OA quay quanh trục thẳng đứng đi qua O với tốc độ góc ω. Gọi α là góc mà dây hợp với trục quay. Bằng cách chọn HQC quay cùng với dây OA, hãy tìm :



Hình 1.72

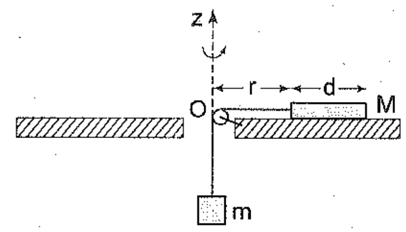
a) Sự phụ thuộc của góc α vào ω. Vẽ một cách định tính đồ thị α = f(ω).

b) Công thức tính thế năng của quả cầu.

ĐS : a) Khi $\omega < \sqrt{\dfrac{g}{l}}$ thì α = 0 ; Khi $\omega \geq \sqrt{\dfrac{g}{l}}$ thì $\cos\alpha = \dfrac{g}{l\omega^2}$;

b) $W_t = -mgl\cos\alpha - \dfrac{1}{2}m\omega^2 l^2 \sin^2\alpha$ (với mốc thế năng thích hợp).

1.42. Một thanh đồng chất, mỏng, khối lượng M, dài d, nằm trên một chiếc đĩa tròn dọc theo một bán kính của đĩa (Hình 1.73). Một đầu của thanh được nối với một sợi dây vắt qua một ròng rọc nhỏ gắn ở tâm O của đĩa, đầu kia của dây treo một trọng vật, khối lượng m. Đĩa quay quanh trục của nó với tốc độ góc không đổi ω. Hệ số ma sát nghỉ giữa thanh và đĩa là μ_m. Hãy xác định khoảng cách r_{min} và r_{max} sao cho thanh vẫn chưa trượt dọc theo bán kính của đĩa.



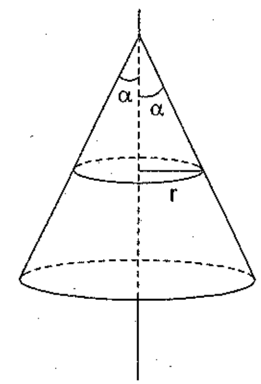
Hình 1.73

ĐS : $r_{max} = \dfrac{mg}{M\omega^2} - \dfrac{d}{2} + \dfrac{\mu g}{\omega^2}$; $r_{min} = \dfrac{mg}{M\omega^2} - \dfrac{d}{2} - \dfrac{\mu g}{\omega^2}$.

1.43. Người ta dùng một đoạn dây cao su, khối lượng m, hệ số đàn hồi k, để làm một vòng bán kính r_0. Người ta quàng vòng vào một mặt nón nhẵn, có góc ở đỉnh là 2α. Trục của hình nón thẳng đứng (Hình 1.74).

a) Hãy tìm bán kính r của vòng cao su nằm cân bằng trên hình nón.

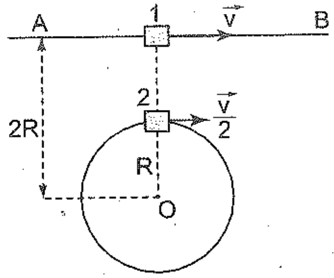
b) Phải quay hình nón và vòng xung quanh trục đến tốc độ góc bằng bao nhiêu để bán kính của vòng trở nên bằng 2r ?



Hình 1.74

ĐS : a) $r = r_0 + \dfrac{mg}{4\pi^2 k\tan\alpha}$; b) $\omega = \pi\sqrt{\dfrac{2k}{m}}$.

1.44. Trên mặt phẳng nằm ngang, có hai ôtô. Ôtô 1 chuyển động đều trên đường thẳng AB với tốc độ $v_1 = v$. Ôtô 2 chuyển động đều trên đường tròn bán kính R với tốc độ $v_2 = \frac{v}{2}$. Đường thẳng AB cách tâm O của đường tròn một khoảng bằng 2R. Tại thời điểm quan sát, cả hai ôtô đều nằm trên đường thẳng đi qua tâm O và vuông góc với đường AB (Hình 1.75).

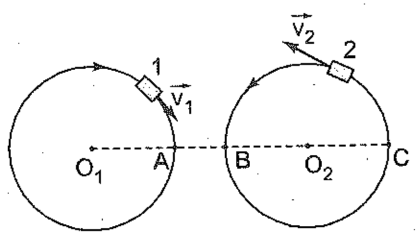


Hình 1.75

Tìm vận tốc tương đối của ôtô này so với ô tô kia tại thời điểm ấy.

ĐS : Trường hợp 1 : $v_{21} = -\frac{v}{2}$; *Trường hợp 2* : $v_{12} \neq v_{21}$.

1.45. Có hai ôtô 1 và 2 chuyển động đều với tốc độ lần lượt là $v_1 = 20$ km/h và $v_2 = 40$ km/h trên hai đường tròn bán kính R, nằm trong cùng một mặt phẳng nằm ngang. Tại một thời điểm nào đó, các ôtô ở các điểm A và B cách nhau một khoảng $\frac{R}{2}$ như ở Hình 1.76. Bỏ qua kích thước của ôtô. Hãy tìm :



Hình 1.76

a) Vận tốc tương đối của ôtô này đối với ôtô kia tại thời điểm đó.

b) Vận tốc tương đối của ôtô này đối với ôtô kia khi ôtô 2 đến điểm C.

ĐS : a) $v_{21} = 10$ km/h ; $v_{12} = -40$ km/h ;

b) $v_{21} = -110$ km/h ; $v_{12} = 116{,}5$ km/h.

Chủ đề 2

CÂN BẰNG CỦA VẬT RẮN

PHẦN LÍ THUYẾT

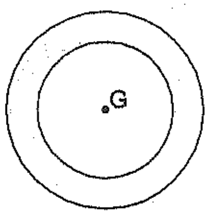
(Ôn tập và mở rộng)

A - TÁC DỤNG CỦA LỰC ĐỐI VỚI MỘT VẬT RẮN

I – TRỌNG TÂM CỦA MỘT VẬT RẮN

Trọng tâm của một vật rắn là điểm đặt của trọng lực của vật, kí hiệu là G.

Trọng tâm của những vật bị khoét rỗng có thể nằm ở phần rỗng của vật. Hình 2.1 cho biết trọng tâm của một vòng nhẫn hay của một vỏ cầu.

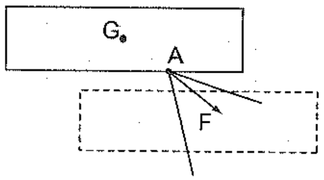


Hình 2.1

II – TÁC DỤNG CỦA MỘT LỰC ĐỐI VỚI MỘT VẬT KHÔNG CÓ TRỤC QUAY

1. Tác dụng của lực không thay đổi nếu ta trượt vectơ lực trên giá của nó.

2. Lực có giá đi qua trọng tâm sẽ làm cho vật chuyển động tịnh tiến. Lực có giá không đi qua trọng tâm sẽ làm cho vật vừa tịnh tiến vừa quay (Hình 2.2).



Hình 2.2

III – TÁC DỤNG CỦA MỘT LỰC ĐỐI VỚI MỘT VẬT RẮN CÓ TRỤC QUAY

1. Momen lực : Momen lực đối với một trục quay là đại lượng đo bằng tích của lực với cánh tay đòn của nó.

$$M = Fd \text{ (N.m)}$$

trong đó d là cánh tay đòn của lực, là khoảng cách từ trục quay đến giá của lực *không song song với trục quay.*

2. Lực có tác dụng làm quay vật nếu momen của lực đối với trục quay khác không ($M \neq 0$).

3. Lực không làm quay vật nếu momen của lực đối với trục quay bằng không. Đó là :

a) Trường hợp lực có giá song song với trục quay ($M = 0$).

b) Trường hợp lực có giá đi qua trục quay ($M = 0$).

IV– TÁC DỤNG CỦA NGẪU LỰC ĐỐI VỚI MỘT VẬT RẮN KHÔNG CÓ TRỤC QUAY

1. Ngẫu lực : Hệ hai lực song song, ngược chiều, có độ lớn bằng nhau và cùng tác dụng vào một vật gọi là ngẫu lực.

2. Ngẫu lực tác dụng vào vật sẽ làm cho vật quay quanh một trục đi qua trọng tâm và vuông góc với mặt phẳng chứa ngẫu lực.

$$M = Fd \tag{2.1}$$

trong đó F là độ lớn của mỗi lực ; d là khoảng cách giữa hai giá của hai lực, gọi là cánh tay đòn của ngẫu lực.

B- CÂN BẰNG CỦA VẬT RẮN

I – CÁC QUY TẮC HỢP LỰC

1. Quy tắc tổng hợp hai lực có giá đồng quy

Trượt hai lực trên giá của chúng đến điểm đồng quy của hai giá rồi áp dụng quy tắc hình bình hành để tìm hợp lực.

2. Quy tắc tổng hợp hai lực song song cùng chiều

a) Hợp lực của hai lực song song cùng chiều là một lực song song, cùng chiều và có độ lớn bằng tổng các độ lớn của hai lực ấy.

b) Giá của hợp lực chia khoảng cách giữa hai giá của hai lực song song thành những đoạn tỉ lệ nghịch với độ lớn của hai lực ấy.

$$F = F_1 + F_2 \tag{2.2a}$$

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{d_2}{d_1} \text{ (chia trong)} \tag{2.2b}$$

II – ĐIỀU KIỆN CÂN BẰNG CHO CÁC TRƯỜNG HỢP RIÊNG

1. Điều kiện cân bằng của một vật chịu tác dụng của hai lực là hai lực đó phải cùng giá, cùng độ lớn và ngược chiều.

2. Điều kiện cân bằng của một vật chịu tác dụng của ba lực không song song là :

– Ba lực đó phải có giá đồng phẳng và đồng quy.

– Hợp lực của hai lực phải cân bằng với lực thứ ba.

3. Điều kiện cân bằng của một vật có trục quay cố định là tổng các momen lực có xu hướng làm vật quay theo chiều kim đồng hồ bằng tổng các momen lực có xu hướng làm vật quay ngược chiều kim đồng hồ.

4. Điều kiện cân bằng của một vật có mặt chân đế là giá của trọng lực phải xuyên qua mặt chân đế (hay trọng tâm phải "rơi" vào mặt chân đế).

III – ĐIỀU KIỆN CÂN BẰNG TỔNG QUÁT

Trong trường hợp một vật rắn không có trục quay cố định, chịu nhiều lực tác dụng thì nó sẽ vừa chuyển động tịnh tiến vừa quay. Muốn cho vật lúc đầu đứng yên vẫn tiếp tục đứng yên thì hệ lực tác dụng vào vật phải không gây ra cả chuyển động tịnh tiến lẫn chuyển động quay cho vật. Vì thế, điều kiện cân bằng tổng quát của vật rắn phải là sự kết hợp hai điều kiện cân bằng cho hai trường hợp riêng mà ta đã học. Cụ thể là :

1. Điều kiện cân bằng thứ nhất : Tổng đại số các hình chiếu của các lực lên các trục của hệ tọa độ Đề-các phải bằng không.

$$\sum F_x = 0 \tag{2.3a}$$

$$\sum F_y = 0 \tag{2.3b}$$

2. Điều kiện cân bằng thứ hai : Tổng đại số các momen lực đối với một trục bất kì phải bằng không :

$$\sum M = 0 \tag{2.4}$$

Quy ước : Chọn một chiều quay làm chiều dương. Khi ấy, $M > 0$ nếu lực có xu hướng làm cho vật quay theo chiều dương và $M < 0$ nếu lực có xu hướng làm cho vật quay theo chiều ngược lại (chiều âm).

IV– CÁC DẠNG CÂN BẰNG

1. Cân bằng bền

a) Vật ở dạng cân bằng bền có :

- Trọng tâm ở vị trí thấp nhất so với các vị trí lân cận.
- Thế năng trọng trường cực tiểu so với các vị trí lân cận.

b) Khi kéo vật ra khỏi VTCB bền một chút thì trọng lực của vật có xu hướng kéo nó về VTCB.

2. Cân bằng không bền

a) Vật ở dạng cân bằng không bền có :

- Trọng tâm ở vị trí cao nhất so với các vị trí lân cận.
- Thế năng trọng trường cực đại so với các vị trí lân cận.

b) Khi kéo vật ra khỏi VTCB không bền thì trọng lực của vật có xu hướng kéo nó ra xa VTCB.

3. Cân bằng phiếm định

Vật ở dạng cân bằng phiếm định có :

- Trọng tâm ở cùng độ cao so với các vị trí lân cận.
- Thế năng trọng trường của vật có cùng giá trị so với ở các vị trí lân cận.

PHẦN BÀI TẬP VÍ DỤ

2.1. Một chiếc bàn có mặt bàn hình vuông, mỗi cạnh dài $l = 1$ m, và cao $h = 1$ m. Bàn có một chân ngắn hơn các chân còn lại một đoạn $a = 3$ cm, vì thế mà bàn có thể bị bập bênh. Nếu đặt bàn cho bằng phẳng thì bàn đứng yên, nhưng chỉ cần đụng nhẹ là bàn bị nghiêng về phía chân ngắn. Để cho bàn quay trở lại vị trí ban đầu, cần phải đặt vào góc đối diện với chân ngắn một trọng vật $m = 300$ g (Hình 2.3). Tìm khối lượng M của mặt bàn. Bỏ qua khối lượng của các chân bàn. Coi chân bàn là mảnh và được đặt ở các góc của mặt bàn.

Giải

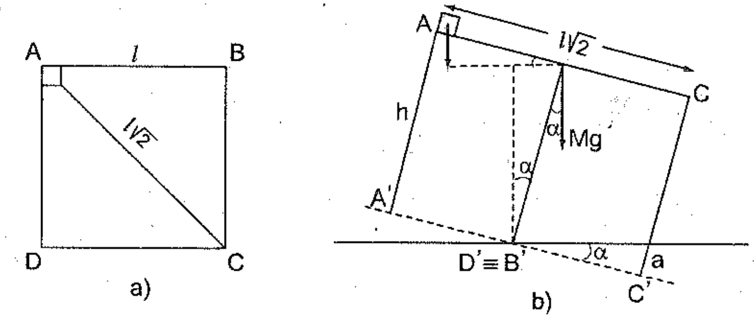
$$AC = l\sqrt{2}\,;\ \tan\alpha = \frac{2a}{l\sqrt{2}}$$

Áp dụng điều kiện cân bằng đối với trục quay B'D':

$$Mg\sin\alpha = mg\left(\frac{l\sqrt{2}}{2}\cos\alpha - h\sin\alpha\right)$$

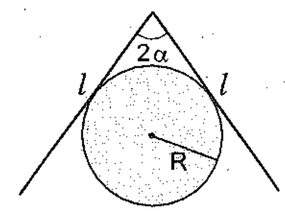
$$M = m\left(\frac{l\sqrt{2}}{2h}\cot\alpha - 1\right) = m\left(\frac{l\sqrt{2}.l\sqrt{2}}{2h.2a} - 1\right)$$

$$M = m\left(\frac{l^2}{2ha} - 1\right) \approx 4{,}7\text{ kg}$$



Hình 2.3

2.2. Người ta dùng băng dính dán hai cạnh của hai tấm các tông giống nhau hình vuông, để tạo thành một "bìa sách" rồi úp nó lên một khúc gỗ nhẵn, nằm ngang (Hình 2.4). Mỗi cạnh của tấm các tông dài $l = 40$cm, bán kính của khúc gỗ $R = \frac{l}{4}$. Hỏi khi cân bằng góc mở 2α của hai tấm bìa là bao nhiêu ?



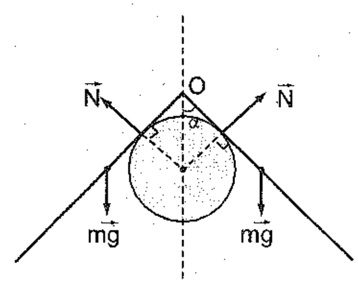
Hình 2.4

Giải

Gọi mg là trọng lượng của mỗi tấm các tông, N là phản lực của khúc gỗ lên mỗi tấm. Áp dụng điều kiện cân bằng thứ nhất cho cả "bìa sách" (Hình 2.5) :

$$Oy:\ 2mg - 2N\sin\alpha = 0 \qquad (1)$$

Xét riêng một tấm và chọn trục O để áp dụng điều kiện cân bằng thứ hai :



Hình 2.5

$$NR\cot\alpha - mg\sin\alpha.\frac{l}{2} = 0$$

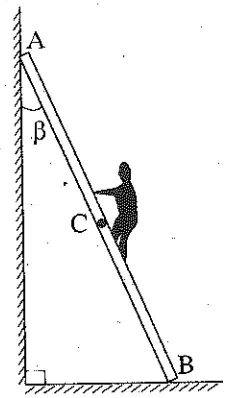
Thay $l = 4R$ vào ta được : $N\cot\alpha - 2mg\sin\alpha = 0$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra : $\cot^3\alpha + \cot\alpha - 2 = 0$

hay $$(\cot\alpha - 1)(\cot^2\alpha + \cot\alpha + 2) = 0 \quad (3)$$

Từ (3) suy ra $\cot\alpha = 1$ hay $\alpha = 45^o$. Vậy góc mở $2\alpha = 90^o$.

2.3. Một chiếc thang có khối lượng m và chiều dài l, đầu trên tựa vào tường thẳng đứng không có ma sát, đầu dưới đặt trên mặt đất, khối tâm C ở giữa thang. Thang làm với tường một góc β (Hình 2.6). Hệ số ma sát nghỉ giữa thang với mặt đất là μ_n. Một người có khối lượng M trèo lên thang. Hỏi với điều kiện nào về góc β thì thang vẫn đứng yên với bất kì vị trí nào của người trên thang ?



Hình 2.6

Giải

Hình 2.7 cho biết các lực tác dụng vào thang. Gọi x là khoảng cách từ chỗ người đứng đến đầu dưới B của thang.

Áp dụng điều kiện cân bằng thứ nhất :

$$Ox : N_A - F_{msn} = 0 \quad (1)$$

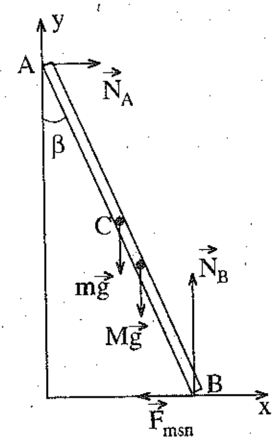
$$Oy : N_B - (M + m)g = 0 \quad (2)$$

Áp dụng điều kiện cân bằng thứ hai cho trục đi qua B :

$$N_A l\cos\beta - \left(\frac{1}{2}mgl\sin\beta + Mgx\sin\beta\right) = 0 \quad (3)$$

Giải hệ phương trình, ta được :

$$F_{msn} = \left(\frac{m}{2} + \frac{Mx}{l}\right)g\tan\beta$$



Hình 2.7

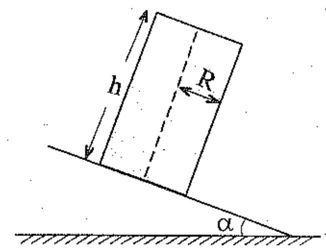
$$N_B = (M + m)g$$

Thang đứng yên nếu $F_{msn} \le \mu_n N_B$ với mọi x trong khoảng $(0, l)$, hay :

$$\tan\beta \le \left(\frac{M + m}{M + \frac{m}{2}}\right)\mu_n$$

PHẦN BÀI TẬP TỰ GIẢI

2.1. Một xilanh có đáy tròn, bán kính R và độ cao h. Xilanh được đặt trên một mặt phẳng mà ta có thể thay đổi góc nghiêng α so với phương ngang (Hình 2.8). Hệ số ma sát nghỉ giữa xilanh mà mặt phẳng nghiêng là μ. Lúc đầu góc α = 0.



Hình 2.8

Tìm điều kiện đối với h, R và μ để khi ta tăng dần góc α thì :

a) Xilanh đổ trước.

b) Xilanh trượt trước.

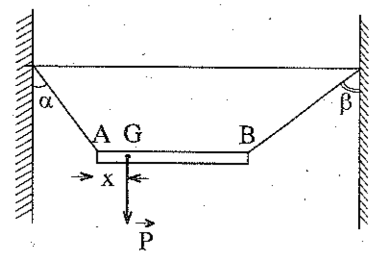
ĐS : a) $\mu > \frac{2R}{h}$; b) $\mu < \frac{2R}{h}$.

Gợi ý : Có hai cách giải :

Cách 1 : Dùng điều kiện cân bằng tổng quát.

Cách 2 : Dùng điều kiện để một vật có mặt chân đế không bị đổ.

2.2. Một thanh không đồng chất, trọng lượng P, được treo ở vị trí nằm ngang bởi hai dây không khối lượng (Hình 2.9).

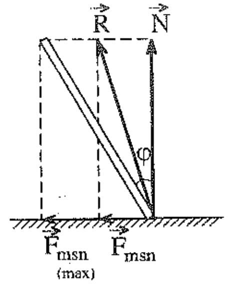


Hình 2.9

Một dây làm thành một góc $\alpha = 37^o$ với đường thẳng đứng, dây kia làm một góc $\beta = 53^o$ với đường thẳng đứng. Thanh AB dài l = 6,20 m. Tính khoảng cách x.

ĐS : 2,24 m.

2.3. Một chiếc thang đơn giản (có thể coi là một đoạn thẳng) có trọng lượng P và chiều dài $2l$, đặt tựa vào tường. Hệ số ma sát nghỉ giữa thang với sàn nằm ngang là μ_1, với tường là μ_2.



Hình 2.10

a) Hãy khảo sát các vị trí cân bằng của thang. Góc nhỏ nhất α mà thang làm với sàn bằng bao nhiêu ?

b) Áp dụng bằng số : $\mu_1 = 0{,}5$ và $\mu_2 = 0{,}34$.

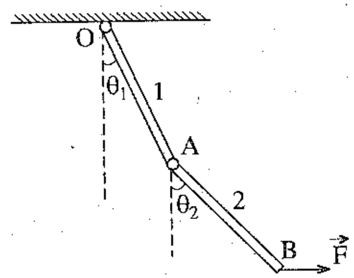
ĐS : a) $\tan\alpha \geq \dfrac{1-\mu_1\mu_2}{2\mu_1}$; b) $\alpha_{min} = 39{,}7^o$.

Gợi ý : Cách 1 : Dùng điều kiện cân bằng tổng quát.

Cách 2 : Dùng góc ma sát (Hình 2.10) :

$$\tan\alpha = \frac{F_{msn(max)}}{N} = \mu_n$$

2.4. Hai thanh cứng giống nhau dài l, khối lượng m, liên kết với nhau và với giá đỡ bằng các bản lề (Hình 2.11). Tác dụng một lực $\vec{F}$ không đổi theo phương ngang vào đầu B của thanh dưới. Hãy xác định các góc θ_1 và θ_2 khi hệ cân bằng.

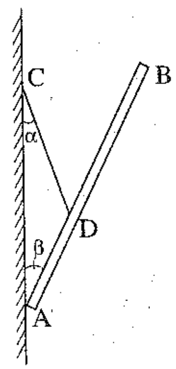


Hình 2.11

ĐS : $\tan\theta_1 = \dfrac{2F}{3mg}$; $\tan\theta_2 = \dfrac{2F}{mg}$.

Gợi ý : Gọi $\vec{R}_{12}$ là lực mà thanh 1 tác dụng lên thanh 2 và $\vec{R}_{21}$ là lực mà thanh 2 tác dụng lên thanh 1 qua bản lề A. Sau đó vận dụng điều kiện cân bằng cho mỗi thanh.

2.5. Một thanh AB đồng chất, tiết diện đều, dài l, khối lượng m, đầu dưới A dựa vào tường và được giữ ở tư thế nghiêng nhờ sợi dây (Hình 2.12). Dây được buộc vào tường tại điểm C và với thanh tại D. Cho $AD = \dfrac{1}{3}AB$, góc mà thanh hợp với tường là β, góc mà dây hợp với tường là α. Hãy tìm những giá trị của hệ số ma sát nghỉ giữa thanh và tường.



Hình 2.12

ĐS : Trường hợp 1 : F_{msn} hướng lên : $\mu \geq \dfrac{1}{3}\left(\dfrac{2}{\tan\beta} - \dfrac{1}{\tan\alpha}\right)$;

Trường hợp 2 : F_{msn} hướng xuống : $\mu \geq \dfrac{1}{3}\left(\dfrac{1}{\tan\alpha} - \dfrac{2}{\tan\beta}\right)$.

2.6. Một chiếc thang dài $l = 4$ m, có khối lượng m = 2 kg, tựa vào điểm B trên một bức tường nhẵn và vào điểm A trên mặt đất nhám. Hệ số ma sát $\mu_A = 0{,}4$. Khối tâm của thang nằm tại $\dfrac{1}{3}$ chiều dài của thang kể từ chân thang.

a) Hỏi góc nghiêng θ (so với phương ngang) tối thiểu bằng bao nhiêu để thang đứng yên ?

b) Thang nghiêng $\theta = 60^o$. Một người có khối lượng M = 70 kg trèo lên thang. Hỏi người ấy có thể trèo lên tới đâu ? Với giá trị nào của θ thì người ấy trèo lên được tới đỉnh thang ?

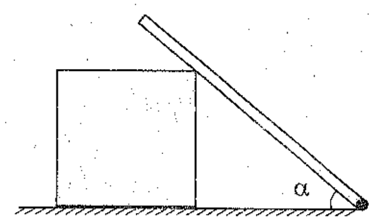
c) Kết quả của câu a) sẽ thay đổi thế nào nếu tường cũng nhám ? Xét trường hợp $\mu_B = \mu_A = 0{,}4$.

ĐS : a) $\theta \geq 40^o$;

b) $d_{max} = 3{,}13$ m ; nếu d = L thì $\theta \geq 65{,}2^o$;

c) $\theta \geq 29{,}5^o$.

2.7. Một khối lập phương nằm trên mặt phẳng nằm ngang. Người ta đặt một thanh lên nó, đầu dưới của thanh được gắn với mặt phẳng bằng một bản lề (Hình 2.13). Hỏi góc α giữa thanh và mặt phẳng có những giá trị nào thì hệ vật sẽ cân bằng nếu các hệ số ma sát nghỉ μ_1 và μ_2 giữa thanh và khối ; giữa khối và mặt phẳng thoả mãn hệ thức $\mu_1\mu_2 = 1$?



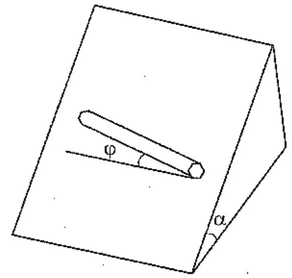
Hình 2.13

ĐS : Hệ cân bằng với mọi α.

2.8. Đặt một bút chì có sáu mặt bên lên một mặt bàn học sinh, nghiêng một góc $\alpha = 40^\circ$ so với phương ngang sao cho nó không trượt và cũng không lăn (Hình 2.14). Hỏi :

a) Hệ số ma sát nghỉ giữa mặt bàn và bút chì bằng bao nhiêu ?

b) Phải đặt bút chì nghiêng một góc φ so với phương ngang là bao nhiêu ?

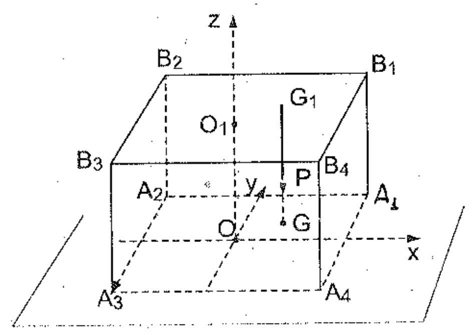


Hình 2.14

ĐS : a) $\mu = 0{,}84$; b) $\varphi \geq 46{,}5^\circ$

2.9. Hãy chứng minh bằng lí thuyết rằng, muốn cho một vật rắn chịu tác dụng của ba lực đứng cân bằng thì ba lực đó phải đồng phẳng và đồng quy.

2.10. Một chiếc bàn hình chữ nhật có các cạnh $B_1B_2 = B_3B_4 = 2a$ và $B_4B_1 = B_2B_3 = 2b$. Trên mặt bàn có đặt các trọng vật. Bàn có bốn chân thẳng đứng A_1B_1, A_2B_2, A_3B_3, A_4B_4, giống nhau, có trọng lượng không đáng kể. Gọi G_1 và P lần lượt là trọng tâm và trọng lượng của cả bàn lẫn tải ; G là hình chiếu của G_1 lên sàn. Chọn hệ trục tọa độ như ở Hình 2.15 thì G có tọa độ x, y $(-a \leq x \leq a ; -b \leq y \leq b)$.



Hình 2.15

Cho biết mặt bàn và sàn nhà đều cứng tuyệt đối còn bốn chân bàn thì chịu biến dạng theo phương thẳng đứng, tuân theo định luật Húc.

a) Hãy tìm các phản lực N_1, N_2, N_3, N_4 của sàn nhà lên bốn chân bàn.

b) Nếu G có tọa độ $x = \dfrac{a}{4}$ và $y = \dfrac{b}{4}$ thì các phản lực N bằng bao nhiêu ?

c) Nếu G có toạ độ $x = -\dfrac{3a}{4}x$ và $y = -\dfrac{3b}{4}$ thì các phản lực N bằng bao nhiêu ?

ĐS : a) $N_1 = \dfrac{P}{4}\left(1 + \dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{b}\right)$; $N_2 = \dfrac{P}{4}\left(1 - \dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{b}\right)$;

$N_3 = \dfrac{P}{4}\left(1 - \dfrac{x}{a} - \dfrac{y}{b}\right)$; $N_4 = \dfrac{P}{4}\left(1 + \dfrac{x}{a} - \dfrac{y}{b}\right)$;

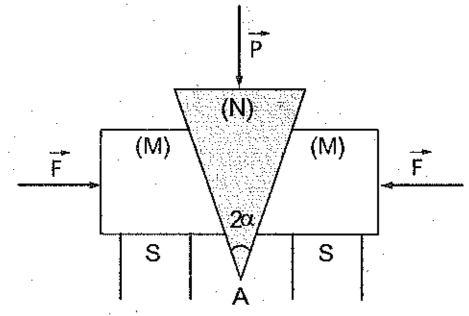
b) $N_1 = \dfrac{3P}{8}$; $N_2 = N_4 = \dfrac{P}{4}$; $N_3 = \dfrac{P}{8}$.

c) $N_1 = -\dfrac{P}{8}$; $N_2 = N_4 = \dfrac{P}{4}$; $N_3 = \dfrac{5P}{8}$

Gợi ý : Đây là bài toán siêu tĩnh. Muốn giải được bài toán này, thì kiến thức tĩnh học là không đủ mà còn cần đến kiến thức về biến dạng nữa.

2.11. Nêm là một miếng thép có tiết diện hình tam giác cân. Để hiểu được tác dụng của nêm trong việc bổ củi ta xét bài toán sau đây :

Hai miếng gỗ (M) giống nhau, gọi là hàm, được đặt trên hai giá đỡ cố định, phẳng (S) và chịu tác dụng của chiếc nêm (N) có góc ở đỉnh là 2α. Nêm chịu tác dụng của một lực $\vec{P}$ thẳng đứng hướng vào đỉnh A, còn hai miếng gỗ thì chịu hai lực nằm ngang $\vec{F}$ (Hình 2.16).



Hình 2.16

Coi $\vec{P}$ là lực tác dụng, còn $\vec{F}$ là lực giữ. Hỏi $\vec{P}$ phải có giá trị tối thiểu bằng bao nhiêu để nêm ngập sâu vào được giữa hai miếng hàm ?

Cho biết hệ số ma sát nghỉ giữa (N) và (M) là μ_1, giữa (S) và (M) là μ_2.

ĐS : $P \geq 2F\left(\dfrac{\tan(\alpha + \varphi_1)}{1 - \tan\varphi_2 \tan(\alpha + \varphi_1)}\right)$;

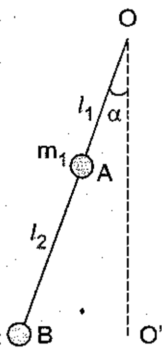
với φ là góc ma sát.

2.12. Một thanh cứng có khối lượng không đáng kể, có khớp nối ở O để thanh có thể quay quanh O. Trên thanh có gắn hai quả cầu nhỏ, khối lượng m_1 và m_2. Khoảng cách $OA = l_1$, $OB = l_2$ (Hình 2.17).

Cho thanh quay đều quanh trục thẳng đứng OO′ với tốc độ góc ω. Hãy tính :

a) Góc lệch α của thanh khỏi phương thẳng đứng.

b) Góc β hợp bởi phương thẳng đứng với lực mà thanh tác dụng lên mỗi quả cầu. So sánh β_1 và β_2 với α.



Hình 2.17

ĐS : a) $\cos\alpha = \dfrac{g(m_1l_1 + m_2l_2)}{\omega^2(m_1l_1^2 + m_2l_2^2)}$; b) $\beta_1 < \alpha$; $\beta_2 > \alpha$.

Chủ đề 3

HỆ NHIỀU HẠT. CHUYỂN ĐỘNG CỦA CÁC HÀNH TINH, VỆ TINH. HỆ CÓ KHỐI LƯỢNG BIẾN THIÊN

PHẦN LÍ THUYẾT

A- HỆ NHIỀU HẠT

I – VÍ DỤ VỀ HỆ NHIỀU HẠT

1. Mỗi vật rắn là một hệ nhiều hạt. Ở ví dụ này, khái niệm hạt (hay chất điểm) được dùng để chỉ những phần tử vật chất rất nhỏ liên kết chặt chẽ với nhau tạo nên vật rắn.

2. Hai hoặc ba vật va chạm với nhau mà ta đã xét ở chủ đề 1 hợp thành một hệ nhiều hạt. Ở ví dụ này, khái niệm hạt được dùng để chỉ những vật chuyển động tịnh tiến giống như khối lượng của vật tập trung tại một điểm của vật.

3. Hệ "Trái Đất – vệ tinh" hay hệ "Mặt Trời – Trái Đất". Ở ví dụ này, khái niệm hạt được dùng để chỉ những vật có kích thước rất nhỏ so với khoảng cách giữa các vật trong hệ.

II – CHUYỂN ĐỘNG CỦA MỘT HỆ HẠT

1. Khối tâm của một hệ hạt

Khi nghiên cứu chuyển động của nhiều hệ hạt khác nhau, người ta phát hiện ra mỗi hệ hạt đều có một điểm đặc biệt gọi là khối tâm của hệ, kí hiệu là G. Trong trường trọng lực là trường đều, khối tâm trùng với trọng tâm của hệ, nhưng trong

trường hấp dẫn là trường không đều thì hai điểm này không trùng nhau. Khối tâm có vai trò quan trọng trong việc miêu tả chuyển động của một hệ. Chuyển động của các hệ khác nhau hình như rất khác nhau, nhưng thực ra chúng đều có một số tính chất chung, quan trọng. Khối tâm giúp ta làm sáng tỏ những tính chất đó.

Vị trí của khối tâm của một hệ hạt bất kì được xác định bằng công thức :

$$\vec{r}_G = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + ...}{m_1 + m_2 + ...} = \frac{\sum m_i\vec{r}_i}{m} \qquad (3.1)$$

hay dưới dạng đại số :

$$\begin{cases} x_G = \dfrac{\sum m_i x_i}{m} \\ y_G = \dfrac{\sum m_i y_i}{m} \end{cases} \qquad (3.2)$$

trong đó, m_i và $\vec{r}_i$ là khối lượng và vectơ vị trí của hạt thứ i, m là khối lượng của cả hệ, còn $\vec{r}_G$ là vectơ vị trí của khối tâm.

2. Động lượng của hệ hạt

Đạo hàm phương trình (3.1) theo thời gian, ta được :

$$m\frac{d\vec{r}_G}{dt} = m_1\frac{d\vec{r}_1}{dt} + m_2\frac{d\vec{r}_2}{dt} + \cdots$$

$$m\vec{v}_G = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + \cdots \qquad (3.3)$$

Vế phải của phương trình trên là động lượng toàn phần của hệ, nên ta được :

$$\vec{p}_{hệ} = m\vec{v}_G \qquad (3.4)$$

3. Định luật II Niu-tơn áp dụng cho hệ

Lấy đạo hàm theo thời gian hai vế của phương trình (3.3) ta được :

$$m\vec{a}_G = m_1\vec{a}_1 + m_2\vec{a}_2 + m_3\vec{a}_3 + \cdots$$

Giả sử mỗi hạt chịu tác dụng của một ngoại lực và của những lực do các hạt khác trong hệ.

Áp dụng định luật II Niu-tơn cho từng hạt, ta có :

Hạt 1 : $m_1\vec{a}_1 = \vec{F}_1 + \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31} + \cdots$

Hạt 2 : $m_2 a_2 = \vec{F}_2 + \vec{F}_{12} + \vec{F}_{32} + \cdots$

....

Từ đó ta suy ra : $m\vec{a}_G = \sum \vec{F}_{(\text{ngoại lực})} + \sum \vec{F}_{(\text{nội lực})}$

Vì các nội lực xuất hiện từng cặp trực đối nhau $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$ hay $\vec{F}_{12} + \vec{F}_{21} = \vec{0}$ nên $\sum \vec{F}_{(\text{nội lực})} = \vec{0}$.

Cuối cùng ta được : $\sum \vec{F}_{(\text{ngoại lực})} = m\vec{a}_G$ (3.5)

hay $\sum \vec{F}_{(\text{ngoại lực})} = \dfrac{d\vec{p}_{\text{hệ}}}{dt}$ (3.6)

4. Định luật bảo toàn động lượng

Theo công thức (3.6) nếu :

$$\sum \vec{F}_{(\text{ngoại lực})} = \vec{0} \text{ thì } \vec{a}_G = \vec{0} \text{ và } \vec{p}_{\text{hệ}} = m\vec{v}_G = \text{const}$$

Như vậy, đối với một hệ kín và cô lập thì :

– Khối tâm của hệ hoặc đứng yên hoặc chuyển động thẳng đều.

– Động lượng của từng hạt có thể thay đổi do tác dụng của các hạt khác lên nó nhưng *động lượng toàn phần của hệ là một đại lượng bảo toàn.*

5. Hệ quy chiếu khối tâm

a) Định nghĩa : HQC khối tâm là HQC có gốc tọa độ ở khối tâm của hệ và trục tọa độ có hướng không đổi.

b) Tính chất

Trong HQC khối tâm, động lượng toàn phần của hệ hạt bằng không 0 :

$$\sum m_i \vec{v}_{iG} = \vec{0}$$

HQC khối tâm của một hệ kín và cô lập là HQC quán tính (vì $\vec{a}_G = \vec{0}$).

III – TRƯỜNG HỢP HỆ HAI HẠT

1. Chọn gốc tọa độ tại khối tâm. Khi ấy công thức (3.1) trở thành :

$$m_1\vec{r}_{1G} + m_2\vec{r}_{2G} = \vec{0} \Rightarrow \vec{r}_{1G} = -\frac{m_2}{m_1}\vec{r}_{2G} \quad (3.7)$$

Công thức (3.7) cho thấy, vectơ $\vec{r}_{1G}$ cùng phương, ngược chiều với vectơ $\vec{r}_{2G}$. Nói một cách khác, *khối tâm của hệ hai hạt nằm trên đoạn thẳng nối hai hạt.*

Nếu một hạt có khối lượng rất lớn so với hạt kia, ví dụ nếu $m_1 \gg m_2$ thì theo công thức (3.7) $\vec{r}_{1G} \approx \vec{0}$. Khi ấy khối tâm của hệ nằm ở sát hạt 1.

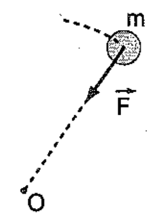
Từ đó suy ra, khối tâm của hệ "Mặt Trời – Trái Đất" coi như trùng với tâm Mặt Trời ; khối tâm của hệ "Trái Đất – vệ tinh" coi như trùng với tâm Trái Đất.

2. Đối với hệ "Mặt Trời – Trái Đất" ta coi Mặt Trời là đứng yên, còn Trái Đất chuyển động quanh Mặt Trời. Đối với hệ "Trái Đất – Vệ tinh", ta coi Trái Đất là đứng yên còn vệ tinh chuyển động quanh Trái Đất.

B- LỰC XUYÊN TÂM VÀ CHUYỂN ĐỘNG CỦA CÁC HÀNH TINH, VỆ TINH

I – LỰC XUYÊN TÂM

1. Khi một vật chuyển động dưới tác dụng của lực luôn luôn hướng về một tâm xác định nào đó thì ta nói rằng vật chuyển động dưới tác dụng của lực xuyên tâm (Hình 3.1).



Hình 3.1

2. Ví dụ

– Vệ tinh nhân tạo chuyển động quanh Trái Đất dưới tác dụng của lực hấp dẫn của Trái Đất. Lực này luôn luôn hướng về tâm Trái Đất (coi như đứng yên trong hệ "Trái đất – vệ tinh".

– Các hành tinh (Trái Đất, sao Hỏa, sao Kim...) chuyển động quanh Mặt Trời dưới tác dụng của lực hấp dẫn của Mặt Trời. Lực này luôn luôn hướng về tâm Mặt Trời (coi như đứng yên trong hệ "Mặt Trời – Hành tinh).

II – BA ĐỊNH LUẬT KÊ-PLE VỀ CHUYỂN ĐỘNG CỦA CÁC HÀNH TINH

Bra-hê người Đan Mạch (1546 – 1601), là nhà thiên văn cuối cùng đã tiến hành quan sát chuyển động của các hành tinh mà không có sự giúp đỡ của kính thiên văn. Ông đã thu nhập được những số liệu liên quan đến vị trí các hành tinh và chuyển động của chúng trong không gian.

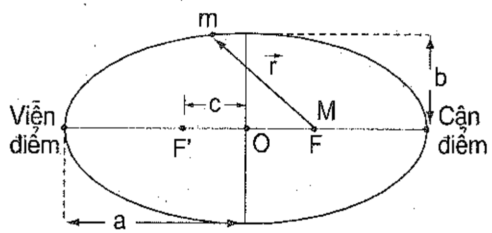
Nhà thiên văn người Đức Kê-ple (1571 – 1630) dựa vào số liệu quan sát của Bra-hê mà suy ra được ba định luật có tính chất kinh nghiệm về chuyển động của các hành tinh quanh Mặt Trời.

Sau này, nhà vật lí người Anh Niu-tơn (1642 – 1727) chỉ ra rằng, các định luật Kê-ple có thể suy ra từ định luật vạn vật hấp dẫn của ông.

1. Định luật về quỹ đạo

Mọi hành tinh đều chuyển động trên những quỹ đạo elip mà Mặt Trời là một trong hai tiêu điểm.

Hình 3.2 cho biết quỹ đạo elip của một hành tinh có khối lượng m chuyển động quanh Mặt Trời có khối lượng M nằm tại tiêu điểm F.



Hình 3.2

Những đại lượng đặc trưng cho quỹ đạo elip là bán trục lớn a và tâm sai e.

Tâm sai $e = \dfrac{c}{a}$ có giá trị nằm trong khoảng $0 < e < 1$.

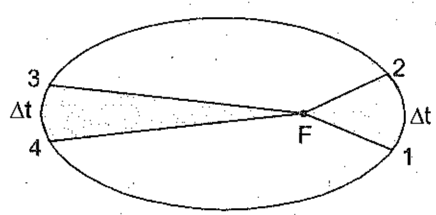
Quỹ đạo tròn có $e = 0$. Quỹ đạo của các hành tinh gần như tròn vì có $e \ll 1$. Ví dụ, quỹ đạo của Trái Đất có $e = 0{,}0167$.

Quỹ đạo của các sao chổi là những elip rất dẹt. Ví dụ, quỹ đạo của sao chổi Ha-lây có $e = 0{,}97$ thì gần như là một đoạn thẳng.

2. Định luật về diện tích quét

Mỗi hành tinh chuyển động sao cho vectơ bán kính nối Mặt Trời với hành tinh quét những diện tích bằng nhau trong những khoảng thời gian bằng nhau (Hình 3.3).

Một cách định tính, định luật này nói rằng hành tinh chuyển động chậm dần khi ra xa Mặt Trời và chuyển động nhanh dần khi lại gần Mặt Trời.



Hình 3.3

3. Định luật về chu kì quay

Bình phương của chu kì quay của hành tinh bất kì tỉ lệ với lập phương bán trục lớn :

$$\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 = \left(\frac{a_1}{a_2}\right)^3 \qquad (3.8)$$

Các định luật Kê-ple cũng áp dụng được cho các vệ tinh chuyển động xung quanh Trái Đất hoặc xung quanh một hành tinh khác.

III – CÁC ĐỊNH LUẬT CƠ HỌC CHI PHỐI CHUYỂN ĐỘNG CÁC HÀNH TINH, VỆ TINH

1. Định luật II Niu-tơn : $\vec{F} = m\vec{a}$ (3.9)

2. Định luật vạn vật hấp dẫn : $F_{hd} = -\dfrac{GMm}{r^2}$ (3.10)

Dấu (–) chỉ rằng vectơ $\vec{F}$ luôn ngược chiều với vectơ $\vec{r}$.

3. Định luật bảo toàn cơ năng

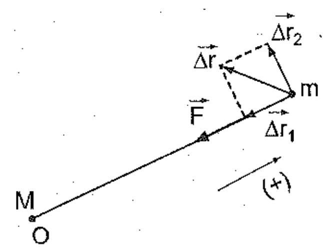
a) Thế năng hấp dẫn

Thế năng hấp dẫn của hệ hai hạt như hệ "Mặt Trời – hành tinh" hay hệ "Trái đất – vệ tinh" là :

$$W_t = -\frac{GMm}{r} \qquad (3.10a)$$

với mốc thế năng ở vô cùng, vì ở đó lực hấp dẫn giữa hai hạt bằng 0.

Dựa vào mối liên hệ giữa công của lực thế và độ biến thiên thế năng $A = \vec{F}.\Delta\vec{r} = -\Delta W_t$ và công thức (3.10a) ta có thể tìm lại được công thức của lực hấp dẫn. Thật vậy, ta phân tích vectơ độ dời $\Delta\vec{r}$ thành hai thành phần : thành phần $\Delta\vec{r_1}$ theo phương của vectơ $\vec{F}$ và thành phần $\Delta\vec{r_2}$ vuông góc với phương của vectơ $\vec{F}$ (Hình 3.4). Khi ấy công A được viết lại thành :



Hình 3.4

$$A = \vec{F}.\Delta\vec{r_1} = -\Delta W_t$$

hay $\qquad F\Delta r = -\Delta W_t \Rightarrow F = -\dfrac{\Delta W_t}{\Delta r}$

Khi $\qquad \Delta r \to 0$ thì $F = -\dfrac{d}{dr}W_t = -\dfrac{d}{dr}\left(-\dfrac{GMm}{r}\right)$.

Phép tính đạo hàm cho ta $F = -\dfrac{GMm}{r^2}$.

b) Định luật bảo toàn cơ năng

Chuyển động của một hạt dưới tác dụng của lực xuyên tâm tuân theo định luật bảo toàn cơ năng.

Trong trường hợp đối với một vệ tinh chuyển động quanh Trái Đất, định luật bảo toàn cơ năng được viết như sau :

$$W = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{r} = \text{const} \qquad (3.11)$$

c) Người ta đã chứng minh được rằng nếu cơ năng của vật :

W < 0 thì quỹ đạo của vật là đường tròn hoặc elip.

W = 0 thì quỹ đạo của vật là đường parabol.

W > 0 thì quỹ đạo của vật là đường hypebol.

4. Định luật bảo toàn momen động lượng

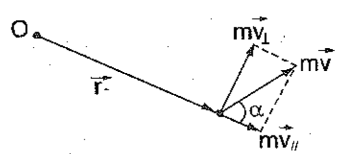
Xét chuyển động của một hạt dưới tác dụng của lực xuyên tâm hướng vào điểm cố định O.

a) Momen động lượng : Momen động lượng đối với tâm O của một hạt có động lượng $\vec{p}$ là một đại lượng vectơ, kí hiệu là $\vec{L}$, được xác định bằng một tích có hướng của hai vectơ như sau :

$$\vec{L} = \vec{r} \wedge \vec{p} = \vec{r} \wedge m\vec{v} \qquad (3.12a)$$

Về độ lớn ta có :

$$L = rmv\sin\alpha = mrv_{\perp} \qquad (3.12b)$$



Hình 3.5

trong đó α là góc giữa hai vectơ $\vec{r}$ và $m\vec{v}$, còn $mv_{\perp}$ là thành phần của $m\vec{v}$ vuông góc với $\vec{r}$ (Hình 3.5).

b) Mối liên hệ giữa momen động lượng và momen lực

Lấy đạo hàm $\dfrac{d\vec{L}}{dt}$ ta được : $\dfrac{d\vec{L}}{dt} = \vec{r} \wedge m\dfrac{d\vec{v}}{dt} + \dfrac{d\vec{r}}{dt} \wedge m\vec{v}$.

trong đó $\dfrac{d\vec{r}}{dt} \wedge m\vec{v} = \vec{v} \wedge m\vec{v} = 0$, còn $\vec{r} \wedge m\dfrac{d\vec{v}}{dt} = \vec{r} \wedge \vec{F}$ theo định nghĩa là momen của lực $\vec{F}$ đối với tâm O.

Cuối cùng ta được : $\vec{M} = \dfrac{d\vec{L}}{dt} \qquad (3.13)$

c) Định luật bảo toàn momen động lượng

Vì momen của lực xuyên tâm $\vec{F}$ đối với tâm O luôn luôn bằng 0 nên :

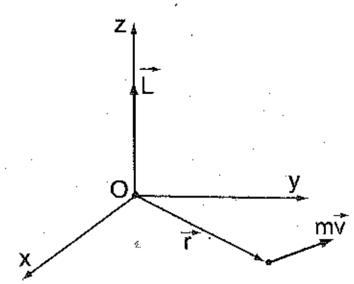
$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{0} \text{ hay } \vec{L} = \text{const}$$

Như vậy, *chuyển động của một hạt dưới tác dụng của lực xuyên tâm tuân theo định luật bảo toàn momen động lượng.*

d) Hệ quả

Theo tính chất của tích có hướng của hai vectơ thì vectơ $\vec{r}$ luôn luôn vuông góc với vectơ $\vec{L}$ không đổi nên *quỹ đạo của hạt hoàn toàn nằm trong mặt phẳng đi qua O và vuông góc với vectơ $\vec{L}$* (Hình 3.6).

Định luật bảo toàn momen động lượng là định luật bảo toàn thứ ba của cơ học chất điểm ngoài định luật bảo toàn động lượng và định luật bảo toàn cơ năng đã biết.



Hình 3.6

IV– VẬN DỤNG CÁC ĐỊNH LUẬT CƠ HỌC VÀO CHUYỂN ĐỘNG CỦA HÀNH TINH, VỆ TINH

1. Trường hợp quỹ đạo là đường tròn

a) Áp dụng định luật bảo toàn momen động lượng ta được :

$$Rmv = \text{const} \Rightarrow v = \text{const}$$

Suy ra vệ tinh chuyển động tròn đều quanh Trái Đất.

b) Vì lực hấp dẫn đóng vai trò là lực hướng tâm, nên ta có :

$$\frac{mv^2}{R} = \frac{GMm}{R^2} \Rightarrow mv^2 = \frac{GMm}{R} \Rightarrow \begin{cases} W_d = -\dfrac{1}{2}W_t & (3.14) \\ W = \dfrac{1}{2}W_t(<0) & (3.15) \end{cases}$$

Suy ra, cơ năng của vệ tinh luôn luôn âm và bằng nửa thế năng của nó.

c) Thay $v = \omega R = \frac{2\pi}{T}R$ vào công thức (3.14) ta được :

$$m\left(\frac{4\pi^2}{T^2}\right)R = \frac{GMm}{R^2} \Rightarrow \frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{GM} = \text{const} \qquad (3.16)$$

2. Trường hợp quỹ đạo chuyển động là elip

a) Áp dụng định luật bảo toàn momen động lượng cho cận điểm và viễn điểm, ta được : $v_1r_1 = v_2r_2$ (3.17a)

(cận điểm) (viễn điểm)

b) Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng cho cận điểm và viễn điểm ta được :

$$\frac{mv_1^2}{2} - \frac{GMm}{r_1} = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{GMm}{r_2} \qquad (3.17b)$$

c) Thay (3.17a) vào 3.17b ta được :

$$\frac{v_2^2}{2}\left(\frac{r_2^2}{r_1^2} - 1\right) = GM\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) \Rightarrow \frac{v_2^2}{2} = \frac{GMr_1}{r_2(r_1 + r_2)}$$

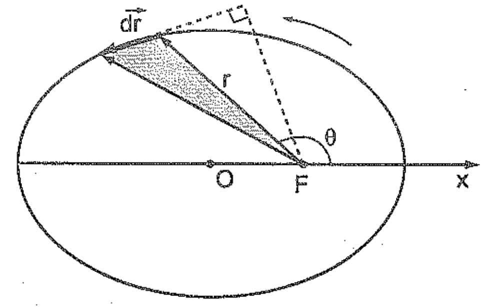
$$W = -\frac{GMm}{r_2} + \frac{mv_2^2}{2} = -\frac{GMm}{r_2} + m\frac{GMr_1}{r_2(r_1 + r_2)} = \frac{-GMm}{(r_1 + r_2)}$$

Cuối cùng ta được : $W = -\frac{GMm}{2a}$ (3.18)

d) Công thức (3.16) vẫn đúng cho quỹ đạo elip miễn là ta thay bán kính R bằng bán trục lớn a.

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM} = \text{const} \qquad (3.19)$$

Công thức (3.19) diễn tả định luật III Kê-ple.



Hình 3.7

e) Áp dụng định luật bảo toàn momen động lượng vào vị trí bất kì của hành tinh trên quỹ đạo elip (Hình 3.7) ta được :

$$L = m\,v\,r\sin(\vec{r}, \vec{v}) = \text{const}$$

Mặt khác, diện tích dS mà vectơ $\vec{r}$ quét được trong thời gian dt là :

$$dS = \frac{1}{2}r\,dr\sin(\vec{r}, d\vec{r})$$

Suy ra :

$$\frac{dS}{dt} = \frac{rv\sin(\vec{r}, d\vec{r})}{2} = \frac{L}{2m} = \text{const} \qquad (3.20)$$

Công thức (3.20) diễn tả định luật II Kê-ple.

3. Tốc độ vũ trụ

a) Tốc độ vũ trụ cấp I là tốc độ ném ngang cần truyền cho một vật như vệ tinh để nó chuyển động tròn đều quanh Trái Đất.

Giả sử vệ tinh khối lượng m, bay trên quỹ đạo ở độ cao h so với mặt đất :

$$F_{hd} = F_{ht} \Rightarrow \frac{GmM}{(R+h)^2} = \frac{mv^2}{R+h} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$$

Đối với các vệ tinh nhân tạo được phóng ở gần mặt đất $(h \ll R)$, ta có :

$v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$. Thay $g = \frac{GM}{R^2}$ vào ta được :

$$v = \sqrt{gR} = \sqrt{9{,}8.6{,}4.10^6} = 7{,}9 \text{ km/s}$$

Vậy tốc độ vũ trụ cấp I là $v_I = 7{,}9$ km/s.

b) Tốc độ vũ trụ cấp II là tốc độ tối thiểu cần truyền cho một vật như trạm thăm dò vũ trụ để nó thắng được lực hút của Trái Đất và bay vòng quanh Mặt Trời. Muốn thế thì vật phải chuyển động theo quỹ đạo parabol (quỹ đạo hở) mà tâm Trái Đất là tiêu điểm còn điểm phóng vật là cận điểm.

$$W = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{R} = 0 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = v_I\sqrt{2} = 11{,}2 \text{ km/s}$$

Vậy tốc độ vũ trụ cấp II là $v_{II} = 11{,}2$ km/s.

Tốc độ vũ trụ cấp III là tốc độ cần thiết phải truyền cho một vật ở trên mặt đất để nó thoát khỏi hệ Mặt Trời, $v_{III} = 16{,}7$ km/s.

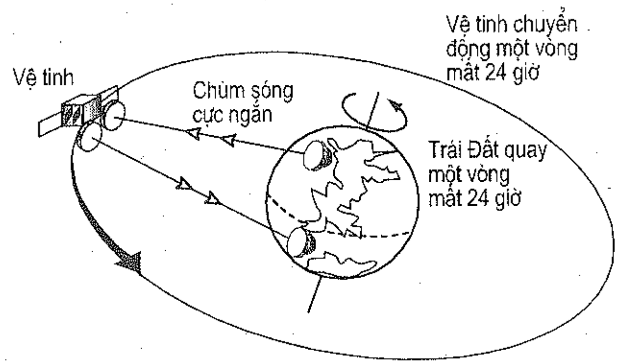
4. Vệ tinh thông tin

Người ta dùng những vệ tinh đứng yên trong HQC quay của Trái Đất (vệ tinh địa tĩnh) làm vệ tinh thông tin. Trong HQC này, vệ tinh chịu hai lực : lực hấp dẫn và lực li tâm. Muốn cho hai lực này cân bằng nhau thì vệ tinh thông tin phải ở trên quỹ đạo nằm trong mặt phẳng của xích đạo và ở độ cao cách tâm Trái Đất 42 000 km.

Thật vậy : $\dfrac{GM_{TĐ}m_{VT}}{r^2} = mr\omega^2 \Rightarrow r^3 = \dfrac{GM_{TĐ}T^2}{4\pi^2}$

Thay số vào ta được r = 42 000 km.

Vì các vệ tinh địa tĩnh ở rất cao so với bầu khí quyển nên chúng không bị sức cản của không khí và có thể ở mãi trên quỹ đạo. Và vì chúng đứng yên đối với Trái Đất, nên từ một máy phát đặt trên mặt đất có thể phát một chùm sóng vô tuyến cực ngắn luôn luôn hướng tới vệ tinh. Vệ tinh tách chùm sóng và phát sóng thứ hai về trạm thu trên mặt đất (Hình 3.8).



Hình 3.8

C- HỆ CÓ KHỐI LƯỢNG BIẾN THIÊN, CHUYỂN ĐỘNG CỦA TÊN LỬA

I – HỆ CÓ KHỐI LƯỢNG BIẾN THIÊN

1. Định nghĩa

Có những hệ không chỉ trao đổi năng lượng với bên ngoài mà còn trao đổi cả vật chất nữa. Những hệ đó có khối lượng biến thiên theo thời gian và gọi là hệ mở.

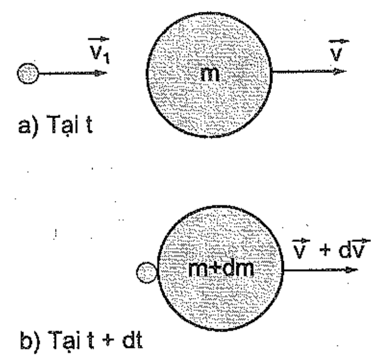
2. Phương pháp nghiên cứu

Để nghiên cứu hệ có khối lượng biến thiên, ta phải quy về hệ có khối lượng không biến thiên vì ta đã biết những định luật cơ bản áp dụng cho hệ này. Bằng cách đó, ta thiết lập được các định luật áp dụng riêng cho hệ mở.

II – ĐỊNH LUẬT II NIU-TƠN ÁP DỤNG CHO HỆ CÓ KHỐI LƯỢNG BIẾN THIÊN

1. Thiết lập định luật

Ta hãy xét chuyển động của hệ trong HQC quán tính. Giả sử tại thời điểm t, hệ có khối lượng m, đang chuyển động với vận tốc $\vec{v}$. Ngoài ra còn có một khối lượng rất nhỏ dm chuyển động với vận tốc $\vec{v}_1$ đến sát nhập vào hệ (Hình 3.9a).



Hình 3.9

Sau khoảng thời gian rất nhỏ dt, khối lượng của hệ biến thiên từ m đến m + dm, còn vận tốc của hệ biến thiên từ $\vec{v}$ đến $\vec{v} + d\vec{v}$ (Hình 3.9b)

Bây giờ ta xét hệ gồm m và dm. Hệ này có khối lượng không biến thiên. Trong khoảng thời gian dt, động lượng của hệ biến thiên một lượng $d\vec{p}$.

$$d\vec{p} = (m + dm).(\vec{v} + d\vec{v}) - (m\vec{v} + dm.\vec{v}_1)$$

$$d\vec{p} = m\vec{v} + md\vec{v} + \vec{v}dm + dm\,d\vec{v} - m\vec{v} - \vec{v}_1dm$$

$$d\vec{p} = md\vec{v} + dm(\vec{v} - \vec{v}_1)$$

Áp dụng định luật II Niu-tơn dưới dạng tổng quát cho hệ m + dm :

$$\sum\vec{F}_{ex} = \frac{d\vec{p}}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt} + (\vec{v} - \vec{v}_1)\frac{dm}{dt}$$

Suy ra : $$m_t\vec{a} = \sum\vec{F}_{ex} + \frac{dm}{dt}\vec{u} \qquad (3.21)$$

Trong đó $\vec{u} = \vec{v}_1 - \vec{v}$ là vận tốc tương đối của dm so với m. Công thức (3.21) gọi là định luật II Niu-tơn áp dụng cho hệ có khối lượng biến thiên theo thời gian.

2. Nhận xét

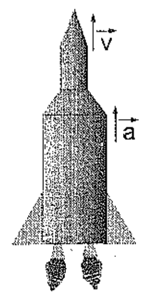
a) $\frac{dm}{dt}\vec{u}$ có thứ nguyên của lực, đó là lực do dm tác dụng vào m khi sát nhập vào m hay khi tách ra khỏi m.

b) Lực $\frac{dm}{dt}\vec{u}$ phụ thuộc vào hai yếu tố :

- $\frac{dm}{dt}$ là tốc độ truyền khối lượng cho m hay tốc độ tách khối lượng ra khỏi m.
- $\vec{u}$ là vận tốc tương đối của dm so với m.

III – CHUYỂN ĐỘNG CỦA TÊN LỬA VÀ MÁY BAY PHẢN LỰC

1. Tên lửa (Hình 3.10) : Tên lửa là một hệ có khối lượng giảm dần do nhiên liệu bị đốt cháy thành khí phụt ra ngoài $(dm < 0)$. Các ngoại lực tác dụng vào tên lửa là trọng lực và lực cản của không khí.



Hình 3.10

2. Lực đẩy tên lửa

Lực $\frac{dm}{dt}\vec{u}$ là lực đẩy tên lửa.

Gọi μ là khối lượng khí đốt phụt ra trong mỗi giây, hay tốc độ tiêu thụ nhiên liệu : $\mu = -\frac{dm}{dt}$ (vì $\mu = 0$). (3.22)

Khi ấy lực đẩy tên lửa có dạng : $\vec{F}_d = -\mu\vec{u}$ (3.23)

3. Định luật chuyển động của tên lửa

$$m_t\vec{a} = m_t\vec{g} + \vec{F}_c - \mu\vec{u} \quad (3.24)$$

trong đó $\vec{u}$ là vận tốc của khí đốt phụt ra so với tên lửa.

4. Máy bay phản lực : Máy bay phản lực là một hệ có khối lượng biến thiên do nó trao đổi không khí với bên ngoài. Nó hút không khí từ bên ngoài vào để đốt cháy nhiên liệu. Khí đốt sinh ra lại thoát ra ngoài. Không khí hút vào gây ra lực cản, còn khí phụt ra (bao gồm cả nhiên liệu bị đốt cháy thành khí) gây ra lực đẩy.

$$m\vec{a} = \sum\vec{F}_{ex} - (\mu_{kk} + \mu_{nl})\vec{u}_{ra} + \mu_{kk}\vec{u}_{vào} \quad (3.25)$$

PHẦN BÀI TẬP VÍ DỤ

BÀI TẬP VÍ DỤ CHO MỤC A VÀ B

3.1. Một vệ tinh nhân tạo của Trái Đất chuyển động theo quỹ đạo tròn ở độ cao $h = 230$ km, có chu kì $T = 89$ ph. Tính khối lượng M của Trái Đất. Cho biết $R_{TĐ} = 6,37.10^6$ m ; $G = 6,67.10^{-11}$ N.m^2/kg^2.

Giải

Bán kính quỹ đạo $r = R_{TĐ} + h = 6,37.10^6 + 0,23.10^6 = 6,60.10^6$ m.

$$F_{hd} = F_{ht} \Rightarrow \frac{GMm}{r^2} = m\omega^2 r = m\frac{4\pi^2 r}{T^2}$$

Suy ra : $$M = \frac{4\pi^2}{T^2}.\frac{r^3}{G} = \frac{4\pi^2}{(89.60)^2}.\frac{(6,60.10^6)^3}{6,67.10^{-11}}$$

$$= 5,96.10^{24} \approx 6,0.10^{24} \text{ kg}$$

Chú ý : Bằng cách này ta có thể tính được khối lượng của Mặt Trời nếu biết chu kì và bán kính quỹ đạo của Trái Đất (coi là tròn).

3.2. Trái Đất có khoảng cách trung bình đến Mặt Trời là $r_1 = 1,50.10^8$ km. Sao Hải Vương có khoảng cách trung bình đến Mặt Trời là $r_2 = 4,5.10^9$ km. Hỏi một năm trên hành tinh này bằng bao nhiêu năm trên Trái Đất ?

Giải

Áp dụng định luật III Kê-ple, ta có :

$$\frac{T_1^2}{r_1^3} = \frac{T_2^2}{r_2^3} \Rightarrow T_2 = T_1\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^{3/2}$$

$$T_2 = 1\left(\frac{45}{1,5}\right)^{3/2} = 165 \text{ năm trên Trái Đất}$$

3.3. Một hành tinh, khối lượng m, chuyển động theo quỹ đạo elip quanh Mặt Trời. Khoảng cách nhỏ nhất và lớn nhất từ Mặt Trời đến hành tinh lần lượt là r_1 và r_2. Tìm momen động lượng của hành tinh đối với tâm Mặt Trời.

Giải

Áp dụng định luật bảo toàn momen động lượng và định luật bảo toàn cơ năng cho cận điểm và viễn điểm, ta có :

$$v_1 r_1 = v_2 r_2 \qquad (1)$$

$$-\frac{GMm}{r_1} + \frac{1}{2}mv_1^2 = -\frac{GMm}{r_2} + \frac{1}{2}mv_2^2 \qquad (2)$$

Từ (1) và (2) ta suy ra :

$$v_1^2 - v_1^2\frac{r_1^2}{r_2^2} = 2GM\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

$$\Rightarrow v_1^2\left(\frac{r_2^2 - r_1^2}{r_2^2}\right) = 2GM\left(\frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2}\right) \Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{2GMr_2}{r_1(r_2 + r_1)}}$$

$$\Rightarrow L = r_1 m v_1 = m\sqrt{\frac{2GM\,r_1 r_2}{r_1 + r_2}}$$

3.4. Sao chổi Ha-lây có chu kì $T = 76$ năm và vào năm 1986 nó đến gần Mặt Trời nhất, có $r_{min} = 8,9.10^{10}$ m. Biết khối lượng của Mặt Trời $M = 1,99.10^{30}$ kg. Hỏi :

a) Khoảng cách xa nhất r_{max} từ sao chổi đến Mặt Trời ?

b) Tâm sai của quỹ đạo sao chổi ?

Giải

a) Áp dụng định luật III Kê-ple, ta có : $\dfrac{T^2}{a^3} = \dfrac{4\pi^2}{GM}$.

$$a^3 = \left(\frac{GMT^2}{4\pi^2}\right) = \frac{6,67.10^{-11}.1,99.10^{30}.(76.365.24.3600)^2}{4\pi^2} = 19,2.10^{36}\,\text{m}$$

$\Rightarrow a = 2,68.10^{12}$ m

$$r_{min} = a - ea \;;\; r_{max} = a + ea$$

$$\Rightarrow r_{max} = 2a - r_{min} = 5,3.10^{12}\,\text{m}$$

b) $e = \dfrac{r_{max} - r_{min}}{2a} = 0,967$. Quỹ đạo của sao chổi Ha-lây là một elip rất dẹt, gần như là một đoạn thẳng rất dài.

3.5. Một vật nhỏ bắt đầu rơi vào Mặt Trời từ một khoảng cách bằng bán kính quỹ đạo của Trái Đất. Vận tốc đầu của vật trong hệ quy chiếu nhật tâm bằng không. Hỏi thời gian rơi của vật ?

Giải

Vật chuyển động theo quỹ đạo elip rất dẹt và rơi vào Mặt Trời. Theo định luật bảo toàn cơ năng ta có :

$$W = -\frac{GMm}{r} + 0 = -\frac{GMm}{2a}$$

$$\Rightarrow a = \frac{r}{2} \text{ (r là bán kính quỹ đạo của Trái Đất)}$$

Theo định luật III Kê-ple, ta có :

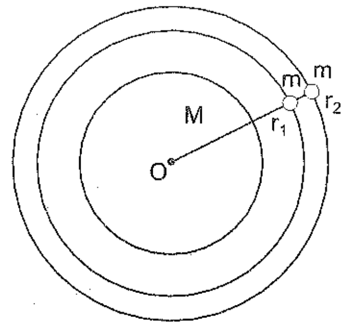
$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{T_{TĐ}^2}{r^3} \Rightarrow T^2 = \frac{a^3}{r^3}T_{TĐ}^2 = \frac{1}{8} \text{ năm} \Rightarrow T = \frac{1}{\sqrt{8}} \text{ năm}$$

Thời gian vật bắt đầu chuyển động từ điểm cực viễn có $v_{min} = 0$ đến điểm cực cận ở Mặt Trời là $\tau = \dfrac{1}{2}T$. Suy ra $\tau = \dfrac{1}{2\sqrt{8}}$ năm $= \dfrac{365}{2\sqrt{8}}$ ngày $= 64,5$ ngày.

3.6. Một vệ tinh gồm hai vật giống nhau, mỗi vật có khối lượng m, được nối với nhau bằng một thanh cứng, không trọng lượng. Vệ tinh quay xung quanh một thiên thể, khối lượng M ($M \gg m$). Mỗi vật chuyển động trên quỹ đạo tròn, bán kính r_1 hoặc r_2, còn đường thẳng chứa thanh cứng thì luôn luôn đi qua tâm của thiên thể (Hình 3.11). Tìm chu kì quay của vệ tinh.

Giải

Coi vệ tinh là một hệ hai hạt. Khối tâm G của hệ nằm cách tâm O của thiên thể một đoạn bằng $r_G = \dfrac{r_1 + r_2}{2}$.



Hình 3.11

Áp dụng định luật II Niu-tơn cho hệ, ta có :

$$GMm\left(\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2}\right) = 2ma_G = 2m\omega^2 r_G$$

$$= 2m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2\left(\frac{r_1 + r_2}{2}\right)$$

Suy ra : $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{(r_1 + r_2)}{GM\left(\dfrac{1}{r_1^2} + \dfrac{1}{r_2^2}\right)}}$

BÀI TẬP VÍ DỤ CHO MỤC C

(Phần này đòi hỏi phải biết phép tính tích phân)

3.7. Một tên lửa có khối lượng 2 500 kg được gia tốc đến $a = 3g$ tại thời điểm nó rời khỏi mặt đất. Muốn cho khối lượng khí đốt tiêu thụ trong mỗi giây là 30 kg/s thì tốc độ của luồng khí đốt phụt ra khỏi tên lửa phải bằng bao nhiêu ?

Giải

Phương trình chuyển động của tên lửa là : $m_t\vec{a} = \sum\vec{F}_{(\text{ngoại lực})} - \mu\vec{u}$

Chọn chiều dương hướng lên, ta có : $m.3g = -mg - \mu(-u)$.

Suy ra : $u = \dfrac{4mg}{\mu} = \dfrac{4.2500.9,8}{30} = 3,3.10^3$ m/s.

3.8. Một tên lửa có chứa 15 000 kg nhiên liệu và có khối lượng tổng cộng là 21 000 kg. Tốc độ tiêu thụ nhiên liệu $\mu = 190$ kg/s và khí đốt phụt ra với tốc độ 2 800 m/s (đối với tên lửa). Cho biết tên lửa phóng lên theo phương thẳng đứng. Hãy tính :

a) Lực đẩy tên lửa.

b) Hợp lực tác dụng lên tên lửa vào lúc bắt đầu phóng, lúc sắp cạn nhiên liệu và lúc đã hết nhiên liệu.

c) Tốc độ của tên lửa vào lúc toàn bộ nhiên liệu đã cạn hết. Bỏ qua sức cản của không khí. Lấy $g = 9,8$ m/s^2.

Giải

Chọn chiều dương là chiều chuyển động của tên lửa.

a) $F_{đẩy} = \mu u = 190.2800 = 5,32.10^5$ N.

b) $F_{hl} = \mu u - mg$.

– Lúc xuất phát :

$$F_{hl} = 5,32.10^5 - 0,21.10^5.9,8 = 3,26.10^5\text{ N}$$

– Lúc sắp cạn nhiên liệu :

$$F_{hl} = 5,32.10^5 - (0,21 - 0,15)10^5.9,8 = 4,73.10^5\text{ N}$$

– Lúc đã hết nhiên liệu :

$$F_{hl} = -mg = -5,88.10^4\text{ N}$$

c) Gọi τ là thời gian để đốt hết nhiên liệu : $\tau = \dfrac{15000}{190} = 79$ s.

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{g} + \frac{dm}{dt}\vec{u} \Rightarrow m\frac{dv}{dt} = -mg + \frac{dm}{dt}(-u)$$

$$dv = -gdt - u\frac{dm}{m} \Rightarrow \int_0^v dv = -g\int_0^\tau dt - u\int_{m_0}^{m_\tau}\frac{dm}{m}$$

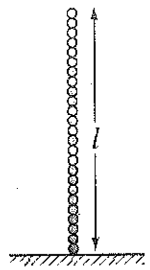
$$v = -g\tau - u(\ln m_\tau - \ln m_0) \Rightarrow v = -g\tau + 2800\ln\frac{m_0}{m_\tau}$$

$$v = -(9,8.79) + 2800\ln\frac{21000}{6000} \Rightarrow v = 2,73.10^3\text{ m/s}$$

3.9. Một chiếc xích được giữ thẳng đứng, đầu dưới chạm nhẹ vào mặt bàn (Hình 3.12). Xích có khối lượng m và dài l. Người ta thả tay cho xích rơi xuống.

a) Tính lực mà xích tác dụng lên bàn khi đầu trên rơi được một đoạn đường bằng x .

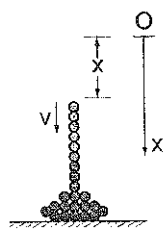
b) Lực này cực đại bằng bao nhiêu và khi nào ?



Hình 3.12

Giải

Cách 1 (Hình 3.13) :



Hình 3.13

a) Coi cả chiếc xích là một hệ hạt gồm một phần đã nằm trên bàn và một phần đang rơi tự do. Phần xích chuyển động có khối lượng là $\frac{m}{l}(l-x)$ và có vận tốc là $v = gt$. Chọn chiều dương hướng xuống. Động lượng của hệ là :

$$p = \frac{m}{l}(l-x)v = \frac{m}{l}\left(l - \frac{1}{2}gt^2\right)gt$$

$$= mgt - \frac{mg^2}{2l}t^3$$

$$\frac{dp}{dt} = mg - \frac{3m}{2l}g^2t^2 = mg - \frac{3mg}{l}x$$

Áp dụng định luật II Niu-tơn cho hệ hạt : $\sum F_{(\text{ngoại lực})} = \frac{dp}{dt}$.

$$mg - N = mg - \frac{3mg}{l}x \text{ (N là phản lực của bàn lên hệ)}$$

Suy ra : $N = \frac{3mgx}{l}$.

Theo định luật III Niu-tơn, lực mà xích tác dụng lên bàn có độ lớn bằng $N = \frac{3mgx}{l}$.

b) $N_{max} = 3mg$. Lực này cực đại lúc mắt xích cuối cùng đập vào bàn.

Cách 2 :

a) Xét phần xích đã nằm trên bàn. Phần xích này là một hệ có khối lượng tăng dần : $m_t = \frac{m}{l}x = \frac{mgt^2}{2l}$.

Áp dụng định luật II Niu-tơn cho hệ có khối lượng biến thiên. Chọn chiều dương hướng xuống.

$$m_t a = \sum F_{(\text{ngoại lực})} + \frac{dm_t}{dt}u \qquad (1)$$

trong đó : $\begin{cases} a = 0 \\ \sum F = m_t g - N = \frac{mxg}{l} - N \\ \frac{dm_t}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{mgt^2}{2l}\right) = \frac{mgt}{l} \\ u = v = gt \end{cases}$

Thay vào (1) ta được : $0 = \frac{mg^2t^2}{2l} - N + \frac{mgt}{l} \cdot gt$

Suy ra : $N = \frac{3mg^2t^2}{2l} = \frac{3mgx}{l}$.

Theo định luật III Niu-tơn, lực mà xích tác dụng lên bàn bằng $N = \frac{3mgx}{l}$.

b) $N_{max} = 3mg$.

Cách 3 :

a) Lực mà xích tác dụng lên bàn gồm trọng lượng của phần xích đã nằm trên bàn và lực mà một mắt xích đập vào bàn khi nó bị mất động lượng.

Gọi dx và dm là độ dài và khối lượng của một mắt xích. Động lượng của mắt xích lúc sắp chạm bàn là $dm.\vec{v}$. Gọi $\vec{F}$ là lực mà bàn tác dụng lên mắt xích này làm nó mất động lượng. Áp dụng định luật II Niu-tơn cho mắt xích này, ta có :

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Chọn chiều dương hướng xuống, ta có :

$$F = -\left(\frac{dm}{dt}\right)v = -\frac{mdx}{l dt}v$$

Suy ra : $F = -\frac{mv^2}{l} = -\frac{2mgx}{l}$ (hướng lên).

Theo định luật III Niu-tơn thì, lực mà mắt xích đập vào bàn là $F' = \frac{2mgx}{l}$.

Vậy lực mà xích tác dụng vào bàn là : $N = \frac{mg}{l}x + \frac{2mgx}{l} = \frac{3mgx}{l}$.

b) $N_{max} = 3mg$.

PHẦN BÀI TẬP TỰ GIẢI

3.1. Một vệ tinh (coi là chất điểm) có khối lượng m, đang chuyển động trên một quỹ đạo tròn tâm O, bán kính R quanh Trái Đất có khối lượng M.

a) Chứng minh rằng tốc độ v của nó không đổi và tính v theo G, M, R. Suy ra chu kì T của nó.

b) Người ta muốn chuyển vệ tinh này sang một quỹ đạo tròn khác có bán kính $R' > R$, nằm trong cùng mặt phẳng với quỹ đạo trên. Muốn thế thì tại một điểm A của quỹ đạo 1, người ta tăng tốc theo phương tiếp tuyến để cho nó vạch một quỹ đạo elip có trục lớn AB (quỹ đạo 2), trong đó B là điểm nằm trên đường tròn bán kính R'. Hãy tính các tốc độ v_1 và v_2 của vệ tinh tại các điểm A và B và năng lượng ΔW_1 cần phải cung cấp cho vệ tinh tại A để chuyển quỹ đạo.

c) Sau khi vệ tinh đi qua B, người ta lại tăng tốc một lần nữa theo phương tiếp tuyến để nó vạch một đường tròn, bán kính R'. Tính tốc độ v' của vệ tinh trên quỹ đạo 3 và năng lượng ΔW_2 cần phải cung cấp cho vệ tinh để chuyển quỹ đạo từ 2 sang 3.

ĐS : a) $T = 2\pi\sqrt{\frac{R^3}{GM}}$; b) $v_1 = \sqrt{\frac{2GMR'}{R(R+R')}}$;

$v_2 = \sqrt{\frac{2GMR}{R'(R+R')}}$; $\Delta W_1 = \frac{GMm}{2R}\left(\frac{R'-R}{R'+R}\right)$;

c) $v' = \sqrt{\frac{GM}{R'}}$; $\Delta W_2 = \frac{GMm}{2R'}\left(\frac{R'-R}{R+R'}\right)$.

3.2. I-go và Sa-ly mỗi người điều khiển một con tàu vũ trụ nhỏ có khối lượng $m = 2000$ kg trên quỹ đạo tròn quanh Trái Đất ở độ cao $h = 400$ km. I-go luôn luôn đến trước Sa-ly tại bất kì điểm nào của quỹ đạo. Cho biết Trái Đất có khối lượng $M = 5{,}98.10^{24}$ kg và bán kính $R = 6370$ km.

a) Hỏi chu kì và tốc độ của mỗi con tàu.

b) Sa-ly muốn vượt I-go nên tại một điểm P nào đó, nó đã thực hiện một vụ đốt cháy nhiên liệu trong một thời gian ngắn. Khí bị đốt cháy phụt ra về phía trước qua một ống phụt khí, làm tốc độ giảm đi khoảng 1,00%. Sau đó Sa-ly bay theo quỹ đạo elip. Hỏi tốc độ, động năng và thế năng của con tàu của Sa-ly ngay sau khi phóng khí đốt.

c) Trong quỹ đạo elip, năng lượng toàn phần, bán trục lớn và chu kì là bao nhiêu ?

d) Sa-ly phải làm gì tiếp theo để vượt I-go trên quỹ đạo ban đầu ?

ĐS : a) 5 540 s ; 7680 m/s ; b) $5{,}78.10^{10}$ J ; $-11{,}8.10^{10}$ J ;

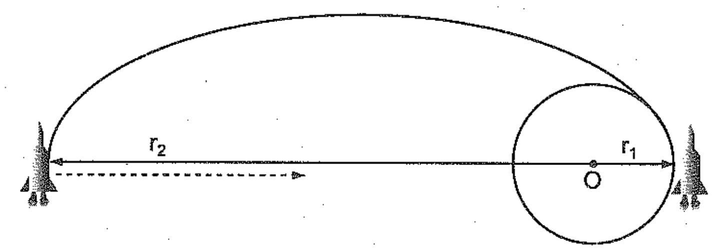
c) $-6{,}02.10^{10}$ J ; $6{,}63.10^6$ m ; 5 370 s.

3.3. Muốn cho một con tàu vũ trụ đang chuyển động trên quỹ đạo của Trái Đất rơi vào Mặt Trời, người ta sử dụng một trong hai phương án sau đây :

a) *Phương án 1* : Truyền cho con tàu một xung lượng của lực (bằng cách đốt cháy một động cơ tên lửa) theo hướng ngược lại với chuyển động của tàu vũ trụ làm cho tốc độ của tàu giảm đến không, để tàu rơi vào Mặt Trời.

b) *Phương án 2* : Thực hiện một quá trình gồm hai bước như sau :

Giả sử quỹ đạo của Trái Đất là một đường tròn bán kính r_1 có tâm là Mặt Trời (Hình 3.14).



Hình 3.14

Bước 1 : Dùng một tên lửa nhỏ hơn, đốt cháy nhiên liệu trong một thời gian ngắn làm cho tốc độ của tàu tăng lên theo hướng chuyển động để con tàu chuyển động theo quỹ đạo elip mà điểm tên lửa cháy là cận điểm.

Bước 2 : Đến viễn điểm, lại truyền cho con tàu một xung lượng của lực đủ để triệt tiêu tốc độ của tàu, để tàu rơi vào Mặt Trời (bỏ qua lực hấp dẫn của Trái Đất).

Xung lượng toàn phần mà tên lửa phải cung cấp được đo bằng tổng các độ gia tăng vận tốc $|\Delta v|$. Hãy tính tổng này ở mỗi phương án và so sánh chúng trong trường hợp $r_2 = 10r_1$. Phương án nào có lợi về mặt năng lượng ?

$$ĐS : \textit{Phương án 1} : |\Delta\vec{v}| = v = \sqrt{\frac{GM}{r_1}} ;$$

$$\textit{Phương án 2} : |\Delta\vec{v}_1| + |\Delta\vec{v}_2| = 0,483v.$$

Phương án 2 lợi hơn.

3.4. Một vệ tinh nhân tạo của Trái Đất có khối lượng $m = 200$ kg, chuyển động theo một quỹ đạo tròn ở những lớp khí quyển ở trên cao nhất. Vệ tinh chịu lực cản của không khí loãng $F = 7,0.10^{-4}$ N. Hãy xác định xem tốc độ của vệ tinh sau khi chuyển động được một vòng, biến thiên một lượng bằng bao nhiêu ? Cho biết độ cao của vệ tinh trên Mặt Đất là nhỏ so với bán kính $R = 6\,400$ km của Trái Đất. Lấy $g = 9,8$ m/s^2.

ĐS : $\Delta v = 0,018$ m/s (tăng lên).

3.5. Một tên lửa, khối lượng m = 10 tấn chuyển động quanh Trái Đất theo quỹ đạo elip. Khoảng cách từ tâm Trái Đất đến tên lửa xa nhất là $r_1 = 11\,000$ km và gần nhất là $r_2 = 6\,600$ km. Tại viễn điểm tên lửa nổ, vỡ thành hai mảnh. Mảnh có khối lượng m_1 chuyển sang quỹ đạo tròn, còn mảnh có khối lượng m_2 rơi thẳng đứng xuống đất. Hãy tìm m_1 và m_2. Bỏ qua khối lượng của các chất khí tạo thành khi nổ.

ĐS : 8,66 tấn và 1,34 tấn.

3.6. Hai vệ tinh của Trái Đất cùng chuyển động trong một mặt phẳng theo các quỹ đạo tròn. Bán kính quỹ đạo của vệ tinh 1 là $R = 7\,000$ km. Bán kính quỹ đạo của vệ tinh 2 nhỏ hơn một lượng là $\Delta R = 70$ km. Hỏi cứ sau một khoảng thời gian nhất định nào thì các vệ tinh sẽ lại đến gần nhau nhất ? Cho biết Trái Đất có khối lượng $M = 5,98.10^{24}$ kg và bán kính $R = 6\,370$ km.

ĐS : 4,43 ngày (nếu chuyển động cùng chiều) ;
0,87 giờ (nếu chuyển động ngược chiều).

3.7. Một vệ tinh có khối lượng m đang bay với tốc độ v_0 trên một đường tròn bán kính R, dưới tác dụng của lực hấp dẫn của một khối lượng cố định đặt tại O.

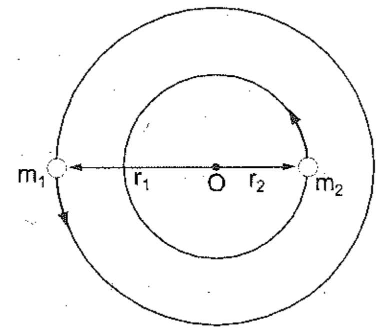
a) Lấy gốc thế năng tại $r = \infty$ là bằng không, hãy chứng minh rằng cơ năng của vệ tinh bằng $-\frac{1}{2}mv_0^2$.

b) Tại một điểm xác định A trên quỹ đạo, hướng chuyển động của vệ tinh thay đổi đột ngột mà không thay đổi về độ lớn của vận tốc. Kết quả là vệ tinh đi vào quỹ đạo elip. Khoảng cách ngắn nhất tới điểm O, tức tại điểm B, là $\frac{R}{5}$. Hỏi tốc độ của vệ tinh tại B bằng bao nhiêu ?

c) Vectơ vận tốc tại A quay đi một góc bằng bao nhiêu ?

ĐS : b) $v_B = 3v_0$; c) 53^o.

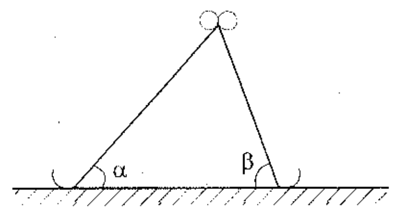
3.8. Các quan sát về ánh sáng phát ra từ một ngôi sao đã chứng tỏ rằng, ngôi sao đó là một phần tử của một hệ sao đôi. Ngôi sao sáng đó có vận tốc quỹ đạo $v_1 = 270$ km/s, chu kì quay $T_1 = 1,70$ ngày và có khối lượng $m_1 = 6M$ ($M = 1,99.10^{30}$ kg là khối lượng của Mặt Trời). Giả sử ngôi sao tối đồng hành với nó thì chuyển động trên quỹ đạo trong (Hình 3.15). Hãy xác định khối lượng m_2 của ngôi sao tối.



Hình 3.15

ĐS : $m_2 = 9M$.

3.9. Trên một mặt phẳng nằm ngang và nhẵn có đặt một chiếc nêm, khối lượng M, cao h và có các góc nghiêng α và β. Tại đỉnh nêm người ta giữ hai vật nhỏ cùng khối lượng m (Hình 3.16). Sau khi thả rơi, hai vật trượt theo hai mặt phẳng nghiêng khác nhau rồi bị mắc kẹt trong hai chiếc rổ gắn ở đáy nêm. Hỏi nêm dịch đi một đoạn bằng bao nhiêu ?



Hình 3.16

$$ĐS : \frac{mh(\cot\beta - \cot\alpha)}{2m + M}.$$

3.10. Một tên lửa bay ra xa Trái Đất. Khi nó đạt đến độ cao 6 400 km, thì động cơ của nó lại hoạt động để khí đốt phụt ra với tốc độ 1 200 m/s (so với tên lửa). Biết rằng vào lúc đó tên lửa có khối lượng 25 000 kg và cần một gia tốc $1,7\ m/s^2$. Hãy xác định tốc độ tiêu thụ nhiên liệu. Biết $R_{TĐ} = 6\,400$ km và $g = 9,8\ m/s^2$.

ĐS: 86,5 kg/s.

3.11. Một máy bay phản lực đang bay ngang với tốc độ 180 m/s. Trong mỗi giây, động cơ của nó hút vào 68 m^3 không khí có khối lượng 70 kg. Khối lượng này dùng để đốt hết 2,9 kg nhiên liệu trong mỗi giây. Động cơ nén khí đốt và phụt nó ra sau máy bay với tốc độ (so với máy bay) là 490 m/s. Hãy tính lực đẩy và công suất của động cơ.

ĐS: 23 000 N ; $4,2.10^6$ W.

3.12. Một con tàu vũ trụ chuyển động không có ngoại lực tác dụng với tốc độ không đổi là v_0. Muốn thay đổi hướng của nó, người ta cho động cơ phản lực hoạt động để phụt ra một luồng khí đốt có tốc độ u không đổi so với con tàu và có hướng luôn luôn vuông góc với hướng chuyển động của con tàu. Khối lượng của con tàu trước và sau khi động cơ hoạt động lần lượt là m_0 và m.

Hỏi hướng của con tàu lệch đi một góc bằng bao nhiêu so với hướng ban đầu ?

ĐS: $\alpha = \dfrac{u}{v_0} ln \dfrac{m_0}{m}$.

3.13. Một tên lửa có khối lượng tổng cộng $m_0 = 12$ tấn lúc xuất phát. Tên lửa được phóng lên theo phương thẳng đứng. Lực đẩy tên lửa được tạo ra bởi một động cơ phản lực. Nhiên liệu được đốt cháy thành khí phụt ra qua một ống. Cho biết tốc độ đốt cháy nhiên liệu là $\mu = 120$ kg/s và khí đốt phụt ra khỏi tên lửa với tốc độ là $u = 2\,400$ m/s. Hỗn hợp nhiên liệu có khối lượng $m_1 = 0,8 m_0$ lúc xuất phát. Lấy $g = 9,8\ m/s^2$. Hãy xác định :

a) Lực đẩy tên lửa.

b) Gia tốc của tên lửa lúc xuất phát, sau 1 phút và sau 2 phút.

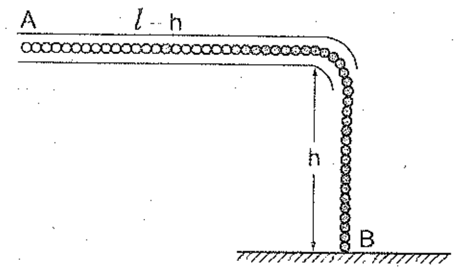
c) Công thức cho biết sự phụ thuộc của tốc độ của tên lửa vào thời gian. Tốc độ tối đa của tên lửa là bao nhiêu ?

ĐS: a) 288 000 N ; b) 14 m/s^2 ; 50 m/s^2 ; $-9,8\ m/s^2$;

c) $v = u ln\left(\dfrac{m_0}{m_0 - \mu t}\right) - gt\ (t \le 80\ s)$;

$v_{max} = 3\,100$ m/s ; $v = -9,8(t - 80) + 3\,100\ (t > 80\ s)$.

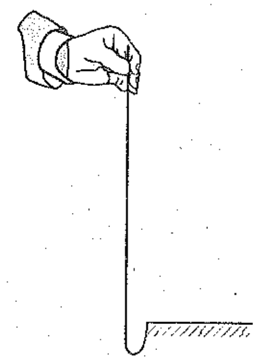
3.14. Một dây xích AB, dài l có một phần nằm trong một ống nằm ngang, nhẵn và một phần dài h lơ lửng ở ngoài. Đầu B của dây chạm nhẹ vào mặt bàn (Hình 3.17). Người ta thả đầu A của xích. Tìm tốc độ của đầu A khi nó vừa rời khỏi ống.



Hình 3.17

ĐS: $v = \sqrt{2gh\, ln \dfrac{l}{h}}$.

3.15. Một sợi dây có khối lượng m, chiều dài l được giữ ở vị trí như Hình 3.18. Một đầu dây được buộc vào giá đỡ (giả sử rằng chỉ có một đoạn dây nhỏ, không đáng kể ở dưới giá đỡ). Dây được thả ra. Tìm lực mà giá đỡ tác dụng vào dây như là một hàm của thời gian.

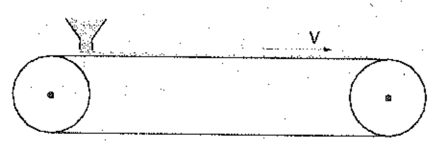

Hình 3.18

ĐS: $N = \dfrac{3mg^2}{4l} t^2$.

3.16. Một chiếc phễu đổ cát với tốc độ 75 kg/s lên một băng chuyền chạy với tốc độ 2,2 m/s (Hình 3.19).

a) Hãy xác định lực cần thiết để giữ cho băng chuyền chuyển động đều.

b) Tính công mà ngoại lực thực hiện trong một giây. Xét về mặt năng lượng công này gây ra những sự biến đổi nào ?



Hình 3.19

c) Giả sử băng chuyền chịu tác dụng của một lực ma sát bằng 140 N. Hãy xác định công suất của động cơ xét trong thời gian từ lúc cát bắt đầu rơi xuống cho đến lúc băng chuyền đổ cát ở đầu kia của nó.

ĐS: a) 165 N ; b) 363 J/s ; c) 671 W.

Chủ đề 4

CƠ HỌC CHẤT LƯU

PHẦN LÍ THUYẾT

A- CHẤT LỎNG ĐỨNG YÊN

I – ÁP SUẤT THUỶ TĨNH

1. Định nghĩa

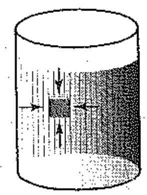
Áp suất gây ra bởi một chất lỏng đứng yên gọi là áp suất thuỷ tĩnh.

Khi đứng hoặc lặn trong nước ở hồ hay bể bơi, ta cảm nhận được áp suất của nước tác dụng lên cơ thể của mình.

2. Đặc điểm

Thí nghiệm cho thấy áp suất thủy tĩnh có những đặc điểm sau đây :

a) Chất lỏng đứng yên luôn tác dụng một áp suất *theo mọi hướng*. Do đó, tại mỗi điểm trong lòng chất lỏng đứng yên, áp suất là như nhau theo mọi hướng.



Hình 4.1

Để minh hoạ cho tính chất này, ta xét một khối chất lỏng hình lập phương nhỏ đến mức có thể bỏ qua trọng lượng của nó (Hình 4.1). Áp suất lên một mặt của khối phải cân bằng với áp suất lên mặt đối diện. Có như thế thì khối chất lỏng mới đứng yên.

b) Chất lỏng đứng yên luôn tác dụng một lực *vuông góc* với bề mặt của vật tiếp xúc với nó.

c) Áp suất thủy tĩnh tăng theo độ sâu của chất lỏng.

3. Công thức tính áp suất thủy tĩnh

Tại một điểm trong lòng chất lỏng đứng yên, ở độ sâu h so với mặt thoáng, áp suất thủy tĩnh *gây ra bởi trọng lượng của cột chất lỏng* được tính bằng công thức :

$$p = \rho g h \qquad (4.1)$$

trong đó p là áp suất thủy tĩnh có đơn vị là Pa (1 Pa = 1 N/m^2), ρ là khối lượng riêng của chất lỏng có đơn vị là kg/m^3 và g là gia tốc rơi tự do có đơn vị là m/s^2.

II – NGUYÊN LÍ PA-XCAN

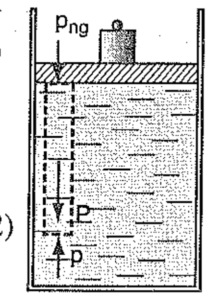
1. Ảnh hưởng của áp suất bên ngoài đến áp suất thủy tĩnh

Hình 4.2 cho ta một cách tạo ra và thay đổi áp suất bên ngoài lên mặt một chất lỏng. Một bình hình trụ chứa một chất lỏng. Một pit-tông mỏng, có trọng lượng không đáng kể đậy kín bình và vừa khít mặt chất lỏng. Bằng cách đặt các quả cân lên pit-tông, ta tác dụng lên mặt chất lỏng một áp suất ngoài p_{ng}.

Bây giờ ta xét sự cân bằng của một cột chất lỏng có tiết diện S và độ cao h (Hình 4.2). Áp dụng điều kiện cân bằng theo phương thẳng đứng, ta có :

$$pS = mg + p_{ng}S = \rho ghS + p_{ng}S$$

$$\text{Suy ra } p = p_{ng} + \rho gh \qquad (4.2)$$



Hình 4.2

Trong trường hợp chất lỏng có mặt thoáng như nước trong ao, hồ thì p_{ng} là áp suất khí quyển.

Công thức (4.2) cho thấy áp suất tại mọi điểm trong chất lỏng đứng yên đều tăng thêm một lượng bằng áp suất ngoài.

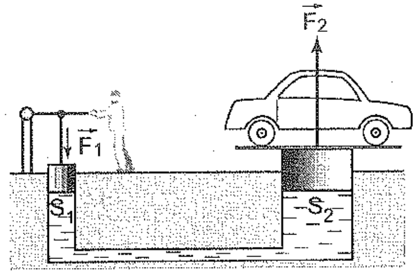
Công thức (4.2) cũng cho thấy, *mọi điểm ở cùng một độ sâu trong lòng chất lỏng đồng chất đứng yên thì có cùng một áp suất thuỷ tĩnh.*

2. Nguyên lí Pa-xcan

Từ những nhận xét như trên, Pa-xcan đã nêu lên thành nguyên lí, gọi là nguyên lí Pa-xcan : *Áp suất ngoài tác dụng lên một chất lỏng bị giam kín được chất lỏng truyền đi nguyên vẹn đến mọi điểm trong lòng chất lỏng.*

3. Máy ép (hoặc máy nâng) thuỷ lực

Nguyên lí Pa-xcan có nhiều ứng dụng trong kĩ thuật. Máy ép (hoặc nâng) thuỷ lực là một ví dụ (Hình 4.3).



Hình 4.3

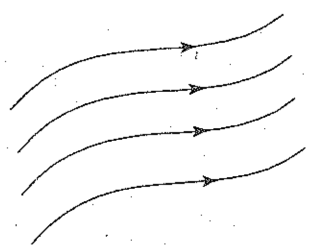
Chỉ cần dùng một lực nhỏ tác dụng lên pit-tông có diện tích nhỏ S_1 ở đầu vào cũng tạo ra được một lực lớn hơn rất nhiều tác dụng lên pit-tông có diện tích S_2 lớn hơn ở đầu ra. Đó là vì áp suất ngoài do lực $\vec{F}_1$ tác dụng lên pit-tông nhỏ đã được chất lỏng truyền nguyên vẹn tới pit-tông lớn, do đó tạo ra được một lực lớn $\vec{F}_2$ để nâng (hoặc ép) vật.

B - CHẤT LỎNG CHUYỂN ĐỘNG

I – NHỮNG ĐẶC TRƯNG CỦA SỰ CHẢY

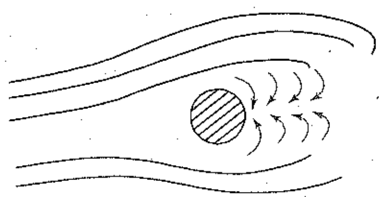
1. Hai kiểu chảy chính

a) Sự chảy thành dòng, thành lớp. Trong kiểu chảy này, mỗi hạt chất lỏng chuyển động theo một quỹ đạo giống nhau và không cắt quỹ đạo của các hạt khác (Hình 4.4).



Hình 4.4

b) Sự chảy xoáy được đặc trưng bởi các vòng tròn không đều giống như các cơn lốc (Hình 4.5). Khi vận tốc chảy nhỏ, chất lỏng chảy đều. Khi vận tốc lớn đến một giá trị nào đó thì sự chảy trở nên có xoáy. Chỉ cần nhỏ một giọt mực vào chất lỏng chuyển động là ta xác định được kiểu chảy.



Hình 4.5

2. Những đặc trưng của sự chảy

a) Một chất lỏng có thể được xem như chịu nén hoặc không chịu nén.

b) Luôn luôn có một lực ma sát nhớt hay ma sát nội trong lòng chuyển động nhưng không đáng kể nên người ta bỏ qua.

c) Sự chảy có thể không đổi (ổn định) hoặc không ổn định. Ở sự chảy không đổi, vận tốc của chất lỏng ở mỗi điểm không thay đổi theo thời gian. Sự chảy không ổn định khi mà vận tốc tại một điểm thay đổi theo thời gian.

d) Sự chảy có thể có xoáy hoặc không có xoáy. Sự chảy không xoáy khi chất lỏng không có momen động lượng đối với một điểm. Một cánh hoa nhỏ đặt ở đâu trong chất lỏng cũng không quay.

3) Một số khái niệm liên quan đến sự chảy thành dòng

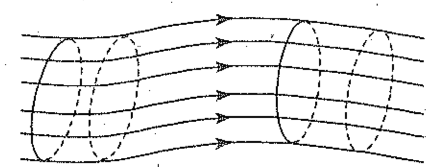
a) Đường dòng : Là quỹ đạo của một hạt chất lỏng. Vận tốc của chất lỏng tại một điểm tiếp tuyến với đường dòng. Hai đường dòng không cắt nhau vì nếu thế thì tại giao điểm không thể có vận tốc duy nhất và chất lỏng sẽ không còn chảy ổn định.

b) Ống dòng : Là một tập hợp các đường dòng giống như một ống được miêu tả ở Hình 4.6. Vì các đường dòng biểu diễn quỹ đạo của các hạt nên chất lỏng không thể vào trong ống dòng mà không thoát ra.

II – LƯU LƯỢNG VÀ PHƯƠNG TRÌNH LIÊN TỤC

1. Điều kiện khảo sát

Chỉ khảo sát sự chảy thành dòng và đều của một ống dòng có tiết diện nhỏ để vận tốc của chất lỏng tại mỗi tiết diện là không đổi (Hình 4.6).



Hình 4.6

2. Lưu lượng là thể tích chất lỏng đi qua một tiết diện của ống dòng trong một đơn vị thời gian.

$$Q = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{Sv\Delta t}{\Delta t} = Sv$$

$$Q = Sv$$

3. Phương trình liên tục

Vì không một chất lỏng nào đi vào trong ống dòng mà không thoát ra nên nếu chất lỏng không chịu nén thì lưu lượng tại một tiết diện bất kì của ống dòng đều bằng nhau :

$$S_1v_1 = S_2v_2 \qquad (4.4)$$

Phương trình (4.4) được gọi là *phương trình liên tục*. Nó cho biết tại tiết diện ống dòng lớn thì tốc độ dòng chảy nhỏ.

III – ĐỊNH LUẬT BÉC-NU-LI (1700-1782)

1. Điều kiện khảo sát

Định luật Béc-nu-li dựa trên ba giả định sau đây :

a) Sự chảy thành dòng và đều.

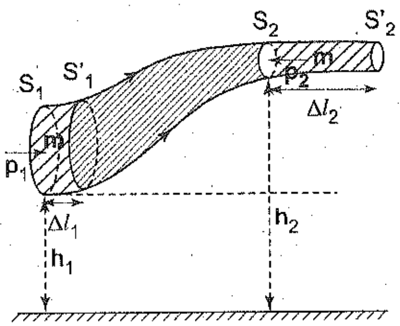
b) Chất lỏng không chịu nén.

c) Độ nhớt không đáng kể.

2. Lập phương trình

Ta hãy xét sự chuyển động từ trái sang phải của khối chất lỏng nằm giữa hai tiết diện S_1 và S_2 của một ống dòng (Hình 4.7). Trong khoảng thời gian Δt, chất lỏng ở vị trí S_1 đi được đoạn đường Δl_1, buộc chất lỏng ở vị trí S_2 phải đi được một đoạn đường Δl_2. Theo phương trình liên tục, ta có :

$$S_1\Delta l_1 = S_2\Delta l_2 \qquad (a)$$



Hình 4,7

Theo định lí biến thiên động năng thì độ biến thiên động năng của khối chất lỏng trong khoảng thời gian Δt bằng tổng đại số công của các ngoại lực tác dụng lên khối chất lỏng.

Vì động năng của phần chất lỏng nằm trong đoạn ống $S_1'S_2$ là không đổi, nên độ biến thiên động năng của khối chất lỏng mà ta xét là :

$$\Delta W_d = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

trong đó m chỉ là khối lượng của phần thể tích nằm trong đoạn S_1S_1' (hay S_2S_2').

Từ (a) ta suy ra : $m = \rho S_1\Delta l_1 = \rho S_2\Delta l_2$ (b)

Còn công của các ngoại lực tác dụng lên khối chất lỏng bao gồm :

– Công của áp lực gây ra bởi chất lỏng ở bên trái tiết diện S_1, công này là công dương, đẩy khối chất lỏng chuyển động, $A_1 = p_1S_1\Delta l_1$.

– Công của áp lực gây ra bởi chất lỏng ở bên phải tiết diện S_2, công này là công âm, cản trở chuyển động của khối chất lỏng : $A_2 = -p_2S_2\Delta l_2$.

– Công của trọng lực khi khối lượng m từ độ cao h_1 đến độ cao h_2 :

$$A_3 = -mg(h_2 - h_1)$$

Áp dụng định lí biến thiên động năng ta có :

$$p_1S_1\Delta l_1 - p_2S_2\Delta l_2 - mgh_2 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 \qquad (c)$$

Thay (b) vào (c) rồi chuyển vế, ta được :

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho gh_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho gh_2 \qquad (4.5a)$$

(ở tiết diện 1) (ở tiết diện 2)

hay
$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho gh = \text{const} \qquad (4.5b)$$

Phương trình (4.5b) được gọi là định luật Béc-nu-li.

3. Trong trường hợp ống dòng nằm ngang, phương trình (4.5b) trở thành :

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 = \text{const}$$

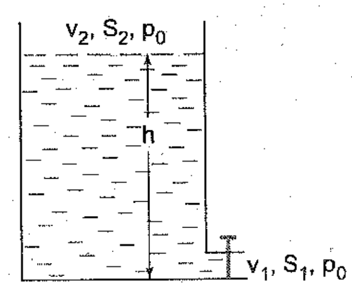
Khi ấy, định luật Béc-nu-li được phát biểu thành lời như sau :

Trong một ống dòng nằm ngang, ở nơi nào chất lỏng chảy với tốc độ lớn thì ở nơi đó có áp suất nhỏ và ngược lại.

4. Phương trình Béc-nu-li cho phép tính được vận tốc v_1 của chất lỏng chảy ra khỏi một vòi nước đặt ở đáy một bể nước (Hình 4.8).

$$p_0 + \rho gh + \frac{1}{2}\rho v_2^2 = p_0 + \frac{1}{2}\rho v_1^2$$

$$\Rightarrow v_1^2 = v_2^2 + 2gh$$



Hình 4.8

Kết hợp với (4.5b) ta được : $v_1 = \sqrt{\dfrac{2gh}{1 - \dfrac{S_1^2}{S_2^2}}}$.

Nếu $S_2 \gg S_1$ thì $v_2 \approx 0$; $v_1 = \sqrt{2gh}$ (4.6)

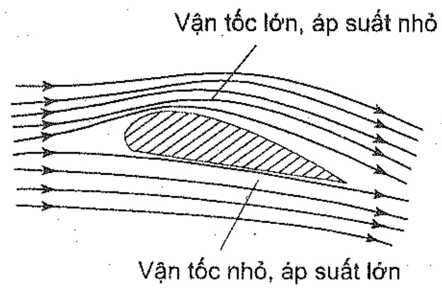
Công thức (4.6) cho thấy, tốc độ của dòng nước chảy ra ở vòi ở cách mặt thoáng một đoạn h bằng tốc độ của một vật khi rơi tự do được một đoạn đường h.

IV – MỘT SỐ ỨNG DỤNG CỦA PHƯƠNG TRÌNH BÉC-NU-LI

1. Những ứng dụng kĩ thuật

a) Lực nâng

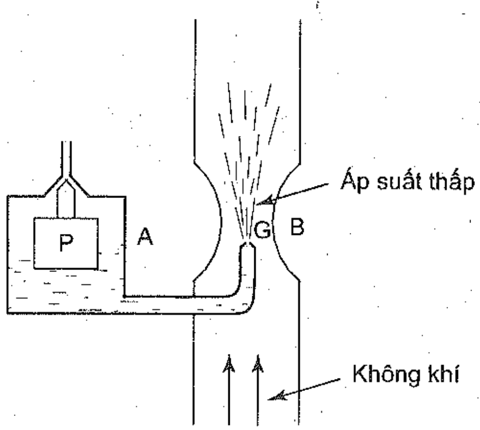
Gió chuyển động ở phía trên cánh máy bay nhanh hơn ở phía dưới (Hình 4.9). Áp suất của không khí ở phía trên nhỏ hơn sự chênh lệch áp suất tạo ra lực nâng. Nhưng phương trình Béc-nu-li mới chỉ giải thích được một khía cạnh của lực nâng. Còn một nguyên nhân nữa. Thường thường các cánh máy bay hơi hướng lên trên để cho không khí khi đập vào mặt dưới thì bị lệch về phía dưới. Sự biến thiên động lượng của các phân tử khí cũng gây ra một lực đẩy phụ hướng lên trên.



Hình 4.9

b) Bộ chế hoà khí của ôtô xe máy

Ống dẫn khí của bộ chế hòa khí của ôtô, xe máy là một ví dụ (Hình 4.10). Ống được đặc trưng bởi *chỗ thắt cổ chai*. Luồng không khí qua chỗ thắt được tăng tốc nên hạ áp suất ở chỗ thắt. Xăng ở bình chứa trong bộ chế hòa khí có áp suất khí quyển nên bị hút vào luồng khí và trộn với không khí trước khi đi vào xilanh của động cơ đốt trong.

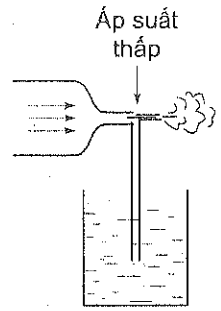


Hình 4.10

c) Máy phun sơn

Hình 4.11 vẽ sơ đồ một máy phun sơn.

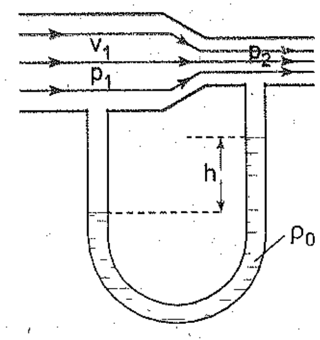
Một luồng không khí thổi mạnh ngang qua đầu một ống hở làm giảm áp suất ở miệng ống. Sự chênh áp suất của không khí ở bề mặt nước sơn trong bình so với áp suất ở miệng ống đã hút nước sơn theo ống vào trong luồng không khí. Nước sơn bị phân tán thành những hạt nhỏ như hạt bụi và phun ra ngoài.



Hình 4.11

d) Ống đo Ven-tu-ri

Ống đo Ven-tu-ri được dùng để đo tốc độ của dòng chảy. Ống được nối giữa hai tiết diện S_1 và S_2 của một cái ống để đo tốc độ của chất lỏng chảy trong ống (Hình 4.12). Khi chất lỏng chảy từ chỗ ống rộng đến chỗ ống hẹp thì tốc độ của dòng chảy tăng kéo theo sự giảm áp suất, làm cho mặt chất lỏng ở hai nhánh của ống đo chênh nhau một độ cao h : $p_1 - p_2 = (\rho_0 - \rho)gh$, trong đó ρ_0 là khối lượng riêng của chất lỏng trong ống đo, $(\rho_0 > \rho)$. Áp dụng phương trình Béc-nu-li và phương trình liên tục, ta có :



Hình 4.12

$$\begin{cases} p_1 + \dfrac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \dfrac{1}{2}\rho v_2^2 \\ S_1 v_1 = S_2 v_2 \end{cases}$$

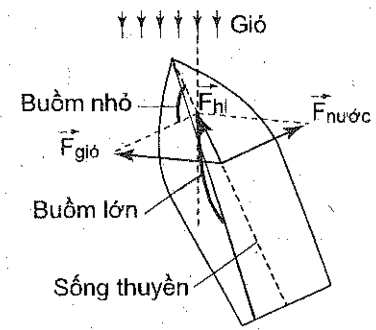
Suy ra :

$$v_1 = \sqrt{\frac{2S_2^2(p_1 - p_2)}{\rho(S_1^2 - S_2^2)}} = \sqrt{\frac{2S_2^2(\rho_0 - \rho)gh}{\rho(S_1^2 - S_2^2)}}$$

2. Những ứng dụng trong đời sống

a) Thuyền buồm có thể đi ngược gió thổi

Hai chiếc buồm, một lớn, một nhỏ được đặt sao cho làm tăng vận tốc của không khí trong hành lang hẹp ngăn cách hai buồm. Áp suất ở phía sau buồm lớn thường lớn hơn hẳn ở về phía trước. Thuyền buồm chịu một lực đẩy về phía trước (Hình 4.13).



Hình 4.13

Muốn thuyền buồm đi ngược gió thì phải hướng chiếc buồm lớn theo một góc nằm giữa hướng của gió và của sống thuyền.

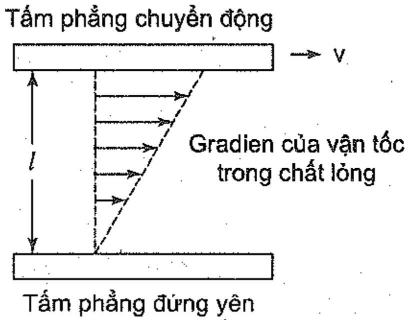
b) Để tránh bị ngạt, các con chuột đồng, con thỏ và các động vật khác sống ở dưới mặt đất phải đào đường hầm rất thông thoáng. Các đường hầm này thường có ít nhất hai lối vào. Vì vận tốc của không khí thay đổi một chút từ lỗ này qua lỗ khác, gây ra một sự chênh lệch nhỏ về áp suất. Kết quả là nó hút một luồng không khí vào trong đường hầm. Các con vật còn đào đường hầm ở những độ cao khác nhau. Hệ thống hầm này còn hiệu quả hơn vì vận tốc của gió có xu hướng tăng theo độ cao.

c) Bơm xịt nước hoa, bình phun thuốc trừ sâu.

V – ĐỘ NHỚT. LỰC MA SÁT NHỚT

1. Thí nghiệm

Người ta đổ một lớp chất lỏng vào giữa hai tấm phẳng, một đứng yên, một chuyển động (Hình 4.14). Do có lực liên kết giữa các phần tử của chất lỏng và các phân tử của tấm phẳng mà chất lỏng tiếp xúc trực tiếp với mỗi tấm.

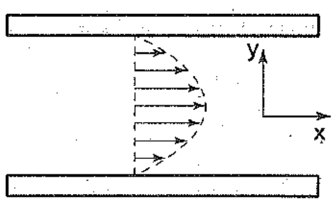


Hình 4.14

Mặt trên của chất lỏng chuyển động với cùng vận tốc v như tấm trên. Trái lại, mặt dưới chất lỏng thì đứng yên như tấm dưới và làm chậm lại sự chảy của lớp chất lỏng ở ngay sát trên. Đến lượt mình nó lại làm chậm sự chảy của lớp tiếp theo, cứ như thế. Kết quả là vận tốc ở trong chất lỏng thay đổi một cách tuyến tính từ 0 đến v. Sự thay đổi này chia cho khoảng cách giữa hai tấm tức là $\frac{v}{l}$ *gọi là gradien vận tốc.*

2. Sự dịch chuyển của tấm trên đòi hỏi một ngoại lực nào đó. Thực nghiệm cho thấy, F tỉ lệ với diện tích S của một trong hai tấm, tỉ lệ với tốc độ v và tỉ lệ nghịch với khoảng cách giữa hai tấm :

$$F = \eta \frac{Sv}{l} \qquad (4.7a)$$



Hình 4.15

Hệ số tỉ lệ không đổi η (đọc là ê-ta) được gọi là *độ nhớt* có đơn vị là Pa.s. Trường hợp tổng quát thì gradien của vận tốc thay đổi. Hình 4.15 cho ta biết gradien vận tốc của nước chảy trong một ống. Khi ấy ta có : $F = \eta \frac{Sdv}{dy}$ (4.7b)

trong đó $\frac{dv}{dy}$ *là gradv,* tức là độ biến thiên vận tốc tính trên một đơn vị khoảng cách đặt vuông góc với $\vec{v}$ (Hình 4.15).

Công thức (4.7a, b) là công thức của lực ma sát nhớt.

VI – SỰ CHẢY THÀNH DÒNG TRONG CÁC ỐNG. CÔNG THỨC POA-ZƠI

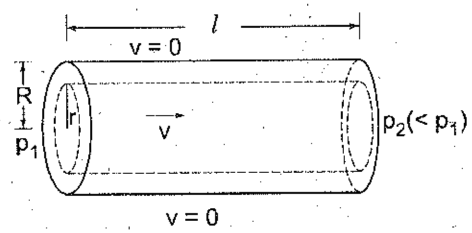
1. Một chất lỏng lí tưởng không có độ nhớt có thể chảy trong một ống nằm ngang mà không cần ngoại lực. Tuy nhiên, các chất lỏng thực như dầu, nước, máu... đều có độ nhớt, nên muốn chảy đều thì cần phải có một độ chênh lệch áp suất giữa hai đầu ống. Nhà vật lí và bác sĩ người Pháp Poa-zơi (Poiseuille 1799 – 1869) đã xác định được sự phụ thuộc của lưu lượng của một chất lỏng trong một ống tròn vào các yếu tố như độ nhớt, hiệu của hai áp suất giữa hai đầu ống và kích thước của ống. Ông đã đưa ra công thức sau đây :

$$Q = \frac{\pi R^4 (p_1 - p_2)}{8\eta l} \qquad (4.8)$$

trong đó R là bán kính trong của ống ; *l* là chiều dài của ống.

2. Ta có thể thành lập công thức Poa-zơi như sau :

a) Trước hết ta xác định điều kiện để chất lỏng chảy đều (Hình 4.16).



Hình 4.16

Ta hãy tách ra một ống dòng có bán kính r (0 < r < R). Lực đẩy gây ra bởi sự chênh lệch áp suất ở hai đầu ống dòng cân bằng với lực ma sát. Chọn chiều dương là chiều chuyển động của chất lỏng. Điều kiện cân bằng được viết thành :

$$\left(p_1 - p_2\right)\pi r^2 + \eta.2\pi r l\frac{dv}{dr} = 0 \quad \text{(a)}$$

b) Bây giờ ta xác định sự phụ thuộc của tốc độ chảy của chất lỏng vào khoảng cách đến thành ống. Từ điều kiện (a) ta suy ra :

$$\frac{dv}{dr} = -\frac{\left(p_1 - p_2\right)r}{2\eta l}$$

$$\int_0^v dv = -\frac{\left(p_1 - p_2\right)}{2\eta l}\int_R^r rdr$$

$$v(r) = \frac{\left(p_1 - p_2\right)}{4\eta l}\left(R^2 - r^2\right)$$

c) Cuối cùng ta xác định lưu lượng của chất lỏng :

$$dQ = 2\pi r dr.v(r) = \frac{\left(p_1 - p_2\right)}{4\eta l}2\pi\left(R^2 - r^2\right)rdr$$

$$\Rightarrow Q = \int_{r=0}^{R} dQ = \frac{\pi\left(p_1 - p_2\right)}{2\eta l}\int_0^R\left(R^2 r - r^3\right)dr$$

$$\Rightarrow Q = \pi R^4\frac{\left(p_1 - p_2\right)}{8\eta l} \quad (4.9)$$

3. Điều đáng ngạc nhiên mà công thức (4.9) cho ta là lưu lượng Q, và do đó tốc độ chảy v, tỉ lệ với R^4. Nếu bán kính của ống giảm đi một nửa thì tốc độ chảy giảm đi 16 lần ! Một ví dụ thú vị là sự lưu thông của máu trong cơ thể. Cơ thể điều khiển sự lưu thông của máu trong các động mạch bằng các sợi cơ bao quanh chúng. Khi các sợi cơ co lại, chúng làm giảm bán kính của một động mạch và do đó làm giảm mạnh tốc độ chảy của máu trong động mạch đó. Bằng cách như vậy, các sợi cơ có thể điều khiển một cách chính xác sự cung cấp máu đến các phần khác nhau của cơ thể.

VII – CHUYỂN ĐỘNG CỦA MỘT VẬT TRONG CHẤT LỎNG. LỰC CẢN CỦA CHẤT LỎNG. VẬN TỐC GIỚI HẠN

1. Lực cản của chất lỏng

Khi một vật chuyển động trong chất lỏng đứng yên thì chất lỏng này tác dụng lên nó một lực cản. Độ lớn của lực cản phụ thuộc vào độ nhớt của chất lỏng, tốc độ của vật và vào chuyển động có xoáy hay không có xoáy ở đằng sau vật.

Thí nghiệm chứng tỏ khi tốc độ của vật còn nhỏ thì sự chảy của chất lỏng xung quanh một vật là sự chảy thành dòng, thành lớp và lực cản tỉ lệ với tốc độ v :

$$F_c = kv$$

Hệ số tỉ lệ k phụ thuộc vào kích thước và hình dạng của vật cũng như độ nhớt của chất lỏng. Đối với quả cầu bán kính r thì $k = 6\eta\pi r$.

Khi tốc độ của vật lớn thì có dòng xoáy ở sau vật và lực cản lớn hơn. Khi ấy lực cản tỉ lệ với bình phương của tốc độ v : $F_c \sim v^2$.

2. Vận tốc giới hạn

Khi vật rơi trong một chất lỏng dưới tác dụng của trọng lực, lực đẩy Ác-si-mét và lực cản của chất lỏng, thì đến một lúc nào đó vật đạt tới vận tốc giới hạn và vật sẽ chuyển động đều với vận tốc này.

Thật vậy, áp dụng định luật II Niu-tơn :

$$ma = mg - F_A - F_c = \left(\rho_0 - \rho\right)Vg - kv$$

trong đó : ρ_0 : khối lượng riêng của vật.

ρ : khối lượng riêng của chất lỏng.

V : thể tích của vật.

Khi a = 0 ta có $v = v_{gh} = \dfrac{\left(\rho_0 - \rho\right)Vg}{k}$. (4.10)

Ví dụ : Một giọt nước nhỏ, đường kính $1{,}2.10^{-3}$ mm rơi trong khí đạt đến vận tốc giới hạn $v_{gh} \approx 44.10^{-3}$ mm/s. Giá trị nhỏ này giải thích tại sao các đám mây (được hình thành bởi những giọt nước nhỏ li ti, lại hạ thấp rất chậm trong không khí).

VIII – CÁC PHƯƠNG TRÌNH ĐỘNG LƯỢNG VÀ MOMEN ĐỘNG LƯỢNG CHO MỘT CHẤT LỎNG CHUYỂN ĐỘNG

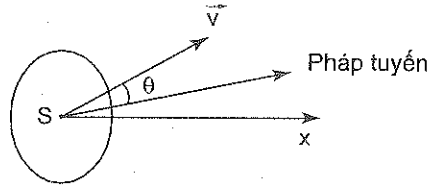
1. Phương trình động lượng

a) Động lượng

Gọi m là khối lượng của khối chất lỏng chảy qua một diện tích S, v là tốc độ chảy. Động lượng của khối chất lỏng này theo hướng x được định nghĩa như sau :

$$p_x = mv_x = (\rho S v\cos\theta dt)v_x \qquad (4.11a)$$

trong đó θ là góc mà vectơ $\vec{v}$ làm với pháp tuyến của diện tích S và v_x là thành phần của $\vec{v}$ theo hướng x (Hình 4.17).



Hình 4.17

Gọi Q là lưu lượng của chất lỏng qua diện tích S. Vì $Q = Sv\cos\theta$, nên công thức (4.11a) được viết thành :

$$p_x = \rho Qdt.v_x \qquad (4.11b)$$

b) Phương trình động lượng

Xét chuyển động của khối chất lỏng m trong một đoạn ống nằm giữa hai tiết diện S_1 và S_2. Áp dụng định luật II Niu-tơn ta có :

$$\Sigma F_x = \frac{dp_x}{dt} = \rho Q(v_{2x} - v_{1x}) \qquad (4.12)$$

Phương trình (4.12) được gọi là *phương trình động lượng áp dụng cho một chất lỏng chuyển động không đổi.*

Khi áp dụng phương trình (4.12), phải chọn thể tích cần xét sao cho sự chảy của chất lỏng là đều ở cả hai phía trái và phải của thể tích, còn mọi sự không đều nếu có thì nằm trong thể tích này. Thêm nữa, thể tích của chất lỏng phải vào qua một mặt và ra ở mặt kia, còn các mặt còn lại của thể tích tác dụng như các bờ.

c) Các lực tác dụng lên khối chất lỏng đang xét bao gồm :

– Trọng lực.

– Áp lực.

– Các lực mà bờ tác dụng lên chất lỏng.

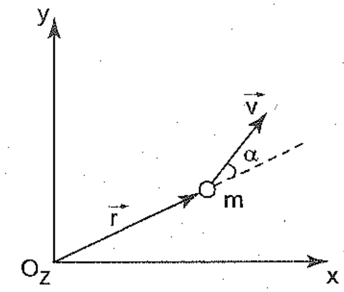
– Lực ma sát nhớt.

Nếu các lực khác tương đối lớn thì có thể bỏ qua lực ma sát nhớt.

2. Phương trình momen động lượng

a) Momen động lượng

Giả sử có một khối lượng m quay trong mặt phẳng nằm ngang xOy quanh trục thẳng đứng Oz (Hình 4.18).



Hình 4.18

Theo định nghĩa, momen động lượng đối với trục z là :

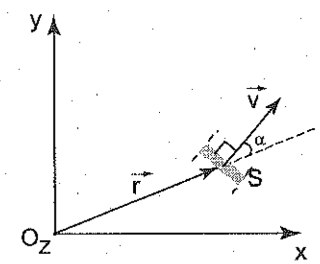
$$\vec{L}_z = \vec{r} \wedge \vec{v}$$

hay $\quad L_z = rmv\sin\alpha \qquad (4.13a)$

trong đó $\quad \alpha = (\vec{r}, \vec{v})$

Áp dụng vào trường hợp một khối chất lỏng chảy qua một tiết diện S với tốc độ v (Hình 4.19), công thức (4.13a) được viết lại thành :

$$L_z = (\rho Qdt) rv\sin\alpha \qquad (4.13b)$$



Hình 4.19

b) Phương trình momen động lượng

Theo định lí biến thiên momen động lượng thì độ biến thiên momen động lượng trong một đơn vị thời gian bằng momen của ngoại lực. Áp dụng vào một khối chất lỏng chảy vào tiết diện 1 và chảy ra tiết diện 2 của một ống nằm ngang, ta có :

$$M_z = \frac{dL_z}{dt} = \rho Q(r_2 v_2 \sin\alpha_2 - r_1 v_1 \sin\alpha_1) \qquad (4.14)$$

Trong đó $r_1, v_1, \sin\alpha_1$ là các đại lượng ứng với tiết diện vào S_1, còn $r_2, v_2, \sin\alpha_2$ là các đại lượng ứng với tiết diện ra S_2.

Phương trình (4.14) được gọi là *phương trình momen động lượng áp dụng cho một chất lỏng chuyển động không đổi.*

3. Ứng dụng

a) Phương trình động lượng có nhiều ứng dụng, chẳng hạn như xác định :

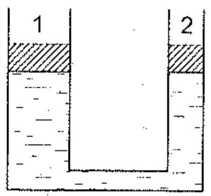
– Các lực tác dụng lên một tấm phẳng đứng yên, hay chuyển động, lên chong chóng, cánh quạt, chân vịt...

Các lực tác dụng vào các vật trong không khí, vào các cấu trúc trong các kênh, mương...

b) Phương trình momen động lượng tìm thấy ứng dụng trong các hệ thống tưới nước, các máy bơm và tua bin...

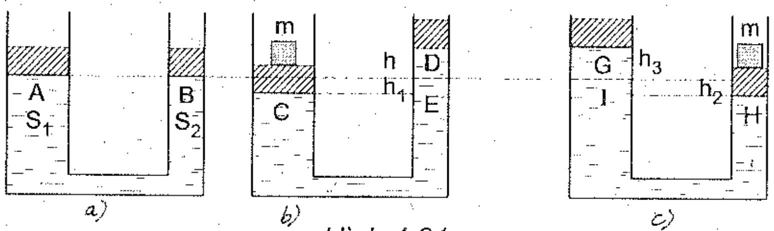
PHẦN BÀI TẬP VÍ DỤ

4.1. Hai bình thông nhau chứa cùng một chất lỏng có khối lượng riêng là ρ và được đậy kín bằng hai pit-tông có khối lượng m_1 và m_2. Hai pit-tông ở cùng một độ cao (Hình 4.20). Nếu đặt lên pit-tông 1 một vật có khối lượng m thì khi cân bằng pit-tông 2 nâng cao lên so với vị trí ban đầu một đoạn là h. Hỏi nếu đặt vật m lên pit-tông 2 thì pit-tông 1 lên cao bao nhiêu so với ban đầu ?



Hình 4.20

Giải



Hình 4.21

Hình 4.21a : $p_A = p_B \Rightarrow \dfrac{m_1}{S_1} = \dfrac{m_2}{S_2}$ (1)

Hình 4.21b : $p_C = p_E = p_0 + \rho g(h + h_1)$

$$\Rightarrow \frac{m + m_1}{S_1} = \frac{m_2}{S_2} + \rho g(h + h_1)$$

Kết hợp với (1) $\Rightarrow \dfrac{m}{S_1} = \rho g(h + h_1)$ (2)

Mặt khác : $h_1 S_1 = h S_2$ (3)

Từ (2) và (3) suy ra : $m = \rho g(S_1 + S_2)h$ (4)

Hình 4.21c : $p_I = p_H \Rightarrow \dfrac{m_1}{S_1} + \rho g(h_2 + h_3) = \dfrac{m + m_2}{S_2}$

Kết hợp với (1) $\Rightarrow \dfrac{m}{S_2} = \rho g(h_3 + h_2)$ (5)

Mặt khác : $S_1 h_3 = S_2 h_2$ (6)

Từ (5) và (6) suy ra : $m = \rho g(S_1 + S_2)h_3$ (7)

So sánh (4) với (7) ta được $h_3 = h$.

4.2. Nước từ đường phố có áp suất 3,3 atm chảy vào một tòa nhà với tốc độ 0,50 m/s qua một ống nước có đường kính 5,0 cm. Đường kính của ống nhỏ dần khi lên cao. Đến tầng trên cùng cao 25 m, đường kính của ống chỉ còn 2,5 cm. Hãy tính tốc độ và áp suất của nước trong các ống ở tầng trên cùng. Bỏ qua độ nhớt của nước. Biết rằng 1 atm $= 1{,}01.10^5$ N/m^2 và $g = 9{,}8$ m/s^2.

Giải

Áp dụng phương trình liên tục : $S_1 v_1 = S_2 v_2$.

$$\Rightarrow v_2 = \frac{S_1 v_1}{S_2} = \frac{d_1^2}{d_2^2} v_1 = \left(\frac{5.10^{-2}}{2{,}5.10^{-2}}\right)^2 \cdot 0{,}5 = 2 \text{ m/s}$$

Áp dụng định luật Béc-nu-li :

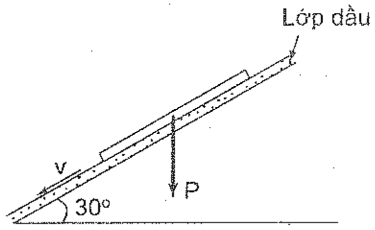
$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h$$

$$\Rightarrow p_2 = p_1 + \frac{1}{2}\rho(v_1^2 - v_2^2) - \rho g h$$

$$= 3{,}333.10^5 + \frac{1}{2} \cdot 10^3\left(0{,}5^2 - 2^2\right) - 10^3.9{,}8.25$$

$$= 86{,}4.10^3 \text{ N/m}^2 = 0{,}85 \text{ atm}$$

4.3. Một tấm hình vuông, có diện tích 0,50 m x 0,50 m, nặng 500 N, trượt xuống một mặt phẳng nghiêng 30° so với phương ngang với vận tốc không đổi 1,75 m/s. Kẽ hở giữa tấm và mặt phẳng nghiêng chứa một lớp dầu dày 2 mm (Hình 4.22). Tìm độ nhớt của dầu.



Hình 4.22

Giải

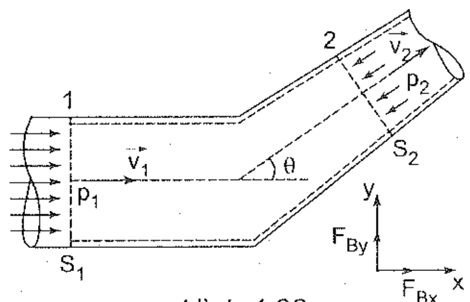
Vì tấm chuyển động thẳng đều nên ta có :

$$F = \eta S\frac{v}{l} = P\sin 30^\circ$$

$$\Rightarrow \eta = \frac{lP\sin\alpha}{Sv} = \frac{2.10^{-3}.500.0,5}{0,50.0,50.1,75}$$

$= 1,14$ Pa.s

4.4. Một chất lỏng chảy trong một ống hình khuỷu đặt nằm ngang (Hình 4.23). Cho biết S_1, S_2, v_1, v_2, ρ, p_1, p_2. Bỏ qua ma sát nhớt. Hãy xác định các lực mà bờ tác dụng lên chất lỏng.



Hình 4.23

Giải

Giả sử tốc độ của chất lỏng qua các diện tích S_1 và S_2 là đều và là v_1 và v_2. Gọi Q là lưu lượng. Do ống đặt nằm ngang nên ta có thể bỏ qua trọng lượng của khối chất lỏng. Phương trình động lượng (4.12) được viết thành :

$$\sum F_x = \rho Q(v_2\cos\theta - v_1) \qquad (1)$$

$$\sum F_y = \rho Q(v_2\sin\theta - 0) \qquad (2)$$

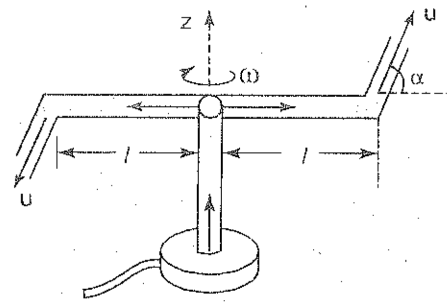
Các ngoại lực trong hai phương trình trên là áp lực và các lực của bờ $\vec{F}_B$. Ta có :

$$\sum F_x = F_{Bx} + p_1S_1 - p_2S_2\cos\theta \qquad (3)$$

$$\sum F_y = F_{By} + p_2S_2\sin\theta \qquad (4)$$

Giải hệ bốn phương trình trên, ta tìm được F_{Bx} và F_{By}.

4.5. Xét sự hoạt động của một hệ thống tưới nước ở bãi cỏ. Nước được dẫn vào một ống thẳng đứng, lồng vào trục quay rồi chảy vào hai ống nằm ngang, dài l, như hai cánh tay đòn và cuối cùng phụt ra qua hai ống hẹp lắp ở hai đầu của chúng. Tia nước có tiết diện S và có vận tốc tương đối $\vec{u}$ làm với cánh tay đòn một góc α (Hình 4.24). Bỏ qua ma sát ở trục quay. Hãy tìm :



Hình 4.24

a) Tốc độ góc của hệ thống.

b) Momen lực cần giữ cho hệ thống không quay.

Giải

a) Thành phần của vận tốc tuyệt đối của tia nước phụt ra theo hướng vuông góc với cánh tay đòn là : $v = u\sin\alpha - \omega r$.

Momen động lượng ban đầu của nước chảy trong đoạn ống thẳng đứng của hệ thống bằng không.

Momen động lượng cuối bằng $L_z = 2\rho Q(u\sin\alpha - \omega r) = 2\rho Su(u\sin\alpha - \omega r)$.

Vì không có ngoại lực tác dụng lên hệ thống nên ta có :

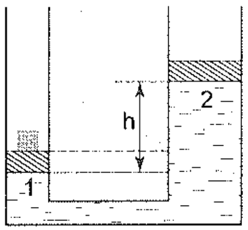
$$L_z = 2\rho Su(u\sin\alpha - \omega r) = 0 \Rightarrow \omega = \frac{u\sin\alpha}{r}$$

b) Momen lực để giữ cho hệ thống đứng yên là :

$$M = 2\rho Q(u\sin\alpha)r = 2\rho S u^2 r\sin\alpha$$

PHẦN BÀI TẬP TỰ GIẢI

4.1. Một bình thông nhau có chứa nước và được đậy kín bằng hai pit-tông có khối lượng $m_1 = 2$ kg và $m_2 = 3$ kg (Hình 4.25). Khi đặt một vật có khối lượng m = 1 kg lên pit-tông 1 thì pit-tông 1 ở thấp hơn pit-tông 2 một đoạn h = 12 cm. Khi chuyển vật này sang pit-tông 2 thì pit-tông 2 lại thấp hơn pit-tông 1 cũng một đoạn bằng h. Hãy xác định mức chênh lệch về độ cao của hai pit-tông khi không có vật m.



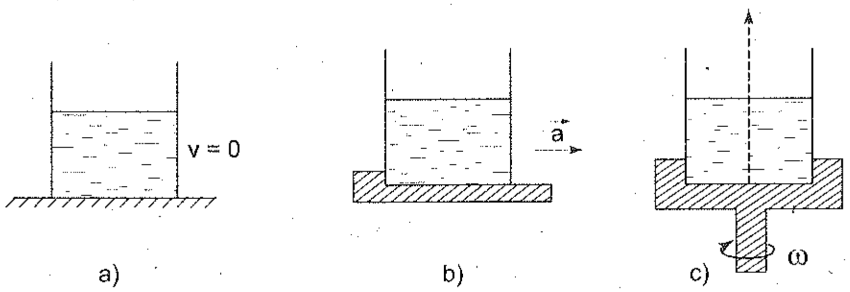
Hình 4.25

ĐS : 2 cm.

4.2. Một bình hình trụ chứa một chất lỏng (Hình 4.26a). Hãy xác định phương trình của mặt thoáng của chất lỏng khi :

a) Bình chuyển động với gia tốc $\vec{a}$ không đổi (Hình 4.26b).

b) Bình quay quanh trục của nó với tốc độ góc không đổi (Hình 4.26c).

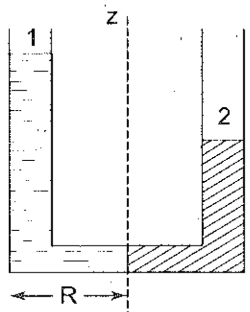


Hình 4.26

ĐS : a) $y = -\dfrac{a}{g}x + c^{te}$; b) $y = \dfrac{\omega^2}{2g}x^2$.

4.3. Một chất lỏng hình chữ U, tiết diện đều, chứa hai chất lỏng có khối lượng riêng gấp đôi nhau. Khi ống còn đứng yên, mặt phân cách hai chất lỏng đi qua trục đối xứng (Hình 4.27). Hỏi nếu ống quay xung quanh trục đối xứng với tốc độ góc ω không đổi thì mặt phân cách dịch đi một đoạn bằng bao nhiêu và về phía nào ?

Cho biết R = 20 cm, ω = 5 rad/s, g = 10 m/s^2.



Hình 4.27

ĐS : 1,6 cm.

4.4. Một bể nước đặt trên sàn nhà. Lỗ thủng ở thành bể cao h_1 còn mực nước ở trong bể cao h_2 so với sàn nhà.

a) Hỏi dòng nước phụt ra ở lỗ chạm vào sàn cách bể nước bao xa ?

b) Đục thêm một lỗ khác cao h_1'. Hỏi h_1' phải bằng bao nhiêu để dòng nước phụt ra cũng chạm sàn ở cùng một tầm xa ?

Coi nước không chịu nén và bỏ qua độ nhớt của nước. Coi mực nước trong bể giảm rất chậm.

$$ĐS: \text{a) } L = \sqrt{\frac{4h_1(h_2 - h_1)}{1 - \left(\dfrac{S_1}{S_2}\right)^2}}\ ; \text{ b) } h_1' = h_2 - h_1.$$

4.5. a) Chứng minh rằng khi nước trong bể chảy ra khỏi vòi thì mực nước trong bể sẽ hạ thấp với tốc độ : $v_2 = -\dfrac{dh}{dt} = \sqrt{\dfrac{2gh}{\left(\dfrac{S_2}{S_1}\right)^2 - 1}}$.

trong đó h là khoảng cách từ mực nước bể tới vòi ; S_1 và S_2 là tiết diện của vòi và của bể.

b) Xác định sự phụ thuộc của h vào thời gian. Biết rằng khi t = 0 thì $h = h_0$.

c) Cần bao nhiêu thời gian để chảy hết nước trong một bình hình trụ cao 9,4 cm chứa đầy 1,0 *l*, nếu lỗ thủng ở sát đáy có đường kính 0,50 cm.

$$ĐS: \text{b) } \sqrt{h} = \sqrt{h_0} - \frac{1}{2}\left(\sqrt{\frac{2g}{\left(\dfrac{S_2}{S_1}\right)^2 - 1}}\right)t\ ; \text{ c) } 73 \text{ s}.$$

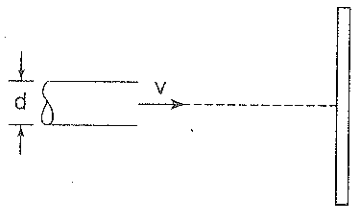
4.6. Một bình chứa được 15 cốc nước. Nếu mở vòi ở đáy thì mất 12 s để rót đầy 1 cốc. Nếu cứ để vòi mở thì phải mất bao nhiêu thời gian để rót đầy 14 cốc còn lại ?

ĐS : 342 s.

4.7. Một tia nước hình tròn, đường kính d = 40 mm, đập vào một chiếc đĩa được giữ yên vuông góc với tia nước với vận tốc v = 26,8 m/s (Hình 4.28). Hãy xác định :

a) Lưu lượng của tia nước.

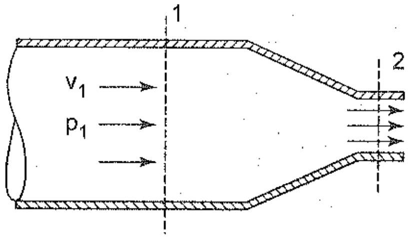
b) Lực mà đĩa tác dụng lên tia nước.



Hình 4.28

ĐS : 0,034 m^3/s ; 884 N.

4.8. Một tia nước phụt ra từ một vòi nước cứu hoả, đường kính 20 mm. Ở cuối vòi nước có gắn một miệng vòi, đường kính 5,0 mm. Áp suất tại tiết diện 1 là 200 kN/m^2 (Hình 4.29). Hãy xác định lực của miệng vòi lên dòng nước. Bỏ qua áp suất khí quyển.



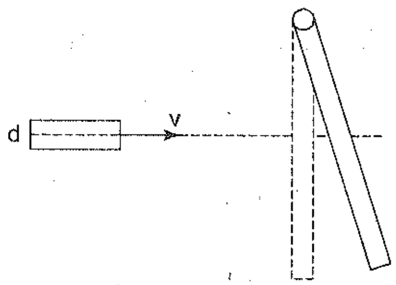
Hình 4.29

ĐS : 55,4 N.

4.9. Một tấm phẳng dài, nặng 10 N có lắp bản lề ở cạnh trên cùng để có thể quay xung quanh một trục nằm ngang. Một luồng không khí có đường kính d = 25 mm thổi vuông góc vào tấm phẳng lúc đầu thẳng đứng tại tâm của nó với tốc độ v = 50,0 m/s (Hình 4.30). Hãy xác định :

a) Góc mà tấm phẳng làm với phương thẳng đứng khi cân bằng. Biết $\rho_{kk} = 1,208\ kg/m^3$.

b) Lực cần phải đặt vào cạnh dưới để giữ cho tấm thẳng đứng.



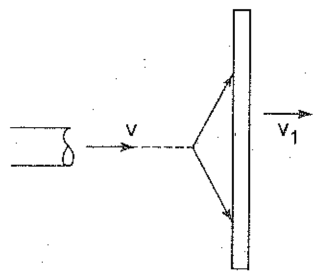
Hình 4.30

ĐS : a) $8,52^o$; b) 0,74 N.

4.10. Một tia nước có tiết diện S đập vuông góc vào tâm của một tấm phẳng thẳng đứng với vận tốc v, làm nó chuyển động cùng chiều với vận tốc v_1 (Hình 4.31). Hãy xác định :

a) Công thực hiện trên tấm trong 1 s.

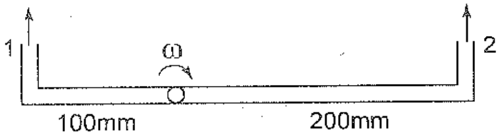
b) Hiệu suất cực đại của tia nước.



Hình 4.31

ĐS : a) $\rho S(v - v_1)^2 v_1$; b) 29,6%

4.11. Một chiếc cần tưới nước (Hình 4.32) có hai lỗ đường kính 5 mm, và phun được 0,20 lít nước trong một giây. Hai nhánh của cần dài 100 mm và 200 mm. Hãy xác định tốc độ của chuyển động quay của cần tưới và momen lực cần thiết để giữ chiếc cần đứng yên. Bỏ qua ma sát nhớt.

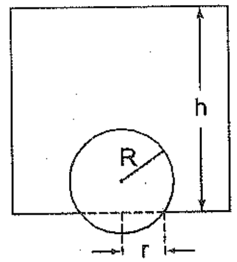


Hình 4.32

ĐS : 10,2 rad/s ; 0,051 N.m

4.12. Một quả cầu, khối lượng m, bán kính R, được dùng để bịt kín một lỗ thủng tròn, bán kính r (r < R) ở đáy của một côngtennơ (Hình 4.33). Nước ở trong côngtennơ lúc đầu đầy, sau giảm dần và đến khi còn một độ cao h_0. Hãy tìm h_0.

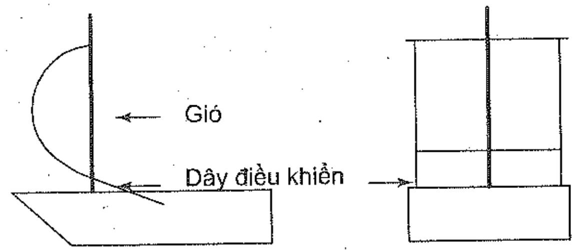
$$ĐS: \ h_0 = \frac{2R^3}{3r^2} - \frac{2R^2 + r}{3r^2}\sqrt{R^2 - r^2} - \frac{m}{\pi \rho r^2}.$$



Hình 4.33

Gợi ý : Bài này dùng đến phép tính tích phân.

4.13. Hình 4.34a và b cho thấy một chiếc thuyền buồm đơn giản được nhìn từ phía bên và từ phía sau. Buồm có diện tích là S. Tốc độ của gió là v, của thuyền là v_1.



a) (Nhìn từ phía bên)

b) (Nhìn từ phía sau)

Hình 4.34

a) Tìm lực của gió tác dụng lên buồm. Chứng tỏ rằng lực này có dạng kv^2 và cho biết đơn vị của hệ số tỉ lệ k.

b) Tính công suất của gió.

c) Hãy giải thích tại sao khi tốc độ gió tăng gấp đôi mà tốc độ của thuyền lại không tăng gấp 4 ?

ĐS : a) k có đơn vị là $kg.s^{-1}$;

b) $\mathscr{P} = Fv_1$.

HƯỚNG DẪN GIẢI

CHỦ ĐỀ 1

1.1. Chọn gốc tọa độ tại ga 1, gốc thời gian là lúc tàu khởi hành.

Trên nửa quãng đường đầu : $v = at$; $x = \frac{1}{2}at^2$.

Khi $x = \frac{s}{2}$ thì $t = t_0 = \sqrt{\frac{s}{a}}$ và $v = v_0 = at_0$.

Trên nửa quãng đường sau : $v = v_0 - a(t - t_0)$.

$$x = \frac{s}{2} + v_0(t - t_0) - \frac{1}{2}a(t - t_0)^2 = \frac{at_0^2}{2} + at_0(t - t_0) - \frac{1}{2}a(t - t_0)^2$$

$$= a.\frac{-t^2 + 4t_0t - 2t_0^2}{2}$$

$$\bar{v} = \frac{x}{t} = a.\frac{-t^2 + 4t_0t - 2t_0^2}{2t} \qquad (1)$$

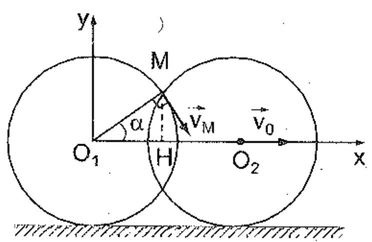
Khi $\bar{v} = \bar{v}_{max}$ thì $(\bar{v})' = 0 \Rightarrow -t^2 + 2t_0^2 = 0$

hay $\quad t = \tau = t_0\sqrt{2} = \sqrt{\frac{2s}{a}}$

Thay $t = \tau = \sqrt{\frac{2s}{a}}$ vào (1) ta được : $\bar{v}_{max} = (2 - \sqrt{2})\sqrt{as}$

$$l = \bar{v}_{max}\tau = 2(\sqrt{2} - 1)s$$

1.2. Giao điểm M dịch chuyển trên vành đai cố định, nên vectơ vận tốc $\vec{v}_M$ tiếp tuyến với vành đai này (Hình 1.1G).



Hình 1.1G

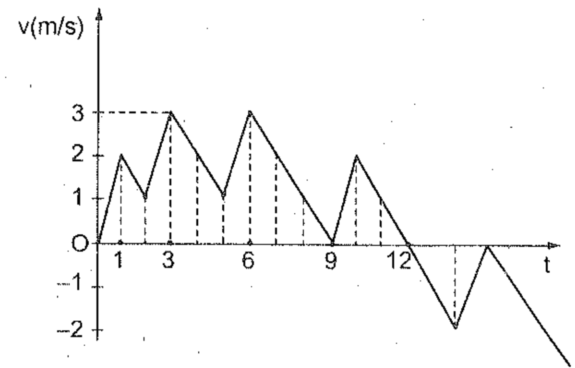
Mặt khác : $\quad v_{Mx} = v_H = \frac{v_0}{2}$.

$$v_{Mx} = v_M\sin\alpha = \frac{v_0}{2} \text{ ; } \cos\alpha = \frac{d}{2R}$$

Suy ra : $v_M = \frac{v_0R}{\sqrt{4R^2 - d^2}}$.

1.3. *Cách 1* :

Từ đồ thị gia tốc – thời gian ở đầu bài ta vẽ lại thành đồ thị vận tốc – thời gian (Hình 1.2G). Ta nhận thấy khi $t > 12$ s thì $v < 0$, tức là con tàu vũ trụ quay trở về nơi xuất phát. Như vậy sau $t = 12$ s, nó ở xa nơi xuất phát nhất.

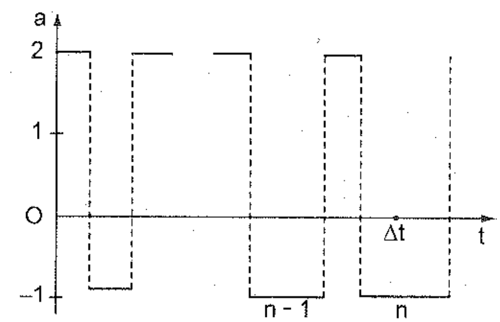


Hình 1.2G

Cách 2 : (Hình 1.3G).

Gọi số lần tăng vận tốc là n, mỗi lần tăng 2 m/s trong một giây. Vậy vận tốc tăng tổng cộng là 2n (m/s).

Gọi số lần giảm vận tốc là n – 1. Vận tốc giảm tổng cộng là :



Hình 1.3G

$$1 + 2 + 3 + \ldots (n - 1) + \Delta t$$

$$= \frac{(n-1)n}{2} + \Delta t$$

Muốn vận tốc bằng không thì :

$$2n = \frac{(n-1)n}{2} + \Delta t \qquad (1)$$

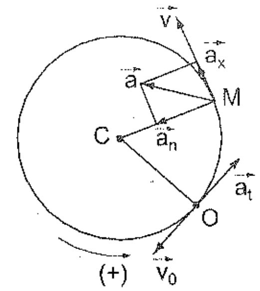
Mặt khác : $0 < \Delta t < n \qquad (2)$

Từ (1) và (2) suy ra : $3 < n < 5 \Rightarrow n = 4$ và $\Delta t = 2$ s.

Thời gian chuyển động cho đến lúc con tàu dừng lại để quay về là :

$$\tau = n + \frac{n(n-1)}{2} + \Delta t = 12 \text{ s}$$

1.4. Đối chiếu phương trình tổng quát $s = v_0t + \frac{1}{2}a_tt^2$ với phương trình cụ thể $s = t^2 - 2t$, ta được :



Hình 1.4G

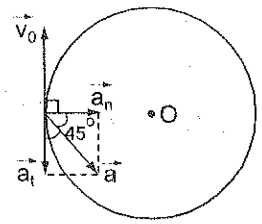
$a_t = 2\ m/s^2$ và $v_0 = -2$ m/s (Hình 1.4G)

Sau 3 s : $v = v_0 + a_tt = -2 + 2.3 = 4$ m/s.

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{4^2}{4} = 4\ m/s^2$$

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{4 + 16} \approx 4{,}5\ m/s^2$$

1.5. Tại thời điểm dây bị đứt, các vectơ vận tốc và gia tốc của vật được chỉ trên Hình 1.5G.



Hình 1.5G

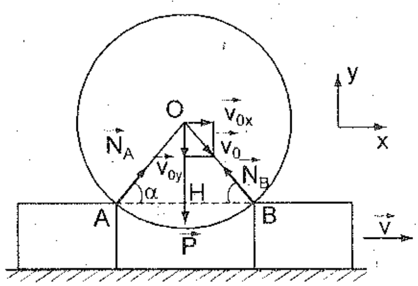
$$a_t = g\ ;\ a_n = a_t \Rightarrow g = \frac{v_0^2}{R} \Rightarrow v_0 = \sqrt{Rg}$$

$$v = v_0 - gt$$

$$h_{max} \text{ khi } v = 0 \Rightarrow t_0 = \frac{v_0}{g} = \sqrt{\frac{R}{g}}$$

$$h_{max} = v_0t_0 - \frac{1}{2}gt_0^2 = \sqrt{gR}\,.\sqrt{\frac{R}{g}} - \frac{1}{2}g\frac{R}{g} = \frac{R}{2}$$

1.6. Tâm O của quả cầu chuyển động tròn quanh điểm A cố định. Suy ra vectơ vận tốc $\vec{v}_0$ vuông góc với bán kính AO.



Hình 1.6G

Khi $AB = R\sqrt{2}$ thì $\alpha = 45^o$ và $\widehat{AOB} = 90^o$. Khi ấy vectơ $\vec{v}_0$ hướng theo OB (Hình 1.6G).

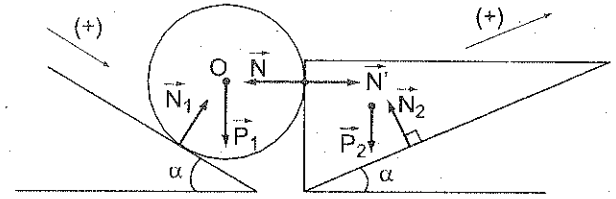
$$Ox : v_{0x} = v_0\cos 45^o = v_H = \frac{v}{2}$$

$$\Rightarrow v_0 = \frac{v}{\sqrt{2}} \qquad (1)$$

$$F_{ht} = P\cos 45^o - N_A = \frac{mv_0^2}{R} \qquad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra : $N_A = \frac{m}{2}\left(g\sqrt{2} - \frac{v^2}{R}\right)$.

1.7. Vì không có ma sát nên các phản lực của nêm vào quả cầu đều là lực pháp tuyến, do đó đều hướng vào tâm O của quả cầu (Hình 1.7G).



Hình 1.7G

Do quả cầu và nêm luôn tiếp xúc với nhau nên quả cầu trượt xuống mặt phẳng nghiêng một đoạn bao nhiêu thì nêm cũng trượt lên mặt phẳng nghiêng một đoạn bấy nhiêu. Nói một cách khác, hai vật có cùng gia tốc a.

Chọn chiều chuyển động của mỗi vật làm chiều dương, ta có :

$$m_1a = m_1g\sin\alpha - N\cos\alpha \qquad (1)$$

$$m_2a = -m_2g\sin\alpha + N\cos\alpha \text{ (vì N' = N)} \qquad (2)$$

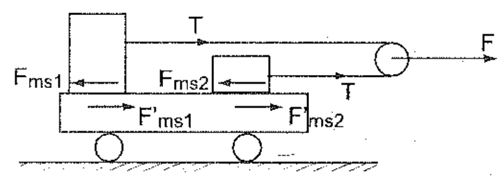
Từ (1) và (2) suy ra :

$$g\sin\alpha - \frac{N\cos\alpha}{m_1} = -g\sin\alpha + \frac{N\cos\alpha}{m_2}$$

hay $$N = \frac{2m_1m_2g\tan\alpha}{m_1 + m_2}$$

1.8. a) Gọi khối 5m và m lần lượt là vật 1 và 2.

Trường hợp 1 : Xét chuyển động của xe :



Hình 1.8G

$$F_{ms1} + F_{ms2} = ma$$

$$\mu.5mg + \mu mg = m.0{,}2g$$

$$\Rightarrow 6\mu = 0{,}2 \text{ (vô lí)}$$

Vậy trường hợp 1 không xảy ra.

Trường hợp 2 : Hai khối đều không trượt, tức là đều có cùng gia tốc với xe.

$$\left.\begin{aligned} &\text{Vật 1: } T - F_{ms1} = 5ma \\ &\text{Vật 2: } T - F_{ms2} = ma \end{aligned}\right\} \Rightarrow F_{ms2} - F_{ms1} = 4ma \qquad (1)$$

$$\text{Xe}: F_{ms1} + F_{ms2} = ma \qquad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra : $F_{ms2} = \frac{5}{2}ma \le \mu mg$

$$\Rightarrow \frac{5}{2}.0,2g \le \mu g \text{ (vô lí).}$$

Vậy trường hợp 2 không xảy ra.

Trường hợp 3 : Vật 1 không trượt, vật 2 trượt.

$$\left.\begin{aligned}&\text{Vật 1: } T - F_{ms1} = 5ma\\ &\text{Vật 2: } F_{ms1} + F_{ms2} = ma\end{aligned}\right\} \Rightarrow T + F_{ms2} = 6ma \qquad (3)$$

Thay $T = \frac{F}{2}$ và thay $F_{ms2} = \mu mg$ vào (3) ta được :

$$F = 2(6ma - \mu mg) = 2,2mg$$

b) Gia tốc của vật 2 :

$$a_2 = \frac{\frac{F}{2} - \mu mg}{m} = 1,1g - 0,1g = g\ (> a)$$

Vì dây không dãn nên vật 1 lại gần ròng rọc bao nhiêu thì vật 2 xa ròng rọc bấy nhiêu. Ta có :

$$a_{2/RR} = -a_{1/RR}$$

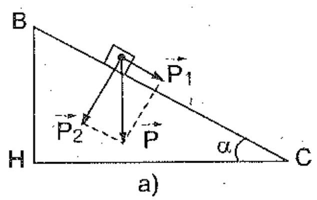
hay $\quad a_2 - a_{RR} = -(a_1 - a_{RR})$

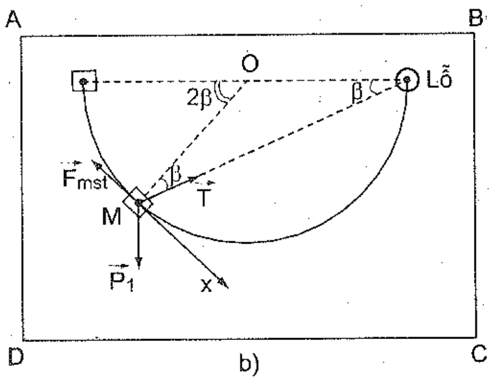
Suy ra : $a_{RR} = \frac{a_1 + a_2}{2}$

$$= \frac{0,2g + g}{2} = 0,6g$$

1.9. Trước hết ta phân tích lực $\vec{P}$ thành hai lực thành phần $\vec{P_1}$ và $\vec{P_2}$ như Hình 1.9Ga.

Xét vật tại vị trí bất kì M khi dây tạo một góc β với AB (Hình 1.9Gb). Các lực tác dụng lên vật (xét trong mặt phẳng nghiêng) là :





Hình 1.9G

- $\vec{P_1}$ (song song với đường dốc chính hay vuông góc với AB).
- $\vec{F}_{mst}$ ngược chiều với $\vec{v}$, tức là có phương tiếp tuyến với quỹ đạo tròn.
- $\vec{T}$ luôn hướng về lỗ.

Áp dụng điều kiện cân bằng cho vật : $\vec{P_1} + \vec{T} + \vec{F}_{mst} = \vec{0}$.

Chiếu lên trục x (trùng với $\vec{v}$) : $T\sin\beta + P_1\cos2\beta - F_{mst} = 0 \qquad (1)$

Chiếu lên trục y (trùng với $\overrightarrow{MO}$) : $T\cos\beta - P_1\sin2\beta = 0 \qquad (2)$

Từ (2) $\Rightarrow T = 2mg\sin\alpha.\sin\beta$

Từ (1) $\Rightarrow F_{mst} = mg\sin\alpha(2\sin^2\beta + \cos2\beta) = mg\sin\alpha$

Mặt khác $F_{mst} = \mu mg\cos\alpha \Rightarrow \mu = \tan\alpha$.

1.10. a) Do N vật chuyển động cùng gia tốc nên ta có thể coi là một vật có khối lượng là Nm.

$$a = \frac{F_0}{Nm} \qquad (1)$$

Gọi T_n là lực căng của dây nối vật n và vật n + 1. Lực này truyền gia tốc cho (N – m) vật. Ta có :

$$a = \frac{T_n}{(N - n)m} \qquad (2)$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \frac{F_0}{Nm} = \frac{T_n}{(N-n)m} \Rightarrow T_n = \frac{F_0(N-n)}{N}$.

b) Lập luận tương tự như trên :

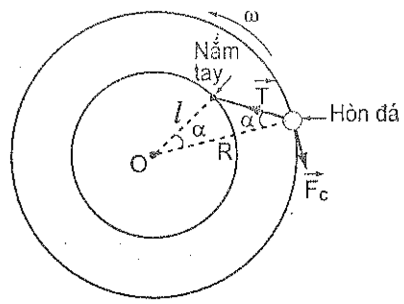
$$a = \frac{F_0 - \mu Nmg}{Nm} \qquad (3)$$

$$a = \frac{T_n - \mu(N-n)mg}{(N-n)m} \qquad (4)$$

Từ (3) và (4) $\Rightarrow T_n = \frac{F_0(N-n)}{N}$.

Ta có nhận xét T_n không phụ thuộc vào lực ma sát trượt.

1.11. (Hình 1.10G).



Hình 1.10G

$$F_{ht} = T\cos\alpha = \frac{mv^2}{R} \qquad (1)$$

$$T\sin\alpha = F_c = kv^2 \qquad (2)$$

$$R = 2l\cos\alpha \qquad (3)$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \tan\alpha = \dfrac{kR}{m}$ (4)

Từ (3) và (4) $\Rightarrow \dfrac{k^2}{m^2}R^4 + R^2 - 4l^2 = 0.$

Giải phương trình ta được : $R = \sqrt{\dfrac{m^2}{2k^2}\left(-1 + \sqrt{1 + \dfrac{16l^2k^2}{m^2}}\right)}$.

1.12. Trường hợp 1 :

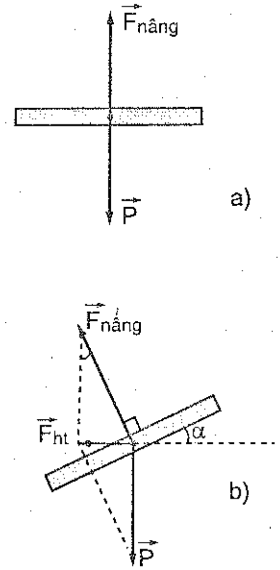
Khi máy bay bay thẳng theo phương ngang (Hình 1.11Ga) :

$$F_{nâng} = P \Rightarrow kv_0^2 = mg \qquad (1)$$

Trường hợp 2 : Khi máy bay bay theo đường tròn (Hình 1.11Gb) :

$$F_N = kv^2 = \frac{mg}{\cos\alpha} \qquad (2)$$

$$F_{ht} = mg\tan\alpha = \frac{mv^2}{R} \qquad (3)$$



Hình 1.11G

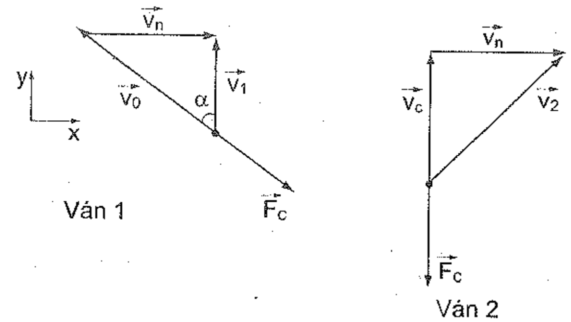
Từ (2) và (3) $\Rightarrow kv^2\sin\alpha = \dfrac{mv^2}{R} \Rightarrow \sin\alpha = \dfrac{m}{kR}$.

Kết hợp với (1) $\Rightarrow \sin\alpha = \dfrac{v_0^2}{Rg} = 0,5 \Rightarrow \alpha = 30^o$.

Từ (1) và (2) $\Rightarrow v = \sqrt{\dfrac{mg}{k\cos\alpha}} = \sqrt{\dfrac{kv_0^2}{k\cos\alpha}} = \dfrac{v_0}{\sqrt{\cos\alpha}} = 774$ km/h.

$\Delta v = 774 - 720 = 54$ km/h

1.13. Trong HQC gắn với nước, cả hai tấm ván chuyển động thẳng chậm dần rồi dừng lại. Đó là vì chúng chịu lực cản của nước tỉ lệ với vận tốc tương đối của ván : $\vec{F}_c = -k\vec{v}$.



Hình 1.12G

Gọi $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$ là vận tốc của hai tấm ván đối với bờ ; $\vec{v}_n$ là vận tốc của nước trong kênh đối với bờ. Áp dụng công thức cộng vận tốc cho mỗi tấm ván, ta được Hình 1.12G.

Áp dụng định luật II Niu-tơn cho mỗi ván : $\vec{F} = -k\vec{v} = m\dfrac{d\vec{v}}{dt}$.

Xét chuyển động thành phần theo trục y vuông góc với bờ :

$$F_y = -kv_y = m\frac{dv_y}{dt} \Rightarrow v_y dt = -\frac{m}{k}dv_y$$

$$\Rightarrow dy = -\frac{m}{k}dv_y \Rightarrow \Sigma dy = -\frac{m}{k}\Sigma dv_y$$

$$y = -\frac{m}{k}(v_{y\,cuối} - v_{y\,đầu}) \qquad (1)$$

Đối với ván 1, công thức (1) $\Rightarrow y_1 = -\dfrac{m}{k}(0 - v_0\cos\alpha)$

hay $\quad d_1 = \dfrac{m}{k}v_1$

Mặt khác, ta có : $v_1^2 = v_0^2 - v^2 \Rightarrow d_1 = \dfrac{m}{k}\sqrt{v_0^2 - v_n^2}$ (2)

Đối với ván 2, công thức (1) $\Rightarrow y_2 = -\dfrac{m}{k}(0 - v_0) \Rightarrow d_2 = \dfrac{mv_0}{k}$ (3)

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{\sqrt{v_0^2 - v_n^2}}{v_0} = \frac{4}{5} \Rightarrow v_n^2 = \frac{9}{25}v_0^2$$

Vậy, $v_n = 0,6$ m/s.

Chú ý : Nếu biết phép tính tích phân thì thay cho phép lấy tổng.

$\sum dy = -\frac{m}{k}\sum dv_y$, ta lấy tích phân $\int\limits_0^y dy = -\frac{m}{k}\int\limits_{v_{0y}}^{0} dv_y \Rightarrow y = -\frac{m}{k}(0 - v_{0y})$

1.14. a) Xét trường hợp ngay sau khi thả, dây vẫn căng.

Khi ấy $T > 0$ và $a_1 = a_2$.

$$a_1 = \frac{T + k_1x - mg}{m} \quad (1)$$

$$a_2 = \frac{mg + k_2x + T}{m} \quad (2)$$

$$a_1 = a_2 \Rightarrow 2T = 2mg - (k_1 - k_2)x \quad (3)$$

Điều kiện $T > 0 \Rightarrow x < \frac{2mg}{k_1 - k_2}$

b) Xét trường hợp $T = 0$ (dây trùng) và $a_1 = a_2$.

Theo (3) thì điều kiện để có trường hợp này là : $x = \frac{2mg}{k_1 - k_2}$.

Khi ấy $a_1 = a_2 = \frac{(k_1 + k_2)g}{k_1 - k_2}$.

c) Xét trường hợp ngay sau khi thả tay thì dây trùng và $a_1 \neq a_2$.

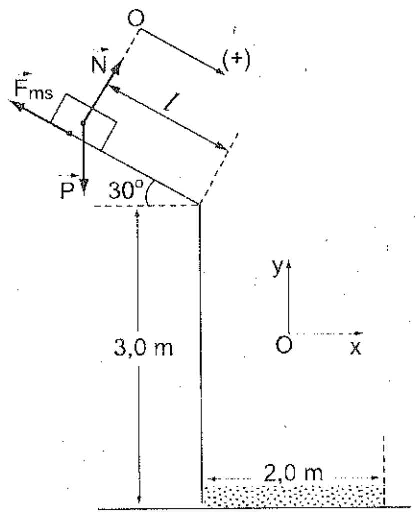
Khi ấy : $a_1 = \frac{k_1x}{m} - g$; $a_2 = \frac{k_2x}{m} - g$

1.15. a) Khi hộp đinh trượt trên mái. Chọn chiều dương là chiều chuyển động của vật (Hình 1.13G).

Áp dụng định luật II Niu-tơn theo trục Ox :

$$ma = mg\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha$$

$$\Rightarrow a = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) = 2{,}78\ m/s^2$$



Hình 1.13G

Thời gian hộp đinh trượt trên mái nhà :

$$t = \frac{v}{a} = \frac{3{,}5}{2{,}78} = 1{,}26\ s$$

Suy ra $l = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}.2{,}78.(1{,}26)^2 = 2{,}2$ m.

b) Khi vật rơi trong không khí. Chọn trục Ox, Oy như hình vẽ ta có :

$$y = h - v_0\sin\alpha - \frac{1}{2}gt^2 = 3 - 3{,}5.0{,}5 - \frac{1}{2}.9{,}8t^2$$

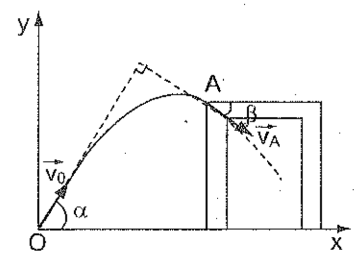
$$x = v_0\cos\alpha.t = 3{,}5.\frac{\sqrt{3}}{2}t$$

Khi hộp đinh rơi xuống đất :

$$y = 0 \Rightarrow 4{,}9t^2 + 1{,}75t - 3 = 0 \Rightarrow t = 0{,}624\ s$$

$$\Rightarrow x = 1{,}75.\sqrt{3}.0{,}624 \approx 1{,}89 < 2\ m \Rightarrow \text{Rơi vào luống hoa}$$

1.16. Chọn trục tọa độ như Hình 1.14G.



Hình 1.14G

Chuyển động thành phần theo trục x :

$$v_x = v_0\cos\alpha \ ; \ x = v_0\cos\alpha t.$$

Chuyển động thành phần theo trục y :

$$v_y = v_0\sin\alpha - gt \ ; \ y = v_0\sin\alpha.t - \frac{1}{2}gt^2$$

Vì $\vec{v}_0 \perp \vec{v}_A$ nên $\tan\alpha = \cot\beta$ (về độ lớn)

$$\frac{v_{0y}}{v_{0x}} = \frac{v_x}{-v_y} \ (\text{vì } v_y < 0)$$

$$\frac{v_0\sin\alpha}{v_0\cos\alpha} = \frac{v_0\cos\alpha}{-(v_0\sin\alpha - gt)} \Rightarrow v_0^2\cos^2\alpha = (-v_0\sin\alpha)(v_0\sin\alpha - gt) \quad (1)$$

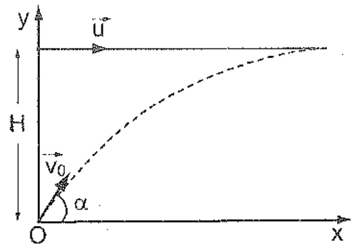
$$OA^2 = x^2 + y^2 = v_0^2\cos^2\alpha.t^2 + (v_0\sin\alpha.t - \frac{1}{2}gt^2)^2$$

Thay $v_0^2\cos^2\alpha$ từ (1) vào, ta được :

$$OA^2 = (-v_0\sin\alpha)(v_0\sin\alpha - gt)t^2 + (v_0\sin\alpha.t - \frac{1}{2}gt^2)^2 \Rightarrow OA = \frac{1}{2}gt^2 = 5\ m$$

Chú ý : Có thể dùng tích vô hướng của hai vectơ ta cũng được phương trình (1) :

$$\vec{v}_0 . \vec{v}_A = 0 \Rightarrow v_{0x}v_x + v_{0y}v_y = 0$$



Hình 1.15G

1.17. (Hình 1.15G) Ta tìm điều kiện để bắn trúng.

Theo phương Oy ta phải có :

$$h_{max} = \frac{(v_0 \sin\alpha)^2}{2g} \geq H$$

hay $(v_0 \sin\alpha)^2 \geq 2gH$ (1)

Theo phương Ox ta phải có : $v_0\cos\alpha = u$ (2)

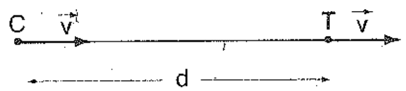
Kết hợp (1) với (2) ta được : $u \leq \sqrt{v_0^2 - 2gH}$.

Suy ra : Nếu $v_0 \leq \sqrt{2gH}$ thì con chim không bị bắn trúng.

Nếu $v_0 \geq \sqrt{2gH}$ thì con chim bị bắn trúng khi $u > \sqrt{v_0^2 - 2gH}$.

1.18. Xét theo hướng Bx (Hình 1.56 phần đề), vận tốc của thỏ là v, của chó là vcosα. Suy ra thỏ chạy xa chó với vận tốc tương đối (tức thời) là v(1 – cosα).

Xét theo hướng C – T (chó – thỏ), vận tốc của chó là v, của thỏ là vcosα. Suy ra chó lại gần thỏ với vận tốc tương đối là v(1 – cosα).



Hình 1.16G

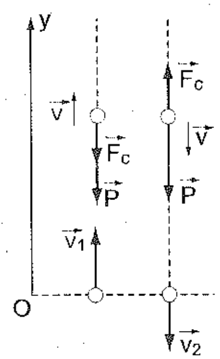
Giả sử sau một thời gian t_0 chó bắt đầu chạy trên đường Bx và thỏ chạy xa chó một đoạn đường là d (Hình 1.16G). Như vậy chó cũng lại gần thỏ một đoạn cũng là d. Tại t = 0, chó cách thỏ một đoạn đường là a.

Suy ra tại $t = t_0$, ta có : $a - d = d$ hay $d = \frac{a}{2}$.

1.19. Trước hết ta xét trường hợp có lực cản của không khí

$$\vec{F}_c = -k\vec{v}$$

Giả sử tốc độ đầu của hòn đá là v_1, tốc độ cuối là v_2. Do có lực cản của không khí nên $v_2 < v_1$ (Hình 1.17G).



Hình 1.17G

Theo định luật II Niu-tơn, ta có :

$$\vec{a} = \frac{\vec{P} + \vec{F}_c}{m} = \frac{m\vec{g} - k\vec{v}}{m} = \vec{g} - \frac{k}{m}\vec{v}$$

hay dưới dạng đại số :

$$a_y = -g - \frac{k}{m}v_y \Rightarrow \frac{dv_y}{dt} = -g - \frac{k}{m}\frac{dy}{dt} \Rightarrow dv_y = -gdt - \frac{k}{m}dy \qquad (1)$$

$$\sum dv_y = -g\sum dt - \frac{k}{m}\sum dy$$

$$-v_2 - v_1 = -gt_1 - 0 \Rightarrow t_1 = \frac{v_1 + v_2}{g}$$

Nếu không có lực cản thì $t_0 = \frac{2v_1}{g}$. Suy ra $t_0 > t_1$.

Chú ý : Nếu biết phép tính tích phân thì ta tích phân phương trình (1) :

$$\int_{v_1}^{-v_2} dv_y = -g\int_0^{t_1} dt - \frac{k}{m}\int_0^0 dy$$

$$\Rightarrow -v_2 - v_1 = -gt_1 - 0$$

1.20. a) $\tan\alpha = \frac{F_{ht}}{P} = \frac{mv_0^2}{Rmg} = \frac{v_0^2}{Rg}$ (Hình 1.18G)

$$\Rightarrow v_0 = \sqrt{Rg\tan\alpha}$$

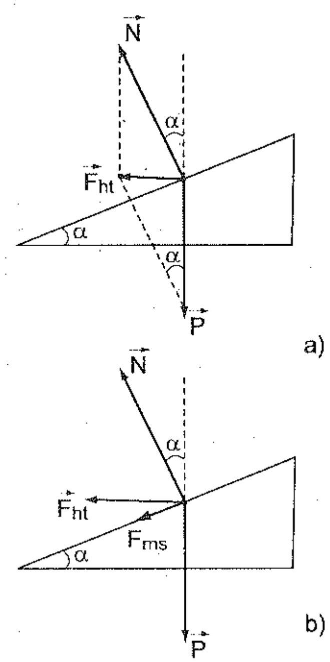
b1) Trường hợp $v_{max} > v_0$: ôtô chịu thêm lực ma sát nghỉ song song với mặt phẳng nghiêng và hướng xuống dưới (Hình 1.18Gb), v_{max} ứng với $F_{msn\ (max)}$.

Xét theo phương hướng tâm :

$$F_{ht} = N\sin\alpha + F_{ms}\cos\alpha = N(\sin\alpha + \mu\cos\alpha).$$

Xét theo phương thẳng đứng :

$$P = N\cos\alpha - F_{ms}\sin\alpha = N(\cos\alpha - \mu\sin\alpha)$$



Hình 1.18G

$$\frac{F_{ht}}{P} = \frac{v_{max}^2}{Rg} = \frac{\sin\alpha + \mu\cos\alpha}{\cos\alpha - \mu\sin\alpha} \Rightarrow v_{max} = \sqrt{Rg\left(\frac{\sin\alpha + \mu\cos\alpha}{\cos\alpha - \mu\sin\alpha}\right)} \qquad (1)$$

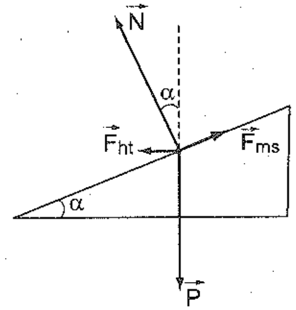
b2) Nếu ôtô bắt đầu trượt khi $v_{min} = 0$, thì có nghĩa là thành phần trọng lực song song với mặt phẳng nghiêng lớn hơn lực ma sát nghỉ cực đại (lúc này hướng lên).

$$mg\sin\alpha > \mu mg\cos\alpha \Rightarrow \tan\alpha > \mu = 0,6 \Rightarrow \alpha = 31^o$$

c1) Công thức (1) chứng tỏ tốc độ của ôtô trở nên rất lớn khi $\cos\alpha_0 = \mu\sin\alpha_0$

$$\Rightarrow \tan\alpha_0 = \frac{1}{\mu} \Rightarrow \alpha_0 = 59^o$$

c2) Trong trường hợp $v < v_0$ ta có thể làm tương tự như câu b1, nhưng lực ma sát nghỉ hướng lên (Hình 1.19G).



Hình 1.19G

$$F_{ht} = N\sin\alpha - F_{ms}\cos\alpha = N(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$$

$$P = N\cos\alpha + F_{ms}\sin\alpha = N(\cos\alpha + \mu\sin\alpha)$$

$$\frac{F_{ht}}{P} = \frac{v^2}{Rg} = \frac{\sin\alpha - \mu\cos\alpha}{\cos\alpha + \mu\sin\alpha}$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{Rg\frac{\tan\alpha - \mu}{1 + \mu\tan\alpha}}$$

$$v = \sqrt{Rg\tan\alpha}\sqrt{\frac{1 - \dfrac{\mu}{\tan\alpha}}{1 + \mu\tan\alpha}} = v_0\sqrt{\frac{1 - \dfrac{\mu}{\tan\alpha}}{1 + \mu\tan\alpha}}$$

Thay $\tan\alpha_0 = \dfrac{1}{\mu}$ vào, ta được : $v = v_0\sqrt{\dfrac{1 - \mu^2}{2}} = 0,566\ v_0$.

1.21. Ta chia chuyển động của vật 2 thành ba giai đoạn (Hình 1.20G).

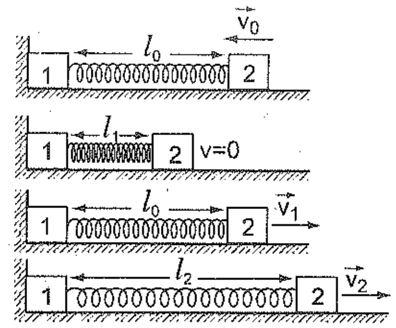
Giai đoạn 1 : Vật 2 chuyển động hướng vào tường, nó nén lò xo lại. Động năng của vật 2 một phần chuyển thành thế năng của lò xo, một phần dùng để thắng công của lực ma sát trượt. Khi vật 2 dừng lại thì lò xo bị nén cực đại và có chiều dài là l_1.

Áp dụng định luật BTNL ta có :

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}k(l_0 - l_1)^2 + \mu mg(l_0 - l_1) \qquad (1)$$

Giai đoạn 2 : Lò xo đẩy vật 2 về vị trí ban đầu. Thế năng của lò xo, một phần chuyển thành động năng của vật 2, một phần dùng để thắng công của lực ma sát trượt. Áp dụng định luật BTNL, ta có :

$$\frac{1}{2}k(l_0 - l_1)^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + \mu mg(l_0 - l_1) \qquad (2)$$



Hình 1.20G

Giai đoạn 3 : Vật 2 tiếp tục chuyển động ra xa tường, kéo lò xo dãn ra cho đến lúc lực của lò xo đủ lớn để thắng lực ma sát nghỉ tác dụng vào vật 1 và làm cho vật 1 bắt đầu dịch chuyển. Gọi l_2 là chiều dài của lò xo và v_2 là vận tốc của vật 2 lúc đó.

Điều kiện để vật 1 bắt đầu dịch chuyển là : $k(l_2 - l_0) = \mu mg$ (3)

Áp dụng định luật BTNL ta có :

$$\frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}k(l_2 - l_0)^2 + \mu mg(l_2 - l_0) + \frac{1}{2}mv_2^2$$

hay
$$\frac{1}{2}mv_1^2 \geq \frac{1}{2}k(l_2 - l_0)^2 + \mu mg(l_2 - l_0) \qquad (4)$$

Thay (2) và (3) vào (4) ta được : $k(l_0 - l_1)^2 - 2mg\mu(l_0 - l_1) - \dfrac{3(mg\mu)^2}{k} \geq 0$.

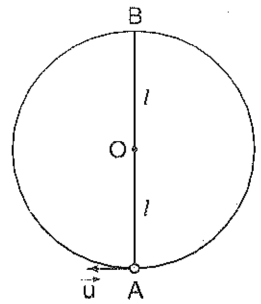
Đặt $l_0 - l_1 = x$ ta viết lại thành : $kx^2 - 2\mu mgx - \dfrac{3(\mu mg)^2}{k} \geq 0$.

$$\Rightarrow x \geq \frac{3\mu mg}{k} \text{ hay } x_{min} = \frac{3\mu mg}{k}$$

Thay vào (1) ta được : $v_{0min} = \mu g\sqrt{\dfrac{15m}{k}}$.

1.22. • Sau k lần truyền cho vật vận tốc $\vec{u}$, cơ năng của vật được cung cấp thêm là $k(\frac{1}{2}mu^2)$.

Giả sử vật vừa có đủ năng lượng để lên đến đỉnh B (Hình 1.21G) và dừng tại đó. Khi ấy chỉ cần truyền cho vật thêm một lần vận tốc $\vec{u}$ nữa là vật vượt qua được B và chuyển động tròn. Trong trường hợp này số lần truyền vận tốc là k + 1



Hình 1.21G

$$k.\frac{1}{2}mu^2 = mg.2l \Rightarrow k = \frac{4gl}{u^2}$$

Trường hợp này xảy ra khi $\frac{4gl}{u^2}$ là một số nguyên. Khi ấy cơ năng của vật là :

$$W = mgl + \frac{1}{2}mu^2 \qquad (1)$$

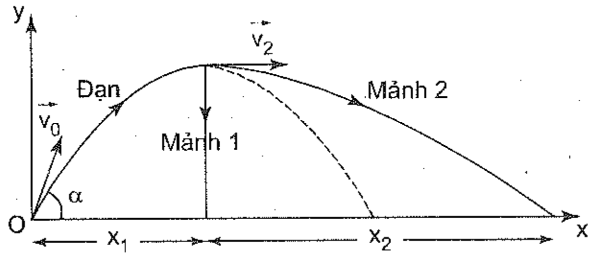
• Nếu $\frac{4gl}{u^2}$ không nguyên. Gọi $\left[\frac{4gl}{u^2}\right]$ là phần nguyên. Khi ấy muốn vật chuyển động tròn thì số lần truyền vận tốc phải là $k = \left[\frac{4gl}{u^2}\right] + 1$. Khi ấy cơ năng của vật là :

$$W = -mgl + \frac{1}{2}mu^2\left(1 + \left[\frac{4gl}{u^2}\right]\right) \qquad (2)$$

1.23. Thời gian để viên đạn lên đến điểm cao nhất là :

$$t = \frac{v_0\sin\alpha}{g} = 40,6 \approx 41 \text{ s}$$

Như vậy đạn nổ ở đỉnh của quỹ đạo parabol của nó (Hình 1.22G).



Hình 1.22G

$$h_{max} = \frac{v_0^2\sin^2\alpha}{2g}$$

Lúc đó mảnh 2 chỉ có vận tốc $\vec{v}_2$ theo phương ngang.

Áp dụng định luật BTĐL theo phương ngang :

$$mv_0\cos\alpha = \frac{m}{2}.v_2 \Rightarrow v_2 = 2v_0\cos\alpha = v_0$$

Thời gian để mảnh 2 rơi xuống đất là : $t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \frac{v_0\sin\alpha}{g}$.

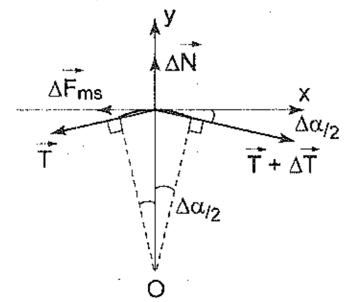
Tầm xa của viên đạn từ chỗ bắn đến nơi nổ là : $x_1 = \frac{v_0^2\sin\alpha.\cos\alpha}{g}$.

Tầm xa của mảnh 2 đến nơi nổ là : $x_2 = v_2t = \frac{v_0^2\sin\alpha}{g}$.

Vậy tầm xa của mảnh 2 tính từ chỗ bắn là :

$$x = x_1 + x_2 = \frac{v_0^2\sin\alpha}{g}(1 + \cos\alpha) = 28,04 \text{ km} \approx 28 \text{ km}$$

1.24. Xét sự cân bằng của một phần tử ds của dây chắn một góc nhỏ $\Delta\alpha$ (Hình 1.23G). Đoạn dây này chịu hai lực căng $\vec{T} + \Delta\vec{T}$ và $\vec{T}$ ở hai đầu, phản lực $\Delta\vec{N}$ và lực ma sát nghỉ $\Delta\vec{F}_{ms}$.



Hình 1.23G

Áp dụng điều kiện cân bằng cho phần tử Δs ta được :

$$Ox : (T + \Delta T - T)\cos\frac{\Delta\alpha}{2} - \Delta F_{ms} = 0$$

$$\text{Vì : } \cos\left(\frac{\Delta\alpha}{2}\right) \approx 1 \Rightarrow \Delta F_{ms} = \Delta T \qquad (1)$$

$$Oy : \Delta N - (2T + \Delta T)\sin\frac{\Delta\alpha}{2} = 0$$

$$\text{Vì } \sin\left(\frac{\Delta\alpha}{2}\right) \approx \frac{\Delta\alpha}{2} \Rightarrow \Delta N = T\Delta\alpha \qquad (2)$$

Ở giới hạn của sự cân bằng : $\Delta F_{ms} = \mu\Delta N$.

Kết hợp với (1) và (2) ta được : $\Delta T = \mu T\Delta\alpha$ hay $\frac{\Delta T}{T} = \mu\Delta\alpha$.

$$\Delta(ln T) = \mu\Delta\alpha \Rightarrow \Sigma\Delta(ln T) = \mu\Sigma\Delta\alpha$$

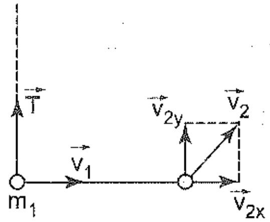
$$ln F_A - ln F_B = \mu\alpha \Rightarrow ln\left(\frac{F_A}{F_B}\right) = \mu\alpha \text{ hay } F_A = F_B e^{\mu\alpha}.$$

Vậy điều kiện để dây không trượt là $F_A \le F_B e^{\mu\alpha}$.

Chú ý : Nếu $F_B > F_A$ thì điều kiện để dây không trượt là $F_B \le F_A e^{\mu\alpha}$.

1.25. Vì dây trên rất dài ta có thể coi nó có phương gần như thẳng đứng khi hai quả cầu m_1 và m_2 chuyển động.

Coi hai quả cầu là một hệ kín và cô lập theo phương ngang (Hình 1.24G).



Hình 1.24G

Áp dụng định luật BTĐL theo phương ngang :

$$m_2v_0 = m_1v_1 + m_2v_{2x} \qquad (1)$$

Áp dụng định luật BTCN (chọn mốc thế năng ở vị trí ban đầu của quả cầu 2):

$$\frac{1}{2}m_2v_0^2 = m_2gl + \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2(v_{2x}^2 + v_{2y}^2)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}m_2v_0^2 \ge m_2gl + \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_{2x}^2 \qquad (2)$$

Vì dây không dãn nên ta có : $v_1 = v_{2x}$ (3)

Từ (1) và (3) suy ra : $v_1 = \frac{m_2}{m_1 + m_2}v_0$.

Thay vào (2) ta được : $v_0 \ge \sqrt{\frac{2gl(m_1 + m_2)}{m_1}} = 2{,}4$ m/s.

1.26. Chọn chiều dương là chiều của vận tốc đầu $\vec{v}_0$ của quả cầu m. Gọi $\vec{v}_1$ và $\vec{v}_2$ lần lượt là vận tốc của quả cầu 1 và 2 sau va chạm.

Áp dụng định luật BTĐL và BTĐN cho hệ hai quả cầu :

$$mv_0 = mv_1 + Mv_2 \text{ (đại số)}$$

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}Mv_2^2$$

Suy ra $\qquad v_1 = -\frac{(M - m)v_0}{M + m} \ (< 0) \qquad (1)$

$$v_2 = \frac{2mv_0}{M + m} \qquad (2)$$

Xét sự va chạm của quả cầu 2 với quả cầu 3 : $Mv_2 = Mv_2' + 2Mv_3$

$$\frac{1}{2}Mv_2^2 = \frac{1}{2}Mv_2'^2 + \frac{1}{2}2Mv_3^2$$

Suy ra $\qquad v_2' = -\frac{(2M - M)v_2}{3M} = -\frac{v_2}{3}$

Thay v_2 từ (2) vào ta được : $v_2' = -\frac{2mv_0}{3(M + m)}$ (< 0).

Như vậy, sau va chạm với quả cầu 2M, quả cầu M chuyển động ngược chiều, tức là cùng chiều với quả cầu m sau va chạm.

Để không xảy ra va chạm tiếp thì $|v_1| \ge |v_2'|$,

Suy ra $\qquad \frac{2mv_0}{3(M + m)} \le \frac{(M - m)v_0}{M + m}$ hay $\frac{m}{M} \le 0{,}6$

1.27. a) Sau va chạm hai vật có cùng tốc độ v nhưng ngược chiều (nếu cùng chiều thì thành va chạm mềm), (Hình 1.25G).

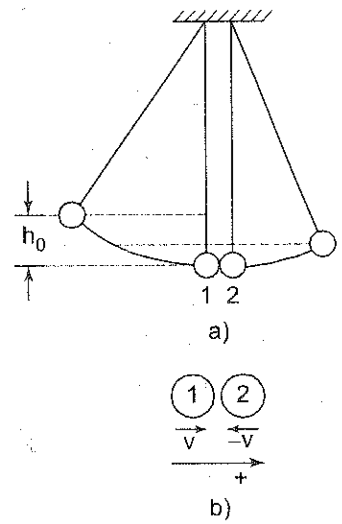
BTCN : $(m_1 + m_2)gh = m_1gh_0 \qquad (1)$

BTĐL : $m_1v_0 = m_2v - m_1v$

$m_1\sqrt{2gh_0} = (m_2 - m_1)\sqrt{2gh} \qquad (2)$

Từ (1) và (2) suy ra : $m_2 = 3m_1$;

$$h = \frac{h_0}{4} = 0{,}05 \text{ m}$$



Hình 1.25G

b) BTĐL :

$mv_1 + 3mv_2 = mv - 3mv = 2mv$

$\Rightarrow v_1 + 3v_2 = 2v \qquad (3)$

BTCN : $\frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}.3mv_2^2 = \frac{1}{2}(m+3m)v^2 \Rightarrow v_1^2 + 3v_2^2 = 4v^2$ (4)

Từ (3) và (4) suy ra : $v_2(v_2 - v_1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} v_1 = v_2 \text{ (loại)} \\ v_2 = 0 \text{ (được)} \end{cases}$

Vậy sau va chạm lần 2, quả cầu 2 đứng yên, quả cầu 1 lại lên đến độ cao ban đầu h = 0,2 m.

1.28. a) Khi quả bóng 2 sắp chạm đất thì cả hai đều có vận tốc là $v = \sqrt{2gh}$. Quả 2 chạm đất và nảy lên va chạm với quả 1. Quả 1 sẽ nhận được năng lượng lớn nhất có thể nếu quả dưới sau khi va chạm với quả trên thì đứng yên.

Chọn chiều dương hướng lên. Gọi u là vận tốc của quả 1 sau va chạm với quả 2

BTĐL : $(m_2 - m_1)v = m_1u$ (1)

BTCN : $(m_1 + m_2)\frac{v^2}{2} = m_1\frac{u^2}{2}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $u = 2v \Rightarrow$ Quả 1 nảy lên cao được 4h.

Thay u = 2v vào (1) ta được : $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{3}$

b) $(m_2 - m_1)v = m_1v_1 + m_2v_2$ (3)

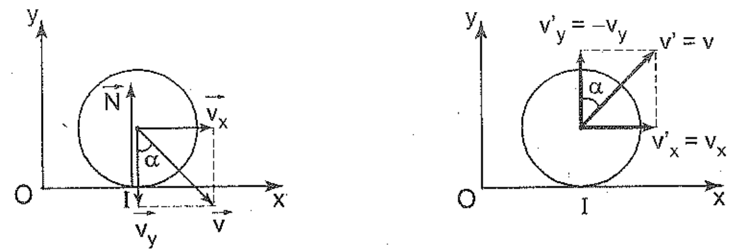
$(m_1 + m_2)\frac{v^2}{2} = m_1\frac{v_1^2}{2} + m_2\frac{v_2^2}{2}$ (4)

Từ (3), (4) suy ra : $v_1 = \frac{(3m_2 - m_1)v}{m_2 + m_1} \approx \frac{3m_2}{m_2}v = 3v.$

Quả bóng 1 nảy lên cao 9h (Mặc dù quả 1 chỉ nhận được một phần nhỏ cơ năng toàn phần).

1.29. Chọn trục x và y như Hình 1.26G. Khi va chạm đàn hồi với mặt phẳng x, quả bóng chịu một phản lực pháp tuyến của mặt phẳng. Lực này làm biến thiên thành phần vận tốc v_y trước va chạm thành v'_y sau va chạm. Áp dụng định lí biến thiên động lượng ta viết :

Oy : $N.\Delta t = m(v'_y - v_y)$ $(v_y < 0,\ v'_y > 0)$



Hình 1.26G

Theo phương x, quả bóng không chịu một lực nào nên thành phần v_x không đổi : $v'_x = v_x$. (1)

Áp dụng định luật BTĐN : $\frac{1}{2}m(v_x^2 - v_y^2) = \frac{1}{2}m(v_x'^2 + v_y'^2)$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra : $v_y'^2 = v_y^2$ hay $v'_y = -v_y$.

Trong trường hợp riêng khi góc α = 0, quả bóng đập vuông góc vào mặt phẳng (va chạm đàn hồi trực diện) thì sau va chạm nó nảy lên vuông góc với mặt phẳng với cùng tốc độ như trước va chạm.

Chú ý : Có thể thay định luật BTĐN bằng hệ số hồi phục :

$$e = -\frac{v'_y}{v_y} = 1 \Rightarrow v'_y = -v_y$$

1.30. a) Chọn hệ trục x, y như Hình 1.27G

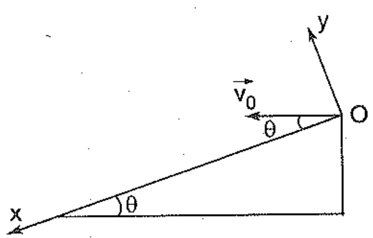
Ox : $a_x = g\sin\theta$

$v_{0x} = v_0\cos\theta$

$x = v_0\cos\theta.t + \frac{1}{2}g\sin\theta.t^2$

Oy : $a_y = -g\cos\theta$; $v_{0y} = v_0\sin\theta$

$y = v_0\sin\theta.t - \frac{1}{2}g\cos\theta.t^2$



Hình 1.27G

Quả bóng va chạm với đồi tại điểm cách đỉnh đồi một khoảng là x_1:

$$y = 0 \Rightarrow t_1 = \frac{2v_0\sin\theta}{g\cos\theta} \Rightarrow x_1 = l_1 = \frac{2v_0^2\sin\theta}{g\cos^2\theta}$$

b) Ngay sau khi va chạm lần 1. Vì là va chạm đàn hồi ta có :

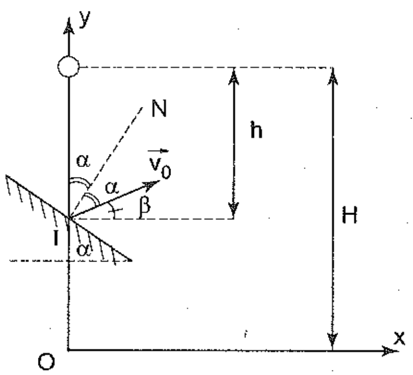
$$v'_y = -v_y = v_{0y}\,;\ v'_x = v_0\cos\theta + g\sin\theta.t_1$$

Sau thời gian t_1, quả bóng lại va chạm với đồi. Gọi x_2 là khoảng cách tính đến điểm va chạm lần 1, ta có : $x_2 = (v_0\cos\theta + g\sin\theta.t_1) + \frac{1}{2}g\sin\theta.t_1^2 = \frac{2v_0^2\sin\theta}{g}(1 + 3\tan^2\theta)$

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{l_2}{l_1} = \frac{1 + 3\tan^2\theta}{1 + \tan^2\theta} = 1 + 2\sin^2\theta$$

1.31. a) Giả sử đặt tấm phẳng tại điểm I cách vị trí ban đầu của quả bóng một đoạn là h và nghiêng một góc α so với phương ngang (Hình 1.28G).

Ngay trước va chạm vận tốc của quả bóng có độ lớn $v_0 = \sqrt{2gh}$ và có phương làm với pháp tuyến IN một góc α. Vì va chạm là đàn hồi, nên ngay sau va chạm vận tốc của quả bóng cũng có độ lớn là v_0 và làm với pháp tuyến IN một góc α, tức là nghiêng so với phương ngang một góc $\beta = 90^o - 2\alpha$.



Hình 1.28G

b) Xét chuyển động của quả bóng sau va chạm với tấm phẳng. Chọn hệ trục tọa độ như ở Hình 1.28G.

$$x = (v_0\cos\beta)t \Rightarrow t = \frac{x}{v_0\cos\beta}$$

$$y = H - h + v_0\sin\beta.t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$0 = H - h + \frac{v_0\sin\beta.x}{v_0\cos\beta} - \frac{1}{2}g\frac{x^2}{v_0^2\cos^2\beta}$$

$$\Rightarrow \frac{gx^2}{2v_0^2}\tan^2\beta - x\tan\beta - (H - h - \frac{gx^2}{2v_0^2}) = 0 \quad (1)$$

$$\Delta = x^2 + \frac{4gx^2}{2v_0^2}\left(H - h - \frac{gx^2}{2v_0^2}\right) \geq 0 \Rightarrow \frac{gx^2}{2v_0^2} \leq H - h + \frac{v_0^2}{2g}$$

$$x^2 \leq \frac{2v_0^2}{g}(H - h + \frac{v_0^2}{2g}) = 4h(H - h + h) = 4hH$$

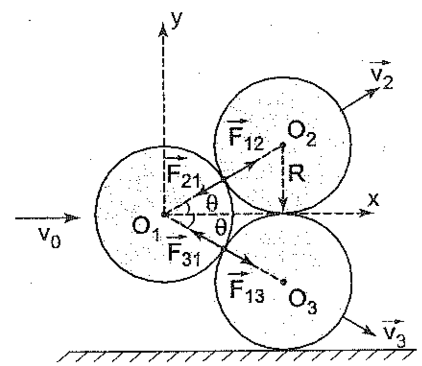
$h_{max} = H \Rightarrow x_{max}^2 = 4H^2 \Rightarrow x_{max} = 2H \Rightarrow \Delta = 0$. Từ phương trình (1) ta được :

$$\tan\beta = -\frac{b}{2a} = \frac{-x}{2\left(-\frac{gl^2}{2v_0^2}\right)} = 1 \Rightarrow \beta = 45^o \Rightarrow \alpha = \frac{90^o - 45^o}{2} = 22{,}5^o$$

1.32. Xét hệ ba quả bóng lúc xảy ra va chạm. Chọn hệ tọa độ như Hình 1.29G.

Vì va chạm là đàn hồi nên lực tương tác giữa chúng vuông góc với các mặt tiếp xúc, nghĩa là hướng vào tâm của các quả cầu.

$$\sin\theta = \frac{R}{2R} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 30^o$$



Hình 1.29G

Do tính chất đối xứng của va chạm nên ta có :

$$\begin{cases} -\ \vec{v}_1 \text{ có phương x} \\ -\ v_2 = v_3. \text{ Các vectơ } \vec{v}_2 \text{ và } \vec{v}_3 \text{ làm với trục x một góc } \theta = 30^o \end{cases}$$

BTĐL : $mv_0 = 2mv\cos\theta + mv_1 \Rightarrow v_0 = v\sqrt{3} + v_1$ (1)

BTĐN : $\frac{1}{2}mv_0^2 = 2.\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}mv_1^2 \Rightarrow v_0^2 = 2v^2 + v_1^2$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow v_1 = -0{,}2$ m/s (bật trở lại)

$$v_2 = v_3 = 0{,}693 \text{ m/s}$$

1.33. Ta tìm thời gian chuyển động tổng cộng theo phương thẳng đứng của vật, kí hiệu là τ.

$$\begin{cases} v_{0y} = v_0\sin\alpha \\ v_{1y} = ev_{0y} \\ v_{ny} = e^n v_{0y} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = \dfrac{2v_{0y}}{g} \\ t_2 = \dfrac{2v_{1y}}{g} = \dfrac{2ev_{0y}}{g} \\ t_{n+1} = \dfrac{2e^n v_{0y}}{g} \end{cases}$$

$$\tau = \frac{2v_{0y}}{g}(1 + e + e^2 + \ldots + e^n) = \frac{2v_{0y}}{g(1-e)} = \frac{2v_0\sin\alpha}{g(1-e)}$$

$$x_{max} = L = v_0\cos\alpha.\tau = \frac{2v_0^2\sin\alpha.\cos\alpha}{g(1-e)} = \frac{2.1.\frac{1}{\sqrt{2}}.\frac{1}{\sqrt{2}}}{10(1-0,99)} = 10 \text{ m}$$

1.34. Khoảng thời gian giữa hai lần va chạm bất kì là : $t_i = \dfrac{2v_{iy}}{g}$.

Khoảng cách giữa hai lần va chạm tương ứng là : $l_i = v_{ix}t_i = \dfrac{2v_{ix}v_{iy}}{g}$.

Sau n lần va chạm thì thời gian và khoảng cách lần lượt là :

$$\tau = \frac{2_{0y}}{g}(1 + \varepsilon_y + \varepsilon_y^2 + \ldots + \varepsilon_y^n) = \frac{2v_{0y}}{g}\frac{1}{1-\varepsilon_y} \quad (1)$$

$$l = \frac{2v_{0x}v_{0y}}{g}[1 + \varepsilon_x\varepsilon_y + (\varepsilon_x\varepsilon_y)^2 + \ldots (\varepsilon_x\varepsilon_y)^n]$$

$$l = \frac{2v_{0x}v_{0y}}{g}.\frac{1}{1-\varepsilon_x\varepsilon_y} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1)} \Rightarrow v_{0y} = \frac{g\tau(1-\varepsilon_y)}{2} \quad (3)$$

$$\text{Từ (2) và (3)} \Rightarrow v_{0x} = \frac{l(1-\varepsilon_x\varepsilon_y)}{4\tau(1-\varepsilon_y)}$$

$$\tan\theta_1 = \frac{v_{0y}}{v_{0x}} = \frac{g\tau^2(1-\varepsilon_y)^2}{2l(1-\varepsilon_x\varepsilon_y)}$$

1.35. Áp dụng định luật BTĐL cho hệ hai vật 2 và 3 :

$$mv_0 = 2mv_{23} \Rightarrow v_{23} = \frac{v_0}{2}$$

Áp dụng định luật BTĐL cho hệ ba vật sau khi vật 1 dừng lại trên vật 3 :

$$2mv_0 = 3mv \Rightarrow v = \frac{2}{3}v_0$$

Áp dụng định luật BTNL cho hệ ba vật ngay sau khi bảng 2 dính vào bảng 3 :

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + \frac{1}{2}.2mv_{23}^2 = \frac{1}{2}.3mv^2 + A_{ms}$$

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + \frac{1}{2}.2m\left(\frac{v_0^2}{4}\right) = \frac{1}{2}.3m\left(\frac{4}{9}v_0^2\right) + A_{ms} \quad (1)$$

Bây giờ ta tính A_{ms}. Giả sử tấm 1 trượt trên tấm 2 một đoạn là x. Khi ấy lực ma sát trượt có độ lớn là : $F_{ms} = \mu g\dfrac{mx}{l} = kx$, với $k = \dfrac{\mu gM}{l}$.

Ta thấy lực ma sát tỉ lệ với x, giống như lực đàn hồi. Từ đó suy ra công của lực ma sát khi dịch chuyển đoạn đường : $x_{max} = l$ trên bảng là :

$$A = \frac{1}{2}kl^2 = \frac{1}{2}\mu glm \quad (2)$$

Thay (2) vào (1) ta được : $l = \dfrac{v_0^2}{6\mu g}$.

1.36. *Cách 1* (Hình 1.30Ga) :

Ngay sau khi đốt dây :

$$\begin{cases}\text{vật } m_1 \text{ bắt đầu chuyển động tròn}\\ v_1 = 0\ ;\ v_2 = 0\end{cases}$$

Vật 1 : $\vec{T}_1 + \vec{T}_2 + \vec{P}_1 = m_1\vec{a}_1$ (1)

Do $v_1 = 0$ nên $a_{ht} = \frac{v_1^2}{l} = 0$ và $\vec{a}_1 = \vec{a}_t$

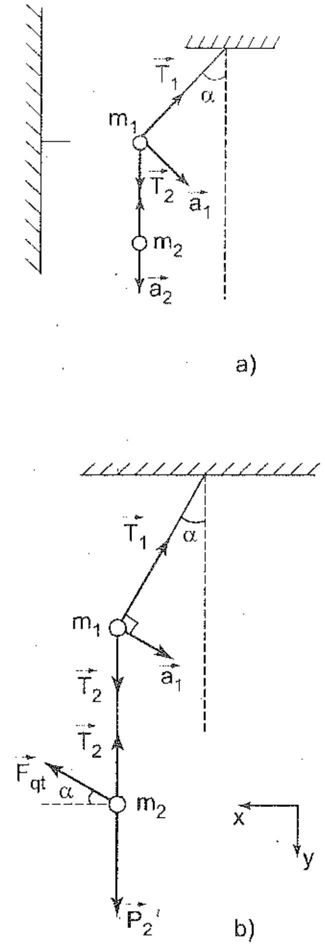
Chiếu phương trình (1) lên phương vuông góc với dây 1 (phương tiếp tuyến) :

$$(m_1 g + T_2)\sin\alpha = m_1 a_{1t} \Rightarrow a_1 = \left(g + \frac{T_2}{m_1}\right)\sin\alpha \quad (1)$$

Do các lực tác dụng lên vật m_2 hướng dọc theo dây nên $\vec{a}_2$ có phương thẳng của dây. Do dây không dãn nên thành phần gia tốc của hai vật theo phương dây bằng nhau : $a_1\sin\alpha = a_2$. (2)

$$\left(g + \frac{T_2}{m_1}\right)\sin^2\alpha = \frac{m_2 g - T_2}{m_2}$$

$$\Rightarrow T_2 = \frac{m_1 m_2 g\cos^2\alpha}{m_1 + m_2\sin^2\alpha} \quad (3)$$



Hình 1.30G

Thay (3) vào (1) và kết hợp với (2) ta được : $a_2 = \frac{(m_1 + m_2)g\sin^2\alpha}{m_1 + m_2\sin^2\alpha}$.

Cách 2 : Chọn HQC gắn với vật m_1. Trong HQC này vật m_1 đứng yên còn vật m_2 chịu thêm lực quán tính $\vec{F}_{qt} = -m_2\vec{a}_1$ và bắt đầu chuyển động tròn quanh m_1 (Hình 1.30Gb).

Làm tương tự như cách 1 ta được các phương trình :

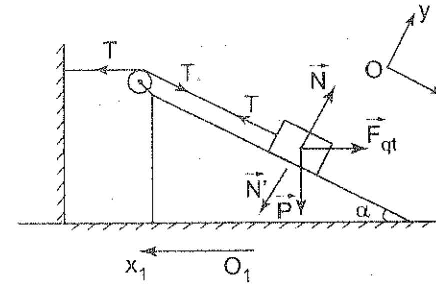
$$T_2 + m_2 a_1\sin\alpha - m_2 g = 0 \quad (3)$$

$$a_1\cos\alpha = a_{21} \Rightarrow a_2$$

$$\vec{a}_{21} = \vec{a}_2 - \vec{a}_1 \Rightarrow \begin{cases} Ox:\ a_1\cos\alpha = a_{2x} + a_1\cos\alpha \Rightarrow a_{2x} = 0 \\ Oy:\ a_1\sin\alpha = a_2 \end{cases} \quad (2)$$

Ta lại được hai phương trình (2) và (3) giống trên.

1.37. a) Gọi $\vec{a}_1$ là gia tốc của nêm. Chọn HQC gắn với nêm. Trong HQC này nêm đứng yên, còn vật m chịu thêm lực quán tính $\vec{F}_{qt} = -m\vec{a}_1$.


Hình 1.31G

Vì dây có độ dài không đổi nên :

$$|\vec{a}_{21}| = |\vec{a}_1|$$

$$m\vec{a}_{21} = m\vec{g} + \vec{T} + \vec{N} + \vec{F}_{qt}$$

Ox : $mg\sin\alpha + ma_1\cos\alpha - T = ma_{21} = ma_1$

$\Rightarrow T = mg\sin\alpha - ma_1(1 - \cos\alpha)$ (1)

Oy : $N + ma_1\sin\alpha - mg\cos\alpha \Rightarrow N = mg\cos\alpha - ma_1\sin\alpha$ (2)

Trở lại HQC đất. Xét chuyển động của nêm :

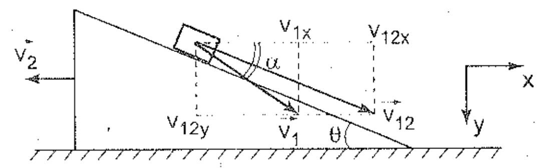
$O_1x_1 : Ma_1 = T - T\cos\alpha + N'\sin\alpha$ (với $N' = N$) (3)

Thay (1), (2) vào (3) ta được : $a_1 = a_{nêm} = \frac{mg\sin\alpha}{M + 2m(1 - \cos\alpha)}$.

b) Muốn không xảy ra sự trượt thì $N \le 0$.

Từ (2) $\Rightarrow a_1 \ge \frac{g}{\tan\alpha} \Rightarrow \frac{mg\sin\alpha}{M + 2m(1-\cos\alpha)} \ge \frac{g\cos\alpha}{\sin\alpha} \Rightarrow \frac{M}{m} \le \frac{(1-\cos\alpha)^2}{\cos\alpha}$.

1.38. Xét hệ "nêm và vật". Các ngoại lực tác dụng lên hệ là trọng lực $\vec{P}$ của hai vật và phản lực $\vec{N}$ của sàn lên nêm. Các lực này đều có phương thẳng đứng. Do đó nếu xét theo phương ngang thì hệ kín này là cô lập.


Hình 1.32G

a) Gọi $\vec{v}_1$ là vận tốc của vật, $\vec{v}_2$ là vận tốc của nêm. Áp dụng định luật bảo toàn động lượng theo trục x (Hình 1.32G) ta có : $mv_{1x} + Mv_{2x} = 0$ (1)

Mặt khác theo công thức cộng vận tốc : $\vec{v}_1 = \vec{v}_{12} + \vec{v}_2$ (2)

Trong đó vectơ vận tốc tương đối $\vec{v}_{12}$ của vật so với nêm hướng dọc theo AB xuống dưới, tức là làm với trục x một góc θ. Chiếu phương trình (2) lên hai trục x, y :

$$v_{1x} = v_{12}\cos\theta + v_{2x} \quad (3)$$

$$v_{1y} = v_{12}\sin\theta \quad (4)$$

Kết hợp (1) với (3) ta được : $v_{1x} = \left(1 + \dfrac{m}{M}\right) = v_{12}\cos\theta$.

Cuối cùng : $\tan\alpha = \dfrac{v_{1y}}{v_{1x}} = \left(1 + \dfrac{m}{M}\right)\tan\theta$. (5)

b) Theo định luật BTCN : $mgd = \dfrac{1}{2}mv_1^2 + \dfrac{1}{2}Mv_2^2$ (6)

Từ (1) và (5) ta được :

$$v_1^2 = v_{1x}^2 + v_{1y}^2 = \left[1 + \left(1 + \frac{m}{M}\right)^2 \tan^2\theta\right]\left(\frac{M}{m}v_{2x}\right)^2 \quad (7)$$

Thay (7) vào (6) và thay $v_{2x} = -v_2$ ta được :

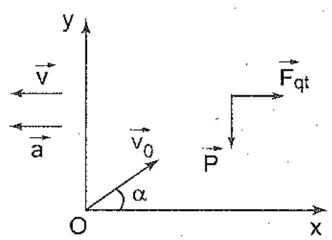
$$v_2 = \sqrt{\frac{2gd}{\left(\frac{M}{m}\right)^2 + \left(1 + \frac{M}{m}\right)^2 \tan^2\theta + \frac{M}{m}}}$$

1.39. Xét chuyển động của quả bóng trong HQC gắn với tàu. Bóng chịu tác dụng của trọng lực $\vec{P} = m\vec{g}$ và lực quán tính $\vec{F}_{qt} = -m\vec{a}_{qt}$.

Trường hợp 1 : Tàu chạy nhanh dần đều (Hình 1.33G).

a) $x = v_0\cos\alpha.t + \dfrac{1}{2}at^2$ (1)

$y = v_0 vin\alpha.t - \dfrac{1}{2}gt^2$ (2)



Hình 1.33G

Tại y_{max} thì $v_y = 0$.

$$v_y = v_0\sin\alpha - gt_1 = 0 \Rightarrow t_1 = \frac{v_0\sin\alpha}{g}$$

Thay vào (2) ta được : $y_{max} = \dfrac{(v_0\sin\alpha)^2}{2g}$.

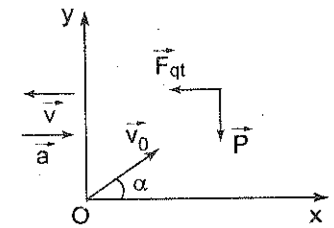
Suy ra : $\sin\alpha = \dfrac{\sqrt{2gy_{max}}}{v_0} = \dfrac{\sqrt{2.9,8.10,0}}{25} = 0,56$ hay $\alpha \approx 34^o$.

b) Bóng chạm sàn khi $t = 2t_1 = \dfrac{2v_0\sin\alpha}{g}$. Thay vào (1) ta được :

$$x_{max} = v_0\cos\alpha\left(\frac{2v_0\sin\alpha}{g}\right) + \frac{1}{2}a\left(\frac{4v_0^2\sin^2\alpha}{g^2}\right)$$

$$= \frac{v_0^2\sin 2\alpha}{g} + 2v_0^2\sin^2\alpha\frac{a}{g^2}$$

$$= \frac{25^2.\sin 68^o}{9,8} + 2.625.\sin^2 34^o.\frac{2}{(9,8)^2} \approx 67,6 \text{ m}$$



Hình 1.34G

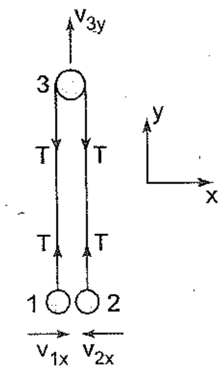
Trường hợp 2 : Tàu chạy chậm dần đều (Hình 1.34G).

a) $\alpha = 34^o$.

b) $a = -2,00 \text{ m/s}^2 \Rightarrow x_{max} = 51,5$ m.

1.40. Xét tại thời điểm khi hai quả cầu 1 và 2 sắp đập vào nhau (Hình 1.35G).

$$a_3 = \frac{-2T}{M} \quad (1)$$



Hình 1.35G

Vì dây căng nên ta có :

$$v_{3y} = v_{1y} = v_{2y} = v_y \quad (2)$$

Áp dụng định luật BTĐL ta được :

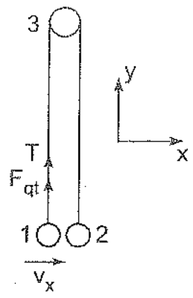
Ox : $mv_{1x} + mv_{2x} = 0 \Rightarrow v_{1x} = -v_{2x} = v_x$ (3)

Oy : $(M + 2m)v_y = Mv_0 \Rightarrow v_y = \dfrac{Mv_0}{M + 2m}$ (4)

Áp dụng định luật BTCN ta được :

$$\frac{1}{2}Mv_0^2 = \frac{1}{2}Mv_y^2 + 2.\frac{1}{2}m(v_x^2 + v_y^2) \quad (5)$$

Chọn HQC gắn với quả cầu 3. Trong HQC này, hai quả cầu 1 và 2 chuyển động tròn quanh quả cầu 3 đứng yên. Tại thời điểm xét (Hình 1.36G) ta có :



Hình 1.36G

$$T + F_{qt} = ma_{ht}.$$

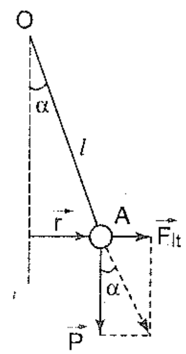
$$T + ma_3 = \frac{mv_x^2}{l} \qquad (6)$$

Giải hệ phương trình. Thay (4) vào (5) ta được :

$$v_x^2 = \frac{Mv_0^2}{M + 2m} \qquad (7)$$

Thay (1) và (7) vào (6) ta được : $T = \dfrac{mM^2v_0^2}{(M + 2m)^2 l}$.

1.41. a) Trong HQC quay cùng với dây OA, quả cầu đứng cân bằng dưới tác dụng của ba lực là trọng lực $\vec{P}$, lực li tâm $\vec{F}_{lt}$ và lực căng $\vec{T}$ (Hình 1.37G). Điều kiện cân bằng cho ta :



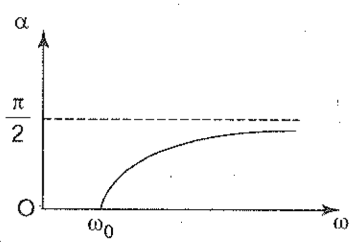
Hình 1.37G

$$\tan\alpha = \frac{m\omega^2 r}{mg} = \frac{\omega^2 l \sin\alpha}{g} \qquad (1)$$

Khi $\alpha > 0$, công thức (1) trở thành : $\cos\alpha = \dfrac{g}{l\omega^2}$.

Vì $\cos\alpha \le 1$, suy ra $\omega \ge \sqrt{\dfrac{g}{l}}$.

$$\text{Vậy} \begin{cases} \text{nếu } \omega \ge \omega_0 = \sqrt{\dfrac{g}{l}} \text{ thì } \cos\alpha = \dfrac{g}{l\omega^2} \\ \text{nếu } \omega < \omega_0 \text{ thì } \alpha = 0 \end{cases}$$



Hình 1.38G

Hình 1.38G miêu tả sự phụ thuộc của α vào ω.

b) Lực li tâm luôn luôn có phương ngang và hướng ra tâm quay. Chọn chiều dương là chiều r tăng, thì lực li tâm sẽ là : $F_{lt} = m\omega^2 r$.

Ta có nhận xét là lực li tâm có dạng toán học giống lực đàn hồi của lò xo $F = -kx$. Do đó từ thế năng của lò xo $W_t = \dfrac{1}{2}kx^2$ ta suy ra thế năng li tâm của quả cầu là $W_t = -\dfrac{1}{2}m\omega^2 r^2$.

Như vậy, thế năng của quả cầu trong HQC quay gồm hai số hạng :

– Thế năng trọng trường $W_{t1} = -mgl\cos\alpha$ (nếu chọn mốc thế năng ở điểm treo O).

– Thế năng li tâm $W_{t2} = -\dfrac{1}{2}m\omega^2 r^2$ (nếu chọn mốc thế năng ở trục quay).

1.42. Trong HQC quay cùng với đĩa, phần tử dm của thanh ở cách trục quay một đoạn x, chịu một lực li tâm là :

$$dF = (dm)\omega^2 x$$

Công thức (1) cho thấy lực dF tỉ lệ với x. Do đó để tính lực li tâm tác dụng vào cả thanh ta có thể thay phép tính tổng $F = \sum dF$ bằng phép lấy trung bình cộng :

$$F = \sum dF = M\omega^2\left(\frac{r + d + r}{2}\right) = \frac{1}{2}M\omega^2(2r + d)$$

Điều kiện cân bằng của thanh là :

$$\frac{1}{2}M\omega^2(2r + d) = mg + F_{msn}$$

Suy ra : $\quad F_{ms} = \left|\dfrac{1}{2}M\omega^2(2r + d) - mg\right| \le \mu_n Mg$

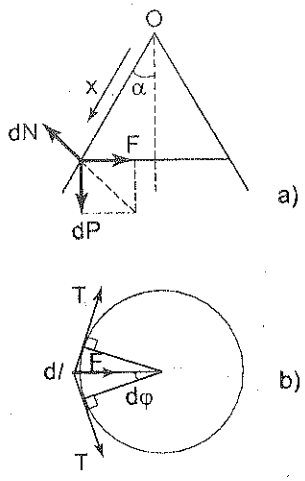
hay $\quad \dfrac{1}{2}M\omega^2(2r + d) - mg = \pm\mu_n Mg$

$$\Rightarrow r_{max} = \frac{mg}{M\omega^2} - \frac{d}{2} + \frac{\mu g}{\omega^2}; \qquad r_{min} = \frac{mg}{M\omega^2} - \frac{d}{2} - \frac{\mu g}{\omega^2}$$

Biện luận : $r_{max} \ge 0 \Rightarrow \omega \le \sqrt{\dfrac{2(m + \mu_n M)g}{Md}}$.

1.43. *Cách giải 1*

a) Xét sự cân bằng của một phần tử dl của dây có khối lượng $dm = \dfrac{m}{2\pi r}.dl$.



Hình 1.39G

Theo Hình 1.39Ga : $d\vec{P} + \vec{F} + d\vec{N} = \vec{0}$ (1)

Theo Hình 1.39Gb : $F = 2T\sin\varphi = 2T\dfrac{dl}{2r} = \dfrac{Tdl}{r}$ (2)

$$T = k\Delta l = k.2\pi(r - r_0)$$

Chiếu phương trình (1) lên phương x, ta được :

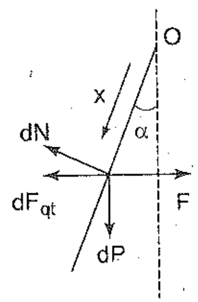
$$dP\cos\alpha - F\sin\alpha = 0 \qquad (3)$$

Thay (2) vào (3) ta được : $\dfrac{mg}{2\pi r}\cos\alpha - \dfrac{Tdl}{r}\sin\alpha = 0$

$$\Rightarrow \frac{mg}{2\pi r} = \frac{2\pi k(r - r_0)\tan\alpha}{r} \qquad (4)$$

hay $$r = r_0 + \frac{mg}{4\pi^2 k\tan\alpha}$$

b) Giả sử nón quay với tốc độ góc ω. Trong HQC gắn với nón, mỗi phần tử dl của vòng chịu thêm lực li tâm $d\vec{F}_q$ (Hình 1.39Gc).



Hình 1.39Gc

Khi ấy điều kiện cân bằng là : $d\vec{P} + \vec{F} + d\vec{F}_{lt} + \vec{N} = \vec{0}$.

Chiếu lên phương x, ta được : $(dF_{lt} - F)\sin\alpha + dP\cos\alpha = 0$.

$$\left(\frac{mdl}{2\pi r}\omega^2 r - \frac{Tdl}{2r}\right)\sin\alpha + \frac{mgdl}{4\pi r}\cos\alpha = 0$$

$$\left(\frac{m\omega^2}{2\pi} - \frac{Tdl}{2r}\right)\tan\alpha + \frac{mg}{4\pi r} = 0$$

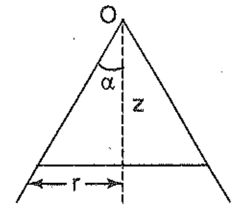
$$\frac{m\omega^2}{2\pi}\tan\alpha - \frac{k.2\pi(2r - r_0)}{2r}\tan\alpha + \frac{mg}{4\pi r} = 0$$

Thay (4) vào ta được :

$$\frac{m\omega^2\tan\alpha}{2\pi} - \frac{k2\pi r}{2r}\tan\alpha = 0 \Rightarrow \omega^2 = \frac{k.2\pi^2}{m} \Rightarrow \omega = \pi\sqrt{\frac{2k}{m}}$$

Cách giải 2 :

a) Chọn gốc thế năng trọng trường tại đỉnh nón : Tại vị trí z vòng có bán kính r : $z = \dfrac{r}{\tan\alpha}$ (Hình 1.39Gd).



Hình 1.39Gd

$$W_{t1} = -mgz = -\frac{mg}{\tan\alpha}r\ ;\ W_{t2} = \frac{1}{2}k.4\pi^2(r - r_0)^2$$

$$W_{t2} = \frac{1}{2}k.4\pi^2(r - r_0)^2$$

$$W_t = -\frac{mg}{\tan\alpha}r + \frac{1}{2}k.4\pi^2(r - r_0)^2$$

Tại VTCB ta có :

$$\frac{dw_t}{dr} = 0 \Rightarrow \frac{-mg}{\tan\alpha} + \frac{1}{2}k.4\pi^2.2(r - r_0) = 0 \qquad (1)$$

$$\Rightarrow r = r_0 + \frac{mg}{4\pi^2 k\tan\alpha}$$

b) Vòng chịu thêm lực li tâm $F = m\omega^2 r$. Lực này có dạng toán học giống như lực đàn hồi $F = -kx$. Vì thế vòng có thế năng li tâm là $W_{t3} = -\dfrac{1}{2}m\omega^2 r^2$.

$$W_t = -\frac{mg}{\tan\alpha}2r + \frac{1}{2}k.4\pi^2(2r - r_0)^2 - \frac{1}{2}m\omega^2(2r)^2$$

Tại VTCB ta có :

$$\frac{dW_t}{dr} = -\frac{2mg}{\tan\alpha} + \frac{1}{2}k.4\pi^2.(2r - r_0).2 - \frac{1}{2}m\omega^2 2r.2 = 0$$

$$\Rightarrow -\frac{mg}{\tan\alpha} + \frac{1}{2}k.4\pi^2.2(r - r_0) + \frac{1}{2}k.4\pi^2.2r - 2m\omega^2 r = 0$$

Kết hợp với (1) ta được : $\dfrac{1}{2}k.4\pi^2.2r - 2m\omega^2 r = 0$

$$\Rightarrow \omega^2 = \frac{2\pi^2 k}{m} \text{ hay } \omega = \pi\sqrt{\frac{2k}{m}}$$

1.44. *Trường hợp 1 :* Tìm vận tốc tương đối v_{21} của ôtô 2 đối với ôtô 1.

Chọn HQC gắn với ôtô 1. Đây là HQC quán tính có $\vec{v}_{kt} = \vec{v}_1$. Áp dụng công thức cộng vận tốc vào trường hợp này ta có :

$$\vec{v}_2 = \vec{v}_{21} + \vec{v}_{kt}$$

Chọn chiều (+) như Hình 1.40Ga, ta có:

$$\frac{v}{2} = v_{21} + v \Rightarrow v_{21} = -\frac{v}{2} \qquad (1)$$

Trường hợp 2 : Tìm vận tốc tương đối v_{12} của ôtô 1 đối với ôtô 2.

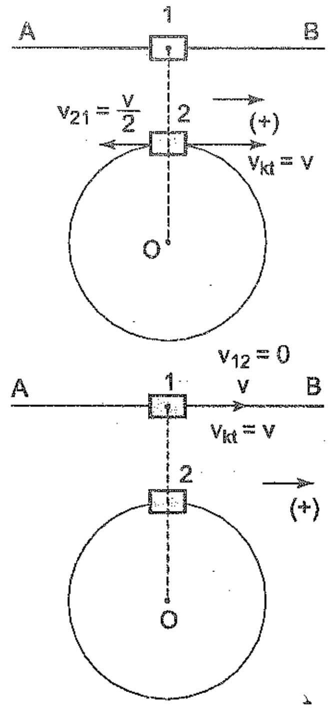
Chọn HQC gắn với ôtô 2. Đây là HQC quay quanh tâm O với tốc độ góc $\omega = \frac{v_2}{R}$. Tại điểm mà ôtô 1 có mặt, $\vec{v}_{kt}$ hướng từ A → B và có độ lớn $v_{kt} = \omega.2R = \frac{v}{2R}.2R = v$.

Chọn chiều (+) như Hình 1.40Gb và áp dụng công thức cộng vận tốc ta có :

$$v_1 = v_{12} + v_{kt} \Rightarrow v = v_{12} + v \Rightarrow v_{12} = 0 \qquad (2)$$

So sánh (1) với (2) ta thấy $v_{12} \neq v_{21}$.

a)



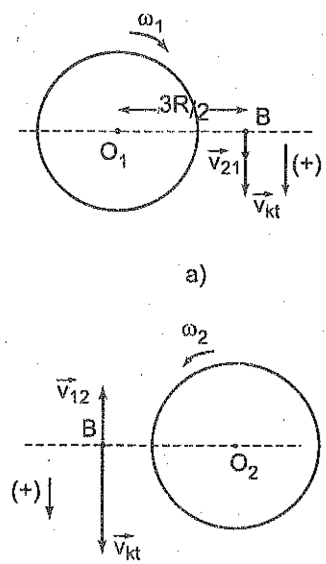
b)

Hình 1.40G

1.45. Tính v_{21} : Chọn HQC gắn với ôtô 1. Đây là HQC quay quanh tâm O_1 với tốc độ góc $\omega_1 = \frac{v_1}{R}$.

Tại thời điểm xét, ôtô 2 ở vị trí B cách trục quay O_1 một khoảng là $\frac{3R}{2}$ nên $v_{kt} = \omega_1 \frac{3R}{2} = \frac{3v_1}{2}$ và có hướng như (Hình 1.41Ga) :

$$\vec{v}_2 = \vec{v}_{21} + \vec{v}_{kt}$$



b)

Hình 1.41G

Chọn chiều (+) như Hình 1.41Ga, ta có :

$$v_2 = v_{21} + v_{kt} \Rightarrow 2v_1 = v_{21} + \frac{3v_1}{2}$$

$$\Rightarrow v_{21} = \frac{v_1}{2} = 10 \text{ km/h } (> 0)$$

Tính v_{12} : Chọn HQC gắn với ôtô 2. HQC này quay quanh O_2 với tốc độ góc :

$$\omega_2 = \frac{v_2}{R}.$$

Tại thời điểm xét, ôtô 1 ở vị trí A, cách tâm O_2 một khoảng là $\frac{3R}{2}$ nên có :

$$v_{kt} = \omega_2.\frac{3R}{2} = \frac{3v_2}{2} = 3v_1 \text{ và có hướng như ở Hình 1.41Gb.}$$

$$\vec{v}_1 = \vec{v}_{12} + \vec{v}_{kt}$$

Chọn chiều dương như ở Hình 1.41Gb, ta có :

$$v_1 = v_{12} + v_{kt} \Rightarrow v_1 = v_{12} + 3v_1$$

$$\Rightarrow v_{12} = -2v_1 = -40 \text{ km/h } (< 0)$$

b) Khi ôtô 2 qua điểm C.

Tính v_{21} : Chọn HQC gắn với ôtô 1. Tại thời điểm xét ôtô 2 ở vị trí C có :

$$v_{kt} = \omega_1 \frac{7R}{2} = 3{,}5\, v_1$$

và có hướng như ở Hình 1.41Gc :

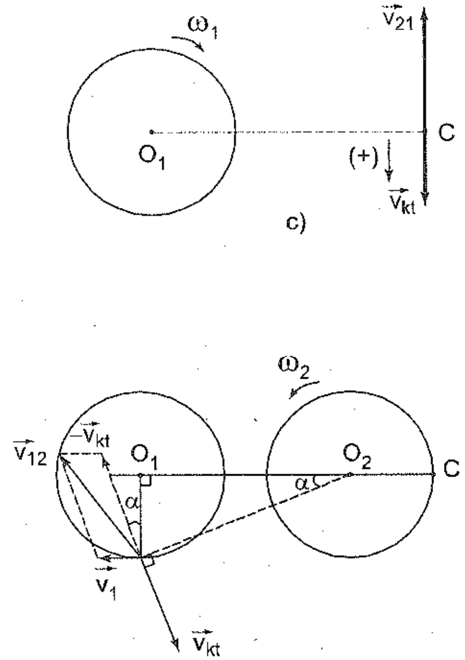
$$\vec{v}_2 = \vec{v}_{21} + \vec{v}_{kt}$$

Chọn chiều dương như Hình 1.41Gc.

$$v_2 = v_{21} + v_{kt}$$

$$\Rightarrow -2v_1 = v_{21} + 3{,}5v_1$$

$$\Rightarrow v_{21} = -5{,}5v_1 = -110 \text{ km/h} < 0$$



d)

Hình 1.41G

Tính v_{12} : Chọn HQC gắn với ôtô 2. Tại thời điểm xét, ôtô 1 đến điểm D có $v_{kt} = \omega_2.O_2D$ và có hướng như ở Hình 1.41Gd.

$$v_{kt} = \frac{2v_1}{R}.2,69R = 107,6 \text{ km/h}$$

$$\vec{v}_1 = \vec{v}_{12} + \vec{v}_{kt} \Rightarrow \vec{v}_{12} = \vec{v}_1 - \vec{v}_{kt}$$

$$v_{12}^2 = v_1^2 + v_{kt}^2 + 2v_1v_{kt}\sin\alpha = 20^2 + (107,6)^2 + 2.20.107,6.\frac{1}{2,69}$$

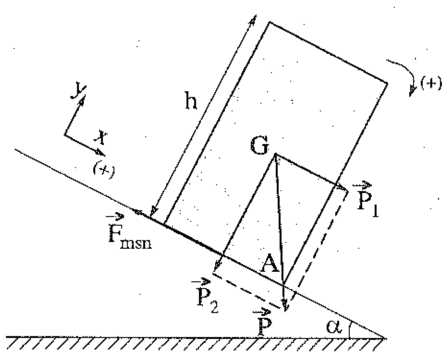
$v_{12}^2 = 400 + 11577,76 + 1600 = 13577,76 \Rightarrow v_{12} = 116,5$ km/h.

Hướng vectơ $\vec{v}_{12}$ được chỉ ở trên Hình 1.41Gd.

CHỦ ĐỀ 2

2.1. Hình 2.1G.

a) Giả sử khi tăng dần góc nghiêng α thì sự đổ xảy ra trước. Ta phân tích trọng lực $\vec{P}$ thành hai thành phần $\vec{P}_1$ và $\vec{P}_2$. Xilanh bắt đầu đổ khi momen đối với cạnh A của $\vec{P}_1$ có độ lớn tăng đến bằng momen của $\vec{P}_2$.



Hình 2.1G

$$mg\sin\alpha.\frac{h}{2} - mg\cos\alpha.R = 0$$

$$\tan\alpha = \frac{2R}{h} \quad (1)$$

Vì xilanh không trượt nên ta có :

$$mg\sin\alpha - F_{msn} = 0$$

$$F_{msn} \leq \mu mg\cos\alpha$$

Suy ra : $\tan\alpha < \mu$ (2)

Kết hợp (1) với (2), ta được : $\mu > \dfrac{2R}{h}$.

b) Giả sử khi tăng góc nghiêng thì sự trượt xảy ra trước. Xilanh bắt đầu trượt khi lực thành phần $\vec{P}_1$ có độ lớn tăng đến bằng lực ma sát nghỉ cực đại :

$$mg\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha = 0$$

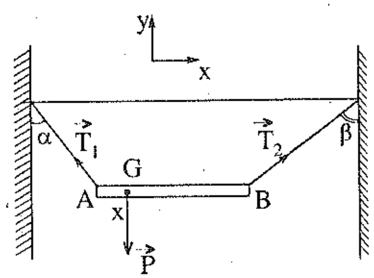
$$\tan\alpha = \mu \quad (3)$$

Vì xilanh không đổ nên : $mg\sin\alpha.\dfrac{h}{2} < mg\cos\alpha.R$

$$\tan\alpha < \frac{2R}{h} \quad (4)$$

Kết hợp (3) với (4), ta được : $\mu < \dfrac{2R}{h}$.

2.2. Hình 2.2G.



Hình 2.2G

Ox : $\sum F_x = 0$

$$-T_1\sin\alpha + T_2\sin\beta = 0$$

$$T_2 = \frac{T_1\sin\alpha}{\sin\beta} \quad (1)$$

Oy : $\sum F_y = 0$

$$T_1\cos\alpha + T_2\cos\beta - P = 0 \Rightarrow T_1\left(\cos\alpha + \frac{\sin\alpha\cos\beta}{\sin\beta}\right) = P \quad (2)$$

$$T_1\cos\alpha.l - P(l - x) = 0 \Rightarrow P = \frac{lT_1\cos\alpha}{l - x} \quad (3)$$

$$(2) = (3) \Rightarrow \cos\alpha + \frac{\sin\alpha.\cos\beta}{\sin\beta} = \frac{l\cos\alpha}{l - x}$$

$$\Rightarrow x = l\left(1 - \frac{\cos\alpha.\sin\beta}{\sin(\alpha + \beta)}\right) = 2,24 \text{ m}$$

2.3. Hình 2.3Ga.

a) *Cách 1* :

$Ox : N_2 - F_{ms1} = 0$ (1)

$Oy : F_{ms2} + N_1 = P$ (2)

$\sum M_{(A)} = 0$

$Pl\cos\alpha - F_{ms2}2l\cos\alpha - N_2.2l\sin\alpha = 0$

$P\cos\alpha = 2(F_{ms2}\cos\alpha + N_2\sin\alpha)$ (3)

$F_{ms1} \le \mu_1 N_1$ (4)

$F_{ms2} \le \mu_2 N_2$ (5)

Giải hệ phương trình ta được :

$$\tan\alpha \ge \frac{1 - \mu_1\mu_2}{2\mu_1}$$

b) Áp dụng bằng số : $\alpha_{min} = 39,7^o$.

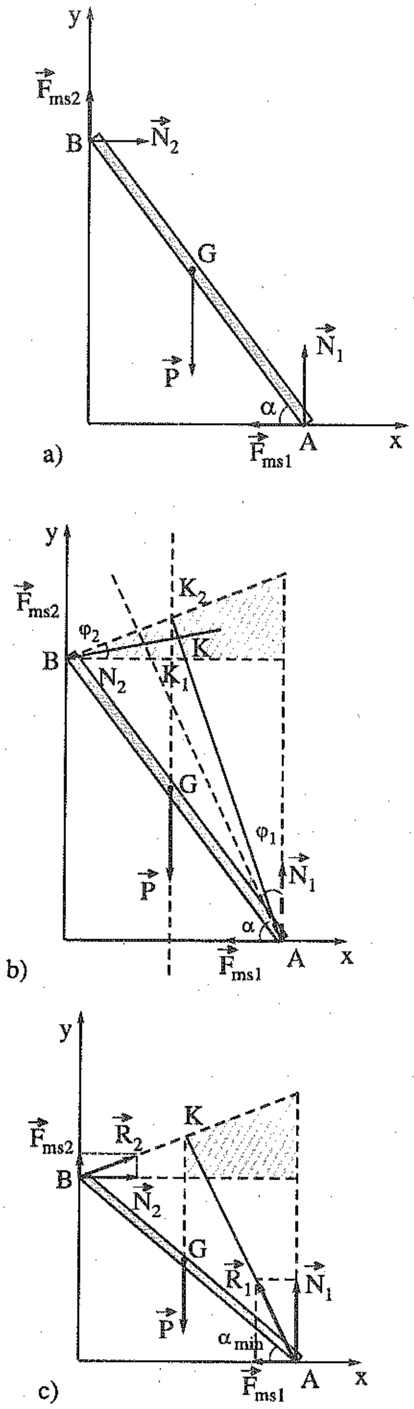
Cách 2 :

a) Thang chịu ba lực $\vec{P}$, $\vec{R}_1$ và $\vec{R}_2$. Ba lực này phải đồng phẳng, đồng quy và có hợp lực bằng 0. Điểm đồng quy này phải nằm trong miền chung giới hạn bởi hai góc ma sát φ_1 và φ_2 (Hình 2.3Gb).

Khi thang bắt đầu trượt, đầu A trượt ra xa tường, đầu B trượt xuống. Suy ra, sẽ có một góc nhỏ nhất α_{min} mà thang làm với sàn ở ranh giới của sự cân bằng.

Vì điểm đồng quy K có thể nằm tại một điểm bất kì trên đoạn K_1K_2 nên các phản lực $\vec{R}_1$ và $\vec{R}_2$ là không xác định.

Góc α_{min} ứng với ranh giới của cân bằng (Hình 2.3Gc).



Hình 2.3G

Áp dụng điều kiện cân bằng tổng quát : $\sum F_x = 0$, $\sum F_y = 0$ và $\sum M_{(A)} = 0$.

Ta suy ra :

$$\tan\alpha_{min} = \frac{1 - \mu_1\mu_2}{2\mu_1} = 0,83\,;\ \alpha_{min} = 39,7^o.$$

2.4. Gọi $\vec{R}_{12}$ và $\vec{R}_{21}$ là lực tương tác giữa hai thanh qua bản lề A : $R_{12} = R_{21} = R$.

Gọi α là góc mà $\vec{R}_{12}$ và $\vec{R}_{21}$ làm với phương thẳng đứng.

Xét sự cân bằng của thanh 1 (Hình 2.4Ga) :

Từ $\sum M_{(O)} = 0$, suy ra :

$$P.\frac{l}{2}\sin\theta_1 + R\cos\alpha.l\sin\theta_1 = R\sin\alpha.l\cos\theta_1$$

$$P\sin\theta_1 + 2R\cos\alpha = 2R\sin\alpha.\cos\theta_1 \quad (1)$$

Xét sự cân bằng của thanh 2 (Hình 2.4Gb) :

Từ $\sum F_x = 0$ và $\sum F_y = 0$, suy ra :

$R\cos\alpha = P$ (2)

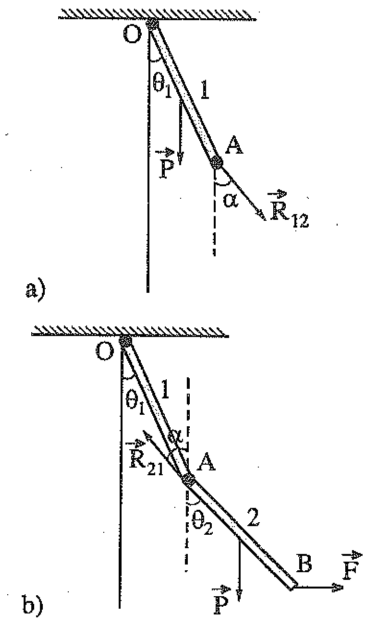
$R\sin\alpha = F$ (3)

Từ $\sum M_{(A)} = 0$, suy ra :

$$P\frac{l}{2}\sin\theta_2 = Fl\cos\theta_2 \quad (4)$$

hay $\tan\theta_2 = \dfrac{2F}{mg}$.

Thay (2) và (3) vào (1), ta được : $\tan\theta_1 = \dfrac{2F}{3mg}$.



Hình 2.4G

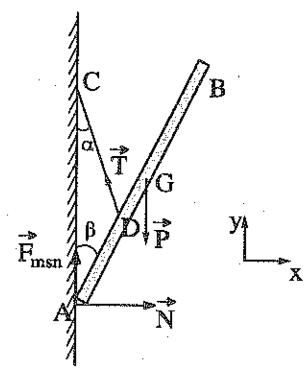
2.5. Hình 2.5G.

Trường hợp 1 : $\vec{F}_{msn}$ hướng lên.

Từ $\sum F_x = 0$ và $\sum F_y = 0$, suy ra :

$N = T\sin\alpha$ (1)

$P = F_{msn} + T\cos\alpha$ (2)


Hình 2.5G

Từ $\sum M_A = 0$, suy ra :

$$P\frac{l}{2}\sin\beta = T\frac{l}{3}\sin(\alpha + \beta)$$

hay $$T = \frac{3P\sin\beta}{2\sin(\alpha + \beta)} \qquad (3)$$

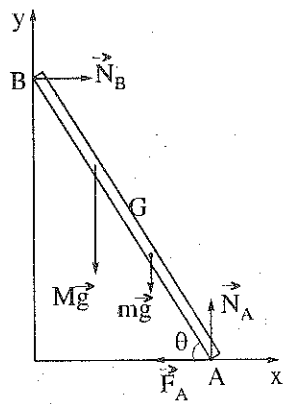
$$F_{msn} \le \mu_n N \qquad (4)$$

Giải hệ phương trình, ta được : $\mu \ge \frac{1}{3}\left(\frac{2}{\tan\beta} - \frac{1}{\tan\alpha}\right)$

Trường hợp 2 : $\vec{F}_{msn}$ hướng xuống. Làm tương tự như trên, ta được :

$$\mu \ge \frac{1}{3}\left(\frac{1}{\tan\alpha} - \frac{2}{\tan\beta}\right)$$

2.6. a) Hình 2.6G.



Hình 2.6G

Từ $\sum F_x = 0$ và $\sum F_y = 0$, suy ra :

$$N_B = F_A \qquad (1)$$

$$N_A = (M + m)g \qquad (2)$$

Từ $\sum M_{(A)} = 0$, suy ra :

$$N_B l\sin\theta = Mgd\cos\theta + mg\frac{l}{3}\cos\theta \qquad (3)$$

Thay (1) và (2) vào (3), ta suy ra :

$$F_A = \left(Mgd + \frac{mgl}{3}\right)\frac{\cot\theta}{l} \le \mu_A(M + m)g$$

hay $$\tan\theta \ge \frac{\frac{3Md}{l} + m}{3\mu_A(M + m)}$$

$$d \le \mu_A l\tan\theta\left(1 + \frac{m}{M}\right) - \frac{ml}{3M}$$

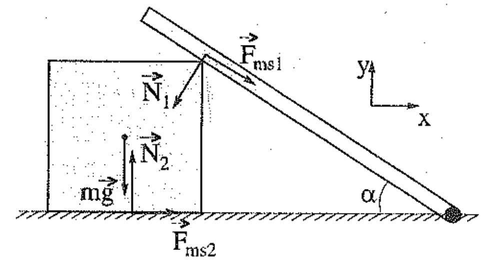
b) Đối với $\theta = 60^o$, $d_{max} = 3{,}13$ m.

Muốn trèo lên đỉnh thang ($d = l$) thì :

$$\tan\theta \ge \frac{M + \frac{m}{3}}{\mu_A(M + m)} \Rightarrow \theta \ge 65{,}2^o.$$

c) Xem bài 2.3.

2.7. Giả sử có một giá trị α_0 tại đó vật bắt đầu trượt. Đó cũng là vị trí mà lực ma sát nghỉ cực đại (Hình 2.7G).



Hình 2.7G

Xét sự cân bằng của khối theo hai phương x và y :

$$F_{ms1}\cos\alpha_0 + F_{ms2} - N_1\sin\alpha_0 = 0 \qquad (1)$$

$$N_2 - mg - N_1\cos\alpha_0 - F_{ms1}\sin\alpha_0 = 0 \qquad (2)$$

$$F_{ms1} = \mu_1 N_1 \text{ và } F_{ms2} = \mu_2 N_2 \qquad (3)$$

Thay (2), (3) vào (1) :

$$-N_1\sin\alpha_0 + \mu_1 N_1\cos\alpha_1 +$$
$$+\mu_2(mg + N_1\cos\alpha_0 + \mu_1 N_1\sin\alpha_0) = 0$$
$$-N_1\sin\alpha + \mu_1 N_1\cos\alpha_1 + \mu_2 mg +$$
$$+\mu_2 N_1\cos\alpha_0 + \mu_2\mu_1 N_1\sin\alpha = 0$$
$$\Rightarrow \mu_1 N\cos\alpha_0 + \mu_2 mg + \mu_2 N_1\cos\alpha_0 = 0$$

Vế bên trái là tổng các số dương do đó không thể bằng 0. Suy ra hệ cân bằng với mọi α.

2.8. a) Điều kiện vật không trượt (Hình 2.8Ga).

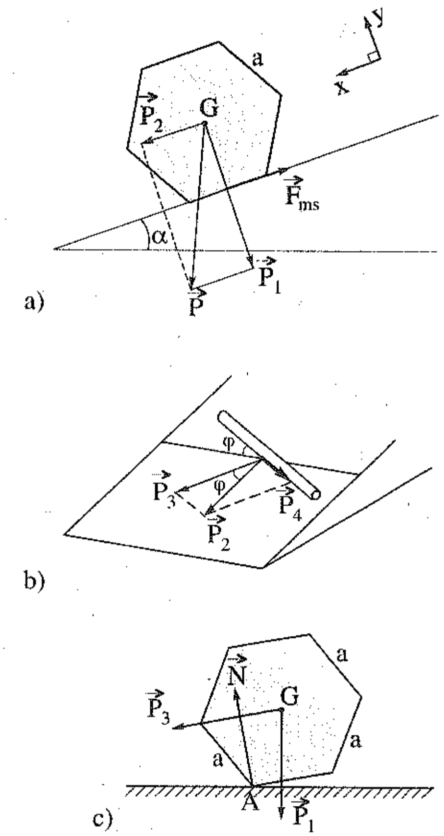
$$Ox : P\sin\alpha - F_{msn} = 0 \qquad (1)$$

$$N - P\cos\alpha = 0 \qquad (2)$$

$$F_{msn} \le \mu N \qquad (3)$$

Từ hệ phương trình, suy ra :

$$\mu \ge \tan\alpha = 0{,}84$$



Hình 2.8G

b) Điều kiện để vật không lăn (Hình 2.8Gb, c).

$P_3 = P_2\cos\varphi = P\sin\alpha.\cos\varphi$

$M_{(A,\vec{P}_1)} \geq M_{(A,\vec{P}_3)}$

$$P_1\frac{a}{2} \geq P_3\frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$P\cos\alpha \geq P\sin\alpha.\cos\varphi\sqrt{3}$$

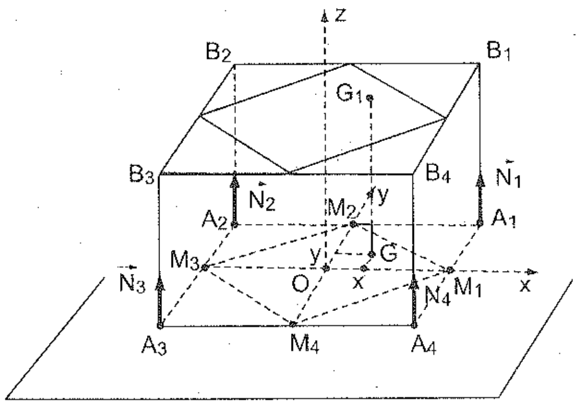
$$\cos\varphi \leq \frac{\cot\alpha}{\sqrt{3}} = \frac{\cot 40^o}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \cos\varphi \leq 0{,}6 \Rightarrow \varphi \geq 46{,}5^o$$

2.9. Giả sử vật rắn chịu tác dụng của ba lực và đứng cân bằng. Chọn một điểm O tuỳ ý trên giá của lực $\vec{F}_1$. Momen của lực $\vec{F}$ đối với điểm O bằng 0. Tổng vectơ các momen lực đối với O bằng 0. Suy ra, hai vectơ momen của hai lực $\vec{F}_2$ và $\vec{F}_3$ phải là hai vectơ cân bằng nhau. Theo công thức $\vec{M}_O = \vec{r} \wedge \vec{F}$ thì hai vectơ $\vec{F}_2$ và $\vec{F}_3$ phải cùng nằm trong một mặt phẳng và mặt phẳng này phải chứa $\vec{F}_1$ vì nó chứa điểm O bất kì trên giá của lực $\vec{F}_1$.

Giả sử chọn điểm đồng quy O_1 của hai giá của hai lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ để tính momen. Tổng các momen lực bằng O quy về momen của lực $\vec{F}_3 = \vec{0}$. Suy ra, giá của lực $\vec{F}_3$ cũng phải qua O_1.

2.10. a) Hình 2.9G.



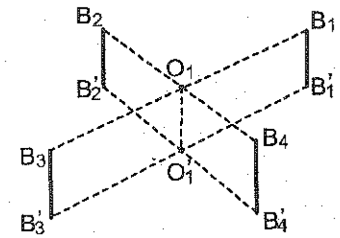
Hình 2.9G

$$\sum F_z = 0 \Rightarrow N_1 + N_2 + N_3 + N_4 = P \quad (1)$$

$$\sum M_{(Ox)} = 0 \Rightarrow b(N_1 + N_2 - N_3 - N_4) = P_y \quad (2)$$

$$\sum M_{(Oy)} = 0 \Rightarrow a(N_1 - N_2 - N_3 + N_4) = P_x \quad (3)$$

Mặt khác, do bị biến dạng nên B_1 dịch chuyển xuống B_1' ; $B_2 \to B_2'$; $B_3 \to B_3'$; $B_4 \to B_4'$ (Hình 2.10G).



Hình 2.10G

Vì mặt bàn vẫn phẳng nên ta có :

$$\overline{O_1O_1'} = \frac{1}{2}\left(\overline{B_1B_1'} + \overline{B_3B_3'}\right) = \frac{1}{2}\left(\overline{B_2B_2'} + \overline{B_4B_4'}\right) \quad (4)$$

Theo định luật Húc, ta có :

$$N_1 = -k\overline{B_1B_1'} \; ; \; N_2 = -k\overline{B_2B_2'}$$

$$N_3 = -k\overline{B_3B_3'} \; ; \; N_4 = -k\overline{B_4B_4'}$$

Kết hợp với (4) ta được : $N_1 + N_3 = N_2 + N_4$ (5)

Giải hệ phương trình (1), (2), (3), và (5), ta được :

$$N_1 = \frac{P}{4}\left(1 + \frac{x}{a} + \frac{y}{b}\right) \; ; \; N_2 = \frac{P}{4}\left(1 - \frac{x}{a} + \frac{y}{b}\right)$$

$$N_3 = \frac{P}{4}\left(1 - \frac{x}{a} - \frac{y}{b}\right) \; ; \; N_4 = \frac{P}{4}\left(1 + \frac{x}{a} - \frac{y}{b}\right)$$

Biện luận :

$N_1 > 0 \Rightarrow 1 + \frac{x}{a} + \frac{y}{b} > 0 \Rightarrow$ G ở cùng phía với O đối với đường thẳng M_3M_4.

Lập luận tương tự : $N_2 > 0$, $N_3 > 0$, $N_4 > 0 \Rightarrow$ G nằm trong hình thoi $M_1M_2M_3M_4$.

Nếu G nằm ngoài hình thoi, ví dụ như nằm ở trong tam giác $M_3A_3M_4$ thì $N_1 < 0$. Khi ấy ta phải thừa nhận $N_1 = 0$ và bàn chỉ tựa lên ba chân. Ta tính được ba phản lực này nhờ các công thức tĩnh học.

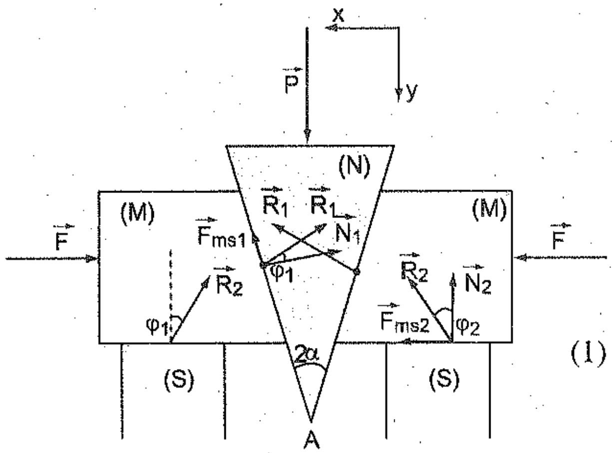
b) Với $G\left(x = \frac{a}{4} \text{ và } y = \frac{b}{4}\right)$ thì G nằm trong hình thoi ta có :

$$N_1 = \frac{3P}{8}\ ;\ N_2 = N_4 = \frac{P}{4}\ ;\ N_3 = \frac{P}{8}$$

c) Với $G\left(x = -\frac{3a}{4} \text{ và } y = -\frac{3b}{4}\right)$ thì G nằm ngoài hình thoi :

$$N_1 = -\frac{P}{8}\ ;\ N_2 = N_4 = \frac{P}{4}\ ;\ N_3 = \frac{5P}{8}$$

2.11. Xét hệ ở trạng thái cân bằng giới hạn : Các ngoại lực gồm lực tác dụng $\vec{P}$, hai lực giữ $\vec{F}$ và hai phản lực $\vec{R}_2$ từ phía giá đỡ (Hình 2.11G).



Hình 2.11G

Điều kiện cân bằng cho ta :

$$\text{Oy} : N_2 = \frac{P}{2} \qquad (1)$$

Xét nêm : Các lực tác dụng vào nêm gồm lực $\vec{P}$, hai phản lực đối xứng $\vec{R}_1$ từ phía hai hàm. Điều kiện cân bằng cho ta :

$$\text{Oy} : P = 2R_1\sin(\alpha + \varphi_1) = \frac{2N_1}{\cos\varphi_1}\sin(\alpha + \varphi_1) \qquad (2)$$

Xét một hàm : Các lực tác dụng vào một hàm gồm lực giữ $\vec{F}$, phản lực $\vec{R}_1'$ của nêm và phản lực $\vec{R}_2'$ của giá đỡ. Điều kiện cân bằng cho ta :

$$\text{Oy} : R_1\sin(\alpha + \varphi_1) = \frac{N_1}{\cos\varphi_1}\sin(\alpha + \varphi_1) = N_2 = \frac{P}{2} \qquad (3)$$

$$\text{Ox} : R_1\cos(\alpha + \varphi_1) = F + F_{ms2} = F + N_2\tan\varphi_2 = F + \frac{P}{2}\tan\varphi_2 \qquad (4)$$

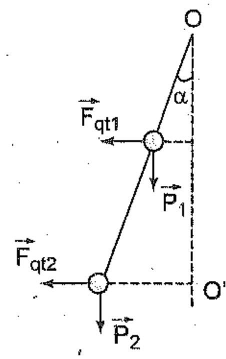
Từ (3) và (4) suy ra : $\cot(\alpha + \varphi_1) = 2\frac{F}{P} + \tan\varphi_2$.

Cuối cùng, muốn nêm ngập sâu vào giữa hai hàm thì lực $\vec{P}$ phải có giá trị :

$$P \geq \frac{2F\tan(\alpha + \varphi_1)}{1 - \tan\varphi_2\tan(\alpha + \varphi_1)}$$

Điều kiện $P > 0 \Rightarrow \tan\varphi_2\tan(\alpha + \varphi_1) < 1 \Rightarrow \varphi < 45^o$ và α phải là góc đủ nhọn.

2.12. a) Chọn HQC quay cùng với thanh. Trong HQC này vật rắn gồm thanh và hai quả cầu chịu tác dụng của các trọng lực và lực li tâm, đặt tại tâm của mỗi quả cầu (Hình 2.12G). Momen của các lực li tâm làm cho thanh cứng quay đi một góc α khỏi phương thẳng đứng OO'.



Hình 2.12G

Áp dụng điều kiện cân bằng của vật rắn đối với một trục nằm ngang đi qua O, ta có :

$$F_{qt1}\cos\alpha.l_1 + F_{qt2}\cos\alpha.l_2 = m_1 g\sin\alpha.l_1 + m_2 g\sin\alpha.l_2$$

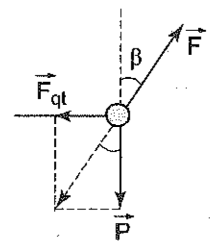
Thay $F_{qt} = m\omega^2 l\sin\alpha$ vào ta được :

$$\cos\alpha = \frac{g(m_1 l_1 + m_2 l_2)}{\omega^2(m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2)} \qquad (1)$$

b) Xét riêng mỗi quả cầu. Mỗi quả cầu chịu ba lực cân bằng là trọng lực $\vec{P}$, lực li tâm $\vec{F}_{qt}$ và lực $\vec{F}$ mà thanh tác dụng lên mỗi quả cầu (Hình 2.13G).

$$\text{Quả cầu 1} : \tan\beta_1 = \frac{F_{qt1}}{m_1 g} \approx \frac{m_1\omega^2 l_1\sin\alpha}{m_1 g} = \frac{\omega^2 l_1}{g}\sin\alpha \qquad (2)$$

$$\text{Quả cầu 2} : \tan\beta_2\ \frac{\omega^2 l_2}{g}\sin\alpha \qquad (3)$$



Hình 2.13G

Nhận xét : Từ (1) suy ra $\cos\alpha < \frac{g}{l_1\omega^2}$.

Kết hợp với (2), suy ra : $\tan\beta_1 < \tan\alpha$ hay $\beta_1 < \alpha$.

Lập luận tương tự ta suy ra : $\beta_2 > \alpha$.

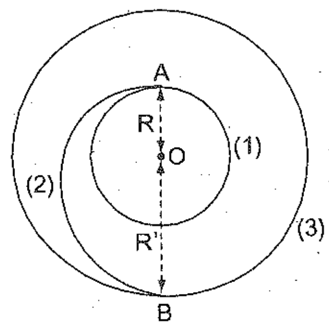
CHỦ ĐỀ 3

3.1. Hình 3.1G.

a) $F_{hd} = F_{ht} \Rightarrow \dfrac{GMm}{R^2} = \dfrac{mv^2}{R}$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{R}} = \text{const}$$

$$T = \frac{2\pi R}{v} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{R^3}{GM}}$$



Hình 3.1G

b) Định luật bảo toàn cơ năng

Tại A : $\dfrac{1}{2}mv_1^2 - \dfrac{GMm}{R} = -\dfrac{GMm}{2a} = -\dfrac{GMm}{(R+R')}$

$$\Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{2GMR'}{R(R+R')}}$$

Định luật bảo toàn momen động lượng :

$$\underset{\text{Tại A}}{Rmv_1} = \underset{\text{Tại B}}{R'mv_2} \Rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{2GMR}{R'(R+R')}}$$

$$\Delta W_1 = \left(-\frac{GMm}{(R+R')}\right) - \left(-\frac{GMm}{2R}\right) = \frac{GMm}{2R}\left(\frac{R'-R}{R'+R}\right)$$

c) $v' = \sqrt{\dfrac{GM}{R'}}$;

$$\Delta W_2 = \left(-\frac{GMm}{2R'}\right) - \left(-\frac{GMm}{R+R'}\right) = \frac{GMm}{2R'}\left(\frac{R'-R}{R'+R}\right)$$

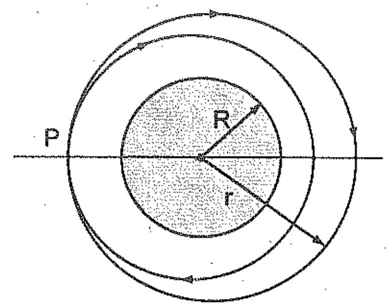
3.2. Hình 3.2G.

a) $r = R + h = 6\,370 + 400 = 6\,770$ km

$= 6,77.10^6$ m

$$T_0 = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}} = \sqrt{\frac{4\pi^2.\left(6,77.10^6\right)^3}{6,77.10^{-11}.5,98.10^{24}}}$$

$= 5\,540$ s $= 92,3$ ph



Hình 3.2G

$$v_0 = \frac{2\pi r}{T_0} = 7\,680 \text{ m/s}$$

b) $v = 0,99\,v_0 = 7\,600$ m/s

$$W_d = \frac{1}{2}mv^2 = 5,78.10^{10} \text{ J} ;\ W_t = -\frac{GMm}{r} = -11,8.10^{10} \text{ J}$$

c) $W = W_d + W_t = -6,02.10^{10}$ J

$$W = -\frac{GMm}{2a} \Rightarrow a = \frac{-GMm}{2W} = 6,63.10^6 \text{ m}$$

(a nhỏ hơn r khoảng 2,1%)

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{T_0^2}{R^3} \Rightarrow T = T_0\sqrt{\frac{a^3}{R^3}} = 5370 \text{ s} \Rightarrow T < T_0$$

d) Vì $T < T_0$ nên Sa-ly về đến điểm P trước. Tại P, nó đốt cháy nhiên liệu trong một thời gian ngắn, nhưng lần này cho khí đốt phụt ra về phía sau để làm tăng tốc độ của con tàu lên bằng v_0. Khi ấy Sa-ly ở trước I-go trên cùng một quỹ đạo.

Chú ý : Muốn đuổi kịp và vượt I-go, Sa-ly không thể tăng tốc ngay từ đầu. Vì sau khi tăng tốc, con tàu chuyển sang quỹ đạo elip mà điểm P là cận điểm và bán trục a của elip lớn hơn R. Do đó Sa-ly về đến điểm P chậm hơn I-go.

3.3. *Phương án 1 :* $v = \sqrt{\dfrac{GM}{r_1}} \Rightarrow |\Delta v| = |0 - v| = v.$

Phương án 2 : Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng và định luật bảo toàn momen động lượng :

$$\begin{cases} \frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{GMm}{r_1} = -\frac{GMm}{r_1 + r_2} \\ v_1r_1 = v_2r_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{2GMr_2}{r_1(r_1 + r_2)}} \text{ và } v_2 = \sqrt{\frac{2GMr_1}{r_2(r_1 + r_2)}}$$

$$|\Delta v_1| = v_1 - v \; ; \; |\Delta v_2| = |0 - v_2| = v_2$$

$|\Delta v_1| + |\Delta v_2| = v_1 + v_2 - v = 0,483v$. Phương án 2 lợi hơn.

3.4. Có thể thừa nhận rằng chuyển động của vệ tinh vẫn diễn ra theo quỹ đạo tròn, còn lực cản chỉ làm giảm cơ năng của vệ tinh.

$$W = -\frac{1}{2}W_đ = -\frac{1}{2}mv^2$$

$$A = -F\Delta s = \Delta W = \Delta\left(-\frac{1}{2}mv^2\right) = -\frac{1}{2}m2v\Delta v$$

$$\Rightarrow F\Delta s = mv\Delta v \Rightarrow F.2\pi R = mv\Delta v \qquad (1)$$

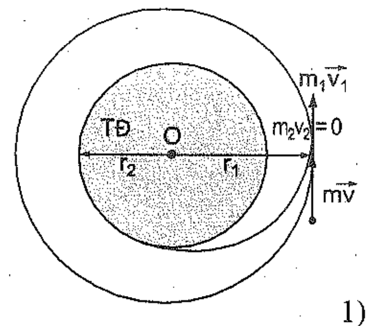
Mặt khác, vì $h \ll R$ nên $F_{ht} = \frac{mv^2}{R} = mg$. Suy ra $v = \sqrt{gR}$ (2)

Từ (1) và (2), suy ra $\Delta v = \frac{2\pi RF}{m\sqrt{gR}} = \frac{2\pi.6400.10^3.7,0.10^{-4}}{200\sqrt{9,8.6400.10^3}}$.

$$\Rightarrow \Delta v = 0,0178 \approx 0,018 \text{ m/s (tăng lên)}$$

Chú ý : Lực ma sát sinh công làm giảm cơ năng của vệ tinh. Theo công thức $W = \frac{1}{2}W_t = -\frac{GMm}{R}$, thì R giảm. Vệ tinh chuyển động lại gần Trái Đất theo đường xoáy trôn ốc. Trong chuyển động này lực hấp dẫn (ở đây là trọng lực) thực hiện công dương làm giảm thế năng và làm tăng động năng của vệ tinh. Vì phần động năng tăng do trọng lực lớn hơn phần động năng giảm do lực ma sát. Nên tốc độ của vệ tinh liên tục tăng lên. Vệ tinh có bốc cháy khi vào đến lớp khí quyển đậm đặc hơn.

3.5. Hình 3.3G.



Hình 3.3G

Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng.

Tại viễn điểm, ta có :

$$\frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{GMm}{r_1} = -\frac{GMm}{r_1 + r_2}$$

$$\Rightarrow v_1^2 = \frac{2GMr_2}{r_1(r_1 + r_2)} \qquad 1)$$

Ngay sau khi nổ, mảnh 2 rơi thẳng đứng xuống đất $\Rightarrow v_2' = 0$.

Áp dụng định luật bảo toàn động lượng cho tên lửa lúc nổ :

$$m\vec{v}_1 = m_1\vec{v}_1' + m_2\vec{v}_2' = m_1\vec{v}_2' + 0$$

$$\Rightarrow m_1\vec{v}_1 = m_1\vec{v}_1' \Rightarrow mv_1 = m_1v_1'$$

hay $$m_1 = m\frac{v_1}{v_1'} \qquad (2)$$

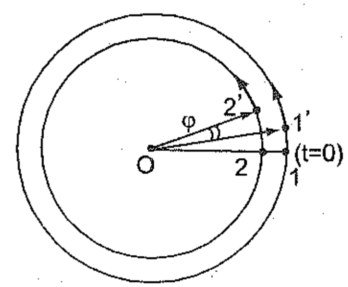
Khi mảnh 1 chuyển động trên quỹ đạo tròn bán kính r_1, ta có :

$$\frac{m_1v_1'^2}{r_1} = \frac{GMm_1}{r_1^2} \Rightarrow v_1'^2 = \frac{GM}{r_1} \qquad (3)$$

Từ (1), (2), (3) ta được : $m_1 = m\sqrt{\frac{2r_2}{r_1 + r_2}} = 8,66$ tấn ;

$$m_2 = m - m_1 = 1,34 \text{ tấn}$$

3.6. Trường hợp chuyển động cùng chiều (Hình 3.4G).



Hình 3.4G

Từ $\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^3 \Rightarrow T_1 > T_2$ hay $\omega_1 < \omega_2$

$$\varphi = (\omega_2 - \omega_1)t$$

$$2\pi = (\omega_2 - \omega_1)\tau \Rightarrow \frac{2\pi}{\tau} = \frac{2\pi}{T_2} - \frac{2\pi}{T_1}$$

hay $\frac{1}{\tau_1} = \frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}$ với $\begin{cases} T_1 = \sqrt{\dfrac{4\pi^2 R^3}{GM}} \\ T_2 = \sqrt{\dfrac{4\pi^2 (R - \Delta R)^3}{GM}} \end{cases}$

Thay vào ta được :

$$\frac{1}{\tau_1} = \frac{\sqrt{GM}}{2\pi}\left(\frac{1}{(R - \Delta R)^{3/2}} - \frac{1}{R^{3/2}}\right) \approx \frac{\sqrt{GM}}{2\pi R^{3/2}}\left(\frac{1}{1 - \dfrac{3\Delta R}{2R}} - 1\right)$$

$$\approx \frac{\sqrt{GM}}{2\pi R^{3/2}}\left(1 + \frac{3\Delta R}{2R} - 1\right) \approx \frac{\sqrt{GM}}{2\pi R^{3/2}} \cdot \frac{3\Delta R}{2R}$$

Suy ra : $\tau_1 = \frac{4\pi}{\sqrt{GM}} \cdot \frac{R^{3/2}.R}{3\Delta R} = 382\ 752 = 4,43$ ngày.

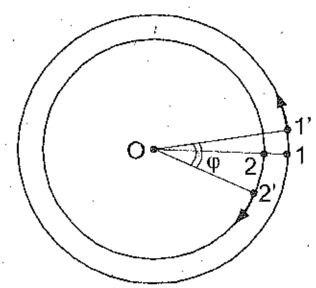
b) Trường hợp chuyển động ngược chiều (Hình 3.5G).

$$\varphi = (\omega_1 + \omega_2)t$$

$$2\pi = (\omega_1 + \omega_2)\tau_2 \Rightarrow \frac{1}{\tau_2} = \frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\tau_2} = \frac{\sqrt{GM}}{2\pi R^{3/2}}\left(2 + \frac{3\Delta R}{2R}\right)$$

$$\Rightarrow \tau_2 = \frac{2\pi}{\sqrt{GM}} \frac{R^{3/2}}{\left(2 + \dfrac{3\Delta R}{2R}\right)}$$



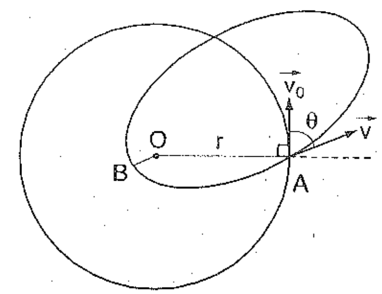
Hình 3.5G

$$\frac{\tau_1}{\tau_2} = \frac{4R + 3\Delta R}{3\Delta R} \approx 122$$

$\tau_2 \approx 3137s = 0,87$ giờ.

3.7. a)

$$\left.\begin{aligned} \frac{mv_0^2}{R} &= \frac{GMm}{R^2} \\ W &= \frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{GMm}{R} \end{aligned}\right\} \Rightarrow W = -\frac{1}{2}mv_0^2$$



Hình 3.6G

b) (Hình 3.6G). Vì $|\vec{v}| = v_0$ nên $W = \text{const}$.

Ta có :

$$-\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{mv_B^2}{2} - \frac{GMm}{\dfrac{R}{5}} = \frac{mv_B^2}{2} - \frac{5GMm}{R}$$

$$-\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_B^2 - 5mv_0^2$$

Suy ra : $v_B = 3v_0$.

c) $L_B = L_A \Rightarrow m.3v_0\frac{R}{5} = mv_0R\sin(\vec{r}, \vec{v}) = mv_0R\cos\theta$

$$\Rightarrow \cos\theta = \frac{3}{5} \Rightarrow \theta \approx 53^o$$

3.8. Hệ sao đôi là một hệ hai hạt. Khối tâm O của sao đôi nằm trên đường thẳng nối hai sao. Gọi r là khoảng cách giữa hai sao. Ta có :

$$r_1 = \frac{m_2 r}{m_1 + m_2};\ r_2 = \frac{m_1 r}{m_1 + m_2}$$

Lực hấp dẫn giữa hai sao đôi đóng vai trò lực hướng tâm :

$$\frac{Gm_1m_2}{r^2} = m_1\omega_1^2 r_1 \quad (1)$$

Mặt khác : $T_1 = \frac{2\pi r_1}{v_1} \Rightarrow r_1 = \frac{T_1 v_1}{2\pi}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra :

$$Gm_2 = \left(\frac{2\pi}{T_1}\right)^2 \left(\frac{T_1 v_1}{2\pi}\right)^3 \left(\frac{m_1 + m_2}{m_2}\right)^2$$

hay $$\frac{m_2^3}{(m_1 + m_2)^2} = \frac{v_1^3 T_1}{2\pi G} = 6,89.10^{30}\text{kg} = 3,47M$$

Đặt $m_2 = xM$ ta viết lại phương trình trên thành :

$$\frac{x^3}{(6 + x)^2} = 3,47 \Rightarrow x^3 = 3,47(6 + x)^2$$

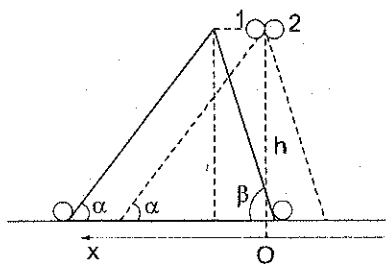
Giải bằng phương pháp đồ thị.

Vẽ đồ thị hai hàm :

$$\begin{cases} y_1 = x^3 \\ y_2 = 3,47(6 + x) \end{cases}$$

$\Rightarrow$ Giao điểm của hai đồ thị có tọa độ $x \approx 9,35 \Rightarrow m_2 = 9M$.

3.9. Giả sử nêm dịch đi một đoạn là x (Hình 3.7G). Vì không có lực tác dụng vào hệ theo phương ngang nên $x_G = \text{const}$ và $\Delta x_G = 0$.



Hình 3.7G

Tọa độ x_G được xác định bằng công thức :

$$(2m + M)x_G = mx_1 + mx_2 + Mx_3$$

vì $\Delta x_G = 0 \Rightarrow m\Delta x_1 + m\Delta x_2 + M\Delta x_3 = 0 \quad (1)$

$$\Delta x_3 = x \,;\, \Delta x_1 = \frac{h}{\tan\alpha} + x \,;\, \Delta x_2 = -\frac{h}{\tan\beta} + x$$

Thay vào (1) ta được : $m\left(\frac{h}{\tan\alpha} + x\right) + m\left(-\frac{h}{\tan\beta} + x\right) + Mx = 0$

$$\Rightarrow (2m + M)x + mh\left(\frac{1}{\tan\alpha} - \frac{1}{\tan\beta}\right) = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{mh(\cot\beta - \cot\alpha)}{2m + M}$$

3.10. Chọn chiều dương là chiều chuyển động của tên lửa.

$$ma = F_{hd} + \mu u = -\frac{GMm}{4R^2} + \mu u$$

Mặt khác : $\frac{GMm}{R^2} = mg.$

Suy ra : $ma = -\frac{mg}{4} + \mu u.$

hay $$\mu = \frac{m(g + 4a)}{4u} = \frac{25\,000(9,8 + 4.1,7)}{(4)(1200)} = 86,5 \text{ kg/s}$$

3.11. Chọn chiều dương là chiều chuyển động của máy bay. Lực đẩy máy bay do khí đốt phụt ra :

$$F_1 = (\mu_{kk} + \mu_{nl})u_{ra}\ (70 + 2,9)(490) \approx 35\,700 \text{ N}$$

Lực cản máy bay do không khí được hút vào :

$$F_2 = -\mu_{kk}u_{vào} = -(70)(180) = -12\,600 \text{ N}$$

Lực đẩy thực là :

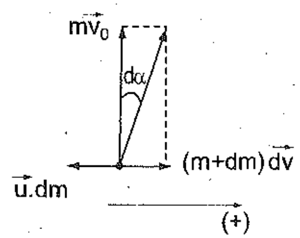
$$F = F_1 - F_2 = 23\,100 \approx 23\,000 \text{ N}$$

Công suất của động cơ :

$$\mathscr{P} = Fv = 23\,100.180 = 4\,158\,000 \approx 4,2.10^6 \text{ W}$$

3.12. Xét một hệ kín gồm con tàu và khí đốt phụt ra.

Áp dụng định luật bảo toàn động lượng theo hướng vuông góc với vận tốc $\vec{v}$ của tàu (Hình 3.8G).



Hình 3.8G

$$(m + dm)dv + udm = 0\ (dm < 0)$$

Vì $dm.dv \ll mdv$ nên ta có : $mdv + udm = 0 \quad (1)$

Mặt khác $$d\alpha = \frac{(m + dm)dv}{mv_0} = \frac{dv}{v_0}$$

Thay $dv = v_0 d\alpha$ vào (1) ta được : $mv_0 d\alpha + udm = 0.$

hay $$d\alpha = -\frac{u}{v_0}\frac{dm}{m} \qquad (2)$$

Tích phân (2) ta viết : $\int_0^{\alpha} d\alpha = -\frac{u}{v_0}\int_{m_0}^{m}\frac{dm}{m}$

Cuối cùng ta được : $\alpha = \frac{u}{v_0} ln\frac{m_0}{m}$.

3.13. a) $F = \mu u = 2\,400.120 = 288\,000$ N.

b) $ma = -mg + \mu u \Rightarrow a = -g + \frac{\mu u}{m} = -g + \frac{\mu u}{m_0 - \mu t}$.

Thời gian để đốt hết nhiên liệu là : $t_1 = \frac{m_1}{\mu} = \frac{0{,}8m_0}{\mu} = \frac{0{,}8.12000}{120} = 80$ s.

Phân biệt hai trường hợp :

– Nếu $t \le 80$ s thì $a = \frac{\mu u}{m_0 - \mu t} - g$.

– Nếu $t > 80$ s thì $a = -g$.

Lúc xuất phát : $a = \frac{\mu u}{m_0} - g = 14$ m/s^2.

Lúc $t = 60$ s : $a = \frac{\mu u}{m_0 - \mu t} = 50$ m/s^2.

Lúc $t = 120$ s$(> 80$ s$)$: $a = -g = -9{,}8$ m/s^2.

c) Nếu $t \le 80$ s.

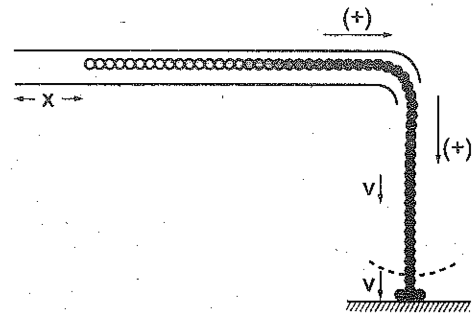
$$v = \int_0^t\left(\frac{\mu u}{m_0 - \mu t} - g\right)dt = -u\int\frac{d(m_0 - \mu t)}{m_0 - \mu t} - g\int dt$$

$$v = u\,ln\left(\frac{m_0}{m_0 - \mu t}\right) - gt \;;\; v_{max} \text{ khi } t = 80 \text{ s}$$

$$v_{max} = 2\,400\,ln5 - 9{,}8.80 = 3\,078 \approx 3\,100 \text{ m/s}$$

Nếu $t > 80$ s thì : $v = -g(t - 80) + v_{max} = -9{,}8(t - 80) + 3\,100$ m/s.

3.14. Xét đoạn xích đang chuyển động. Đây là một hệ có khối lượng giảm dần, vì cứ sau khoảng thời gian dt lại có một mắt xích dài dx rời khỏi hệ và nằm yên trên bàn. Do cấu tạo của xích mà mắt xích này không tác dụng trở lại hệ một lực nào. Vì thế ta xét hệ là đoạn xích đang chuyển động trừ mắt xích này (Hình 3.9G). (Việc tách một mắt xích chuyển động ra khỏi hệ không ảnh hưởng gì đến kết quả cần tìm). Chọn chiều dương là chiều chuyển động. Tại thời điểm t, khi đầu A đi được một đoạn x và có vận tốc v, định luật II Niu-tơn áp dụng cho hệ được viết như sau :



Hình 3.9G

$$m_t\frac{dv}{dt} = \sum F_{(\text{ngoại lực})} + \frac{dm}{dt}u \qquad (1)$$

trong đó : $m_t = \frac{m}{l}(l - x)$; $u = 0$; $\sum F = \frac{m}{l}gh$

Thay vào (1) ta được :

$$(l - x)\frac{dv}{dt} = gh \Rightarrow (l - x)dv = ghdt \qquad (2)$$

Thay $dt = \frac{dx}{v}$ vào (2) ta được :

$$(l - x)dv = gh\frac{dx}{v} \Rightarrow vdv = gh\frac{dx}{l - x}$$

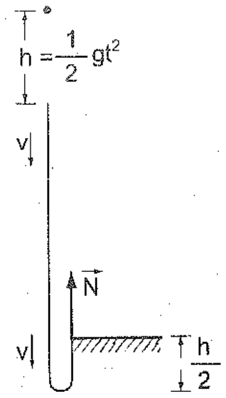
$$\Rightarrow \frac{1}{2}d\left(v^2\right) = -gh\frac{d(l - x)}{l - x}$$

Tích phân hai vế ta được : $\frac{1}{2}\int_0^v d(v^2) = -gh\int_0^{l-h}\frac{d(l - x)}{l - x}$.

Suy ra : $\frac{1}{2}v^2 = gh\,ln\,\frac{l}{h}$.

Cuối cùng ta có : $v = \sqrt{2gh\,ln\frac{l}{h}}$.

3.15. (Hình 3.10G.) Ở thời điểm t, đầu tự do của dây rơi với tốc độ $v = gt$ và đi được một đoạn đường $h = \frac{1}{2}gt^2$. Như vậy ở thời điểm t có một đoạn dây dài $\frac{1}{4}gt^2$ được treo đứng yên ở dưới giá đỡ, còn đoạn dây dài $l - h$ thì đang chuyển động với tốc độ v. Chọn chiều dương hướng lên.



Hình 3.10G

Cách 1 : Xét hệ là cả dây.

Động lượng của cả dây ở thời điểm t là :

$$p = -m_t v = -\frac{m}{l}\left(l - \frac{1}{4}gt^2\right)gt$$

Các ngoại lực tác dụng vào hệ là trọng lực của dây hướng xuống và phản lực $\vec{N}$ của giá đỡ hướng lên.

$$\sum F_{(\text{ngoại lực})} = \frac{dp}{dt} \Rightarrow -mg + N = \frac{d}{dt}\left(-mgt + \frac{m}{4l}g^2t^3\right)$$

Suy ra : $$N = \frac{3mg^2}{4l}t^2.$$

Kết quả chỉ có giá trị cho đến khi $t = \sqrt{\frac{4l}{g}}$ là thời gian để đầu tự do của dây rơi tự do được một đoạn đường dài $2l$.

Cách 2 :

Xét hệ là đoạn dây nằm dưới giá đỡ. Đây là một hệ có khối lượng tăng dần :

$$m_t a = \sum F + \frac{dm}{dt}u \qquad (1)$$

trong đó : $\begin{cases} m_t = \dfrac{m}{l}\left(\dfrac{1}{4}gt^2\right) ; \ a = 0 ; \ \sum F = -\dfrac{mg}{l}\left(\dfrac{1}{4}gt^2\right) + N \\ \dfrac{dm}{dt} = \dfrac{d}{dt}\dfrac{m}{l}\left(\dfrac{1}{4}gt^2\right) ; \ u = -v = -gt \end{cases}$

Thay vào (1) ta được : $0 = -\frac{mg^2t^2}{4l} + N + \frac{mgt}{2l}(-gt)$.

Suy ra : $$N = \frac{3mg^2t^2}{4l}.$$

3.16. a) Xét hệ là khối cát trên băng chuyền khi phễu đang đổ cát. Chọn chiều dương là chiều chuyển động :

$$m_t a = F_{\text{ngoại lực}} + \frac{dm}{dt}u \qquad (1)$$

trong đó $a = 0$ (băng chuyền chuyển động đều).

$u = -v$ (xét theo phương ngang, vận tốc của cát rơi bằng 0, của khối cát bằng v).

Thay vào (1) ta được : $F_{\text{ngoại lực}} = v\frac{dm}{dt} = 2,2.7,5 = 165$ N.

b) $A = \mathscr{P}t = Fvt = 165.2,2.1 = 363$ J/s.

Một phần công này chuyển thành động năng của chuyển động theo phương ngang của phần cát rơi xuống :

$$A_1 = \frac{dW_d}{dt} = \frac{1}{2}\left(\frac{dm}{dt}\right)v^2 = \frac{1}{2}A$$

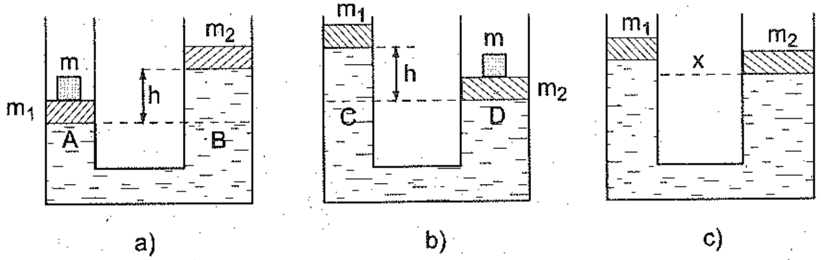
$A_2 = \frac{1}{2}A$ chuyển thành nhiệt gây ra bởi lực ma sát trượt giữa cát rơi và băng chuyền. Chính lực ma sát trượt này đã tăng vận tốc cho cát đến giá trị v.

c) $F_{\text{động cơ}} = F_{\text{ngoại lực}} + F_{ms} = 165 + 140 = 305$ N

$$\mathscr{P}_{\text{động cơ}} = F_{\text{động cơ}}v = 305.2,2 = 671 \text{ W}$$

CHỦ ĐỀ 4

4.1. Hình 4.1G.



Hình 4.1G

Hình 4.1Ga : $p_A = p_B \Rightarrow \dfrac{m_1 + m}{S_1} = \rho h + \dfrac{m_2}{S_2}$ (1)

Hình 4.1Gb : $p_C = p_D \Rightarrow \dfrac{m_1}{S_1} + \rho h = \dfrac{m_2 + m}{S_2}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra : $\dfrac{S_1}{S_2} = \dfrac{2m_1 + m}{2m_2 + m} = \dfrac{5}{7} \Rightarrow S_1 = \dfrac{5S_2}{7}$ (3)

Thay (3) vào (1) ta được :

$$\frac{(m_1 + m)7}{5S_2} = \rho h + \frac{m_2}{S_2} \Rightarrow \frac{21}{5S_2} = \rho h + \frac{3}{S_2} \Rightarrow \rho h = \frac{6}{5S_2} \quad (4)$$

Xét hai trường hợp :

Trường hợp 1 : Khi bỏ vật m, pit-tông 1 ở cao hơn. Ta có :

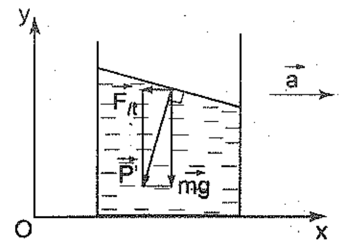
$$\frac{m_1}{S_1} + \rho x = \frac{m_2}{S_2} \Rightarrow \frac{14}{5S_2} + \rho x = \frac{15}{5S_2} \Rightarrow \rho x = \frac{1}{5S_2} \quad (5)$$

So sánh (4) với (5) suy ra : $x = \dfrac{h}{6} = 2$ cm.

Trường hợp 2 : Khi bỏ vật m, pit-tông 1 ở thấp hơn. Ta có :

$$\frac{m_1}{S_1} = \frac{m_2}{S_2} + \rho x \Rightarrow \frac{2.7}{5S_2} = \frac{3}{S_2} + \rho x \Rightarrow x < 0 \text{ (loại)}$$

4.2. a) Chọn HQC O gắn với bình (Hình 4.2G). HQC O là HQC chuyển động thẳng với gia tốc $\vec{a}$. Trong HQC này mỗi phần tử nước chịu thêm một lực li tâm $\vec{F}_{lt} = -m\vec{a}$. Phần tử nước trên mặt thoáng nằm cân bằng khi hợp lực $\vec{P} + \vec{F}_{lt}$, tức trọng lực hiệu dụng $\vec{P}'$, vuông góc với mặt thoáng.



Hình 4.2G

Xét phần tử nước ở mặt thoáng có toạ độ (y, x).

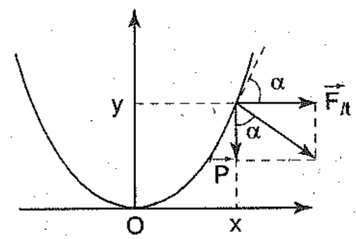
$$\tan\alpha = \frac{F_{lt}}{P} = -\frac{a}{g}$$

$$\tan\alpha = \frac{dy}{dx} \Rightarrow dy = -\frac{a}{g}dx \Rightarrow y = -\frac{a}{g}x + c^{te} \quad (1)$$

Phương trình (1) cho biết mặt thoáng là một mặt phẳng nghiêng.

b) HQC O′ là HQC quay (Hình 4.3G). Trong HQC này, mỗi phần tử nước chịu thêm lực li tâm. Phần tử nước ở mặt thoáng nằm cân bằng khi hợp lực của trọng lực và lực li tâm vuông góc với mặt thoáng.

Xét phần tử ở mặt thoáng cách trục quay một đoạn x. Ta có :



Hình 4.3G

$$\tan\alpha = \frac{F_{lt}}{P} = \frac{m\omega^2 x}{mg} = \frac{\omega^2}{g}x$$

$$\tan\alpha = \frac{dy}{dx} = y'(x) \Rightarrow dy = \frac{\omega^2}{g}xdx \Rightarrow y = y_0 + \frac{\omega^2 x^2}{2g}$$

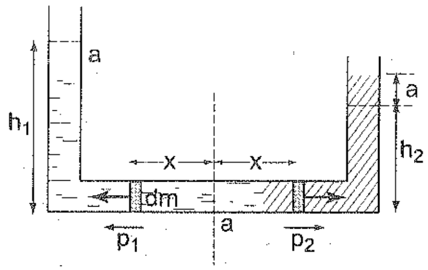
Nếu chọn gốc O′ trùng với trục quay như ở Hình 4.3G thì :

$$y_0 = 0 \text{ và } y = \frac{\omega^2}{2g}x^2 \quad (2)$$

Phương trình (2) cho biết mặt thoáng là một mặt parabol.

4.3. Khi chưa quay :

Giả sử $\rho_2 = 2\rho_1$; $\rho_1 gh_1 = \rho_2 gh_2$ (1)



Hình 4.4G

Khi quay : Chọn HQC gắn với ống. Đây là HQC quay quanh trục đối xứng của ống với tốc độ góc ω. Khi ấy phần chất lỏng nằm ngang ở hai phía của trục quay cũng gây ra áp suất chống lại áp suất gây ra bởi hai cột chất lỏng. Ta hãy tính áp suất này :

$$F_{qt_1} = \int_0^R (dm)\omega^2 x = \int_0^R (\rho_1 S dx)\omega^2 x = \rho_1 S\omega^2 \int_0^R x dx = \rho_1 S\omega^2 \frac{R^2}{2}$$

$$p_1 = \frac{F_{qt_1}}{S} = \frac{1}{2}\rho_1\omega^2 R^2$$

Tính tương tự : $p_2 = \frac{1}{2}\rho_1\omega^2 a^2 + \frac{1}{2}\rho_2\omega^2(R^2 - a^2)$.

Mặt phân cách hai chất lỏng dừng lại khi có cân bằng áp suất ở hai bên mặt phân cách.

$$\rho_1 g(h_1 - a) - p_1 = \rho_2 g(h_2 + a) - p_2$$

$$\rho_1 g(h_1 - a) - \frac{1}{2}\rho_1\omega^2 R^2 = \rho_2 g(h_2 + a) - \frac{1}{2}\rho_1\omega^2 a^2 - \frac{1}{2}\rho_2\omega^2(R^2 - a^2)$$

Kết hợp với (1) ta được :

$$-\rho_1 ga - \frac{1}{2}\rho_1\omega^2 R^2 = 2\rho_1 ga - \frac{1}{2}\rho_1\omega^2 a^2 - \rho_1\omega^2 R^2 + \rho_1\omega^2 a^2$$

$$\Rightarrow \omega^2 a^2 + 6ga - \omega^2 R^2 = 0$$

$$\Rightarrow a^2 + 2,4a - 0,04 = 0 \Rightarrow a = 0,016 \text{ m} = 1,6 \text{ cm}$$

4.4. a) Gọi S_1 và S_2 lần lượt là tiết diện của lỗ thủng và của bể ; v_1 và v_2 là tốc độ của nước ở hai tiết diện đó.

Phương trình liên tục : $S_1 v_1 = S_2 v_2$.

Định luật Béc-nu-li : $p_0 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho gh_1 = p_0 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho gh_2$.

Suy ra : $v_1 = \sqrt{\dfrac{2g(h_2 - h_1)}{1 - \left(\dfrac{S_1}{S_2}\right)^2}}$.

Nước phụt ra theo phương ngang giống như một vật bị ném ngang :

$$\begin{cases} x = v_1 t \\ y = h_1 - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

Nước chạm sàn cách bể một đoạn L. Ta có : $0 = h_1 - \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\dfrac{2h_1}{g}}$.

$$L = x_{max} = v_1 t = \sqrt{\frac{4h_1(h_2 - h_1)}{1 - \left(\dfrac{S_1}{S_2}\right)^2}}$$

b) Ở lỗ thứ 2 : $L' = \sqrt{\dfrac{4h_1'(h_2 - h_1')}{1 - \left(\dfrac{S_1}{S_2}\right)^2}}$.

$$L' = L \Rightarrow h_1(h_2 - h_1) = h_1'(h_2 - h_1') \Rightarrow h_1' = h_2 - h_1$$

4.5. a) Từ phương trình liên tục và định luật Béc-nu-li, ta tìm được :

$$v_2 = -\frac{dh}{dt} = \sqrt{\frac{2gh}{\left(\dfrac{S_2}{S_1}\right)^2 - 1}} \quad (1)$$

b) Từ (1) ta có : $\dfrac{1}{\sqrt{2g}}\displaystyle\int_{h_0}^{h}\dfrac{dh}{\sqrt{h}} = \dfrac{1}{\sqrt{\left(\dfrac{S_2}{S_1}\right)^2 - 1}}\displaystyle\int_0^t dt$

$$\Rightarrow \frac{2}{\sqrt{2g}}(\sqrt{h} - \sqrt{h_0}) = \frac{t}{\sqrt{\left(\dfrac{S_2}{S_1}\right)^2 - 1}} \Rightarrow \sqrt{h} = \sqrt{h_0} - \frac{1}{2}\left(\sqrt{\frac{2g}{\left(\dfrac{S_2}{S_1}\right)^2 - 1}}\right)t$$

c) $t = \dfrac{2(\sqrt{h_0} - \sqrt{h})}{\sqrt{\dfrac{2g}{\left(\dfrac{S_2}{S_1}\right)^2 - 1}}}$; $V = S_2h_0 = 1000\ cm^3$

$$\Rightarrow S_2 = \frac{1000}{9,4} \approx 106\ cm^2 ;\ S_1 = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3,14.0,25}{4} \approx 0,2\ cm^2$$

$$t = 2\sqrt{\frac{h_0\left[\left(\dfrac{S_2}{S_1}\right)^2 - 1\right]}{2g}} = 2\sqrt{\frac{9,4.10^{-2}\left[\left(\dfrac{106}{0,2}\right)^2 - 1\right]}{2.9,8}} \approx 73\ s$$

4.6. Áp dụng công thức của bài 4.5 :

$$\sqrt{h} = \sqrt{h_0} - \frac{1}{2}\left(\sqrt{\frac{2g}{\left(\dfrac{S_2}{S_1}\right)^2 - 1}}\right)t = \sqrt{h_0} - kt$$

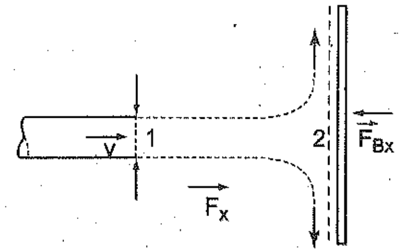
$$\Rightarrow \sqrt{14h_1} = \sqrt{15h_1} - kt_1 ;\ 0 = \sqrt{14h_1} - kt_2$$

$$\Rightarrow \frac{t_2}{t_1} = \frac{\sqrt{14}}{\sqrt{15} - \sqrt{14}} \Rightarrow t_2 = \frac{12\sqrt{14}}{\sqrt{15} - \sqrt{14}} = 342\ s$$

4.7. a) $Q = \dfrac{\pi d^2 v}{4} = \dfrac{3,14(0,040)^2.26,8}{4} = 0,034\ m^3/s.$

b) (Hình 4.5G) Xét khối nước giữa hai tiết diện 1 và 2 và xét theo phương x :

$$F_{Bx} = \rho Q(0 - v) = -10^3.0,034.26,8 = -884\ N$$



Hình 4.5G

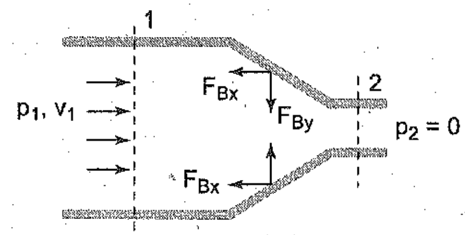
4.8. Xét khối nước giữa hai tiết diện 1 và 2 (Hình 4.6G).

Phương trình liên tục :

$$S_1v_1 = S_2v_2 \Rightarrow 16v_1 = v_2 \qquad (1)$$

Định luật Béc-nu-li cho ta :

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = 0 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$



Hình 4.6G

Thay (1) vào ta được :

$$200.10^3 + \frac{1}{2}.10^3.v_1^2 = \frac{1}{2}.10^3.(16v_1)^2$$

$$\Rightarrow v_1 = 1,25\ m/s ; v_2 = 20\ m/s$$

$$Q = S_1v_1 = \frac{3,14(20.10^{-3})^2.1,25}{4} = 3,94.10^{-4}\ m^3/s$$

Phương trình động lượng :

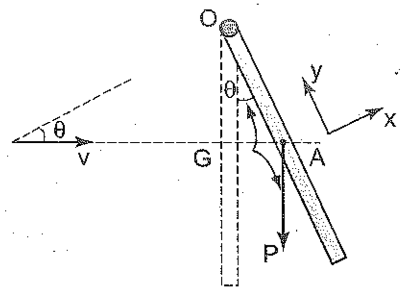
$$\Sigma F_x = p_2S_1 + F_{Bx} = \rho Q(v_2 - v_1)$$

$$\Rightarrow F_{Bx} = \rho Q(v_2 - v_1) - p_1S_1$$

$$= 10^3.3,94.10^{-4}(20 - 1,25) - 200.10^3.\frac{3,14(20.10^{-3})^2}{4} = -55,4\ N$$

4.9. Hình 4.7G.

a) Momen lực của luồng không khí tác dụng lên tấm phẳng cân bằng với momen của trọng lực. Chọn trục x vuông góc với tấm phẳng khi cân bằng. Gọi F_{Bx} là lực mà tấm phẳng tác dụng lên luồng khí. Ta có :



Hình 4.7G

$$F_{Bx} = \rho Q(0 - v\cos\theta) = -\rho Qv\cos\theta$$

Momen lực của luồng khí tác dụng lên tấm phẳng là :

$$M = F'_{Bx}.OA = \rho Qv\cos\theta.\frac{l}{2\cos\theta} = \frac{1}{2}\rho Qvl$$

Điều kiện cân bằng momen là : $P\frac{l}{2}\sin\theta = \frac{1}{2}\rho Qvl$

$$\Rightarrow \sin\theta = \frac{\rho Qv}{P} = \frac{1,208.3,14(25.10^{-3})^2 0(50,0)^2}{4.10} = 0,1482$$

$$\Rightarrow \theta = 8,52^o$$

b) $$Fl = \frac{1}{2}\rho Qvl$$

$$\Rightarrow F = \frac{1}{2}\rho Qv = \frac{1,208.3,14(25.10^{-3})^2.(50,0)^2}{2.4} = 0,74 \text{ N}$$

4.10. a) Nếu coi tấm là đứng yên thì tia nước đập vào tấm có vận tốc là $v - v_1$ và có lưu lượng $Q = S(v - v_1)$.

Lực tác dụng lên tấm là : $F = \rho S(v - v_1)^2$.

Công thực hiện trong 1 s : $\mathscr{P} = \frac{A}{t} = Fv_1 = \rho S(v - v_1)^2 v_1$

b) Hiệu suất của tia nước : $H = \frac{A}{W_d} = \frac{\rho S(v - v_1)^2 v_1}{\frac{1}{2}\rho Sv^3} = \frac{2v_1}{v}\left(1 - \frac{v_1}{v}\right)^2$.

Đặt $\frac{v_1}{v} = x \Rightarrow H = 2x(1 - x)^2$.

$$H_{max} \text{ khi } \frac{dH}{dx} = 0 \Rightarrow -2x + (1 - x) = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{3}$$

Thay vào ta được $H_{max} = 29,3\%$.

4.11. Tiết diện của lỗ = $0,785.0,005^2 = 1,96.10^{-5}$ m^2.

Nước phun ra ở mỗi lỗ = $\frac{0,20}{2} = 0,1$ lít/s = 10^{-4} m^3/s.

Vận tốc tương đối (đối với cần) chảy qua lỗ : $u = \frac{10^{-4}}{1,96.10^{-5}} = 5,10$ m/s.

Chiếc cần tưới nước sẽ quay theo chiều kim đồng hồ với vận tốc góc ω. Vì không có ma sát, không có momen ngoại lực tác dụng lên hệ thống và vì momen động lượng ban đầu của chất lỏng chảy vào hệ thống bằng không nên momen động lượng của chất lỏng rời khỏi hệ thống phải bằng không.

$$M_z = Q\rho(v_1r_1 - v_2r_2) = 0$$

Suy ra $\quad v_1r_1 = v_2r_2 \quad$ (1)

trong đó v_1 và v_2 là những vận tốc tuyệt đối tại các lỗ 1 và 2.

Theo công thức cộng vận tốc, ta có :

$$v_1 = (5,10 + 0,1\omega) \; ; \; v_2 = (5,10 - 0,2\omega)$$

Thay vào (1) ta được : $0,10(5,10 + 0,1\omega) = 0,20(5,10 - 0,2\omega)$

Suy ra : $\omega = 10,2$ rad/s.

Momen lực cần để giữ cho cần tưới không quay là :

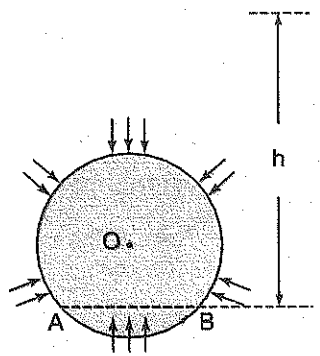
$$M_{ngoại\ lực} = Q\rho u(r_2 - r_1)$$

Trong đó u là tốc độ của dòng nước chảy qua lỗ.

$$M = 10^{-4}.10^3.5,10.(0,20 - 0,10) = 0,051 \text{ N.m}$$

4.12. Gọi V là phần thể tích của quả cầu chìm trong nước. Nếu ta hình dung lấy đi phần thể tích quả cầu nhô ra ngoài lỗ và không gian ở đáy côngtennơ đầy nước thì lực đẩy Ác-si-mét sẽ là $F_1 = \rho g V$.

Nhưng thực tế là không có nước ở lỗ nên không có lực đẩy của nước lên diện tích AB của quả cầu (Hình 4.8G). Do đó lực đẩy Ác-si-mét chỉ còn là :



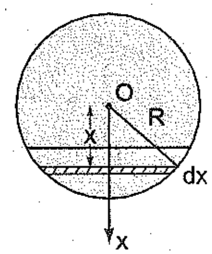
Hình 4.8G

$$F = \rho g V - \rho g h . \pi r^2$$

Điều kiện để quả cầu tách ra khỏi lỗ là :

$$\rho g V - \rho g h_0 \pi r^2 = mg \Rightarrow h_0 = \frac{V}{\pi r^2} - \frac{m}{\rho \pi r^2}$$

Bây giờ ta tìm V (Hình 4.9G).



Hình 4.9G

$$dV = \pi(R^2 - x^2)dx$$

$$V = \int_{\sqrt{R^2 - x^2}}^{R} \pi(R^2 - x^2)dx$$

$$= \pi R^2 \int_{\sqrt{R^2 - x^2}}^{R} dx - \pi \int_{\sqrt{R^2 - x^2}}^{R} x^2 dx$$

$$= \frac{\pi}{3}\left[2R^3 + (2R^2 + r^2)\sqrt{R^2 - r^2}\right]$$

Cuối cùng ta có : $h_0 = \dfrac{2R^3}{3r^2} + \dfrac{2R^2 + r^2}{3r^2}\sqrt{R^2 - r^2} - \dfrac{m}{\rho \pi r^2}$.

Chú ý : Đáp số chỉ đúng khi trên đỉnh quả cầu còn nước.

4.13. a) Gọi $u = v - v_1$ là vận tốc của gió so với buồm.

Ta có : $Q = Su$

$$F = \rho Q u = \rho S u^2 = \rho S v^2 \left(1 - \frac{v_1}{v}\right)^2$$

Đặt $k = \rho S\left(1 - \dfrac{v_1}{v}\right)^2$, ta có $F = k v^2$.

F có đơn vị là $N = kg\dfrac{m}{s^2}$; v^2 có đơn vị là $\dfrac{m^2}{s^2}$.

Suy ra k có đơn vị là $kg.s^{-1}$.

b) $\mathscr{P} = F v_1 = k v^2 v_1$.

c) Khi tốc độ của thuyền tăng thì lực cản của nước cũng tăng theo. Sự có mặt của lực cản này làm tốc độ của thuyền không tăng lên gấp 4.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Cơ sở vật lí (tập 1 và 2) David Halliday, Robert Resnick, Jearl Walker, Mĩ, bản dịch tiếng Việt, NXB Giáo dục, 2002.
2. Physics, Douglas Giancoli, 1995, Mĩ.
3. Mécanique, J.Ph.Pérez, 1992, Pháp.
4. Mécanique, Dévoré, J.Rivaud, 1965, Pháp.
5. Ohanian's Physics, Van E. Neie, Peter Riley, 1985, Mĩ.
6. Tuyển tập các bài tập vật lí đại cương, I.E.Irôđốp, I.V.Xaveliep, O.I.Damsa, Nga, bản dịch tiếng Việt, NXB Giáo dục, 1980.
7. Fluid Mechanics through problems, Garde, 1989, Mĩ.
8. Newtonian Mechanics, A.P.French, 1971, Mĩ.
9. Tạp chí Kvant, Nga.
10. Một số đề thi học sinh giỏi của một số nước (Nga, Mĩ, Ấn Độ, Canada).

MỤC LỤC