BÙI QUANG HÂN
(Trường phổ thông trung học chuyên Lê Hồng Phong)

Hoa bất tử.

GIẢI TOÁN VẬT LÍ 12

TẬP MỘT

DAO ĐỘNG VÀ SÓNG CƠ HỌC

(Dùng cho học sinh các lớp chuyên)

(Tái bản lần thứ sáu)

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC

$\frac{53(075)}{GD-01}$-1536/174-00

Mã số : TZL05t1

LỜI NÓI ĐẦU

Bộ sách **Giải toán Vật lí 12** *gồm ba cuốn :*

. **Dao động và sóng cơ học** *(tập I)*

. **Dòng điện xoay chiều và Dao động điện từ** *(tập II)*

. **Quang lí và Vật lí hạt nhân** *(tập III)*

Mục đích và cách trình bày bộ sách này được kế thừa hai bộ sách Giải toán Vật lí 10 và 11 đã xuất bản, nhằm cung cấp công cụ để tự củng cố và nâng cao *kiến thức cho học sinh khá, giỏi; học sinh các lớp chọn, lớp chuyên. Sách còn dùng để luyện thi vào Đại học và làm tài liệu tham khảo cho giáo viên.*

Các bài tập được phân loại theo trình tự học tập của học sinh, từ đơn giản đến phức tạp. Mỗi Bài toán là một nội dung bao quát, có Hướng dẫn phương pháp giải, *tiếp theo là các* Bài tập thí dụ *có lời giải và một hệ thống các* Bài tập luyện tập.

Chúng tôi xin lưu ý bạn đọc các điểm sau đây :

– Trong các chứng minh về lực, chúng tôi sử dụng vectơ. Ưu điểm của phương pháp này là chỉ cần thực hiện phép cộng . Một số kí hiệu được dùng theo quy ước sau :

. $\overrightarrow{\Delta l}$ *: vectơ biến dạng khi vật ở vị trí cân bằng*

. $\vec{x}$ *: vectơ độ dời của vật từ vị trí cân bằng*

. $\sum\vec{F}$: *vectơ tổng lực.*

– Kí hiệu của các đơn vị được viết dưới dạng lũy thừa. *Đây là xu hướng mới trong các tài liệu vật lí. Cách viết này tránh được sự hiểu lầm cho học sinh.*

– Dữ liệu của các đề toán và kết quả trong lời giải được trình bày với sự chú ý đến vấn đề sai số. *Đây là một vấn đề quan trọng trong Vật lí. Chúng tôi áp dụng* quy tắc số chữ số có nghĩa *như thường được dùng trong các tài liệu Vật lí quốc tế.*

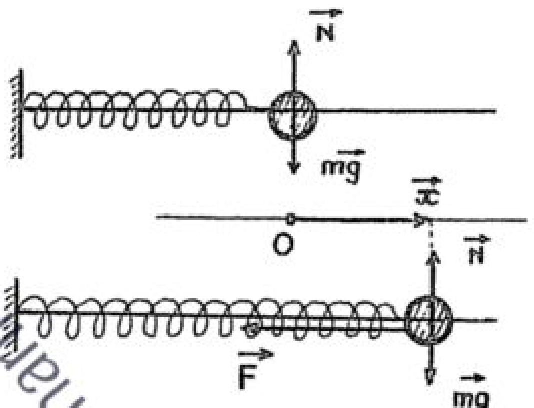
Với việc xuất bản bộ Giải toán Vật lí 12 *này, chúng tôi đã đưa tới bạn đọc trọn bộ Giải toán Vật lí bậc Phổ thông trung học. Trong tương lai, chúng tôi sẽ hoàn chỉnh thêm để bộ sách có thể là một tài liệu hữu ích hơn. Vì vậy, chúng tôi rất mong nhận được sự góp ý của các em học sinh và các bạn đồng nghiệp.*

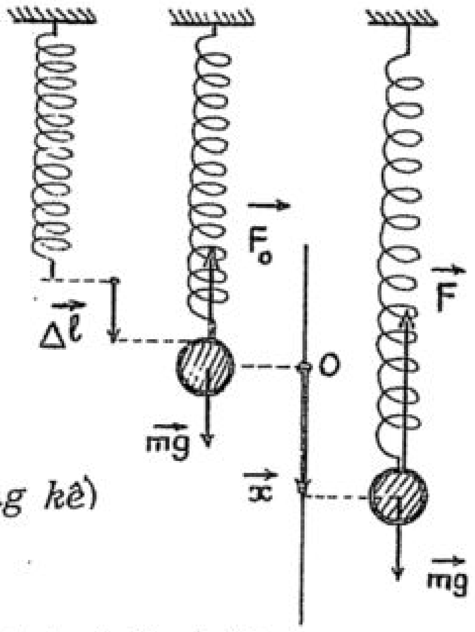
TÁC GIẢ

PHẦN 1 – DAO ĐỘNG CƠ HỌC

Chuyên đề I – DAO ĐỘNG CỦA CON LẮC LÒ XO

A. TÓM TẮT GIÁO KHOA





(Lò xo có khối lượng coi là *không đáng kể*)

1. Tổng lực tác dụng :

$$\boxed{\sum \vec{F} = -k\vec{x}}$$

$\begin{cases} k : \text{độ cứng (hệ số đàn hồi)} \\ \vec{x} : \text{độ dịch chuyển kể từ vị trí cân bằng} \end{cases}$

($\sum \vec{F}$ có tác dụng của *lực hồi phục*).

2. Các phương trình của chuyển động :

– *Phương trình vi phân*

$$\boxed{x'' = -\omega^2 x} \qquad \left(\omega^2 = \frac{k}{m}\right)$$

– *Biểu thức của độ dịch chuyển*

$$\boxed{x = A\sin(\omega t + \varphi)} \qquad \text{(dao động \textit{điều hòa})}$$

$$\begin{cases} x : \textit{li độ} \text{ của dao động} \\ A : \textit{biên độ } (|x|_{max}) \\ (\omega t + \varphi) : \textit{pha} \text{ của dao động lúc } t \\ \varphi : \textit{pha ban đầu} \end{cases}$$

(Giá trị của A và φ do các điều kiện ban đầu của dao động xác định)

3. Chu kì và tần số :

$$\boxed{T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}} \quad ; \quad \boxed{f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}}$$

4. Năng lượng dao động :

(Chọn thế năng ở vị trí cân bằng là thế năng gốc) :

– *Biểu thức :* $\boxed{E = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}m\omega^2A^2}$

– *Sự biến đổi :* $\boxed{\Delta E_đ = -\Delta E_t}$

B. HƯỚNG DẪN GIẢI TOÁN

Bài toán 1 | **Chu kì và tần số của con lắc lò xo**

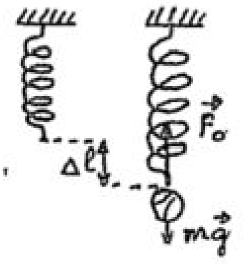
– Áp dụng công thức về chu kì và tần số :

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \;;\; T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \;;\; f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

– Vận dụng tỉ số giữa các chu kì hay tần số :

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{f_1}{f_2} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}}\sqrt{\frac{k_1}{k_2}}$$

– Chu kì dao động theo độ dãn ở vị trí cân bằng của con lắc lò xo thẳng đứng :



$$F_0 = mg = k.\Delta l \quad \Rightarrow \quad \frac{m}{k} = \frac{\Delta l}{g}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{\Delta l}{g}}$$

BÀI TẬP THÍ DỤ

$\omega = \sqrt{\frac{g}{\Delta l}}$
$\rightarrow \Delta l = \frac{g}{\omega^2}$

1.1 Thực hiện các tính toán cần thiết để trả lời các câu hỏi sau đây:

a) Sau 12,0 s, vật nặng gắn vào lò xo có độ cứng $k = 40Nm^{-1}$ thực hiện được 24 dao động. Tính chu kì và khối lượng của vật. (Lấy $\pi^2 = 10$).

b) Vật có khối lượng m = 0,50kg gắn vào một lò xo. Con lắc này dao động với tần số f = 2,0Hz. Tính độ cứng của lò xo. (Lấy $\pi^2 = 10$).

c) Lò xo dãn thêm 4cm khi treo vật nặng vào. Tính chu kì dao động tự do của con lắc lò xo này. (Lấy $g = \pi^2 ms^{-2}$)

LƯỢC GIẢI

a) Chu kì và khối lượng vật :

– Theo đề : $T = \dfrac{12,0}{24} = 0,5(s)$

– Khối lượng vật được tính từ công thức :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Do đó : $$m = \frac{kT^2}{4\pi^2} = \frac{40.0,5^2}{4.10} = 0,25(\text{kg})$$

b) Độ cứng :

Từ công thức : $$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

ta suy ra : $k = 4\pi^2 f^2 m = 4.10.2,0^2.0,50 = 80(\text{Nm}^{-1})$

c) Chu kì :

Ta có : $$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{\Delta l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{4.10^{-2}}{\pi^2}} = 0,4(\text{s})$$

1.2 Gắn quả cầu có khối lượng m_1 vào lò xo, hệ dao động với chu kì $T_1 = 0,6$s. Thay quả cầu này bằng quả cầu khác có khối lượng m_2 thì hệ dao động với chu kì $T_2 = 0,8$s.

Tính chu kì dao động của hệ gồm cả hai quả cầu cùng gắn vào lò xo.

LƯỢC GIẢI

Ta có : $$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k}} \Rightarrow T_1^2 = 4\pi^2\frac{m_1}{k}$$

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m_2}{k}} \Rightarrow T_2^2 = 4\pi^2\frac{m_2}{k}$$

Chu kì dao động của con lắc lò xo gồm cả hai quả cầu là :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m_1 + m_2}{k}} \Rightarrow T^2 = 4\pi^2\left[\frac{m_1}{k} + \frac{m_2}{k}\right]$$

Do đó : $T = \sqrt{T_1^2 + T_2^2} = \sqrt{0,6^2 + 0,8^2} = 1,0(\text{s})$

1.3 Lò xo có độ cứng $k = 80{,}0Nm^{-1}$. Lần lượt gắn hai quả cầu có các khối lượng m_1, m_2 và kích thích. Trong cùng khoảng thời gian, con lắc lò xo có m_1 thực hiện được 10 dao động trong khi con lắc lò xo có m_2 chỉ thực hiện được 5 dao động.

Gắn cả hai quả cầu vào lò xo. Hệ này có chu kì dao động là $1{,}57s \approx \frac{\pi}{2}s$. Tính m_1 và m_2.

LƯỢC GIẢI

Ta có : $\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}}$

Theo đề : $10T_1 = 5T_2 \quad \Rightarrow \quad \frac{T_2}{T_1} = 2$

Do đó : $\frac{m_2}{m_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 = 4$

Ngoài ra : $T = 2\pi\sqrt{\frac{m_1 + m_2}{k}}$

$$\Rightarrow \quad m_1 + m_2 = \frac{kT^2}{4\pi^2} = \frac{80{,}0.\pi^2}{4\pi^2.4} = 5{,}00(kg)$$

Vậy : $m_1 = 1{,}00kg \ ; \quad m_2 = 4{,}00kg$

1.4 Có bốn quả cầu khối lượng lần lượt là m_1, m_2, m_3 và m_4 với $m_3 = m_1 + m_2$ và $m_4 = m_1 - m_2$. Gắn lần lượt các quả cầu m_3 và m_4 vào lò xo có độ cứng k. Các chu kì dao động tự do là T_3 và T_4. Tính các chu kì dao động tự do T_1 và T_2 khi gắn lần lượt các quả cầu m_1,m_2 vào lò xo này.

LƯỢC GIẢI

Ta có : $T_3 = 2\pi\sqrt{\dfrac{m_1 + m_2}{k}} \Rightarrow (m_1 + m_2) = \dfrac{kT_3^2}{4\pi^2}$

$$T_4 = 2\pi\sqrt{\dfrac{m_1 - m_2}{k}} \Rightarrow (m_1 - m_2) = \dfrac{kT_4^2}{4\pi^2}$$

Suy ra : $\begin{cases} m_1 = \dfrac{k}{4\pi^2}\left(\dfrac{T_3^2 + T_4^2}{2}\right) \\ m_2 = \dfrac{k}{4\pi^2}\left(\dfrac{T_3^2 - T_4^2}{2}\right) \end{cases}$

Mặt khác : $\begin{cases} m_1 = \dfrac{k}{4\pi^2} . T_1^2 \\ m_2 = \dfrac{k}{4\pi^2} . T_2^2 \end{cases}$

Vậy : $T_1 = \sqrt{\dfrac{T_3^2 + T_4^2}{2}}$; $T_2 = \sqrt{\dfrac{T_3^2 - T_4^2}{2}}$

1.5 Quả cầu khối lượng m gắn vào đầu một lò xo. Gắn thêm vào lò xo vật có khối lượng $m_1 = 120g$ thì tần số dao động của hệ là 2,5Hz. Lại gắn thêm vật có khối lượng $m_2 = 180g$ thì tần số dao động của hệ là 2,0Hz. Tính khối lượng của quả cầu, độ cứng của lò xo và tần số của hệ (quả cầu + lò xo). Lấy $\pi^2 \approx 10$.

LƯỢC GIẢI

Ta có :

$$\left.\begin{aligned} \omega_1^2 = (2\pi f_1)^2 &= \frac{k}{m + m_1} \\ \omega_2^2 = (2\pi f_2)^2 &= \frac{k}{m + m_1 + m_2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2 = \frac{m+m_1+m_2}{m+m_1}$$

Theo đề : $\dfrac{m + 300}{m + 120} = \dfrac{6,25}{4}$

$$2,25\ .\ m = 450 \Rightarrow m = 200g$$

Suy ra :

$$\begin{cases} k = (m + m_1)\omega_1^2 = 0,32.25.\pi^2 \approx 80(Nm^{-1}) \\ f = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{k}{m}} = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{80}{0,20}} = \dfrac{10}{\pi} \approx 3,2(Hz) \end{cases}$$

1.6 Có hai lò xo cùng chiều dài tự nhiên nhưng có các độ cứng là k_1, k_2 . Treo vật nặng lần lượt vào mỗi lò xo thì chu kì dao động tự do là $T_1 = 0,60s$ và $T_2 = 0,80s$.

a) Nối hai lò xo với nhau thành một lò xo dài gấp đôi. Tính chu kì dao động khi treo vật vào lò xo ghép này. Để chu kì này là $T' = T_1 + T_2$, thì vật phải có khối lượng tăng giảm thế nào ? Biết rằng độ cứng K của lò xo ghép được tính bởi: $\frac{1}{K} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$.

b) Nối hai lò xo ở hai đầu để có một lò xo cùng độ dài tự nhiên. Tính chu kì dao động khi treo vật vào lò xo ghép này. Nếu muốn chu kì này bằng T_1 hoặc T_2 thì vật phải có khối lượng tăng, giảm thế nào ? Biết rằng độ cứng K của lò xo ghép được tính bởi : $K = k_1 + k_2$.

LƯỢC GIẢI

a) Chu kì trong trường hợp $\frac{1}{K} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$

– Theo đề ta có :

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1}} \; ; \; T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_2}} \; ; \; T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} \; ; \; \left(\frac{1}{K} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}\right)$$

Suy ra : $T = \sqrt{T_1^2 + T_2^2} = \sqrt{0{,}60^2 + 0{,}80^2} = 1{,}00(s)$

– Đặt m' là khối lượng của vật để có $T' = T_1 + T_2$. Ta có :

$$T' = 2\pi\sqrt{m'\left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}\right)} \quad \Rightarrow \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} = \frac{T'^2}{4\pi^2 m'}$$

$$\Rightarrow m' = \frac{T'^2}{T^2}m = \frac{(T_1 + T_2)^2}{T_1^2 + T_2^2}.m = \frac{1{,}4^2}{1}.m$$

Vậy $\boxed{m' = 1{,}96m}$

b) Chu kì trong trường hợp $K = k_1 + k_2$

– Ta có :

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1}}\ ;\ T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_2}}\ ;\ T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}\ ;\ (K = k_1 + k_2)$$

Suy ra : $\dfrac{1}{T^2} = \dfrac{1}{T_1^2} + \dfrac{1}{T_2^2} \Rightarrow T = \dfrac{T_1.T_2}{\sqrt{T_1^2 + T_2^2}} = 0{,}48(s)$

– Đặt m' là khối lượng của vật để có $T' = T_1$ hoặc $T' = T_2$

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{m'}{k_1 + k_2}} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{4\pi^2 m'}{T'^2} = 4\pi^2 m\left(\frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_2^2}\right)$$

Suy ra : $$m' = \frac{(T_1^2 + T_2^2).T'^2}{T_1^2 . T_2^2}.m$$

$$\begin{cases} \text{. Nếu } T' = T_1 : \quad m' = \dfrac{(T_1^2 + T_2^2)}{T_2^2}.m = \boxed{\dfrac{m}{0{,}64}} \\ \text{. Nếu } T' = T_2 : \quad m' = \dfrac{(T_1^2 + T_2^2)}{T_1^2}.m = \boxed{\dfrac{m}{0{,}36}} \end{cases}$$

BÀI TẬP LUYỆN TẬP

1.7 Chu kì, tần số và tần số góc của con lắc lò xo thay đổi ra sao khi :

a) Gắn thêm vào lò xo một vật khác có khối lượng bằng 1,25 khối lượng vật ban đầu ?

b) Tăng gấp đôi độ cứng của lò xo và giảm phân nửa khối lượng vật nặng ?

ĐS : a) T tăng 1,5 lần ; f và ω giảm 1,5 lần.

b) T giảm 2 lần ; f và ω tăng 2 lần.

1.8 Lò xo có độ cứng k = 1,00N.cm^{-1}. Lần lượt treo hai vật có khối lượng gấp 3 lần nhau thì khi cân bằng lò xo có các chiều dài 22,5cm và 27,5cm.

Tính chu kì dao động tự do của con lắc lò xo gồm cả hai vật cùng treo vào lò xo. Lấy g = 10,0ms^{-2}

ĐS : $T = \frac{\pi}{5}s \approx 0{,}63s$

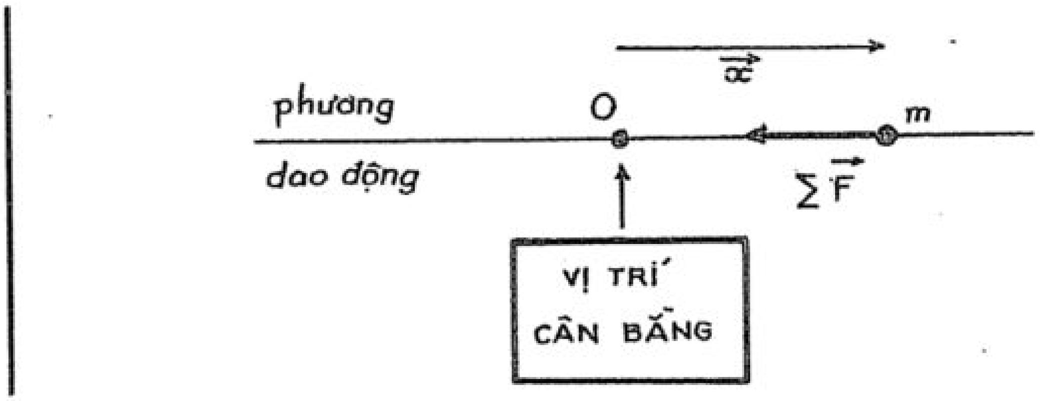
1.9 Treo đồng thời hai quả cân có khối lượng m_1, m_2 vào một lò xo. Hệ dao động với tần số f = 2,00Hz.

Lấy bớt quả cân m_2 ra chỉ để lại m_1 gắn vào lò xo. Hệ dao động với tần số f_1 = 2,50Hz.

Tính độ cứng k của lò xo và m_1. Cho biết m_2 = 225g. Lấy $\pi^2 \approx 10$.

ĐS : k = 100Nm^{-1} ; m_1 = 400g.

Bài toán 2 : Chứng minh chuyển động của một vật là dao động điều hòa bằng phương pháp động lực học



– Xác định các lực tác dụng vào vật.

– Định vị trí cân bằng.

– Chứng minh biểu thức của tổng lực ở vị trí vật có độ dịch chuyển $\vec{x}$ kể từ vị trí cân bằng, có dạng :

$$\sum \vec{F} = -k\vec{x}$$

– Áp dụng định luật II Newton để thiết lập phương trình chuyển động :

$-kx = mx'' \Rightarrow x'' = -\omega^2 x \Rightarrow x = A\sin(\omega t + \varphi)$ với $\omega = \sqrt{\frac{m}{k}}$

– Kết luận : Suy ra các kết quả.

BÀI TẬP THÍ DỤ

2.1 Vật có khối lượng m = 1,0kg có thể trượt không ma sát trên mặt phẳng. Lò xo có độ cứng $k = 1{,}0\text{Ncm}^{-1}$ được giữ cố định ở một đầu. Gắn vật vào đầu kia của lò xo.

Dời vật khỏi vị trí cân bằng theo phương của trục lò xo và buông không vận tốc đầu. Chứng tỏ vật dao động điều hòa và tính chu kì dao động trong hai trường hợp :

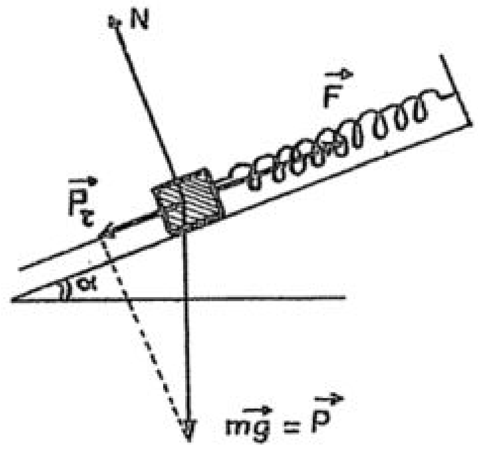
a) Mặt phẳng nghiêng góc α so với mặt phẳng ngang.

b) Lò xo treo thẳng đứng.

LƯỢC GIẢI

a) Trường hợp mặt phẳng nghiêng góc α :

– Các lực tác dụng : $m\vec{g}$, $\vec{N}$, $\vec{F}$



– Ở vị trí cân bằng của vật :

$$m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F_0} = \vec{0}$$

Chiếu lên phương mặt phẳng nghiêng :

$$\vec{P_t} + \vec{F_0} = \vec{0}$$

hay $\quad \vec{P_t} - k\vec{\Delta l} = \vec{0}$

($\vec{\Delta l}$: độ biến dạng của lò xo ở vị trí cân bằng).

– Ở vị trí bất kì ứng với độ dịch chuyển $\vec{x}$ của vật kể từ vị trí cân bằng:

. lò xo có độ biến dạng ($\vec{\Delta l} + \vec{x}$)

. lực đàn hồi là : $\vec{F} = -k(\vec{\Delta l} + \vec{x})$

Tổng lực tác dụng chỉ có thành phần theo phương mặt phẳng nghiêng. Suy ra :

$$\sum\vec{F} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F} = \vec{P_t} - k(\vec{\Delta l} + \vec{x})$$

$$= \underbrace{\vec{P_t} - k\vec{\Delta l}}_{\vec{0}} - k\vec{x}$$

Vậy : $\quad \sum\vec{F} = -k\vec{x}$: $\quad$ lực hồi phục

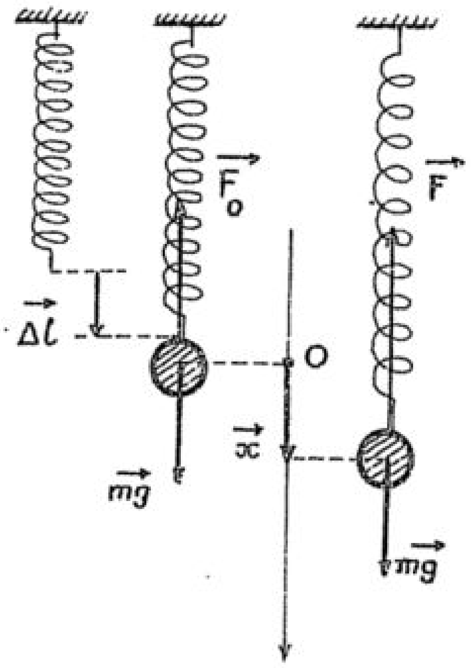
Áp dụng định luật II Newton ta suy ra phương trình vi phân :

$$x'' = -\frac{k}{m}x = -\omega^2 x$$

– Vậy vật dao động điều hòa. Chu kì dao động là :

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{1,0}{1,0.10^2}} = \frac{\pi}{5} \approx \boxed{0,63(s)}$$

b) Trường hợp lò xo treo thẳng đứng :



– Các lực tác dụng : $m\vec{g}$, $\vec{F}$

– Ở vị trí cân bằng của vật :

$$m\vec{g} + \vec{F}_0 = \vec{0}$$

hay $$m\vec{g} - k\vec{\Delta l} = \vec{0}$$

($\vec{\Delta l}$: độ biến dạng của lò xo ở vị trí cân bằng)

– Ở vị trí bất kì ứng với độ dịch chuyển $\vec{x}$ của vật kể từ vị trí cân bằng:

. lò xo có độ biến dạng : $(\vec{\Delta l} + \vec{x})$

. lực đàn hồi : $\vec{F} = -k(\vec{\Delta l} + \vec{x})$

Tổng lực tác dụng là :

$$\sum\vec{F} = m\vec{g} + \vec{F} = m\vec{g} - k(\vec{\Delta l} + \vec{x})$$

$$= \underbrace{m\vec{g} - k.\vec{\Delta l}}_{\vec{0}} - k\vec{x}$$

Vậy $\sum\vec{F} = -k\vec{x}$: lực hồi phục

Ta suy ra phương trình vi phân :

$$x'' = -\frac{k}{m}x = -\omega^2 x$$

– Vậy vật dao động điều hòa. Chu kì dao động là :

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{1,0}{1,0.10^2}} = \frac{\pi}{5} \approx \boxed{0,63(s)}$$

2.2 Lò xo có độ cứng $k = 80{,}0Nm^{-1}$. Vật có khối lượng 200g. Hệ được bố trí như hình vẽ. Lò xo được giữ luôn luôn thẳng đứng.

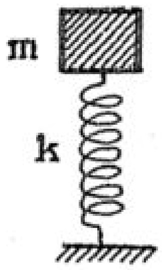
a) Tính độ biến dạng của lò xo.

b) Từ vị trí cân bằng, ấn nhẹ vật xuống thẳng đứng và buông. Chứng tỏ vật dao động điều hòa. Tính chu kì.

(Cho $\pi = 3{,}14; g = 10{,}0ms^{-2}$).

LƯỢC GIẢI

a) Độ biến dạng ở vị trí cân bằng :



Ta có : $m\vec{g} + \vec{F}_0 = \vec{0}$

hay : $m\vec{g} - k\vec{\Delta l} = \vec{0}$

Do đó : $\Delta l = \dfrac{mg}{k} = \dfrac{0{,}200.10{,}0}{80{,}0} = 2{,}50.10^{-2}(m) = 2{,}50(cm)$

b) Tính chất của chuyển động. Chu kì :

– Ở vị trí vật có độ dịch chuyển $\vec{x}$ kể từ vị trí cân bằng :

. lò xo biến dạng : $(\vec{\Delta l} + \vec{x})$

. lực đàn hồi : $\vec{F} = -k(\vec{\Delta l} + \vec{x})$

Tổng lực :

$$\sum\vec{F} = m\vec{g} + \vec{F} = m\vec{g} - k(\vec{\Delta l} + \vec{x})$$

$$= -k\vec{x} : \text{lực hồi phục}$$

Ta suy ra phương trình vi phân :

$$x'' = -\frac{k}{m}x = -\omega^2 x$$

– Vậy vật dao động điều hòa quanh vị trí cân bằng.

Ta có chu kì dao động :

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{200.10^{-3}}{80,0}} = \frac{2\pi}{20,0} = \frac{\pi}{10,0} \approx \boxed{0,314(s)}$$

2.3 Hai lò xo có cùng chiều dài tự nhiên nhưng có các độ cứng khác nhau $k_1 = 64,0Nm^{-1}$ và $k_2 = 36,0Nm^{-1}$. Các điểm cuối của hai lò xo được gắn với nhau để tạo ra một lò xo duy nhất có chiều dài tự nhiên bằng mỗi lò xo ban đầu.

Vật có khối lượng $m = 1,00kg$ được gắn vào điểm cuối của lò xo ghép. Từ vị trí cân bằng, dời vật theo phương của trục lò xo một đoạn và buông không vận tốc đầu.

Hãy chứng tỏ vật dao động điều hòa và tính chu kì trong mỗi trường hợp sau :

a) Vật trượt không ma sát trên mặt phẳng nằm ngang.

b) Lò xo ghép có gắn vật được bố trí thẳng đứng, điểm cuối phía trên cố định. (Lấy $\pi \approx 3,14$).

LƯỢC GIẢI

a) Trường hợp thứ nhất :

– Ở vị trí cân bằng của vật :

$$\underbrace{m\vec{g} + \vec{N}}_{\vec{0}} + \vec{F}_0 = \vec{0} \Rightarrow \vec{F}_0 = \vec{0}$$: các lò xo không biến dạng

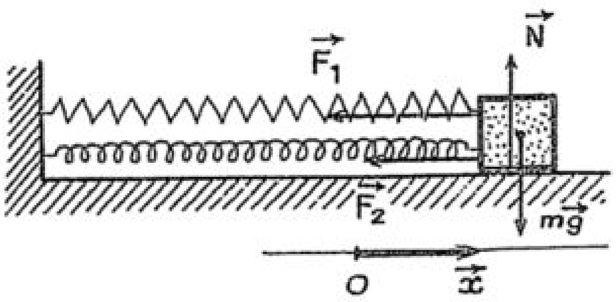
– Ở vị trí vật có độ dịch chuyển $\vec{x}$ kể từ vị trí cân bằng :

$\begin{cases} \text{. mỗi lò xo biến dạng } \vec{x} \\ \text{. các lực đàn hồi : } \vec{F}_1 = -k_1\vec{x} \; ; \; \vec{F}_2 = -k_2\vec{x} \end{cases}$

Tổng lực tác dụng :

$$\sum\vec{F} = \underbrace{m\vec{g} + \vec{N}}_{\vec{0}} + \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

$$= -k_1\vec{x} - k_2\vec{x} = -(k_1 + k_2)\vec{x}$$



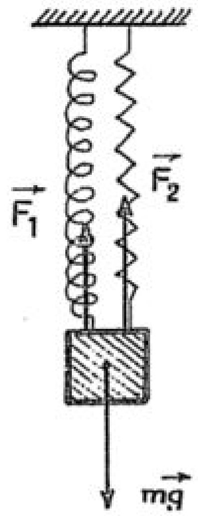
Vậy : $\sum\vec{F} = -K\vec{x}$: lực hồi phục.

Suy ra phương trình vi phân :

$$x'' = -\frac{K}{m}x = -\omega^2 x$$

– Vật dao động điều hòa quanh vị trí cân bằng. Chu kì dao động là :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}} \doteq 2\pi\sqrt{\frac{1,00}{100,0}} = 2\pi.10^{-1} \approx \boxed{0,628(s)}$$



b) Trường hợp thứ hai :

– Ở vị trí cân bằng của vật, các lò xo biến dạng :

$$\vec{\Delta l}_1 = \vec{\Delta l}_2 = \vec{\Delta l}$$

Ta có : $m\vec{g} + \vec{F}_{01} + \vec{F}_{02} = \vec{0}$

hay : $m\vec{g} - (k_1 + k_2)\vec{\Delta l} = \vec{0}$

– Ở vị trí vật có độ dịch chuyển $\vec{x}$ kể từ vị trí cân bằng :

$$\begin{cases} \text{. lò xo có độ biến dạng } (\vec{\Delta l} + \vec{x}) \\ \text{. các lực đàn hồi :} \qquad \vec{F}_1 = -k_1(\vec{\Delta l} + \vec{x})\ ; \end{cases}$$

$$\vec{F}_2 = -k_2(\vec{\Delta l} + \vec{x})$$

Tổng lực tác dụng :

$$\sum\vec{F} = m\vec{g} + \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

$$= m\vec{g} - (k_1 + k_2)(\vec{\Delta l} + \vec{x})$$

$$= \underbrace{m\vec{g} - (k_1 + k_2)\vec{\Delta l}}_{\vec{0}} - (k_1 + k_2)\vec{x}$$

Vậy : $\sum\vec{F} = -(k_1 + k_2)\vec{x} = -K\vec{x}$: lực hồi phục

Ta suy ra phương trình vi phân :

$$x'' = -\frac{K}{m}x = -\omega^2 x$$

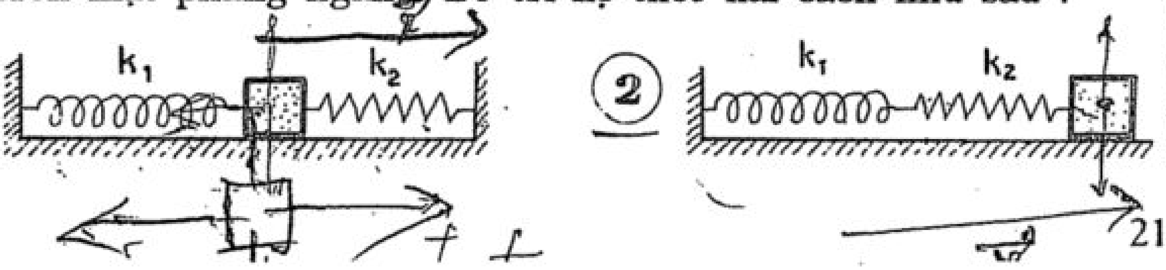
– Vật dao động điều hòa chung quanh vị trí cân bằng. Ta có chu kì :

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}} = 2\pi\sqrt{\frac{1,00}{100,0}} = \frac{2\pi}{10,00} \approx \boxed{0,628(s)}$$

Chú ý : Chứng minh trên cả hai trường hợp cho thấy lò xo duy nhất tương đương với hệ lò xo ghép có hệ số đàn hồi :

$$K = k_1 + k_2$$

2.4 Hai lò xo có độ cứng $k_1 = 80,0Nm^{-1}$ và $k_2 = 20,0Nm^{-1}$ Vật có khối lượng $m = 1,00kg$ và có thể trượt không ma sát trên mặt phẳng ngang. Bố trí hệ theo hai cách như sau :



Từ vị trí cân bằng, dời vật theo phương của trục lò xo và buông không vận tốc đầu. Hãy chứng tỏ vật dao động điều hòa. Tính chu kì.

LƯỢC GIẢI

a) Trường hợp của hệ 1 :

– Các lực tác dụng gồm : $m\vec{g}, \vec{N}, \vec{F}_1, \vec{F}_2$

– Trong trường hợp tổng quát, ở vị trí cân bằng của vật :

$$\begin{cases} \text{. các lò xo có độ biến dạng } \vec{\Delta l}_1;\ \vec{\Delta l}_2 \\ \text{. các lực đàn hồi là } \vec{F}_{01} = -k_1\vec{\Delta l}_1\ ;\ \vec{F}_{02} = -k_2\vec{\Delta l}_2 \end{cases}$$

Ta có : $$\underbrace{m\vec{g} + \vec{N}}_{\vec{0}} + \vec{F}_{01} + \vec{F}_{02} = \vec{0}$$

Suy ra : $$k_1\vec{\Delta l}_1 + k_2\vec{\Delta l}_2 = \vec{0}$$

– Ở vị trí vật có độ dịch chuyển $\vec{x}$ kể từ vị trí cân bằng :

. các lò xo có độ biến dạng $(\vec{\Delta l}_1 + \vec{x})$; $(\vec{\Delta l}_2 + \vec{x})$

. các lực đàn hồi là : $\vec{F}_1 = -k_1(\vec{\Delta l}_1 + \vec{x})$; $\vec{F}_2 = -k_2(\vec{\Delta l}_2 + \vec{x})$

Tổng lực tác dụng là :

$$\sum\vec{F} = \underbrace{m\vec{g} + \vec{N}}_{\vec{0}} + \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

$$= -k_1(\vec{\Delta l}_1 + \vec{x}) - k_2(\vec{\Delta l}_2 + \vec{x})$$

$$= -\underbrace{(k_1.\vec{\Delta l}_1 + k_2\vec{\Delta l}_2)}_{\vec{0}} - (k_1 + k_2)\vec{x}$$

Vậy : $\sum \vec{F} = -(k_1 + k_2)\vec{x} = -K\vec{x}$: lực hồi phục

Suy ra phương trình vi phân : $x'' = -\dfrac{K}{m}x = -\omega^2 x$.

– Vật dao động điều hòa. Chu kì dao động là :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}} = 2\pi\sqrt{\frac{1,00}{100,0}} = 0,20\pi \approx \boxed{0,628(s)}$$

b) Trường hợp của hệ 2 :

– Các lực tác dụng gồm : $m\vec{g}$, $\vec{N}$, $\vec{F}$. $(\vec{F}_1 = \vec{F}_2 = \vec{F})$

– Ở vị trí cân bằng của vật ta có :

$\underbrace{m\vec{g} + \vec{N}}_{\vec{0}} + \vec{F}_0 = \vec{0} \Rightarrow \vec{F}_0 = \vec{0}$: các lò xo không biến dạng.

– Ở vị trí vật có độ dịch chuyển $\vec{x}$ kể từ vị trí cân bằng :

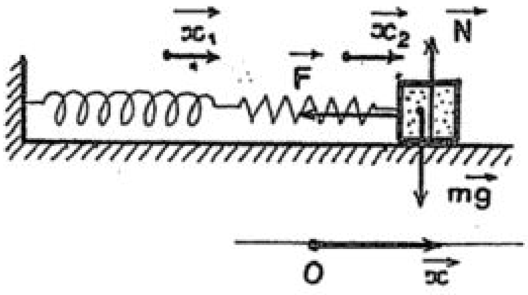
. các lò xo có độ biến dạng : $\vec{x}_1$; $\vec{x}_2$

. lực đàn hồi là : $\vec{F}_1 = -k_1\vec{x}_1 = \vec{F}_2 = -k_2\vec{x}_2 = \vec{F}$

Tổng lực tác dụng là :

$$\sum \vec{F} = \underbrace{m\vec{g} + \vec{N}}_{\vec{0}} + \vec{F} = \vec{F}$$

2cm



Nhưng ta có :

$\vec{x}_1 + \vec{x}_2 = \vec{x}$

Do đó : $-\vec{F}\left(\dfrac{1}{k_1} + \dfrac{1}{k_2}\right) = \vec{x}$

hay : $\vec{F} = -\dfrac{k_1k_2}{k_1 + k_2}\vec{x}$

Vậy : $\sum\vec{F} = -\dfrac{k_1k_2}{k_1 + k_2}\vec{x} = -K\vec{x}$: lực hồi phục $= m x''$

Suy ra phương trình vi phân :

$$x'' = -\frac{K}{m}x = -\omega^2 x$$

Vật dao động điều hòa quanh vị trí cân bằng. Chu kì là :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} = 2\pi\sqrt{\frac{(k_1 + k_2)m}{k_1k_2}}$$

$$= 2\pi\sqrt{\frac{100,0.1,00}{80,0.20,0}} = 2\pi.0,250 \approx \boxed{1,57(s)}$$

Chú ý : Chứng minh trên cho kết quả sau :

– Hệ 1 tương đương với lò xo duy nhất có hệ số đàn hồi $K = k_1 + k_2$

– Hệ 2 tương dương với lò xo duy nhất có hệ số đàn hồi xác định bởi

$$K = \frac{k_1k_2}{k_1 + k_2} \quad \text{hoặc} \quad \frac{1}{K} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$$

2.5 Hai lò xo có độ cứng là $k_1 = 120Nm^{-1}$ và $k_2 = 360Nm^{-1}$ được nối liền với nhau thành một lò xo dài treo thẳng đứng.

Vật có khối lượng m = 0,300kg được gắn vào điểm cuối.

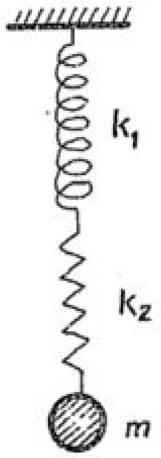
a) Tính các độ dãn của mỗi lò xo khi vật cân bằng.

b) Từ vị trí cân bằng, kéo vật xuống thẳng đứng một đoạn và buông không vận tốc đầu. Chứng tỏ vật dao động điều hòa. Tính chu kì.

(Lấy $\pi^2 \approx 10; g = 10,0ms^{-2}$).

LƯỢC GIẢI

Ta luôn luôn có : $\vec{F}_1 = \vec{F}_2 = \vec{F}$.



a) Các độ dãn :

Khi vật cân bằng ta có :

$$m\vec{g} + \vec{F}_0 = \vec{0}$$

Suy ra $\quad m\vec{g} - k_1\vec{\Delta l}_1 = m\vec{g} - k_2\vec{\Delta l}_2 = \vec{0}$

Vậy ta có :

$$\begin{cases} \Delta l_1 = \dfrac{mg}{k_1} = \dfrac{0{,}300.10{,}0}{120} = 2{,}50.10^{-2}(\text{m}) = \boxed{2{,}50(\text{cm})} \\ \Delta l_2 = \dfrac{mg}{k_2} = \dfrac{0{,}300.10{,}0}{360} \approx 0{,}83.10^{-2}(\text{m}) = \boxed{0{,}83(\text{cm})} \end{cases}$$

b) Tính chất của chuyển động. Chu kì :

– Ở vị trí vật có độ dịch chuyển $\vec{x}$ kể từ vị trí cân bằng :

$$\begin{cases} \text{• các độ biến dạng là : } (\vec{\Delta l}_1 + \vec{x}_1) \text{ và } (\vec{\Delta l}_2 + \vec{x}_2) \\ \text{• các lực đàn hồi là : } \vec{F}_1 = -k_1(\vec{\Delta l}_1 + \vec{x}_1) \text{ và } \vec{F}_2 = -k_2(\vec{\Delta l}_2 + \vec{x}_2) \\ \text{• Tổng lực tác dụng :} \end{cases}$$

$$\sum\vec{F} = m\vec{g} + \vec{F}_1 = m\vec{g} + \vec{F}_2$$

$$= m\vec{g} - k_1(\vec{\Delta l}_1 + \vec{x}_1) = -k_1\vec{x}_1$$

$$= m\vec{g} - k_2(\vec{\Delta l}_2 + \vec{x}_2) = -k_2\vec{x}_2$$

Ngoài ra ta cũng có :

$$\vec{x}_1 + \vec{x}_2 = \vec{x}$$

Do đó : $-\sum\vec{F}\left(\frac{1}{k_1}+\frac{1}{k_2}\right) = \vec{x}$

hay : $\sum\vec{F} = -\frac{k_1k_2}{k_1+k_2}.\vec{x} = -K\vec{x}$: lực hồi phục

Suy ra phương trình vi phân :

$$x'' = -\frac{K}{m}x = -\omega^2 x$$

– Vật dao động điều hòa. Chu kì dao động là :

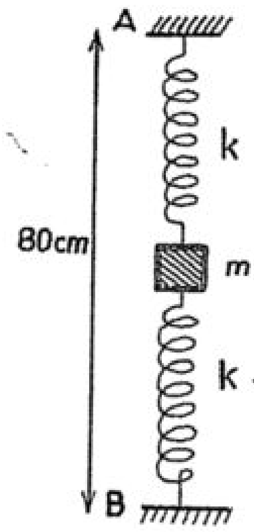
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} = 2\pi\sqrt{\frac{(k_1+k_2)m}{k_1k_2}} = 2\pi\sqrt{\frac{480.0,300}{360.120}}$$

$$= \frac{\pi\sqrt{3}}{15,0} \approx \boxed{0,36(s)}$$

Chú ý : Có thể chứng minh để thay thế hai lò xo ghép bằng lò xo tương đương có hệ số đàn hồi :

$$\frac{1}{K} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \qquad \Rightarrow K = \frac{k_1k_2}{k_1+k_2} = 90,0\text{Nm}^{-1}$$

2.6



Hai lò xo giống hệt nhau có cùng độ cứng $k = 50,0\text{Nm}^{-1}$. Bố trí một con lắc lò xo như hình vẽ. Các lò xo luôn thẳng đứng, vật có kích thước không đáng kể và có khối lượng $m = 0,500$kg.
Cho $AB = 80,0$cm.

a) Tính chiều dài của mỗi lò xo khi hệ cân bằng.

b) Từ vị trí cân bằng, kéo vật xuống theo phương thẳng đứng và buông. Chứng tỏ vật dao động điều hòa. Tính chu kì.

(Lấy $\pi^2 \approx 10$ và $g = 10{,}0\text{ms}^{-2}$).

LƯỢC GIẢI

a) Chiều dài lò xo lúc hệ cân bằng :

– Xét trường hợp tổng quát, các lò xo biến dạng $\Delta\vec{l_1}$ và $\vec{\Delta l_2}$ khi chưa gắn vật. Ta có :

$$k(\vec{\Delta l_1} + \vec{\Delta l_2}) = \vec{0} \qquad \Rightarrow \vec{\Delta l_1} = -\vec{\Delta l_2}$$

Khi gắn vật và hệ cân bằng, mỗi lò xo biến dạng thêm $\Delta\vec{l}$. Các lực đàn hồi là :

$$\begin{cases} .\vec{F}_{01} = -k(\vec{\Delta l_1} + \vec{\Delta l}) \\ .\vec{F}_{02} = -k(\vec{\Delta l_2} + \vec{\Delta l}) = -k(\vec{\Delta l} - \vec{\Delta l_1}) \end{cases}$$

Sự cân bằng của vật cho ta :

$$m\vec{g} - k(\vec{\Delta l}_1 + \vec{\Delta l}) - k(\vec{\Delta l} - \vec{\Delta l_1}) = \vec{0}$$

hay $\quad m\vec{g} - 2k.\vec{\Delta l} = \vec{0}$

$$\vec{\Delta l} = \frac{m}{2k}\vec{g}$$

Suy ra : $\qquad \Delta l = 5{,}0\text{cm}$

Do đó : $l_1 = \dfrac{AB}{2} + \Delta l = \boxed{45{,}0\text{cm}}$; $l_2 = \dfrac{AB}{2} - \Delta l = \boxed{35{,}0\text{cm}}$

b) Tính chất của chuyển động. Chu kì :

– Xét vật ở vị trí có độ dịch chuyển $\vec{x}$ kể từ vị trí cân bằng.

Các lực đàn hồi là :

$$\begin{cases} .\ \vec{F}_1 = -k(\vec{\Delta l}_1 + \vec{\Delta l} + \vec{x}) \\ .\ \vec{F}_2 = -k(\vec{\Delta l}_2 + \vec{\Delta l} + \vec{x}) = -k(\vec{\Delta l} + \vec{x} - \vec{\Delta l}_1) \end{cases}$$

Tổng lực là :

$$\sum \vec{F} = m\vec{g} - k(\vec{\Delta l}_1 + \vec{\Delta l} + \vec{x}) - k(\vec{\Delta l} + \vec{x} - \vec{\Delta l}_1)$$

Vậy : $\sum \vec{F} = -2k\vec{x} = -K\vec{x}$: lực hồi phục.

Ta suy ra phương trình vi phân :

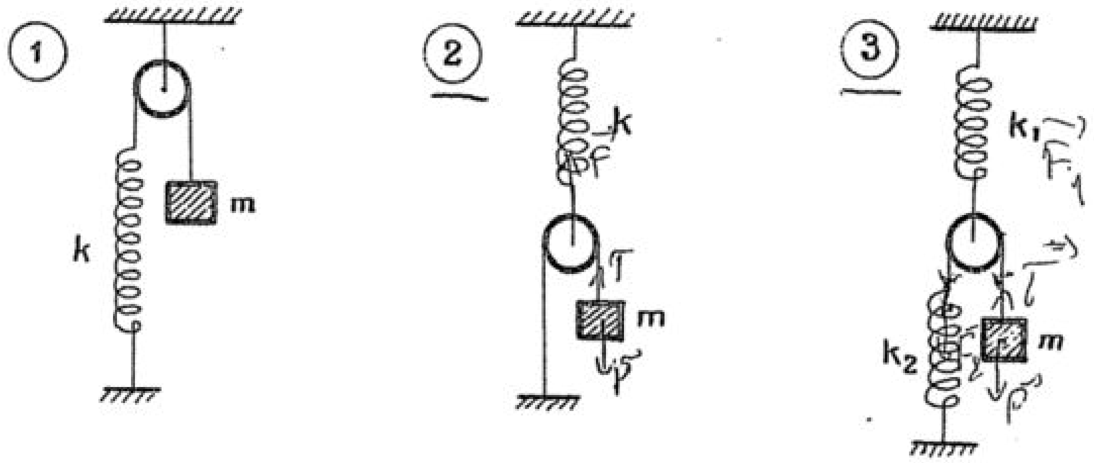
$$x'' = -\frac{K}{m}x = -\omega^2 x$$

– Vật dao động điều hòa. Chu kì dao động :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2k}} = \frac{\sqrt{5}}{5} \approx \boxed{0{,}477(s)}$$

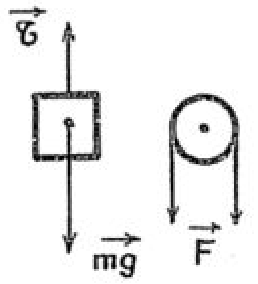
2.7* Cho các con lắc lò xo có cấu tạo như hình vẽ dưới đây. Cho biết ròng rọc và lò xo có khối lượng không đáng kể, dây nối không dãn.

Với mỗi hệ, hãy chứng tỏ vật dao động điều hòa khi được kéo xuống theo phương thẳng đứng một đoạn và buông không vận tốc đầu. Lập biểu thức của chu kì.



LƯỢC GIẢI

a) Trường hợp của hệ (1) :



– Ta luôn luôn có :

$\vec{F} = -\vec{\mathcal{T}}$; $\vec{x} = -\vec{x}_0$

($\vec{x}$: độ dịch chuyển của vật kể từ vị trí cân bằng,

$\vec{x}_0$: độ biến dạng của lò xo kể từ vị trí cân bằng)

– Ở vị trí cân bằng của vật ta có :

$$m\vec{g} + \vec{\mathcal{T}}_0 = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad m\vec{g} - \vec{F}_0 = \vec{0}$$

hay :
$$m\vec{g} + k.\vec{\Delta l} = \vec{0}$$

– Ở vị trí vật có độ dịch chuyển $\vec{x}$ kể từ vị trí cân bằng :

$$\begin{cases} \text{. lò xo có độ biến dạng } (\vec{\Delta l} - \vec{x}) \\ \text{. lực đàn hồi là : } \vec{F} = -k(\vec{\Delta l} - \vec{x}) \end{cases}$$

Tổng lực có biểu thức :

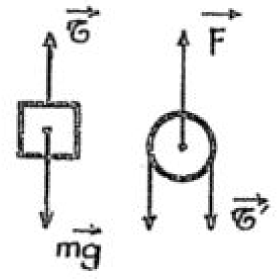
$$\sum\vec{F} = m\vec{g} + \vec{\mathcal{T}} = m\vec{g} - \vec{F}$$
$$= m\vec{g} + k(\vec{\Delta l} - \vec{x}) = \underbrace{m\vec{g} + k\vec{\Delta l}}_{\vec{0}} - k\vec{x}$$

Vậy : $\sum\vec{F} = -k\vec{x}$: lực hồi phục

Suy ra phương trình vi phân : $x'' = -\dfrac{k}{m}x = -\omega^2 x$

– Vật dao động điều hòa. Chu kì dao động :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$



b) Trường hợp của hệ (2) :

– Ta luôn luôn có :

$$\vec{\mathcal{T}} = -\vec{\mathcal{T}}' = \frac{\vec{F}}{2}\ ; \ \vec{x}_0 = \frac{\vec{x}}{2}$$

($\vec{x}$: độ dịch chuyển của vật kể từ vị trí cân bằng;

$\vec{x}_0$: độ biến dạng của lò xo kể từ vị trí cân bằng)

– Ở vị trí cân bằng của vật ta có :

$$m\vec{g} + \vec{\mathcal{T}}_0 = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad m\vec{g} + \frac{\vec{F}_0}{2} = \vec{0}$$

hay :
$$m\vec{g} - \frac{k}{2}\vec{\Delta l} = \vec{0}$$

– Ở vị trí vật có độ dịch chuyển $\vec{x}$ kể từ vị trí cân bằng :

$$\begin{cases} \text{. lò xo có độ biến dạng} \left(\vec{\Delta l} + \dfrac{\vec{x}}{2}\right) \\ \text{. lực đàn hồi : } \vec{F} = -k\left(\vec{\Delta l} + \dfrac{\vec{x}}{2}\right) \end{cases}$$

Tổng lực tác dụng vào vật có biểu thức :

$$\sum\vec{F} = m\vec{g} + \vec{\mathcal{T}} = m\vec{g} + \frac{\vec{F}}{2} = m\vec{g} - \frac{k}{2}\left(\vec{\Delta l} + \frac{\vec{x}}{2}\right)$$

$$= \underbrace{m\vec{g} - \frac{k}{2}\vec{\Delta l}}_{\vec{0}} - \frac{k}{4}\vec{x}$$

Vậy :
$$\sum\vec{F} = -\frac{k}{4}\vec{x} = -K\vec{x} : \text{lực hồi phục.}$$

Ta suy ra phương trình vi phân của chuyển động :

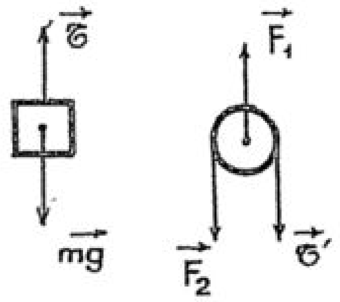
$$x'' = -\frac{K}{m}x = -\frac{k}{4m}x = -\omega^2 x$$

– Vật dao động điều hòa chung quanh vị trí cân bằng. Chu kì dao động có biểu thức :

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} = 4\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

c) Trường hợp của hệ (3) :

– Ta luôn luôn có :



$$\begin{cases} \vec{\mathcal{T}} = -\vec{\mathcal{T}}' = -\vec{F}_2 = \dfrac{\vec{F}_1}{2} \\ \vec{x} = 2\vec{x}_1 - \vec{x}_2 \end{cases}$$

($\vec{x}$: độ dịch chuyển của vật;

$\vec{x}_1$: độ biến dạng của lò xo (1);

$\vec{x}_2$: độ biến dạng của lò xo (2))

– Ở vị trí cân bằng của vật ta có :

$$m\vec{g} + \vec{\mathcal{T}}_0 = \vec{0} \Rightarrow \qquad m\vec{g} - \vec{F}_{02} = \vec{0} \qquad \Rightarrow m\vec{g} + \frac{\vec{F}_{01}}{2} = \vec{0}$$

hay : $m\vec{g} + k_2.\Delta\vec{l}_2 = \vec{0} \Leftrightarrow m\vec{g} - \dfrac{k_1}{2}.\Delta\vec{l}_1 = \vec{0}$

– Ở vị trí vật có độ dịch chuyển $\vec{x}$ kể từ vị trí cân bằng :

$\begin{cases} \text{. các lò xo có độ biến dạng là } (\Delta\vec{l}_1 + \vec{x}_1) \text{ và } (\Delta\vec{l}_2 + \vec{x}_2) \\ \text{. các lực đàn hồi là : } \vec{F}_1 = -k_1(\Delta\vec{l}_1 + \vec{x}_1) \ ; \ \vec{F}_2 = -k_2(\Delta\vec{l}_2 + \vec{x}_2) \end{cases}$

Tổng lực tác dụng vào vật có biểu thức :

$$\sum\vec{F} = m\vec{g} + \vec{\mathcal{T}} = m\vec{g} - \vec{\mathcal{T}'} = m\vec{g} + \vec{F}_2$$

$$= m\vec{g} + k_2(\vec{\Delta l} + \vec{x}_2) = \underbrace{m\vec{g} + k_2\vec{\Delta l}}_{\vec{0}} + k_2\vec{x}_2$$

$$= k_2\vec{x}_2$$

Suy ra : $\vec{x}_2 = \dfrac{\sum\vec{F}}{k_2}$

Mặt khác ta có : $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{\mathcal{T}'} = \vec{F}_1 + 2\vec{F}_2 = \vec{0}$

hay : $k_1(\vec{\Delta l} + \vec{x}_1) + 2k_2(\vec{\Delta l} + \vec{x}_2) = \vec{0}$

$$\Rightarrow (\underbrace{k_1\vec{\Delta l} + 2k_2\vec{\Delta l}}_{\vec{0}}) + k_1\vec{x}_1 + 2k_2\vec{x}_2 = \vec{0}$$

Do đó : $k_1.\vec{x}_1 + 2k_2.\vec{x}_2 = \vec{0} \Rightarrow \vec{x}_1 = -2\dfrac{k_2}{k_1}\vec{x}_2 = -\dfrac{2}{k_1}\sum\vec{F}$

Vậy : $\vec{x} = 2\vec{x}_1 - \vec{x}_2 = -\dfrac{4\sum\vec{F}}{k_1} - \dfrac{\sum\vec{F}}{k_2} = -\sum\vec{F}\left(\dfrac{4}{k_1} + \dfrac{1}{k_2}\right)$

hay : $\sum\vec{F} = -\dfrac{k_1k_2}{k_1 + 4k_2}.\vec{x} = -K\vec{x}$: lực hồi phục.

Ta suy ra phương trình vi phân của chuyển động :

$$x'' = -\frac{K}{m}x = -\frac{k_1k_2}{(k_1 + 4k_2)m}x = -\omega^2 x$$

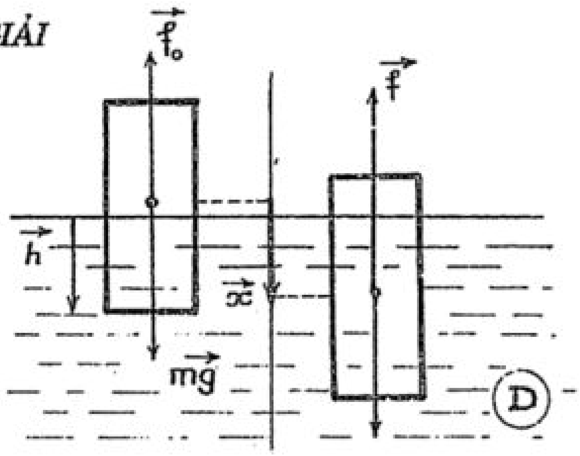
– Vật dao động điều hòa chung quanh vị trí cân bằng. Ta có biểu thức chu kì :

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} = 2\pi\sqrt{\frac{(k_1 + 4k_2)m}{k_1k_2}}$$

2.8 Khối gỗ hình trụ, có khối lượng m = 200g và diện tích đáy $S = 50cm^2$, nổi một phần trên mặt nước. Từ vị trí cân bằng, nhấn chìm khối gỗ xuống một đoạn nhỏ theo phương thẳng đứng và buông nhẹ. Coi mặt thoáng của nước đủ rộng, chuyển động không ma sát và bỏ qua độ nhớt của nước.

Hãy chứng tỏ chuyển động của khối gỗ là dao động điều hòa. Tính chu kì dao động. (Lấy $\pi^2 \approx 10; g = 10.0ms^{-2}$; $D = 1{,}00.10^3 kg.m^{-3}$)

LƯỢC GIẢI



- Các lực tác dụng

$m\vec{g}$ và $\vec{f}$ (lực đẩy Acsimet)

Ta có :

$$\begin{cases} \vec{f_0} = -DS g\vec{h} \\ \vec{f} = -DSg(\vec{h} + \vec{x}) \end{cases}$$

(D : khối lượng riêng của nước; x < h)

– Ở vị trí cân bằng của vật :

$$m\vec{g} + \vec{f_0} = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad m\vec{g} - DSg\vec{h} = \vec{0}$$

– Ở vị trí vật có độ dịch chuyển $\vec{x}$ kể từ vị trí cân bằng, tổng lực tác dụng là :

$$\sum \vec{F} = m\vec{g} + \vec{f} = m\vec{g} - DSg(\vec{h} + \vec{x})$$

$$= \underbrace{m\vec{g} - DSg\vec{h}}_{\vec{0}} - DSg\vec{x}$$

Vậy : $\sum \vec{F} = -DSg\vec{x} = -K\vec{x}$: lực hồi phục

Ta suy ra phương trình vi phân của chuyển động :

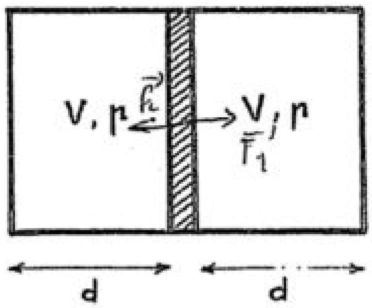
$$x'' = -\frac{K}{m}x = -\frac{DSg}{m}x = -\omega^2 x$$

– Vật dao động điều hòa chung quanh vị trí cân bằng. Ta có chu kì dao động :

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{DSg}}$$

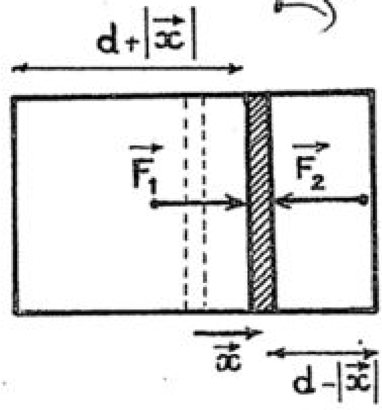
$$= 2\pi\sqrt{\frac{200.10^{-3}}{1{,}00.10^{3}.50.10^{-4}.10{,}0}} \approx 0{,}40(s)$$

2.9 Một pit-tông khối lượng m có thể trượt không ma sát trong một xi-lanh. Ban đầu pit-tông ngăn xi-lanh làm hai phần bằng nhau cùng chứa một khí lí tưởng dưới áp suất p. Chiều dài của mỗi ngăn là d.



Dời pit-tông một đoạn nhỏ rồi để hệ tự do. Coi biến đổi của khí là đẳng nhiệt. Chứng tỏ chuyển động của pit-tông là dao động điều hòa. Lập biểu thức của chu kì dao động.

LƯỢC GIẢI



– Các lực tác dụng vào vật gồm :

$m\vec{g}$; $\vec{N}$; các áp lực $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$

($F_1 = p_1S$; $F_2 = p_2S$)

Ta luôn có : $m\vec{g} + \vec{N} = \vec{0}$

– Ở vị trí pit-tông cân bằng : $p_1 = p_2 = p$

Do đó : $F_{01} = F_{02}$

$$\Rightarrow \qquad \sum\vec{F} = \vec{F}_{01} + \vec{F}_{02} = \vec{0}$$

– Ở vị trí pit-tông có độ dịch chuyển $\vec{x}$ kể từ vị trí cân bằng, các ngăn có thể tích là :

$$V_1 = (d + |\vec{x}|)S \quad ; \quad V_2 = (d - |\vec{x}|)S$$

Định luật Bôi-Mariôt (Boyle-Mariotte) cho :

$$p_1S(d + |\vec{x}|) = p_2S(d - |\vec{x}|) = pSd$$

Ta suy ra : $p_2 > p_1 \Rightarrow F_2 > F_1$ *) $p_2 = \frac{pSd}{S(d - x)}$

Tổng lực tác dụng vào vật có độ lớn :

$$|\sum\vec{F}| = F_2 - F_1 = (p_2 - p_1)S$$

$$= \frac{2pSd}{d^2 - x^2}|\vec{x}| = \frac{2pV}{d^2 - x^2}|\vec{x}|$$

Nếu x << d, ta có thể coi : $d^2 - x^2 \approx d^2$

Do đó : $$|\sum\vec{F}| \approx \frac{2pV}{d^2}|\vec{x}|$$

Mặt khác $\vec{x}$ và $\sum\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ luôn luôn trái chiều.

Vậy : $$\sum\vec{F} \approx -\frac{2pV}{d^2}.\vec{x} = -K\vec{x} :$$ lực hồi phục

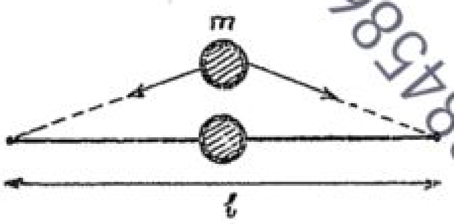
Ta suy ra phương trình vi phân của chuyển động :

$$x'' = -\frac{K}{m}x = -\frac{2pV}{md^2}x = -\omega^2 x$$

– Vậy vật dao động điều hòa chung quanh vị trí cân bằng. Chu kì dao động có biểu thức :

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} = 2\pi d\sqrt{\frac{m}{2pV}}$$

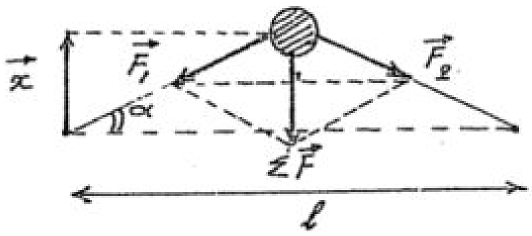
2.10 Một sợi dây thép có chiều dài l mang một quả cầu nhỏ, khối lượng m, ở trung điểm. Dây được căng nằm ngang. Lực căng của dây có độ lớn không đổi F.



Kéo vật khỏi vị trí cân bằng theo phương vuông góc với dây một đoạn nhỏ và buông tự do. Coi trọng lực tác dụng vào quả cầu không đáng kể so với lực căng của dây, hãy chứng tỏ quả cầu dao động điều hòa. Suy ra biểu thức của chu kì dao động.

LƯỢC GIẢI .

– Theo đề, các lực tác dụng vào vật gồm các lực căng của dây. Ở vị trí vật có độ dịch chuyển $\vec{x}$ kể từ vị trí cân bằng ta có tổng lực tác dụng :



$$\sum\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

Về độ lớn :

$$|\sum\vec{F}| = 2F\sin\alpha \qquad (F = F_1 = F_2)$$

Nếu $|\vec{x}| << l$ ta có :

$$\sin\alpha \approx \alpha \approx \operatorname{tg}\alpha = \frac{2|\vec{x}|}{l}$$

Vậy :
$$\left|\sum\vec{F}\right| \approx \frac{4F}{l}|\vec{x}|$$

Ngoài ra $\vec{x}$ và $\sum\vec{F}$ luôn ngược chiều. Do đó ta có :

$$\sum\vec{F} \approx -\frac{4F}{l}.\vec{x} = -K\vec{x} : \qquad \text{lực hồi phục}$$

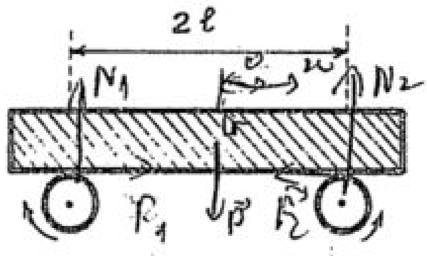
Ta suy ra phương trình vi phân của chuyển động :

$$x'' = -\frac{K}{m}x = -\frac{4F}{lm}x = -\omega^2 x$$

– Vậy vật dao động điều hòa chung quanh vị trí cân bằng. Ta có biểu thức của chu kì dao động :

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} = \pi\sqrt{\frac{ml}{F}}$$

2.11 Một tấm gỗ được đặt nằm ngang trên hai trục máy hình trụ quay đều ngược chiều nhau. Khoảng cách giữa hai trục của hình trụ là $2l$. Hệ số ma sát trượt giữa hình trụ và tấm gỗ là μ .



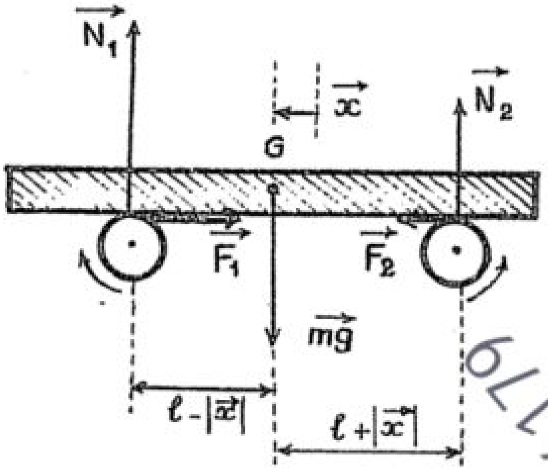
Tấm gỗ đang cân bằng nằm ngang. Đẩy nhẹ nó khỏi vị trí cân bằng theo phương ngang và để tự do. Hãy chứng tỏ tấm gỗ dao động điều hòa. Suy ra biểu thức của chu kì.

LƯỢC GIẢI

– Các lực tác dụng vào khối gỗ gồm có :

$$\begin{cases} \text{. trọng lực } (m\vec{g}) \\ \text{. các phản lực } (\vec{N}) \\ \text{. các lực ma sát } (\vec{F}) \end{cases}$$

$(F_1 = \mu N_1; F_2 = \mu N_2)$



Ta luôn luôn có :

$$m\vec{g} + \vec{N}_1 + \vec{N}_2 = \vec{0}$$

– Khi vật cân bằng :

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_{01} + \vec{F}_{02} = \vec{0}$$

Suy ra : $N_{01} = N_{02} \Rightarrow$ Khối tâm G cách đều hai trục quay.

– Ở vị trí vật có độ dịch chuyển $\vec{x}$ kể từ vị trí cân bằng, tổng lực tác dụng là :

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

Tấm gỗ không quay quanh G nên :

$$\mathcal{M}_{\vec{N}_1} = \mathcal{M}_{\vec{N}_2}$$

hay : $$N_1(l - |\vec{x}|) = N_2(l + |\vec{x}|)$$

Vậy : $N_1 > N_2 \quad \Rightarrow F_1 > F_2 \Rightarrow \sum \vec{F}$ có chiều của $\vec{F}_1$

Ta có thể viết :

$$\frac{N_1}{l + |\vec{x}|} = \frac{N_2}{l - |\vec{x}|} = \frac{mg}{2l}$$

Do đó độ lớn của tổng lực là :

$$|\sum \vec{F}| = F_1 - F_2 = \mu(N_1 - N_2) = \mu\frac{mg}{l}|\vec{x}|$$

Ta luôn có $\vec{x}$ và $\sum\vec{F}$ ngược chiều. Vậy :

$$\sum\vec{F} = -\mu\frac{mg}{l}\vec{x} = -K\vec{x} : \qquad \text{lực hồi phục.}$$

Ta suy ra phương trình vi phân của chuyển động :

$$x'' = -\frac{K}{m}x = -\frac{\mu g}{l}x = -\omega^2 x$$

– Vật dao động điều hòa chung quanh vị trí cân bằng. Ta có biểu thức của chu kì dao động :

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{\mu g}}$$

2.12 Trong một dự án tưởng tượng người ta giả sử đào được một đường hầm xuyên qua Trái Đất theo một dây cung (trong một mặt phẳng kinh tuyến). Cho biết lực hấp dẫn bên trong Trái Đất hướng về tâm và tỉ lệ thuận với khoảng cách từ vật tới tâm. Bỏ qua ma sát và lực cản.

Chứng tỏ rằng một toa xe sẽ dao động điều hòa trong đường hầm dưới tác dụng của lực hấp dẫn. Suy ra chu kì dao động.

Áp dụng số: Cho bán kính của Trái Đất là $R = 6370km$; $g = 9{,}81ms^{-2}$

LƯỢC GIẢI

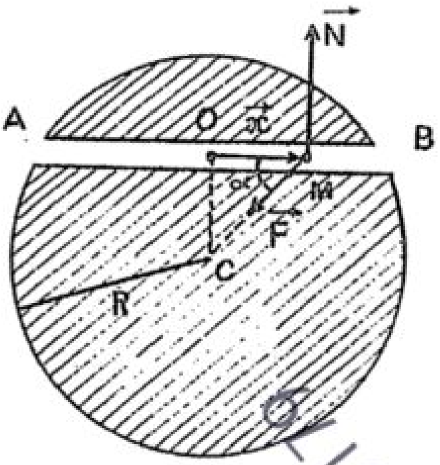
– Các lực tác dụng gồm có :

$$\begin{cases} .\ \text{lực hấp dẫn } \vec{F} \\ .\ \text{phản lực } \vec{N} \end{cases}$$

Ở vị trí M của xe với khoảng cách CM = r ta có :

$$F = k'r$$

Nhưng với $r = R$ thì $F = mg$.



Ta suy ra : $k' = \dfrac{mg}{R}$

Vậy : $F = \dfrac{mg}{R}.r$

– Khi cân bằng ta có :

$\vec{F}_0 + \vec{N} = \vec{0}$: vật ở vị trí O.

– Ở vị trí xe có độ dịch chuyển $\vec{x}$ kể từ vị trí cân bằng, tổng lực tác dụng vào vật là :

$$\sum\vec{F} = \vec{F} + \vec{N}$$

Tổng lực chỉ có thành phần theo phương đường hầm. Ta có về độ lớn :

$$|\sum\vec{F}| = F.\cos\alpha = \frac{mg}{R}r.\cos\alpha = \frac{mg}{R}|\vec{x}|$$

$\vec{x}$ và $\sum\vec{F}$ luôn trái chiều nhau. Ta có :

$$\sum\vec{F} = -\frac{mg}{R}\vec{x} = -K\vec{x} : \text{lực hồi phục.}$$

Ta suy ra phương trình vi phân của chuyển động :

$$x'' = -\frac{K}{m}x = -\frac{g}{R}x = -\omega^2 x$$

– Vậy toa xe dao động điều hòa quanh vị trí cân bằng. Suy ra biểu thức của chu kì dao động :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}$$

Áp dụng số : R = 6370km ; g = 9,81ms^{-2}

$$T = 2.3,14\sqrt{\frac{6,37.10^6}{9,81}} \approx 5060(s) = 84 \text{ phút } 20 \text{ giây}$$

Ghi chú : Thời gian đi hết đường hầm là $\frac{T}{2}$ = 42 phút 10 giây bất kể chiều dài của đường hầm.

BÀI TẬP LUYỆN TẬP

2.13 Một lò xo có độ cứng k. Hãy chứng minh :

a) Chia lò xo làm n phần bằng nhau thì mỗi lò xo nhỏ có độ cứng tăng n lần so với lò xo ban đầu.

b) Ghép liên tiếp n lò xo với nhau thì lò xo ghép có độ cứng giảm n lần so với lò xo ban đầu.

c) Gắn vật nặng vào lò xo để tạo một con lắc lò xo. Hỏi con lắc lò xo sử dụng lò xo nhỏ ở câu a) và lò xo ghép ở câu b) có chu kì dao động thay đổi ra sao so với con lắc sử dụng lò xo ban đầu ? ($n \in N$)

ĐS : c) Giảm $\sqrt{n}$ lần; Tăng $\sqrt{n}$ lần

2.14 Một lò xo có độ cứng k = 50,0Nm^{-1} . Vật nặng có khối lượng m = 1,00 kg.

a) Tính chu kì dao động của con lắc lò xo cấu tạo bởi vật nặng và lò xo nói trên.

b) Dùng hai lò xo giống như lò xo nói trên và tạo một lò xo ghép theo hai cách :

– Nối liên tiếp để có một lò xo dài gấp đôi.

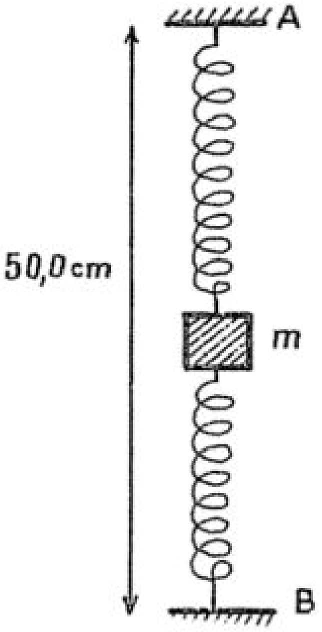
– Nối hai điểm cuối để có lò xo ghép cùng chiều dài với mỗi lò xo ban đầu.

Tìm độ cứng của mỗi lò xo ghép. Tính chu kì của con lắc lò xo cấu tạo bởi vật nặng nói trên và mỗi lò xo ghép.

ĐS : a) $T = 0,888s$

b) $25,0Nm^{-1}$; $100,0Nm^{-1}$; $T_1 = 1,26s$; $T_2 = 0,628s$

2.15 Hai lò xo cùng chiều dài tự nhiên $l_0 = 25,0cm$ và cùng độ cứng $k = 50,0Nm^{-1}$. Vật có khối lượng $m = 250g$ và có kích thước không đáng kể.



Bố trí hệ cơ học như hình bên. Các lò xo được giữ cho luôn luôn thẳng đứng.

a) Tính độ biến dạng của mỗi lò xo khi vật cân bằng.

b) Từ vị trí cân bằng, kéo vật theo phương thẳng đứng một đoạn và buông không vận tốc đầu. Hãy chứng tỏ vật dao động điều hòa chung quanh vị trí cân bằng. Tính chu kì dao động.

(Lấy $\pi = 3,14$; $g = 10,0ms^{-2}$)

ĐS : a) 2,5cm;

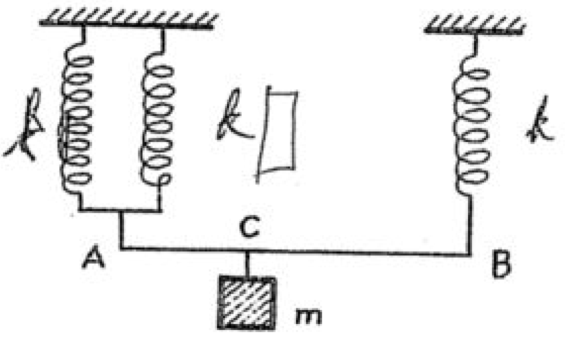
b) $T = 0,314s$

2.16 Một lò xo có độ cứng k được chia làm 3 phần bằng nhau. Vật có khối lượng m. Người ta bố trí một hệ cơ học như hình bên với các lò xo có được ở trên. AB là một thanh rắn, nhẹ, có chiều dài l.

a) Xác định vị trí C phải treo vật để thanh AB luôn nằm ngang khi cân bằng.

b) Tính độ cứng của hệ lò xo ghép. Suy ra chu kì dao động của hệ cơ học trên đây.

c) Phải tăng khối lượng vật *thêm* bao nhiêu lần để hệ cơ học này có cùng chu kì dao động như con lắc lò xo cấu tạo bởi vật m và lò xo ban đầu ?



ĐS : a) $\dfrac{AC}{CB} = \dfrac{1}{2}$

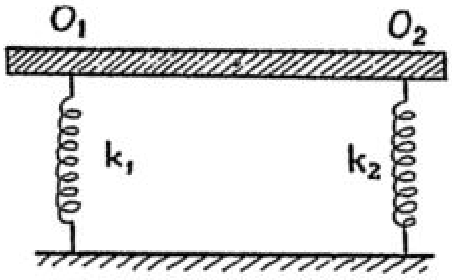
b) $K = 9k$; $T = \dfrac{2\pi}{3}\sqrt{\dfrac{m}{k}}$

c) 8 lần

2.17 Thanh đồng chất có khối lượng m = 0,100 kg được đặt trên hai lò xo bố trí thẳng đứng có chiều dài tự nhiên bằng nhau.

Các độ cứng là $k_1 = 36{,}0Nm^{-1}$ và $k_2 = 64{,}0Nm^{-1}$. Điểm cuối của hai lò xo gắn vào mặt phẳng ngang.

a) Các điểm tựa O_1 và O_2 phải có vị trí như thế nào để thanh nằm ngang khi cân bằng ?



b) Cho thanh dao động theo phương thẳng đứng. Tính chu kì dao động.

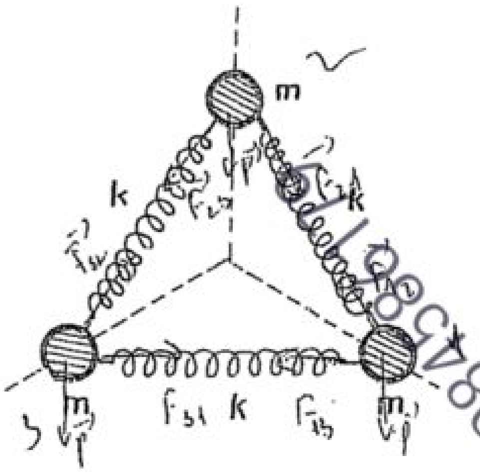
ĐS : a) $\dfrac{GO_1}{GO_2} = \dfrac{k_2}{k_1} = \dfrac{16}{9}$;

b) $T \approx 0{,}200s$

$\dfrac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} = 23{,}04$

$\rightarrow T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{}}$

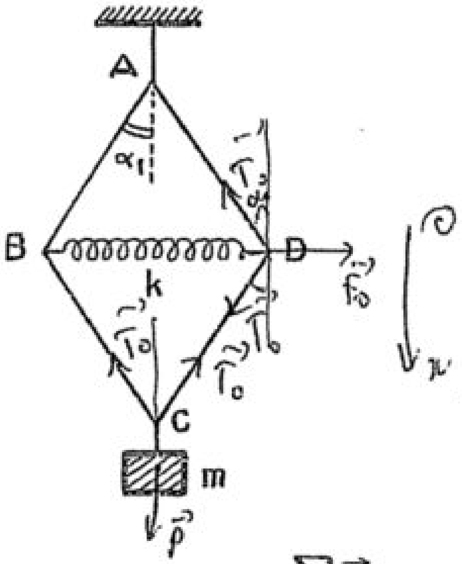
2.18 Một hệ gồm ba lò xo giống nhau hoàn toàn có cùng độ cứng k. Ba vật cùng kích thước có khối lượng m có thể trượt không ma sát trên mặt phẳng ngang được gắn với ba lò xo thành một tam giác đều. Kích thích hệ bằng cách dời ba vật khỏi vị trí cân bằng sao cho hệ luôn có dạng một tam giác đều và để tự do.



Chứng tỏ mỗi vật dao động điều hòa. Suy ra biểu thức của chu kì dao động.

ĐS : $\sum \vec{F} = -3k\vec{x}, \; T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{3k}}$

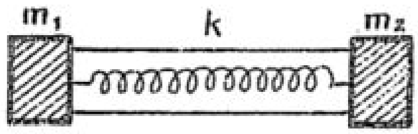
2.19* Một hệ cơ học có cấu tạo như hình vẽ. Khung ABCD gồm các thanh nhẹ có thể di động nhờ các khớp ở bốn đỉnh. Lò xo có độ cứng k. Ở vị trí cân bằng khung có dạng hình thoi góc ở đỉnh A là $2\alpha_1$.



Bóp nhẹ vào hai đầu B, D và buông. Hãy chứng tỏ vật dao động điều hòa quanh vị trí cân bằng. Suy ra biểu thức chu kì dao động.

ĐS : $\sum \vec{F} = -\dfrac{k}{tg^2\alpha_1}\vec{x} \; ; \; T = 2\pi tg\alpha\sqrt{\dfrac{m}{k}}$

2.20* Hai vật có khối lượng m_1 và m_2 có thể trượt không ma sát trên mặt phẳng ngang được gắn vào cùng một lò xo có độ cứng k. Nén lò xo bằng hai dây mảnh. Đốt dây nén lò xo.



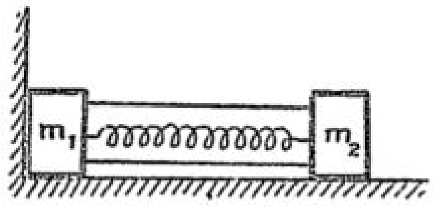
a) Chứng tỏ mỗi vật dao động điều hòa.

b) Lập biểu thức của chu kì dao động.

ĐS : a) $\sum \vec{F} = -K\vec{x}$

b) $T_1 = T_2 = 2\pi\sqrt{\dfrac{m_1 m_2}{k(m_1 + m_2)}}$

2.21* Hai vật khối lượng m_1 và m_2 đặt trên mặt phẳng nằm ngang nhẵn nối với nhau bởi lò xo có độ cứng k. Lò xo được giữ nén lại nhờ hai dây nhỏ. Đốt dây giữ hai khối.



a) Chứng tỏ các vật dao động với chu kì

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m_1 m_2}{k(m_1 + m_2)}}$$

b) Hiện tượng xảy ra sẽ như thế nào và chu kì tăng hay giảm nếu trước khi đốt dây :

– Một vật được giữ chặt ?

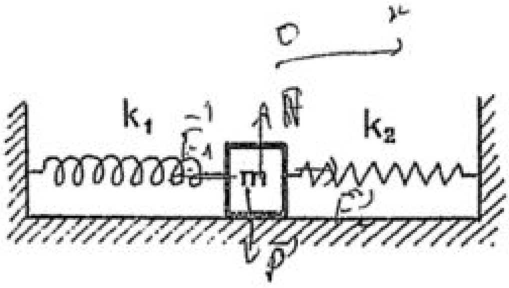
– Một vật dựa sát vào tường thẳng đứng ?

(Thi giỏi Lí 1982 – 1983)

ĐS : a) Lực hồi phục

b) Chu kì tăng; hệ dao động chung quanh G chuyển động thẳng đều.

2.22* Vật khối lượng m có thể trượt không ma sát trên mặt phẳng nằm ngang được gắn với hai lò xo có độ cứng k_1, k_2. Các đầu kia của hai lò xo được giữ chặt. Ở vị trí cân bằng, các lò xo không biến dạng.



a) Đẩy nhẹ vật ra khỏi vị trí cân bằng theo phương của trục lò xo. Lập biểu thức chu kì dao động của vật.

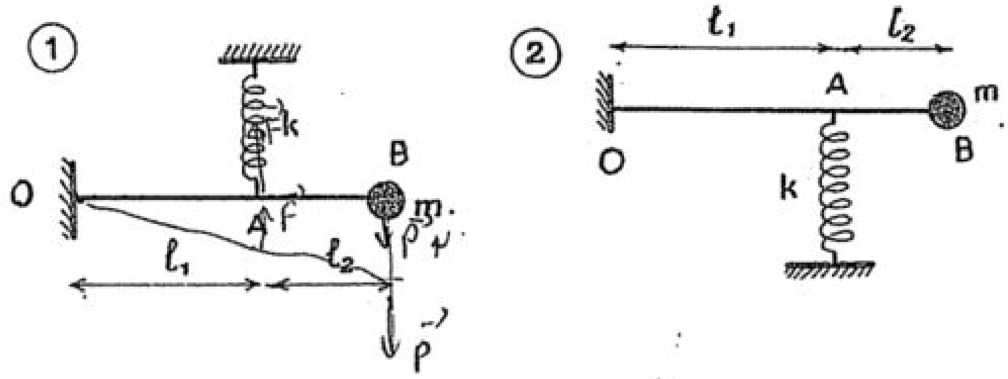
b) Sau một thời gian, các lò xo không còn gắn vào vật nữa. Mô tả chuyển động xảy ra.

(Thi giỏi Lí 1983 – 1984)

ĐS : a) $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k_1 + k_2}}$

b) $T' = \pi\left(\sqrt{\dfrac{m}{k_1}} + \sqrt{\dfrac{m}{k_2}}\right)$

2.23* Có hai hệ cấu tạo như trong hình vẽ sau :



Thanh OB nhẹ có thể quay quanh khớp O. Ở vị trí cân bằng, thanh nằm ngang.

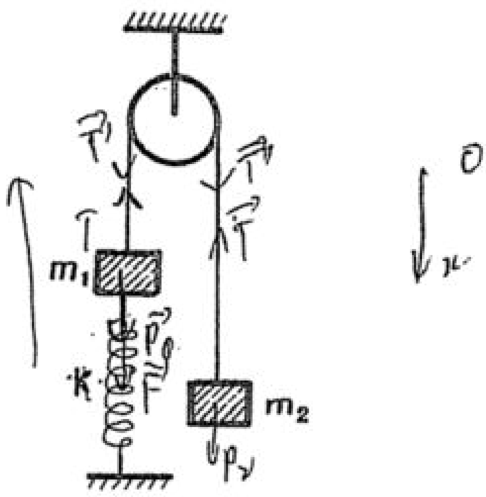
a) Xác định độ biến dạng của lò xo ở vị trí cân bằng.

b) Kéo vật khỏi vị trí cân bằng một đoạn nhỏ và buông. Chứng tỏ vật dao động điều hòa. Lập biểu thức chu kì.

$$ĐS: \quad a) \left(1 + \frac{l_1}{l_2}\right)\frac{mg}{k}$$

$$b) \; T = 2\pi\left(1 + \frac{l_2}{l_1}\right)\sqrt{\frac{m}{k}}$$

2.24* Một hệ cơ học có cấu tạo như hình vẽ. Lò xo có độ cứng k. Ròng rọc có khối lượng không đáng kể. Dây treo không dãn và không ma sát.



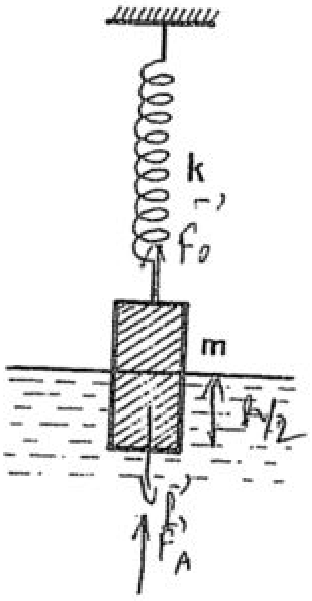
a) Xác định bộ biến dạng của lò xo khi hệ cân bằng.

b) Kéo m_2 xuống theo phương thẳng đứng một đoạn và buông. Chứng tỏ hệ dao động. Lập biểu thức của chu kì.

$$ĐS: \quad a) \; \frac{|m_1 - m_2|g}{k}$$

$$b) \; T = 2\pi\sqrt{\frac{m_1 + m_2}{k}}$$

2.25 Một con lắc lò xo chuyển động trong các điều kiện của hình vẽ. Lò xo có độ cứng k. Vật nặng đồng chất hình trụ có khối lượng m, tiết diện S. Khi vật cân bằng, một nửa chiều cao của hình trụ chìm trong nước có khối lượng riêng D.



x

O

Dịch vật khỏi vị trí cân bằng theo phương thẳng đứng một đoạn nhỏ hơn nửa chiều cao và buông nhẹ.

a) Bỏ qua lực cản và ma sát chỉ xét lực đẩy Acsimét; chứng tỏ vật dao động điều hòa.

b) Lập biểu thức của chu kì dao động.

$$ĐS: \text{ b) } T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{SDg + \cancel{m}\,k}}$$

2.26 Một dây cao su đàn hồi, khối lượng không đáng kể được treo vào điểm O. Chiều dài tự nhiên của dây là 10,0cm. Lực đàn hồi của dây cao su cũng tuân theo định luật Húc (Hooke). Gắn vào điểm cuối của dây vật nặng có khối lượng 100g. Độ dãn của dây là 2,5cm.

a) Kéo vật nặng khỏi vị trí cân bằng theo phương thẳng đứng xuống dưới để dây có chiều dài 15,0cm và buông nhẹ. Chứng tỏ vật dao động điều hòa. Tính chu kì dao động.

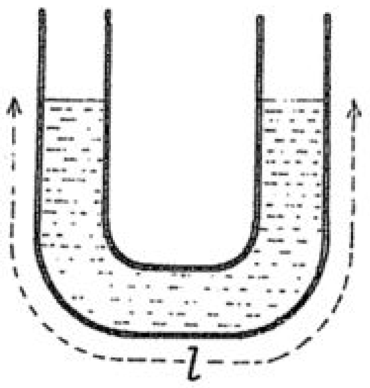
b) Làm lại thí nghiệm trên nhưng kéo vật hướng xuống thẳng đứng cho tới khi dây có chiều dài 17,5cm và buông. Khảo sát chuyển động của vật.

Thừa nhận khi dây cao su không còn căng, nó không ảnh hưởng gì đối với vật. Lấy $g = 10,0ms^{-2}$

ĐS : a) $T = 0,314s$

b) Dao động tuần hoàn. $T' = 0,383s$

2.27 Một chất lỏng chứa trong ống hình chữ U tiết diện đều. Ở trạng thái cân bằng, mực chất lỏng trong hai nhánh ngang nhau. Làm chênh lệch mực chất lỏng trong hai nhánh chút ít rồi để tự do. Bỏ qua tính nhớt của chất lỏng và ma sát.



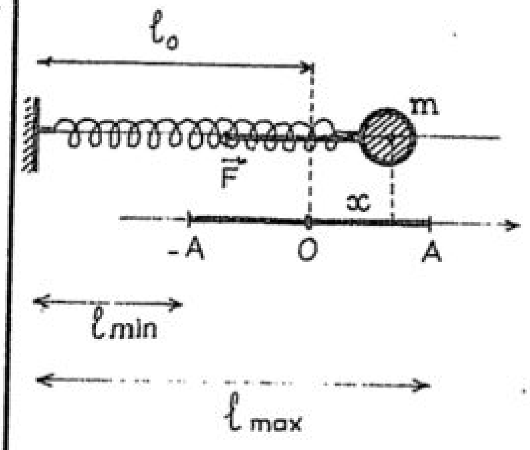
a) Hãy chứng tỏ chất lỏng trong ống dao động điều hòa. Tính chu kì dao động.

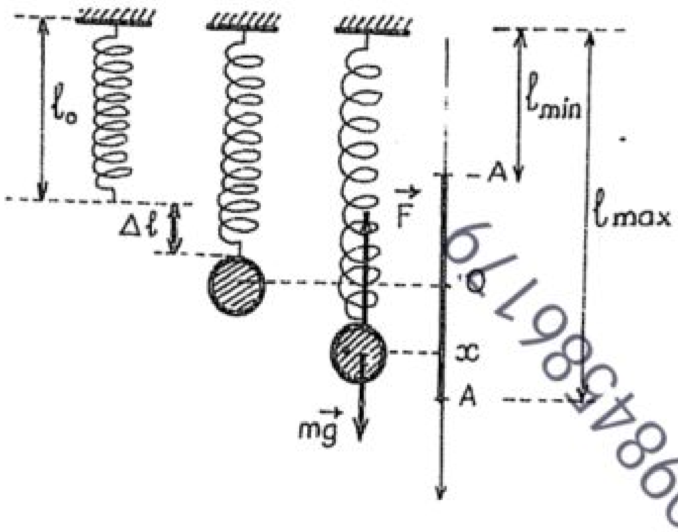
b) Giải lại bài toán trong trường hợp ống có một nhánh nghiêng góc α so với phương thẳng đứng.

ĐS : a) $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{2g}}$

b) $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g(1 + \cos\alpha)}}$

Bài toán 3 : Các phương trình của con lắc lò xo





1. Phương trình chuyển động

– Phương trình li độ :

$$x = A\sin(\omega t + \varphi)$$

– Phương trình vận tốc :

$$v = \omega A\cos(\omega t + \varphi)$$

– Phương trình gia tốc :

$$a = -\omega^2 x = -\omega^2 A\sin(\omega t + \varphi)$$

2. Biểu thức các lực

– Tổng lực :

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} = -k\vec{x}$$

– Lực đàn hồi :

* *dao động ngang*

$$\vec{F} = -k\vec{x}$$

* *dao động thẳng đứng*

$$\vec{F} = -(m\vec{g} + k\vec{x})$$

3. Các hệ quả

– Cực đại của vận tốc và gia tốc :

$$v_{max} = \omega A \; ; \; a_{max} = \omega^2 A$$

– Chiều dài cực đại và cực tiểu của lò xo dao động thẳng đứng :

$$l_{min} = (l_o + \Delta l) - A \quad ; \quad l_{max} = (l_o + \Delta l) + A$$

– Độ lớn cực đại và cực tiểu của lực đàn hồi của lò xo dao động thẳng đứng :

$$|\vec{F}|_{max} = mg + kA \quad ; \quad |\vec{F}|_{min} = \begin{cases} 0 & (A \geq \Delta l) \\ mg - kA & (A < \Delta l) \end{cases}$$

BÀI TẬP THÍ DỤ

3.1 Cho các phương trình dao động sau :

a) $x_1 = 4\cos 2\pi t$(cm)

b) $x_2 = -\sin t$(cm)

c) $x_3 = -5\cos 5t$(cm)

Với mỗi dao động, hãy xác định chu kì, biên độ, pha ban đầu của dao động.

LƯỢC GIẢI

Biến đổi (nếu cần) để đưa phương trình li độ về dạng :

$$x = A\sin(\omega t + \varphi)$$

So sánh để suy ra đại lượng cần tìm.

a) Ta có : $x_1 = 4\sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{2}\right)(\text{cm})$

Suy ra : $T_1 = \boxed{1\text{s}}$; $A_1 = \boxed{4\text{cm}}$; $\varphi_1 = \boxed{\frac{\pi}{2}}$

b) Ta có : $x_2 = \sin(t + \pi)(\text{cm})$

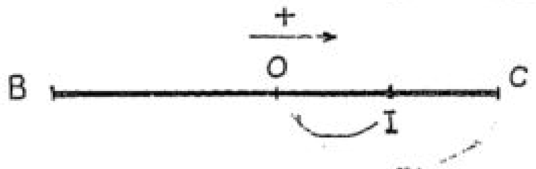
Suy ra : $T_2 = 2\pi\text{s} \approx \boxed{6{,}28\text{s}}$; $A_2 = \boxed{1\text{cm}}$; $\varphi_2 = \boxed{\pi}$

c) Ta có : $x_3 = 5\sin\left(5t - \frac{\pi}{2}\right)$ (cm)

Suy ra : $T_3 = \frac{2\pi}{5}\text{s} \approx \boxed{1{,}26\text{s}}$; $A_3 = \boxed{5\text{cm}}$; $\varphi_3 = \boxed{-\frac{\pi}{2}}$

3.2 Một vật dao động điều hòa chung quanh vị trí cân bằng O giữa hai điểm B và C theo phương trình :

$$x = A\sin\omega t$$



a) Xác định vị trí vật ở thời điểm gốc.

b) Vật chuyển động từ O đến C (lần thứ nhất) hết 1,2s. Tính thời gian vật chuyển động từ O đến trung điểm I của OC (lần thứ nhất).

LƯỢC GIẢI

a) Vị trí ở thời điểm gốc :

Ta có : $t = 0 \Rightarrow x = 0$: vị trí cân bằng.

Ở thời điểm gốc vật qua vị trí cân bằng.

b) Thời gian vật đi từ O đến I :

Gọi t_1, t_2 là các thời điểm vật từ O tới C, I lần thứ nhất

Ta có : $\begin{cases} A = A\sin\omega t_1 \Rightarrow \sin\omega t_1 = 1 \Rightarrow \omega t_1 = \dfrac{\pi}{2} \\ \dfrac{A}{2} = A\sin\omega t_2 \Rightarrow \sin\omega t_2 = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \omega t_2 = \dfrac{\pi}{6} \end{cases}$

Vậy : $\dfrac{t_2}{t_1} = \dfrac{1}{3}$ hay $t_2 = \dfrac{t_1}{3} = \boxed{0{,}40s}$

3.3 Một vật dao động điều hòa theo phương trình :

$x = 5\sin2\pi t$ (cm)

a) Xác định biên độ, chu kì, pha ban đầu của dao động

b) Lập biểu thức của vận tốc và gia tốc.

c) Tính vận tốc và gia tốc ở thời điểm $t = \dfrac{5}{12}s$. Nhận xét về tính chất chuyển động lúc đó.

LƯỢC GIẢI

a) Biên độ, chu kì, pha ban đầu :

So sánh với phương trình tổng quát ta suy ra :

$$A = 5cm\ ;\ T = 1s\ ;\ \varphi = 0$$

b) Vận tốc, gia tốc :

– Ta có :

$$v = x' = \omega A\cos2\pi t$$
$$= \boxed{10\pi\cos2\pi t(cm.s^{-1})}$$

– Biểu thức của gia tốc là :

$$a = -\omega^2 x$$
$$= \boxed{-20\pi^2\sin2\pi t(cm.s^{-2})}$$

c) Tính chất chuyển động :

Với $t = \dfrac{5}{12}$s ta có : $\begin{cases} v = -5\pi\sqrt{3}\text{cm.s}^{-1} \approx -27{,}2\text{cm.s}^{-1} \\ a = -10\pi^2\text{cm.s}^{-2} \approx -1{,}00\text{m.s}^{-2} \end{cases}$

Ta có : av > 0 : chuyển động *nhanh dần.*

3.4 Có các vật chuyển động theo các phương trình sau đây :

a) $x = 3\cos t + 1$ (cm)

b) $x = 2\sin^2\left(2\pi t + \dfrac{\pi}{4}\right)$ (cm)

c) $x = 8\sin\pi t + 6\cos\pi t$ (cm)

Hãy chứng tỏ các chuyển động là dao động điều hòa. Xác định biên độ dao động.

LƯỢC GIẢI

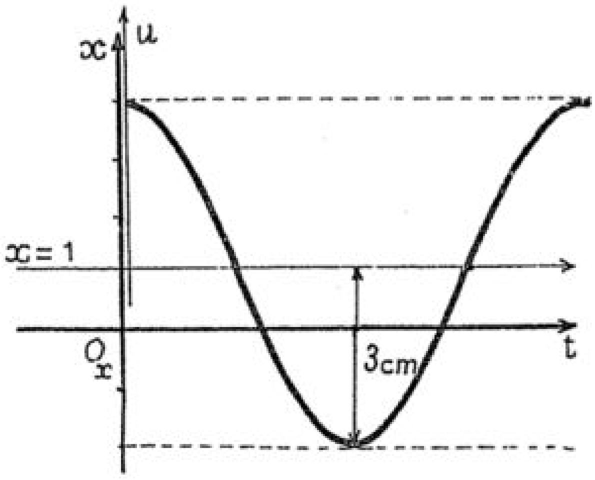
a) Trường hợp 1 :

Ta có : $x - 1 = 3\cos t$

Đặt : $x - 1 = u$. Ta suy ra :

$$u = 3\cos t$$

hay : $u = 3\sin\left(t + \dfrac{\pi}{2}\right)$ (cm)



Vật dao động điều hòa :

$\begin{cases} \text{– quanh vị trí cân bằng } x = 1\text{cm} \\ \text{– biên độ } A = 3\text{cm} \end{cases}$

b) Trường hợp 2

Ta có : $$x = 2\sin^2\left(2\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$$

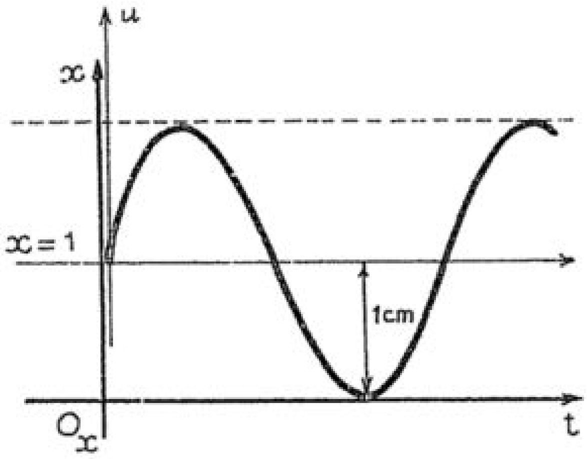
$$= 1 - \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Đặt : $x - 1 = u$ ta suy ra :

$$u = -\cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$$

hay : $u = \sin 4\pi t$ (cm)

Ta kết luận được là vật dao động điều hòa :



– quanh vị trí cân bằng $x = 1$cm
– biên độ $A = 1$cm

c) Trường hợp 3 :

Ta có : $x = 8\sin\pi t + 6\cos\pi t$

$$= 8\left[\sin\pi t + \frac{3}{4}\cos\pi t\right]$$

Đặt : $\operatorname{tg}\alpha = \frac{3}{4} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \Leftrightarrow \cos\alpha = \frac{4}{5}$; $\alpha \approx 37^0$

Vậy : $x = \frac{8}{\cos\alpha}\left[\sin\pi t.\cos\alpha + \cos\pi t.\sin\alpha\right]$

hay : $x = 10\sin(\pi t + \alpha)$ (cm)

Vật dao động điều hòa :

– quanh vị trí cân bằng $x = 0$
– biên độ $A = 10$cm.

3.5 Một vật dao động điều hòa với biểu thức li độ $x = 50\sin 2\pi t$ (mm). Hãy tính :

a) Giá trị cực đại của vận tốc và gia tốc. Các giá trị này đạt được khi vật có vị trí nào ?

b) Giá trị của vận tốc và gia tốc ứng với pha dao động $\frac{17\pi}{6}$.

LƯỢC GIẢI

a) Các giá trị cực đại :

Ta có :
$$v = x' = 100\pi\cos2\pi t(mm.s^{-1})$$
$$= 0,1\pi\cos2\pi t(m.s^{-1})$$

và
$$a = -\omega^2 x = -200\pi^2\sin2\pi t(mm.s^{-2})$$
$$= -0,2\pi^2\sin2\pi t(m.s^{-2})$$

Suy ra :
$$\begin{cases} v_{max} = 0,1\pi m.s^{-1} \approx \boxed{0,314m.s^{-1}} \\ a_{max} = 0,2\pi^2 m.s^{-2} \approx \boxed{1,97m.s^{-2}} \end{cases}$$

Ta cũng có :

$$\begin{cases} v_{max} \text{ được đạt tới khi } \cos2\pi t = 1 \Rightarrow \sin2\pi t = 0 \Rightarrow x = \boxed{0} \\ a_{max} \text{ được đạt tới khi } \sin2\pi t = -1 \Rightarrow x = \boxed{-50mm} \end{cases}$$

b) Vận tốc và gia tốc ứng với pha $\dfrac{17\pi}{6}$.

Với $2\pi t = \dfrac{17\pi}{6} = \left(2\pi + \dfrac{5\pi}{6}\right)$, ta có :

$$\begin{cases} v = 0,1\pi\cos\dfrac{5\pi}{6} = -\dfrac{0,1\pi\sqrt{3}}{2}(m.s^{-1}) \approx \boxed{-0,27(m.s^{-1})} \\ a = -0,2\pi^2\sin\dfrac{5\pi}{6} = -0,1\pi^2(m.s^{-2}) \approx \boxed{-0,97(m.s^{-2})} \end{cases}$$

3.6 Vật dao động điều hòa theo phương trình tổng quát :

$$x = A\sin(\omega t + \varphi)$$

a) Tính vận tốc trung bình trong một chu kì dao động.

b) Thiết lập hệ thức liên lạc giữa vận tốc và li độ.

c) Vẽ dạng đồ thị biểu diễn vận tốc theo li độ.

LƯỢC GIẢI

a) Vận tốc trung bình :

Ta tính vận tốc trung bình trong một chu kì dao động T.

Ta có : $s = 4A$

Vậy : $\bar{v} = \dfrac{s}{T} = \dfrac{4A}{T} = \dfrac{4\omega A}{2\pi}$

hay : $\bar{v} = \dfrac{2}{\pi}v_{max}$

$\dfrac{2}{\pi} \cdot \dfrac{4A\omega}{2}$

b) Hệ thức liên lạc giữa x và v :

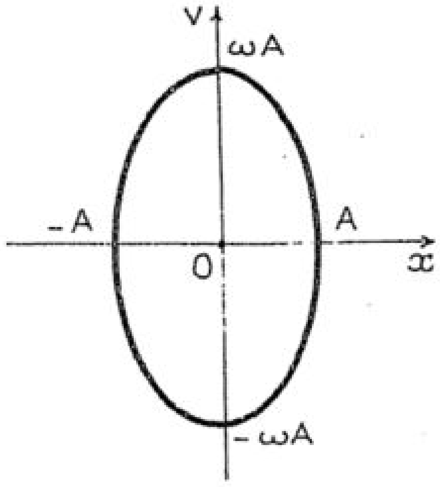
Ta có :

$$\begin{cases} x = A\sin(\omega t + \varphi) \\ v = \omega A\cos(\omega t + \varphi) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin(\omega t + \varphi) = \dfrac{x}{A} \\ \cos(\omega t + \varphi) = \dfrac{v}{\omega A} \end{cases}$$

Suy ra : $\dfrac{x^2}{A^2} + \dfrac{v^2}{\omega^2 A^2} = 1 \quad \Rightarrow \omega^2 x^2 + v^2 = \omega^2 A^2$

hay : $v^2 = \omega^2(A^2 - x^2)$

c) Đồ thị biểu diễn v theo x :



Hệ thức trên có dạng phương trình của elip :

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Ta có đồ thị biểu diễn v theo x như hình bên.

3.7 Vật có khối lượng m = 0,25kg treo vào lò xo có độ cứng $k = 10N.m^{-1}$.

a) Con lắc này dao động với biên độ A = 10,0cm. Tính giá trị cực đại của lực hồi phục và của lực đàn hồi (về độ lớn).

b) Tính lực hồi phục và lực đàn hồi của lò xo khi vật ở cách vị trí cân bằng 5,0cm. Biên độ dao động vẫn là 10,0cm.

c) Con lắc dao động với một biên độ khác. Lực đàn hồi của lò xo có độ lớn nhỏ nhất là 0,50N và là lực kéo. Tính biên độ dao động.

(Lấy $g = 10{,}0m.s^{-2}$)

LƯỢC GIẢI

a) Giá trị cực đại của các lực :

Ta có : $$\sum F = -kx = -kA\sin(\omega t + \varphi)$$

Suy ra : $(\sum F)_{max} = kA = 10.10,0.10^{-2} = 1,0(N)$

Ta cũng có : $m\vec{g} + \vec{F} = m\vec{a}$

Suy ra : $F = -(mg + kx)$

Vậy : $|\vec{F}|_{max} = mg + kA = 0,25.10,0 + 1,0 = \boxed{3,5(N)}$

b) Giá trị các lực ở vị trí vật có li độ $\pm 5,0cm$:

Theo đề : $x = \pm 5,0cm$. Ta suy ra :

$$\sum F = -kx = \mp 10.5,0.10^{-2} = \mp 0,50(N)$$

$$F = -(mg + kx) = -(0,25.10,0 \pm 10.5,0.10^{-2})$$
$$= \boxed{-3,0\ (N)} \text{ hoặc } \boxed{-2,0\ (N)}$$

c) Biên độ :

Vì F là lực kéo nên lò xo luôn có biến dạng dãn. Ta suy ra :

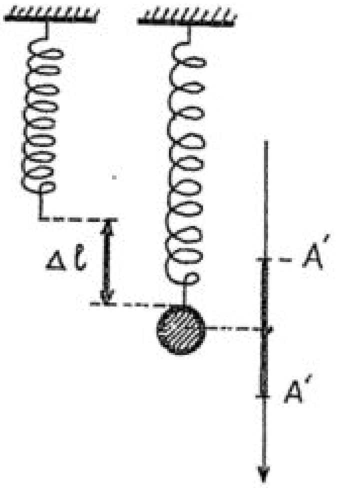
$$A' < \Delta l$$

Vậy : $|\vec{F}|_{min} = mg - kA'$

Do đó ta tính được :

$$A' = \frac{mg - |\vec{F}|_{min}}{k}$$

$$= \frac{0,25.10,0 - 0,50}{10} = \boxed{0,2(m)}$$



3.8 Vật dao động điều hòa với tần số $f = 2{,}0Hz$ và biên độ $A=20cm$. Lập phương trình chuyển động trong mỗi trường hợp sau :

a) Chọn gốc thời gian lúc vật qua vị trí cân bằng theo chiều dương.

b) Chọn gốc thời gian lúc vật qua vị trí có li độ + 10cm ngược chiều dương.

c) Chọn gốc thời gian lúc vật ở vị trí biên.

LƯỢC GIẢI

Ta có : $\omega = 2\pi f = 4\pi rd.s^{-1}$; $A = 20cm$

Suy ra các phương trình tổng quát :

$$\begin{cases} x = 20\sin(4\pi t + \varphi)(cm) \\ v = 80\pi\cos(4\pi t + \varphi)(cm.s^{-1}) \end{cases}$$

a) Trường hợp 1 :

Theo đề, $t = 0$: $\begin{cases} x = 0 \\ v>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin\varphi = 0 \\ \cos\varphi > 0 \end{cases} \Rightarrow \varphi = 0$

Vậy : $\boxed{x = 20\sin 4\pi t(cm)}$

b) Trường hợp 2 :

Theo đề, $t = 0$: $\begin{cases} x = 10cm \\ v < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin\varphi = \dfrac{1}{2} \\ \cos\varphi < 0 \end{cases} \Rightarrow \varphi = \dfrac{5\pi}{6}$

Vậy : $\boxed{x = 20\sin\left(4\pi t + \frac{5\pi}{6}\right)(cm)}$

c) Trường hợp 3 :

Theo đề, $t = 0$: $\quad x = \pm 20cm \quad (v = 0)$

$$\Rightarrow \quad \sin\varphi = \pm 1 \quad \Rightarrow \varphi = \pm\frac{\pi}{2}$$

Vậy : $\boxed{x = 20\sin\left(4\pi t \pm \frac{\pi}{2}\right)(cm)}$

3.9 Vật có khối lượng $m = 1,00kg$ treo vào lò xo có độ cứng $k = 400Nm^{-1}$.

Lập phương trình chuyển động cho mỗi trường hợp sau :

a) Đưa vật tới vị trí có li độ $x = +5,0cm$ và buông lúc $t = 0$.

b) Truyền cho vật ở vị trí cân bằng vận tốc

$v_0 = 1,0m.s^{-1}$ lúc $t = 0$.

c) Đưa vật tới vị trí có li độ $-4,0cm$ và truyền vận tốc

$v_0 = -0,8m.s^{-1}$ lúc $t = 0$.

(Lấy $\pi^2 \approx 10$)

LƯỢC GIẢI

Ta có : $\quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{400}{1,00}} = 20,0(rad.s^{-1})$

Suy ra các phương trình :

$$\begin{cases} x = A\sin(20t + \varphi) \\ v = 20A\cos(20t + \varphi) \end{cases}$$

a) Trường hợp 1 :

Theo đề $t = 0$: $\begin{cases} x = 5{,}0\text{cm} \\ v = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A\sin\varphi = 5{,}0 \\ \cos\varphi = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 5{,}0\text{cm} \\ \varphi = \dfrac{\pi}{2} \end{cases}$

Vậy : $$\boxed{x = 5{,}0\sin\left(20t + \frac{\pi}{2}\right)(\text{cm})}$$

b) Trường hợp 2 :

Theo đề $t = 0$: $\begin{cases} x = 0 \\ v = 1{,}0\text{ms}^{-1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin\varphi = 0 \\ A\cos\varphi = 5{,}0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varphi = 0 \\ A = 5{,}0\text{cm} \end{cases}$

Vậy : $$\boxed{x = 5{,}0\sin 20t\ (\text{cm})}$$

c) Trường hợp 3 :

Theo đề $t = 0$: $\begin{cases} x = -4{,}0\text{cm} \\ v = -0{,}8\text{m.s}^{-1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A\sin\varphi = -4{,}0 \\ A\cos\varphi = -4{,}0 \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{tg}\varphi = 1 \\ A^2 = 32 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varphi = \dfrac{5\pi}{4} \\ A = 4\sqrt{2}\text{cm} \approx 5{,}6\text{cm} \end{cases}$$

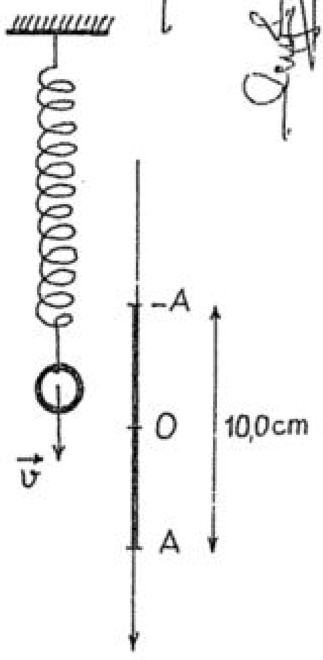
Vậy : $$\boxed{x = 5{,}6\sin\left(20t + \frac{5\pi}{4}\right)(\text{cm})}$$

3.10 Con lắc lò xo dao động thẳng đứng. Thời gian vật đi từ vị trí thấp nhất tới vị trí cao nhất cách nhau 10,0cm là 1,50s.

Chọn gốc thời gian là lúc vật có vị trí thấp nhất và chiều dương hướng xuống. Lập phương trình chuyển động.

LƯỢC GIẢI

– Ta có : $\begin{cases} \text{biên độ : } A = \dfrac{10,0}{2} = 5,0\text{cm} \\ \text{chu kì : } T = 2.1,50 = 3,00\text{s} \end{cases}$



Suy ra : $x = 5,0\sin\left(\dfrac{2\pi}{3}t + \varphi\right)$ (cm)

– Theo đề t = 0 : x = 5,0cm (v = 0)

$\Rightarrow 5,0\sin\varphi = 5,0 \Rightarrow \sin\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = \dfrac{\pi}{2}$

Vậy : $\boxed{x = 5,0\sin\left(\dfrac{2\pi}{3}t + \dfrac{\pi}{2}\right) \text{(cm)}}$

3.11 Vật có khối lượng m = 0,160kg được treo vào đầu dưới của một lò xo có độ cứng $k = 25,0\text{N.m}^{-1}$. Đầu trên của lò xo gắn vào một điểm cố định.

Ban đầu vật được giữ sao cho lò xo không biến dạng. Buông tự do để vật dao động điều hòa. Lập phương trình chuyển động. Chọn các điều kiện đầu tùy ý. Lấy $g = 10,0\text{m.s}^{-2}$

LƯỢC GIẢI

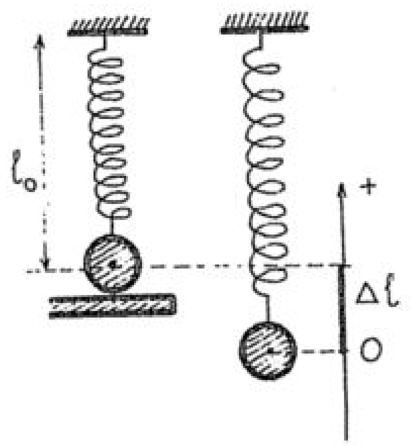
– Ta có : $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}} = \sqrt{\dfrac{25,0}{0,160}} = 12,5\text{rad.s}^{-1}$

Các phương trình tổng quát là :

$$\begin{cases} x = A\sin(12,5t + \varphi) \\ v = 12,5A\cos(12,5t + \varphi) \end{cases}$$

Ở vị trí cân bằng của vật, độ biến dạng của lò xo là :

$$\Delta l = \frac{mg}{k} = \frac{0,160.10,0}{25,0} = 0,064(m) hay 6,4(cm)$$



– Chọn chiều dương hướng lên. Chọn gốc thời gian lúc buông quả cầu.

Ta có :

$$t = 0 : \begin{cases} x = 6,4cm \\ v = 0 \end{cases}$$

Suy ra :

$$\begin{cases} A\sin\varphi = 6,40cm \\ \cos\varphi = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 6,4cm \\ \varphi = \dfrac{\pi}{2} \end{cases}$$

Vậy: $\boxed{x = 6,4\sin\left(12,5t + \frac{\pi}{2}\right)(cm)}$

3.12 Vật có khối lượng m treo vào lò xo có độ cứng k. Đầu trên của lò xo gắn vào một điểm cố định. Con lắc lò xo này dao động điều hòa với chu kì T. Trong quá trình dao động, chiều dài lò xo biến thiên từ l_1 đến l_2 .

a) Lập phương trình chuyển động của vật. Các điều kiện đầu được chọn tùy ý.

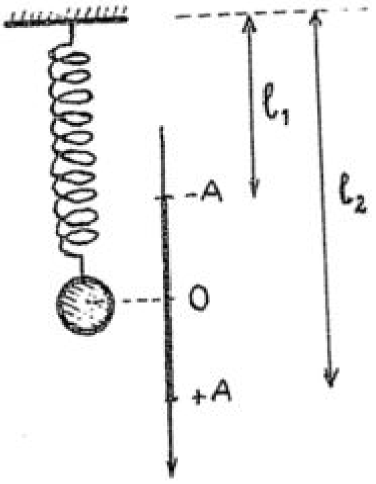
b) Định vận tốc và gia tốc của vật khi qua vị trí cân bằng và khi cách vị trí này đoạn d.

c) Định chiều dài tự nhiên của lò xo

(Các biểu thức có thể tính theo T hoặc m, k)

LƯỢC GIẢI

Ta có :



$$\begin{cases} \text{tần số góc : } \omega = \dfrac{2\pi}{T} \\ \text{biên độ : } A = \dfrac{l_2 - l_1}{2} \end{cases}$$

a) Phương trình chuyển động :

Các phương trình li độ và vận tốc có dạng :

$$\begin{cases} x = \dfrac{l_2 - l_1}{2} \sin\left(\dfrac{2\pi}{T} t + \varphi\right) \\ v = \dfrac{\pi(l_2 - l_1)}{T} \cos\left(\dfrac{2\pi}{T} t + \varphi\right) \end{cases}$$

Chọn gốc thời gian là lúc vật qua vị trí cân bằng theo chiều dương:

$$t = 0 : \begin{cases} x = 0 \\ v > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin\varphi = 0 \\ \cos\varphi > 0 \end{cases} \Rightarrow \varphi = 0$$

Vậy : $\boxed{x = \dfrac{l_2 - l_1}{2} . \sin\dfrac{2\pi}{T} t}$

b) Vận tốc và gia tốc :

– Ta có : $v^2 = \omega^2(A^2 - x^2)$

Do đó ta suy ra :

. Ở vị trí cân bằng : $x = 0 \Rightarrow |v_0| = \omega A$

hay : $v_0 = \pm \dfrac{\pi(l_2 - l_1)}{T}$

. Ở vị trí cách vị trí cân bằng đoạn d :

$$x = \pm d \Rightarrow |v| = \omega\sqrt{A^2 - d^2}$$

hay :
$$v = \pm\frac{2\pi}{T}\sqrt{\left(\frac{l_2 - l_1}{2}\right)^2 - d^2}$$

– Ta cũng có : $a = -\omega^2 x$

Do đó suy ra :

. Ở vị trí cân bằng : $x = 0 \Rightarrow a_0 = 0$

. Ở vị trí cách vị trí cân bằng đoạn d :

$$x = \pm d \Rightarrow a = \mp\ \omega^2 d$$

hay :
$$\boxed{a = \mp\ \frac{4\pi^2}{T^2}.d}$$

√ *c) Chiều dài tự nhiên :*

Chiều dài của lò xo ở vị trí cân bằng là :

$$l_{cb} = \frac{l_1 + l_2}{2}$$

Độ dãn của lò xo ở vị trí cân bằng được xác định bởi :

$$\Delta l = \frac{mg}{k}$$

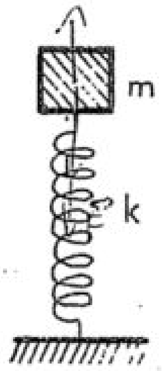
Suy ra chiều dài tự nhiên :

$$l_0 = l_{cb} - \Delta l = \frac{l_1 + l_2}{2} - \frac{mg}{k}$$

3.13 Vật có khối lượng m = 160g được gắn vào lò xo có độ cứng $k = 64{,}0N.m^{-1}$ đặt thẳng đứng.

a) Từ vị trí cân bằng, ấn vật xuống theo phương thẳng đứng đoạn 2,5cm và buông. Lập phương trình chuyển động. Tính lực tác dụng lớn nhất và nhỏ nhất của lò xo lên mặt đỡ.

b) Đặt thêm lên vật gia trọng $\Delta m = 90{,}0g$. Gia trọng tiếp xúc với vật theo mặt phẳng ngang. Chứng tỏ rằng biên độ dao động không thể vượt quá một giá trị giới hạn nếu muốn gia trọng không rời vật trong quá trình dao động.



(Lấy $g = 10{,}0m.s^{-2}$)

LƯỢC GIẢI

a) Phương trình chuyển động – lực nén :

– Ta có : $$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{64{,}0}{0{,}160}} = 20{,}0(rad.s^{-1})$$

Các phương trình li độ và vận tốc có dạng :

$$\begin{cases} x = A\sin(20t + \varphi) \\ v = 20{,}0A\cos(20t + \varphi) \end{cases}$$

Chọn t = 0 lúc buông. Ta có : t = 0 : $\begin{cases} x = 2{,}50cm \\ v = 0 \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} A\sin\varphi = 2{,}5 \\ \cos\varphi = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 2{,}5cm \\ \varphi = \dfrac{\pi}{2} \end{cases}$$

Vậy : $$\boxed{x = 2{,}50\sin\left(20t + \frac{\pi}{2}\right)(cm)}$$

– Độ biến dạng của lò xo ở vị trí cân bằng là :

$$\Delta l = \frac{mg}{k} = \frac{0{,}160.10{,}0}{64{,}0} = 2{,}5(\text{cm})$$

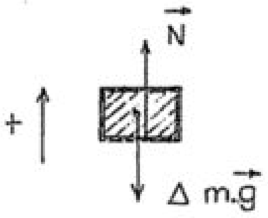
Lực tác dụng lên mặt đỡ là lực đàn hồi ứng với các chiều dài cực tiểu và cực đại của lò xo. Ta có :

$$\begin{cases} l_{min} : \Delta l_1 = (\Delta l + A) = 5{,}0\text{cm. Lực nén có độ lớn :} \\ \quad F_1 = k.\Delta l_1 = 64{,}0.5{,}0.10^{-2} = \boxed{3{,}2(\text{N})} \\ l_{max} : \Delta l_2 = (\Delta l - A) = 0.\text{ Suy ra :} \\ \quad F_2 = k.\Delta l_2 = \boxed{0} \end{cases}$$

b) Biên độ giới hạn :

Xét gia trọng trong tình trạng không rời vật. Nó dao động điều hòa cùng với vật. Ta có :

$$\Delta m.\vec{g} + \vec{N} = \Delta m.\vec{a'}$$



Suy ra : $\quad N - \Delta m.g = \Delta m.a'$

hay : $\quad N = \Delta m(a' + g)$

Để gia trọng không rời vật phải có điều kiện :

$$N > 0 \Rightarrow (a' + g) > 0 \Rightarrow a' > -g$$

Suy ra : $\quad -\omega'^2 x > -g \quad$ hay $\quad -\dfrac{k}{m + \Delta m}x > -g$

Điều kiện này được thỏa nếu :

$$\frac{k}{m + \Delta m}x_{max} = \frac{k}{m + \Delta m}A < g$$

hay : $\quad A < \dfrac{m + \Delta m}{k}g = A_{gh}$

Ta có : $\quad A_{gh} = \boxed{3{,}9\text{cm}}$

Chú ý : Có thể lí luận cách khác như sau :

Δm sẽ rời vật nếu $|a| > g$. Điều kiện này được thỏa nếu có :

$$a_{max} = \frac{k}{m + \Delta m} \cdot A > g \quad \Rightarrow \quad A > \frac{(m + \Delta m)}{k} g = A_{gh}$$

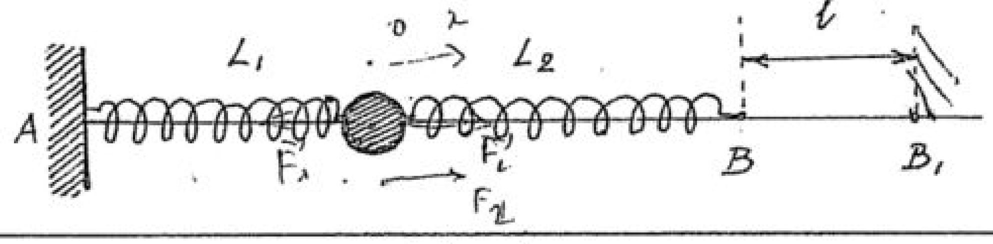
Do đó khi nào $A < A_{gh}$ thì gia trọng không rời vật.

3.14 Một quả cầu khối lượng m được mắc vào hai đầu của hai lò xo L_1, L_2 chưa bị biến dạng và có độ cứng lần lượt là k_1, k_2 . Vật có thể trượt không ma sát dọc theo thanh kim loại mảnh nằm ngang.

Đầu A của lò xo L_1 được giữ chặt. Giữ yên quả cầu và kéo dãn đầu B của lò xo L_2 đến B_1 rồi giữ chặt đầu này ở B_1 . Sau đó buông quả cầu tự do. Cho $BB_1 = l$.

a) Lập phương trình dao động của quả cầu.

b) Tìm vận tốc cực đại của quả cầu.

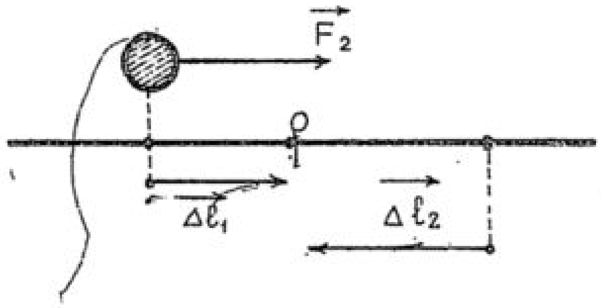


LƯỢC GIẢI

$\Delta l = \Delta l_{01} + \Delta l_{02}$

a) Phương trình dao động – Chu kì

Đặt $\vec{\Delta l_1}$, $\vec{\Delta l_2}$ lần lượt là độ biến dạng của các lò xo khi vật ở vị trí cân bằng :



Các lực đàn hồi là :

$$\begin{cases} \vec{F}_{01} = -k_1\vec{\Delta l}_1 \\ \vec{F}_{02} = -k_2\vec{\Delta l}_2 \end{cases}$$

$F_{01} = F_{02}$

Ta có :

$$\vec{F}_{01} + \vec{F}_{02} = -(k_1.\vec{\Delta l}_1 + k_2.\vec{\Delta l}_2) = \vec{0} \text{ (vì } \vec{P} + \vec{N} = \vec{0})$$

Xét vật ở vị trí bất kì có độ dịch chuyển $\vec{x}$ so với vị trí cân bằng. Các lực đàn hồi là :

$$\begin{cases} \vec{F}_1 = -k_1(\vec{\Delta l}_1 + \vec{x}) \\ \vec{F}_2 = -k_2(\vec{\Delta l}_2 + \vec{x}) \end{cases}$$

Tổng lực tác dụng là :

$$\sum\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \text{ (vì } \vec{P} + \vec{N} = \vec{0}\text{)}$$

$$= -\underbrace{(k_1\vec{\Delta l}_1 + fk_2\vec{\Delta l}_2)}_{\vec{0}} - (k_1 + k_2).\vec{x}$$

$$\Rightarrow \quad \sum\vec{F} = -(k_1 + k_2)\vec{x}$$

Áp dụng định luật II Niutơn ta có :

$$m\vec{a} = -(k_1 + k_2)\vec{x}$$

$$\Rightarrow \quad a = -\frac{k_1 + k_2}{m}x$$

hay : $$x'' = -\omega^2 x \qquad \left(\omega^2 = \frac{k_1 + k_2}{m}\right)$$

Vậy vật dao động điều hòa quanh vị trí cân bằng với tần số góc $\omega = \sqrt{\dfrac{k_1 + k_2}{m}}$.

Suy ra các phương trình :

$$\begin{cases} x = A\sin(\omega t + \varphi) \\ v = \omega A\cos(\omega t + \varphi) \end{cases}$$

Chọn $t = 0$ lúc buông vật và chiều dương là chiều từ vị trí cân bằng đến vị trí buông. Khoảng cách giữa hai vị trí này là Δl_1. Ta có:

$$\begin{cases} \Delta l_1 + \Delta l_2 = l \\ \dfrac{\Delta l_1}{k_2} = \dfrac{\Delta l_2}{k_1} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \quad \Delta l_1 = \frac{k_2}{k_1 + k_2} \cdot l$$

Vậy : t = 0 : $\begin{cases} x = \Delta l_1 \\ v = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A\sin\varphi = \Delta l_1 \\ \cos\varphi = 0 \end{cases}$

$$\varphi = \frac{\pi}{2} \; ; \; A = \Delta l_1 = \frac{k_2}{k_1 + k_2} \cdot l$$

Ta có phương trình dao động :

$$\boxed{x = \frac{k_2 l}{k_1 + k_2} \cdot \sin\left(\sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}} \cdot t + \frac{\pi}{2}\right)}$$

b) Vận tốc cực đại

Theo phương trình vận tốc tổng quát ta suy ra :

$$v_{max} = \omega A$$

$$= \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}} \cdot \frac{k_2 l}{k_1 + k_2}$$

$\frac{1}{2} < x < 1$

$x < \frac{3}{8}$

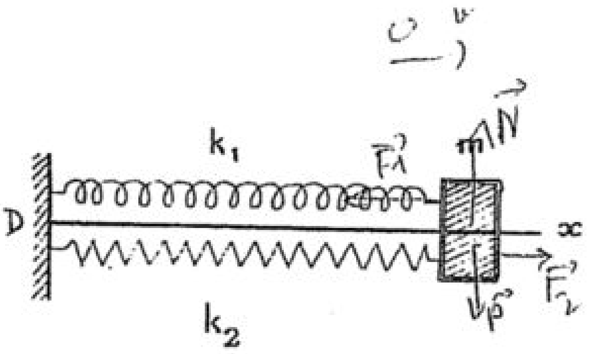
$x > 1$

hay : $$\boxed{v_{max} = \frac{k_2 l}{\sqrt{m(k_1 + k_2)}}}$$

$\frac{1}{2} < x <$

3.15 Hai lò xo độ cứng k_1, k_2 mỗi cái có một đầu gắn vào một bức tường thẳng đứng còn đầu kia gắn vào một vật khối lượng m chỉ có thể chuyển động dọc theo một thanh cứng Dx nằm ngang xuyên qua vật. Bỏ qua mọi ma sát.

Tại thời điểm ban đầu, lò xo k_1 bị kéo dãn thêm đoạn l_1 còn lò xo k_2 bị nén đoạn l_2. Thả vật tự do.

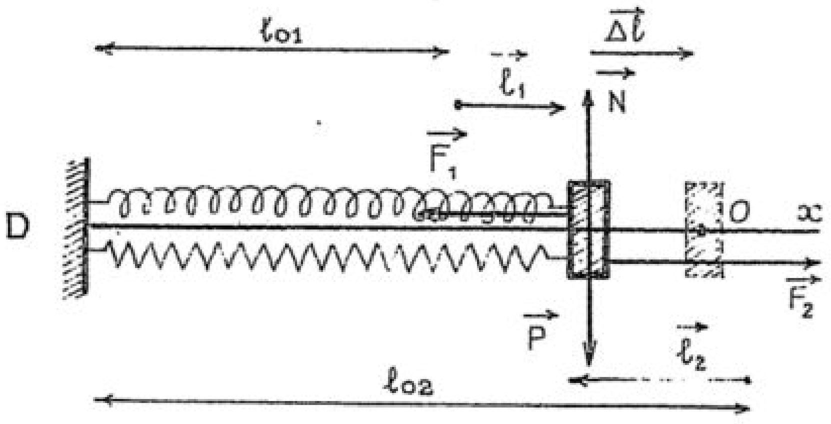


a) Lập phương trình dao động của vật. Suy ra chu kì.

b) Tìm vận tốc cực đại của vật trong quá trình dao động.

LƯỢC GIẢI

a) Phương trình dao động – Chu kì



Đặt $\vec{\Delta l}$ là độ *biến dạng thêm* của hai lò xo (kể từ vị trí ở thời điểm ban đầu) cho tới vị trí cân bằng. Khi vật cân bằng, các lực đàn hồi là :

$$\begin{cases} \vec{F}_{01} = -k_1(\vec{l_1} + \vec{\Delta l}) \\ \vec{F}_{02} = -k_2(\vec{l_2} + \vec{\Delta l}) \end{cases}$$

Do đó, ta có :

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{01} + \vec{F}_{02} = \vec{0}$$

Vì luôn có $\vec{P} + \vec{N} = \vec{0}$ ta suy ra :

$$\vec{F}_{01} + \vec{F}_{02} = -(k_1\vec{l_1} + k_2\vec{l_2}) - (k_1 + k_2).\vec{\Delta l} = \vec{0}$$

Xét vật ở vị trí bất kì có độ dịch chuyển $\vec{x}$ kể từ vị trí cân bằng. Các lực đàn hồi là :

$$\begin{cases} \vec{F}_1 = -k_1(\vec{l}_1 + \vec{\Delta l} + \vec{x}) \\ \vec{F}_2 = -k_2(\vec{l}_2 + \vec{\Delta l} + \vec{x}) \end{cases}$$

Tổng lực tác dụng lên vật là :

$$\sum\vec{F} = \underbrace{\vec{P} + \vec{N}}_{\vec{0}} + \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

$$= \underbrace{-(k_1\vec{l}_1 + k_2\vec{l}_2) - (k_1 + k_2).\vec{\Delta l}}_{\vec{0}} - (k_1 + k_2)\vec{x}$$

$$\Rightarrow \quad \sum\vec{F} = -(k_1 + k_2)\vec{x}$$

Áp dụng định luật II Niutơn ta có :

$$m\vec{a} = -(k_1 + k_2)\vec{x}$$

$$\Rightarrow \qquad a = -\frac{k_1 + k_2}{m}.x$$

hay $$x'' = -\omega^2 x \qquad \left(\omega^2 = \frac{k_1 + k_2}{m}\right)$$

Vật dao động quanh vị trí cân bằng với tần số góc :

$$\omega = \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}}$$

Ta có các phương trình của li độ và vận tốc :

$$\begin{cases} x = A\sin(\omega t + \varphi) \\ v = \omega A\cos(\omega t + \varphi) \end{cases}$$

Chọn $t = 0$ lúc buông vật và chiều dương là chiều từ vị trí cân bằng đến vị trí ban đầu, ta có :

$$t = 0 : \begin{cases} x = \Delta l \\ v = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A\sin\varphi = \Delta l \\ \cos\varphi = 0 \end{cases}$$

$$\text{Vậy : } \varphi = \frac{\pi}{2} \text{ ; } A = \Delta l = \frac{|k_1\vec{l_1} + k_2\vec{l_2}|}{k_1 + k_2} = \frac{|k_1 l_1 - k_2 l_2|}{k_1 + k_2}$$

Do đó, phương trình dao động là :

$$\boxed{x = \frac{|k_1 l_1 - k_2 l_2|}{k_1 + k_2} \sin\left(\sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}}\, t + \frac{\pi}{2}\right)}$$

Ta có chu kì :

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \boxed{2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}}}$$

b) Vận tốc cực đại

Từ phương trình tổng quát của vận tốc ta suy ra :

$$v_{max} = \omega A$$

$$= \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}} \cdot \frac{|k_1 l_1 - k_2 l_2|}{(k_1 + k_2)}$$

hay : $$\boxed{v_{max} = \frac{|k_1 l_1 - k_2 l_2|}{\sqrt{m(k_1 + k_2)}}}$$

BÀI TẬP LUYỆN TẬP

3.16 Một vật dao động điều hòa theo phương trình $x = A\sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \frac{\pi}{2}\right)$. Hãy định các thời điểm :

a) Vật qua vị trí cân bằng

b) Vật qua vị trí có li độ $\frac{A}{2}$ theo chiều dương

c) Vật có độ lớn vận tốc bằng $\frac{1}{2}v_{max}$

d) Vật có $|v| = |a|$

ĐS : a) $t = \left(k - \frac{1}{2}\right)\frac{T}{2}$; $k \geq 1$ b) $t = \left(k - \frac{1}{6}\right)T$; $k \geq 1$

c) $t = \left(k - \frac{1}{6}\right) \cdot \frac{T}{2}$; $k \geq 1$ d) $t = \left[\dfrac{\text{arctg}\,\dfrac{T}{2\pi}}{\pi + \left(k - \dfrac{1}{2}\right)}\right]\dfrac{T}{2}$

3.17 Ứng với pha dao động $\frac{3\pi}{5}$, li độ của một vật dao động điều hòa là 9,50cm. Tính biên độ dao động và li độ ứng với pha $\frac{5\pi}{3}$

ĐS : 10,0cm ; – 8,67cm

3.18 Vận tốc của một vật dao động điều hòa ứng với pha $\frac{\pi}{3}$ là 2,00m.s^{-1}. Tần số dao động là 2,0Hz. Hãy tính biên độ.

ĐS : 32cm

3.19 Ứng với pha dao động $\frac{\pi}{6}$, gia tốc của một vật dao động điều hòa có giá trị 30ms^{-2}. Tần số dao động là 5,0Hz. Hãy tính :

a) Biên độ dao động

b) Li độ và vận tốc ứng với pha nói trên.

ĐS : a) 6,0cm b) 3,0cm và 1,6ms^{-1}

3.20 Cho các phương trình dao động điều hòa sau đây :

a) $x = 4\cos 10\pi t (cm)$

b) $x = -5\sin 2\pi t (cm)$

c) $x = -4\sqrt{2}\cos\left(10t - \frac{\pi}{4}\right)(cm)$

Với mỗi phương trình, hãy xác định các điều kiện ban đầu và suy ra một cách kích thích dao động.

ĐS : a) $x_0 = 4cm$; $v_0 = 0$

b) $x_0 = 0$; $v_0 = -10\pi cm.s^{-1}$

c) $x_0 = -4cm$; $v_0 = -40cm.s^{-1}$

3.21 Vật có khối lượng m = 2,00kg treo vào một lò xo có độ cứng là k = 50,0Ncm^{-1} . Kéo vật khỏi vị trí cân bằng 0,03m theo phương thẳng đứng và truyền vận tốc 2,00$m.s^{-1}$ cùng phương.

a) Tính biên độ dao động.

b) Tính giá trị cực đại vận tốc của vật, lực hồi phục và lực đàn hồi của lò xo lúc đó.

c) Lập phương trình chuyển động. Chọn gốc thời gian lúc vật có li độ + 0,05m.

ĐS : a) 5cm

b) 2,50ms^{-1} ; 0; 20,0N

c) $x = 5\sin\left(50t + \frac{\pi}{2}\right)(cm)$

$10\pi t - \frac{\pi}{2} + \pi$

$10\pi t + \frac{\pi}{2}$

50 N/cm .

50N/0,01m =

3.22 Lập phương trình chuyển động của vật dao động điều hòa trong mỗi trường hợp sau đây :

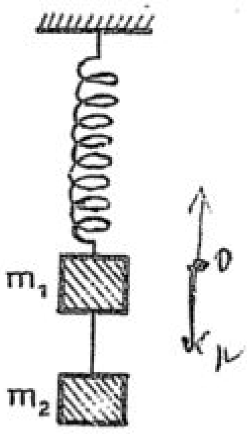
a) Quĩ đạo có độ dài 12,0cm. Lúc t = 0 vật qua vị trí cân bằng với vận tốc $37{,}2\text{cm.s}^{-1}$. (Lấy $\pi = 3{,}1$)

b) Biên độ là 10cm, tần số là 0,5Hz. Gia tốc của chuyển động ở thời điểm t = 1s là $1{,}00\text{ms}^{-2}$. (Lấy $\pi^2 = 10$)

ĐS : a) $x = 6{,}0\sin 2\pi t\,(\text{cm})$

b) $x = 10\sin(\pi t + \frac{\pi}{2})\,(\text{cm})$

3.23 Con lắc lò xo có cấu tạo như hình vẽ. Cho biết :



$k = 100\text{Nm}^{-1}$; $m_1 = m_2 = 1{,}00\text{kg}$;

$g = 10{,}0\text{ms}^{-2}$

Khi hệ cân bằng :

a) Tính độ dãn của lò xo.

b) Đốt dây nối hai vật m_1 và m_2 . Lập phương trình chuyển động của mỗi vật.

ĐS : a) $\Delta l = 20{,}0\text{cm}$

b) $x_1 = 10{,}0\sin\left(10t + \frac{\pi}{2}\right)(\text{cm})$; $x_2 = 5{,}0t^2(\text{m})$

3.24* Một lò xo có chiều dài tự nhiên $l_0 = 20{,}0\text{cm}$. Một đầu của lò xo gắn vào điểm O cố định. Treo vào lò xo vật có khối lượng $m = 100\text{g}$. Khi vật cân bằng lò xo dài 24,0cm.

Kéo vật xuống thẳng đứng cho tới khi lò xo có chiều dài 30,0cm rồi thả ra.

a) Lập phương trình dao động của vật. Tính vận tốc và gia tốc của vật khi qua vị trí cân bằng và khi cách vị trí này 2,0cm.

b) Treo thêm vào lò xo gia trọng $\Delta m = 60\text{g}$ trước khi kéo giống như trên. Lập phương trình chuyển động của hệ hai vật và tính vận tốc, gia tốc của chúng khi lò xo có chiều dài 28,4cm.

(Lấy $\pi^2 = 10; g = 10{,}0\text{ms}^{-2}$)

ĐS : a) $x = 6{,}0\sin\left(5\pi t + \frac{\pi}{2}\right)(\text{cm})$

$94{,}2\text{cm.s}^{-1}$; $\pm 88{,}8\text{cm.s}^{-1}$; 0 ; $\pm 5{,}00\text{m.s}^{-2}$

?

b) $x = 3{,}6\sin\left(12{,}5\pi t + \frac{\pi}{2}\right)(\text{cm})$

$37{,}4\text{cm.s}^{-1}$; $-3{,}13\text{m.s}^{-2}$

3.25* Vật có khối lượng $m = 250\text{g}$ treo vào một lò xo có độ cứng $k = 25{,}0\text{Nm}^{-1}$. Từ vị trí cân bằng truyền cho vật vận tốc $v_0 = 40\text{cm.s}^{-1}$ theo phương thẳng đứng.

a) Lập phương trình chuyển động. Tính độ lớn cực đại và cực tiểu của lực đàn hồi trong quá trình dao động.

b) Vật gồm hai khối cùng khối lượng chồng lên nhau theo mặt phẳng ngang. Nếu muốn hai khối luôn gắn vào nhau trong quá trình dao động thì vận tốc v_0 phải thỏa điều kiện gì ? (Lấy $g = 10{,}0ms^{-2}$)

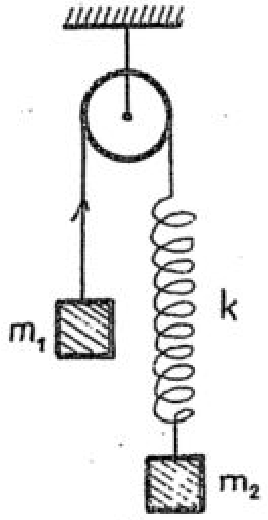
ĐS : a) $x = 4{,}0\sin 10t(cm)$; 1,50N ; 3,50N

b) $v < 1{,}00ms^{-1}$

3.26* Hai lò xo có các độ cứng k_1 và k_2 được nối với nhau thành một lò xo dài. Một đầu của lò xo ghép này gắn vào một bức tường thẳng đứng, đầu kia gắn vào một vật khối lượng m có thể trượt không ma sát trên mặt phẳng nằm ngang. Ban đầu vật được giữ ở vị trí sao cho lò xo k_1 bị dãn đoạn l_1 trong khi lò xo k_2 bị nén đoạn l_2 . Buông hệ tự do. Chứng tỏ vật dao động điều hòa. Lập biểu thức của chu kì và biên độ dao động.

$$ĐS: \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}} \; ; \; A = \frac{|k_2 l_2 - k_1 l_1|}{k_1 + k_2}$$

3.27* Một hệ cơ học có cấu tạo như hình vẽ. Khối lượng của ròng rọc, lò xo và dây treo không đáng kể. Chuyển động không ma sát. Ban đầu các vật được giữ để lò xo có chiều dài tự nhiên l_0 . Buông hệ tự do.



Chứng tỏ vật treo vào lò xo sẽ dao động điều hòa. Lập biểu thức của biên độ dao động. Cho biết : $m_2 > m_1$; lò xo có độ cứng k.

$$ĐS: A = \frac{(m_2 - m_1)}{(m_2 + m_1)^2} \cdot m_1 m_2 g \, .$$

0,5
0,5
b) 2,5

$v^2 = \omega^2 (A^2 - x^2)$
$= 100 (A^2 - x^2)$

Bài toán 4 : Năng lượng dao động của con lắc lò xo

Các bài toán liên quan đến năng lượng dao động của con lắc lò xo có thể giải bằng cách áp dụng những kết quả sau đây.

1. Năng lượng dao động – Sự chuyển hóa năng lượng

$= \frac{1}{2} m v^2$

$= \frac{1}{2} k x^2$

– *Biểu thức :*

$$E = E_đ + E_t = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}m\omega^2A^2$$

– *Sự chuyển hóa :*

$$\Delta E = 0 \Leftrightarrow \Delta E_đ = -\Delta E_t$$

– *Ứng dụng :* Chứng minh dao động điều hòa bằng phương trình bảo toàn cơ năng.

$$F_{ms} = 0 \Leftrightarrow E = \text{const}$$

$$\frac{dE}{dt} = 0 \Leftrightarrow mv.\frac{dv}{dt} + kx.\frac{dx}{dt} = 0$$

hay : $$x'' = -\frac{k}{m}x = -\omega^2 x$$

2. Va chạm với vật dao động

– *Va chạm không đàn hồi (va chạm mềm) :*

$\Delta(m\vec{v}) = \vec{0}$ (bảo toàn động lượng)

– *Va chạm đàn hồi :*

$\Delta(m\vec{v}) = \vec{0}$; $\Delta E_đ = 0$ (bảo toàn động lượng và động năng)

BÀI TẬP THÍ DỤ

4.1 Vật có khối lượng $m = 1{,}0kg$ gắn vào lò xo có độ cứng $k = 100Nm^{-1}$. Hệ dao động với biên độ $A = 10{,}0cm$.

a) Tính năng lượng dao động.

b) Tính vận tốc lớn nhất của vật. Vận tốc này đạt tới ở vị trí nào của vật ?

c) Định vị trí của vật tại đó động năng và thế năng của vật bằng nhau.

LƯỢC GIẢI

a) Năng lượng dao động :

Ta có : $$E = \frac{1}{2}kA^2 = \boxed{0{,}5\,.\,10^{-2}J}\,.\quad = \frac{1}{2}.100\,(0{,}1)^2$$

b) Vận tốc :

Vận tốc lớn nhất của vật được tính như sau :

$$(E_đ)_{max} = E = \frac{1}{2}mv^2_{max} \Rightarrow v_{max} = \sqrt{\frac{2E}{m}} = \boxed{0{,}1m.s^{-1}} \qquad 1(m/s)$$

Khi vận tốc lớn nhất, thế năng nhỏ nhất. Ta có :

$$E_t = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = \boxed{0} : \textit{vị trí cân bằng}$$

c) Vị trí vật tại đó $E_đ = E_t$

Ta có : $$2E_t = E \quad \Rightarrow \quad kx^2 = \frac{1}{2}kA^2$$

Suy ra : $$x = \pm\frac{A}{\sqrt{2}} = \pm 5{,}0.\sqrt{2} \approx \boxed{\pm 7{,}0(cm)} \qquad = \pm 0{,}\frac{1}{\sqrt{2}}.$$

4.2 Vật có khối lượng $m = 1{,}00kg$ gắn vào lò xo có độ cứng $k = 25{,}0N.cm^{-1}$. Tính biên độ dao động của hệ trong mỗi trường hợp sau :

a) Truyền cho vật vận tốc $v_0 = 2{,}00m.s^{-1}$ theo phương của trục lò xo từ vị trí cân bằng.

b) Đưa vật tới vị trí cách vị trí cân bằng đoạn $x_0 = 0{,}03m$ và truyền vận tốc v_0 như trên.

LƯỢC GIẢI

Ta có : $$E = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kA^2$$

a) Trường hợp 1 :

Theo trên ta có : $$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}kA_1^2$$

Suy ra : $$A_1 = v_0\sqrt{\frac{m}{k}} = 2{,}00\sqrt{\frac{1{,}00}{25{,}0.10^2}} = 0{,}04(m) = \boxed{4(cm)}$$

b) Trường hợp 2 :

Tương tự trên ta cũng có :

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + \frac{1}{2}kx_0^2 = \frac{1}{2}kA_2^2$$

Suy ra : $$A_2 = \sqrt{x_0^2 + \frac{m}{k}v_0^2} = \sqrt{9.10^{-4} + \frac{1{,}00}{25{,}0.10^2}(2{,}00)^2}$$

$$= \sqrt{25.10^{-4}} = 0{,}05(m) = \boxed{5(cm)}$$

4.3 Vật có khối lượng m = 2,00kg gắn vào lò xo dao động điều hòa với chu kì $T \approx \frac{2\pi}{3}$s và biên độ A = 10,0cm.

a) Tính năng lượng dao động.

b) Chọn gốc thời gian là lúc vật ở vị trí biên. Lập biểu thức của động năng và thế năng của hệ.

LƯỢC GIẢI

a) Năng lượng dao động :

Ta có : $E = \frac{1}{2}m\omega^2A^2 = \frac{1}{2}.m.\frac{4\pi^2}{T^2}.A^2 = \frac{1}{2}.2,00.\frac{4\pi^2}{4\pi^2}.9.10,0^2.10^{-4}$

$E = 0,09\ (J)$

b) Biểu thức của động năng, thế năng :

Theo các điều kiện đầu ta định được : $\varphi = \pm\frac{\pi}{2}$

Suy ra : $\begin{cases} E_đ = 0,09\cos^2\left(3t \pm \frac{\pi}{2}\right)(J) \\ E_t = 0,09\sin^2\left(3t \pm \frac{\pi}{2}\right)(J) \end{cases}$

4.4 Lò xo có chiều dài tự nhiên 20,0cm. Đầu trên của lò xo được giữ cố định. Treo vào đầu dưới của lò xo vật có khối lượng m = 100g. Khi vật cân bằng lò xo có chiều dài 22,5cm.

a) Từ vị trí cân bằng, kéo vật thẳng đứng hướng xuống cho tới khi lò xo dài 26,5cm và buông không vận tốc đầu. Tính năng lượng dao động của hệ và động năng của hệ lúc vật ở cách vị trí cân bằng 2,0cm.

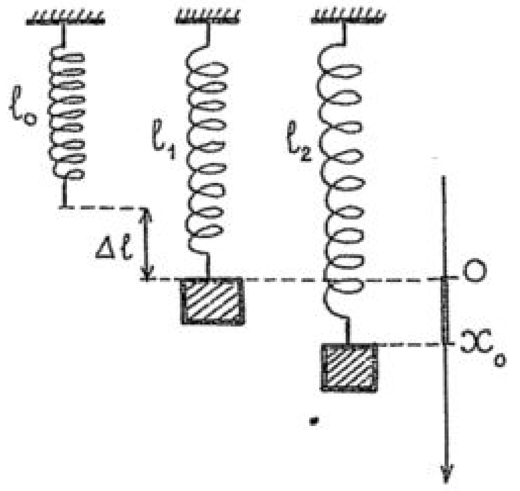
b) Thực hiện lại công việc trên nhưng treo thêm vào lò xo một gia trọng $\Delta m = 20g$ trước khi kéo cho lò xo có độ dài 26,5cm và buông. Tính năng lượng dao động của hệ và động năng lúc lò xo có chiều dài 25,0m.

(Lấy $g = 10{,}0m.s^{-2}$).

LƯỢC GIẢI

a) Năng lượng dao động và động năng trong trường hợp 1 :

– Ta có : $\Delta l = l_1 - l_0 = 22{,}5 - 20{,}0 = 2{,}5(cm)$



Hệ số đàn hồi của lò xo là :

$$k = \frac{mg}{\Delta l} = \frac{0{,}100.10{,}0}{2{,}5.10^{-2}} = 40(Nm^{-1})$$

Độ dịch chuyển bạn đầu của vật kể từ vị trí cân bằng :

$$x_0 = l_2 - l_1 = 26{,}5 - 22{,}5 = 4{,}0(cm)$$

Suy ra năng lượng dao động của hệ:

$$E = \frac{1}{2}kx_0^2 = \frac{1}{2}.40{,}0.4{,}0^2.10^{-4} = 32.10^{-3}(J) = \boxed{32(mJ)}$$

– Ta chứng tỏ được biên độ của dao động là : $A = 4{,}0cm$

Vị trí cách vị trí cân bằng 2,0cm có li độ $x = \pm 2{,}0cm$.

Ta có : $$v^2 = \omega^2(A^2 - x^2)$$

Do đó : $$E_d = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2(A^2 - x^2) = \frac{1}{2}k(A^2 - x^2)$$

$$= \frac{1}{2}.40.(4{,}0^2 - 2{,}0^2).10^{-4} = 24.10^{-3} = \boxed{24(mJ)}$$

b) Năng lượng dao động và động năng trong trường hợp 2 :

– Độ dãn của lò xo ở vị trí cân bằng có thêm gia trọng :

$$\Delta l' = \frac{(m + \Delta m)g}{k} = \frac{0,120.10,0}{40,0} = 3,0(cm)$$

Suy ra độ dịch chuyển của vật kể từ vị trí cân bằng lúc buông :

$$x'_0 = l_2 - l'_1 = 26,5 - (20,0 + 3,0) = 3,5(cm)$$

– Ta suy ra tương tự như trên :

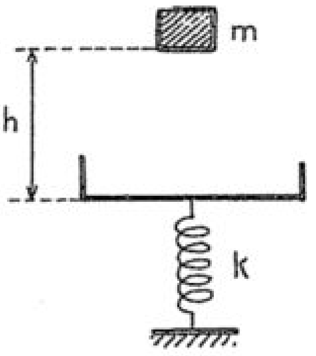
* Năng lượng dao động :

$$E' = \frac{1}{2}kx'^2_0 = \frac{1}{2}.40,0.3,5^2.10^{-4} = \boxed{24,5(mJ)}(\approx 25mJ)$$

* Động năng của vật ở vị trí cách vị trí cân bằng 2cm :

$$E'_đ = \frac{1}{2}(m + \Delta m)v'^2 = \frac{1}{2}k(A'^2 - x^2) = \boxed{16,5(mJ)}(\approx 17mJ)$$

4.5 Vật có khối lượng m rơi tự do từ độ cao h lên một đĩa cân gắn vào một lò xo thẳng đứng có độ cứng k. Khi chạm vào đĩa, vật gắn chặt vào đĩa (va chạm mềm). Bỏ qua khối lượng đĩa cân.



a) Chứng tỏ chuyển động của vật sau va chạm là dao động điều hòa. Suy ra chu kì dao động.

b) Lập biểu thức của biên độ.

LƯỢC GIẢI

a) Tính chất của chuyển động. Chu kì :

– Vận tốc của vật khi va chạm và gắn vào đĩa :

$$v_0 = \sqrt{2gh}$$

– Độ biến dạng của lò xo khi vật đặt trên đĩa cân bằng :

$$\Delta l = \frac{mg}{k}$$

Cơ năng toàn phần mà con lắc lò xo nhận được khi va chạm xảy ra :

$$E_0 = \frac{1}{2}mv_0^2 + \frac{1}{2}k\Delta l^2$$

Hê kín không ma sát nên cơ năng bảo toàn. Ta suy ra :

$$E_đ + E_t = E_0 = \text{const}$$

hay : $$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \text{const}$$

Lấy đạo hàm hai vế theo thời gian ta có :

$$mvv' + kxx' = 0$$

Ta có : $$\begin{cases} x' = v \\ v' = x'' \end{cases}$$

Vậy : $v[mx'' + kx] = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x'' = -\frac{k}{m}x = -\omega^2 x$

Hệ dao động điều hòa. Ta suy ra biểu thức chu kì :

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

b) Biên độ dao động :

Bảo toàn cơ năng dao động cho :

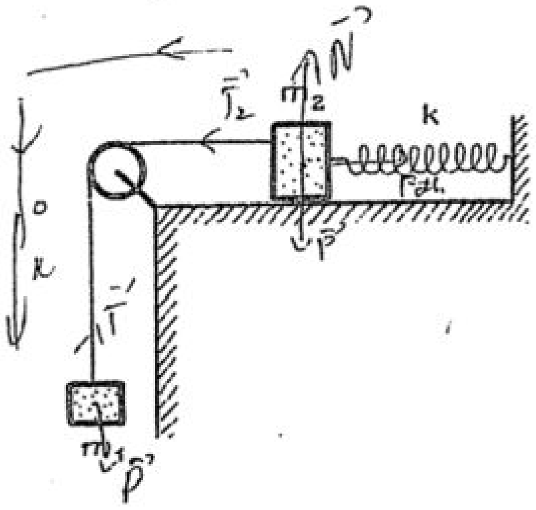
$$E = \frac{1}{2}A^2 = E_0 = mgh + \frac{(mg)^2}{2k}$$

Ta suy ra : $A = \frac{mg}{k}\sqrt{1 + \frac{2kh}{mg}}$

4.6 Hệ có cấu tạo như hình vẽ. Cho biết $m_1 = m_2 = 200g$; $k = 50Nm^{-1}$; $g = 10{,}0m.s^{-2}$. Bỏ qua ma sát và khối lượng ròng rọc.

a) Tính độ dãn của lò xo khi hệ cân bằng.

b) Từ vị trí cân bằng, kéo m_1 xuống 10,0cm theo phương thẳng đứng và buông. Giả sử m_2 vẫn còn ở trên mặt phẳng nằm ngang, hãy chứng tỏ hệ dao động điều hòa. Tính chu kì dao động và vận tốc của vật khi lò xo có chiều dài tự nhiên.

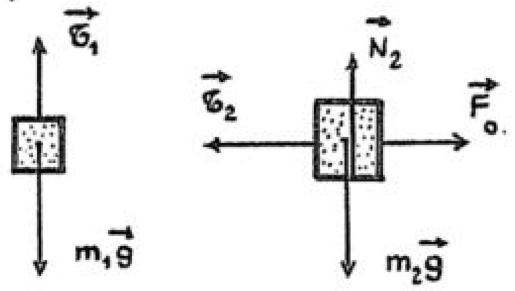


LƯỢC GIẢI

a) Độ dãn của lò xo khi hệ cân bằng :

Ta có :

$$\mathcal{T}_2 = \mathcal{T}_1 = m_1g = k.\Delta l$$



Suy ra :

$$\Delta l = \frac{m_1g}{k} = \frac{0{,}200.10{,}0}{50} = \boxed{4{,}0(cm)}$$

b) Tính chất của chuyển động – Chu kì – Vận tốc :

– Cơ năng cung cấp cho hệ :

$$E_0 = \frac{1}{2}kx_0^2$$

Hệ kín, không ma sát nên cơ năng bảo toàn.

$$E = E_đ + E_t = E_0 = \text{const}$$

hay : $$\frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \text{const}$$

Lấy đạo hàm hai vế theo t ta được :

$$x'' = -\frac{k}{m_1 + m_2}\cdot x = -\omega^2 x$$

Vậy vật dao động điều hòa.

– Ta có chu kì :

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m_1 + m_2}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{0,400}{50}} \approx \boxed{0,56(s)}$$

– Khi lò xo có chiều dài tự nhiên, vật có li độ là : $\pm \Delta l$.

Ta có vận tốc : $$v = \pm\omega\sqrt{A^2 - x^2}$$

A được xác định bởi :

$$E_0 = \frac{1}{2}kx_0^2 = \frac{1}{2}kA^2$$

$$A = x_0 = 10,0\text{cm}$$

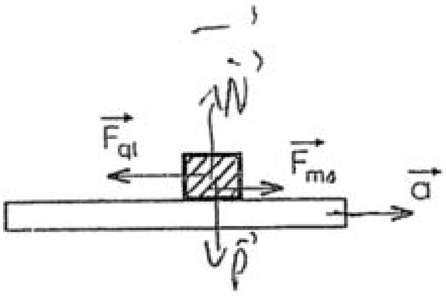
Vậy :

$$v = \pm\frac{50}{0,400}(0,100^2 - 0,040^2) = \boxed{\pm 1,05(m.s^{-1})}(\approx 1,1m.s^{-1})$$

4.7 Một tấm ván nằm ngang trên đó có đặt một vật tiếp xúc phẳng. Tấm ván dao động điều hòa theo phương ngang với biên độ A = 10,0cm. Khi chu kì dao động T < 1,00s thì vật trượt trên tấm ván. Tính hệ số ma sát trượt giữa vật và tấm ván. (Lấy $\pi^2 = 10$ và $g = 10{,}0 m.s^{-2}$).

LƯỢC GIẢI

– Đối với hệ quy chiếu gắn với tấm ván, vật chịu tác dụng của các lực :



$m\vec{g}, \vec{N}, \vec{F}_{ms}, \vec{F}_{qt}$

Ta luôn có : $m\vec{g} + \vec{N} = \vec{0}$.

– Khi vật cân bằng (tương đối) trên tấm ván ta có :

$$\vec{F}_{ms} + \vec{F}_{qt} = \vec{0}$$

hay :

$$\vec{F}_{ms} - m\vec{a} = \vec{0}$$

Ta suy ra :
$$F_{ms} = ma = -m\omega^2 x = -\frac{4\pi^2 m}{T^2} \cdot x$$

Vì vật không trượt đối với tấm ván, $\vec{F}_{ms}$ là lực ma sát nghỉ, ta có:

$$|\vec{F}_{ms}| \leq \mu N = \mu mg$$

Do đó :
$$T^2 \geq \frac{4\pi^2}{\mu g} \cdot |x|$$

Muốn điều kiện này luôn được nghiệm đúng, phải có :

$$T^2 \geq \frac{4\pi^2}{\mu g} \cdot |x|_{max} = \frac{4\pi^2}{\mu g} A$$

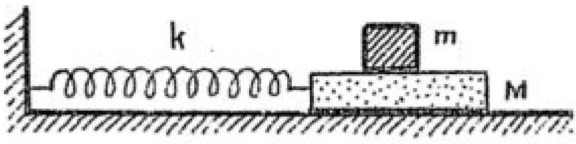
hay : $$T \geq 2\pi\sqrt{\frac{A}{\mu g}} = T_0$$

Từ kết quả này ta suy ra điều kiện để vật trượt là : $T < T_0$

– Theo đề bài, vật trượt khi $T < 1s = T_0$. Ta suy ra :

$$\mu = \frac{4\pi^2 A}{gT_0^2} = \frac{4.10.10{,}0.10^{-2}}{10{,}0.1{,}00^2} = \boxed{0{,}40}$$

4.8 Hệ dao động điều hòa trên mặt phẳng ngang và có cấu tạo như hình vẽ. Vật M trượt không ma sát trên mặt phẳng với chu kì $T = 0{,}80s$.



Vật m đặt trên vật M theo mặt tiếp xúc phẳng. Hệ số ma sát giữa hai vật là $\mu = 0{,}25$. Lấy $g = 10{,}0ms^{-2}$ và $\pi^2 = 10$.

Tìm biên độ dao động lớn nhất của M để vật m không trượt.

LƯỢC GIẢI

Lí luận tương tự bài trên ta suy ra điều kiện :

$$\frac{4\pi^2 m}{T^2}|x| \leq \mu mg$$

hay : $$|x| \leq \frac{\mu g T^2}{4\pi^2}$$

Điều kiện này luôn được thỏa nếu có :

$$|x|_{max} = A \le \frac{\mu g T^2}{4\pi^2}$$

$$\text{Do đó : } A_{max} = \frac{\mu g T^2}{4\pi^2} = \frac{0{,}25.10{,}0.0{,}80^2}{4.10} = \boxed{4{,}0(cm)}$$

BÀI TẬP LUYỆN TẬP

4.9 Một lò xo có chiều dài tự nhiên $l_0 = 20{,}0$cm. Đầu trên của lò xo gắn vào một điểm cố định. Treo vào đầu dưới của lò xo một vật có khối lượng m = 400g. Khi cân bằng, lò xo có chiều dài $l = 25{,}0$cm.

a) Từ vị trí cân bằng, truyền cho vật vận tốc $v_0 = 0{,}70 m.s^{-1}$ theo phương thẳng đứng. Chứng tỏ vật sẽ dao động điều hòa. Tính chiều dài lớn nhất và nhỏ nhất của lò xo trong quá trình dao động.

b) Lấy hai lò xo giống lò xo trên và nối với nhau thành một lò xo dài gấp đôi. Treo vật m vào để có một con lắc lò xo mới. Cung cấp cho hệ này cùng một cơ năng như trường hợp trên. Tính chiều dài lớn nhất và nhỏ nhất của lò xo trong quá trình dao động lần này.

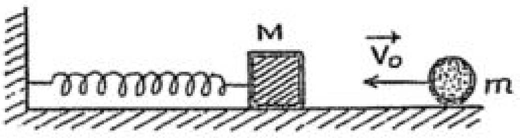
(Lấy $g \approx 9{,}80 m.s^{-2}$)

ĐS : a) 5,0cm; $20{,}0cm \le l \le 30{,}0cm$

b) $43{,}0cm \le l \le 57{,}0cm$.

4.10 Một con lắc lò xo có cấu tạo như hình vẽ. Đạn có khối lượng m được bắn với vận tốc $\vec{v_0}$ nằm ngang tới va chạm với vật M. Sau va chạm hệ dao động điều hòa.

Hãy lập biểu thức của chu kì dao động và biên độ trong mỗi trường hợp sau :



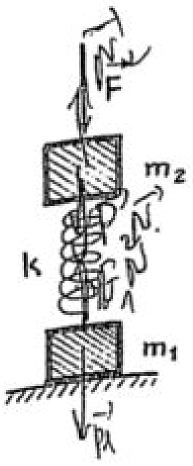
a) Va chạm tuyệt đối đàn hồi.

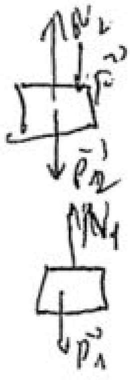
b) Va chạm tuyệt đối không đàn hồi (va chạm mềm).

ĐS : a) $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{M}{k}}$; $A = \dfrac{2m}{m + M}\sqrt{\dfrac{M}{k}}v_0$

b) $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{M + m}{k}}$; $A = \dfrac{mv_0}{\sqrt{k(m + M)}}$

4.11 Hai khối có khối lượng $m_1 = 3{,}60$kg và $m_2 = 6{,}40$kg được gắn với nhau nhờ lò xo có độ cứng $k = 1{,}60.10^3 Nm^{-1}$ bố trí thẳng đứng như hình vẽ. Tác dụng lực nén $\vec{F}$ thẳng đứng hướng xuống lên khối m_2. Cho F = 96,0N.





a) Tính độ biến dạng của lò xo lúc hệ cân bằng.

b) Ngừng tác dụng lực nén $\vec{F}$ đột ngột. Hãy chứng tỏ khối m_2 dao động điều hòa. Tính chu kì dao động và lực nén cực đại, cực tiểu của m_1 lên mặt đỡ.

c) Để cho khối m_1 không bị nhấc lên khỏi mặt đất thì độ lớn của lực $\vec{F}$ phải thỏa điều kiện nào ?

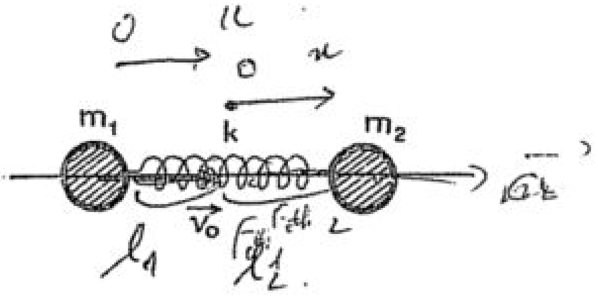
(Lấy $g = 10,0 m.s^{-2}; \pi^2 = 10$)

ĐS : a) 10,0cm

b) $T = 0,400s$; 196N và 4N

c) $F < (m_1 + m)g = 100N$

4.12* Một hệ cơ học gồm hai quả cầu có các khối lượng $m_1 = 1,00kg$ và $m_2 = 2,00kg$ có thể trượt không ma sát dọc theo một thanh cứng nằm ngang. Hai quả cầu được nối với nhau bằng một lò xo có độ cứng $k = 24,0N.m^{-1}$. Truyền cho quả cầu m_1, đang nằm yên, vận tốc đầu $v_0 = 12,0cm.s^{-1}$ theo phương của thanh trượt.



a) Chứng tỏ hệ dao động điều hòa. Tính chu kì.

b) Tính năng lượng dao động. Suy ra biên độ dao động.

ĐS : a) $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m_1 m_2}{k(m_1 + m_2)}} = 1,05s$

b) $E = 4,80mJ; A_1 = 1,3cm; A_2 = 0,7cm$

4.13* Một lò xo có chiều dài tự nhiên $l_0 = 20,0cm$. Vật có khối lượng $m = 100g$. Lò xo có đầu trên được gắn vào một điểm cố định. Treo vật vào đầu dưới. Khi hệ cân bằng lò xo dài 22,5cm. Từ vị trí cân bằng kéo vật xuống thẳng đứng tới khi lò xo dài 26,5cm và buông nhẹ.

a) Viết phương trình dao động của vật.

b) Độ lớn của lực đàn hồi lò xo biến thiên trong các giới hạn nào khi vật dao động ?

c) Khi vật lên tới vị trí cao nhất và dừng lại, đặt nhẹ nhàng lên vật một gia trọng $\Delta m = 20g$. Chứng tỏ hệ hai vật dao động điều hòa. Tính biên độ dao động và giới hạn biến thiên của độ lớn lực đàn hồi.

(Lấy $g = 10,0m.s^{-2}$)

ĐS : a) $x = 4,0\sin\left(4t + \frac{\pi}{2}\right)$ (cm)

b) $0 \leq F \leq 2,60N$

c) $A = 4,5cm; 0 \leq F \leq 3,00N$

4.14* Treo vật có khối lượng M = 1,00kg vào lò xo. Lò xo dãn thêm 5,0cm

$k = 2$. $Mg = k\Delta l$ → $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 0,44(s)$
→ $k = 200$

a) Tính chu kì dao động của con lắc lò xo được tạo bởi hệ nói trên.

$mg + kA = 12 + 200$.

b) Vật M được giữ ở vị trí cân bằng. Đặt một vật khác có khối lượng m = 0,20kg lên vật M rồi buông không vận tốc đầu. Tính lực đàn hồi lớn nhất của lò xo khi hệ dao động.

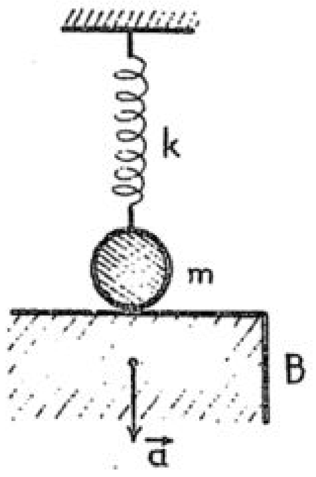
c) Vật M lại được đưa về vị trí cân bằng. Đưa vật m lên cao khoảng h = 10,0cm so với vật M rồi buông vật m rơi tự do. Sau khi va chạm với M thì vật m nẩy lên $\frac{1}{5}$ độ cao ban đầu và được giữ lại còn vật M dao động điều hòa.

Trong quá trình dao động, lực đàn hồi lớn nhất của lò xo là 12,0N. Tính nội năng hệ thu được do va chạm.

(Lấy $g = 10,0ms^{-2}$ và $\pi^2 = 10$)

ĐS : a) $T \approx 0,44s$ b) 14N c) 0,15J

4.15* Con lắc lò xo gồm vật nặng có khối lượng $m = 1,00kg$ gắn vào lò xo có độ cứng $k = 100Nm^{-1}$. Lúc đầu vật được đặt trên giá đỡ B sao cho lò xo ở trạng thái không co dãn. Cho giá đỡ chuyển động hướng xuống với gia tốc không đổi $a = 2,00m.s^{-2}$ và không vận tốc đầu.



a) Tính thời gian vật rời giá đỡ kể từ lúc giá đỡ bắt đầu chuyển động.

b) Chứng tỏ sau khi rời giá đỡ vật dao động điều hòa. Tính chu kì và biên độ dao động. (Lấy $\pi = 3,14$)

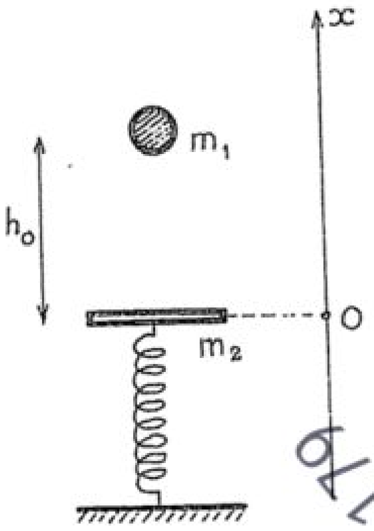
(Thi giỏi Vật lí - 1989)

ĐS : a) $t = 0,280s$

b) $T = 0,628s$; $A = 17cm$

4.16 Một viên bi có khối lượng $m_1 = m$ được thả không vận tốc đầu từ độ cao h_0 xuống một đĩa có khối lượng $m_2 = 3m$ ban đầu đứng yên. Đĩa gắn với lò xo. Va chạm là hoàn toàn đàn hồi. Bi nẩy lên, rơi xuống, lại va chạm vào đĩa; lần va chạm thứ hai này xảy ra sau lần thứ nhất một khoảng thời gian bằng $\frac{T}{2}$ (T là chu kì dao động của đĩa).

a) Sau lần va chạm thứ hai, bi nẩy lên độ cao h_2 bằng bao nhiêu ? (Tính từ vị trí ban đầu của đĩa chọn làm gốc O của trục thẳng đứng Ox).



b) Tính (theo h_0 và gia tốc rơi tự do g) chu kì và biên độ dao động của đĩa.

c) Hiện tượng tiếp tục xảy ra như thế nào ? (Bỏ qua sức cản của không khí).

d) Cho $h_0 = 1\text{m}$; $g = 9{,}8\text{m.s}^{-2}$. Vẽ trên cùng một hệ trục các đường biểu diễn $x_b = f(t)$ và $x_đ = g(t)$; x_b và $x_đ$ là tọa độ trên trục x của bi và đĩa. Ghi các thời điểm va chạm (lấy 3 va chạm; gốc thời gian là lúc thả bi).

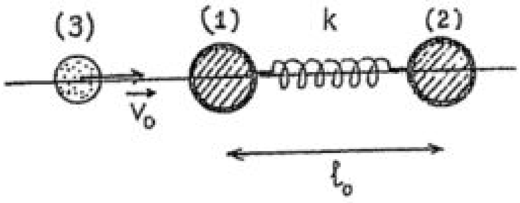
Chú thích : Khi xét va chạm, coi hệ các vật tương tác là kín.

ĐS : a) $h_2 = h_0$ b) $T = 2\sqrt{\dfrac{2h_0}{g}}$; $A = \dfrac{h_0}{\pi}$

c) Sau hai va chạm kể từ lúc buông bi, hiện tượng lặp lại như cũ.

√

4.17* Ba quả cầu có thể trượt không ma sát trên một thanh cứng nằm ngang. Quả cầu (1) và (2) có cùng khối lượng m được nối với nhau bằng lò xo có chiều dài tự nhiên l_0 và độ cứng k. Quả cầu (3) có khối lượng $\frac{m}{2}$ và có vận tốc $\vec{v_0}$ tới va chạm đàn hồi với quả cầu (1).



a) Chứng minh sau va chạm, các quả cầu (1) và (2) sẽ dao động điều hòa. Suy ra biểu thức của chu kì dao động.

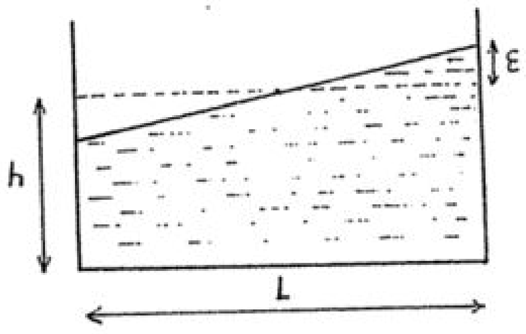
b) Tính khoảng cách lớn nhất giữa hai quả cầu (1) và (2).

ĐS : a) $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{2k}}$

b) $l_{max} = l_0 + \dfrac{v_0}{3}\sqrt{\dfrac{2m}{k}}$

4.18* Ở một số hồ nước dài và hẹp, đôi khi ta quan sát được hiện tượng dao động của toàn thể khối nước giống như nước trà sóng sánh qua lại trong tách khi bưng ra mời khách.

Để khảo sát hiện tượng này (gọi là *Seiching*) người ta dùng một chậu hình chữ nhật có bề dài L chứa nước tới độ sâu h. Giả sử ban đầu mặt nước được làm nghiêng một lượng ε rất nhỏ so với h. Hãy lập biểu thức của chu kì dao động của nước.



(Trích đề thi Vật lí Quốc tế 1984)

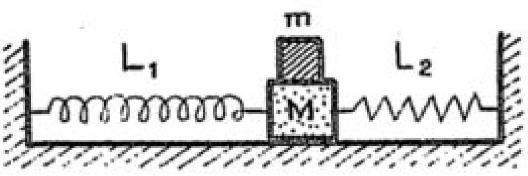
ĐS : $T = \dfrac{\pi}{\sqrt{3}} \cdot \dfrac{L}{\sqrt{gh}}$

4.19* Vật có khối lượng m_1 gắn vào lò xo có độ cứng k dao động không ma sát trên mặt phẳng ngang với biên độ A.

Khi lò xo dãn dài nhất và vật m_1 có vận tốc tức thời bằng 0, đặt vật có khối lượng m_2 lên trên m_1. Mặt tiếp xúc giữa hai vật phẳng, nằm ngang. Hỏi hệ số ma sát μ giữa hai vật phải thỏa điều kiện gì để vật m_2 không trượt trên vật m_1?

$$ĐS: \mu > \frac{kA}{(m_1 + m_2)g}$$

4.20* Hai lò xo L_1 và L_2 có các hệ số đàn hồi là $k_1 = 400Nm^{-1}$ và $k_2 = 200Nm^{-1}$ được gắn với vật có khối lượng $M = 6,00kg$ như hình vẽ.



Vật có thể trượt không ma sát trên mặt phẳng ngang.

a) Từ vị trí cân bằng, kéo vật theo trục lò xo cho L_1 dãn thêm 4,0cm. Khi đó L_2 bị nén 1,0cm. Buông vật đồng thời truyền cho vật vận tốc $v_0 = 40,0cm.s^{-1}$ theo phương trục lò xo. Tính chu kì và biên độ dao động.

b) Đặt vật thứ hai có khối lượng m = 3,375kg lên vật M. Hai vật có mặt tiếp xúc phẳng, nằm ngang. Kích thích hệ dao động theo các điều kiện như trên. Hệ số ma sát μ giữa hai vật phải thỏa điều kiện nào thì vật m không trượt trên vật M ? Lấy $g = 9,80m.s^{-2}$

ĐS : a) 0,628s ; 6,0cm b) $\mu > 0,44$

- *Giải lại các bài tập từ 2.13 đến 2.26 bằng phương pháp áp dụng định luật Bảo toàn cơ năng.*

Bài toán 5 : **Con lắc lò xo trong hệ quy chiếu không quán tính**

Xét con lắc lò xo trong hệ quy chiếu có gia tốc $\vec{a}_0$ đối với hệ quy chiếu quán tính.

. *Lực tác dụng :*

- Trọng lực ($m\vec{g}$)
- Lực đàn hồi ($\vec{F}$)
- Lực quán tính ($\vec{F}_{qt} = -m\vec{a}_0$)

. *Xét vật ở trạng thái cân bằng :*

$$m\vec{g} + \vec{F}_{qt} + \vec{F}_0 = \vec{0}$$

⇒ Độ biến dạng : $\Delta\vec{l} = -\dfrac{\vec{F}_0}{k}$

Xét vật ở vị trí có độ dịch chuyển $\vec{x}$ kể từ vị trí cân bằng:

Tổng lực : $\sum\vec{F} = m\vec{g} + \vec{F}_{qt} + \vec{F} = -k\vec{x}$

⇒ Chu kì dao động : $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$

BÀI TẬP THÍ DỤ

5.1 Con lắc lò xo gồm vật nặng có khối lượng m = 1,00kg gắn vào lò xo có độ cứng k = $100Nm^{-1}$. Một đầu của lò xo treo trong thang máy. Chiều dài tự nhiên của lò xo là l_0 = 30,0cm.

a) Tính chiều dài của lò xo khi vật cân bằng không dao động trong mỗi trường hợp sau :

– Thang máy chuyển động đều

– Thang máy chuyển động với gia tốc có độ lớn $\frac{g}{5}$

– Thang máy đứt dây, rơi tự do.

b) Thang máy đang đứng yên, cho con lắc dao động. Sau đó thang máy có chuyển động như sau :

– Đi lên theo ba giai đoạn : nhanh dần đều với gia tốc có độ lớn $\frac{g}{5}$, đều, rồi chậm dần đều với gia tốc cũng có độ lớn $\frac{g}{5}$.

– Rơi tự do vì đứt dây cáp.

Hãy tính chu kì dao động trong mỗi giai đoạn chuyển động.

(Cho g = $10,0m.s^{-2}$; $\pi^2 = 10$)

LƯỢC GIẢI

Ta xét chuyển động của con lắc lò xo trong hệ quy chiếu gắn với thang máy.

a) Chiều dài lò xo :

Khi vật không dao động, nó ở trạng thái cân bằng (trong hệ quy chiếu gắn với thang máy).

Ta có : $$m\vec{g} + \vec{F}_{qt} + \vec{F}_0 = \vec{0}$$

– Khi thang máy chuyển động đều : $\vec{a} = \vec{0}$; $\vec{F}_{qt} = \vec{0}$

$$m\vec{g} + \vec{F}_0 = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \quad k.\Delta l_1 = mg$$

Độ biến dạng : $\Delta l_1 = \dfrac{mg}{k} = \dfrac{1{,}00.10{,}0}{100} = 0{,}100(m)$

Chiều dài lò xo : $l_1 = l_0 + \Delta l_1 = 40{,}0cm$

– Khi thang máy có gia tốc $\vec{a}$ hướng lên (lên nhanh dần đều hoặc xuống chậm dần đều), ta có :

$$m\vec{g} - m\vec{a} + \vec{F}_0 = \vec{0}$$

Chiếu lên trục *hướng lên :*

$$F_0 - mg - ma = 0$$

hay : $$F_0 = m(g + a)$$

$$\Rightarrow \quad k.\Delta l_2 = m(g + a)$$

Độ biến dạng : $\Delta l_2 = \dfrac{m(g + a)}{k} = \dfrac{1{,}00.12{,}0}{100} = 0{,}120(m)$

Chiều dài lò xo : $l_2 = l_0 + \Delta l_2 = 42{,}0cm$

– Khi thang máy có gia tốc $\vec{a}$ hướng xuống (lên chậm dần đều hoặc xuống nhanh dần đều), ta có :

$$m\vec{g} - m\vec{a} + \vec{F}_0 = \vec{0}$$

Chiếu lên trục *hướng xuống :*

$$mg - ma - F_0 = 0$$

hay : $$F_0 = m(g - a)$$

$$\Rightarrow \quad k.\Delta l_3 = m(g - a)$$

Độ biến dạng : $\Delta l_3 = \dfrac{m(g-a)}{k} = \dfrac{1{,}00.8{,}0}{100} = 0{,}080(m)$

Chiều dài lò xo : $l_3 = l_0 + \Delta l_3 = 38{,}0cm$

– Khi thang máy rơi tự do : $\vec{a} = \vec{g}$, ta có :

$$m\vec{g} - m\vec{a} + \vec{F}_0 = \vec{0}$$

$$\vec{F}_0 = \vec{0}\text{: lò xo không biến dạng.}$$

Chiều dài lò xo : $l_4 = l_0 = 30{,}0cm.$

b) Chu kì dao động :

– Khi vật không dao động trong thang máy chuyển động, ta có :

$$m\vec{g} + \vec{F}_{qt} + \vec{F}_0 = \vec{0}$$

hay : $$m\vec{g} - m\vec{a} - k.\vec{\Delta l} = \vec{0}$$

Xét vật ở vị trí có độ dịch chuyển $\vec{x}$ kể từ vị trí cân bằng không dao động, tổng lực tác dụng là :

$$\sum\vec{F} = m\vec{g} + \vec{F}_{qt} + \vec{F}$$

$$= m\vec{g} - m\vec{a} - k(\vec{\Delta l} + \vec{x})$$

hay : $$\sum\vec{F} = -k.\vec{x} : \text{ lực hồi phục}$$

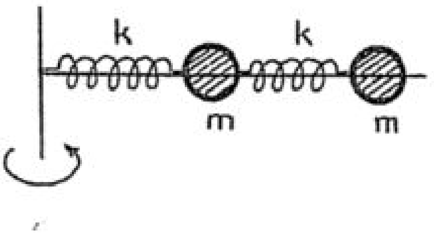
– Vật dao động điều hòa với chu kì sau đây trong tất cả trường hợp :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{1,00}{100}} \approx 0,628(s)$$

5.2 Một lò xo có chiều dài tự nhiên $l_0 = 20,0$cm. Khi treo vật có khối lượng m = 100g thì chiều dài của lò xo khi hệ cân bằng đo được 24,0cm.

a) Tính chu kì dao động tự do của hệ.

b) Lấy hai lò xo giống như lò xo kể trên và bố trí một hệ cơ học như hình vẽ. Hai vật có thể trượt không ma sát trên thanh ngang. Quay hệ quanh trục thẳng đứng với tần số n = 0,50 vòng.s^{-1}. Tính chiều dài của mỗi lò xo. Lấy $\pi^2 = 10$; $g = 10,0m.s^{-2}$



LƯỢC GIẢI

a) Chu kì dao động tự do :

Ta có : $\Delta l = 24,0 - 20,0 = 4,0(cm)$

Suy ra hệ số đàn hồi của lò xo :

$$k = \frac{mg}{\Delta l} = \frac{0,100.10,0}{4,0.10^{-2}} = 25,0(Nm^{-1})$$

Vậy chu kì dao động tự do là :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{0,100}{25,0}} \approx \boxed{0,40(s)}$$

b) Chiều dài các lò xo :

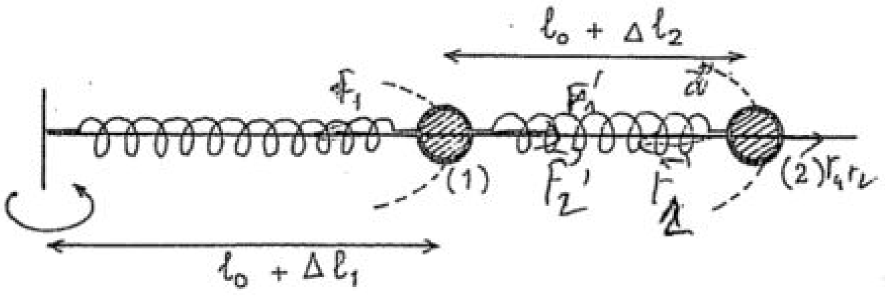
Theo đề, ta có vận tốc góc của chuyển động quay là :

$$\omega = 2\pi n = \pi (\text{rd.s}^{-1})$$

Hai vật có chuyển động tròn đều trong đó luôn có :

$$m\vec{g} + \vec{N} = \vec{0}$$

Xét sự cân bằng của hai quả cầu trong hệ quy chiếu gắn với chúng.



– Với quả cầu (2). $\vec{F}_2 + (\vec{F}_{qt})_2 = \vec{0}$

$$\Rightarrow \qquad k.\Delta l_2 = m\omega^2(2l_0 + \Delta l_1 + \Delta l_2)$$

hay : $$(k - m\omega^2)\Delta l_2 - m\omega^2\Delta l_1 = 2m\omega^2 l_0 \qquad (1)$$

–Với quả cầu (1) : $\vec{F}_1 + \vec{F'}_2 + (\vec{F}_{qt})_1 = \vec{0}$

$$\Rightarrow \qquad \vec{F}_1 - \vec{F}_2 + (\vec{F}_{qt})_1 = \vec{0}$$

Suy ra : $$k.\Delta l_1 = k.\Delta l_2 + m\omega^2(l_0 + \Delta l_1)$$

hay : $$(k - m\omega^2)\Delta l_1 - k\Delta l_2 = m\omega^2 l_0 \qquad (2)$$

Theo các giá trị số ta có :

$$\begin{cases} 24\Delta l_2 - \Delta l_1 = 0{,}4 \\ 24\Delta l_1 - 25\Delta l_2 = 0{,}2 \end{cases}$$

Giải, ta được : $\Delta l_2 \approx 1{,}8\text{cm}$; $\Delta l_1 \approx 2{,}7\text{cm}$

Vậy các độ dài là :

$$l_2 = l_0 + \Delta l_2 \approx \boxed{21{,}8\text{cm}}$$

$$l_1 = l_0 + \Delta l_1 \approx \boxed{22{,}7\text{cm}}$$

5.3 Một con lắc lò xo dao động thẳng đứng. Vật có khối lượng m = 0,200kg. Trong 20,0s con lắc thực hiện được 50 dao động.

a) Tính độ cứng của lò xo.

b) Vật không dao động. Quay lò xo quanh trục thẳng đứng qua điểm treo ở đầu trên. Vật vạch một đường tròn nằm ngang hợp với trục lò xo góc 45^o. Tính chiều dài của lò xo và số vòng quay trong 1 phút. Lò xo có chiều dài tự nhiên $l_0 = 36{,}0\text{cm}$. Lấy $\pi^2 = 10$.

LƯỢC GIẢI

a) Độ cứng của lò xo :

Ta có : $50T = 20{,}0s$

$$\Rightarrow T = \frac{20{,}0}{50} = 0{,}4(s)$$

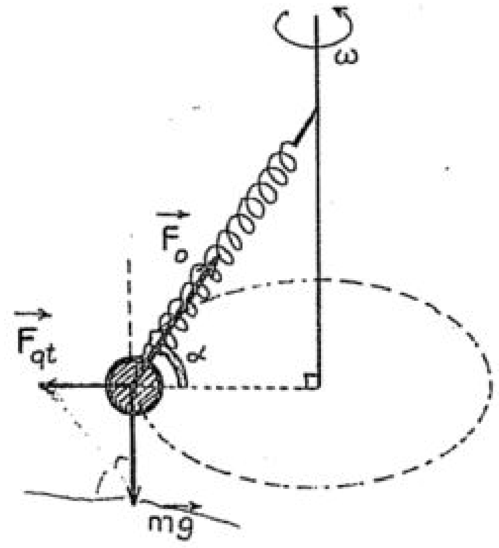
Vậy : $$2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = T = 0{,}4$$

$$k = \frac{4\pi^2 m}{T^2} = \frac{4.10.0{,}200}{0{,}4^2} = \boxed{50{,}0(\text{Nm}^{-1})}$$

b) Chiều dài của lò xo – Số vòng quay mỗi phút :

– Trong hệ quy chiếu gắn với vật, ta có :

$$m\vec{g} + \vec{F}_{qt} + \vec{F}_0 = \vec{0}$$



Suy ra : $F_0.\sin45^o = mg$

hay : $k.\Delta l.\sin45^o = mg$

Vậy : $\Delta l = \dfrac{mg}{k.\sin45^o}$

$$= \frac{0,200.10,0}{50,0 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}} \approx 5,7(cm)$$

Chiều dài lò xo là :

$$l = l_0 + \Delta l = 36,0 + 5,7 \approx 41,7(cm)$$

– Ta cũng có :

$$\frac{F_{qt}}{mg} = tg45^o \quad \Rightarrow \quad 4\pi^2n^2ml\overset{tg}{\cancel{\cos}}45^o = mg$$

Do đó : $$n = \sqrt{\frac{g}{4\pi^2 l\overset{tg}{\cancel{\cos}}45^o}} = \sqrt{\frac{10,0.2}{4.10.0,417.\sqrt{2}}}$$

$$= 0,92(\text{vòng.s}^{-1}) = \boxed{55,2(\text{vòng . phút}^{-1})}$$

BÀI TẬP LUYỆN TẬP

5.4 ✓ Trong thang máy có treo một con lắc lò xo. Vật nặng có khối lượng m = 400g. Độ cứng của lò xo là $25,0Nm^{-1}$. Khi thang máy đứng yên, ta cho con lắc dao động. Chiều dài lò xo thay đổi từ 32,0 đến 48,0cm.

a) Thang máy đi lên với gia tốc $a_1 = \frac{g}{5}$. Tính chu kì và biên độ dao động. Chiều dài lò xo thay đổi trong khoảng nào?

b) Làm lại câu trên nếu thang máy đi xuống với gia tốc $a_2 = \frac{g}{10}$.

c) Giả sử đang ngừng ở trên cao thì thang máy đứt dây cáp và rơi tự do. Mô tả chuyển động của con lắc trong hai trường hợp :

– Trước khi thang máy rơi, con lắc đang dao động

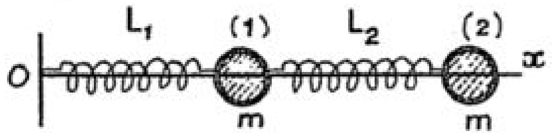
– Trước khi thang máy rơi, con lắc không dao động.

(Lấy $g = 10{,}0 m.s^{-2}; \pi^2 = 10$)

ĐS : a) 0,8s ; 4,8cm ; 38,4cm và 48,0cm

b) 0,8s ; 9,6cm ; 28,8cm và 48,0cm

5.5 Hệ có cấu tạo như hình vẽ. Hai lò xo L_1 và L_2 có các đặc điểm giống nhau. Hai vật (1) và (2) có cùng khối lượng m = =100g và có thể trượt không ma sát dọc theo thanh ngang Ox. Khi thanh nằm yên thì chiều dài mỗi lò xo là 14,2cm. Khi thanh có vị trí thẳng đứng thì vật (2) cách O đoạn 31,4cm.



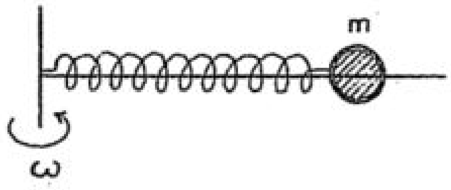
a) Thanh quay đều quanh trục thẳng đứng với vận tốc 0,5 vòng.s^{-1}. Tính chiều dài mỗi lò xo.

b) Chỉ giữ lại L_1 và vật (1). Cho hệ dao động thẳng đứng với biên độ 2,0cm. Tính chu kì dao động, năng lượng và chiều dài cực đại, cực tiểu của lò xo. (Lấy $g = 10,0m.s^{-2}$)

ĐS : a) 18,0cm ; 20,0cm

b) 0,2s ; 20,0mJ ; 13,2cm ; 17,2cm

5.6* Hệ có cấu tạo như hình vẽ. Lò xo có độ cứng k và chiều dài tự nhiên l_0. Một đầu lò xo gắn vào trục thẳng đứng. Vật gắn vào đầu kia của lò xo và có thể trượt không ma sát dọc theo thanh ngang. Quay trục với vận tốc góc đều ω.



a) Tìm chiều dài của lò xo.

b) Chứng tỏ rằng trong quá trình quay tròn theo lò xo, nếu vật được dời khỏi vị trí cân bằng trên thanh và buông, nó sẽ dao động điều hòa. Suy ra biểu thức của chu kì dao động.

ĐS : a) $l = \dfrac{kl_0}{k - m\omega^2}$

b) $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k - m\omega^2}}$

CHUYÊN ĐỀ II – DAO ĐỘNG CỦA CON LẮC ĐƠN

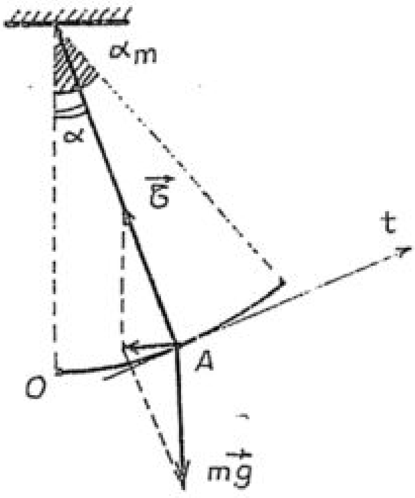
A. TÓM TẮT GIÁO KHOA

1. Tổng lực tác dụng

$$\sum\vec{F} = m\vec{g} + \vec{\tau} \approx -m\frac{g}{l}\vec{s}$$

$(\vec{s} \approx \vec{OA})$

($\sum\vec{F}$ có tác dụng của *lực hồi phục*)



2. Các phương trình của chuyển động

– *Phương trình vi phân:*

$$\boxed{s'' = -\omega^2 s}$$

và $\boxed{\alpha'' = -\omega^2\alpha}$. $\left(\omega^2 = \frac{g}{l}\right)$

– *Biểu thức của tọa độ :*

$\boxed{s = s_m\sin(\omega t + \varphi)}$ và $\boxed{\alpha = \alpha_m\sin(\omega t + \varphi)}$

(Giá trị của s_m hoặc α_m và φ do các điều kiện ban đầu của dao động xác định).

3. Chu kì và tần số

$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}}$; $\boxed{f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}}$

4. Năng lượng dao động

Chọn thế năng của vật khi ở vị trí thấp nhất làm gốc thế năng.

– *Biểu thức :* $\boxed{E = mgl(1 - \cos\alpha_m) \approx \frac{1}{2} mgl\alpha_m^2}$

– *Sự biến đổi :* $\boxed{\Delta E = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \Delta E_d = -\Delta E_t}$

5. Vận tốc – Lực căng của dây

– *Vận tốc :*

$$\boxed{\begin{aligned} v &= s' = \omega s_m \cos(\omega t + \varphi) \\ &= l\alpha' = \omega l\alpha_m \cos(\omega t + \varphi) \end{aligned}}$$

hay $\boxed{|v| = \sqrt{2gl(\cos\alpha - \cos\alpha_m)}}$

– *Lực căng :*

$$\boxed{\mathcal{T} = mg\left(\cos\alpha + \frac{v^2}{gl}\right) = mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_m)}$$

B. HƯỚNG DẪN GIẢI TOÁN

Bài toán 6 | **Chu kì dao động của con lắc đơn**

– Áp dụng công thức tính chu kì :

$$\begin{cases} T = \dfrac{\theta}{N} \text{ (N : số dao động trong thời gian } \theta) \\ T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}} \end{cases}$$

– Vận dụng mối liên hệ giữa các chu kì của những con lắc khác nhau hoặc giữa các chu kì và chiều dài.

BÀI TẬP THÍ DỤ

6.1 Thực hiện các tính toán để trả lời các câu hỏi sau đây :

a) Con lắc chiều dài l_1 có chu kì dao động $T_1 = 0,3s$. Con lắc chiều dài l_2 có chu kì $T_2 = 0,4s$.

Hãy tính chu kì của con lắc có chiều dài $(l_1 + l_2)$ cũng ở tại nơi đó.

b) Hai con lắc đơn có các chiều dài hơn kém nhau 22cm. Trong cùng một khoảng thời gian, con lắc (1) thực hiện được 20 dao động trong khi con lắc (2) thực hiện được 24 dao động.

Hãy tính chiều dài của hai con lắc.

LƯỢC GIẢI

a) Chu kì :

Ta có : $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}$; $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}}$

Suy ra : $T_1^2 = 4\pi^2\frac{l_1}{g}$; $T_2^2 = 4\pi^2\frac{l_2}{g}$

Chu kì phải tính có biểu thức :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l_1 + l_2}{g}} \Rightarrow T^2 = 4\pi^2\left(\frac{l_1 + l_2}{g}\right)$$

Vậy : $T^2 = T_1^2 + T_2^2$ hay $T = \sqrt{T_1^2 + T_2^2}$

$$T = \sqrt{0,3^2 + 0,4^2} = \boxed{0,5(s)}$$

b) Các chiều dài :

Theo đề ta có :

$$20T_1 = 24T_2 \quad \Rightarrow \quad \frac{T_2}{T_1} = \frac{20}{24} = \frac{5}{6}$$

Công thức chu kì con lắc cho :

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{l_2}{l_1}}\ ; \qquad \text{Suy ra :} \quad \frac{l_2}{l_1} = \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{25}{36}$$

Mặt khác ta cũng có :

$$l_1 - l_2 = 22 \quad \Rightarrow \left(1 - \frac{25}{36}\right)l_1 = 22 \quad \Rightarrow \frac{11}{36}l_1 = 22$$

Vậy : $l_1 = \boxed{72cm}$; $l_2 = \boxed{50cm}$

6.2 Hai con lắc đơn có chiều dài lần lượt là l_1 và l_2. Tại cùng nơi đó các con lắc mà chiều dài $(l_1 + l_2)$ và $(l_1 - l_2)$ lần lượt có chu kì dao động là 2,7s và 0,9s.

Hãy tính chu kì dao động T_1 và T_2 của hai con lắc có chiều dài l_1 và l_2.

LƯỢC GIẢI

Ta có biểu thức của các chu kì :

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}\ ;\ T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}}\ ;\ T = 2\pi\sqrt{\frac{l_1 + l_2}{g}}\ ;\ T' = 2\pi\sqrt{\frac{l_1 - l_2}{g}}$$

Suy ra :

$$\frac{l_1}{T_1^2} = \frac{l_2}{T_2^2} = \frac{l_1 + l_2}{T^2} = \frac{l_1 - l_2}{T'^2}$$

Vậy : $T_1^2 + T_2^2 = T^2$ và $T_1^2 - T_2^2 = T'^2$

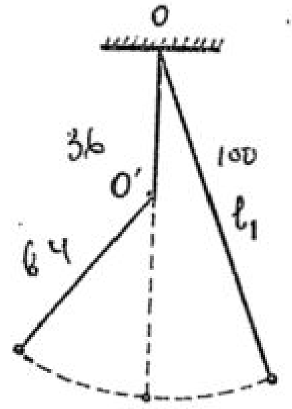
Do đó : $T_1 = \sqrt{\dfrac{T^2 + T'^2}{2}} = \sqrt{\dfrac{2,7^2 + 0,9^2}{2}} \approx \boxed{2,0(s)}$

$$T_2 = \sqrt{\dfrac{T^2 - T'^2}{2}} = \sqrt{\dfrac{2,7^2 - 0,9^2}{2}} \approx \boxed{1,8(s)}$$

6.3 Một con lắc đơn có chiều dài $l_1 = 100$cm dao động với góc nhỏ.

Chu kì dao động là $T_1 = 2,0$s .

Trên đường thẳng đứng qua điểm treo O và cách O về phía dưới 36cm, đóng một đinh nhỏ O'. Khi dao động, dây treo của con lắc bị vướng ở O' trong chuyển động sang trái của vị trí cân bằng nhưng không bị ảnh hưởng trong chuyển động sang phải của vị trí này.



Tính chu kì của con lắc mới.

LƯỢC GIẢI

Một dao động đầy đủ của con lắc sau khi đóng đinh gồm 2 nửa dao động ứng với 2 chiều dài $l_1 = 100$cm và $l_2 = 64$cm .

Chu kì của mỗi con lắc này là :

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}} \quad ; \quad T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}}$$

Suy ra :
$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{l_2}{l_1}} = \frac{4}{5}$$

Do đó chu kì của con lắc bị vướng đinh O’ trong khi dao động là:

$$T = \frac{1}{2}(T_1 + T_2) = \frac{T_1}{2}\left(1 + \frac{4}{5}\right) = \frac{9T_1}{10} = \boxed{1{,}8s}$$

BÀI TẬP LUYỆN TẬP

6.4 Phải thay đổi chiều dài của một con lắc đơn ra sao để chu kì dao động của nó :

a) Tăng gấp đôi ? 4l

b) Tăng thêm $\frac{7}{9}$ chu kì ban đầu ?

c) Giảm bớt $\frac{7}{16}$ chu kì ban đầu ?

ĐS : a) Tăng 4 lần b) Thêm $\frac{1}{3}$ c) Giảm $\frac{1}{4}$

6.5 Trong một khoảng thời gian, một con lắc thực hiện được 60 dao động. Tăng chiều dài của nó thêm 44cm thì trong cùng khoảng thời gian đó, con lắc thực hiện được 50 dao động.

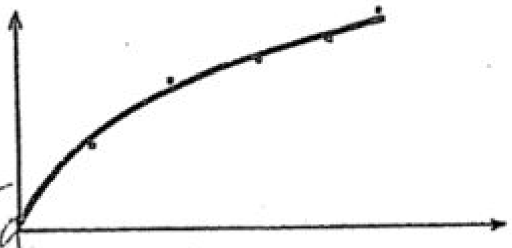
Tính chiều dài ban đầu của con lắc.

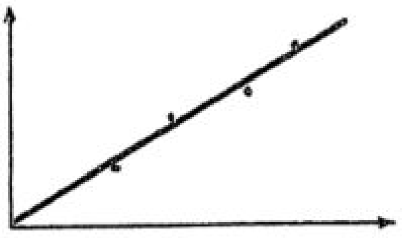
ĐS : 100cm

6.6 Một con lắc đơn có chiều dài l. Tính theo l độ dài x sao cho khi tăng thêm hay giảm bớt chiều dài ban đầu của con lắc một đoạn x thì chu kì dao động của hai con lắc này tăng, giảm 2 lần so với nhau.

$$ĐS: x = \frac{3l}{5}$$

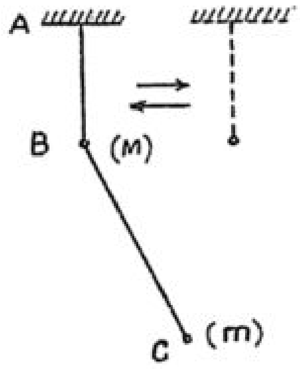
6.7 Trong một thực hành khảo sát chu kì của con lắc đơn, một nhóm học sinh vẽ bằng thực nghiệm được hai đồ thị sau đây:





Dựa vào công thức chu kì của con lắc đơn hãy suy ra các đại lượng biểu diễn trên các trục tọa độ. Giải thích.

6.8* Một hệ gồm hai con lắc đơn AB và BC nối với nhau. Các vật nặng có khối lượng M và m. Điểm A dao động ngang với chu kì T. Người ta nhận thấy trong quá trình dao động của A dây treo AB luôn luôn thẳng đứng. Hãy lập biểu thức của chiều dài dây treo BC. Cho biết dao động của con lắc BC có thể coi là có góc nhỏ.



$$ĐS: BC = \frac{gT^2}{4\pi^2}\left(1 + \frac{m}{M}\right)$$

Bài toán 7 : **Biến thiên chu kì dao động của con lắc đơn theo nhiệt độ. Thời gian nhanh, chậm của đồng hồ vận hành bằng con lắc đơn**

– *Công thức gần đúng :*

$$(1 + \varepsilon)^n \approx 1 + n\varepsilon \quad (\varepsilon << 1)$$

– *Áp dụng cho nở dài :*

$$l_1 = l_0(1 + \lambda t_1) \qquad ; \qquad l_2 = l_0(1 + \lambda t_2)$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{l_2}{l_1}} = \sqrt{\frac{1 + \lambda t_2}{1 + \lambda t_1}} = (1 + \lambda t_2)^{\frac{1}{2}}(1 + \lambda t_1)^{-\frac{1}{2}}$$

Với $\lambda t << 1$, ta có :

$$\frac{T_2}{T_1} \approx \left(1 + \frac{\lambda t_2}{2}\right)\left(1 - \frac{\lambda t_1}{2}\right) \approx 1 + \frac{\lambda(t_2 - t_1)}{2}$$

$$\frac{T_2}{T_1} - 1 \approx \frac{\lambda.\Delta t}{2} \quad \Rightarrow \quad \frac{T_2 - T_1}{T_1} \approx \frac{\lambda \Delta t}{2}$$

Vậy : $$\frac{\Delta T}{T_1} \approx \frac{\lambda.\Delta t}{2}$$

– *Thời gian nhanh, chậm :*

$$\begin{cases} .\ \Delta T > 0 : \text{Đồng hồ chạy } \textit{chậm} \text{ lại} \\ .\ \Delta T < 0 : \text{Đồng hồ chạy } \textit{nhanh} \text{ lên} \end{cases}$$

Thời gian nhanh, chậm sau 24 giờ :

5,64/10^4.

$$\tau = N.|\Delta T| = \frac{8,64.10^4}{T_2}.|\Delta T| \approx 8,64.10^4\frac{|\Delta T|}{T_1}$$

$$\tau = 4,32.10^4\lambda.\Delta t$$

BÀI TẬP THÍ DỤ

7.1 Con lắc có chu kì dao động $T_1 = 2,000s$ ở nhiệt độ $15,0^oC$. Biết hệ số nở dài của dây treo con lắc là $\lambda = 5,0.10^{-5}K^{-1}$, hãy tính :

a) Chu kì dao động của con lắc ở nơi đó khi nhiệt độ là $35,0^oC$.

b) Thời gian nhanh hay chậm của đồng hồ chạy bằng con lắc nói trên sau 1 ngày đêm (24h) ở $35,0^oC$.

LƯỢC GIẢI

Thiết lập hệ thức liên lạc giữa độ biến thiên chu kì và độ biến thiên nhiệt độ :

$$\frac{\Delta T}{T_1} \approx \frac{1}{2}\lambda.\Delta t$$

a) Chu kì dao động ở 35^oC :

Theo đề bài : $$\frac{\Delta T}{T_1} \approx \frac{1}{2}.5.10^{-5}.20 = 5.10^{-4}$$

Suy ra : $$\Delta T = 5.10^{-4}\ T_1 = 5.10^{-4}.2 = 0,001(s)$$

Chu kì ở 35^oC là : $$T_2 = T_1 + \Delta T = 2,001s$$

b) Thời gian nhanh, chậm :

$$\Delta T > 0 \quad : \quad \text{Đồng hồ chạy chậm lại.}$$

Thời gian chậm sau 24h là :

$$\tau = N.\Delta T = \frac{8{,}64.10^4}{T_2} \cdot \Delta T \approx 8{,}64.10^4 \cdot \frac{\Delta T}{T_1}$$

$$\tau = 8{,}64.10^4.5.10^{-4} = 43{,}2(s)$$

7.2 Một đồng hồ chuyển vận bằng con lắc đơn. Ở $25{,}0^0C$ đồng hồ chạy đúng. Dây treo con lắc có hệ số nở dài $\lambda = 2.10^{-5}độ^{-1}$. Hãy tính :

a) Độ biến thiên tỉ đối của chu kì dao động ở $20{,}0^0C$ cũng tại nơi đó.

b) Thời gian nhanh, chậm của đồng hồ sau 1 ngày đêm (24h) khi nhiệt độ thay đổi như trên.

HƯỚNG DẪN

a) Độ biến thiên chu kì :

$$\frac{\Delta T}{T_1} \approx \frac{1}{2}\lambda.\Delta t = \frac{1}{2}.2.10^{-5}.(-5) = -5.10^{-5}$$

b) Thời gian nhanh, chậm :

$$\Delta T < 0 \quad : \quad \text{Đồng hồ chạy nhanh lên.}$$

Thời gian nhanh sau 24h :

$$\tau = N.|\Delta T| \approx 4{,}32.10^4 \cdot 10^{-4} = \boxed{4{,}32(s)}$$

BÀI TẬP LUYỆN TẬP

7.3 Một đồng hồ chuyển vận bằng con lắc đơn. Đồng hồ chạy đúng ở nhiệt độ đầu nào đó. Vì sau đó nhiệt độ thay đổi nên đồng hồ chạy chậm lại.

a) Hỏi nhiệt độ đã tăng hay giảm ? Giải thích.

b) Độ biến thiên nhiệt độ là $10,0^oC$. Sau một tuần lễ đồng hồ bị chậm 1,00 phút. Tính hệ số nở dài của thanh treo con lắc đồng hồ.

ĐS : a) Tăng ; $\Delta T = \frac{1}{2}\lambda.\Delta t > 0$

b) $\lambda = 1{,}98.10^{-5}$độ$^{-1}$

7.4 Một đồng hồ quả lắc chỉ đúng giờ vào mùa nóng khi nhiệt độ trung bình là $30,0^oC$. Con lắc của đồng hồ có thể xem là con lắc đơn có chiều dài ở 0^oC là $l_0 = 500,0mm$. Hệ số nở dài của thanh con lắc là $\lambda = 2.10^{-5}$độ$^{-1}$.

a) Vào mùa lạnh, nhiệt độ trung bình là $20,0^oC$. Hỏi đồng hồ sẽ nhanh hay chậm ? Bao nhiêu sau 24h ?

b) Quả nặng của con lắc có thể dịch chuyển dọc thanh treo theo một đường xoắn ốc mà cứ xoay 1 vòng thì dời được 0,5mm (bước của đường xoắn ốc). Để điều chỉnh đồng hồ cho chạy đúng trong mùa lạnh, phải xoay vật nặng theo chiều nào ? Góc xoay là bao nhiêu ?

ĐS : a) $\Delta T < 0$: nhanh ; 8,64s

b) Dời xuống : $\alpha = \frac{1}{5}$ vòng

7.5 Quả lắc đồng hồ có thể xem là con lắc đơn dao động tại một nơi có gia tốc trọng trường $g = 9{,}80 m.s^{-2}$ ở $15{,}0^{0}C$.

a) Chu kì con lắc là $T_1 = 2{,}0s$. Tính chiều dài của con lắc.

b) Nhiệt độ tại đó tăng thành $25{,}0^{0}C$. Tính thời gian chạy sai của đồng hồ.

ĐS : a) 99,3cm

b) Chậm 5,2s mỗi ngày đêm.

7.6* Trong một buổi thực hành, một nhóm học sinh dùng con lắc để đo gia tốc trọng trường g. Con lắc có thể coi là một con lắc đơn có chiều dài 199cm. Quả cầu làm vật nặng có đường kính 1cm. Thời gian của 20 dao động đo được 56,5s.

a) Tính giá trị của gia tốc trọng trường g.

b) Đồng hồ được chia độ tới $\frac{1}{10}s$. Lấy sai số về chiều dài bằng bán kính quả cầu, hãy tính sai số của g.

c) Dây treo của con lắc có hệ số nở dài $\lambda = 10^{-5}$độ$^{-1}$. Trong thí nghiệm, nhiệt độ thay đổi $10{,}0^{0}C$. Chứng tỏ sự chênh lệch nhiệt độ này không ảnh hưởng đáng kể tới giá trị đo được của g.

(Lấy $\pi^2 = 9{,}87$)

ĐS : a) $9{,}82 m.s^{-2}$

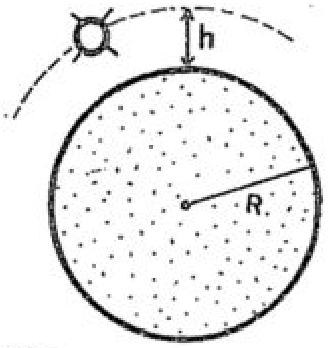
b) $\Delta g = 0{,}15 m.s^{-2}$

Bài toán 8 :

Biến thiên chu kì dao động của con lắc đơn theo độ cao và độ sâu kể từ mặt biển

1. Ảnh hưởng của độ cao đối với chu kì dao động

– *Gia tốc trọng trường :*



$$\begin{cases} g_0 = G\dfrac{M}{R^2} & \text{(ở mặt biển)} \\ g = G\dfrac{M}{(R+h)^2} & \text{(ở độ cao h)} \end{cases}$$

(G : hằng số hấp dẫn ;

M : khối lượng Trái Đất)

$\dfrac{T_1}{T_2}$ $\dfrac{T_2}{T_1}$

– *Độ biến thiên chu kì :*

$$\frac{T}{T_0} = \sqrt{\frac{g_0}{g}} = \frac{R+h}{R} = 1 + \frac{h}{R}$$

$$\frac{T}{T_0} - 1 = \frac{h}{R} \Rightarrow \frac{T - T_0}{T_0} = \frac{h}{R}$$

$\dfrac{T_1}{T_2} = \dfrac{h_1 - h_2}{R}.$

Vậy : $\dfrac{\Delta T}{T_0} = \dfrac{h}{R}$ $\dfrac{T_2 - T_1}{T_1} = \dfrac{h}{R}$

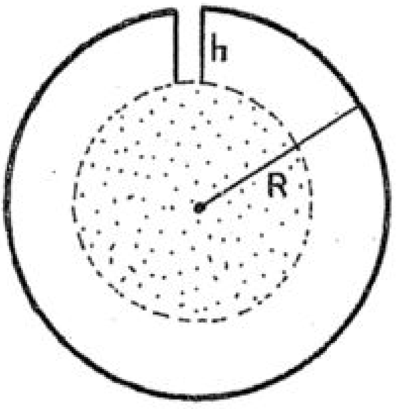
2. Ảnh hưởng của độ sâu đối với chu kì dao động

– *Khối lượng Trái Đất từ độ sâu h vào tâm :*

$$M' = \left(\frac{R-h}{R}\right)^3 M$$

$t = 86400 \cdot \dfrac{h}{R}$

– *Gia tốc trọng trường ở độ sâu h :*



$$g' = G\frac{M(R-h)}{R^3}$$

– *Độ biến thiên chu kì :*

$$\frac{T'}{T_0} = \sqrt{\frac{g_0}{g}} = \sqrt{\frac{R}{R-h}} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{h}{R}}} \approx 1 + \frac{h}{2R} \qquad (h << R)$$

$$\frac{T'}{T_0} - 1 \approx \frac{h}{2R} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{T' - T_0}{T_0} \approx \frac{h}{2R}$$

Vậy : $\dfrac{\Delta T'}{T_0} \approx \dfrac{h}{2R}$

BÀI TẬP THÍ DỤ

8.1 Con lắc đơn của một đồng hồ có chu kì dao động $T_0 = 2{,}000s$ ở mực ngang mặt biển.

a) Tính chu kì dao động của con lắc này ở độ cao 3200m. Coi nhiệt độ không thay đổi giữa hai vị trí này.

b) Con lắc lại được đưa xuống một giếng mỏ. Độ biến thiên của chu kì chỉ bằng $\frac{1}{4}$ của trường hợp trên. Vẫn coi nhiệt độ không thay đổi, hãy tính độ sâu của giếng. Lấy bán kính Trái Đất là R = 6400km.

LƯỢC GIẢI

a) Chu kì :

Thiết lập hệ thức : $$\frac{\Delta T}{T_0} = \frac{h}{R}$$

$$= \frac{3,2.10^3}{6,4.10^6} = 0,5.10^{-3}$$

Suy ra : $\Delta T = 0,5.10^{-3}T_0 = 0,001s$

Chu kì : $T = T_0 + \Delta T = \boxed{2,001s}$

b) Độ sâu :

Thiết lập hệ thức đối với độ sâu h' :

$$\frac{\Delta T'}{T_0} = \frac{h'}{2R}$$

Theo đề : $\frac{\Delta T'}{\Delta T} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{h'}{2h} = \frac{1}{4}$

Vậy : $h' = \frac{h}{2} = \boxed{1600m}$.

8.2 Một đồng hồ quả lắc chạy đúng ở TP. Hồ Chí Minh được đưa ra Hà Nội. Quả lắc coi như một con lắc đơn, có hệ số nở dài $\lambda = 2.10^{-5}$độ$^{-1}$. Gia tốc trọng trường tại TP. Hồ Chí Minh là $g_1 = 9,787m.s^{-2}$.

a) Từ TP Hồ Chí Minh ra Hà Nội nhiệt độ giảm $10,0^{o}C$. Đồng hồ chạy nhanh mỗi ngày đêm 34,5s. Suy ra gia tốc trọng trường tại Hà Nội.

b) Để chỉnh đồng hồ chạy đúng giờ, phải thay đổi chiều dài con lắc như thế nào ?

LƯỢC GIẢI

a) Gia tốc trọng trường :

Tỉ số các chu kì dao động :

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{l_2}{l_1}} \cdot \sqrt{\frac{g_1}{g_2}} \approx \left(1 + \frac{1}{2}\lambda.\Delta t\right)\left(1 - \frac{\Delta g}{2g_1}\right)$$

Suy ra : $\dfrac{\Delta T}{T_1} \approx \dfrac{1}{2}(\lambda.\Delta t - \dfrac{\Delta g}{g_1})$

$$\approx -\frac{\tau}{8,64}.10^{-4}$$

Do đó : $\dfrac{\Delta g}{g_1} \approx \lambda.\Delta t + \dfrac{2\tau}{8,64}.10^{-4} = -2.10^{-4} + \dfrac{69}{8,64}.10^{-4}$

$$\approx 6.10^{-4}$$

$$\Delta g \approx 6.10^{-4} g_1 = 6.10^{-4}.9,787 = 58,7.10^{-4}(m.s^{-2})$$

Vậy : $g_2 = g_1 + \Delta g \approx \boxed{9,793 m.s^{-2}}$

b) Thay đổi chiều dài :

Đặt T'_2 là chu kì dao động ở Hà Nội với chiều dài đã thay đổi l'_2.

Ta có : $\dfrac{T'_2}{T_2} = \sqrt{\dfrac{l'_2}{l_2}} = \left(1 + \dfrac{\Delta l}{l_2}\right)^{\frac{1}{2}} \approx 1 + \dfrac{\Delta l}{2l_2}$

Suy ra : $$\frac{\Delta T'}{T_2} \approx \frac{\Delta l}{2l_2} = -\frac{\Delta T}{T_1} = \frac{\tau}{8{,}64} \cdot 10^{-4} = 4.10^{-4}$$

Vậy : $$\frac{\Delta l}{l_2} = \boxed{8.10^{-4}}$$

Phải tăng chiều dài thêm $\frac{8}{10000}$ m.

8.3 Một con lắc "gõ giây" khi dao động ở mực ngang mặt biển. Dây treo có hệ số nở dài $\lambda = 5.10^{-5}$độ$^{-1}$

a) Tính chu kì dao động của con lắc khi đưa lên một ngọn núi cao 4800m. Giả sử nhiệt độ không thay đổi.

b) Thực ra khi đổi vị trí như trên, chu kì con lắc không thay đổi. Giải thích và tính toán các đại lượng có liên quan đến hiện tượng. Lấy bán kính trung bình của Trái Đất là R=6400km.

LƯỢC GIẢI

a) Chu kì :

Thiết lập hệ thức : $$\frac{\Delta T}{T_0} = \frac{h}{R} = \frac{4{,}8.10^3}{6{,}4.10^6} = \frac{3}{4}.10^{-3}$$

$$\Delta T = \frac{3}{4}.10^{-3}.2 = 0{,}0015(s)$$

Vậy : $$T = T_0 + \Delta T = \boxed{2{,}0015s}$$

b) Giải thích :

Đặt l_1, l_2 là chiều dài dây treo con lắc ở hai vị trí.

Ta có : $\dfrac{T}{T_0} = \sqrt{\dfrac{l_2}{l_1}} \cdot \sqrt{\dfrac{g_1}{g_2}} \approx \left(1 + \dfrac{\Delta l}{2l_1}\right)\left(1 + \dfrac{h}{R}\right)$

$$\approx 1 + \frac{\Delta l}{2l_1} + \frac{h}{R}$$

Theo đề : $T = T_0$. Suy ra :

$$\frac{\Delta l}{2l_1} = -\frac{h}{R}$$: Nhiệt độ đã thay đổi.

Thiết lập : $\dfrac{\Delta l}{l_1} = \lambda.\Delta t$

Vậy : $\lambda.\Delta t = -\dfrac{2h}{R} \Rightarrow \Delta t = -\dfrac{2h}{\lambda R} = \boxed{-30{,}0^oC}$

Nhiệt độ giảm 30^oC từ mặt biển lên đỉnh núi.

8.4 Một đồng hồ quả lắc chạy đúng giờ tại Hà Nội, ở 20^oC , với chu kì $T = 2{,}000s$.

Quả lắc có thể coi như một con lắc đơn gồm vật nặng khối lượng $m = 500g$ và thanh treo mảnh bằng kim loại có hệ số nở dài $\alpha = 2.10^{-5}K^{-1}$. Vật m có thể dịch chuyển được dọc thanh treo nhờ một đinh ốc có bước ốc $h = 0{,}5mm$.

a) Đồng hồ được đưa từ Hà Nội vào TP. Hồ Chí Minh. Hỏi ở TP. Hồ Chí Minh, với nhiệt độ 30^oC thì đồng hồ chạy nhanh hay chậm so với Hà Nội và nhanh, chậm mỗi ngày (24h) bao nhiêu ?

b) Ở TP. Hồ Chí Minh, để đồng hồ lại chỉ đúng giờ thì phải xoay ốc điều chỉnh con lắc một góc bao nhiêu ? Theo chiều nào ?

c) Biên độ dao động của con lắc là 5^o . Do ma sát nên khi con lắc dao động tự do thì sau 5 chu kì, biên độ dao động chỉ còn 4^o . Dao động của con lắc được duy trì nhờ bộ máy của đồng hồ. Tính công suất của máy khi đồng hồ đặt tại Hà Nội.

Cho biết : – Ở Hà Nội : $g_1 = 9{,}793 m.s^{-2}$

– Ở TP. Hồ Chí Minh : $g_2 = 9{,}787 m.s^{-2}$

LƯỢC GIẢI

a) Đồng hồ tại TP. Hồ Chí Minh :

Đặt $\begin{cases} t_1 ; l_1 ; g_1 ; T_1 : \text{nhiệt độ, chiều dài thanh treo, gia tốc trọng trường, chu kì quả lắc ở Hà Nội} \\ t_2 ; l_2 ; g_2 ; T_2 : \text{nhiệt độ, chiều dài thanh treo, gia tốc trọng trường, chu kì quả lắc ở TP. Hồ Chí Minh} \end{cases}$

Ta có : $\dfrac{T_2}{T_1} = \sqrt{\dfrac{l_2}{l_1}} \cdot \sqrt{\dfrac{g_1}{g_2}}$

Nhưng: $\begin{cases} \sqrt{\dfrac{l_2}{l_1}} = \sqrt{\dfrac{1+\alpha t_2}{1+\alpha t_1}} \approx 1 + \dfrac{\alpha.\Delta t}{2} \\ \sqrt{\dfrac{g_1}{g_2}} = \sqrt{\dfrac{g_1}{g_1+\Delta g}} = \dfrac{1}{\sqrt{1+\dfrac{\Delta g}{g_1}}} \approx 1 - \dfrac{\Delta g}{2g_1} ; \left(\dfrac{\Delta g}{g_1} << 1\right) \end{cases}$

$$\text{Do đó : } \frac{T_2}{T_1} \approx \left(1 + \frac{\alpha.\Delta t}{2}\right)\left(1 - \frac{\Delta g}{2g_1}\right)$$

$$\approx 1 + \frac{\alpha.\Delta t}{2} - \frac{\Delta g}{2g_1}$$

$$\Rightarrow \qquad \frac{T_2}{T_1} - 1 = \frac{\Delta T}{T_1} \approx \frac{\alpha.\Delta t}{2} - \frac{\Delta g}{2g_1} = \frac{2.10^{-5}.10}{2} - \frac{-6.10^{-3}}{2.9,793}$$

$$\approx 4.10^{-4}$$

Ta có $\quad \Delta T > 0$: $\qquad$ Đồng hồ chạy chậm lại.

Thời gian chậm sau mỗi ngày (24h = 86400s) được tính như sau:

$$\theta = N.\Delta T = \frac{8,64.10^4}{T_2} \cdot \Delta T \approx 8,64.10^4 \cdot \frac{\Delta T}{T_1}$$

$$\approx 8,64.10^4.4.10^{-4} \approx \boxed{34,56(s)}$$

b) Góc xoay điều chỉnh con lắc

Đặt l_3 ; T_3 : chiều dài của thanh treo và chu kì quả lắc ở TP. Hồ Chí Minh sau khi điều chỉnh.

Ta có : $\dfrac{T_3}{T_2} = \sqrt{\dfrac{l_3}{l_2}} = \sqrt{\dfrac{l_2 + \Delta l}{l_2}} \approx 1 + \dfrac{\Delta l}{2l_2} \quad \left(\dfrac{\Delta l}{l_2} << 1\right)$

Mặt khác, theo kết quả của câu trên ta suy ra :

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{T_2 - \Delta T}{T_2} \approx 1 - \frac{\Delta T}{T_2}$$

Theo đề ta có $T_3 = T_1$ (đồng hồ chạy đúng).

Do đó : $\dfrac{\Delta l}{2l_2} \approx -\dfrac{\Delta T}{T_2} \approx -\dfrac{\Delta T}{T_1} = -4.10^{-4}$

Với $\qquad l_2 \approx l_1 = \dfrac{g_1 T_1^2}{4\pi^2} \approx$ 1m ta tính được :

$$\Delta l \approx -8.10^{-4}.1 = -0,8(mm)$$

Vì $\Delta l < 0$, phải xoay ốc điều chỉnh theo chiều *giảm chiều dài thanh treo* (đưa vật nặng lên cao hơn).

Góc xoay là :

$$\beta = \frac{0,8}{0,5} \cdot 360^o = \boxed{576^o} (1,6 \text{ vòng})$$

c) Công suất của máy đồng hồ

Coi ma sát làm giảm năng lượng là đều. Ta có độ tiêu hao cơ năng sau 5 chu kì là

$$\Delta E = \frac{1}{2} mgl_1\alpha_2^2 - \frac{1}{2} mgl_1\alpha_1^2 = A_{ms}$$

Muốn duy trì dao động của con lắc, bộ máy phải tạo năng lượng đủ để bù trừ năng lượng tiêu hao do ma sát : Suy ra công suất của máy đồng hồ là :

$$P_{dh} = |P_{ms}| = \frac{A_{ms}}{5T_1}$$

$$= \frac{mgl_1}{10T_1}(\alpha_1^2 - \alpha_2^2) = \frac{mgl_1}{10T_1}(\alpha_1 + \alpha_2)(\alpha_1 - \alpha_2)$$

$$= \frac{0,5.9,793.1}{20} . 9 . \frac{\pi^2}{180^2}$$

$$\approx 6,71.10^{-4}(W) = \boxed{671(\mu W)}$$

BÀI TẬP LUYỆN TẬP

8.5 Một con lắc đồng hồ có thể coi là con lắc đơn. Đồng hồ chạy đúng ở mực ngang mặt biển.

Khi đưa đồng hồ lên độ cao 10,0km so với mặt biển thì phải tăng hay giảm chiều dài và bao nhiêu phần trăm để đồng hồ vẫn chạy đúng ? Giả sử nhiệt độ không thay đổi. Lấy bán kính trung bình của Trái Đất là R = 6400km

ĐS : Giảm 3%

8.6 Chu kì con lắc đơn thay đổi ra sao khi đưa nó từ Trái Đất lên Mặt Trăng. Thực hiện tính toán với giả thiết nhiệt độ không đổi.

Cho biết : – Khối lượng Trái Đất lớn hơn khối lượng Mặt Trăng 81 lần,

– Bán kính Trái Đất lớn hơn bán kính Mặt Trăng 3,7 lần.

ĐS : Tăng 2,4 lần

8.7 Đồng hồ quả lắc chạy đúng ở mực ngang mặt biển khi nhiệt độ là 20,0°C. Thanh con lắc có hệ số nở dài $\lambda = 2.10^{-5}$độ$^{-1}$. Đồng hồ sẽ chạy nhanh hay chậm bao nhiêu sau 1 ngày đêm (24h) khi được mang tới độ cao 3200m ở nhiệt độ 10,0°C .

ĐS : 34,5s

8.8 Con lắc đồng hồ có thanh kim loại mà hệ số nở dài là $\lambda = 2.10^{-5}$độ$^{-1}$. Bán kính trung bình của Trái Đất là R = 6400km.

a) Giải thích vì sao đồng hồ chạy chậm khi đưa xuống một giếng mỏ.

b) Giếng sâu 800m. Thời gian chạy chậm của đồng hồ gấp đôi giá trị tính do ảnh hưởng của độ sâu. Hãy tính độ tăng nhiệt độ ở đáy mỏ.

ĐS : a) $\dfrac{\Delta T}{T_0} = \dfrac{h}{2R}$ b) $\Delta T = 6{,}25^{\circ}C$

8.9 Con lắc đồng hồ có hệ số nở dài $\lambda = 2.10^{-5}$độ$^{-1}$. Đồng hồ chạy đúng tại nơi có nhiệt độ $25,0^oC$.

a) Khi nhiệt độ tại đó là $15,0^oC$ thì đồng hồ nhanh, chậm mỗi ngày bao nhiêu ?

b) Giả sử nhiệt độ luôn không đổi là $15,0^oC$. Phải đưa đồng hồ tới độ cao nào thì đồng hồ lại chạy đúng ?

Lấy bán kính Trái Đất là R = 6400km.

ĐS : a) Nhanh : 8,64s

b) 640m.

Bài toán 9 :

Biến thiên chu kì dao động của con lắc đơn do ảnh hưởng của một lực phụ không đổi

– Các lực phụ ngoài trọng lực và lực căng của dây treo :

. lực điện trường

. lực đẩy Ac–si–met

– Con lắc không dao động :

$$m\vec{g} + \vec{\mathcal{T}_0} + \vec{f} = \vec{0} \quad (\vec{f} : \text{lực phụ không đổi})$$

Đặt : $m\vec{g'} = m\vec{g} + \vec{f} \Rightarrow m\vec{g'} + \vec{\mathcal{T}_0} = \vec{0}$

Suy ra : $\mathcal{T}_0 = mg'$ (g' : gia tốc trọng trường hiệu dụng)

– Chu kì dao động :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}}$$

CON LẮC CHỊU TÁC DỤNG CỦA LỰC ĐIỆN TRƯỜNG

Biểu thức của lực : $\boxed{\vec{f} = q\vec{E}}$

BÀI TẬP THÍ DỤ

9.1 Con lắc đơn có chiều dài l = 10,0cm. Vật nặng có khối lượng m=10,0g mang điện tích q = 100μC. Con lắc được treo giữa hai bản kim loại phẳng song song đặt thẳng đứng cách nhau d = 10,0cm.

a) Tính chu kì dao động của con lắc với biên độ nhỏ.

b) Nối hai bản kim loại vào hiệu điện thế một chiều 40,0V. Hãy xác định :

– Vị trí cân bằng mới của con lắc

– Chu kì dao động mới với biên độ nhỏ.

(Lấy g = 10,0m.s^{-2})

LƯỢC GIẢI

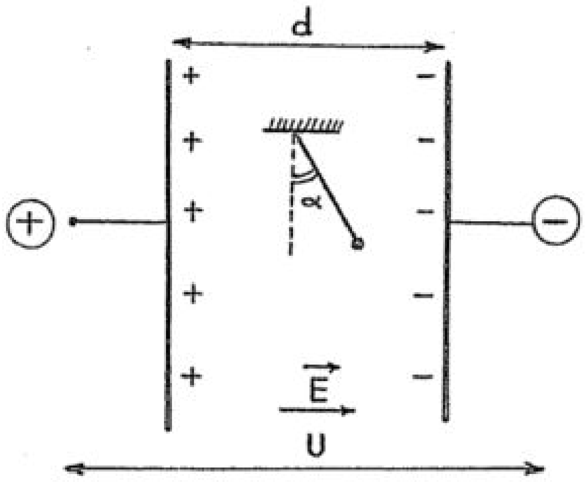
a) Chu kì :

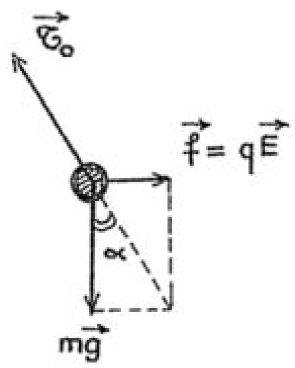
$$\text{Ta có : } T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{0,100}{10,0}} = \frac{\pi}{5} \approx \boxed{0,628(s)}$$

b) Con lắc trong điện trường :

– Khi con lắc cân bằng, không dao động, ta có :

$$m\vec{g} + \vec{f} + \vec{\mathcal{T}_0} = \vec{0} \qquad \begin{cases} \vec{f}: \text{lực điện trường} \\ \vec{\mathcal{T}_0}: \text{Lực căng của dây treo} \end{cases}$$





Suy ra : $\quad tg\alpha = \dfrac{qE}{mg} = \dfrac{qU}{mgd}$

Vậy : $\quad tg\alpha = \dfrac{100.10^{-6}.40,0}{10,0.10^{-3}.10,0.10,0.10^{-2}}$

$$tg\alpha = 0,400$$

Do đó : $\quad \alpha = \text{arctg}0,400 \approx \boxed{21^o48'}$

— Ta cũng có :

$$\mathcal{T}_0 = \sqrt{m^2g^2 + q^2E^2} = m\sqrt{g^2 + \left(\frac{qE}{m}\right)^2} = mg\sqrt{1 + \left(\frac{qE}{mg}\right)^2}$$

Đặt : $\quad g' = g\sqrt{1 + \left(\dfrac{qE}{mg}\right)^2}$

Có thể coi con lắc trong điện trường như một con lắc thông thường không tích điện dao động tại nơi có gia tốc trọng trường hiệu dụng g'.

Chu kì : $T' = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g'}} = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g\sqrt{1 + \left(\dfrac{qE}{mg}\right)^2}}}$

Đặt : $\varepsilon = \left(\dfrac{qE}{mg}\right)^2 = \left(\dfrac{qU}{mgd}\right)^2 = \left(\dfrac{100.10^{-6}.40,0}{10,0.10^{-3}.10,0.10,0.10^{-2}}\right)^2 = 0,16$

Vậy : $T' = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}} \cdot \dfrac{1}{\sqrt[4]{1+\varepsilon}} = T(1+\varepsilon)^{-\frac{1}{4}} \approx T\left(1 - \dfrac{\varepsilon}{4}\right)$

$$= \frac{\pi}{5} . 0,96 \approx \boxed{0,603(s)}$$

9.2 Con lắc đơn có khối lượng $m = 0,50g$ thực hiện dao động góc nhỏ với chu kì $T_0 = 1,256s \approx \dfrac{2\pi}{5}s$.

a) Tính chiều dài của con lắc.

b) Hai con lắc cùng chiều dài và khối lượng như trên. Các vật nặng mang điện tích q_1, q_2. Chúng được đặt trong điện trường đều thẳng đứng hướng xuống $\vec{E}$. Các chu kì dao động góc nhỏ lần lượt đo được là

$$T'_1 = 5T_0 \text{ và } T'_2 = \frac{5T_0}{7}.$$ Hãy tính tỉ số $\dfrac{q_1}{q_2}$.

Lấy $g = 9,80m.s^{-2}$

LƯỢC GIẢI

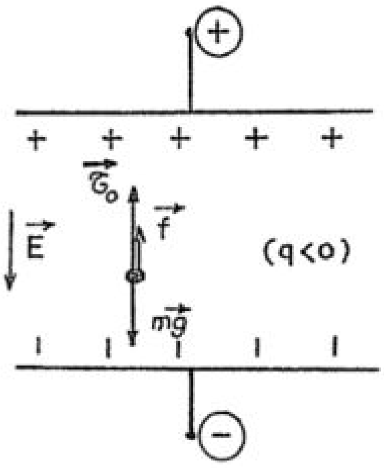
a) Chiều dài của con lắc :

Ta có : $l = \dfrac{gT_0^2}{4\pi^2} = \dfrac{9,80.4\pi^2}{4\pi^2.5^2} \approx \boxed{39,2(cm)}$

b) Tính $\dfrac{q_1}{q_2}$:

– Ở trạng thái không dao động (cân bằng) ta có :

$$m\vec{g} + \vec{\mathcal{T}}_0 + \vec{f} = \vec{0}$$



Suy ra : $\mathcal{T}_0 = mg \pm |q|E$

(giả sử : $|q|E < mg$)

Gia tốc trọng trường hiệu dụng là :

$$g' = g \pm \frac{|q|E}{m}$$

(Ta chỉ xét $g > \frac{|q|E}{m}$)

Do đó con lắc tích điện dao động góc nhỏ trong điện trường thẳng đứng. $\vec{E}$ có biểu thức chu kì là :

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g \pm \frac{|q|E}{m}}}$$

– Đặt $\Delta g = \pm\frac{|q|E}{m}$. Ta có cho mỗi trường hợp của đề bài :

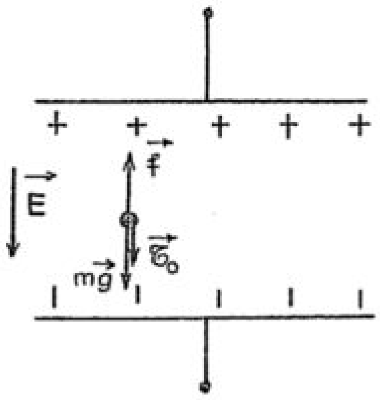
$$T'_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g + \Delta g_1}} \;;\; T'_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g + \Delta g_2}}$$

Suy ra :

$$\begin{cases} \dfrac{T'_1}{T_0} = \sqrt{\dfrac{g}{g + \Delta g_1}} = 5 \Rightarrow \Delta g_1 = -\dfrac{24}{25}g \Rightarrow q_1 < 0 \\ \dfrac{T'_2}{T_0} = \sqrt{\dfrac{g}{g + \Delta g_2}} = \dfrac{5}{7} \Rightarrow \Delta g_2 = \dfrac{24}{25}g \Rightarrow q_2 > 0 \end{cases}$$

Vậy : $$\frac{q_1}{q_2} = -\frac{|q_1|}{|q_2|} = \boxed{-1}.$$

Chú ý :



* Nếu cần thiết phải xét trường hợp $|q|E > mg$ ta lí luận như sau :

Ta có trong trường hợp này $q < 0$

$$m\vec{g} + \overrightarrow{\mathcal{T}_0} + \vec{f} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \quad \mathcal{T}_0 = |q|E - mg$$

Gia tốc trọng trường hiệu dụng là :

$$g' = \left(\frac{|q|E}{m} - g\right)$$

Do đó

$$\begin{cases} \dfrac{T'_1}{T_0} = \sqrt{\dfrac{g}{\dfrac{|q_1|E}{m} - g}} = 5 \Rightarrow |q_1| = \dfrac{26mg}{25E} \\[2ex] \dfrac{T'_2}{T_0} = \sqrt{\dfrac{g}{\dfrac{|q_2|E}{m} - g}} = \dfrac{5}{7} \Rightarrow |q_2| = \dfrac{74mg}{25E} \end{cases}$$

Suy ra : $$\frac{q_1}{q_2} = \frac{13}{37}$$

*** Cũng có thể sử dụng giá trị đại số q của điện tích để thực hiện tính toán :**

9.3 Con lắc đơn, khối lượng m, có chu kì dao động với góc nhỏ ở mặt đất là $T_0 = 2,000$s.

a) Tính chiều dài của con lắc.

b) Tính chu kì dao động ở độ cao 6,400km so với mặt đất. Coi nhiệt độ không thay đổi.

c) Con lắc được cho dao động ở mặt đất. Vật nặng được tích điện q. Con lắc được đặt trong điện trường đều thẳng đứng hướng xuống. Độ lớn của cường độ điện trường là

$E = 9810V.m^{-1}$. Khi đó, chu kì dao động của con lắc bằng đúng chu kì của nó ở độ cao nói trên. Hãy xác định giá trị và dấu của điện tích q.

Cho : $g_0 = 9{,}81m.s^{-2}$; $R = 6400km$; $m = 100g$.

LƯỢC GIẢI

a) Chiều dài của con lắc :

Ta có : $l = \dfrac{g_o T_o^2}{4\pi^2} = \dfrac{9{,}81.2{,}000^2}{4.3{,}14^2} \approx \boxed{99{,}5(cm)}$

b) Chu kì dao động ở độ cao đã cho :

Thiết lập hệ thức :

$$\frac{\Delta T}{T_o} = \frac{h}{R} = \frac{6{,}4.10^3}{6{,}4.10^6} = 10^{-3}$$

Suy ra : $\Delta T = 10^{-3} T_o = 0{,}002s$

Vậy $T = T_0 + \Delta T = \boxed{2{,}002s}$

c) Điện tích :

Thiết lập biểu thức chu kì dao động của con lắc tích điện trong điện trường :

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g \pm \frac{|q|E}{m}}}$$ (giả sử $|q|E < mg$)

Đặt : $\Delta g = \pm\dfrac{|q|E}{m}$, ta có thể viết : $T' = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g + \Delta g}}$

Theo đề : $\dfrac{\Delta T'}{T_0} = \dfrac{\Delta T}{T_0} = \dfrac{h}{R} << 1$

Do đó : $|\Delta g| << g$

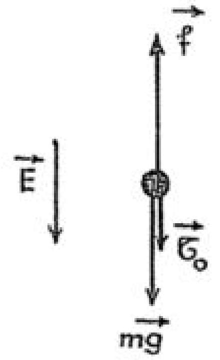
Áp dụng công thức gần đúng ta có :

$$\frac{\Delta T'}{T_0} \approx -\frac{\Delta g}{2g} = \frac{h}{R} \Rightarrow \frac{\Delta g}{2g} = -\frac{h}{R}$$

Hệ thức này chỉ nghiệm với $q < 0$.

Do đó : $$q = -2\frac{h}{R}\cdot\frac{mg}{E} = 2.10^{-3}\cdot\frac{0,100.9,81}{9810}$$

$$= \boxed{-0,200(\mu C)}$$



Chú ý : Nếu muốn xét cả trường hợp $|q|E > mg$ ta lí luận như sau :

Ta phải có $q < 0$. Do đó ở vị trí cân bằng không dao động ta có:

$$\tau_0 = f - mg = |q|E - mg$$

Suy ra gia tốc trọng trường hiệu dụng:

$$g' = \frac{|q|E}{m} - g$$

Chu kì dao động của con lắc tích điện đặt trong điện trường là :

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{\dfrac{|q|E}{m} - g}}$$

Vậy : $$\frac{T'}{T_0} = \frac{T_0 + \Delta T'}{T_0} = 1 + \frac{\Delta T'}{T_0} = \frac{g}{\dfrac{|q|E}{m} - g} = \frac{1}{\dfrac{|q|E}{mg} - 1}$$

Suy ra :
$$\frac{|q|E}{mg} - 1 = \frac{1}{1 + \frac{\Delta T'}{T_0}} = \frac{1}{1 + \frac{\Delta T}{T_0}}$$

$$\approx 1 - \frac{\Delta T}{T_0}\left(\frac{\Delta T}{T_0} = 10^{-3} << 1\right)$$

$$\frac{|q|E}{mg} \approx 2 - \frac{\Delta T}{T_0} = 1,999$$

Do đó :
$$q \approx -1,999\frac{mg}{E} = -1,999 \cdot \frac{0,100.9,81}{9810}$$

$$\approx -199,9(\mu C)$$

9.4. Một con lắc đơn có chu kì dao động là $T_0 = 2,0000s$ tại nơi mà gia tốc trọng trường là $g = 9,80m.s^{-2}$ và ở nhiệt độ $t_1 = 0^oC$. Dây treo con lắc có hệ số nở dài $\alpha = 2.10^{-5}K^{-1}$. Bỏ qua mọi ma sát và lực cản của môi trường.

a) Tính chiều dài l_0 của con lắc ở 0^oC và chu kì dao động của nó ở $t_2 = 20^oC$.

b) Để con lắc ở 20^oC vẫn có chu kì là 2,0000s, người ta truyền cho quả cầu của con lắc một điện tích $q = 10^{-9}C$ rồi đặt nó trong một điện trường đều có độ lớn cường độ E khá nhỏ và có các đường sức nằm ngang và song song với mặt phẳng dao động của con lắc.

Cho biết khối lượng của con lắc là m = 1g. Hãy tính độ lớn của cường độ điện trường và góc lệch giữa phương thẳng đứng và dây treo con lắc khi cân bằng.

LƯỢC GIẢI

a) Chiều dài - Chu kì ở 20°C

– Ta có : $$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l_0}{g}}$$

Suy ra : $$l_0 = \frac{gT_0^2}{4\pi^2} = \frac{9,80.2,000^2}{4.3,14^2}$$

$$\approx \boxed{0,994(m)}$$

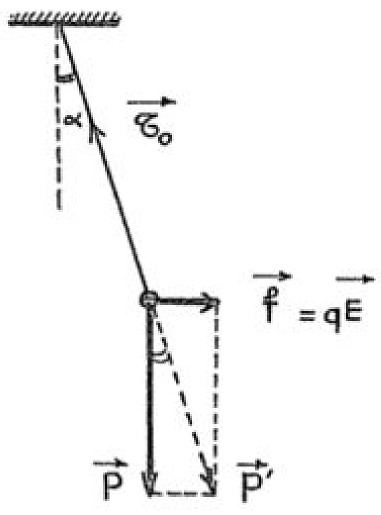
– Đặt l và T là chiều dài và chu kì của con lắc ở $t_2 = 20^oC$. Ta có :

$$\frac{T}{T_0} = \sqrt{1+\alpha t} \approx 1 + \frac{\alpha t}{2} \qquad (\alpha t << 1)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{T}{T_0} - 1 = \frac{\Delta T}{T_0} \approx \frac{\alpha t}{2} = \frac{2.10^{-5}.20}{2} = 2.10^{-4}$$

$$\Rightarrow \quad \Delta T = 2.10^{-4}.T_0 = 2.10^{-4}.2,000 = 0,0004(s)$$

Do đó : $T = T_0 + \Delta T = \boxed{2,0004s}$.



b) Độ lớn của cường độ điện trường

- Góc lệch ở vị trí cân bằng

– Xét con lắc cân bằng trong điện trường. Ta có :

$$\vec{P} + \vec{f} + \vec{\mathcal{T}_0} = \vec{0} \quad (\vec{f} = q\vec{E})$$

Suy ra :

$$\mathcal{T}_0 = \sqrt{m^2g^2 + q^2E^2}$$

Có thể coi con lắc tích điện cho trong bài là tương đương với một con lắc đơn không tích điện đặt tại nơi có trọng lực hiệu dụng $\vec{P}'$ sao cho :

$$\vec{P}' + \vec{\mathcal{T}_0} = \vec{0}$$

Ta suy ra : $\quad P' = mg' = \mathcal{T}_0 = m\sqrt{g^2 + \dfrac{q^2E^2}{m^2}}$

Ta có : $\quad T' = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g'}}$

Với $\quad g' = \sqrt{g^2 + \dfrac{q^2E^2}{m^2}}$

Do đó :

$$\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{\sqrt{g^2 + \dfrac{q^2E^2}{m^2}}}} = \frac{1}{\sqrt[4]{1 + \dfrac{q^2E^2}{m^2g^2}}} = \left[1 + \left(\frac{qE}{mg}\right)^2\right]^{-\frac{1}{4}}$$

Theo đề : $\quad \left(\dfrac{qE}{mg}\right)^2 << 1. \qquad$ Ta có :

$$\frac{T'}{T} \approx 1 - \left(\frac{qE}{2mg}\right)^2$$

Để chu kì của con lắc không đổi ta phải có :

$$\left(\frac{qE}{2mg}\right)^2 = \frac{\alpha T}{2}$$

$$\Rightarrow \quad E = \frac{mg}{q}\sqrt{2\alpha t}$$

$$= \frac{1.10^{-3}.9{,}80}{10^{-9}}.\sqrt{2.2.10^{-5}.20}$$

$$\approx \boxed{2{,}772.10^5(V.m^{-1})}$$

– Ở vị trí cân bằng ta có :

$$tg\alpha_0 = \frac{f}{P} = \frac{qE}{mg} = \frac{10^{-9}.2,772.10^5}{1.10^{-3}.9,80}$$

$$\Rightarrow \qquad \alpha_0 \approx 1,62^o = \boxed{1^o37'}$$

9.5 Một con lắc đơn gồm một quả cầu kim loại nhỏ khối lượng $m = 1,0g$ tích điện $|q| = 5,66.10^{-7}C$ được treo vào một sợi dây mảnh dài $l = 1,40m$ trong điện trường đều $\vec{E}$ có phương ngang tại nơi có gia tốc trọng trường $g = 9,79m.s^{-2}$. Vị trí cân bằng của con lắc hợp với phương thẳng đứng góc $\alpha = 30^o$.

a) Xác định độ lớn của cường độ điện trường và lực căng của dây treo khi con lắc cân bằng.

b) Cho con lắc dao động với biên độ góc nhỏ quanh vị trí cân bằng. Xác định chu kì của con lắc.

c) Con lắc đang đứng yên ở vị trí cân bằng, ta đột ngột đổi chiều điện trường nhưng vẫn giữ nguyên độ lớn. Con lắc sẽ chuyển động như thế nào ? Tính động năng cực đại của quả cầu.

Bỏ qua mọi ma sát.

LƯỢC GIẢI

a) Độ lớn cường độ điện trường - Lực căng

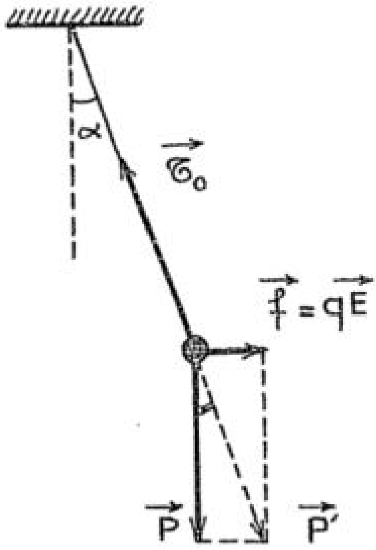
– Quả cầu tích điện cân bằng dưới tác dụng của :

. trọng lực $\vec{P}$

. lực điện trường $\vec{f} = q\vec{E}$

. lực căng của dây treo $\vec{\mathcal{T}_0}$

Ta có : $\vec{P} + \vec{f} + \overrightarrow{\mathcal{T}_0} = \vec{0}$



Suy ra : $$\text{tg}\alpha = \frac{f}{P} = \frac{|q|E}{mg}$$

Do đó :

$$E = \frac{mg\text{tg}\alpha}{|q|} = \frac{1{,}0.10^{-3}.9{,}79.1{,}732}{3.5{,}66.10^{-7}}$$

$$\approx \boxed{10^4(\text{V.m}^{-1})}$$

- Ta cũng có :

$$\mathcal{T}_0 = \frac{P}{\cos\alpha} = \frac{mg}{\cos\alpha} = \frac{1{,}0.10^{-3}.9{,}79.2}{1{,}732}$$

$$\approx \boxed{0{,}0113(\text{N})}$$

b) Chu kì của con lắc tích điện

Xét con lắc tích điện cân bằng. Ta có :

$$\vec{P} + \vec{f} + \overrightarrow{\mathcal{T}_0} = \vec{0}$$

Đặt : $$\vec{P} + \vec{f} = \vec{P'}$$

$\Rightarrow$ $$\vec{P'} + \overrightarrow{\mathcal{T}_0} = \vec{0}$$

Có thể coi con lắc tích điện đã cho là một con lắc bình thường, không tích điện nhưng đặt tại nơi có trọng lực hiệu dụng (biểu kiến) $\vec{P'}$.

Ta có :

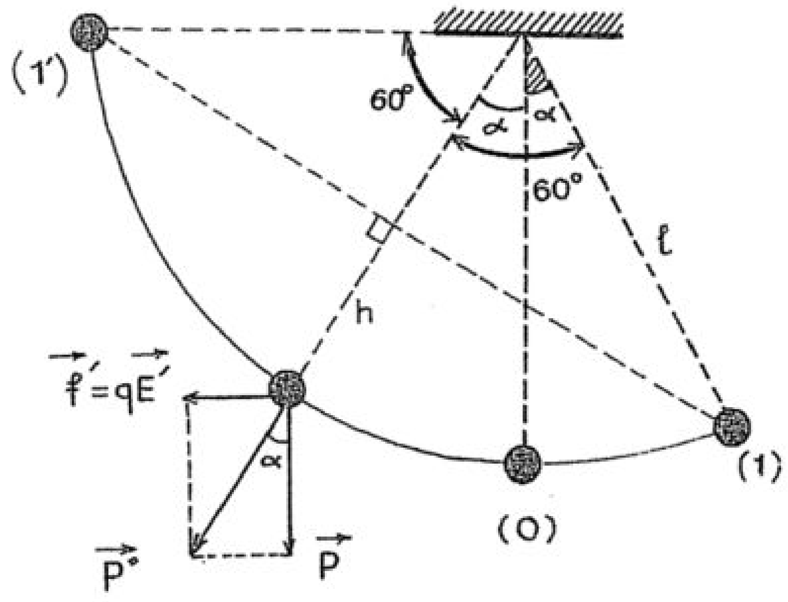
- $T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}}$ (g' : gia tốc trọng trường hiệu dụng)

Với $g' = \frac{P'}{m} = \frac{\mathcal{T}_0}{m} = \frac{g}{\cos\alpha}$ ta suy ra :

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{l\cos\alpha}{g}} = 6{,}28\sqrt{\frac{1{,}40.1{,}732}{2.9{,}79}}$$

$$\approx \boxed{2{,}21(s)}.$$

c) Chuyển động của con lắc khi đổi chiều điện trường – Động năng cực đại



– Vị trí cân bằng của con lắc trong điện trường mới $\vec{E'}$ cũng lệch 30^0 so với phương thẳng đứng nghĩa là lệch 60^0 so với vị trí cân bằng trong điện trường cũ $\vec{E}$.

Có thể coi con lắc tích điện là đặt trong điện trường $\vec{E'}$ và ở thời điểm ban đầu con lắc được đưa tới góc lệch 60^0 so với vị trí cân bằng.

Mặt khác, vị trí cân bằng của con lắc trong điện trường $\vec{E'}$ có thể coi là được xác định bởi trọng lực hiệu dụng $\vec{P''} = \vec{P} + \vec{f'}$
$\vec{P''} + \vec{\mathcal{T}'_0} = \vec{0}$.

$\vec{P''}$ là lực tổng hợp tạo bởi trọng lực $\vec{P} = m\vec{g}$ và lực điện trường $\vec{f'} = q\vec{E'}$.

Do đó $\vec{P''}$ là *lực thế*, gây ra *bảo toàn cơ năng*. Ở hai vị trí biên quanh vị trí cân bằng, thế năng cực đại bằng nhau.

Suy ra con lắc *dao động qua lại với biên độ góc* $\beta = 60^0$ *hai bên vị trí cân bằng trong điện trường* $\vec{E'}$.

– Động năng của con lắc cực đại ở vị trí cân bằng và có giá trị bằng thế năng cực đại ở vị trí biên. Ta có :

$$(E_đ)_{max} = mg'h = \frac{mg}{\cos\alpha}l(1 - \cos\beta)$$

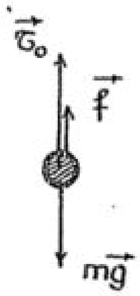
$$= \frac{1,0.10^{-3}.9,79.2}{1,732}.1,40(1 - 0,5)$$

$$\approx \boxed{7,91(mJ)}$$

CON LẮC CHỊU TÁC DỤNG CỦA LỰC ĐẨY ACSIMET

Biểu thức của lực :

$$\boxed{\vec{f} = -m'\vec{g} = -VD'\vec{g} = -\frac{D'}{D}m\vec{g}}$$



$\begin{cases} D : \text{khối lượng riêng của vật nặng} \\ D' : \text{khối lượng riêng của chất khí} \end{cases}$

BÀI TẬP THÍ DỤ

9.6 Thanh con lắc của đồng hồ có hệ số nở dài $\lambda = 2,0.10^{-5}$độ$^{-1}$. Quả nặng của con lắc có khối lượng riêng $D = 8450kg.m^{-3}$. Đồng hồ chạy đúng tại nơi có nhiệt độ $20,0^oC$ khi con lắc dao động trong không khí.

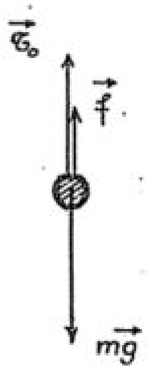
a) Hỏi tại nơi đó, con lắc ở nhiệt độ $20,0^oC$ đặt trong hộp chân không thì đồng hồ nhanh, chậm mỗi ngày bao nhiêu ?

b) Phải tăng nhiệt độ con lắc tới bao nhiêu thì trong chân không đồng hồ lại chạy đúng ?

Cho khối lượng riêng của không khí là $D_0 = 1,300kg.m^{-3}$. Trong lí luận, bỏ qua lực cản, chỉ xét lực đẩy Ac–si–met.

LƯỢC GIẢI

a) Thời gian nhanh, chậm :



– Trong chân không chu kì dao động của con lắc là :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_0}}$$

– Khi con lắc cân bằng trong không khí ta có :

$$m\vec{g}_0 + \vec{\mathcal{T}}_0 + \vec{f} = \vec{0}$$

Suy ra : $\mathcal{T}_0 = mg_0 - f$

$$= \left(1 - \frac{D_0}{D}\right)mg_0$$

Gia tốc trọng trường hiệu dụng :

$$g = g_0\left(1 - \frac{D_0}{D}\right)$$

Biểu thức chu kì dao động của con lắc trong không khí là :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_0\left(1 - \frac{D_0}{D}\right)}} = T_0\left(1 - \frac{D_0}{D}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

Vì $\dfrac{D_0}{D} << 1,$ ta có :

$$\frac{T_0}{T} = \frac{T + \Delta T_0}{T} = 1 + \frac{\Delta T_0}{T} = \left(1 - \frac{D_0}{D}\right)^{\frac{1}{2}} \approx 1 - \frac{D_0}{2D}$$

Suy ra : $\dfrac{\Delta T_0}{T} \approx -\dfrac{D_0}{2D} = -\dfrac{1,300}{2.8450} = -\dfrac{1}{13}.10^{-3}$

$\Delta T_0 < 0$: Đồng hồ chạy nhanh hơn.

Thời gian nhanh sau một ngày đêm :

$$\mathcal{T} = N.|\Delta T_0| = 8,64.10^4 \cdot \frac{|\Delta T_0|}{T_0} \approx 8,64.10^4 \cdot \frac{|\Delta T_0|}{T}$$

$$\approx 8,64 \,.\, 10^4 \cdot \frac{1}{13} \cdot 10^{-3} \approx \boxed{6,65(s)}$$

b) Nhiệt độ :

Đặt T'_0 và l' là chu kì dao động và chiều dài của con lắc đặt trong bình chân không sau khi thay đổi nhiệt độ.

Ta có : $\dfrac{T'_0}{T} = \sqrt{\dfrac{l'}{l}} \cdot \sqrt{\left(1 - \dfrac{D_0}{D}\right)} = \sqrt{\dfrac{1 + \lambda t_2}{1 + \lambda t_1}} \sqrt{\left(1 - \dfrac{D_0}{D}\right)}$

Suy ra : $\dfrac{T'_0}{T} \approx 1 + \dfrac{\lambda.\Delta t}{2} - \dfrac{D_0}{2D}$

Nếu đồng hồ chạy đúng ta có : $T'_0 = T$.

Vậy : $\dfrac{\lambda}{2} . \Delta t = \dfrac{D_0}{2D}$

Do đó : $\Delta t = \dfrac{D_0}{\lambda D} = \dfrac{1}{2,0.10^{-5}.6,5.10^3} \approx 7,7^oC$

$t_2 = t_1 + \Delta t = \boxed{27,7^oC}$

9.7. Con lắc của một đồng hồ chính xác dao động trong bình chân không. Vật nặng của con lắc được làm bằng kim loại có khối lượng riêng $8{,}50 g.cm^{-3}$. Chu kì của con lắc đúng bằng 2,00s trong điều kiện trên. Hãy tính mức sai lệch của đồng hồ nếu bình chứa không khí.

Cho : – Khối lượng riêng của không khí : $D_o = 1{,}25 g.l^{-1}$

– Gia tốc trọng trường : $g = 10{,}0 m.s^{-2}$

LƯỢC GIẢI

Thiết lập biểu thức chu kì dao động của con lắc trong không khí

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_0\left(1 - \frac{D_0}{D}\right)}} = T_0\left(1 - \frac{D_0}{D}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

Suy ra :
$$\frac{T}{T_0} = \left(1 - \frac{D_0}{D}\right)^{-\frac{1}{2}} \approx 1 + \frac{D_0}{2D}$$

$$\frac{\Delta T}{T_0} \approx \frac{D_0}{2D} = \frac{1{,}25}{2.8{,}50.10^3} \approx 73{,}5.10^{-6}$$

$\Delta T > 0$: Đồng hồ chạy chậm.

Mức sai lệch của đồng hồ trong 1 ngày đêm :

$$\tau = N.\Delta T = 8{,}64.10^4 \cdot \frac{\Delta T}{T}$$

$$\approx 8{,}64.10^4 \cdot \frac{\Delta T}{T_0} = 8{,}64.10^4.73{,}5.10^{-6}$$

$$\approx \boxed{6{,}35s}$$

BÀI TẬP LUYỆN TẬP

9.8 Một con lắc đơn có chu kì đúng bằng 2,0000s ở $20,0^oC$.

a) Tính chu kì con lắc ở $30,0^oC$. Dây treo con lắc có hệ số nở dài là $\lambda = 2,0.10^{-5}K^{-1}$.

b) Con lắc được cho dao động trong điện trường nằm ngang có các đường sức song song với mặt phẳng dao động. Con lắc được truyền điện tích $q = 0,10\mu C$. Chu kì dao động của con lắc trong điều kiện đó và ở $30,0^oC$ vẫn đúng bằng 2,0000s.

Tính độ lớn của cường độ điện trường. Cho khối lượng của vật nặng là 10g. Lấy $g = 10,0m.s^{-2}$

ĐS : a) 2,0001s

b) $2.10^4V.m^{-1}$

9.9* Con lắc đơn gồm quả cầu nhỏ có khối lượng $m = 5,90g$ và đường kính 1,0cm. Chiều dài con lắc là 100cm.

a) Con lắc dao động tại nơi có gia tốc trọng trường $g = 9,80m.s^{-2}$. Tính chu kì dao động với góc nhỏ.

b) Con lắc dao động lần lượt trong chân không và trong không khí. Hỏi phép đo chu kì phải có độ chính xác tới mức nào thì hai chu kì dao động mới có giá trị đo được khác nhau?

(Chỉ xét tác dụng của lực đẩy Ac si met của không khí. Cho khối lượng riêng của không khí là $D_0 = 1,20g.l^{-1}$)

ĐS : a) 2,006s

b) $5,3.10^{-5}$

9.10* Con lắc đồng hồ có thể coi là một con lắc đơn dao động tại nơi có gia tốc trọng trường $g = \pi^2 m.s^{-2}$.

a) Trong không khí, chu kì của con lắc đo được $T_0 = 1,000s$. Tính chiều dài của con lắc đơn.

b) Con lắc được cho dao động trong môi trường chứa khí CO_2. Tính độ sai biệt của đồng hồ mỗi ngày.

Chỉ xét ảnh hưởng của lực đẩy Acsimet. Cho biết :

– Khối lượng riêng của chất làm vật nặng con lắc là $D = 8,00 g.cm^{-3}$

– Khối lượng riêng của không khí là $D_0 = 1,25 g.l^{-1}$

ĐS : a) 25,0cm

b) Chậm 3,5s

Bài toán 10 — Con lắc đơn trong hệ quy chiếu không quán tính

. Trong hệ quy chiếu chuyển động với gia tốc $\vec{a}_0$ so với hệ quy chiếu quán tính, con lắc chịu thêm tác dụng của lực quán tính $\vec{F}_{qt}$

– *Lập biểu thức của gia tốc trọng trường hiệu dụng (biểu kiến)*

Hệ thức lực ở trạng thái cân bằng (con lắc không dao động) :

$$m\vec{g} + \vec{\mathcal{T}_0} + \vec{F}_{qt} = \vec{0}$$

hay : $$m\vec{g} + \vec{\mathcal{T}_0} - m\vec{a_0} = \vec{0}$$

. Lập biểu thức của lực căng :

$$\mathcal{T}_0 = m\left[h(g,a_0)\right] = mg'$$

$\left[h(g,a_0)\right.$: *hàm* của g , $\left.a_0\right]$

. Lập biểu thức của gia tốc trong trường hiệu dụng :

$$g' = \frac{\mathcal{T}_0}{m} = h(g, a_0)$$

– *Suy ra biểu thức chu kì dao động*

. Lí luận coi con lắc đang xét như con lắc trong hệ quy chiếu quán tính với gia tốc trọng trường g'.

. Suy ra biểu thức chu kì :

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{h(g, a_0)}}$$

BÀI TẬP THÍ DỤ

10.1 Quả lắc đồng hồ coi như con lắc đơn dao động tại nơi có gia tốc trọng trường $g = 9,80ms^{-2}$. Chu kì dao động là $T = 2,000s$.

a) Tính chiều dài của con lắc.

b) Con lắc được đặt trong một thang máy. Thang máy đi lên từ mặt đất và đạt độ cao 300m trong 40,0s. Chuyển động của thang máy gồm ba giai đoạn liên tiếp :

– Nhanh dần đều trong thời gian t_1

– Đều trong thời gian $t_2 = 2t_1$

– Chậm dần đều và dừng lại ở độ cao nói trên sau thời gian $t_3 = t_1$

Hãy tính chu kì dao động của con lắc trong mỗi giai đoạn chuyển động. Coi gia tốc trọng trường không đổi.

(Lấy $\pi^2 \approx 9{,}86$)

LƯỢC GIẢI

a) Chiều dài của con lắc :

Ta có : $$l = \frac{gT^2}{4\pi^2} = \frac{9{,}80.2{,}000^2}{4.9{,}86} \approx \boxed{99{,}4(\text{cm})}$$

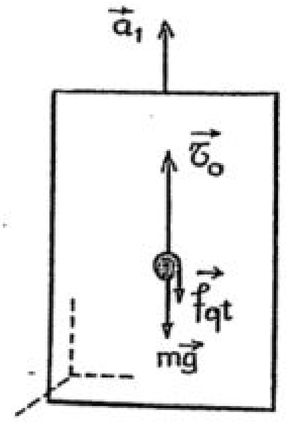
b) Chu kì dao động trong mỗi giai đoạn :

Xét chuyển động của con lắc trong hệ quy chiếu gắn với thang máy.

Chọn chiều dương là chiều chuyển động, ta tính được :

$$a_1 = 1\text{ms}^{-2}\,;\ a_2 = 0\,;\ a_3 = -1\text{m.s}^{-2}$$

Khi con lắc ở trạng thái không dao động (cân bằng tương đối) trong thang máy, ta có :



$$m\vec{g} + \vec{\tau}_0 + \vec{F}_{qt} = \vec{0}$$

hay : $m\vec{g} + \vec{\tau}_0 - m\vec{a} = \vec{0}$

Suy ra : $\tau_0 = m(g + a) \quad (|a| \leq g)$

Có thể xem con lắc đặt trong thang máy chuyển động là con lắc thông thường trong hệ quy chiếu quán tính nhưng dao động tại nơi có gia tốc trọng trường hiệu dụng là :

$$\vec{g'} = \vec{g} + \vec{a}$$

Chu kì :

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g + a}}$$

Vậy :

– Giai đoạn 1 : $T'_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g + a_1}} = T\sqrt{\frac{g}{g + a_1}}$

$$= 2{,}000\sqrt{\frac{9{,}80}{10{,}80}} \approx \boxed{1{,}91(s)}$$

– Giai đoạn 2 :

$$T'_2 = T = \boxed{2{,}000s}.$$

– Giai đoạn 3 :

$$T'_3 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g + a_3}} = T\sqrt{\frac{g}{g + a_3}}$$

$$= 2{,}000\sqrt{\frac{9{,}80}{8{,}80}} \approx \boxed{2{,}11(s)}.$$

10.2 Con lắc đơn có chu kì T = 2,00s khi dao động với biên độ nhỏ tại nơi có gia tốc trọng trường $g = 9{,}80 m.s^{-2}$. Sau đó con lắc được treo vào trần một toa xe chuyển động, trên đường nằm ngang, nhanh dần đều với gia tốc $a = 2{,}00 m.s^{-2}$.

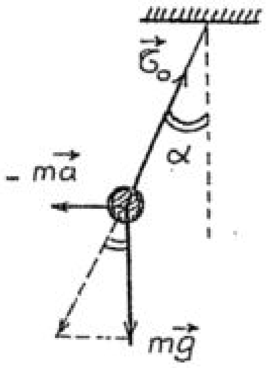
a) Định vị trí cân bằng của con lắc trong toa xe.

b) Tính chu kì dao động với biên độ nhỏ của con lắc khi xe chuyển động như trên.

LƯỢC GIẢI

Xét con lắc trong hệ quy chiếu gắn với toa xe.

a) Vị trí cân bằng trong toa xe :



Khi con lắc cân bằng trong toa xe (cân bằng tương đối), ta có :

$$m\vec{g} + \vec{\mathcal{T}_0} + \vec{F}_{qt} = \vec{0} \; (\vec{F}_{qt} = -m\vec{a})$$

$$\text{Suy ra : } \operatorname{tg}\alpha = \frac{a}{g} = \frac{2,00}{9,80} \approx 0,204$$

Dây treo lệch góc α so với phương thẳng đứng

$$\alpha = \operatorname{arctg}0,204 \approx \boxed{11^o30'}$$

b) Chu kì dao động :

Theo trên ta cũng có :

$$\mathcal{T}_0 = \sqrt{m^2g^2 + m^2a^2} = m\sqrt{g^2 + a^2}$$

Có thể xem con lắc dao động trong toa xe là con lắc thông thường dao động trong hệ quy chiếu quán tính với gia tốc trọng trường hiệu dụng là :

$$g' = \sqrt{g^2 + a^2}$$

Ta có chu kì : $T' = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g'}} = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{\sqrt{g^2 + a^2}}}$

Suy ra : $\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{\sqrt{g^2 + a^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{a}{g}\right)^2}} \approx 0,99$

$$T' = 0,99.T \approx \boxed{1,98s}.$$

10.3 Chuyển động của một thang máy khi hoạt động được coi là biến đổi đều.

a) Hỏi khi nào thì thang máy có vectơ gia tốc hướng lên ? Hướng xuống ?

b) Thang máy chuyển động giữa mặt đất và một giếng sâu 196m.

Khi đi xuống cũng như khi đi lên, một nửa quãng đường đầu thang máy chuyển động nhanh dần đều, một nửa quãng đường sau thang máy chuyển động chậm dần đều cho tới khi dừng.

Độ lớn của các gia tốc đều bằng nhau và bằng $\frac{1}{10}g$ (Lấy $g = 9,8m/s^2$)

– Tính khoảng thời gian (theo đồng hồ quả lắc đặt trên mặt đất) của chuyển động thang máy từ mặt đất xuống đáy giếng.

– Đặt vào thang máy một đồng hồ quả lắc chạy đúng khi nó ở trên mặt đất. Hỏi sau một ca làm việc 8 giờ, mỗi giờ 6 chuyến lên xuống, đồng hồ trong thang máy chạy nhanh hay chậm hơn so với khi nó được đặt trên mặt đất. Tính độ sai lệch của đồng hồ. Giả sử gia tốc trọng trường g có giá trị không đổi trong giếng.

LƯỢC GIẢI

a) Xác định chuyển động

Ta biết :

. Chuyển động thẳng *nhanh dần đều* có các vectơ $\vec{a},\vec{v}$ *cùng chiều*.

. Chuyển động thẳng *chậm dần đều* có các vectơ $\vec{a},\vec{v}$ *ngược chiều*

Do đó ta suy ra :

– Thang máy có vectơ gia tốc $\vec{a}$ hướng lên :

hoặc { *trong chuyển động *đi lên nhanh dần đều*
*trong chuyển động *đi xuống chậm dần đều.*

– Thang máy có vectơ gia tốc $\vec{a}$ hướng xuống :

hoặc { *trong chuyển động *đi xuống nhanh dần đều*
*trong chuyển động *đi lên chậm dần đều.*

b) Đồng hồ quả lắc đặt trong thang máy.

– Thời gian của một chuyển động đi xuống :

Trong nửa đoạn đường đầu, ta có phương trình chuyển động :

$$s = \frac{1}{2}a_1t^2$$

Thời gian t_1 để thang máy đi hết nửa đoạn đường này được tính bởi :

$$\frac{h}{2} = \frac{g}{20}.t_1^2 \qquad \Rightarrow \qquad t_1 = \sqrt{\frac{10h}{g}} = \sqrt{200}$$

$$= 10\sqrt{2} \approx 14,14(s)$$

Sau giai đoạn nhanh dần đều, thang máy có vận tốc v_1 xác định bởi :

$$v_1^2 = 2a_1s = \frac{2g}{10}\cdot\frac{h}{2} = \frac{gh}{10}$$

$$\Rightarrow \qquad v_1 = \sqrt{\frac{gh}{10}} = 9{,}8\sqrt{2}\,m.s^{-1}$$

Trong giai đoạn chuyển động chậm dần đều tiếp theo, phương trình vận tốc là :

$$v = a_2t + v_1 = -\frac{gt}{10} + v_1$$

Thời gian t_2 của chuyển động là :

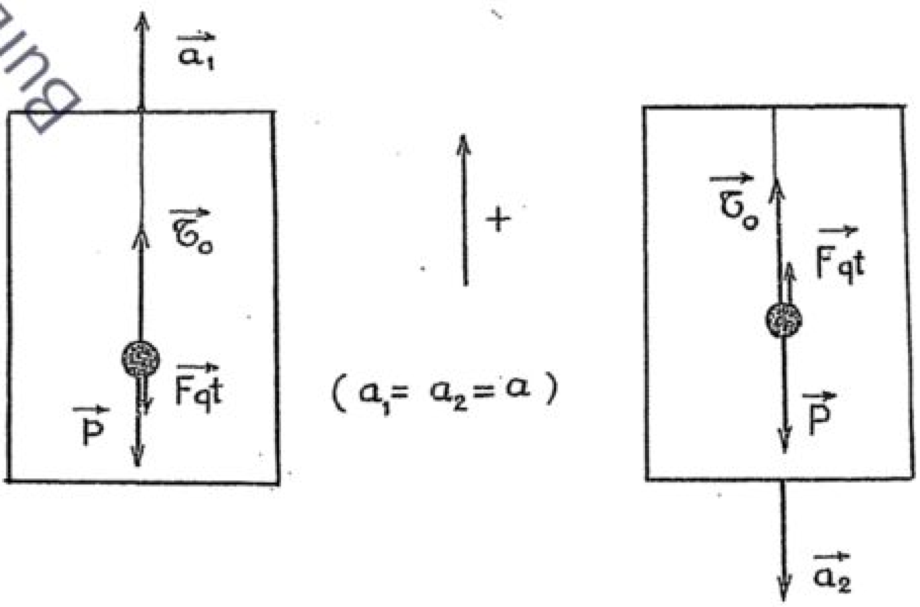
$$t_2 = \frac{10v_1}{g} = \frac{10.9{,}8\sqrt{2}}{9{,}8} = 10\sqrt{2} \approx 14{,}14(s)$$

Vậy thời gian của một chuyến đi xuống đáy giếng của thang máy là :

$$t = t_1 + t_2 = 20\sqrt{2}(s) \approx \boxed{28{,}28(s)}$$

– Độ sai lệch của đồng hồ

Xét con lắc đồng hồ ở trạng thái không dao động trong thang máy chuyển động (cân bằng tương đối).



Ta có : $\overrightarrow{\mathcal{T}_0} + \vec{P} + \vec{F}_{qt} = \vec{0} \Rightarrow \mathcal{T}_0 = P \pm F_{qt} = m(g \pm a)$

Đặt $\quad P' = mg' = \mathcal{T}_0$.

Ta suy ra : $\quad g' = g \pm a$

Con lắc dao động trong thang máy chuyển động có gia tốc có thể coi tương đương với một con lắc dao động trên mặt đất tại nơi có gia tốc trọng trường hiệu dụng g'.

Do đó, chu kì dao động là :

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g \pm a}}$$

Đặt $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ là chu kì dao động của con lắc khi đặt trên mặt đất. Ta có :

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 \pm \frac{a}{g}}} = \frac{T}{\sqrt{1 \pm \frac{a}{g}}}$$

Xét chuyển động đi xuống. Đặt t'_1 và t'_2 là giá trị chỉ bởi đồng hồ trong thang máy cho khoảng thời gian nhanh dần đều và chậm dần đều. Ta có :

$$\frac{t'_1}{t_1} = \frac{T_1}{T'_1} = \sqrt{1 - \frac{a}{g}} \quad ; \quad \frac{t'_2}{t_2} = \frac{T_2}{T'_2} = \sqrt{1 + \frac{a}{g}}$$

Vậy : $t'_1 + t'_2 = \left(\sqrt{1 - \frac{a}{g}} + \sqrt{1 + \frac{a}{g}}\right)\frac{t}{2} \quad ; \left(t_1 = t_2 = \frac{t}{2}\right)$

Khi đi lên hay khi đi xuống chuyển động của thang máy đều gồm hai giai đoạn bằng nhau, một có $\vec{a_1}$ hướng lên và một có $\vec{a_2}$ hướng xuống ($a_1 = a_2 = a$) .

Do đó, thời gian của một chuyến lên xuống chỉ bởi đồng hồ đặt trong thang máy là :

$$\theta_1 = 2(t'_1 + t'_2) = \left(\sqrt{1 - \frac{a}{g}} + \sqrt{1 + \frac{a}{g}}\right)t$$

$$= (\sqrt{0,9} + \sqrt{1,1})20\sqrt{2}$$

$$\approx 56,49(s)$$

Độ sai lệch của thời gian chỉ bởi đồng hồ sau một chuyến lên xuống là :

$$\Delta\theta_1 = \theta_1 - 2t = 56,49 - 56,56 = -0,07s$$

Sự sai lệch chỉ xảy ra đối với thời gian thang máy chuyển động. Do đó, trong một ca làm việc với 48 chuyến lên xuống, độ sai lệch của đồng hồ là :

$$\Delta\theta = 48\Delta\theta_1 = \boxed{-3,36s}$$

Giá trị âm cho thấy đồng hồ đặt trong thang máy chậm hơn.

10.4 Một lò xo khối lượng không đáng kể, độ dài tự nhiên $l_0 = 25$ cm. Độ dãn của lò xo tỉ lệ với khối lượng của vật treo vào, cứ 5mm cho 20g. Bỏ qua mọi lực ma sát và lực cản của môi trường.

a) Treo vào lò xo vật có khối lượng m = 100g. Kéo vật theo phương thẳng đứng xuống dưới vị trí cân bằng đoạn 2cm rồi buông không vận tốc đầu. Xác định chu kì và phương trình dao động của vật. Lấy $g = 9,80m.s^{-2}$

b) Treo con lắc lò xo kể trên vào trong một chiếc xe đang chuyển động nằm ngang. Lò xo lệch khỏi phương thẳng đứng góc 15^o . Tính gia tốc của xe và độ dài của lò xo.

c) Treo một con lắc đơn có độ dài 25cm trong xe đang chuyển động như ở câu b). Xác định vị trí cân bằng của con lắc đơn và chu kì dao động nhỏ của nó.

LƯỢC GIẢI

a) Chu kì và phương trình dao động

– Ta tính được độ cứng của lò xo như sau :

$$k = \frac{F}{\Delta l} = \frac{mg}{\Delta l} = \frac{20.10^{-3}.9,80}{5.10^{-3}}$$

$$= 39,2(Nm^{-1})$$

Suy ra chu kì dao động của con lắc lò xo với vật m :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{0,1}{39,2}}$$

$$\approx \boxed{0,317(s)}$$

– Ta có tần số góc của dao động :

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \approx \frac{2\pi}{\frac{\pi}{10}} = 20(rad.s^{-1})$$

Do đó các phương trình *li độ* và *vận tốc* có dạng

$$\begin{cases} x = A\sin(20t + \varphi) \\ v = 20A\cos(20t + \varphi) \end{cases}$$

Chọn chiều dương thẳng đứng hướng xuống, gốc thời gian lúc buông vật. Ta có :

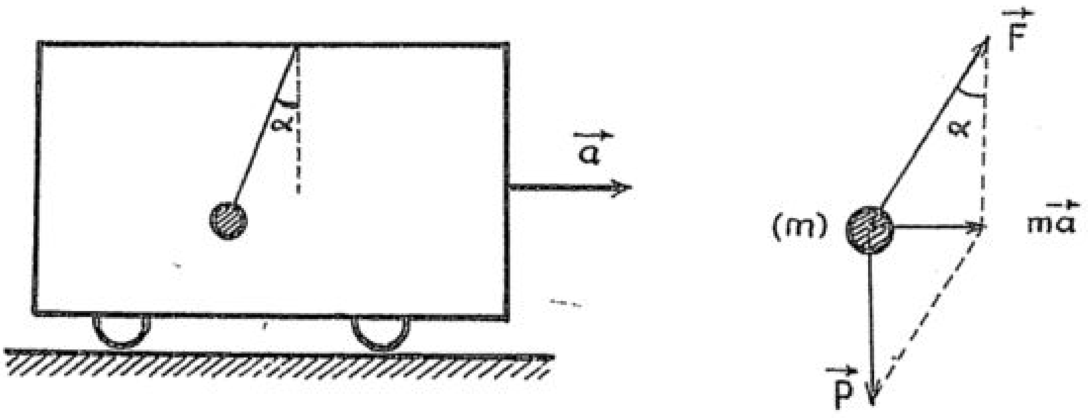
$$t = 0 : \quad \begin{cases} x = 2cm \\ v = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A\sin\varphi = 2(\text{cm}) \\ \cos\varphi = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 2\text{cm} \\ \varphi = \dfrac{\pi}{2} \end{cases}$$

Vậy phương trình dao động của vật là :

$$\boxed{x = 2\sin\left(20t + \frac{\pi}{2}\right)(\text{cm})}$$

b) Gia tốc của xe – Độ dài của lò xo



– Khi vật cân bằng trong xe chuyển động, có thể coi là vật có gia tốc chuyển động của xe dưới tác dụng của trọng lực $\vec{P}$ và lực đàn hồi $\vec{F}$ của lò xo.

Ta có : $\vec{P} + \vec{F} = m\vec{a}$

$$\Rightarrow \quad \text{tg}\alpha = \frac{ma}{P} = \frac{a}{g}$$

Do đó : $a = g.\text{tg}\alpha = 9{,}80.0{,}268$

$$\approx \boxed{2{,}63(\text{m.s}^{-2})}$$

– Ta suy ra lực đàn hồi của lò xo :

$$F = \frac{P}{\cos\alpha} = \frac{mg}{\cos\alpha}$$

Độ dãn của lò xo là :

$$\Delta l = \frac{F}{k} = \frac{mg}{k.\cos\alpha} = \frac{0,100.9,80}{39,2.0,966}$$

$$\approx 0,026(m) = 2,6(cm)$$

Do đó độ dài của lò xo là :

$$l = l_0 + \Delta l = \boxed{27,6cm}$$

c) Con lắc đơn treo trong xe chuyển động.

– Vật nặng của con lắc đơn chịu tác dụng của các lực hoàn toàn tương tự vật nặng của con lắc lò xo và có cùng gia tốc của xe.

Hai trạng thái cân bằng đối với xe giống nhau. Do đó, góc lệch với phương thẳng đứng của dây treo con lắc đơn là :

$$\beta = \alpha = 15^o$$

– Lí luận tương tự như trong câu b) ta có lực căng của dây treo con lắc đơn khi cân bằng trong xe (không dao động) là :

$$\mathcal{T}_0 = \frac{mg}{\cos\alpha}$$

Có thể xem con lắc đơn trong xe tương đương với con lắc đơn đặt trên mặt đất tại nơi có trọng lực hiệu dụng $\vec{P'}$ sao cho :

$$\vec{P'} + \vec{\mathcal{T}_0} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \qquad P' = \mathcal{T}_0 = \frac{mg}{\cos\alpha}.$$

gia tốc trọng trường hiệu dụng là :

$$g' = \frac{g}{\cos\alpha}.$$

Do đó, con lắc trong xe có chu kì dao động nhỏ là :

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}} = 2\pi\sqrt{\frac{l\cos\alpha}{g}} = 6{,}28\sqrt{\frac{0{,}25 \cdot 0{,}966}{9{,}80}}$$

$$\approx \boxed{0{,}986(s)}$$

10.5 Một con lắc treo ở trần của một xe chuyển động trên đường dốc nghiêng góc α so với mặt phẳng nằm ngang. Coi như xe trượt không ma sát trên đường dốc.

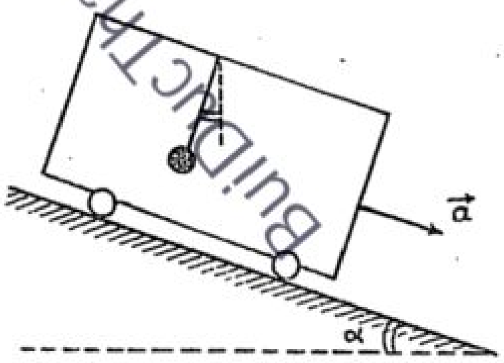
a) Xác định vị trí cân bằng của con lắc trong xe.

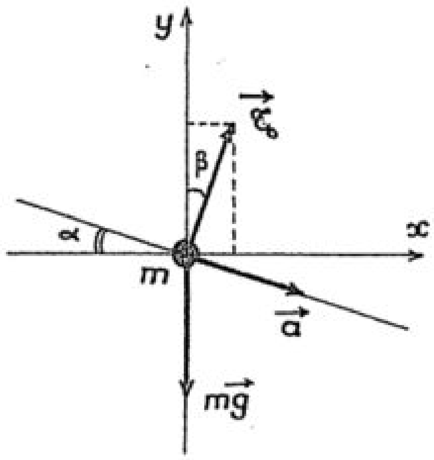
b) Lập biểu thức của chu kì dao động với góc nhỏ của con lắc.

LƯỢC GIẢI

Xét con lắc trong hệ quy chiếu gắn với xe.

a) Vị trí cân bằng :





Đối với hệ quy chiếu gắn với xe khi con lắc cân bằng ta có :

$$m\vec{g} + \vec{\mathcal{T}_0} + \vec{F}_{qt} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \quad m\vec{g} + \vec{\mathcal{T}_0} = m\vec{a}$$

Nếu chuyển động không ma sát ta có gia tốc chuyển động của xe là :

$$a = g\sin\alpha$$

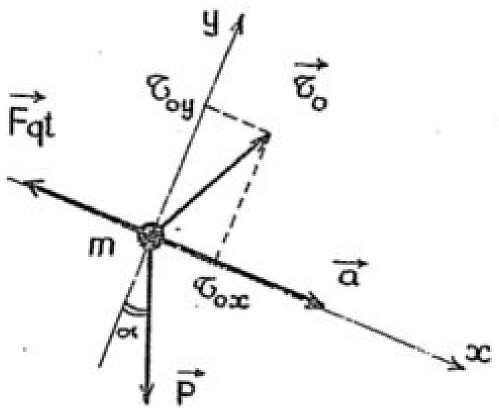
Chiếu lên hệ trục mxy :

$$\begin{cases} \tau_{0x} = \tau_0.\sin\beta = ma.\cos\alpha = mg.\sin\alpha.\cos\alpha \\ \tau_{0y} = \tau_0.\cos\beta = mg - ma.\sin\alpha = mg(1 - \sin^2\alpha) = mg.\cos^2\alpha \end{cases}$$

Do đó : $$tg\beta = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = tg\alpha$$

hay : $$\boxed{\beta = \alpha}$$

Ở vị trí cân bằng tương đối dây treo nghiêng góc α so với phương thẳng đứng.



Chú ý :

Có thể chiếu phương trình lực lên hệ trục : mx theo phương mặt phẳng nghiêng (hướng xuống) và my vuông góc với mặt phẳng nghiêng.

$$mg.\sin\alpha + \tau_{0x} - F_{qt} = 0$$

$$\Rightarrow \tau_{0x} = F_{qt} - mg\sin\alpha$$

$$= ma - mg\sin\alpha = 0$$

$\vec{\tau_0}$ chỉ có thành phần trên trục my.

Vậy dây treo vuông góc với mặt phẳng nghiêng, nghĩa là hợp với phương thẳng đứng góc α .

b) Chu kì dao động :

Theo kết quả ở trên ta có :

$$\tau_0 = \sqrt{\tau_{0x}^2 + \tau_{oy}^2} = mg\cos\alpha$$

Gia tốc trọng trường hiệu dụng là :

$$g' = g\cos\alpha$$

Có thể xem con lắc dao động trong xe chuyển động là con lắc thông thường dao động trong hệ quy chiếu quán tính với gia tốc trọng trường g'.

Chu kì dao động là :

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}} = \boxed{2\pi\sqrt{\frac{l}{g\cos\alpha}}}.$$

BÀI TẬP LUYỆN TẬP

10.6 Con lắc treo vào trần của một toa xe chuyển động xuống dốc nghiêng góc α so với mặt phẳng nằm ngang. Hệ số ma sát là k.

a) Xác định vị trí cân bằng của con lắc trong toa xe.

b) Lập biểu thức của chu kì dao động với góc nhỏ.

ĐS : a) $\mathrm{tg}\beta = \dfrac{\sin\alpha - k.\cos\alpha}{\cos\alpha + k.\sin\alpha}$

b) $T' = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g\sqrt{1 + k^2}}}$

10.7* Con lắc đơn treo vào trần một xe lên dốc nhanh dần đều với gia tốc a. Dốc có độ nghiêng α so với mặt phẳng ngang.

a) Xác định vị trí cân bằng của con lắc trong xe.

b) Lập biểu thức chu kì dao động với góc nhỏ của con lắc trong chuyển động lên dốc của xe theo chiều dài l và gia tốc trọng trường g.

ĐS : a) $\beta = \mathrm{arctg}\left(\dfrac{a\cos\alpha}{g + a\sin\alpha}\right)$

b) $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{\sqrt{a^2 + g^2 + 2ag\sin\alpha}}}$

10.8* Một con lắc đơn có chiều dài l = 100cm gắn vào trần của một thang máy.

a) Khi con lắc bắt đầu dao động thì thang máy đang đi lên nhanh dần đều với gia tốc $a_1 = 2{,}25 m.s^{-2}$ trong 10,0s rồi tức thì chuyển thành chậm dần đều với gia tốc $a_2 = 1 m.s^{-2}$ trong 9,0s. Tính số dao động con lắc thực hiện được trong cả hai giai đoạn chuyển động của thang máy.

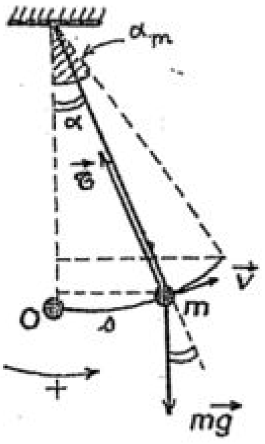
b) Giả sử đang chuyển động thì dây cáp của thang máy đứt và thang máy rơi tự do. Mô tả các tình huống xảy đến với con lắc trong thang máy.

(Lấy $\pi \approx 3{,}1$)

ĐS : a) 10 dao động

Bài toán 11

Phương trình chuyển động, vận tốc, lực căng dây và năng lượng dao động của con lắc đơn



1. Phương trình chuyển động

$$\alpha = \alpha_m \sin(\omega t + \varphi)$$

$$\begin{cases} \alpha_m \text{ và } \varphi \text{ do các điều kiên đầu xác định} \\ s = \alpha l \end{cases}$$

2. Vận tốc

Áp dụng định lí động năng :

$$v^2 = 2gl(\cos\alpha - \cos\alpha_m)$$

3. Lực căng

. Áp dụng định luật II Newton :

$$m\vec{g} + \vec{\mathcal{T}} = m\vec{a}$$

. Chiếu lên trục hướng tâm :

$$\mathcal{T} = mg\cos\alpha + m\frac{v^2}{l}$$

. Thay biểu thức của v^2 :

$$\mathcal{T} = mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_m)$$

4. Năng lượng dao động

. Động năng :

$$E_đ = \frac{1}{2}mv^2 = mgl(\cos\alpha - \cos\alpha_m)$$

. Thế năng (trọng trường) :

$$E_t = mgl(1 - \cos\alpha)$$

. Năng lượng (cơ năng) dao động :

$$E = E_đ + E_t$$

$$E = mgl(1 - \cos\alpha_m)$$

với α_m nhỏ : $E \approx \frac{1}{2}mgl\alpha_m^2 = \frac{1}{2}m\omega^2A^2$ $(A = s_m = l\alpha_m)$

BÀI TẬP THÍ DỤ

11.1 Một con lắc đơn có chiều dài $l = 100cm$ dao động tại một nơi có gia tốc trọng trường $g = 10{,}0m.s^{-2}$.

a) Tính chu kì dao động với góc nhỏ.

b) Từ vị trí cân bằng, đưa con lắc tới vị trí có góc lệch $\alpha_0 = 0{,}10$rad và buông không vận tốc đầu. Lập phương trình chuyển động của con lắc. Chọn gốc thời gian tùy ý.

(Lấy $\pi^2 = 10$)

LƯỢC GIẢI

a) Chu kì dao động :

Ta có : $$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = \frac{2\pi}{\pi}\sqrt{1{,}00} = \boxed{2{,}00(s)}$$

b) Phương trình chuyển động :

Phương trình theo tọa độ góc có dạng tổng quát :

$$\alpha = \alpha_m \sin(\omega t + \varphi)$$

Suy ra : $$v = s' = l\alpha' = \omega l \alpha_m \cos(\omega t + \varphi)$$

Chọn t = 0 lúc buông ta có :

$$t = 0 : \begin{cases} \alpha = \alpha_o \\ v = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_m \sin\varphi = \alpha_o \\ \cos\varphi = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_m = \alpha_0 \\ \varphi = \dfrac{\pi}{2} \end{cases}$$

Với $$\omega = \frac{2\pi}{T} = \pi \text{rad.s}^{-1}$$ ta có :

$$\boxed{\alpha = 0{,}10\sin(\pi t + \frac{\pi}{2}).}$$

11.2 Một con lắc có chiều dài l dao động tại một nơi có gia tốc trọng trường g. Vật nặng có khối lượng m. Biên độ góc là α_m.

a) Lập biểu thức của vận tốc vật ứng với tọa độ góc α. Suy ra biểu thức của vận tốc cực đại (xét trường hợp α_m lớn và α_m nhỏ).

b) Lập biểu thức của lực căng dây treo ứng với tọa độ góc α. Suy ra biểu thức của lực căng cực đại (xét trường hợp α_m lớn và α_m nhỏ).

Áp dụng số :

$l = 100\text{cm}$; $g = 10{,}0\text{m.s}^{-2}$; $\alpha_m = 0{,}10\text{rad}$; $m = 1{,}00\text{kg}$.

LƯỢC GIẢI

a) Vận tốc :

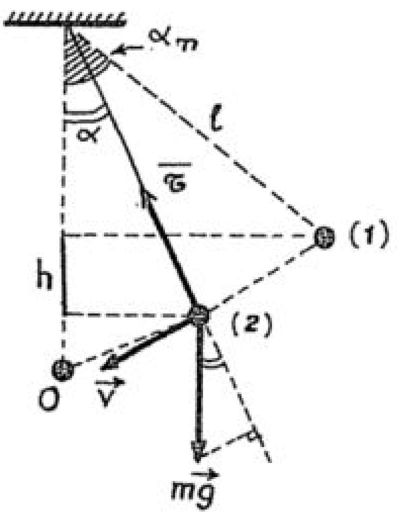
Áp dụng định lí động năng cho chuyển động của vật nặng từ (1) đến (2) ta có :

$$\Delta E_d = \frac{1}{2}mv^2 = A_{m\vec{g}} + A_{\vec{\tau}}$$

$$\begin{cases} A_{m\vec{g}} = mgh = mgl(\cos\alpha - \cos\alpha_m) \\ A_{\vec{\tau}} = 0 \quad (\vec{\tau} \perp \vec{\Delta s}) \end{cases}$$

Vậy : $v = \pm\sqrt{2gl(\cos\alpha - \cos\alpha_m)}$

$v_{max} = \sqrt{2gl(1 - \cos\alpha_m)}$



hay : $v_{max} = 2\sin\frac{\alpha_m}{2}\sqrt{gl}$

Nếu α_m nhỏ : $\sin\frac{\alpha_m}{2} \approx \frac{\alpha_m}{2}(\text{rad})$

Do đó : $v_{max} = \alpha_m\sqrt{gl}$

Áp dụng số :

$$v_{max} \approx 0,10\sqrt{10,0.1,00}$$

$$\approx \boxed{31,6(cm.s^{-1})}$$

b) Lực căng :

Áp dụng định luật II Newton ta có :

$$m\vec{g} + \vec{\mathcal{T}} = m\vec{a}$$

Chiếu lên trục hướng tâm :

$$\mathcal{T} - mg.\cos\alpha = ma_{ht} = m\frac{v^2}{l}$$

Suy ra : $$\mathcal{T} = m\left(g\cos\alpha + \frac{v^2}{l}\right)$$

Thay biểu thức của v^2 trong câu a ta suy ra :

$$\mathcal{T} = mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_m)$$

Do đó : $$\mathcal{T}_{max} = mg(3 - 2\cos\alpha_m)$$

$$= mg[1 + 2(1 - \cos\alpha_m)]$$

hay : $$\mathcal{T}_{max} = mg\left(1 + 4\sin^2\frac{\alpha_m}{2}\right)$$

Nếu α_m nhỏ ta có :

$$\mathcal{T}_{max} = mg(1 + \alpha_m^2)$$

Áp dụng số :

$$\mathcal{T}_{max} = 1,00.10,0(1 + 0,10^2)$$

$$= \boxed{10,1(N)}$$

11.3 Con lắc đơn có chiều dài l dao động với biên độ góc α_m nhỏ. Vật nặng có khối lượng m. Gia tốc trọng trường tại nơi dao động là g.

a) Hãy lập biểu thức của động năng và thế năng của con lắc tại :

– Vị trí biên

– Vị trí cân bằng

– Vị trí bất kì

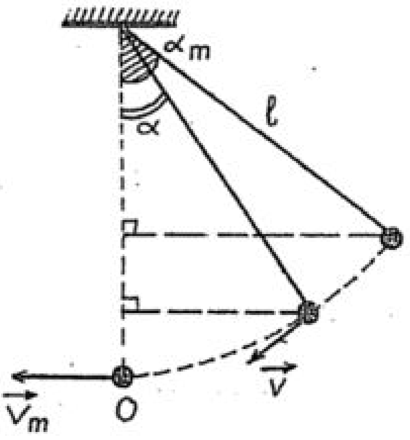
Suy ra năng lượng dao động được bảo toàn.

b) Từ phương trình bảo toàn năng lượng dao động, hãy thiết lập phương trình vi phân của con lắc dao động với góc nhỏ.

LƯỢC GIẢI

a) Biểu thức của động năng và thế năng :

Áp dụng định lí động năng ta thiết lập được ở vị trí dây treo hợp với phương thẳng đứng góc α :



$$v^2 = 2gl(\cos\alpha - \cos\alpha_m)$$

Chọn : $(E_t)_0 = 0$: gốc thế năng.

Suy ra :

– Ở vị trí biên :

$$E_đ = 0 \;;\; E_t = mgl(1 - \cos\alpha_m)$$

Năng lượng dao động :

$$E = E_đ + E_t = mgl(1 - \cos\alpha_m)$$

– Ở vị trí cân bằng :

$$E_t = 0 \; ; \; E_đ = \frac{1}{2}mv_m^2 = mgl(1 - \cos\alpha_m)$$

Năng lượng dao động :

$$E = E_đ + E_t = mgl(1 - \cos\alpha_m)$$

– Ở vị trí bất kì có tọa độ góc α :

$$E_đ = \frac{1}{2}mv^2 = mgl(\cos\alpha - \cos\alpha_m)$$

$$E_t = mgl(1 - \cos\alpha)$$

Năng lượng dao động :

$$E = E_đ + E_t = mgl(1 - \cos\alpha_m)$$

Vậy ở mọi vị trí ta luôn có :

$$E = mgl(1 - \cos\alpha_m) = \text{const}$$

Nếu α_m bé có thể viết :

$$E \approx \frac{1}{2}mgl\alpha_m^2 = \text{const}$$

b) Thiết lập phương trình vi phân :

Phương trình bảo toàn cơ năng :

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + mgl(1 - \cos\alpha) = \text{const}$$

Với α nhỏ ta có :

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}mgl\alpha^2 = \text{const}$$

Lấy đạo hàm hai vế theo t ta được :

$$mvv' + mgl\alpha\alpha' = 0$$

Nhưng $\begin{cases} v' = a_t = s'' \\ l\alpha' = s' = v \end{cases}$

Do đó hệ thức trên trở thành :

$$mv[s'' + g\alpha] = mv\left[s'' + \frac{g}{l}s\right] = 0$$

Với $\omega^2 = \frac{g}{l}$ ta có :

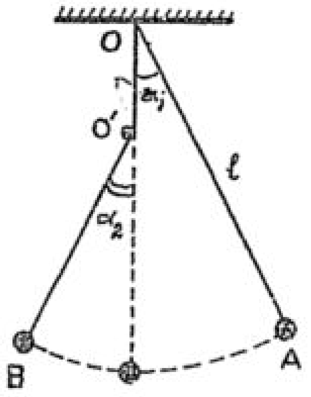
$$s'' = -\omega^2 s$$

Đây là phương trình vi phân của dao động điều hòa. $\ell = 1m$

11.4 Vật nặng kích thước nhỏ có khối lượng m được treo vào một dây không dãn có chiều dài $l = 100$cm.

Đầu kia của dây được gắn vào điểm cố định O.

- Vật được đưa khỏi vị trí cân bằng tới vị trí A ứng với góc lệch $\alpha_1 = 5^0$ và buông không vận tốc đầu. Khi vật qua vị trí cân bằng, dây treo vướng vào một đinh O' ở dưới O, trên đường thẳng đứng và cách O



đoạn OO' = 40cm. Vật chuyển động tới vị trí B ứng với góc α_2 .

a) Tính α_2 .

b) Tính tỉ số lực căng của dây treo ở hai vị trí A, B.

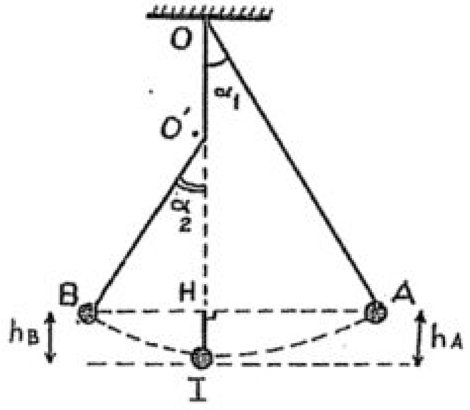
c) Tính tỉ số lực căng của dây treo ngay trước và sau khi vướng chốt O'.

d) Các tỉ số tính ở các câu b và c thay đổi thế nào nếu chốt O' được dịch xuống dưới thêm ?

Lấy : $g = 9{,}80 m.s^{-2}; \pi^2 = 10$

LƯỢC GIẢI

a) Tính α_2 :



Hệ có cơ năng bảo toàn. Ta suy ra :

$$h_A = h_B = HI$$

$$OA(1 - \cos\alpha_1) = O'B(1 - \cos\alpha_2)$$

Do đó :

$$\cos\alpha_2 = 1 - \frac{OA}{O'B}(1 - \cos\alpha_1)$$

Các góc đều nhỏ ta có thể viết :

$$1 - \frac{\alpha_2^2}{2} \approx 1 - 2\frac{OA}{O'B}\left(\frac{\alpha_1}{2}\right)^2$$

Vậy : $$\alpha_2 \approx \alpha_1\sqrt{\frac{OA}{O'B}} = 5\sqrt{\frac{5}{3}} \approx 6^o27'$$

b) Tính tỉ số $\dfrac{\mathcal{T}_A}{\mathcal{T}_B}$:

Ta có : $m\vec{g} + \vec{\mathcal{T}} = m\vec{a}$

Chiếu lên trục hướng tâm :

$$\mathcal{T} - mg\cos\alpha = ma_{ht} = m\frac{v^2}{l}$$

Ở A và B ta có $v_A = v_B = 0$.

Do đó ta suy ra :

$$\mathcal{T}_A = mg\cos\alpha_1 \ ; \mathcal{T}_B = mg\cos\alpha_2$$

Vậy : $$\frac{\mathcal{T}_A}{\mathcal{T}_B} = \frac{\cos\alpha_1}{\cos\alpha_2} \approx \frac{1 - \dfrac{\alpha_1^2}{2}}{1 - \dfrac{\alpha_2^2}{2}}$$

$$\frac{\mathcal{T}_A}{\mathcal{T}_B} \approx 1 + \frac{\alpha_2^2 - \alpha_1^2}{2} \approx 1 + \frac{(\alpha_2 + \alpha_1)}{2} \cdot |\Delta\alpha| \approx \boxed{1{,}0026}$$

c) Tính tỉ số $\dfrac{\mathcal{T}_I}{\mathcal{T}_I'}$

Ta lập được biểu thức của lực căng ứng với góc lệch α của dây treo :

$$\mathcal{T} = mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_m)$$

Ở I : $\alpha = 0$. Do đó :

$$\mathcal{T}_I = mg(3 - 2\cos\alpha_m)$$

Ngay trước khi vướng đinh O' con lắc có $\alpha_m = \alpha_1$. Ngay sau khi vướng đinh O' con lắc có $\alpha_m = \alpha_2$.

Vậy :

$$\begin{cases} \mathcal{T}_I = mg(3 - \cos\alpha_1) = mg\left(1 + 4\sin^2\dfrac{\alpha_1}{2}\right) \approx mg(1 + \alpha_1^2) \\ \mathcal{T}_I' = mg(3 - \cos\alpha_2) = mg\left(1 + 4\sin^2\dfrac{\alpha_2}{2}\right) \approx mg(1 + \alpha_2^2) \end{cases}$$

Do đó ta có :

$$\frac{\mathcal{T}_I}{\mathcal{T}_I'} = \frac{1 + \alpha_1^2}{1 + \alpha_2^2} \approx 1 + (\alpha_1^2 - \alpha_2^2) = 1 - (\alpha_1 + \alpha_2)\Delta\alpha$$

$$\approx \boxed{0,9949}$$

d) Sự biến thiên các tỉ số lực căng :

Nếu dời O' xuống thấp, O'B giảm. Do đó :

$$\alpha_2 = \alpha_1\sqrt{\frac{OA}{O'B}} \text{ : tăng}$$

Suy ra :

$$\begin{cases} *\text{Tỉ số } \dfrac{\mathcal{T}_A}{\mathcal{T}_B} = 1 + \dfrac{(\alpha_2^2 - \alpha_1^2)}{2} \text{ : sẽ tăng.} \\ *\text{ Tỉ số } \dfrac{\mathcal{T}_I}{\mathcal{T}_I'} = \dfrac{1 + \alpha_1^2}{1 + \alpha_2^2} \text{ : sẽ giảm} \end{cases}$$

11.5 Con lắc đơn có chiều dài l = 100cm dao động tại nơi có gia tốc trọng trường g = 10,0m.s^{-2}. Vật nặng có khối lượng m=0,500kg.

a) Đưa con lắc tới góc lệch α_0 = 0,10rd và buông không vận tốc đầu. Tính chu kì dao động và năng lượng đã cung cấp cho con lắc.

b) Do ma sát nên sau 50 dao động, biên độ chỉ còn lại 0,05rd. Tính năng lượng bị hao hụt. Để duy trì dao động của con lắc cần sử dụng một động cơ nhỏ có công suất tối thiểu bao nhiêu ?

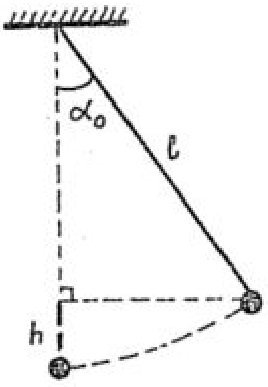
(Lấy $\pi^2 = 10$).

LƯỢC GIẢI

a) Chu kì – Năng lượng cung cấp

– Ta có :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = \frac{2\pi}{\pi}\sqrt{1,00} = \boxed{2,00(s)}$$



– Năng lượng cung cấp là thế năng :

$$E_0 = E_t = mgh = mgl(1 - \cos\alpha_0)$$

$$= 2mgl\sin^2\frac{\alpha_0}{2}$$

Vì α_0 nhỏ ta có :

$$E_0 \approx \frac{1}{2}mgl\alpha_0^2 = \frac{1}{2}.0,500.10,0.1,00.0,10^2$$

$$\approx 0,025(J) = \boxed{25(mJ)}$$

b) Năng lượng hao hụt – Công suất tối thiểu của động cơ :

– Năng lượng của con lắc sau 50 dao động là :

$$E \approx \frac{1}{2}mgl\alpha'^2_0 = \frac{1}{2}.0,500.10,0.1,00.0,05^2 \approx 6(mJ)$$

Độ hao hụt năng lượng là :

$$|\Delta E| = E_0 - E \approx 19(mJ)$$

– Để duy trì dao động của con lắc, động cơ phải có công suất tối thiểu sao cho tạo được năng lượng bằng năng lượng bị hao hụt trong thời gian 50 dao động.

Công suất tối thiểu là :

$$N_{min} = \frac{|\Delta E|}{t} \approx \frac{19.10^{-3}}{100} = \boxed{190(\mu W)}$$

15.6 Một con lắc đơn gồm một quả cầu nhỏ bằng thép, khối lượng m treo ở đầu một sợi dây mềm, khối lượng không đáng kể, không giãn, dài $l = 1{,}00$m.

Phía dưới điểm treo O, trên phương thẳng đứng, có một cái đinh được đóng chắc vào điểm O' cách O đoạn 50cm sao cho con lắc vấp vào đinh khi dao động.

Kéo con lắc khỏi phương thẳng đứng góc $\alpha_1 = 3^0$ rồi thả ra. Bỏ qua mọi ma sát.

a) Tính chu kì dao động của con lắc. Lấy $g = 9{,}8m.s^{-2}$

b) Tính biên độ dao động của quả cầu ở hai bên vị trí cân bằng. Vẽ đồ thị của dao động.

c) Nếu không đóng đinh vào O' mà đặt ở vị trí cân bằng I một tấm thép, thẳng đứng, giữ cố định thì hiện tượng sẽ xảy ra như thế nào ? Vẽ đồ thị dao động của quả cầu.

(Coi va chạm của quả cầu vào tấm thép là hoàn toàn đàn hồi).

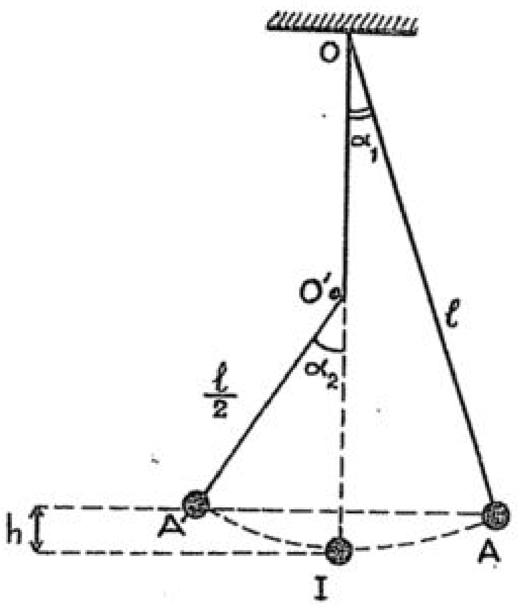
LƯỢC GIẢI

a) Chu kì dao động của con lắc

Một chu kì trọn vẹn của con lắc gồm 2 nửa chu kì :

$$\begin{cases} * \text{ Nửa chu kì của con lắc có chiều dài } l \\ * \text{ Nửa chu kì của con lắc có chiều dài } \dfrac{l}{2} \end{cases}$$

Do đó chu kì dao động của con lắc đã cho là :



$$T = \pi\left[\sqrt{\frac{l}{g}} + \sqrt{\frac{l}{2g}}\right]$$

$$= 3,14\left[\sqrt{\frac{1,00}{9,80}} + \sqrt{\frac{1,00}{2.9,80}}\right]$$

$$\approx 1,00 + 0,71 \approx \boxed{1,71(s)}$$

b) Biên độ dao động – Đồ thị

– Chuyển động của con lắc có cơ năng bảo toàn. Do đó :

$$(E_t)_A = (E_t)_{A'}$$

$$\Rightarrow \quad l(1 - \cos\alpha_1) = \frac{l}{2}(1 - \cos\alpha_2)$$

$$\Rightarrow \quad \cos\alpha_2 = 2\cos\alpha_1 - 1$$

Vì α_1 và α_2 đều là những góc rất nhỏ ta có thể áp dụng công thức gần đúng :

$$\cos\alpha \approx 1 - \frac{\alpha^2}{2}$$

Vậy :
$$1 - \frac{\alpha_2^2}{2} = 2\left(1 - \frac{\alpha_1^2}{2}\right) - 1$$

$$\Rightarrow \qquad \alpha_2 = \alpha_1\sqrt{2} \approx 4{,}24^\circ = 4^\circ14'$$

Các biên độ dao động là :

$$\begin{cases} *\alpha_1 = 3^\circ \text{ về phía chiều dài } l \\ *\,\alpha_2 = 4^\circ14' \text{ về phía chiều dài } \dfrac{l}{2} \end{cases}$$

– Đồ thị của dao động :

Ta để ý rằng :

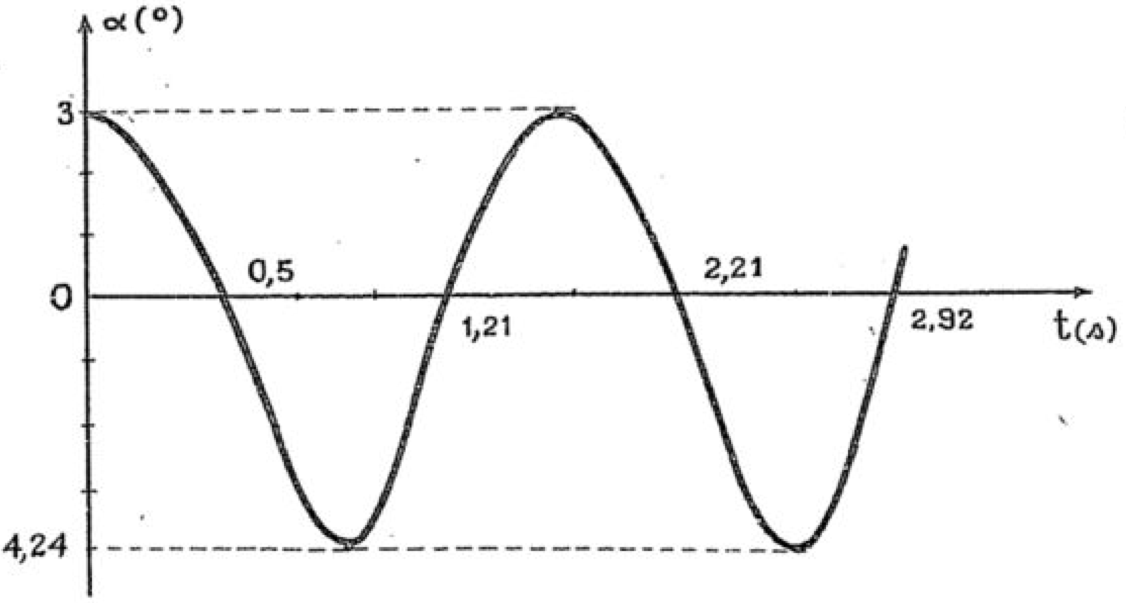
Nửa chu kì của con lắc chiều dài l là :

$$\frac{T_1}{2} = \pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 3{,}14\sqrt{\frac{1{,}00}{9{,}80}} \approx 1{,}00(s)$$

Nửa chu kì của con lắc chiều dài $\dfrac{l}{2}$ là :

$$\frac{T_2}{2} = \pi\sqrt{\frac{l}{2g}} = 3{,}14\sqrt{\frac{1{,}00}{2.9{,}80}} \approx 0{,}71(s)$$

Suy ra đồ thị sau (chiều dương hướng về phía con lắc có chiều dài l).



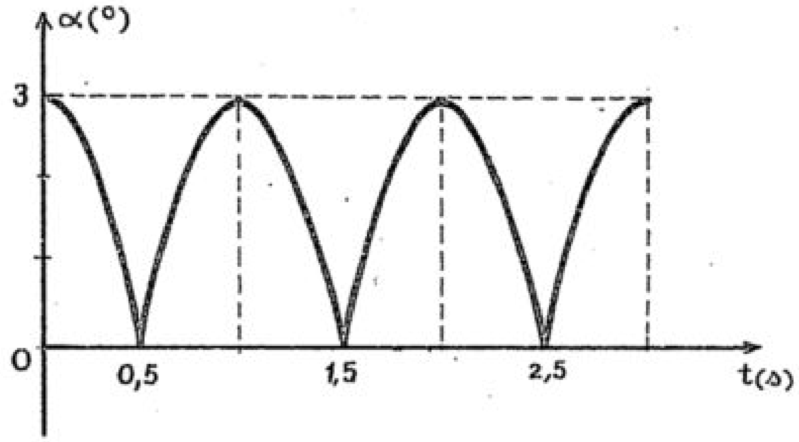
c) Con lắc va chạm vào tấm thép.

Va chạm hoàn toàn đàn hồi nên cơ năng của con lắc bảo toàn. Do đó, sau va chạm, con lắc chuyển động ngược lại tới vị trí ứng với biên độ góc $\alpha_1 = 3^o$.

Sau va chạm đầu tiên kể từ lúc buông thì khoảng thời gian giữa hai va chạm là :

$$\frac{T_1}{2} = 1{,}00(s) \text{ (nửa chu kì ứng với chiều dài } l)$$

Ta vẽ được đồ thị dao động của quả cầu như sau :



BÀI TẬP LUYỆN TẬP

11.7 Một con lắc dao động với góc nhỏ có chu kì T = 2,00s.

- a) Tính chiều dài của con lắc coi như con lắc đơn. Lấy $g = \pi^2 m.s^{-2}$.

b) Biên độ góc là $\alpha_m = 0{,}10$rad. Viết phương trình chuyển động của con lắc. Chọn gốc thời gian là lúc con lắc có tọa độ cực đại.

c) Tính thời gian ngắn nhất để con lắc đi từ vị trí có góc lệch $\alpha_1 = 0{,}05\text{rad}$ đến vị trí có góc lệch $\alpha_2 = 0{,}01\text{rad}$.

ĐS : a) 100cm

b) $\alpha = 0{,}10\sin(\pi t + \frac{\pi}{2})$

c) $\Delta t = 0{,}17\text{s}$

11.8 Con lắc có chiều dài l, vật nặng có khối lượng m.

a) Từ vị trí cân bằng thẳng đứng, truyền cho vật vận tốc nằm ngang $\vec{v_o}$. Tính biên độ dao động theo m, l và v_o.

b) Dây treo chỉ chịu được lực căng lớn nhất τ_m. Vận tốc $\vec{v_o}$ kích thích con lắc phải thỏa điều kiện gì để dây treo không bị đứt trong quá trình dao động ?

c) Giả sử trong khi đang dao động thì ở vị trí ứng với góc lệch α so với phương thẳng đứng, đầu trên của dây treo con lắc bị sút khỏi điểm cố định. Khảo sát chuyển động của vật nặng sau đó.

ĐS : a) $\alpha_m = \arccos\left(1 - \frac{v_o^2}{2gl}\right)$

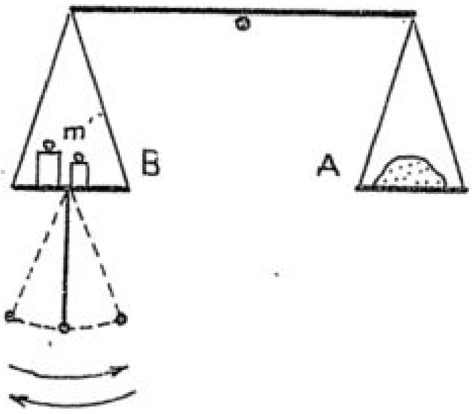
b) $v_o < \sqrt{2l\left(\frac{\tau_m}{m} - g\right)}$

c) Vật rơi tự do, ném xiên hay ném ngang tùy giá trị của α

11.9 Một con lắc gồm vật nặng có khối lượng m treo vào dây có chiều dài l.

a) Biên độ dao động là α_m. Tính vận tốc cực đại của vật theo m, l , α_m. Xét hai trường hợp α_m là góc nhỏ và góc lớn.

b) Con lắc được treo dưới một đĩa cân như hình vẽ. Tổng khối lượng ở đĩa cân B là m'. Ở đĩa cân A có đặt bi cho cân bằng khi con lắc không dao động. Cho con lắc dao động với biên độ α_m nhỏ. Cân mất cân bằng. Hãy giải thích.



c) Đặt một vật cản dưới đĩa cân A để giữ cho A không xuống khỏi vị trí cân bằng. Khi đó nếu con lắc dao động, đĩa cân B sẽ có lúc xuống thấp hơn vị trí cân bằng. Hãy giải thích hiện tượng.

Để đĩa B không xuống khỏi vị trí cân bằng trong quá trình con lắc dao động, ta giảm bớt khối lượng Δm' từ m'. Tính Δm' nhỏ nhất phải giảm.

ĐS : a) $\sqrt{2gl(1-\cos\alpha_m)}$; $\alpha_m\sqrt{gl}$

c) $\Delta m' \geq 4\sin^2\dfrac{\alpha_m}{2}\cdot mg$

11.10*. Một tính chất của dao động con lắc đơn ít được chú ý đến, đó là mặt phẳng dao động của nó. Mặt phẳng này cố định trong không gian. Do đó khi Trái Đất quay, mặt phẳng dao động của con lắc thay đổi hướng đối với mặt đất. Foucault đã dùng hiện tượng này để xác nhận chuyển động quay của Trái Đất.

Con lắc của Foucault gồm quả cầu có khối lượng $m = 28,0$kg treo vào một dây dài $l = 67,0$m. Con lắc có thể coi là con lắc đơn.

a) Quả nặng của con lắc được đưa khỏi vị trí cân bằng thẳng đứng 2,00m và buông không vận tốc đầu.

Tính vận tốc của con lắc khi qua vị trí cân bằng và tỉ số giữa các giá trị cực đại, cực tiểu của lực căng dây treo con lắc.

b) Do lực cản của không khí nên con lắc chỉ dao động được 6 giờ. Tính cơ năng tiêu hao trung bình trong mỗi chu kì và độ giảm vận tốc trung bình sau mỗi chu kì.

c) Với độ giảm vận tốc trung bình trên đây, hãy xác định biên độ dao động của con lắc sau 1 giờ dao động và tỉ số các giá trị cực đại, cực tiểu của lực căng dây treo vào lúc đó.

ĐS : a) $v_{max} \approx 0,76 m.s^{-1}$; $\dfrac{\mathcal{T}_{max}}{\mathcal{T}_{min}} \approx 1,0013$

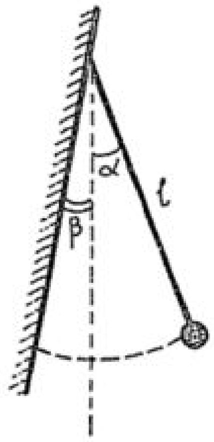
b) 11mJ ; $|\Delta v| \approx 1 mm.s^{-1}$

c) 1,83m ; $\dfrac{\mathcal{T}'_{max}}{\mathcal{T}'_{min}} \approx 1,0011$

11.11* Con lắc đơn có chiều dài l có đầu dây cố định treo vào một bức tường nghiêng góc β so với phương thẳng đứng.

Kéo con lắc khỏi vị trí cân bằng góc lệch α và buông không vận tốc đầu.

Giả sử va chạm giữa con lắc và tường là hoàn toàn đàn hồi. Coi α, β là các góc nhỏ ($\alpha > \beta$).



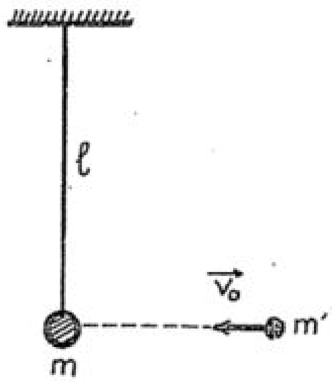
a) Chứng tỏ con lắc dao động tuần hoàn. Lập biểu thức của chu kì dao động.

b) Tính năng lượng trao đổi giữa con lắc và tường trong mỗi lần va chạm đàn hồi.

ĐS : a) $T = \sqrt{\dfrac{l}{g}}\left(\pi + 2\arcsin\dfrac{\beta}{\alpha}\right)$

b) $\dfrac{mgl}{2}(\alpha^2 - \beta^2)$

11.12* Một con lắc đơn có chiều dài l, vật nặng có khối lượng m. Con lắc ở vị trí cân bằng thẳng đứng, người ta bắn thẳng theo phương ngang vào vật nặng của con lắc một đạn nhỏ có khối lượng m' < m với vận tốc $\vec{v}_0$.



a) Chứng tỏ con lắc sẽ dao động sau va chạm.

b) Tính biên độ dao động theo m, m', l, v_0 cho hai trường hợp :

– Va chạm tuyệt đối đàn hồi

– Va chạm tuyệt đối không đàn hồi.

ĐS : b) $\alpha_m = \arccos\left[1 - \dfrac{2v_0^2}{gl\left(1 + \dfrac{m}{m'}\right)^2}\right]$

$$\alpha'_m = \arccos\left[1 - \dfrac{v_0^2}{2gl\left(1 + \dfrac{m'}{m}\right)^2}\right]$$

11.13* Một con lắc gồm vật nặng có khối lượng m gắn vào điểm cuối của một dây nhẹ không dãn. Đầu kia của dây treo vào điểm O trong một thang máy. Con lắc dao động với biên độ α_m. Ngay khi con lắc vừa tới vị trí cân bằng thì thang máy chuyển động với gia tốc $\vec{a}$ ($a < g$).

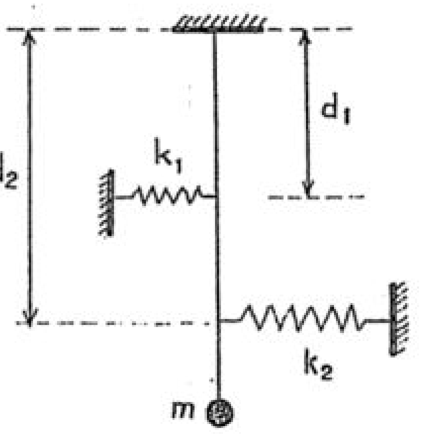
Tính biên độ dao động của con lắc trong thang máy chuyển động. Xét hai trường hợp :

– Gia tốc thang máy $\vec{a}$ hướng lên

– Gia tốc thang máy $\vec{a}$ hướng xuống.

ĐS : $$\beta_m = \arccos\left[1 - \frac{gl}{g \pm a}(\cos\alpha_m - 1)\right]$$

11.14* Một con lắc gồm vật nặng khối lượng m gắn vào một thanh nhẹ chiều dài l và liên kết cơ học với hai lò xo nhẹ như hình vẽ. Khi con lắc ở vị trí cân bằng, hai lò xo không biến dạng. Các lò xo có hệ số đàn hồi k_1, k_2 và được bố trí sao cho luôn luôn thẳng ngang.



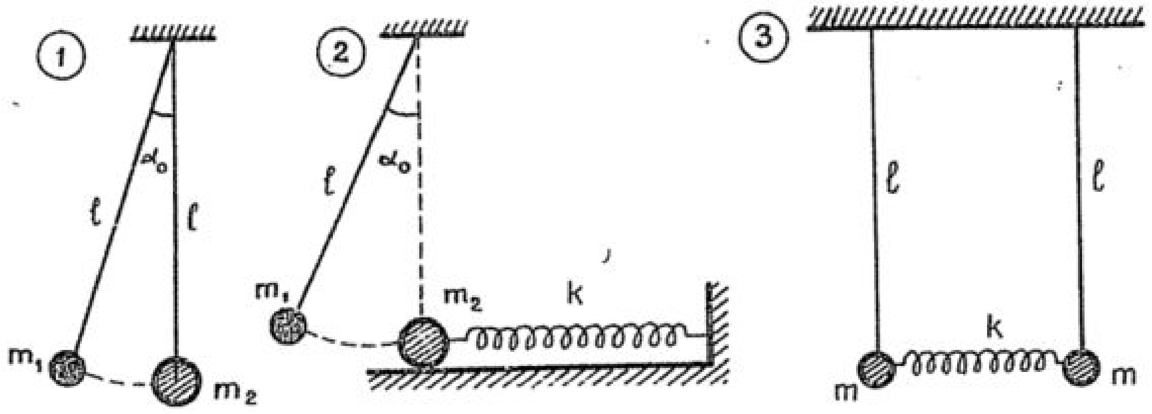
Kéo con lắc lệch khỏi vị trí cân bằng một góc nhỏ (trong mặt phẳng của hệ lúc cân bằng) và buông không vận tốc đầu.

a) Chứng tỏ con lắc dao động điều hòa.

b) Lập biểu thức của chu kì dao động.

ĐS : b) $$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\dfrac{g}{l} + \dfrac{k_1 d_1^2 + k_2 d_2^2}{ml^2}}}$$

11.15* Có ba hệ dao động được cấu tạo như các hình vẽ sau :



a) Với hệ 1, vật m_1 được buông không vận tốc đầu tới va chạm với vật $m_2 = 2m_1$. Góc lệch α_0 nhỏ ($< 10^0$).

Hãy nghiên cứu chuyển động của hai vật trong hai trường hợp :

– Va chạm đàn hồi

– Va chạm mềm.

b) Với hệ 2, vật m_1 cũng được buông không vận tốc đầu tới va chạm tuyệt đối đàn hồi với $m_2 = 2m_1$. Góc lệch α_0 nhỏ và m_2 trượt không ma sát trên mặt sàn nằm ngang.

– Tính biên độ của dao động thứ nhất sau va chạm.

– Muốn các va chạm liên tiếp giữa hai vật luôn xảy ra tại vị trí va chạm đầu tiên, phải có hệ thức liên lạc nào giữa m_2, k, l. Trong điều kiện đó, tính tần số va chạm.

c) Với hệ 3, hãy tính chu kì dao động khi hai vật được kéo lệch khỏi vị trí cân bằng thẳng đứng góc α nhỏ và buông không vận tốc đầu. Coi lò xo luôn nằm ngang (không khối lượng). Xét hai trường hợp :

– Hai vật được kéo lệch về cùng một phía

– Hai vật được kéo lệch về hai phía.

Ở vị trí cân bằng hai con lắc thẳng đứng; lò xo không biến dạng

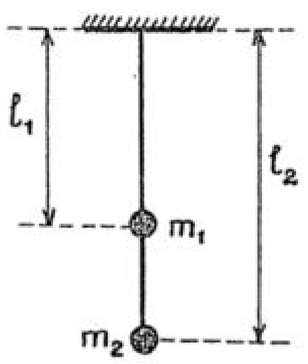
ĐS : a) Dao động cùng chu kì.

b) $\alpha'_0 = \arccos\left(\dfrac{8 + \cos\alpha_0}{9}\right)$

$$A = \frac{4}{3}\sqrt{gl\frac{m_1}{k}(1 - \cos\alpha_0)} \;;\; m_2 g = kl$$

c) $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$; $T' = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g + \dfrac{2kl}{m}}}$

11.16* Một con lắc gồm hai vật nhỏ gắn vào một thanh nhẹ. Hệ có thể quay quanh một bản lề ở đầu trên của thanh và vạch một mặt phẳng thẳng đứng



a) Kéo thanh khỏi vị trí cân bằng một góc lệch nhỏ và buông tự do.

Chứng tỏ hệ dao động điều hòa. Lập biểu thức của chu kì.

b) Hãy chứng tỏ hệ tương đương với một con lắc đơn. Tính chiều dài l của con lắc đơn này theo m_1, m_2, l_1, l_2.

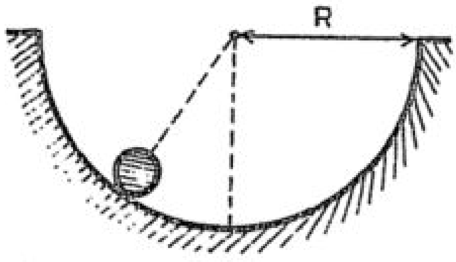
c) Định vận tốc nhỏ nhất phải truyền cho vật m_2 theo phương ngang để thanh có thể quay tròn trong mặt phẳng thẳng đứng.

ĐS : a) $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2}{g(m_1 l_1 + m_2 l_2)}}$

b) Suy ra từ a

c) $v_0 \geq 2\sqrt{\left(1 + \dfrac{m_1}{m_2}\right) gl}$

11.17* Một mặt cầu lõm, nhẵn, bán kính R; bên trong có một vật nhỏ khối lượng m có thể trượt không ma sát.



a) Vật được đặt ở vị trí ban đầu cách vị trí cân bằng một đoạn nhỏ so với bán kính và buông nhẹ. Hãy chứng tỏ vật dao động điều hòa. Lập biểu thức của chu kì. Con lắc đơn tương đương có chiều dài như thế nào ?

b) Thay vật bằng một vành tròn cùng khối lượng. Bán kính của vành là r << R. Cũng đặt vành ở vị trí ban đầu tương tự như trên và buông nhẹ. Vành lăn không ma sát trên mặt cầu. Chứng tỏ vành dao động điều hòa. Lập biểu thức chu kì. So sánh hai chu kì. Giải thích.

ĐS : a) $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{R}{g}}$; $l = R$ b) $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{2(R - r)}{g}}$

Chuyên đề III – CÁC VẤN ĐỀ CHUNG CỦA DAO ĐỘNG CON LẮC

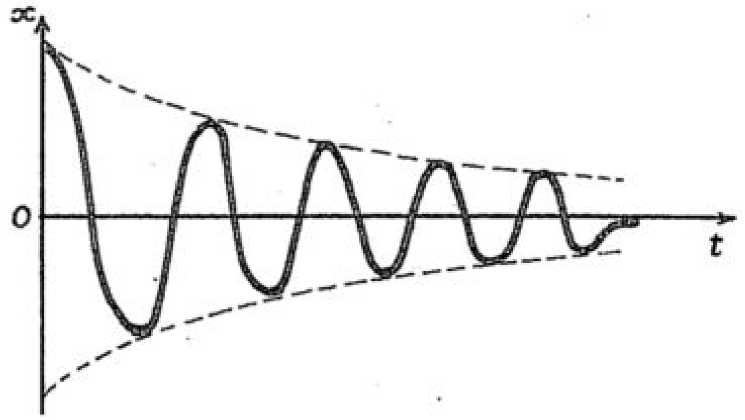
A. TÓM TẮT GIÁO KHOA

- Dao động tắt dần
- Dao động cưỡng bức – Cộng hưởng
- Tổng hợp dao động
- Phép hoạt nghiệm và hiện tượng trùng phùng

I. DAO ĐỘNG TẮT DẦN

. Khi dao động có $\left\{ \begin{array}{l} \vec{F}_{ms} \\ \vec{F}_{cản} \end{array} \right.$: x_{max} giảm. Hệ ngừng dao động sau một thời gian.

. Đồ thị :



. Ma sát hay lực cản *càng lớn*, tắt dần *càng nhanh*.

Nếu ma sát hay lực cản rất lớn, có thể hệ không dao động.

II. DAO ĐỘNG CƯỠNG BỨC – CỘNG HƯỞNG

1. Định nghĩa

Dao động cưỡng bức là dao động dưới tác dụng của lực ngoài *tuần hoàn*

$$\boxed{F = F_o \sin\omega t}$$

2. Tính chất

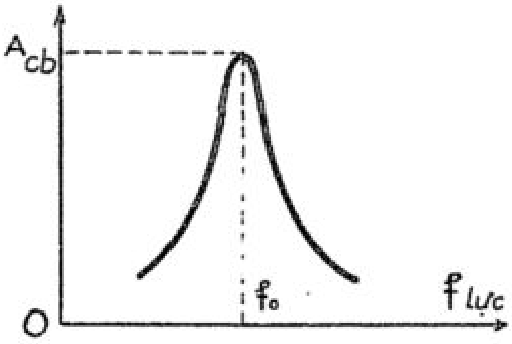
Khi dao động cưỡng bức đạt chế độ ổn định :

$$\boxed{f_{dđ} = f_{lực}} \quad ; \quad \boxed{A_{cb} = \text{hàm số } (f_{lực})}$$

3. Cộng hưởng

. *Biểu hiện :*

A_{cb} đạt cực đại.



. *Điều kiện :*

$$\boxed{f_{lực} = f_0}$$

(f_0: *tần số riêng* của hệ)

III. TỔNG HỢP HAI DAO ĐỘNG CÙNG PHƯƠNG

Tác dụng vào một vật đồng thời các dao động :

$$\begin{cases} x_1 = A_1\sin(\omega_1 t + \varphi_1) \\ x_2 = A_2\sin(\omega_2 t + \varphi_2) \end{cases}$$

Tọa độ vật : $\boxed{x = x_1 + x_2}$ (x : chuyển động tổng hợp)

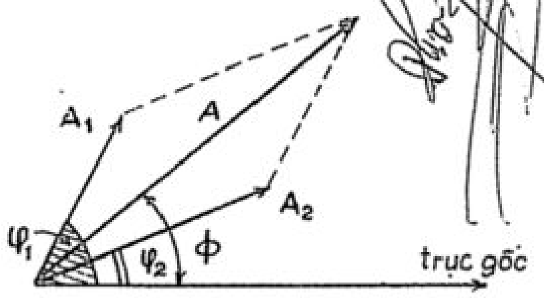
1. Tổng hợp hai dao động cùng phương, cùng tần số, cùng biên độ

$$\begin{cases} x_1 = A\sin(\omega t + \varphi_1) \\ x_2 = A\sin(\omega t + \varphi_2) \end{cases}$$

$$\boxed{x = 2A\cos\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} \cdot \sin\left(\omega t + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}\right)}$$

2. Tổng hợp hai dao động cùng phương, cùng tần số, khác biên độ

$$\begin{cases} x_1 = A_1\sin(\omega t + \varphi_1) \\ x_2 = A_2\sin(\omega t + \varphi_2) \end{cases}$$



Ta có :

$$x = x_1 + x_2 = \mathscr{A}\sin(\omega t + \Phi)$$

$$\boxed{\mathscr{A} = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2)} \; ; \; \mathrm{tg}\Phi = \frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2}}$$

3. Tổng hợp hai dao động điều hòa cùng phương, cùng biên độ, có tần số gần bằng nhau

$$\begin{cases} x_1 = A\sin(\omega_1 t + \varphi_1) \\ x_2 = A\sin(\omega_2 t + \varphi_2) \end{cases} \quad (\omega_2 \approx \omega_1)$$

Ta có : $x = x_1 + x_2 = \mathscr{A}\sin(\omega t + \Phi)$

$$\boxed{\mathscr{A} = 2A\left|\cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}.t + \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right)\right|}$$

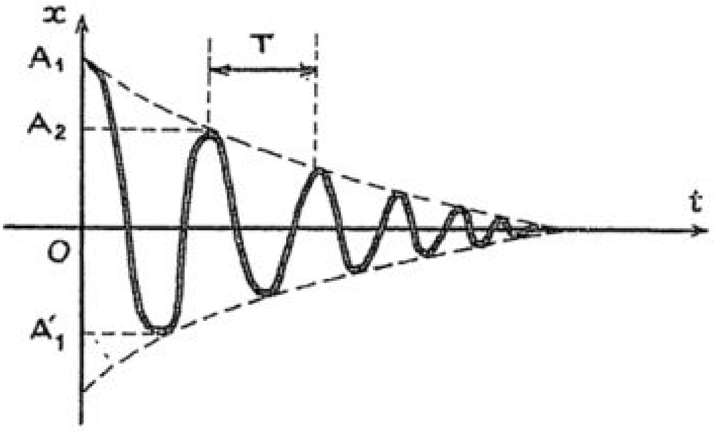
($\mathscr{A}$ biến thiên với tần số $f = |f_1 - f_2|$)

B. HƯỚNG DẪN GIẢI TOÁN

Bài toán 12	Dao động tắt dần

Chỉ xét trường hợp tắt dần chậm do lực ma sát hay lực cản không đổi.

– Tính chu kì dao động :



("Chu kì" = thời gian vật qua x_{max} liên tiếp)

Lập phương trình vi phân của chuyển động :

$$x'' = -\frac{k}{m}\left(x \pm \frac{F}{k}\right)$$

(F = const : lực ma sát hay lực cản)

– Biến đổi :

Đặt : $u = x \pm \frac{F}{k}$

$\Rightarrow \quad u'' = -\omega^2 u$

Suy ra "chu kì" T.

– Tính số dao động thực hiện :

. Xét 1 "chu kì". Áp dụng gần đúng năng lượng của dao động điều hòa :

$$|\Delta E|_1 = E_1 - E_2 = \frac{1}{2}m\omega^2(A_1^2 - A_2^2) \quad (A = x_{max})$$

$$= \frac{1}{2}m\omega^2(A_1 + A_2)(A_1 - A_2)$$

$$\approx m\omega^2 A_1.|\Delta A|_1$$

. Tính công của lực ma sát hay lực cản :

$$|A_{\vec{F}}| \approx 4|F|A_1 = |\Delta E|_1$$

. Suy ra độ giảm của x_{max} sau chu kì đầu tiên :

$$|\Delta A|_1 = \frac{4|F|}{m\omega^2} = \text{const} \ (x_{max} \text{ giảm theo cấp số cộng})$$

. Tính số dao động thực hiện :

$$N = \frac{A_1}{|\Delta A|_1} = \frac{m\omega^2 A_1}{4|F|}$$

Chú ý : Có thể giả thiết của đề bài cho x_{max} giảm theo *cấp số nhân*. Khi đó ta áp dụng tính chất của cấp số này để thực hiện tính toán.

BÀI TẬP THÍ DỤ

12.1 Vật có khối lượng $m = 0,500kg$ gắn vào lò xo có hệ số đàn hồi $k = 2,45N.cm^{-1}$. Vật dao động có ma sát trên mặt phẳng ngang. Hệ số ma sát là $\mu = 0,05$.

a) Từ vị trí cân bằng, kéo vật theo phương trục lò xo đoạn $x_0 = 3,0cm$ và buông tự do. Tính thời gian của dao động đầu tiên.

b) Tính độ giảm giá trị cực đại của li độ ("biên độ") sau mỗi dao động. Suy ra số dao động thực hiện được.

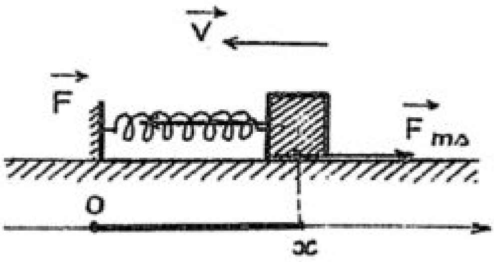
(Lấy $\pi^2 = 10$)

LƯỢC GIẢI

a) Thời gian của dao động đầu tiên ("chu kì") :

Định luật II Newton cho :

$$\sum \vec{F} = -k\vec{x} + \vec{F}_{ms} = m\vec{a}$$



Xét khoảng thời gian vật chuyển động ngược chiều dương ta có :

$$-kx + F_{ms} = mx''$$

hay
$$-k\left(x - \frac{F_{ms}}{k}\right) = mx''$$

Đặt : $x - \dfrac{F_{ms}}{k} = u$. Ta có phương trình vi phân :

$$u'' = -\frac{k}{m}u.$$

Vật có chuyển động tuân theo quy luật của dao động điều hòa trong khoảng thời gian này.

Lí luận tương tự cho khoảng thời gian vật chuyển động theo chiều dương ta cũng có cùng một kết luận.

Vậy thời gian của dao động đầu tiên được tính theo công thức của chu kỉ dao động điều hòa :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{0,500}{245}} = \frac{2}{7,00} \approx \boxed{0,286(s)}$$

b) Độ giảm giá trị cực đại của li độ - Số dao động :

– Theo đề, ma sát nhỏ. Dao động tắt dần chậm nên có thể coi là điều hòa trong mỗi "chu kì". Do đó ta có :

$$E = \frac{1}{2}kA^2$$

Vậy : $$|\Delta E| = \frac{1}{2}k(A_1^2 - A_2^2) = \frac{1}{2}k(A_1 + A_2)|\Delta A|$$

Ta có : $(A_1 + A_2) \approx 2A_1$. Do đó :

$$|\Delta E| \approx kA_1|\Delta A|$$

Nhưng : $$|\Delta E| = |A_{\vec{F}_{ms}}| \approx 4F_{ms}.A_1$$

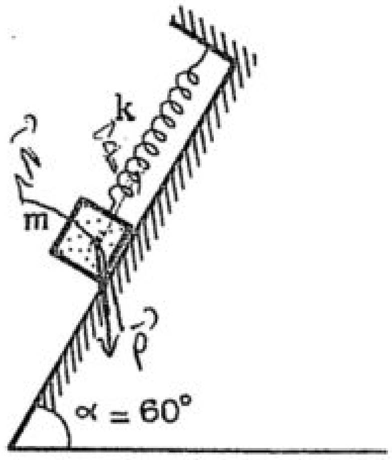
Suy ra : $$|\Delta A| = \frac{4F_{ms}}{k} = \frac{4\mu mg}{k} = \frac{4.0,05.0,500.10,0}{245}$$

$$\approx 4,0.10^{-3}(m) = \boxed{4,0(mm)}$$

– Số dao động thực hiện :

$$N = \frac{x_0}{|\Delta A|} = \frac{3,0.10^{-2}}{4,0.10^{-3}} = \boxed{7,5}$$

12.2 Một con lắc lò xo có cấu tạo như hình vẽ. Cho $m = 1{,}00kg$; $k = 100\ Nm^{-1}$.



a) Giả sử chuyển động trượt trên mặt phẳng nghiêng không ma sát. Từ vị trí cân bằng của vật, truyền cho vật vận tốc

$v_0 = 0{,}50m.s^{-1}$.

Chứng tỏ vật dao động điều hòa. Tính chu kì và biên độ.

b) Thực ra chuyển động có ma sát và sau 25 dao động vật dừng lại. Tính hệ số ma sát.

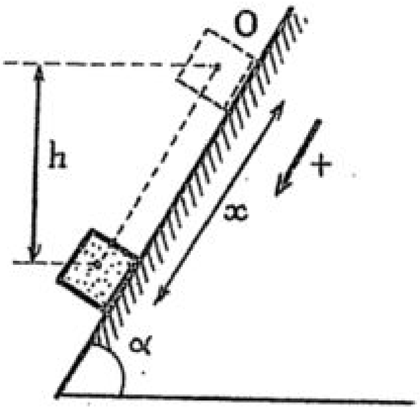
(Cho : $g = 10{,}0m.s^{-2}$)

LƯỢC GIẢI

a) Tính chất của chuyển động – Chu kì và biên độ :

Quá trình chuyển động của vật liên quan đến hai dạng thế năng: thế năng trọng trường E_{t1} và thế năng đàn hồi E_{t2}.

Chọn gốc các thế năng này là vị trí cân bằng O. Ở vị trí vật có độ dịch chuyển x ta có biểu thức các thế năng :



$$E_{t1} = -mgh = -mgx.\sin\alpha$$

Đặt Δl là độ biến dạng của lò xo ở vị trí cân bằng. Ta có :

$$E_{t2} = \frac{1}{2}k\left[(\Delta l + x)^2 - \Delta l^2\right]$$

$$= \frac{1}{2}k\left[x^2 + 2x\Delta l\right]$$

Thế năng toàn phần của hệ ở vị trí ứng với độ dịch chuyển x là :

$$E_t = E_{t1} + E_{t2} = \frac{1}{2}kx^2 + kx\Delta l - mgx\sin\alpha.$$

Nhưng ta cũng có :

$$k\Delta l = mg.\sin\alpha$$

Vậy : $$E_t = \frac{1}{2}kx^2$$

- Chuyển động không ma sát, hệ có cơ năng bảo toàn. Ta có :

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mv_0^2 = \text{const}$$

Suy ra : $$mvv' + kxx' = 0$$

hay : $$v[ma + kx] = 0$$

Do đó : $$a = -\frac{k}{m}x$$

hay $$x'' = -\omega^2 x$$

Đây là phương trình vi phân đặc trưng của dao động điều hòa. Vậy, hệ dao động điều hòa.

– Chu kì dao động là :

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{1,00}{100}}$$

$$= \frac{\pi}{5,0} \approx \boxed{0,63(s)}$$

Mặt khác ta cũng có :

$$E = \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}kA^2$$

Suy ra : $$A = \frac{v_0}{\omega} = \frac{0,50}{10,0} = 0,05(m) = \boxed{5(cm)}$$

b) Hệ số ma sát

– Thời gian dao động khá lớn so với chu kì tính ở trên. Sự tắt dần xảy ra chậm. Do đó trong 1 chu kì có thể xem dao động là điều hòa một cách gần đúng.

Trong mỗi chu kì lực ma sát đổi chiều 2 lần. Ta có phương trình:

$$ma = -kx \pm F_{ms} = -k\left(x \mp \frac{F_{ms}}{k}\right)$$

Đặt : $$u = x \mp \frac{F_{ms}}{k} \Rightarrow u'' = x''$$

Ta có : $$u'' = -\omega^2 u$$

Suy ra vật dao động điều hòa với chu kì của dao động không tắt dần.

– Biểu thức của năng lượng dao động có thể viết :

$$E = \frac{1}{2}kA^2 \qquad (A : \text{"biên độ" tức } x_{max})$$

Xét chu kì thứ nhất sau đó biên độ từ A_1 trở thành A_2.

Độ giảm năng lượng dao động :

$$|\Delta E|_1 = E_1 - E_2 = \frac{1}{2}k(A_1^2 - A_2^2) = \frac{1}{2}k(A_1 + A_2)(A_1 - A_2)$$

$$\approx kA_1.|\Delta A_1| = 2.E_1 \cdot \frac{|\Delta A_1|}{A_1}$$

Suy ra : $$\frac{|\Delta E|_1}{E_1} \approx 2 \cdot \frac{|\Delta A_1|}{A_1}$$

Nhưng : $$|\Delta E| = |A_{\vec{F}_{ms}}| \approx 4A_1.F_{ms} = 4A_1.\mu N$$

$$\approx 4\mu A_1 mg\cos\alpha$$

Do đó : $$|\Delta A_1| \approx \frac{A_1}{2E_1} \cdot |\Delta E|_1 \approx \frac{A_1}{kA_1^2} \cdot 4\mu A_1 \cdot mg\cos\alpha$$

$$\approx \frac{4\mu mg\cos\alpha}{k} = \text{const}$$

Suy ra số dao động thực hiện :

$$N = \frac{A_1}{|\Delta A_1|} = \frac{kA_1}{4\mu mg\cos\alpha}$$

Do đó hệ số ma sát có thể tính bởi :

$$\mu = \frac{kA_1}{4mg.\cos\alpha N} = \frac{100.0,05}{4.1,00 \cdot 10,0 \cdot \frac{1}{2} \cdot 25,0}$$

$$= \boxed{0,01}$$

12.3. Một con lắc đồng hồ có thể coi là con lắc đơn có chu kì T=2,00s. Vật nặng có khối lượng m = 3,00kg.

a) Biên độ lúc bắt đầu dao động là 4^0. Tính năng lượng dao động ban đầu. Con lắc chịu tác dụng của lực cản ngược chiều với vận tốc và có độ lớn coi như không đổi. Dao động tắt dần này có cùng chu kì như khi không có lực cản.

Hãy chứng tỏ sau mỗi chu kì biên độ giảm một lượng nhất định. Với biên độ nói trên, sau 16 phút 40 giây, con lắc ngừng dao động. Hãy tính độ lớn của lực cản.

b) Để duy trì dao động của con lắc, người ta dùng một bộ phận bổ sung năng lượng, cung cấp cho con lắc sau mỗi chu kì, lượng năng lượng bị hao hụt do lực cản. Bộ phận này hoạt động nhờ một pin tạo hiệu điện thế 3,0 V, có hiệu suất 25%. Pin dự trữ một điện lượng 10^3C.

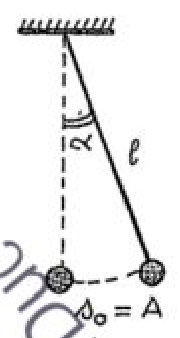
Tính thời gian hoạt động của đồng hồ mỗi lần thay pin.

(Cho $g = 10{,}0 m.s^{-2}$)

LƯỢC GIẢI

a) Năng lượng dao động ban đầu - Độ lớn lực cản

– Biểu thức của năng lượng dao động ban đầu ứng với biên độ α_0 :



$$E_0 = \frac{1}{2}m\omega^2A^2 = \frac{1}{2}m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 . A^2$$

$$\text{Nhưng : } \begin{cases} A = s_0 = l\alpha_0 \\ T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}} \Rightarrow l = \dfrac{gT^2}{4\pi^2} \end{cases}$$

Do đó :

$$E_0 = \frac{1}{2}m\left(\frac{gT}{2\pi}\right)^2 . \alpha_0^2 = \frac{1}{2} . 3{,}00 . \frac{10{,}0^2 . 2{,}00^2}{4\pi^2} . \left(\frac{4\pi}{180}\right)^2$$

$$= 0{,}074(J)$$

– Độ giảm của năng lượng dao động bằng độ lớn của công lực cản. Trong chu kì đầu tiên khi biên độ giảm từ α_0 đến α_1 ta có :

$$|\Delta E_1| = E_0 - E_1 = |A_c|_1$$

$$= \frac{1}{2}m\omega^2 l^2(\alpha_0^2 - \alpha_1^2) = \frac{1}{2}mgl(\alpha_0 + \alpha_1)(\alpha_0 - \alpha_1)$$

$$\approx mgl\alpha_0|\Delta\alpha|$$

Nhưng : $|A_c|_1 \approx 4s_0F_c = 4l\alpha_0F_c$

Vậy : $mgl\alpha_0|\Delta\alpha| \approx 4l\alpha_0F_c$

Do đó : $|\Delta\alpha| \approx \frac{4F_c}{mg} = \text{const}$

Vậy sau mỗi chu kì biên độ giảm một lượng $|\Delta\alpha|$ không đổi.

– Theo đề, số dao động con lắc thực hiện cho đến lúc dừng lại

$$N = \frac{\theta}{T} = \frac{1000}{2,00} = 500$$

Do đó : $|\Delta\alpha| = \frac{\alpha_0}{N}$

Suy ra : $F_c = \frac{mg|\Delta\alpha|}{4} = \frac{mg\alpha_0}{4N}$

$$= \frac{3,00.10,0.4.3,14}{4.500} \approx \boxed{0,188(N)}$$

b) Thời gian hoạt động của đồng hồ :

Độ hao hụt năng lượng sau mỗi chu kì do lực cản là :

$$|\Delta E| = \frac{E_0}{N}$$

Với hiệu suất $\mathscr{H} = 25\ \%$, sau một chu kì, pin phải cung cấp một năng lượng :

$$e_p = \frac{|\Delta E|}{\mathscr{H}} = \frac{E_0}{\mathscr{H}\,N}$$

Điện lượng pin phải phóng ra sau mỗi chu kì :

$$q = \frac{e_p}{U} = \frac{E_0}{\mathscr{H}\,NU}$$

Thời gian hoạt động của đồng hồ, mỗi lần thay pin là :

$$\theta = \frac{Q}{q}T = \frac{\mathscr{H}\,NUQ}{E_0}.T$$

$$= \frac{0{,}25.500.3{,}0.10^3}{74.10^{-3}}\cdot 2{,}00 \approx 10{,}1.10^6(s)$$

$$\approx \boxed{117\text{ ngày}}$$

12.4* Một con lắc lò xo có tần số góc riêng $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ dao động tắt dần do ảnh hưởng của lực cản có biểu thức :

$$F_c = -bv \qquad \text{(b : hằng số)}$$

a) Lập phương trình vi phân của chuyển động

b) Xét hàm số sau theo t :

$$x = A_0 . e^{-\frac{b}{2m}t} . \sin(\omega t + \varphi)$$

với $\begin{cases} A_0 = \text{const} \\ \omega = \omega_0\sqrt{1 - \left(\frac{b}{2m\omega_0}\right)^2} \end{cases} \qquad (b \leq 2m\omega_0)$

Lấy các đạo hàm x' và x'' theo t. Thử lại hàm số x nghiệm phương trình vi phân ở câu a. Kết luận. Vẽ các đồ thị và biện luận theo giá trị của b.

LƯỢC GIẢI

a) Phương trình vi phân :

– Lực tác dụng gồm *lực hồi phục* và *lực cản* có biểu thức lần lượt là :

$$\begin{cases} -k\vec{x} & (\vec{x}: \text{độ dịch chuyển từ vị trí cân bằng}) \\ -b\vec{v} & \end{cases}$$

– Do đó : $m\vec{a} = -k\vec{x} - b\vec{v}$

Về giá trị đại số ta có :

$$ma = -kx - bv$$

hay : $mx'' + bx' + kx = 0$

b) Nghiệm của phương trình vi phân :

– Lấy đạo hàm liên tiếp của hàm x đã cho, ta có :

$$x' = -\frac{b}{2m}A_0e^{-\frac{b}{2m}t}\cdot\sin(\omega t+\varphi) + \omega A_0e^{-\frac{b}{2m}t}.\cos(\omega t+\varphi)$$

$$= A_0e^{-\frac{b}{2m}t}\left[\omega.\cos(\omega t+\varphi) - \frac{b}{2m}.\sin(\omega t+\varphi)\right]$$

$$x'' = -\frac{b}{2m}A_0e^{-\frac{b}{2m}t}\left[\omega.\cos(\omega t+\varphi) - \frac{b}{2m}.\sin(\omega t+\varphi)\right] -$$

$$-A_0e^{-\frac{b}{2m}t}\left[\omega^2.\sin(\omega t+\varphi) + \frac{b\omega}{2m}.\cos(\omega t+\varphi)\right]$$

$$= A_0e^{-\frac{b}{2m}t}\left\{\left[\left(\frac{b}{2m}\right)^2 - \omega^2\right]\sin(\omega t+\varphi) - \frac{\omega b}{m}.\cos(\omega t+\varphi)\right\}$$

Vậy :

$$mx'' = A_0e^{-\frac{b}{2m}t}\left\{\left[\left(\frac{b^2}{4m}\right) - m\omega^2\right]\sin(\omega t+\varphi) - \omega b.\cos(\omega t+\varphi)\right\}$$

$$bx' = A_0 e^{-\frac{b}{2m}t}\left[\omega b.\cos(\omega t + \varphi) - \frac{b^2}{2m}.\sin(\omega t + \varphi)\right]$$

$$kx = A_0 e^{-\frac{b}{2m}t}.k.\sin(\omega t + \varphi)$$

Với $\omega = \omega_0\sqrt{1 - \left(\frac{b}{2m\omega_0}\right)^2}$ ta suy ra :

$$mx'' + bx' + kx = A_0 e^{-\frac{b}{2m}t}.\sin(\omega t + \varphi)\left[\left(\frac{b^2}{4m} - \omega^2 m\right) - \frac{b^2}{2m} + k\right]$$

$$= A_0 e^{-\frac{b}{2m}t}.\sin(\omega t + \varphi)\left[k - \left(\frac{b^2}{4m} + m\omega^2\right)\right]$$

$$= A_0 e^{-\frac{b}{2m}t}.\sin(\omega t + \varphi)\left\{k - \left[\frac{b^2}{4m} + m\omega_0^2\left(1 - \frac{b^2}{4m^2\omega_0^2}\right)\right]\right\}$$

Để ý rằng $k = m\omega_0^2$ ta có :

$$mx'' + bx' + kx = A_0 e^{-\frac{b}{2m}t}.\sin(\omega t + \varphi)\left\{k - \left[\frac{b^2}{4m} + k - \frac{b^2}{4m}\right]\right\} = 0$$

Vậy hàm số x chính là nghiệm của phương trình vi phân tìm thấy ở a).

Chuyển động của con lắc có tọa độ cho bởi phương trình :

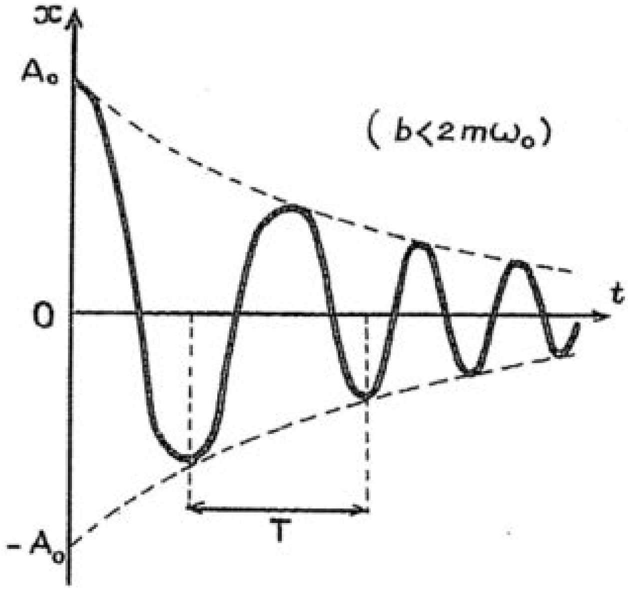
$$x = A_0 e^{-\frac{b}{2m}t}.\sin(\omega t + \varphi)$$

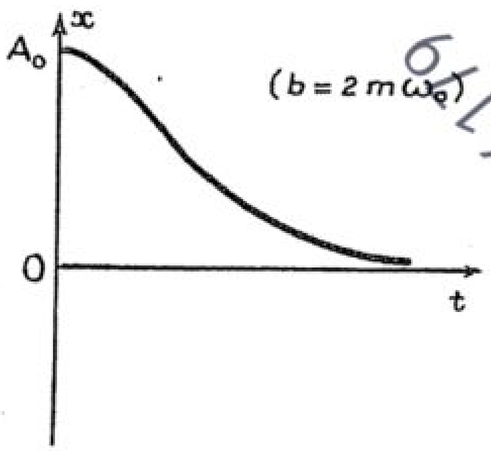
Đó là chuyển động qua lại hai bên vị trí cân bằng với :

* Giá trị cực đại của tọa độ (biên độ) giảm theo hàm mũ,
* Khoảng thời gian giữa hai lần qua vị trí cân bằng theo cùng chiều (chu kì) có biểu thức : $T = \frac{2\pi}{\omega}$

– Sau đây là đồ thị biểu diễn tọa độ x của con lắc theo thời gian ứng với hai trường hợp :

$$\begin{cases} .\ b < 2m\omega_0 \\ .\ b = 2m\omega_0 \end{cases}$$





Con lắc dao động tất dần và dừng lại sau một thời gian.

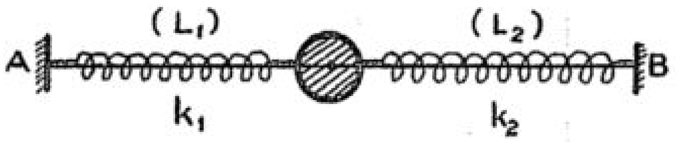
Con lắc trở về vị trí cân bằng trong thời gian ngắn nhất, không dao động.

Chú ý :

* Hệ số $\frac{b}{2m}$ được gọi là *hệ số tắt dần* ; b : hằng số tắt dần.

* Trường hợp $b > 2m\omega_0$ ngoài chương trình vật lí phổ thông nên không được xét.

12.5 Một quả cầu nhỏ khối lượng m = 50g có thể trượt dọc theo một dây thép xuyên qua tâm và căng nằm ngang giữa hai điểm cố định A, B cách nhau 50cm.



Có hai lò xo L_1, L_2 được cắt ra từ một lò xo dài. L_1 được gắn một đầu vào quả cầu, đầu kia vào điểm A. Còn L_2 được gắn một đầu vào quả cầu, đầu kia vào điểm B.

Ở vị trí cân bằng O ta có $OA = l_1 = 20cm$ và $OB = l_2 = 30cm$ và cả hai lò xo đều không bị biến dạng.

a) Dùng lực F = 5N đẩy quả cầu dời ngang thì nó dời khỏi vị trí cân bằng đoạn $\Delta l = 1cm$. Tính các độ cứng k_1, k_2 của hai lò xo L_1 và L_2.

b) Thả quả cầu ra cho nó dao động. Tính chu kì dao động nếu không ma sát.

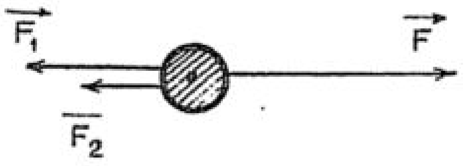
c) Do có ma sát với dây nên quả cầu dao động tắt dần. Cho rằng hệ số ma sát có giá trị không đổi k = 0,3 và "biên độ" của dao động giảm dần theo một cấp số nhân lùi vô hạn. Hãy tính tỉ số giữa hai biên độ dao động liên tiếp nhau. Lấy $g = 10ms^{-2}$ và bỏ qua khối lượng lò xo.

LƯỢC GIẢI

a) Các độ cứng

Khi quả cầu dời $\Delta l = 1cm$ và cân bằng, ta có :

$\vec{F} + \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{0}$ $(\vec{P} + \vec{N} = \vec{0})$



Vì $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ cùng hướng ta suy ra :

$$F = F_1 + F_2 = (k_1 + k_2)\Delta l$$

Do đó : $$k_1 + k_2 = \frac{F}{\Delta l} = \frac{5}{10^{-2}} = 500Nm^{-1} \quad (1)$$

Xét lò xo dài treo vật và cân bằng. Ta có thể coi lò xo này do L_1, L_2 ghép liên tiếp. Trạng thái biến dạng như nhau đối với các lò xo.

Do đó ta có các kết quả sau về *lực đàn hồi* và *độ biến dạng :*

$$\begin{cases} F_{01} = F_{02} = F_0 = mg \\ \dfrac{\Delta l_1}{l_1} = \dfrac{\Delta l_2}{l_2} \end{cases}$$

Do đó, tỉ số các độ cứng là :

$$\frac{k_1}{k_2} = \frac{mg}{\Delta l_1} \cdot \frac{\Delta l_2}{mg} = \frac{\Delta l_2}{\Delta l_1} = \frac{l_2}{l_1}$$

$$\Rightarrow \qquad \frac{k_1}{k_2} = \frac{3}{2} \qquad (2)$$

Giải (1) và (2) ta được :

$$k_1 = \boxed{300\text{Nm}^{-1}};\ k_2 = \boxed{200\text{Nm}^{-1}}$$

b) Chu kì dao động :

Theo kết quả ở câu a) khi vật dời khỏi vị trí cân bằng đoạn Δl = 1cm thì ta có :

$$F = (k_1 + k_2).\Delta l$$

Lò xo tương đương có độ cứng thỏa điều kiện :

$$F = k.\Delta l$$

$$\Rightarrow \qquad k = (k_1 + k_2)$$

Hệ tương đương với con lắc lò xo có khối lượng m, độ cứng k. Chu kì dao động là :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}}$$

$$= 2\pi\sqrt{\frac{50.10^{-3}}{500}} = \frac{2\pi}{100} \approx \boxed{0{,}063(s)}$$

c) Tỉ số giữa hai biên độ liên tiếp :

– Theo đề, khi con lắc dao động tắt dần ta có các "biên độ" liên tiếp là :

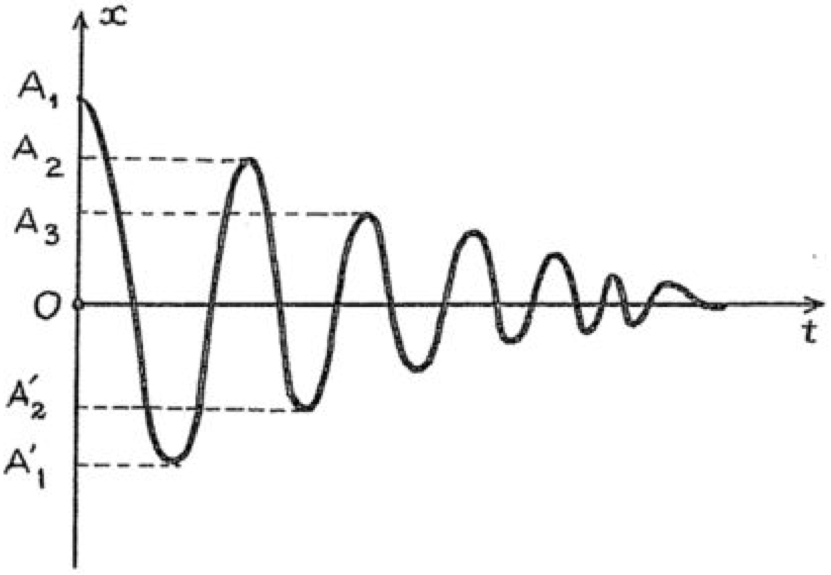
A_1

$A'_1 = qA_1$

$A_2 = qA'_1 = q^2A_1$

$A'_2 = qA_2 = q^3A_1$

...



Đoạn đường mà lực ma sát thực hiện công âm cho đến lúc dừng là :

$$s = A_1 + 2\left[A'_1 + A_2 + A'_2 + \ldots + A_n + A'_n + \ldots\right]$$

$$= A_1\left[1 + 2q(1 + q + q^2 + \ldots + q^n + \ldots)\right]$$

Đặt : $s_n = 1 + q + q^2 + \ldots + q^n$

$\Rightarrow \qquad qs_n = q + q^2 + q^3 + \ldots + q^{n+1}$

$\Rightarrow \qquad (1-q)s_n = 1 - q^{n+1}$

$\Rightarrow \qquad s_n = \dfrac{1}{1-q} - \dfrac{q^{n+1}}{1-q}$

Khi $n \to \infty$ ta có : $s_n \to \dfrac{1}{1-q}$

Do đó : $$s = A_1\left[1 + \frac{2q}{1-q}\right] = \left(\frac{1+q}{1-q}\right)A_1$$

– Suy ra : $$A_{ms} = -F_{ms}.s = -kmg\left(\frac{1+q}{1-q}\right).A_1 = \Delta E$$

$$\Rightarrow \quad -kmg\left(\frac{1+q}{1-q}\right)A_1 = -\frac{1}{2}(k_1 + k_2)A_1^2$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1+q}{1-q} = \frac{(k_1 + k_2)A_1}{2kmg} = \frac{5.10^2.10^{-2}}{2.0,3.50.10^{-3}.10} = \frac{50}{3}$$

$$\Rightarrow \quad q = \frac{47}{53} \approx 0,887$$

Vậy tỉ số giữa các biên độ dao động liên tiếp là :

$$\begin{cases} * \dfrac{A'_1}{A_1} = q \approx \boxed{0,89} \\ * \dfrac{A_2}{A_1} = q^2 \approx \boxed{0,79} \end{cases}$$

Ghi chú :

Trong mỗi nửa "chu kì" dao động, quy luật của chuyển động vẫn là quy luật của hàm sin.

Thật vậy ta có :

$$-kx \pm F_{ms} = mx'' \qquad \text{(xem bài 12.2)}$$

$$\Rightarrow \quad x'' = -\frac{k}{m}\left(x \mp \frac{F_{ms}}{m}\right)$$

Đặt $x \mp \dfrac{F_{ms}}{m} = u \Rightarrow x'' = u''$

Suy ra : $$u'' = -\frac{k}{m}u = -\omega^2 u$$

Ta có dao động điều hòa với "biên độ" khác nhau mỗi nửa chu kì.

Do đó, năng lượng dao động ứng với biên độ A_n có biểu thức :

$$E_n = \frac{1}{2}kA_n^2$$

12.6. Con lắc của một đồng hồ quả lắc coi như một con lắc đơn.

a) Ở 15^oC chu kì dao động là 1,00s. Tính chiều dài của con lắc. Lấy $g = 9,8m.s^{-2}$ và $\pi^2 = 10$.

b) Nếu tại nơi đó nhiệt độ tăng đến 35^oC thì đồng hồ này chạy nhanh hay chậm và bao nhiêu mỗi ngày (24h) ? Cho biết hệ số nở dài của thanh treo con lắc là $\lambda = 2.10^{-5}K^{-1}$.

c) Nếu để con lắc tự do dao động thì nó sẽ dao động tắt dần và sau 4 chu kì, biên độ góc của nó từ 5^0 giảm còn 4^0.

Giả sử biên độ con lắc giảm theo cấp số nhân lùi vô hạn, hãy tính công cần thiết để lên giây cót đồng hồ sao cho nó chạy được một tuần lễ với biên độ góc 5^0. Biết rằng quả nặng có khối lượng m = 100g và 80% năng lượng được dùng để thắng ma sát do hệ thống các bánh xe răng cưa.

LƯỢC GIẢI

a) Chiều dài con lắc

Ta có : $$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}$$

Do đó : $$l_1 = \frac{gT_1^2}{4\pi^2} = \frac{9,8.1,00^2}{4.3,14^2} \approx 0,248(m)$$

$$\approx \boxed{24,8\ (cm)}$$

b) Đồng hồ dao động ở 35^oC.

Đặt

$$\begin{cases} t_1 \ ; \ l_1 \ ; \ T_1 : \text{ nhiệt độ, chiều dài, chu kì của con lắc lúc đầu} \\ t_2 \ ; \ l_2 \ ; T_2 \ : \text{ nhiệt độ, chiều dài, chu kì của con lắc lúc sau} \end{cases}$$

Ta có : $\dfrac{T_2}{T_1} = \sqrt{\dfrac{l_2}{l_1}} = \sqrt{\dfrac{1 + \lambda t_2}{1 + \lambda t_1}} \approx 1 + \dfrac{\lambda \Delta t}{2} \quad (\lambda t << 1)$

$$\Rightarrow \quad \frac{T_2}{T_1} - 1 = \frac{\Delta T}{T_1} \approx \frac{\lambda.\Delta t}{2} = \frac{2.10^{-5}.20}{2} = 2.10^{-4}$$

Vì $\Delta T > 0$, đồng hồ *chạy chậm lại.*

Thời gian chậm θ sau mỗi ngày (24h = 86400s) là :

$$\theta = N.\Delta T$$

$$= \frac{8{,}64.10^4}{T_2}.\Delta T \approx 8{,}64.10^4 \cdot \frac{\Delta T}{T_1}$$

$$\approx 8{,}64.10^4.2.10^{-4} = \boxed{17{,}3(s)}.$$

c) Công lên giây cót

– Theo đề, khi con lắc dao động tắt dần ta có các "biên độ" liên tiếp như sau :

A_1

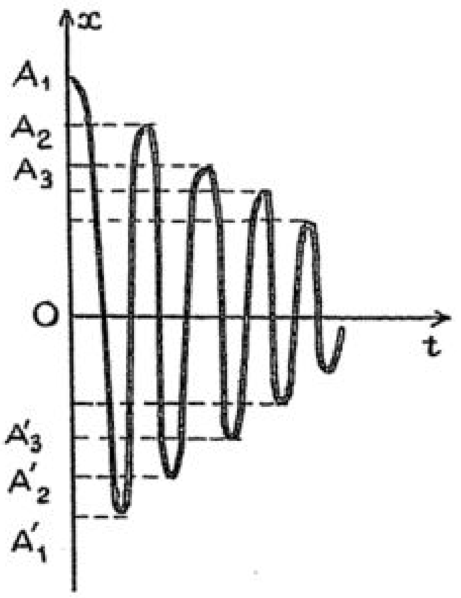
$A'_1 = qA_1$

$A_2 = qA'_1 = q^2A_1$

$A'_2 = qA_2 = q^3A_1$

. . . .

$A_5 = q^8A_1$



Ta suy ra : $$q^4 = \sqrt{\frac{A_5}{A_1}} = \sqrt{\frac{4}{5}} = \sqrt{0,8}$$

– Để duy trì dao động của con lắc với biên độ góc 5^0, giây cót đồng hồ phải cung cấp năng lượng bù trừ sự tiêu hao do ma sát ứng với "chu kì" đầu tiên.

$$|\Delta E|_1 = (A_{ms})_1 = \frac{1}{2}mgl\alpha_1^2(1 - q^4)$$

Năng lượng phải cung cấp trong 1 tuần lễ là :

$$E = N.|\Delta E|_1 = \frac{1}{2}Nmgl\alpha_1^2(1 - q^4)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{7.8,64.10^4}{1,00} \cdot 0,100.9,8.0,248 \cdot \frac{5^2.3,14^2}{180^2}(1 - \sqrt{0,8})$$

$$\approx 59,0(J)$$

– Do ma sát với hệ thống bánh xe răng cưa làm mất 80% năng lượng nên công toàn phần cần thiết để lên giây cót đồng hồ là :

$$E' = \frac{E}{0,2} = \boxed{295J}$$

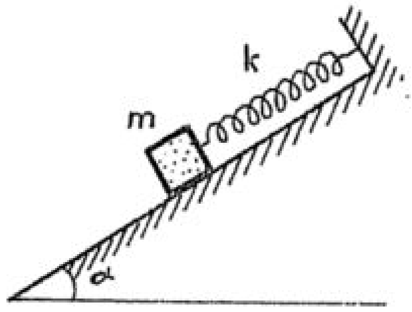
BÀI TẬP LUYỆN TẬP

12.7* Con lắc dao động tắt dần. Độ giảm cơ năng sau mỗi chu kì là 10% năng lượng ban đầu.

Hãy tính độ biến thiên "chu kì" so với chu kì riêng của con lắc.

ĐS : Tăng 0,003%.

12.8* Một con lắc lò xo có cấu tạo như hình vẽ. Cho $m = 1,00kg$ và $k = 100Nm^{-1}$.



a) Từ vị trí cân bằng kéo vật hướng xuống theo phương trục lò xo 5,0cm và buông nhẹ. Chứng tỏ vật dao động điều hòa. Tính chu kì.

b) Vì ma sát nên sau 10 dao động, vật dừng lại. Tính hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng nghiêng.

ĐS : a) $T = 0,63s$ b) $\mu = 2,5.10^{-2}$

12.9* Vật nặng có khối lượng $m = 2,00kg$ treo vào lò xo có độ cứng $k = 400Nm^{-1}$. Hệ có biên độ ban đầu là 3cm.

a) Tính chu kì riêng của con lắc.

b) Do lực cản, con lắc dao động tắt dần. Năng lượng dao động giảm 1% sau mỗi chu kì. Hãy tính hằng số tắt dần b.

(*Ghi chú :* $F_c = - bv$)

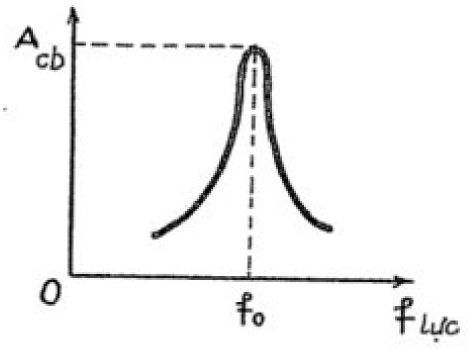
ĐS : a) 0,444s b) $b = 0,045$

Bài toán 13 : Dao động cưỡng bức. Cộng hưởng

– Áp dụng các công thức về tính chất của dao động cưỡng bức

$f_{dao\ động} = f_{lực}$; $A_{cb} = h(f_{lực})$ (hàm số của $f_{lực}$)

– Áp dụng tính chất đặc trưng và điều kiện cộng hưởng



Biểu hiện của cộng hưởng :

A_{cb} đạt max

. Điều kiện :

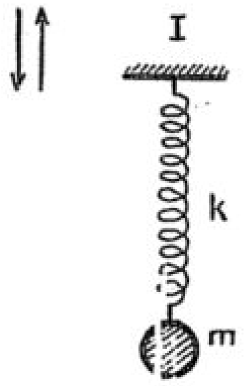
$$f_{lực} = f_0$$

(f_0 : tần số riêng của hệ)

BÀI TẬP THÍ DỤ

13.1 Một con lắc lò xo có tần số góc riêng ω_0. Tác dụng một lực ngoài để làm cho điểm treo I của con lắc dao động điều hòa với tần số góc ω theo phương trình :

$$x_I = A_I.\sin\omega t$$



a) Hãy lập phương trình vi phân của chuyển động của vật nặng. Chứng tỏ vật dao động điều hòa với tần số góc ω.

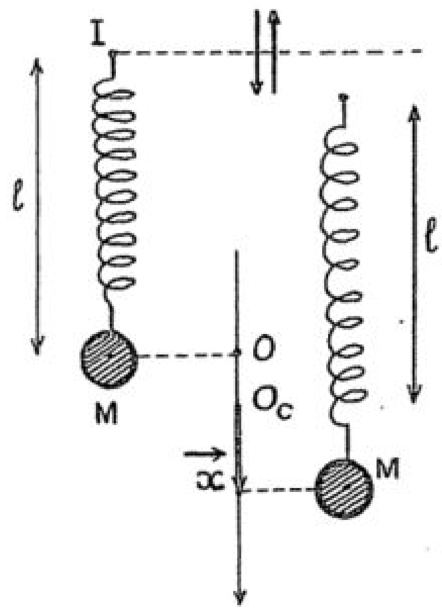
b) Suy ra biểu thức của biên độ dao động của vật. Vẽ đồ thị biểu diễn sự biến thiên của biên độ này theo ω.

LƯỢC GIẢI

a) Phương trình vi phân :

– Dao động của điểm treo I ảnh hưởng đến vật và làm vật chuyển động. Chọn gốc tọa độ O trùng với vị trí cân bằng ban đầu O_C của vật khi I đứng yên.

Khi I dao động, O_C dao động quanh O giống điểm treo I :



$$\overrightarrow{OO_C} = \vec{x}_I \text{ (với } x_I = A_I.\sin\omega t)$$

Khảo sát về lực đối với con lắc lò xo cho ta :

$$\sum\vec{F} = -k\overrightarrow{O_CM} = -k\vec{x}$$

Nhưng ta có :

$$\overrightarrow{O_CM} = \overrightarrow{O_CO} + \overrightarrow{OM}$$

Trong phương trình này $\overrightarrow{OM}$ là vectơ dịch chuyển của vật đối với gốc tọa độ O. Đặt $\overline{OM} = X$

Do đó ta có về giá trị đại số :

$$\sum F = -k(X - x_I)$$

– Áp dụng định luật II Newton ta có :

$$ma = -kX + kx_I$$

Vậy chuyển động của vật đối với gốc tọa độ O được xác định bởi phương trình vi phân :

$$mX'' + kX = kA_I.\sin\omega t$$

Tính chất của hàm sin cho thấy ở *trạng thái dao động ổn định* tọa độ X của vật đối với gốc tọa độ O phải có dạng :

$$X = A_C.\sin\omega t$$

(A_C : biên độ dao động của vật đối với gốc tọa độ O cố định)

Do đó vật dao động điều hòa với cùng tần số góc.

b) Biên độ :

Thừa nhận dạng của X, lấy đạo hàm và đồng nhất hai vế của phương trình vi phân ta có :

$$-m\omega^2 A_C.\sin\omega t + kA_C.\sin\omega t = kA_I.\sin\omega t$$

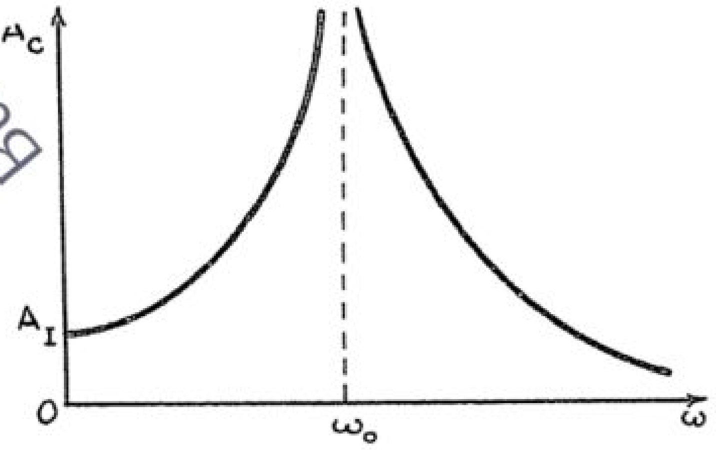
Suy ra : $$|(k - m\omega^2)|A_C = kA_I$$

hay : $$A_C = \left|\frac{k}{k - m\omega^2}\right|A_I$$

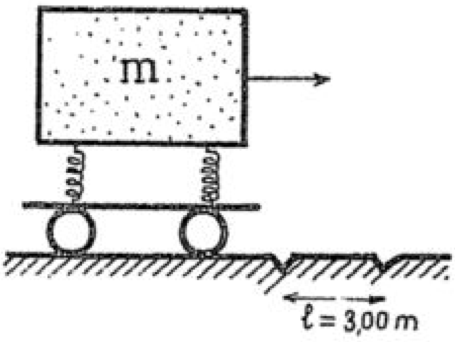
Với $k = m\omega_0^2$ ta có thể viết :

$$A_C = \left|\frac{\frac{k}{m}}{\frac{k}{m} - \omega^2}\right| A_I = \left|\frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2}\right|A_I$$

Khi $\omega \to \omega_0$: $A_C \to \infty$. Ta để ý thêm $A_C > 0$ nên đồ thị biểu diễn A_C theo ω có dạng sau :



13.2 Một chiếc xe trẻ em có khối lượng m = 10,0kg được thiết trí đặt lên hai lò xo thẳng đứng có cùng độ cứng k = $245N.m^{-1}$. Xe chạy trên một đường xấu cứ cách l = 3,00m có một ổ gà. Giải thích tại sao ta quan sát thấy xe dao động. Với vận tốc bao nhiêu thì xe bị rung mạnh nhất ?
(Lấy π = 3,14)



LƯỢC GIẢI

– Kích thước xe có thể xem là nhỏ đối với khoảng cách giữa hai ổ gà.

Xe là một hệ dao động (con lắc lò xo) có tần số góc riêng là :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{2k}{m}}$$

Mỗi lần xe qua một ổ gà, va chạm của ổ gà với *hai bánh* tạo một xung lực tác dụng vào xe. Vì khoảng cách giữa các ổ gà liên tiếp bằng nhau nên các xung lực tác dụng có tính tuần hoàn.

Đặt v là vận tốc xe, chu kì của xung lực là :

$$T = \frac{l}{v}$$

Tần số góc của xung lực tuần hoàn là :

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi v}{l}$$

Hệ dao động là xe chịu tác dụng của một xung lực tuần hoàn sẽ dao động cưỡng bức theo với cùng tần số góc ω.

– Xe rung mạnh nhất khi tần số góc của xung lực bằng tần số góc riêng của hệ. Ta có :

$$\frac{2\pi v}{l} = \sqrt{\frac{2k}{m}}$$

Suy ra : $$v = \frac{l}{2\pi}\sqrt{\frac{2k}{m}} = \frac{3{,}00}{2\pi}\sqrt{\frac{2.245}{10}}$$

hay $$v \approx 3{,}34(ms^{-1}) \approx \boxed{12{,}0(km.h^{-1})}$$

BÀI TẬP LUYỆN TẬP

13.3* Con lắc lò xo dao động điều hòa với tần số góc riêng ω_0. Chọn t = 0 lúc con lắc đứng yên ở vị trí cân bằng. Tác dụng vào vật nặng ở vị trí cân bằng một lực có phương của trục lò xo và có biểu thức $F = F_0 \sin\omega t$.

Lập biểu thức tọa độ của vật nặng khi chuyển động đã ổn định.

$$ĐS : x = \frac{F_0}{m|\omega_0^2 - \omega^2|}\sin(\omega t + \varphi)$$

13.4* Một con lắc lò xo có tần số góc riêng ω_0. Vật nặng chịu tác dụng của lực ngoài tuần hoàn theo phương dao động của con lắc lò xo và có biểu thức :

$$F = F_0 \sin\omega t$$

Giả sử không có lực cản nên dao động không tắt dần và $\omega < \omega_0$. Hãy lập biểu thức của công suất mà lực ngoài cung cấp cho con lắc. Suy ra công suất này cực đại khi $\omega = \omega_0$.

$$ĐS: P = \frac{F_0^2\omega}{2m(\omega_0^2 - \omega^2)}\sin 2\omega t$$

13.5* Một hệ dao động (con lắc lò xo hay con lắc đơn) có tần số góc riêng ω_0. Hệ chịu tác dụng của một lực cản F_c tỉ lệ với vận tốc dao động và ngược chiều vận tốc : $F_c = -bv$.

Để duy trì dao động, tác dụng vào hệ một lực ngoài tuần hoàn có cùng phương với dao động và có biểu thức : $F = F_0\sin\omega t$.

Hãy lập biểu thức biện độ của dao động cưỡng bức lúc dao động đã trở thành ổn định.

$$ĐS: A = \frac{F_0}{\sqrt{m^2(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + b^2\omega^2}}$$

13.6 a) Một người đi bộ bước đều xách một xô nước. Chu kì dao động riêng của nước trong xô là $T_0 = 0{,}90$s. Mỗi bước dài 60cm.

– Chứng tỏ nước trong xô bị sóng sánh qua lại theo một tần số xác định.

– Muốn cho nước trong xô đừng văng tung tóe ra ngoài, người đó phải bước đi với vận tốc ra sao ?

b) Một vật nặng treo bằng một sợi dây vào trần một toa xe lửa chuyển động đều. Vật nặng có thể coi như một con lắc dây (hệ dao động) có chu kì $T_0 = 1{,}0s$.

Tàu bị kích động mỗi khi qua chỗ nối giữa hai đường ray. Người ta nhận thấy khi vận tốc tàu là $45km.h^{-1}$ thì vật dao động mạnh nhất.

– Giải thích hiện tượng.

– Tính chiều dài của mỗi đường ray.

ĐS : a) Dao động cưỡng bức $f = 1{,}1Hz$; $v \neq 2{,}4km.h^{-1}$

b) Cộng hưởng ; $l = 12{,}5m$.

Bài toán 14 : Tổng hợp dao động

- *Lập phương trình của dao động tổng hợp*

– Dao động thành phần có cùng tần số, cùng biên độ :

Áp dụng phương pháp *lượng giác*.

– Dao động thành phần có cùng tần số, khác biên độ :

Áp dụng phương pháp dùng *giản đồ vectơ quay*.

– Dao động thành phần cùng biên độ có tần số gần bằng nhau :

Áp dụng phương pháp *lượng giác*. Suy ra các đặc điểm của phách.

- *Vẽ đồ thị của dao động tổng hợp*

  – Dựa vào phương trình của dao động tổng hợp.

  – Vẽ các đồ thị của dao động thành phần. Xác định trên đồ thị những điểm biểu diễn đặc biệt bằng phép *cộng trực tiếp* từ đồ thị của dao động thành phần.

BÀI TẬP THÍ DỤ

14.1 Tính biên độ và viết phương trình dao động tổng hợp của hai dao động thành phần sau đây :

a) $x_1 = \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$ và $x_2 = \sin(\omega t + \frac{\pi}{6})$

b) $x_1 = 4\sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$ và $x_2 = 4\sin\left(2\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$

c) $x_1 = 2\cos\pi t$ và $x_2 = 3\sin(\pi t - \pi)$

Vẽ đồ thị.

LƯỢC GIẢI

a) Trường hợp 1 :

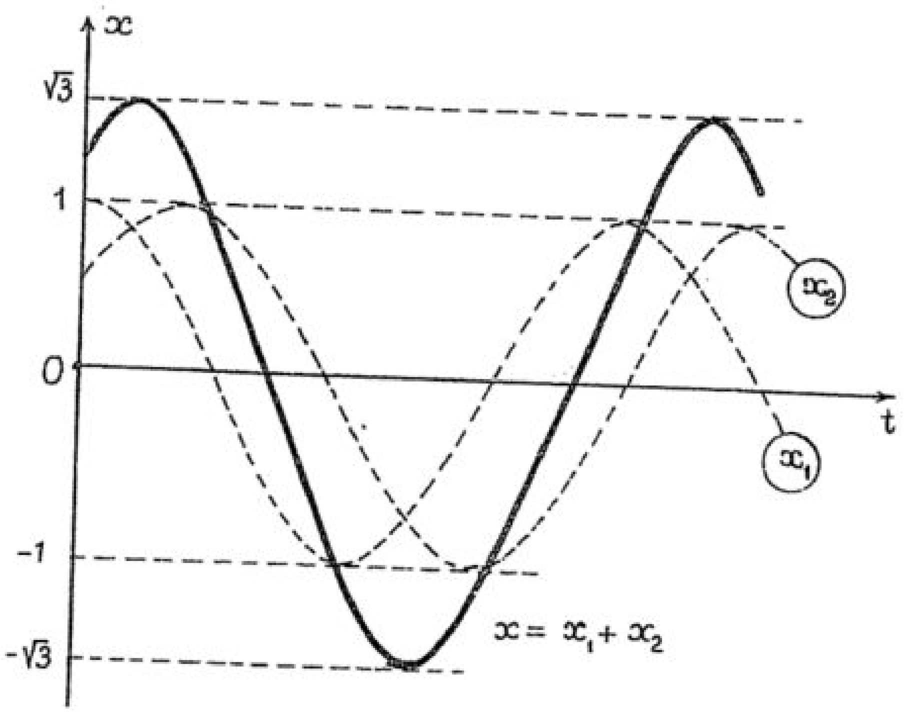
$$\mathscr{A}_1 = 2A\left|\cos\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right| = 2\left|\cos\frac{\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6}}{2}\right| = 2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= \sqrt{3} \approx 1{,}73$$

Dao động tổng hợp có phương trình :

$$\boxed{x = \sqrt{3}\sin(\omega t + \frac{\pi}{3})}$$

Đồ thị :



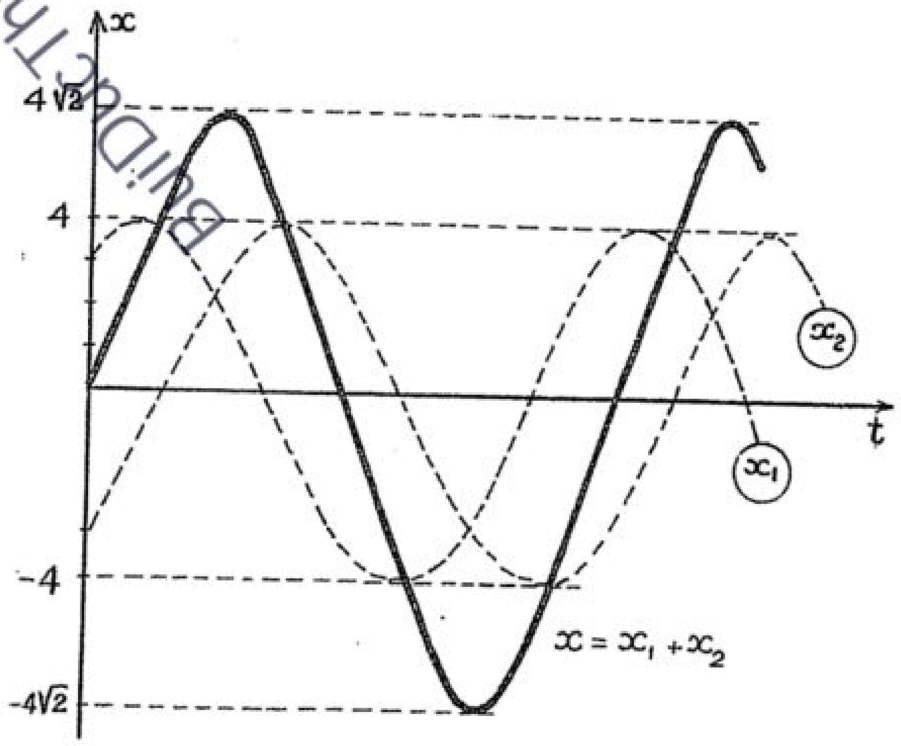
b) Trường hợp 2 :

$$\mathscr{A}_2 = 2.4\left|\cos\frac{\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{4}}{2}\right| = 8.\cos\frac{\pi}{4} = 4\sqrt{2} \approx 5{,}64$$

Dao động tổng hợp có phương trình :

$$\boxed{x = 4\sqrt{2}\sin 2\pi t}$$

Đồ thị :



c) Trường hợp 3 :

Ta có : $$x_1 = 2\cos\pi t = 2\sin(\pi t + \frac{\pi}{2})$$

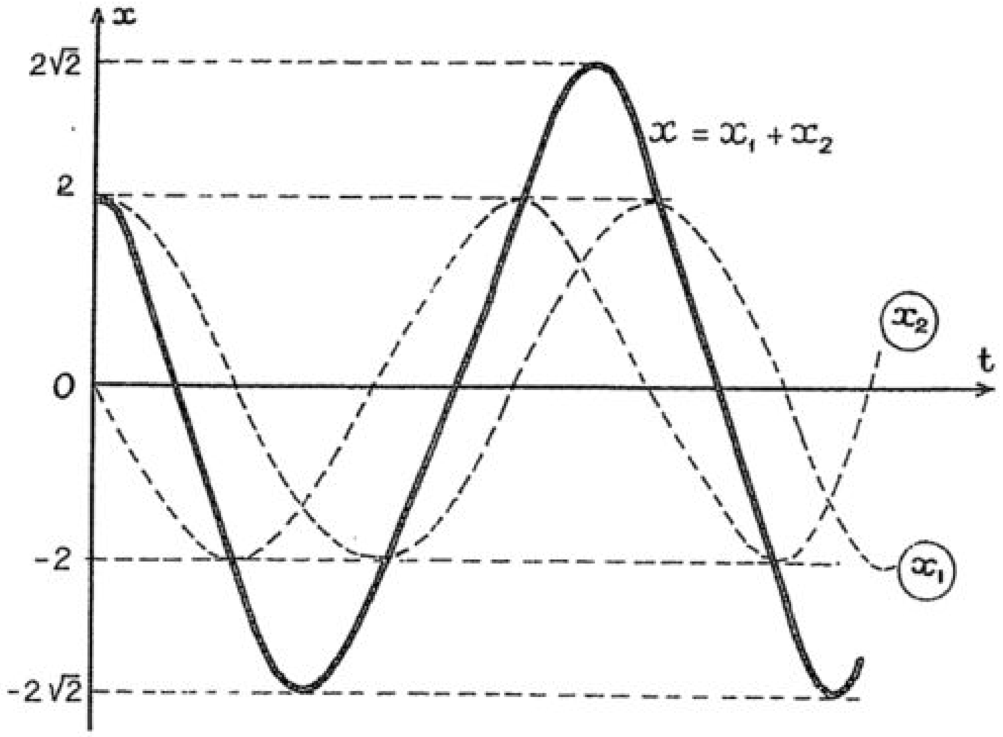
Do đó :

$$\mathscr{A}_3 = 2A\left|\cos\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right| = 2.2\left|\cos\frac{\frac{\pi}{2} + \pi}{2}\right| = 2\sqrt{2} \approx 2{,}82$$

Dao động tổng hợp có phương trình :

$$\boxed{x = 2\sqrt{2}\sin(\pi t - \frac{\pi}{4})}$$

Đồ thị :



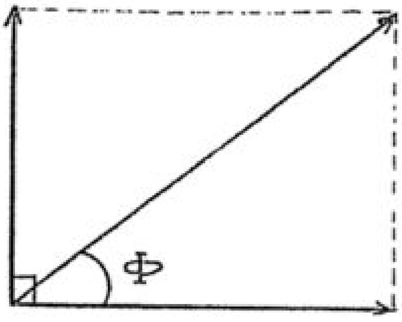
14.2 Xác định dao động tổng hợp của hai dao động thành phần cùng phương sau đây :

$x_1 = 8\sin\pi t(\text{cm})$; $x_2 = 6\cos\pi t(\text{cm})$

LƯỢC GIẢI

Ta có : $x_2 = 6\sin(\pi t + \frac{\pi}{2})$ (cm). Do đó phương pháp giản đồ vectơ quay cho :

$$\mathscr{A} = \sqrt{A_1^2 + A_2^2} = 10\text{cm}$$



$$\text{tg}\Phi = \frac{A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1} = \frac{A_2}{A_1} = \frac{3}{4}$$

$$\Phi = \text{arctg}\frac{3}{4} = \frac{37\pi}{180}$$

Vậy : $x = x_1 + x_2$

$$= 10\sin(\pi t + \frac{37\pi}{180})\ (\text{cm})$$

Chú ý :

Có thể giải bằng biến đổi lượng giác

$$x = x_1 + x_2 = 8\sin\pi t + 6\cos\pi t$$

$$= 8\left[\sin\pi t + \frac{3}{4}\cos\pi t\right]$$

Đặt $\text{tg}\varphi = \frac{3}{4} = \frac{\sin\varphi}{\cos\varphi}$. Ta có :

$$x = \frac{8}{\cos\varphi}\left[\sin\pi t.\cos\varphi + \sin\varphi.\cos\pi t\right]$$

$$= \frac{8}{\cos\varphi}\sin(\pi t + \varphi)$$

Nhưng theo trên : $\cos\varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \text{tg}^2\varphi}} = \frac{4}{5}$

Vậy : $x = 10\sin(\pi t + \varphi)$ $\quad (\varphi = \text{arctg}\frac{3}{4})$

14.3 Xác định dao động tổng hợp của hai dao động thành phần cùng phương sau đây :

$$x_1 = \cos\omega t (cm) \quad ; \quad x_2 = \sin(\omega t + \frac{\pi}{6}) (cm)$$

LƯỢC GIẢI

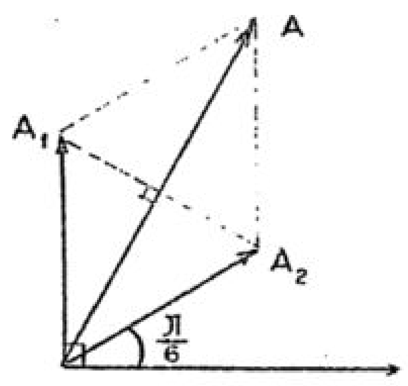
Ta có : $$x_1 = \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Do đó : $$\mathscr{A} = \sqrt{1 + 1 + 2\cos\frac{\pi}{3}} = \sqrt{3} \approx 1{,}73 (cm)$$

$$tg\Phi = \frac{\sin\frac{\pi}{2} + \sin\frac{\pi}{6}}{\cos\frac{\pi}{2} + \cos\frac{\pi}{6}} = \sqrt{3} \Rightarrow \quad \Phi = \frac{\pi}{3}$$

Vậy : $$x = x_1 + x_2$$

$$= \sqrt{3}\sin(\omega t + \frac{\pi}{3}) (cm)$$



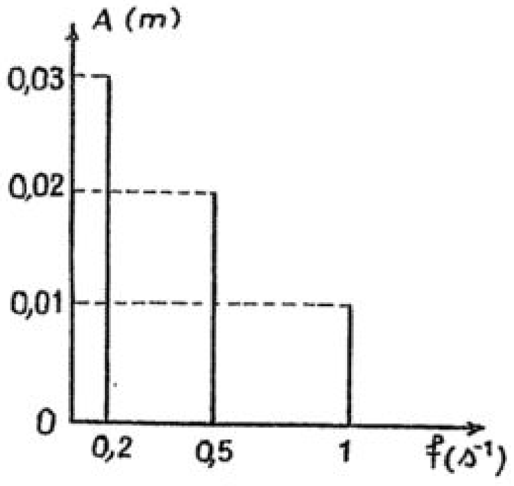
Chú ý : Có thể giải bằng cách vẽ trực tiếp giản đồ vectơ. Hình bình hành xác định vectơ tổng là hình thoi có góc 60^0. Suy ra :

$$\mathscr{A} = A_1\sqrt{3} = A_2\sqrt{3} = \sqrt{3} cm$$

Tính chất hình thoi cho :

$$\Phi = \frac{\pi}{3}$$

14.4 Khi trình bày các dao động thành phần tổng hợp với nhau, người ta thường dùng *đồ thị dạng phổ* diễn tả A và f của mỗi dao động. Theo cách trình bày đó, một dao động do sự tổng hợp của 3 dao động cùng phương có phổ như hình bên.



a) Lập phương trình của mỗi dao động thành phần.

b) Vẽ đồ thị của các dao động thành phần, giả sử độ lệch pha giữa chúng là 0 ở thời điểm gốc. Suy ra đồ thị của dao động tổng hợp.

LƯỢC GIẢI

a) *Phương trình :*

– Theo phổ đã cho :

$$A_1 = 0{,}03\text{m} = 3\text{cm} \; ; \; f_1 = 0{,}2\text{s}^{-1}$$

$$A_2 = 0{,}02\text{m} = 2\text{cm} \; ; \; f_2 = 0{,}5\text{s}^{-1}$$

$$A_3 = 0{,}01\text{m} = 1\text{cm} \; ; \; f_3 = 1{,}0\text{s}^{-1}$$

Các phương trình có dạng :

$$x_i = A_i.\sin(2\pi f_i t + \varphi_i)$$

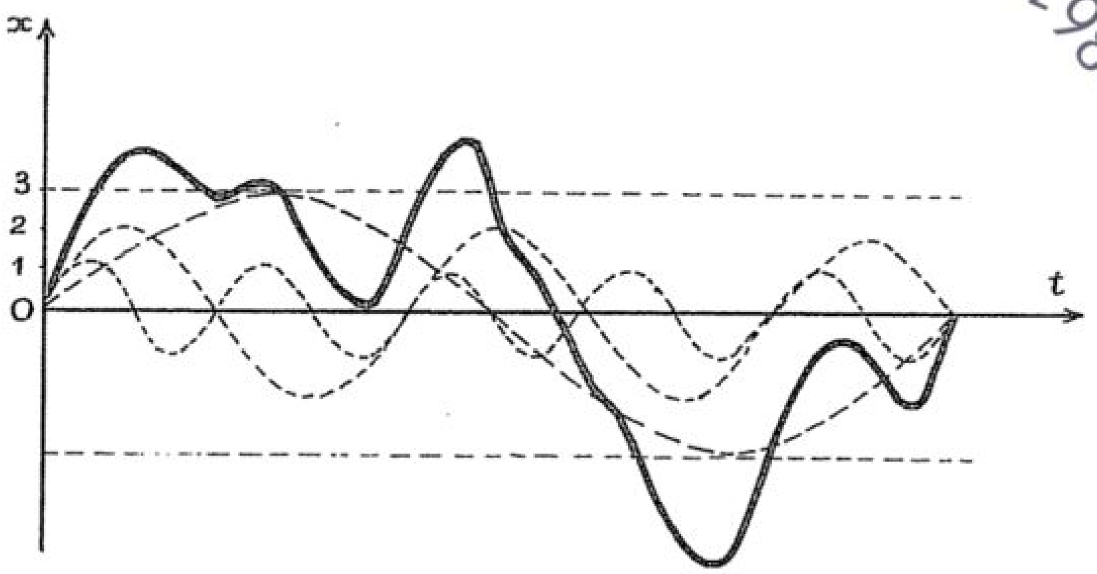
– Do đó :

$$\begin{cases} x_1 = 3\sin(0{,}4\pi t + \varphi_1)(cm) \\ x_2 = 2\sin(\pi t + \varphi_2)(cm) \\ x_3 = \sin(2\pi t + \varphi_3)(cm) \end{cases}$$

b) Đồ thị :

– Ta có thể chọn : $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = 0$

Suy ra các đồ thị :



– Bằng phép vẽ đồ thị, cộng các giá trị ở một số thời điểm đặc biệt ta có thể vẽ được đồ thị của dao động tổng hợp.

BÀI TẬP LUYỆN TẬP

14.5 Cho dao động điều hòa có phương trình : $x_1 = A\sin\omega t$.

a) Hãy viết phương trình của các dao động có tọa độ x_2, x_3, x_4, x_5 cùng biên độ, cùng tần số nhưng lần lượt *cùng pha,* *ngược pha, nhanh pha vuông góc, chậm pha vuông góc* so với x_1.

b) Xác định các dao động tổng hợp $x_1 + x_2$, $x_1 + x_3$, $x_1 + x_4$, $x_1 + x_5$. Giả sử các dao động kể trên cùng phương.

14.6 Xác định dao động tổng hợp của ba dao động thành phần cùng phương có các phương trình :

$$x_1 = 4\sin(\pi t + \frac{\pi}{6})\ ;\ x_2 = 4\sin(\pi t + \frac{5\pi}{6})\ ;\ x_3 = 4\sin(\pi t - \frac{\pi}{2})$$

ĐS : $x = x_1 + x_2 + x_3 = 0$

14.7 Con lắc lò xo gồm vật nặng có khối lượng $m = 1{,}00\text{kg}$ treo vào lò xo có độ cứng $k = 400\text{Nm}^{-1}$. Từ vị trí cân bằng, kéo vật thêm đoạn 3,0cm theo phương thẳng đứng và truyền vận tốc $v_0 = 80{,}0\text{cm.s}^{-1}$ lúc buông. Áp dụng kết quả về tổng hợp dao động, hãy lập phương trình chuyển động của vật.

ĐS : $x = 5{,}0\sin\left(20t + \frac{\pi}{4}\right)$ (cm)

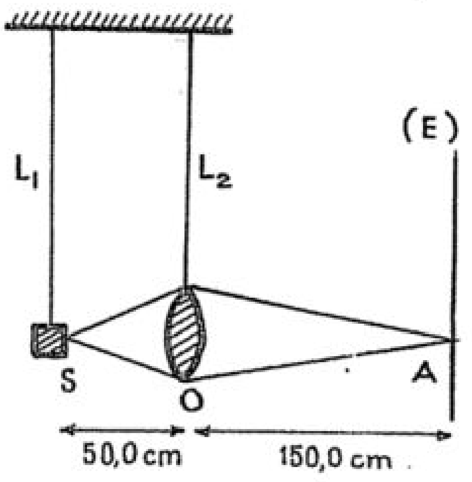
14.8 Hai con lắc lò xo giống nhau đều gồm hai vật có khối lượng $m = 4{,}00\text{kg}$ gắn vào hai lò xo có độ cứng $k = 100\text{Nm}^{-1}$. Hai con lắc này được đặt sát bên nhau, hai trục dao động song song có thể coi như trùng nhau. Từ vị trí cân bằng kéo hai vật theo phương trục lò xo, cùng chiều, thêm 4,0cm và buông nhẹ *không cùng lúc*.

a) Hãy nghiên cứu chuyển động của vật (2) khi lấy vật (1) làm hệ quy chiếu. Suy ra một định nghĩa về tổng hợp dao động.

b) Chọn gốc thời gian ($t = 0$) lúc buông vật (1). Định thời điểm phải buông vật (2) để dao động của (2) đối với (1) có biên độ cực đại.

ĐS : b) $t = \frac{T}{2} = \frac{\pi}{5}s$

14.9 Hai con lắc L_1 và L_2 có thể coi là con lắc đơn có cùng chu kì $T = 1{,}0s$ dao động trong hai mặt phẳng thẳng đứng song song. Con lắc L_1 có một nguồn sáng điểm S, con lắc L_2 mang một thấu kính hội tụ L.



Khi hai con lắc ở vị trí cân bằng, S cách quang tâm O của thấu kính 50,0cm theo phương nằm ngang vuông góc với các mặt phẳng dao động. Thấu kính L tạo ảnh thật A của S trên màn E đặt cách O đoạn 150,0cm.

a) Cho L_1 dao động, L_2 đứng yên. S dao động theo với biên độ 1,0cm. Lập các phương trình chuyển động của S và A.

b) Cho L_2 dao động, L_1 đứng yên. O dao động theo với biên độ 1,0cm. Lập các phương trình chuyển động của O và A.

c) Cho L_1 và L_2 dao động đồng thời với biên độ như ở trên. Hãy khảo sát chuyển động của A trong các trường hợp :

– Hai con lắc dao động cùng pha

– Hai con lắc dao động ngược pha

– Con lắc L_2 dao động nhanh pha $\frac{\pi}{2}$ so với con lắc L_1.

ĐS : a) $x_s = \sin(2\pi t + \varphi)(cm)$; $x_A = -3\sin(2\pi t + \varphi_1)(cm)$

b) $x_0 = \sin(2\pi t + \varphi)(cm)$; $x_A = 4\sin(2\pi t + \varphi_2)(cm)$

c) $x_A = \sin(2\pi t + \varphi)(cm)$;

$$x_A = -7\sin(2\pi t + \varphi)(cm)$$

$$x_A = 5\sin\left(2\pi t + \frac{127\pi}{180}\right)(cm)$$

14.10* Một vật đồng thời chịu tác dụng của hai nguyên nhân tạo ra hai dao động điều hòa cùng phương có các phương trình lần lượt là :

$$\begin{cases} x_1 = \sin 80\pi t(cm) \\ x_2 = \sin 72\pi t(cm) \end{cases}$$

a) Xác định chuyển động do sự tổng hợp của hai dao động này. Vẽ đồ thị. Dùng tỉ xích 36cm biểu thị 1s trên trục thời gian.

b) Định tần số của phách.

ĐS : b) $f = f_1 - f_2 = 4Hz$

14.11* Một dao động tổng hợp có phương trình : $x = A\sin 2\pi ft$.

Trong biểu thức trên, A là đại lượng biến thiên theo thời gian cho bởi :

$$A = A_0(1 + \cos 2\pi f' t) \qquad (A_0 = \text{const})$$

a) Xác định các dao động điều hòa thành phần cùng phương đã tạo thành dao động x.

b) Cho $A_0 = 4\text{cm}$, $f = 2\text{s}^{-1}$, $f' = 1\text{s}^{-1}$. Vẽ đồ thị của các dao động. Vẽ phổ của dao động tổng hợp.

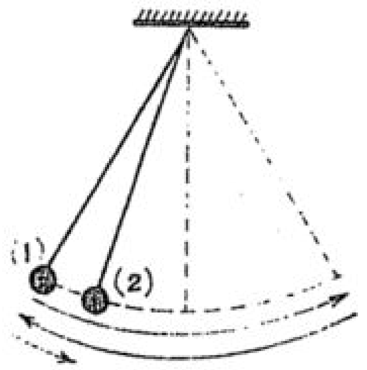
Bài toán 15

Đo chu kì dao động bằng phép hoạt nghiệm và hiện tượng trùng phùng.

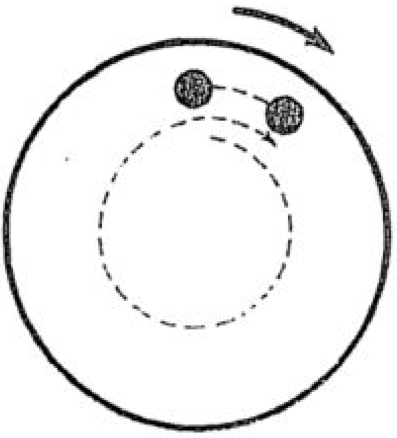
1. Phép hoạt nghiệm

Nội dung của phép hoạt nghiệm là quan sát một dao động tuần hoàn có chu kì T bằng các chớp sáng ngắn cách nhau đều với chu kì T_0.

$$T_0 \geq nT \quad (n \in N)$$



Vị trí con lắc quan sát ở hai chớp sáng liên tiếp ($T_0 > T$)



Vị trí của chấm đen trên đĩa tròn quay đều quan sát ở hai chớp sáng liên tiếp ($T_0 > T$)

. Xác định chu kì T_0 của các chớp sáng.

. Lập hệ thức giữa hai chu kì dựa vào hiện tượng biểu kiến.

$$T_0 = (n \pm \varepsilon)T \qquad \begin{cases} \varepsilon < 1 \\ \text{hoặc } \varepsilon = 0 \end{cases}$$

2. Hiện tượng trùng phùng

Nội dung của hiện tượng trùng phùng là *so sánh* hai dao động điều hòa, một có chu kì T_0 đã biết, một có chu kì T gần bằng T_0.

. *Trùng phùng :* Hai hệ dao động qua *cùng vị trí theo cùng chiều.*

. Lập hệ thức giữa các chu kì cho hai lần trùng phùng liên tiếp trong thời gian θ :

$$\theta = nT_0 = (n \pm 1)T$$

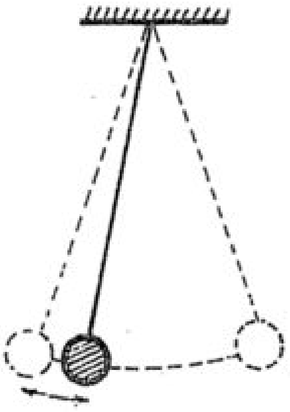
BÀI TẬP THÍ DỤ

15.1 Một con lắc đơn có chiều dài l gần bằng 25,0cm. Cứ đủng 2,000s thì con lắc đang dao động được chiếu bởi một chớp sáng ngắn. Trong thời gian 41 phút 20 giây con lắc thực hiện được 1 dao động biểu kiến trọn vẹn. Dao động biểu kiến cùng chiều với dao động thật. Tính chu kì của con lắc. Lấy $g = 9{,}81 ms^{-2}$.

LƯỢC GIẢI

– Coi con lắc này là một con lắc đơn, ta có giá trị gần đúng của chu kì là :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2.3{,}14\sqrt{\frac{0{,}250}{9{,}81}} \approx 1{,}000(s)$$



– Theo đề, dao động biểu kiến cùng chiều với dao động thật nên trong thời gian 2,000s giữa hai chớp sáng, con lắc thực hiện được :

$(2 + \varepsilon)$ dao động

(ε : phân số < 1)

Con lắc thực hiện được 1 dao động biểu kiến khi có :

$$N\varepsilon = 1$$

(N : số dao động thực)

Trong thời gian 41 phút 20 giây = 2480s, số dao động thực của con lắc là :

$$\frac{2480}{2}(2 + \varepsilon) = 2480 + 1240\varepsilon = 2481 \text{ dao động.}$$

Vậy chu kì dao động là :

$$T = \frac{2480}{2481} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2480}} \approx 0{,}999(\text{s})$$

15.2 Một con lắc chuẩn có chu kì $T_0 = 2{,}000$s. Một con lắc khác có chu kì $T = T_0 + \varepsilon$ $(0 < \varepsilon << 1)$. Người ta đo T bằng phương pháp trùng phùng.

a) Khoảng thời gian giữa ba lần trùng phùng liên tiếp là 16 phút 40 giây. Tính T.

b) Mỗi lần trùng dường như kéo dài trong 5,00s. Định sai số về T.

LƯỢC GIẢI

a) Giá trị của T :

– Sau lần trùng phùng đầu tiên, hai con lắc sẽ trùng phùng lần thứ hai khi con lắc nhanh thực hiện hơn 1 dao động so với con lắc chậm. Khoảng thời gian θ giữa hai lần trùng phùng liên tiếp là :

$$\theta = nT = (n+1)T_0$$

Suy ra : $$\frac{\theta}{T} = \frac{\theta}{T_0} - 1 \quad \Rightarrow \quad T = \frac{\theta T_0}{\theta - T_0}$$

– Theo đề : $2\theta = 1000s$

Vậy : $$T = \frac{500.2{,}000}{500 - 2{,}000} \approx 2{,}008(s)$$

b) Sai số :

– Có thể coi trùng phùng thật sự là thời điểm giữa của khoảng thời gian xảy ra trùng phùng. Vậy sai số về khoảng thời gian θ là :

$$\Delta\theta = \frac{5{,}00}{2} = 2{,}50s$$

– Biểu thức tính T có dạng một tỉ số : $T = \frac{a}{b}$

Khi có sai số, có thể xem là a và b biến thiên $\Delta a, \Delta b$

Vậy : $$T + \Delta T = \frac{a + \Delta a}{b + \Delta b}$$

Do đó : $$\Delta T = \frac{a + \Delta a}{b + \Delta b} - \frac{a}{b} = \frac{b.\Delta a - a.\Delta b}{b(b + \Delta b)}$$

Vì $\Delta a, \Delta b$ rất nhỏ so với a, b, ta có thể dùng phép tính gần đúng:

$$\Delta T = \frac{\Delta a}{b} - \frac{a.\Delta b}{b^2}$$

Chia hai vế cho $T = \dfrac{a}{b}$ ta được :

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{\Delta a}{a} - \frac{\Delta b}{b}$$

Trong tính sai số, ta định mức sai tối đa nên có thể lấy giá trị có được ứng với tình huống *kém chính xác nhất*. Khi đó $\Delta a > 0$ và $\Delta b < 0$.

Vậy : $$\frac{|\Delta T|}{T} = \frac{|\Delta a|}{a} + \frac{|\Delta b|}{b}$$

– Áp dụng kết quả này cho thí nghiệm ở trên :

$$\frac{|\Delta T|}{T} = \frac{\Delta(\theta T_0)}{\theta T_0} + \frac{\Delta(\theta - T_0)}{\theta - T_0}$$

$$= \frac{\Delta\theta}{\theta} + \frac{\Delta\theta}{\theta - T_0} \approx 2.\frac{\Delta\theta}{\theta} = \frac{5,00}{500}$$

$$\approx 10^{-2}$$

Do đó : $$|\Delta T| \approx 10^{-2}.2 = 0,02(s)$$

Vậy giá trị của chu kì T chỉ có thể là :

$$T = 2,008 + 0,02$$

$$\approx 2,03(s)$$

15.3 1. Cho một con lắc đơn A dao động trước mặt một con lắc của đồng hồ "gõ giây" B (chu kì dao động của B là $T_B = 2,000s$). Con lắc B dao động nhanh hơn con lắc A một chút nên có những lần hai con lắc chuyển động cùng chiều và trùng với nhau tại vị trí cân bằng của chúng (trùng phùng).

Quan sát cho thấy hai lần trùng phùng kế tiếp cách nhau 9 phút 50 giây.

a) Tính chu kì dao động của con lắc đơn A.

b) Con lắc đơn A có chiều dài 1,00m. Tính gia tốc rơi tự do g tại nơi dao động.

2. Quả cầu của con lắc đơn A có khối lượng m = 50,0g. Khi dao động quả cầu này vạch một cung tròn có thể coi như đoạn thẳng dài 12cm. Bỏ qua mọi ma sát.

a) Tính vận tốc cực đại của quả cầu và vận tốc của nó ở vị trí ứng với độ dời 4cm.

b) Tính năng lượng của con lắc A khi nó dao động.

LƯỢC GIẢI

1. Chu kì của con lắc A – Gia tốc rơi tự do.

– Theo đề : $T_A > T_B$

Giữa 2 lần trùng phùng kế tiếp :

$$\begin{cases} \text{. Con lắc A thực hiện được N dao động} \\ \text{. Con lắc B thực hiện được (N + 1) dao động} \end{cases}$$

Do đó : $NT_A = (N + 1)T_B = 9 \text{ phút } 50s = 590s.$

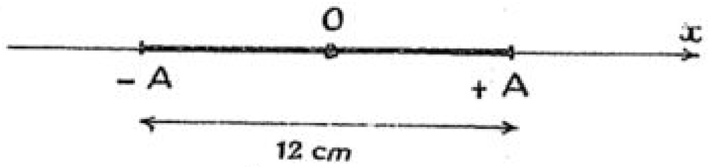
Ta suy ra : $$T_A = \frac{590}{\frac{590}{2} - 1} = \frac{590}{294} \approx \boxed{2{,}007(s)}$$

– Công thức chu kì của con lắc đơn :

$$T_A = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Suy ra : $$g = \frac{4\pi^2 l}{T_A^2} = \frac{4.3{,}14^2.1{,}00}{2{,}007^2} \approx \boxed{9{,}79(m.s^{-2})}$$

2. Vận tốc và năng lượng của quả cầu.



Theo đề, dao động của quả cầu có :

$$\begin{cases} * \text{ Tần số góc : } \omega = \sqrt{\dfrac{g}{l}} = 3{,}129 \text{rd.s}^{-1} \\ * \text{ Biên độ : } A = \dfrac{12}{2} = 6(\text{cm}) \end{cases}$$

a) Các phương trình li độ và vận tốc có dạng :

$$\begin{cases} x = A\sin(\omega t + \varphi) \\ v = \omega A\cos(\omega t + \varphi) \end{cases}$$

Khử thời gian t ta có :

$$v^2 = \omega^2(A^2 - x^2)$$

Do đó :

· Vận tốc cực đại là :

$$v_{max} = \omega A = 3,129.0,06 \approx \boxed{0,188(m.s^{-1})}$$

· Vận tốc ứng với độ dời x = 4cm là :

$$v = \omega\sqrt{A^2 - x^2} = 3,129.10^{-2}\sqrt{6^2 - 4^2} \approx \boxed{0,140(m.s^{-1})}$$

b) Năng lượng dao động của con lắc được tính bởi :

$$E = \frac{1}{2}m\omega^2A^2 = \frac{1}{2}.50,0.10^{-3}.9,79.6^2.10^{-4} \approx \boxed{0,881(mJ)}$$

BÀI TẬP LUYỆN TẬP

15.4* Hai con lắc đơn (1) và (2) dao động trong hai mặt phẳng song song. Người ta chiếu sáng để quan sát các dao động bằng những chớp sáng ngắn cách đều đúng 1s.

a) Con lắc (2) có chu kì T_2 hơi nhỏ hơn chu kì T_1 của con lắc (1). Lúc có chớp sáng đầu tiên, hai con lắc cùng đi ngang qua vị trí cân bằng và cùng chiều. Lúc có chớp sáng thứ hai, cả hai con lắc đều chưa thực hiện xong dao động thứ nhất.

Lúc chớp sáng thứ 102, con lắc (1) lại qua đúng ví trí cân bằng theo cùng chiều như lúc có chớp sáng đầu. Lúc đó, con lắc (2) không trùng với con lắc (1). Phải đến chớp sáng thứ 203 cả hai con lắc mới dao động y hệt như ở chớp sáng đầu tiên. Tính T_1 và T_2 .

b) Con lắc (2) có vật nặng nhỏ bằng sắt, khối lượng $m_2 = 0,80g$. Để điều chỉnh cho dao động của (2) đúng bằng

(1) người ta đặt một nam châm tạo lực hút $\vec{f}$ thẳng đứng tác dụng vào vật nặng của con lắc (2). Tính f và xác định nam châm phải đặt ở trên hay dưới vật nặng của con lắc (2).

ĐS : a) $T_1 = 1{,}010s$; $T_2 = 1{,}005s$

b) $f = 78.10^{-6}N$; ở trên.

15.5* Con lắc chuẩn có chu kì $T_0 = 2{,}000s$. Một con lắc khác có chu kì T hơi lớn hơn T_0 chút ít.

a) Vào một lúc, cho cả hai con lắc dao động cùng từ vị trí cân bằng, theo cùng chiều trong 2 mặt phẳng song song. Sau mỗi dao động, con lắc chu kì T chậm hơn một chút so với con lắc kia. Mức chậm này cứ cộng vào sau mỗi chu kì T_0 cho đến khi con lắc chu kì T chậm hơn trọn 1 dao động thì hai con lắc trùng phùng như lúc bắt đầu dao động. Hiện tượng trùng phùng này tái diễn đều đặn. Sau 28 phút 40 giây thì xảy ra lần trùng phùng thứ tư. Hãy tính T.

b) Con lắc có chu kì T được cho dao động trong chân không thay vì dao động trong không khí như trên. Con lắc chuẩn vẫn có chu kì $T_0 = 2{,}000s$. Tính khoảng thời gian giữa hai lần trùng phùng liên tiếp.

Cho biết : – Khối lượng riêng của vật nặng con lắc là $D = 9000kg.m^{-3}$

– Khối lượng riêng của không khí là $D_0 = 1{,}25g\,.\,l^{-1}$

ĐS : a) $T = 2{,}007s$

b) 484 giây $\frac{1}{3}$

15.6* Ở trạng thái không trọng lượng, dao động của con lắc lò xo có thể dùng để đo khối lượng.

Con lắc lò xo chuẩn gồm vật có khối lượng $m_1 = 1{,}00kg$ gắn vào lò xo có độ cứng $k = 100Nm^{-1}$.

a) Tính chu kì dao động tự do T_1 của con lắc chuẩn.

b) Một vật nặng khối lượng m_2 chưa biết được gắn vào lò xo giống như lò xo của con lắc chuẩn. Hai con lắc được cho dao động theo hai phương song song bằng cách đưa khỏi vị trí cân bằng chung một đoạn bằng nhau và buông cùng lúc. Con lắc có vật khối lượng m_2 dao động nhanh hơn và sau 5 phút 14 giây người ta mới quan sát thấy hai vật lại trùng nhau ở vị trí được buông ban đầu. Giải thích hiện tượng. Tính m_2. (Cho $\pi = 3{,}14$)

ĐS : a) $T_1 = 0{,}628s$

b) $m_2 = 0{,}96kg$

PHẦN 2 - SÓNG CƠ HỌC

Chuyên đề IV – CÁC ĐẠI LƯỢNG ĐẶC TRƯNG, PHƯƠNG TRÌNH VÀ ĐỒ THỊ CỦA SÓNG

A. TÓM TẮT GIÁO KHOA

I. CÁC ĐẠI LƯỢNG ĐẶC TRƯNG CỦA SÓNG < 4 đặc trưng)

1. Vận tốc sóng

Vận tốc sóng = Vận tốc *truyền pha* dao động

(≠ Vận tốc dao động)

Trong một môi trường xác định :

$$\boxed{v_{sóng} = const}$$

⇒ sự truyền đi ⇔ cắt thẳng đứng.

2. Chu kì và tần số của sóng

$$\boxed{T_{sóng} = T_{dđ} = T_{nguồn}}$$

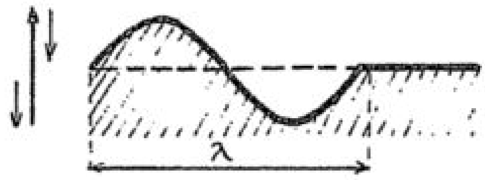
Ta cũng suy ra :

$$\boxed{f_{sóng} = \frac{1}{T_{sóng}} = f_{dđ} = f_{nguồn}}$$

3. Bước sóng

Bước sóng = Quãng đường sóng truyền trong 1 chu kì

$$\boxed{\lambda = vT = \frac{v}{f}}$$



4. Biên độ và năng lượng của sóng :

$$\boxed{A_{sóng} = A_{dđ}}$$

A

Ta suy ra :

$$\boxed{E_{sóng} = E_{dđ} = \frac{1}{2}m\omega^2A^2}$$

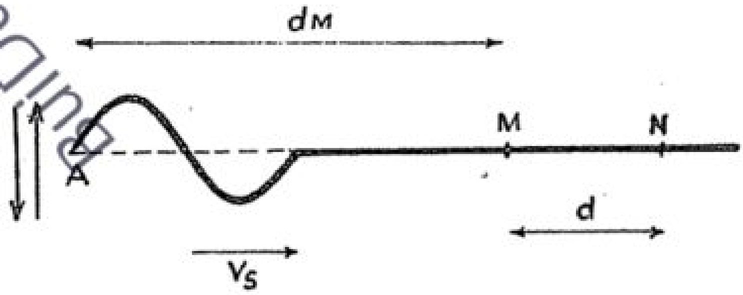
ω

m

Trong trường hợp *không ma sát* :

- . $E_{sóng}$ = const nếu sóng truyền theo một đường thẳng
- . $E_{sóng}$ tỉ lệ nghịch với *khoảng cách* nếu sóng truyền trong một *mặt phẳng*
- . $E_{sóng}$ tỉ lệ nghịch với *bình phương khoảng cách* nếu sóng truyền trong không gian

II. PHƯƠNG TRÌNH DAO ĐỘNG CỦA MỘT ĐIỂM DO SÓNG GÂY RA



$$(u_A = a\sin\omega t)$$

– Phương trình dao động tại M cách tâm sóng A khoảng d_M :

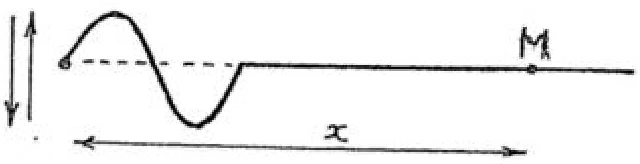
$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$\boxed{u_M = a_M\sin\omega\left(t - \frac{d_M}{v}\right) = a_M\sin 2\pi\left(ft - \frac{d_M}{\lambda}\right)}$$

– Độ lệch pha dao động giữa hai điểm cách nhau khoảng d :

$$\boxed{\Delta\varphi = 2\pi\frac{d}{\lambda}}$$

III. BIỂU DIỄN SÓNG BẰNG ĐỒ THỊ :



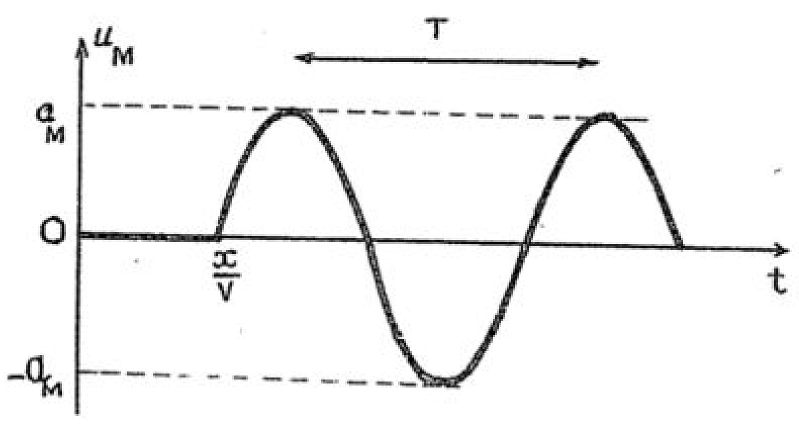
$$u_M = a_M\sin 2\pi\left(ft - \frac{x}{\lambda}\right)$$

1. Đồ thị của sóng theo thời gian

Xét x = const : *điểm xác định* trong môi trường. Ta có :

u_M là *hàm số sin* theo t $\begin{cases} \text{. biên độ : } a_M \\ \text{. chu kì : } T = \dfrac{1}{f} = \dfrac{2\pi}{\omega} \end{cases}$

Đường biểu diễn u_M theo t có dạng :



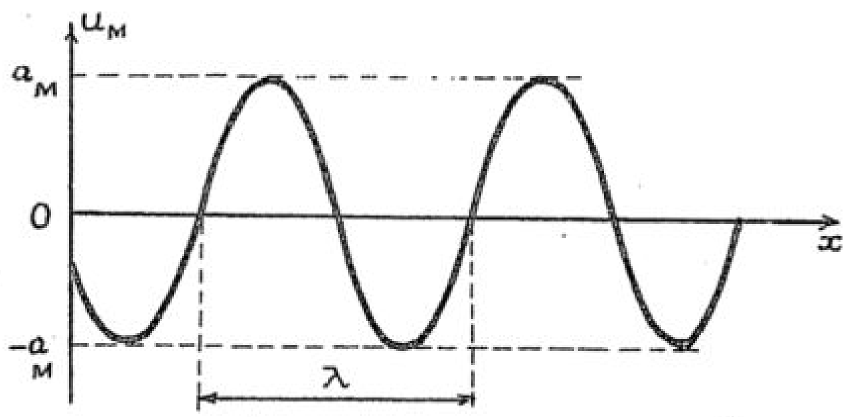
$\frac{3}{4}$

2. Đồ thị của sóng theo không gian

Xét t = const : *thời điểm xác định.* Ta có :

u_M là *hàm số sin* theo x $\begin{cases} \text{. biên độ : } a_M \\ \text{. khoảng ngắn nhất giữa hai điểm} \\ \text{có cùng đặc điểm dao động: } \lambda \end{cases}$

Đường biểu diễn u_M theo x có dạng :



$2\pi \frac{d}{\lambda} = 2k\pi$

(λ : "chu kì không gian")

Đồ thị này là *dạng thực sự* của môi trường trong trường hợp sóng truyền theo một đường thẳng.

IV. PHÉP HOẠT NGHIỆM – SỰ TRÙNG PHÙNG.

1. Phép hoạt nghiệm :

Quan sát một dao động tuần hoàn có chu kì T bằng các *chớp sáng ngắn* cách đều nhau, có chu kì T_0 .

Vật dao động sẽ có *chuyển động biểu kiến* theo chiều hoặc ngược chiều chuyển động thực tùy theo mối quan hệ giữa T_0 và T.

Ta có : $\boxed{T_0 = (n \pm \varepsilon)T}$ $(\varepsilon < 1$ hoặc $\varepsilon = 0)$

(ε : xác định bởi chuyển động biểu kiến)

2. Sự trùng phùng :

Hai vật dao động qua *cùng một vị trí theo cùng một chiều.*

Đối với hai lần trùng phùng *liên tiếp* cách nhau khoảng thời gian θ ta có :

$$\boxed{\theta = nT_0 = (n \pm 1)T}$$

(T_0 ; T : các chu kì của hai vật dao động).

B. HƯỚNG DẪN GIẢI TOÁN

Bài toán 16 : **Đại lượng đặc trưng, phương trình và đồ thị của sóng**

– *Áp dụng công thức bước sóng :*

$$\lambda = vT = \frac{v}{f}$$

– *Lập phương trình :*

. Xác định độ lệch pha :

$$\Delta\varphi = 2\pi\frac{d}{\lambda}.$$

. Suy ra phương trình dao động : $\frac{2\pi d}{T}$

$$u_M = a_M\sin(\omega t \pm \Delta\varphi)$$

$\Delta\varphi = 2k\pi$

– *Đồ thị :*

. Định *khoảng thời gian* hay *khoảng không gian* sóng đã truyền.

. Định tọa độ ứng với $t = 0$ hoặc $x = 0$.

BÀI TẬP THÍ DỤ

n ngọn sóng ứng (n-1)T

16.1 Hãy tính các đại lượng được hỏi trong mỗi câu sau đây.

a) Trong 5,0s người quan sát thấy có 3 ngọn sóng biển qua trước mặt.

Tính chu kì dao động của nước biển do sóng gây ra.

b) Thời gian từ khi phát âm đến khi nghe tiếng vọng dội lại là 0,6s. Tính khoảng cách từ nơi phát âm đến vật cản. Biết vận tốc truyền âm trong không khí là $340 m.s^{-1}$

?

c) Còi gồm 30 lỗ cách đều trên một đĩa tròn. Đĩa quay đều 600 vòng trong 1 phút. Tính bước sóng của âm phát ra. Biết vận tốc truyền âm trong không khí là $340 m.s^{-1}$.

d) Sóng âm có tần số 500Hz và biên độ 0,25mm truyền trong không khí. Bước sóng là 70cm. Hãy tính :

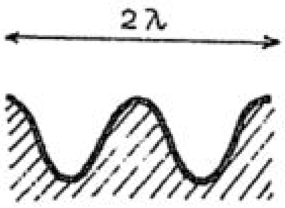
– Vận tốc truyền âm

– Vận tốc dao động cực đại của các phân tử.

LƯỢC GIẢI

a) Chu kì :

Khoảng đường sóng truyền là 2λ . Thời gian sóng truyền được 1 bước sóng là chu kì T.



Suy ra : $2T = 5,0$

g/D: $u_A =$ $v = \lambda f$

Vậy : $T = \frac{5,0}{2} = \boxed{2,5(s)}$

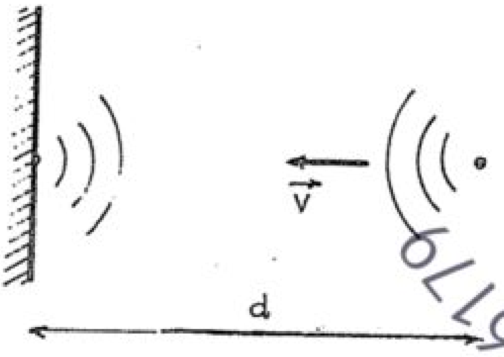
b) Khoảng cách :

Thời gian âm truyền từ nguồn tới vật cản :

$$t = \frac{0,6}{2} = 0,3(s)$$

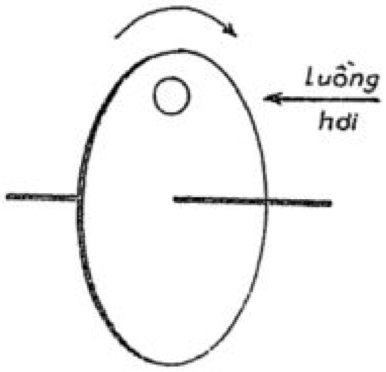
Khoảng cách :

$$d = vt = 340.0,3 = \boxed{102\ (m)}$$



c) Bước sóng của âm :

Khi một lỗ ở vị trí đối diện luồng hơi, không khí bị tác động phát sóng âm.



Chu kì của sóng âm là thời gian đĩa quay được cung giữa 2 lỗ liên tiếp.

$$T = \frac{60}{600.30} = \frac{1}{300}(s)$$

Suy ra :

$$\lambda = v.T = \frac{340}{300} \approx \boxed{1,13(m)}$$

d) Các vận tốc :

– Vận tốc truyền âm :

$$v = f\lambda = 500.0,70 = \boxed{350(m.s^{-1})}$$

– Vận tốc dao động cực đại của các phân tử :

$$v_{max} = \omega a \qquad \text{(a :}\textit{biên độ}\text{ dao động)}$$

$$= 2\pi fa = 2.3,14.500.0,25.10^{-3}$$

$$\approx \boxed{0,785(m.s^{-1})}$$

16.2 Một dây đàn hồi nằm ngang có điểm đầu A dao động theo phương thẳng đứng với biên độ a = 5,0cm và chu kì T = 2,0s.

a) Chọn gốc thời gian (t = 0) lúc A qua vị trí cân bằng theo chiều dương. Lập phương trình dao động của A.

b) Pha dao động của A truyền dọc theo dây với vận tốc $5,0m.s^{-1}$. Viết phương trình dao động của điểm M cách A đoạn d = 2,5m. Coi dây dài vô hạn.

c) Vẽ dạng của dây ở các thời điểm t_1 = 1,5s và t_2=5,0s.

(Giả sử a = const)

LƯỢC GIẢI

a) Phương trình dao động của điểm A :

Phương trình dao động của A có thể viết :

$$u_A = a\sin(\omega t + \varphi)$$

$$= 5,0\sin(\pi t + \varphi)(cm)$$

Suy ra biểu thức của vận tốc dao động :

$$v_A = \omega a\cos(\omega t + \varphi)$$

$$= 5,0\pi\cos(\pi t + \varphi)$$

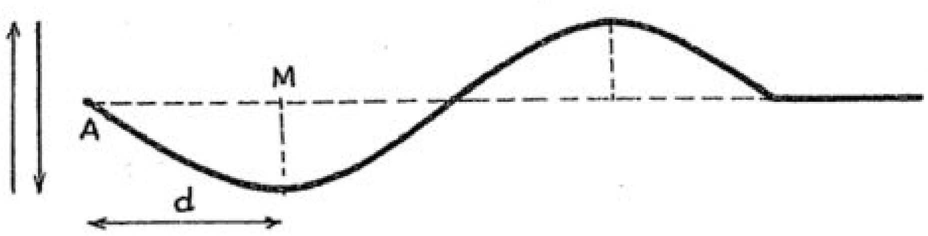
Theo đề, $t = 0$: $\begin{cases} u_A = 0 \\ v > 0 \end{cases}$

Suy ra : $\begin{cases} 5{,}0\sin\varphi = 0 \\ \cos\varphi > 0 \end{cases}$

Vậy : $\varphi = 0$.

Do đó : $\boxed{u_A = 5{,}0\sin\pi t(\text{cm})}$

b) Phương trình dao động của điểm M :



Ta có :

$$\lambda = vT = 5{,}0.2{,}0 = 10{,}0(\text{m})$$

Độ lệch pha dao động của M so với A :

$$\Delta\varphi = 2\pi\frac{d}{\lambda} = 2\pi\,.\,\frac{2{,}5}{10{,}0} = \frac{\pi}{2}$$

Sóng truyền từ A tới M, pha dao động của M chậm hơn A. Suy ra phương trình dao động của M :

$$u_M = 5{,}0\sin\left(\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$= \boxed{-\,5{,}0\cos\pi t(\text{cm})}$$

c) Dạng của dây :

– Với $t_1 = 1{,}5s$ khoảng đường sóng truyền được là :

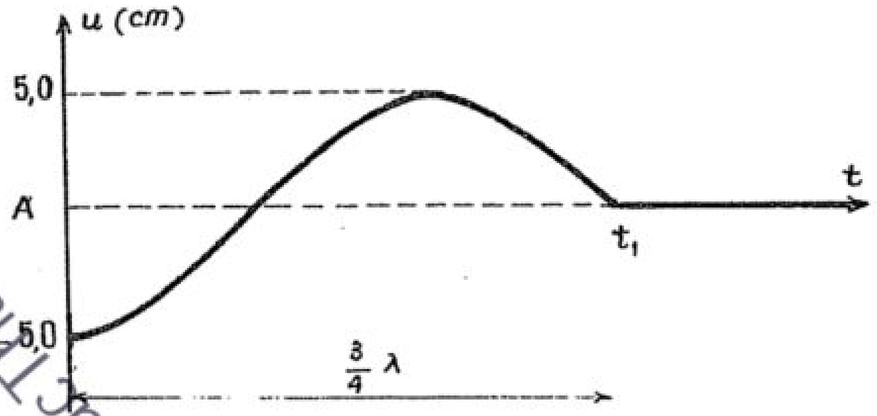
$$d_1 = vt_1 = 5{,}0.1{,}5 = 7{,}5(m)$$

$$= \frac{3}{4}\lambda$$

Độ dời của A khỏi vị trí cân bằng ở thời điểm t_1 là :

$$u_{A1} = 5{,}0\sin 1{,}5\pi = -5{,}0\sin\frac{\pi}{2} = -5{,}0(cm)$$

Suy ra đồ thị theo không gian tức dạng sợi dây ở thời điểm $t_1 = 1{,}5s$:



– Với $t_2 = 5{,}0s$ Khoảng đường sóng truyền được là :

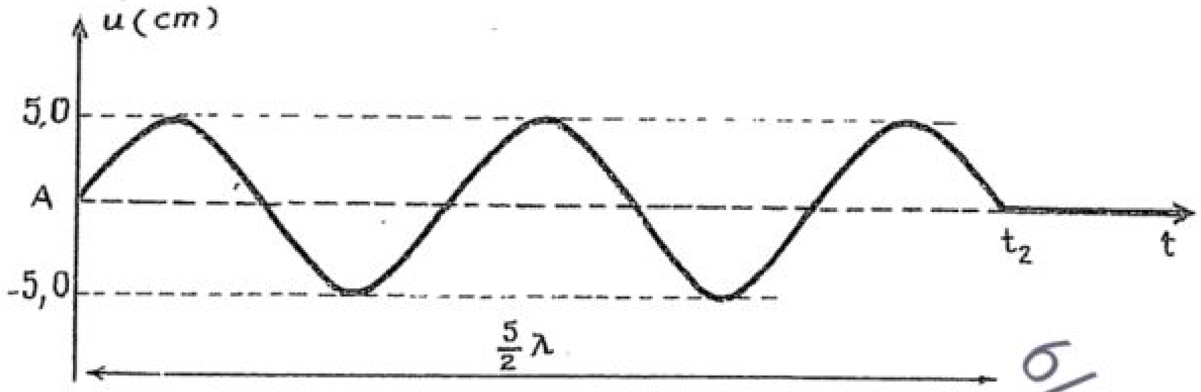
$$d_2 = vt_2 = 5{,}0.5{,}0 = 25{,}0(m)$$

$$= \frac{5}{2}\lambda$$

Độ dời của A khỏi vị trí cân bằng ở thời điểm t_2 là :

$$u_{A2} = 5{,}0\sin 5\pi = 5{,}0\sin\pi = 0$$

Suy ra đồ thị không gian tức dạng sợi dây ở thời điểm t_2=5,0s :



16.3 Tại điểm A của mặt thoáng một chất lỏng yên tĩnh, người ta nhỏ xuống đều đặn các giọt nước giống nhau cách 0,25s. Coi A bị tác động bởi nguồn gây dao động ngang có biên độ 0,5cm. Trên mặt thoáng chất lỏng xuất hiện những vòng tròn đồng tâm A lan rộng dần.

a) Khoảng cách giữa hai gợn lồi liên tiếp đo được 10cm. Tính vận tốc truyền pha của sóng.

b) Tính khoảng cách giữa hai điểm trên mặt chất lỏng dao động cùng pha, ngược pha.

c) Một điểm M cách A đoạn 25cm. Chọn gốc thời gian sao cho phương trình dao động của M là :

$u_M = -0,5\sin\omega t(\text{cm})$

Viết phương trình dao động của điểm A. (lấy $a_A = a_M$).

LƯỢC GIẢI

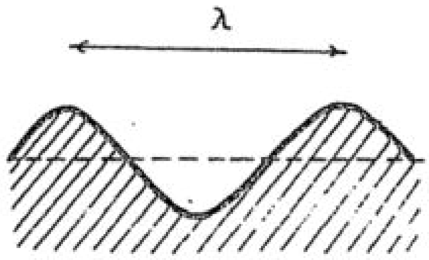
a) Vận tốc truyền pha :

Chu kì sóng : $T = 0,25\text{s}$

V.=

$\omega = \frac{2\pi}{}$ →

λ λ



Khoảng cách giữa hai gợn lồi liên tiếp chính là bước sóng λ. Ta có :

$$\lambda = vT$$

Do đó :

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{10}{0{,}25} = \boxed{40(cm.s^{-1})}$$

b) Khoảng cách :

– Khoảng cách d giữa hai điểm trong môi trường dao động *cùng pha* được xác định bởi :

$$\Delta\varphi = 2\pi\frac{d}{\lambda} = k.2\pi$$

Do đó : $$d = \boxed{k\lambda}\ (k \in N)$$

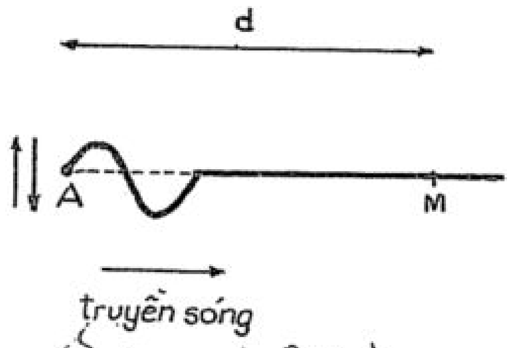
– Khoảng cách d' giữa hai điểm trong môi trường dao động *ngược pha* được xác định bởi :

$$\Delta\varphi' = 2\pi\frac{d'}{\lambda} = (2k+1)\pi$$

Do đó : $$d' = \boxed{(2k+1)\frac{\lambda}{2}} \qquad (k \in N)$$

c) Phương trình :

Độ lệch pha dao động giữa A và M :



$$\Delta\varphi = 2\pi\frac{d}{\lambda} = 2\pi.\frac{25}{10} = 5\pi$$

Dao động của A *nhanh pha* hơn dao động của M. Ta suy ra :

$$u_A = -0{,}5\sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \Delta\varphi\right)$$

$$= -0{,}5\sin(8\pi t + 5\pi)$$

$$= -0{,}5\sin(8\pi t + \pi)$$

hay : $$\boxed{u_A = 0{,}5\sin 8\pi t(\text{cm})}$$

BÀI TẬP LUYỆN TẬP

16.4 Thực hiện các tính toán cần thiết để trả lời những câu hỏi sau đây :

a) Sóng ngang truyền dọc theo một dây dài. Một điểm cách tâm dao động khoảng $\frac{\lambda}{3}$ có độ dịch chuyển khỏi vị trí cân bằng 5cm sau $\frac{1}{2}$ chu kì. Tính biên độ của sóng (coi như không đổi).

b) Sóng âm truyền trong thép với vận tốc $5000 m.s^{-1}$. Hai điểm trong thép gần nhất có pha dao động lệch nhau 90^0 cách nhau 1,54cm. Tính tần số âm.

ĐS : a) 5,8cm; b) 812Hz

16.5 Tâm sóng dao động theo phương trình :

$$u_A = \sin\frac{5\pi}{2}t(\text{cm}).$$

Vận tốc truyền pha của sóng là $100 m.s^{-1}$ dọc theo một dây đàn hồi. Xét điểm M cách tâm sóng 20m. Hãy xác định các đại lượng sau đây của dao động tại M vào thời điểm 1s sau khi sóng bắt đầu truyền từ tâm :

– Độ dịch chuyển từ vị trí cân bằng (coi biên độ không đổi).

– Vận tốc dao động

– Gia tốc dao động.

ĐS : $x = 0$; $v = 7{,}85cm.s^{-1}$; $a = 0$

16.6 Một sóng truyền trong một môi trường làm các điểm của môi trường dao động theo phương trình :
$u = 4{,}0\sin(\pi t + \Delta\varphi)$ (cm; s)

a) Biết bước sóng là $\lambda = 240cm$. Tính vận tốc sóng.

b) Tính độ lệch pha của dao động;

– Tại một điểm cách khoảng thời gian 1,0s.

– Tại hai điểm cách nhau 210cm vào cùng một lúc

c) Vào một thời điểm, độ dịch chuyển của một điểm trong môi trường kể từ vị trí cân bằng là 3,0cm. Tính độ dịch chuyển của nó sau 2,0s. Giải thích kết quả tìm được.

ĐS : a) $v = 40cm.s^{-1}$

b) $\frac{\pi}{3}$; $\left(\pi + \frac{3\pi}{4}\right)$

c) 0,8cm hay – 3,8cm

16.7 Sóng biển được coi là dao động ngang có chu kì 8,0s và biên độ 3,0m. Sóng truyền từ Tây sang Đông với vận tốc $12{,}5m.s^{-1}$. Sóng là sóng phẳng, do đó các điểm trên một đường thẳng có phương Bắc – Nam dao động cùng pha với nhau.

a) Tính bước sóng. Giao tuyến của mặt nước biển với mặt phẳng thẳng đứng theo hướng Đông – Tây có dạng ra sao ?

b) Một tàu có vận tốc đều $5{,}0 m.s^{-1}$ chạy theo hướng từ Tây sang Đông. Tính tần số va chạm của đầu sóng vào tàu. Nếu tàu chạy với vận tốc đó từ Đông sang Tây thì tần số va chạm này là bao nhiêu ?

ĐS : a) $\lambda = 100m$; đường sin

b) $7{,}5.10^{-2}Hz$; $17{,}5.10^{-2}Hz$

16.8* Một âm thoa gắn vào một sợi dây căng thẳng phát sinh dao động ngang có tần số 440Hz, biên độ 0,50mm. Sợi dây có khối lượng 0,01kg cho mỗi mét chiều dài và có lực căng 1000N. Dao động truyền không tắt dần.

Cho biết vận tốc truyền dao động trên dây có biểu thức :

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \begin{cases} F: \text{ lực căng} \\ \mu: \text{ khối lượng của mỗi mét chiều dài} \end{cases}$$

a) Tính vận tốc truyền dao động trên dây.

b) Tính bước sóng và lập phương trình dao động của một điểm trên dây.

c) Tính vận tốc và gia tốc dao động cực đại của một điểm trên dây.

d) Tính công suất trung bình phải cung cấp cho âm thoa để dao động của nó được duy trì.

ĐS : a) $316ms^{-1}$

b) 0,719m ; $u = 5.10^{-4}\sin 2\pi(440t - 1{,}39x)$ (m)

c) $1{,}38m.s^{-1}$; $3{,}82m.s^{-2}$

d) 3,02W

Chuyên đề V – SÓNG ÂM

A. TÓM TẮT GIÁO KHOA

I. SÓNG ÂM – CẢM GIÁC ÂM

– *Sóng âm :* sóng dọc truyền được trong chất *rắn, lỏng, khí*, không truyền được trong *chân không*.

– Phân loại :

< 16Hz	16Hz – 2.10^4Hz	2.10^4Hz – 10^9Hz	10^9Hz – 10^{13}Hz
Hạ âm	Âm nghe được	Siêu âm	Quá âm

II. CÁC ĐẶC TÍNH CỦA ÂM

Âm vừa có *đặc tính vật lí* vừa có *đặc tính sinh lí.*

1. Vận tốc truyền

. Thí nghiệm cho :

$$\boxed{v_{rắn} > v_{lỏng} > v_{khí}}$$

. Sự phụ thuộc nhiệt độ :

$$\boxed{v = v_0\sqrt{1 + \alpha t}} \qquad \begin{cases} v_0 : \text{vận tốc truyền âm ở } 0^oC \\ \alpha = \dfrac{1}{273} \end{cases}$$

2. Độ cao

Tần số f tạo ra *độ cao* của âm.

$$\begin{cases} \text{f lớn : âm } \textit{thanh} \\ \text{f nhỏ : âm } \textit{trầm} \end{cases}$$

3. Âm sắc

– Các bộ phận phát âm đều phát ra đồng thời :

$$\begin{cases} \text{. âm cơ bản có tần số f} \\ \text{. các họa âm có tần số nf } (n \in N) \end{cases}$$

– Quy luật tuần hoàn của dao động âm tổng hợp tạo *âm sắc*.

4. Cường độ âm (hay năng lượng âm) – Mức cường độ

. *Cường độ âm* (công suất âm) : $\boxed{I = \frac{W}{S}(W.m^{-2})}$

$$\begin{cases} W : \text{ năng lượng dao động truyền trong 1s} \\ S : \text{ diện tích} \end{cases}$$

. *Mức cường độ âm :*

$\boxed{L(B) = \lg\frac{I}{I_0}}$ hay $\boxed{L(dB) = 10\lg\frac{I}{I_0}}$

$$(I_0 = 10^{-12}Wm^{-2} \text{ ở } f = 1000Hz)$$

5. Độ to

– Tùy tần số, mỗi âm có một *ngưỡng nghe* ứng với I_{min}.

Độ to của âm :

$$\boxed{\Delta I = I - I_{min}}$$

– Độ to tối thiểu mà tai phân biệt được gọi là 1 phôn.

$$\boxed{\Delta I = 1\text{phôn} \Leftrightarrow 10lg\frac{I_2}{I_1} = 1dB}$$

(đối với dải tần số âm gần âm chuẩn)

B. HƯỚNG DẪN GIẢI TOÁN

Bài toán 17 : **Tính các đại lượng đặc trưng của sóng âm**

– Áp dụng các kết quả chung về sóng cơ học.

– Áp dụng các công thức định nghĩa của sóng âm :

. Cường độ âm

. Mức cường độ âm

. Độ to của âm.

BÀI TẬP THÍ DỤ

17.1 Thực hiện các phép tính để trả lời các câu hỏi sau :

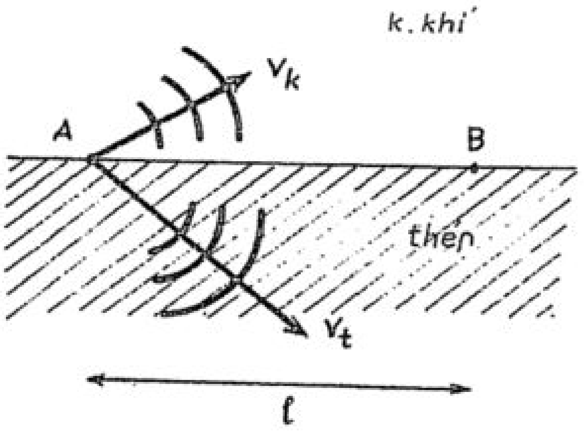
a) Một người gõ mạnh vào đường ray xe lửa. Một người khác ở cách xa người này 1,10km áp tai vào đường ray. Hai âm mà người quan sát nghe được trong thép và trong không khí cách nhau 3,0s. Tính vận tốc âm trong thép. Biết vận tốc âm trong không khí là $340ms^{-1}$.

b) Một âm thoa rung với tần số f = 400Hz. Sóng âm truyền trong nước có bước sóng $\lambda = 3{,}70m$. Tính vận tốc truyền của âm trong nước.

LƯỢC GIẢI

a) Vận tốc âm trong thép :

Các thời gian truyền âm là : $t_1 = \dfrac{l}{v_t}$; $t_2 = \dfrac{l}{v_k}$



Theo đề :

$$\Delta t = t_2 - t_1 = 3{,}0s$$

$$l\left(\frac{1}{v_k} - \frac{1}{v_t}\right) = 3{,}0$$

Do đó :

$$v_t = \frac{v_k \cdot l}{l - v_k\Delta t} = \frac{340.1100}{1100 - 340.3} \approx \boxed{4700(ms^{-1})}$$

b) Vận tốc truyền âm trong nước :

Ta có : $$\lambda = \frac{v}{f}$$

$$\Rightarrow \quad v = \lambda f = 3{,}70.400 = \boxed{1500(ms^{-1})}$$

17.2 Mức cường độ của một âm là L = 40dB. Hãy tính cường độ của âm này theo đơn vị Wm^{-2}. Cho biết cường độ ngưỡng nghe của âm chuẩn là $I_0 = 10^{-12}Wm^{-2}$

LƯỢC GIẢI

Ta có : $$L = 10lg\frac{I}{I_0} = 40$$

Suy ra : $$lg\frac{I}{I_0} = 4 \quad \Rightarrow \quad \frac{I}{I_0} = 10^4$$

Do đó cường độ của âm là :

$$I = 10^4 I_0 = \boxed{10^{-8}Wm^{-2}}$$

17.3 Thực hiện các phép tính cần thiết để trả lời các câu hỏi sau:

a) Hai âm hơn kém nhau 1 phôn về độ to. Hãy tính tỉ số cường độ âm.

b) Độ to của một âm tăng bao nhiêu phôn khi cường độ âm tăng lên :

* 3000 lần

* 30000 lần

LƯỢC GIẢI

a) Tỉ số các cường độ âm :

Ta có : $I_2 - I_1 = 1\text{phôn} \Leftrightarrow 10\lg\frac{I_2}{I_1} = 1$

Suy ra : $\lg\frac{I_2}{I_1} = 0,1 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 10^{0,1}$

Vậy : $\frac{I_2}{I_1} = \boxed{1,26}$

b) Mức tăng của độ to :

Ta có : $\Delta I = 1\text{phôn} \Leftrightarrow 10\lg\frac{I_2}{I_1} = 1$

Do đó :

* Với $\frac{I_2}{I_1} = 3.10^3$, ta tính được :

$$10\lg\frac{I_2}{I_1} = 10\lg(3.10^3) = 10(3 + \lg3) = 34,8$$

Độ to tăng 34,8 phôn

* Với $\frac{I_2}{I_1} = 3.10^4$, ta tính được :

$$10\lg\frac{I_2}{I_1} = 10\lg(3.10^4) = 10(4 + \lg3) \approx \boxed{44,8}$$

Độ to tăng 44,8 phôn.

17.4 Tại một điểm A nằm cách xa một nguồn âm N (coi như nguồn điểm) một khoảng NA = 1m, mức cường độ âm là $L_A = 90dB$. Cho biết ngưỡng nghe của âm chuẩn là $I_0 = 10^{-12}W.m^{-2}$

a) Tính cường độ I_A của âm đó tại A.

b) Tính cường độ và mức cường độ của âm đó tại B nằm trên đường NA và cách N một đoạn NB = 10m. Coi môi trường là hoàn toàn không hấp thụ âm.

c) Giả sử nguồn âm và môi trường đều đẳng hướng. Tính công suất phát âm của nguồn N.

LƯỢC GIẢI

a) Cường độ âm tại A.

Ta có : $$L_A = 10\log\frac{I_A}{I_0} = 90dB$$

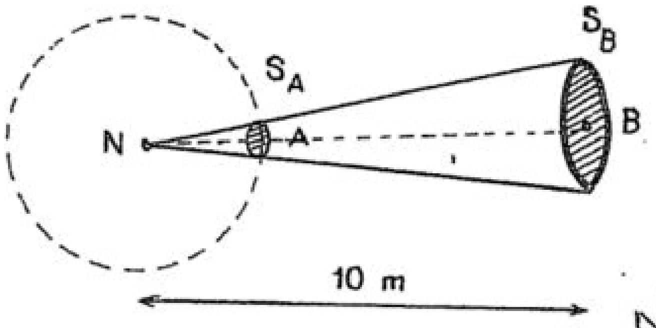
$$\Rightarrow \quad \frac{I_A}{I_0} = 10^9$$

Vậy $$I_A = 10^9.I_0 = \boxed{10^{-3}W.m^{-2}}$$

b) Cường độ và mức cường độ tại B.

– Theo giả thiết của đề bài, năng lượng âm trên các diện tích S_A và S_B phải bằng nhau.

Do đó :



$$I_A.S_A = I_B.S_B$$

$$\Rightarrow \quad I_B = \frac{S_A}{S_B}.I_A$$

$\frac{R_A}{R_B} = \frac{N_A}{N_B}$

Nhưng : $$\frac{S_A}{S_B} = \left(\frac{NA}{NB}\right)^2 = 10^{-2}$$

Vậy : $$I_B = 10^{-2}.10^{-3} = 10^{-5}(W.m^{-2})$$

– Ta suy ra :

$$L_B = 10\log\frac{I_B}{I_0} = 10\log 10^7 = \boxed{70(dB)}$$

c) Công suất của nguồn âm.

Công suất của nguồn âm là năng lượng truyền qua diện tích mặt cầu tâm N bán kính NA trong 1 giây.

Vậy : $$P_{ng} = 4\pi NA^2.I_A$$

$$= 4.3{,}14.1^2.10^{-3}$$

$$\approx \boxed{12{,}6(mW)}$$

BÀI TẬP LUYỆN TẬP

17.5* Coi dao động của một sóng âm là dao động điều hòa. Dựa vào biểu thức của năng lượng dao động hãy tính :

a) Biên độ của áp suất không khí ở ngưỡng nghe và ngưỡng đau đối với âm chuẩn có tần số 10^3Hz .

b) Độ biến thiên về biên độ áp suất giữa ngưỡng nghe và ngưỡng đau đối với âm chuẩn này.

Cho : –Khối lượng riêng của không khí: $\rho = 1{,}29 kg.m^{-3}$

– Cường độ âm ở ngưỡng nghe : $10^{-12}W.m^{-2}$

– Cường độ âm ở ngưỡng đau : $1W.m^{-2}$

ĐS : a) $2{,}92.10^{-5}$Pa ; $29{,}2.10^{-5}$Pa

b) $\Delta p_0 = 32{,}12.10^{-5}$Pa

17.6 Thực hiện các tính toán cần thiết để trả lời các câu hỏi sau

a) Cường độ âm tăng 1000 lần.

– Mức cường độ âm tăng bao nhiêu dB ?

– Biên độ áp suất tăng bao nhiêu lần ?

b) Ngoài đường phố, âm có độ to 70 phôn. Ở trong phòng, âm này chỉ còn có độ to 40 phôn. Tính tỉ số các cường độ âm ở hai nơi.

c) Hai âm có mức cường độ hơn kém 1dB. Tính tỉ số các biên độ áp suất.

ĐS : a) 30dB ; 31,6 b) 10^3 c) 1,12

17.7* Thực hiện các tính toán cần thiết để trả lời những câu hỏi sau :

a) Một sóng âm tần số 300Hz tạo ra biên độ dịch chuyển là 10^{-7} m. Tính biên độ áp suất của sóng âm này.

b) Biên độ áp suất của âm, có tần số 500Hz ở ngưỡng nghe, là $2{,}9.10^{-5}$Pa . Tính biên độ dịch chuyển gây ra bởi sóng âm này.

ĐS : a) $8{,}3.10^{-2}$Pa

b) $2{,}1.10^{-21}$m

17.8* Ở thượng tầng khí quyển không thể đo nhiệt độ bằng nhiệt kế được vì mật độ khí quá nhỏ, cân bằng nhiệt không xảy ra. Người ta đo nhiệt độ bằng cách phóng tên lửa mang theo lựu đạn có thể cho nổ ở các độ cao định trước.

Hãy tính nhiệt độ ở độ cao 20km cách mặt đất. Biết rằng tiếng nổ ở độ cao 21km được ghi nhận trên mặt đất trễ hơn tiếng nổ ở độ cao 19km một khoảng thời gian 6,75s.

ĐS : -54^{o}C

17.9* Giữa các điểm A, B cách nhau một khoảng l trong không khí nhiệt độ biến thiên tuyến tính từ T_1 đến T_2 .

Tính thời gian truyền sóng âm từ A đến B.

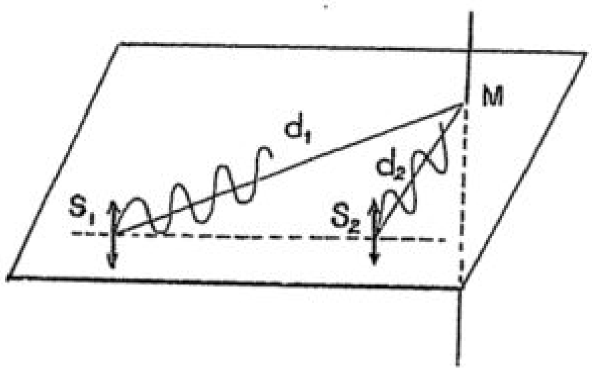
$$ĐS : \theta = \frac{2l}{v_0\sqrt{\alpha}\,(\sqrt{T_1} + \sqrt{T_2})}$$

Chuyên đề VI – GIAO THOA CỦA SÓNG - SÓNG DỪNG

A. TÓM TẮT GIÁO KHOA

I. GIAO THOA

Tổng hợp của hai sóng kết hợp từ hai nguồn riêng biệt :



1. Các phương trình dao động

$$u_{S1} = u_{S2} = a\sin\omega t = a\sin\frac{2\pi}{T}t = a\sin 2\pi ft$$

– Dao động của M do sóng từ S_1 và từ S_2 :

$$u_{1M} = a_M\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{d_1}{\lambda}\right)$$

$$u_{2M} = a_M\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{d_2}{\lambda}\right)$$

– Dao động tổng hợp của M :

$$\boxed{u_M = 2a_M\cos\frac{d_1 - d_2}{\lambda}\pi \,.\, \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{d_1 + d_2}{2\lambda}\right)}$$

$\Delta\varphi = d_2 - d_1 = K\lambda$

2. Điểm có biên độ dao động tổng hợp cực đại và điểm đứng yên

– Độ lệch pha dao động giữa hai sóng tổng hợp với nhau:

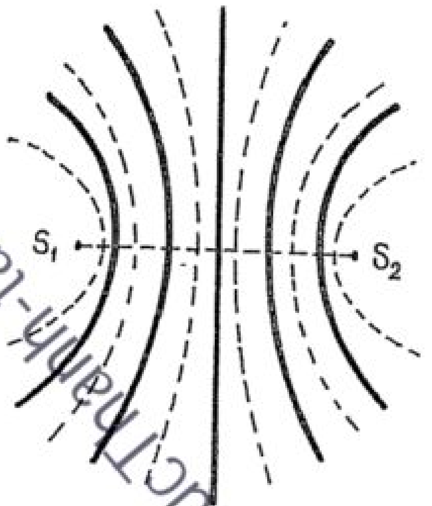
$$\boxed{\Delta\varphi = \frac{\omega}{v}\,|d_1 - d_2| = \frac{2\pi}{\lambda}\cdot d}$$

– Điểm có biên độ dao động tổng hợp cực đại :

$$\boxed{d = n\lambda} \qquad (n \in N)$$

–Điểm đứng yên (biên độ dao động tổng hợp triệt tiêu)

$$\boxed{d = (2n+1)\frac{\lambda}{2}} \qquad (n \in N)$$



* Biên độ cực đại ______

* Đứng yên - - - - -

Ghi chú :

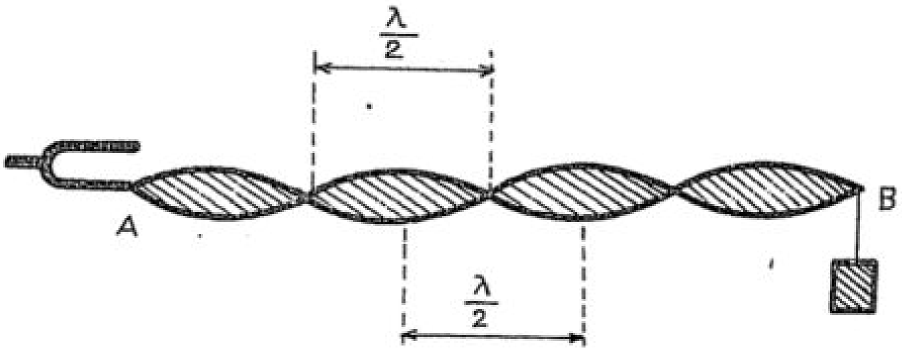
Biên độ của dao động tổng hợp :

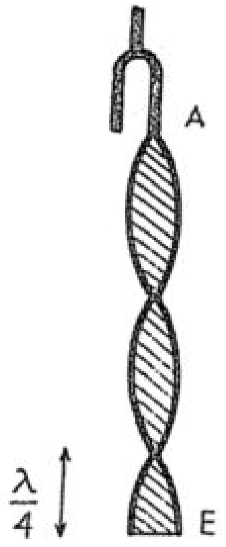
$$\mathscr{A} = 2a_M \left| \cos \frac{d_1 - d_2}{\lambda}\cdot\pi \right|$$

Từ biểu thức này, có thể tìm ra vị trí các điểm có biên độ dao động tổng hợp cực đại và các điểm đứng yên.

II SÓNG DỪNG

Tổng hợp của sóng truyền từ nguồn và sóng phản xạ.





$v = T$

1. Các khoảng cách

– Khoảng cách giữa hai điểm bụng hay giữa hai điểm nút:

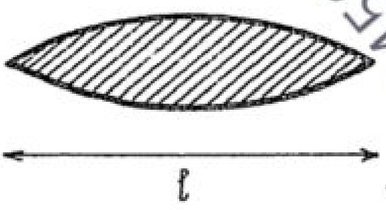
$$\boxed{d_{BB} = d_{NN} = n \cdot \frac{\lambda}{2}} \qquad (n \in N)$$

– Khoảng cách giữa một điểm bụng và một điểm nút :

$$\boxed{d_{BN} = (2n + 1)\frac{\lambda}{4}} \qquad (n \in N)$$

2. Áp dụng vào dây đàn và ống sáo

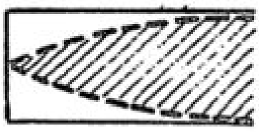
– *Dây đàn :*



$$\begin{cases} \text{Âm cơ bản : } \boxed{f_{cb} = \dfrac{v}{2l}} \\ \text{Các họa âm : } \boxed{f_n = n \cdot \dfrac{v}{2l}} \ (n \in N) \end{cases}$$

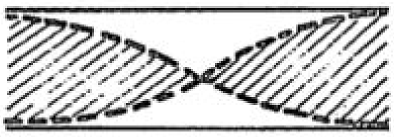
– *Ống sáo :*

* *Loại hở một đầu :*



$$\begin{cases} \text{Âm cơ bản : } \boxed{f_{cb} = \dfrac{v}{4l}} \\ \text{Các họa âm : } \boxed{f_n = (2n + 1)\dfrac{v}{4l}} \ (n \in N) \end{cases}$$

* Loại hở hai đầu :



$$\begin{cases} \text{Âm cơ bản : } \boxed{f_{cb} = \dfrac{v}{2l}} \\ \text{Các họa âm : } \boxed{f_n = n \cdot \dfrac{v}{2l}} \ (n \in N) \end{cases}$$

Chú ý : Giao thoa và sóng dừng giống nhau về sự biểu hiện.

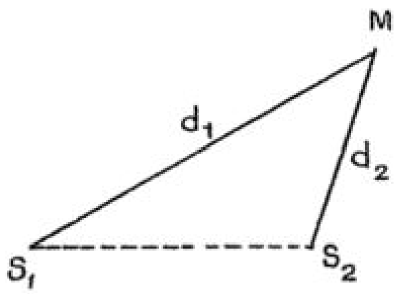
. Điểm thuộc về hiperbôn cực đại là *điểm bụng*.

. Điểm thuộc về hiperbôn đứng yên là *điểm nút*.

B. HƯỚNG DẪN GIẢI TOÁN

Bài toán 18 : **Hiện tượng giao thoa của sóng**

1. Thiết lập phương trình dao động tổng hợp tại một điểm



- Viết phương trình dao động của hai nguồn theo các dữ liệu của đề với pha ban đầu bằng 0.
- Xác định độ lệch pha $\Delta\varphi_1$, $\Delta\varphi_2$ của các sóng truyền tới điểm khảo sát M.
- Suy ra các phương trình dao động của M do sóng từ hai nguồn.
- Lập phương trình dao động tổng hợp :

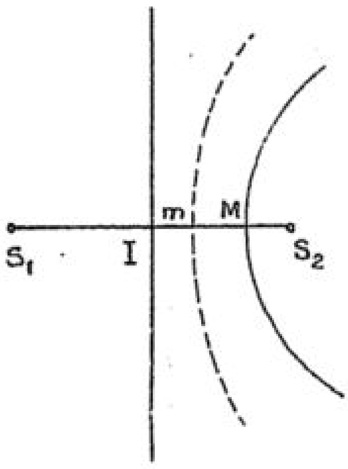
$$u_M = u_{1M} + u_{2M}$$

(Áp dụng phương pháp *lượng giác* hay phương pháp *vectơ quay*)

2. Sự biểu hiện của giao thoa

- Xác định vị trí các điểm có biên độ dao động tổng hợp *cực đại*.
- Xác định các điểm *đứng yên* (biên độ *triệt tiêu*).
- Chứng tỏ các điểm nêu trên thuộc hai *họ hypebol* cố định xen kẽ.

3. Xác định số hypebol của những điểm có biên độ cực đại và số hiperbôn của những điểm đứng yên



- Chứng tỏ trung điểm I của đoạn S_1S_2 nối hai nguồn là *bụng* (n = 0).
- Định số bụng trên đoạn thẳng IS_2 :

$$n \cdot \frac{\lambda}{2} < \frac{S_1S_2}{2} \Rightarrow n < \frac{S_1S_2}{\lambda} \ (n \in N)$$

Suy ra số hiperbôn *cực đại*

$$N = 2n + 1$$

- Tính số hypebol đứng yên (xen kẽ với hypebol cực đại). Thường ta có :

$$N' = 2\,(n + 1)$$

4. So sánh trạng thái dao động – Định những điểm có độ lệch pha xác định

- Xác định dấu của $\cos \dfrac{d_1 - d_2}{\lambda} \cdot \pi$.
- Lập biểu thức của độ lệch pha $\Delta\varphi$. Kết luận về trạng thái dao động.
- Lập hệ thức từ điều kiện mà độ lệch pha phải nghiệm. Suy ra các điểm phải định.

BÀI TẬP THÍ DỤ

18.1 Tại hai điểm S_1, S_2 trên mặt thoáng của một chất lỏng, có hai nguồn phát sóng kết hợp với phương trình dao động :

$$u_1 = u_2 = a\sin\omega t$$

a) Hãy thiết lập phương trình dao động của sóng tổng hợp tại điểm M trên mặt thoáng cách S_1 và S_2 lần lượt các khoảng d_1, d_2.

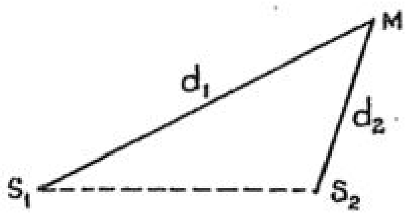
b) Lập biểu thức của biên độ sóng tổng hợp. Suy ra vị trí các điểm có biên độ sóng tổng hợp cực đại và các điểm đứng yên.

c) Xác định các điểm có dao động tổng hợp cùng pha.

LƯỢC GIẢI

a) Phương trình của dao động tổng hợp

– Độ lệch pha (chậm) của dao động tại M do sóng từ S_1 so với nguồn là :



$$\Delta\varphi_1 = \frac{\omega}{v}.d_1 = \frac{2\pi}{\lambda}d_1$$

Phương trình dao động của M do sóng từ nguồn S_1 :

$$u_{1M} = a_M\sin(\omega t - \Delta\varphi_1)$$

$$= a_M\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{d_1}{\lambda}\right)$$

Tương tự, phương trình dao động của M do sóng từ nguồn S_2 là:

$$u_{2M} = a_M \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d_2}{\lambda} \right)$$

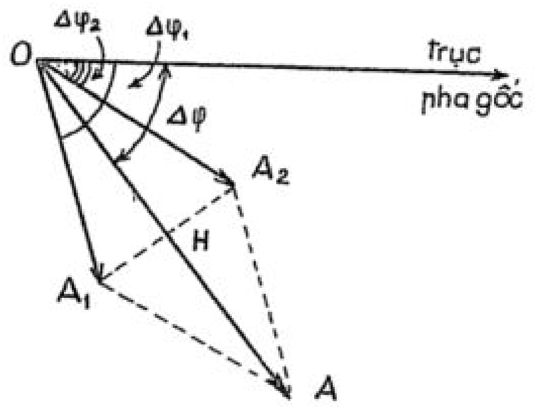
– Sự tổng hợp của hai dao động cùng phương, cùng tần số góc và cùng biên độ này làm cho M dao động theo phương trình :

$$u_M = u_{1M} + u_{2M}$$

$$= a_M \left[\sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d_1}{\lambda} \right) + \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d_2}{\lambda} \right) \right]$$

Do đó : $$\boxed{u_M = 2a_M \cos \frac{d_1 - d_2}{\lambda} \pi \,.\, \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d_1 + d_2}{2\lambda} \right)}$$

Chú ý : Có thể dùng phương pháp giản đồ vectơ quay thay vì phương pháp lượng giác.



$$\vec{OA} = \vec{OA_1} + \vec{OA_2}$$

Hình bình hành xác định $\vec{OA}$ là hình thoi. Ta suy ra :

$$OA = 2OH = 2OA_1 \cos \frac{\Delta\varphi_1 - \Delta\varphi_2}{2}$$

$$= 2a_M \cos \frac{d_1 - d_2}{\lambda} \pi$$

Pha ban đầu của dao động tổng hợp là :

$$\Delta\varphi = (\vec{Ox}, \vec{OA}) = \frac{\Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_2}{2} = -\frac{(d_1 + d_2)\pi}{\lambda}$$

Suy ra phương trình của dao động tổng hợp :

$$u_M = 2a_M \cos \frac{d_1 - d_2}{\lambda} \pi \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d_1 + d_2}{2\lambda} \right)$$

b) Biên độ sóng tổng hợp :

Theo kết quả trên, biên độ sóng tổng hợp có biểu thức :

$$\boxed{\mathscr{A} = 2a_M \left| \cos \frac{d_1 - d_2}{\lambda} \pi \right|}$$

– Điểm có biên độ sóng tổng hợp cực đại có vị trí trong môi trường thỏa điều kiện :

$$\cos \frac{d_1 - d_2}{\lambda} \pi = \pm 1$$

$$\Rightarrow \qquad \frac{|d_1 - d_2|}{\lambda} \pi = n\pi \ (n \in N)$$

hay : $$d = |d_1 - d_2| = n\lambda$$

Đây là một họ hypebol có S_1 và S_2 là hai tiêu điểm. Hệ thức này thỏa với n = 0. Họ hypebol này bao gồm *trung trực* của S_1S_2 .

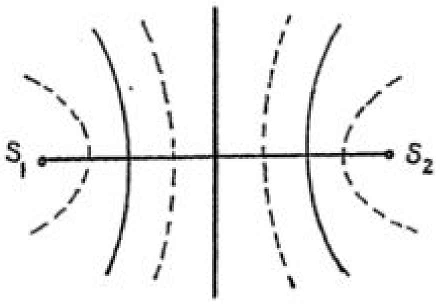
– Điểm đứng yên (biên độ sóng tổng hợp triệt tiêu) có vị trí trong môi trường thỏa điều kiện :

$$\cos \frac{d_1 - d_2}{\lambda} \pi = 0$$

$$\Rightarrow \qquad \frac{|d_1 - d_2|}{\lambda} \pi = \left(n + \frac{1}{2}\right) \pi \qquad (n \in N)$$

hay : $$d = |d_1 - d_2| = (2n + 1)\frac{\lambda}{2}$$

Đây là một họ hypebol khác cũng có S_1 và S_2 là các tiêu điểm và *xen kẽ* với các hypebol cực đại.



* cực đại : ————

* triệt tiêu : - - - -

c) Điểm có dao động tổng hợp cùng pha :

– Theo phương trình dao động của sóng tổng hợp, *độ lệch pha* giữa điểm M đang xét và hai nguồn là :

$$\Delta\varphi = \frac{d_1 + d_2}{\lambda}\pi \qquad \text{nếu} \qquad \cos\frac{d_1 - d_2}{\lambda}\pi > 0$$

$$\Delta\varphi = \left(\frac{d_1 + d_2}{\lambda} + 1\right)\pi \qquad \text{nếu} \qquad \cos\frac{d_1 - d_2}{\lambda}\pi < 0$$

Các điểm có dao động tổng hợp cùng pha là những điểm có vị trí thỏa điều kiện :

$$\Delta\varphi = k = \text{const} \qquad (k \in R)$$

Ta luôn luôn có thể đặt :

$$k = x\pi \qquad (x \in R)$$

Do đó ta suy ra :

$$\begin{cases} \dfrac{d_1 + d_2}{\lambda}\pi = x\pi & \Rightarrow (d_1 + d_2) = x\lambda \\ \left(\dfrac{d_1 + d_2}{\lambda} + 1\right)\pi = x\pi & \Rightarrow (d_1 + d_2) = (x - 1)\lambda \end{cases}$$

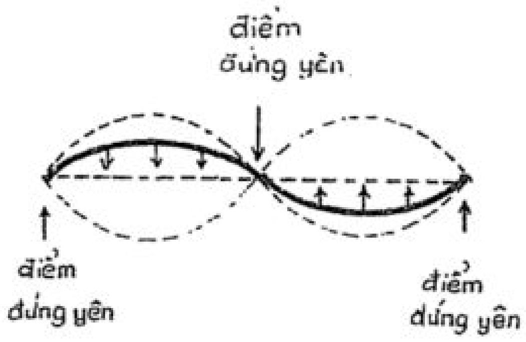
Kết hợp hai trường hợp ta có điều kiện :

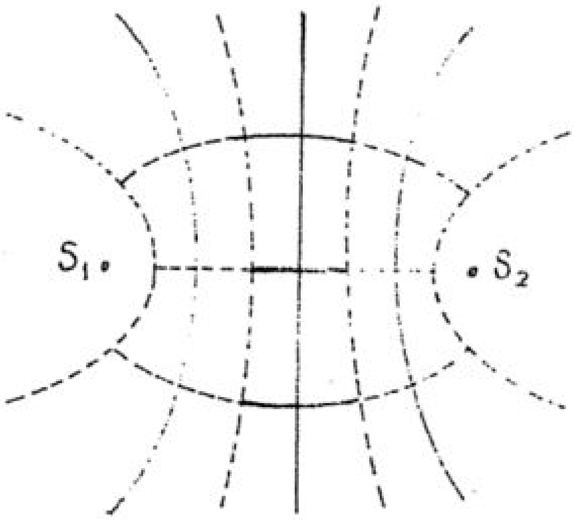
$$\boxed{d_1 + d_2 = y\lambda} \qquad (y \in R)$$

Đây là một họ ellip có hai tiêu điểm là S_1 và S_2 bao gồm luôn cả đoạn thẳng S_1S_2 coi như một ellip *biến dạng*.

– Nhưng mỗi elip sẽ chứa những điểm mà độ lệch pha so với hai nguồn là $\Delta\varphi$ và $(\Delta\varphi + \pi)$. Ta chứng minh được trên mỗi elip, giữa ba điểm *đứng yên liên tiếp*, hai khoảng bằng $\frac{\lambda}{2}$ hai bên điểm đứng yên ở giữa, *dao động ngược pha nhau.*

Do đó với độ lệch pha $\Delta\varphi$ xác định so với hai nguồn, các điểm dao động cùng pha với nhau nằm trên những *khoảng đứt đoạn* của một elip và giới hạn bởi các điểm đứng yên.





18.2 Một chĩa gồm hai nhánh có các mũi nhọn chạm vào mặt thoáng của một chất lỏng. Chĩa gắn vào một âm thoa rung với tần số f = 40Hz. Các điểm mà mũi nhọn chạm vào chất lỏng trở thành các nguồn phát sóng S_1, S_2 cùng pha. Biên độ của sóng là a = 1,0cm coi là không đổi khi truyền trên mặt thoáng chất lỏng. Vận tốc truyền pha là $2{,}00ms^{-1}$. Cho $S_1S_2 = 12{,}0cm$.

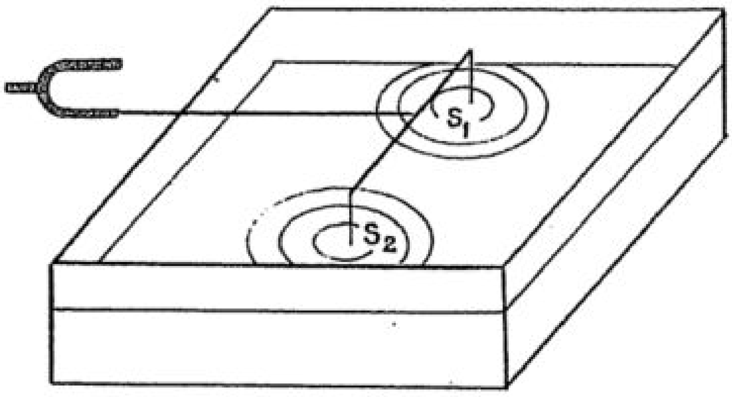
a) Viết phương trình dao động tổng hợp của điểm M trên mặt chất lỏng cách S_1 và S_2 các đoạn lần lượt 16,5cm và 7,0cm.

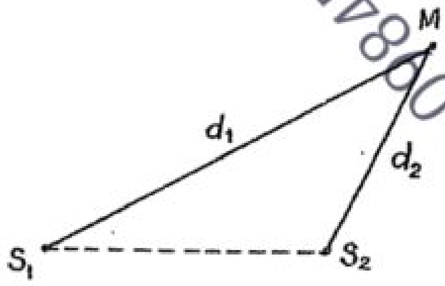
b) Chứng tỏ có hiện tượng giao thoa. Tính số gợn lồi quan sát được.

c) Chứng tỏ các điểm trong đoạn $S_1 S_2$ luôn dao động lệch pha với hai nguồn S_1S_2 . Tìm điểm gần nhất trên đường thẳng S_1S_2 dao động cùng pha với hai nguồn S_1,S_2 .

LƯỢC GIẢI

a) Phương trình dao động tổng hợp :





– Ta có thể chọn gốc thời gian để phương trình dao động của hai nguồn có dạng :

$$u_{S1} = u_{S2} = a\sin\omega t = \sin 80\pi t (cm)$$

Độ lệch pha dao động tại M so với hai nguồn S_1,S_2 lần lượt là :

$$\Delta\varphi_1 = \frac{\omega}{v} d_1 = \frac{2\pi f}{v} d_1 \ ; \quad \Delta\varphi_2 = \frac{\omega}{v} d_2 = \frac{2\pi f}{v} d_2$$

Phương trình các dao động từ S_1, S_2 truyền tới M là :

$$\begin{cases} u_{1M} = a\sin 2\pi f\left(t - \dfrac{d_1}{v}\right) \\ u_{2M} = a\sin 2\pi f\left(t - \dfrac{d_2}{v}\right) \end{cases}$$

– Dao động tổng hợp có phương trình :

$$u_M = u_{1M} + u_{2M}$$

$$= 2a\cos\frac{f(d_1 - d_2)}{v}\pi \,.\, \sin2\pi f\left(t - \frac{d_1 + d_2}{2v}\right)$$

hay : $$u_M = 2{,}0\cos\frac{\pi}{10} \,.\, \sin\left(80\pi t - \frac{7\pi}{10}\right)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{u_M \approx 0{,}6\sin\left(80\pi t - \frac{7\pi}{10}\right)\text{(cm)}}$$

b) Số gợn lồi :

– Với điểm M có vị trí thay đổi, biên độ dao động tổng hợp cũng thay đổi.

Biên độ dao động tổng hợp cực đại (gợn lồi) tại những điểm :

$$d = |d_1 - d_2| = n\lambda \ (n \in N)$$

$n = 0 : d_1 = d_2$: đường *trung trực* của S_1S_2

Biên độ dao động tổng hợp triệt tiêu (đứng yên) tại những điểm :

$$d = |d_1 - d_2| = (2n + 1)\frac{\lambda}{2} \qquad (n \in N)$$

Ta có hai họ hypebol xen kẽ cố định trên mặt chất lỏng. Đó là hiện tượng *giao thoa.*

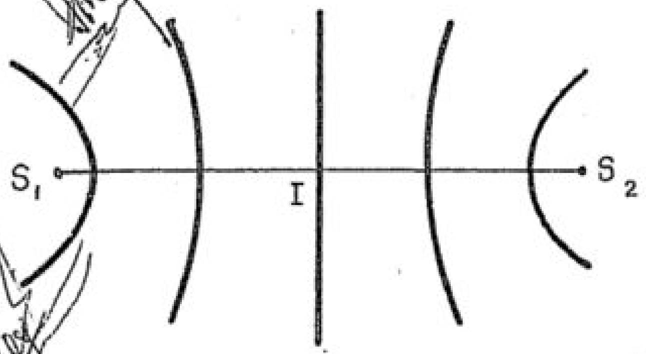
– Trên nửa đoạn thẳng IS_2 (I : trung điểm của S_1S_2) các điểm nằm trên gợn lồi xác định bởi :

$$IM = n\frac{\lambda}{2} < \frac{S_1S_2}{2}$$

$$\Rightarrow n < \frac{S_1S_2}{\lambda} = \frac{12,0}{5,0} = 2,4$$

Vậy số gợn lồi là :

$$N = 2n + 1 = \boxed{5} \text{ (gợn lồi)}$$



c) So sánh pha dao động :

Độ lệch pha dao động của một điểm M bất kì so với hai nguồn S_1, S_2 được cho bởi :

$$\Delta\varphi = \frac{f(d_1 + d_2)}{v}.\pi \quad \text{hoặc} \quad \Delta\varphi = \left[\frac{f(d_1 + d_2)}{v} + 1\right]\pi$$

– Các điểm trên đoạn S_1S_2 thỏa điều kiện :

$$d_1 + d_2 = 12,0\text{cm}$$

Độ lệch pha dao động của chúng so với hai nguồn S_1,S_2 tính bởi :

$$\Delta\varphi = \frac{40.12,0}{200}.\pi = 2\pi + \frac{2\pi}{5} \neq n.2\pi \qquad (n \in N)$$

hoặc $$\Delta\varphi = 2\pi + \frac{7\pi}{5} \neq n.2\pi \qquad (n \in N)$$

Vậy các điểm trên đoạn S_1S_2 luôn dao động *lệch pha* với hai nguồn.

– Những điểm trên đường thẳng S_1S_2 dao động *cùng pha* với hai nguồn có vị trí thỏa điều kiện :

$$\begin{cases} |d_1 - d_2| = S_1S_2 = 12{,}0\text{cm} \\ \dfrac{40(d_1 + d_2)}{200}\pi = n.2\pi \;;\; \left(\cos\dfrac{f(d_1 - d_2)}{v}\pi > 0\right) \end{cases}$$

Điểm *gần nhất* ứng với n = 2. Do đó :

$$\begin{cases} |d_1 - d_2| = 12{,}0 \\ d_1 + d_2 = 20{,}0 \end{cases}$$

Suy ra :

$$\begin{cases} d_1 = 16{,}0\text{cm} \\ d_2 = 4{,}0\text{cm} \end{cases} \quad \text{hoặc} \quad \begin{cases} d_1 = 4{,}0\text{cm} \\ d_2 = 16{,}0\text{cm} \end{cases}$$

Ta có hai điểm ở ngoài đoạn S_1S_2 xác định bởi :

$S_1M_1 = \boxed{4{,}0\text{cm}}$; $\quad\quad S_2M_2 = \boxed{4{,}0\text{cm}}$

18.3 Dùng một âm thoa có tần số rung f = 100Hz người ta tạo ra tại hai điểm S_1, S_2 trên mặt nước hai nguồn sóng cùng biên độ, cùng pha. Cho biết $S_1S_2 = 3{,}0\text{cm}$.

Một hệ gợn lồi xuất hiện gồm một gợn thẳng là trung trực của đoạn S_1S_2 và 14 gợn dạng hypebol mỗi bên. Khoảng cách giữa hai gợn ngoài cùng đo dọc theo đường thẳng S_1S_2 là 2,8cm.

a) Tính vận tốc truyền pha của dao động trên mặt nước.

b) So sánh trạng thái dao động của nguồn với hai điểm M_1 và M_2 có các khoảng cách tới hai nguồn như sau :

$S_1M_1 = 6{,}5cm$; $S_2M_1 = 3{,}5cm$

$S_1M_2 = 5{,}0cm$; $S_2M_2 = 2{,}5cm$

c) Lập phương trình dao động của điểm I, trung điểm của S_1S_2. Định những điểm dao động cùng pha với I. Tính khoảng cách từ I tới các điểm M_i dao động cùng pha với I và nằm trên trung trực của S_1S_2. Tính cụ thể các khoảng cách này với i = 1, 2, 3...

LƯỢC GIẢI

a) Vận tốc truyền :

Khoảng cách giữa hai gợn lồi là $\frac{\lambda}{2}$. Theo đề ta có :

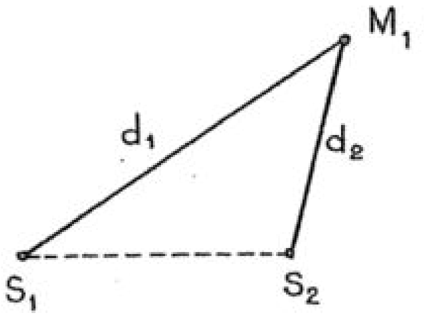
$$28\left(\frac{\lambda}{2}\right) = 2{,}8cm$$

Suy ra : $$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{2{,}8}{14} = 0{,}20(cm)$$

Vậy : $$v = 100.0{,}20 = \boxed{20(cm.s^{-1})}$$

b) Trạng thái dao động :

– Tại M_1 :



$$\cos\frac{d_1 - d_2}{\lambda}\pi = \cos 15\pi = -1 < 0$$

Do đó :

$$\Delta\varphi_1 = \left[\frac{d_1 + d_2}{\lambda} + 1\right]\pi = 25.2\pi + \pi$$

$$= (2k + 1)\pi$$

Vậy M_1 dao động *ngược pha* với hai nguồn .

– Tại M_2 :

$$\cos\frac{d_1 - d_2}{\lambda}\pi = \cos\left(12 + \frac{1}{2}\right)\pi = 0$$

Do đó : $u_{M_2} = \boxed{0}$: *điểm đứng yên*

c) Phương trình dao động – Các khoảng cách :

– Có thể chọn gốc thời gian thích hợp để phương trình dao động của nguồn có dạng :

$$u_{S1} = u_{S2} = a\sin 2\pi ft = a\sin 200\pi t$$

Dao động tại I chậm pha hơn nguồn một lượng là :

$$\Delta\varphi = 2\pi . \frac{S_1I}{\lambda} = 2\pi . \frac{1,5}{0,20} = 15\pi = (7.2\pi + \pi)$$

Dao động tại I *ngược pha* với dao động của nguồn. Ta có :

$$\boxed{u_1 = - a\sin 200\pi t} \text{ (coi } a_1 = a\text{)}$$

– Các điểm dao động cùng pha với I sẽ ngược pha với nguồn. Độ lệch pha dao động giữa các điểm này và nguồn cho bởi :

$$\frac{d_1 + d_2}{\lambda} . \pi = (2n + 1)\pi \qquad (n \in N)$$

Suy ra : $(d_1 + d_2) = (2n + 1)\lambda$

Tập hợp các điểm này nằm trên họ elip có các tiêu điểm là S_1, S_2 .

Các điểm M_i là giao điểm của trung trực S_1S_2 với họ elip này.

Chúng thỏa đồng thời các điều kiện :

$$\begin{cases} d_1 + d_2 = (2n + 1)\lambda \\ d_1 = d_2 \end{cases}$$

Có thể coi trung điểm I của S_1S_2 thuộc về các điểm M_i . Với I ta có :

$$d_1 + d_2 = S_1S_2 = (2n + 1)\lambda$$

$$\Rightarrow \qquad 2n + 1 = \frac{S_1S_2}{\lambda} = \frac{3,0}{0,2} = 15$$

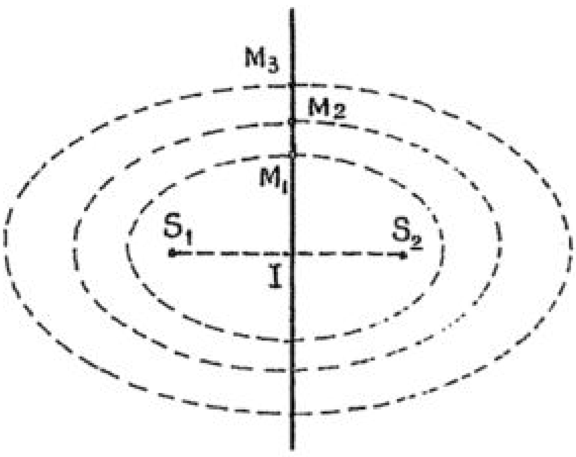
Do đó : $\qquad n = 7$

Suy ra :

. *Với* M_1 : $\qquad n = 8$

$$d_1 = d_2 = \frac{17\lambda}{2} = 1,7\text{cm}$$

Do đó : $\qquad IM_1 = \sqrt{d_1^2 - S_1I^2} = \sqrt{1,7^2 - 1,5^2} = \boxed{0,8(\text{cm})}$



. *Với* M_2 : $n = 9$

$$d_1 = d_2 = \frac{19\lambda}{2} = 1{,}9\text{cm}$$

Do đó : $IM_2 = \sqrt{d_1^2 - S_1I^2} = \sqrt{1{,}9^2 - 1{,}5^2} \approx \boxed{1{,}17(\text{cm})}$

. *Với* M_3 : $n = 10$

$$d_1 = d_2 = \frac{21\lambda}{2} = 2{,}1\text{cm}$$

Do đó : $IM_3 = \sqrt{d_1^2 - S_1I^2} = \sqrt{2{,}1^2 - 1{,}5^2} \approx \boxed{1{,}47(\text{cm})}$

BÀI TẬP LUYỆN TẬP

18.4 Mũi nhọn của một âm thoa chạm nhẹ vào mặt nước rộng coi như vô hạn. Tần số rung của âm thoa là $f = 400\text{Hz}$.

a) Trên mặt nước xuất hiện những gợn tròn đồng tâm lan ra xa dần. Khoảng cách giữa hai gợn liên tiếp đo được 2mm. Giải thích hiện tượng và tính vận tốc truyền sóng.

b) Gắn vào một nhánh âm thoa một mẩu dây thép nhỏ hình chữ U. Bố trí sao cho hai đầu chữ U chạm nhẹ vào mặt nước. Khi âm thoa rung, trên mặt nước xuất hiện một số gợn sóng có thể quan sát được bằng phương pháp dùng hệ thống đèn chiếu thích hợp. Giải thích hiện tượng và tính số gợn sóng này. Biết rằng khoảng cách giữa hai đầu chữ U là 4,0cm.

c) Cho biết vận tốc truyền của sóng không thay đổi. Âm thoa được kích thích dao động cưỡng bức với tần số $f' = kf$ $(k \in N)$.

Số các gợn sóng trong thí nghiệm b) thay đổi ra sao ?

ĐS : a) $0{,}80\text{ms}^{-1}$; b) 39 gợn sóng ; c) $(38k + 1)$

18.5* Hai mũi nhọn S_1, S_2 rung đồng bộ, chạm vào mặt thoáng của một chất lỏng với tần số f = 100Hz. Trên bề mặt chất lỏng có hiện tượng giao thoa quan sát được bằng đèn chiếu phóng đại lên màn.

a) Xét điểm M trên gợn sóng thứ n kể từ trung trực của S_1S_2. Người ta đo được $MS_1 - MS_2 = 12mm$. Xét điểm M' trên gợn sóng thứ (n + 3) về cùng phía với M người ta đo được $M'S_1 - M'S_2 = 36mm$. Hãy tính bước sóng, vận tốc truyền sóng.

b) Xác định các điểm trên mặt chất lỏng dao động cùng pha với trung điểm O của S_1S_2. Cho : $S_1S_2 = 50mm$.

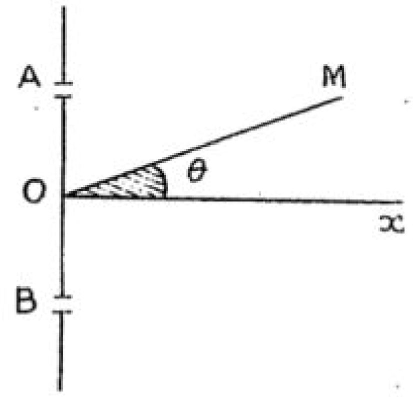
c) Tần số dao động của hai nguồn S_1, S_2 không thay đổi nhưng dao động của S_1 *nhanh pha* hơn S_2 một khoảng bằng $\frac{1}{4}$ chu kì Hãy khảo sát trạng thái dao động của các điểm trên đường thẳng S_1S_2.

ĐS : a) $\lambda = 8mm$; $v = 0{,}80ms^{-1}$

b) Trên các elip : $(d_1 + d_2) = 2(25 + 8n)$

18.6

Một máy phát rađa gồm hai nguồn phát dao động cùng biên độ, cùng pha, cùng tần số $f = 10^{10}Hz$. Hai nguồn có dạng hai khe A, B song song cách nhau đoạn d = 6,0cm.



Khảo sát hiện tượng trong mặt phẳng vuông góc với hai khe ở trung điểm. Đặt θ là góc tạo bởi hướng khảo sát OM với trung trực Ox của AB.

a) Xác định góc Θ và vẽ bằng đường liền nét những hướng dao động tổng hợp cực đại, bằng đường chấm chấm những hướng dao động tổng hợp triệt tiêu.

b) Kết quả tìm thấy ở câu a thay đổi ra sao nếu hai nguồn dịch gần nhau 3,0cm.

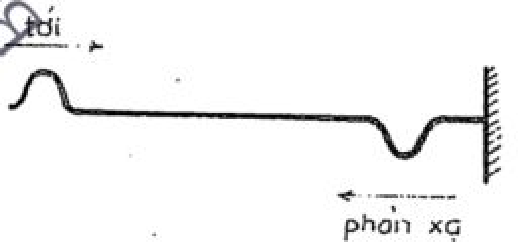
ĐS : a) 0^o ; $\pm 30^o$; $\pm 90^o$ và $\pm 14^o30'$; $\pm 49^o$

b) 0^o ; $\pm 90^o$ và $\pm 45^o$

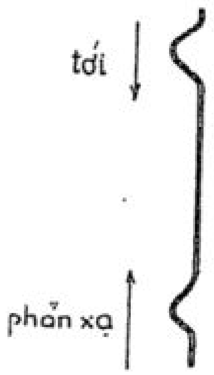
Bài toán 19 : **Hiện tượng sóng dừng**

1. Lập phương trình sóng tổng hợp tại một điểm

. Xác định giới hạn của môi trường để suy ra tính chất của sóng phản xạ :



(giới hạn cố định)



(giới hạn tự do)

Giới hạn cố định *đổi* chiều biến dạng của sóng tới
Giới hạn tự do *không* đổi chiều biến dạng của sóng tới

. Chọn các phương trình dao động tại giới hạn của môi trường do sóng tới và sóng phản xạ.

. Xác định độ lệch pha $\Delta\varphi$. Lập các phương trình dao động tại điểm khảo sát.

. Suy ra phương trình dao động tổng hợp.

2: Định số điểm bụng và số điểm nút

. Xác định trạng thái sóng dừng (bụng hoặc nút) tại điểm đầu và điểm cuối của môi trường.

. Áp dụng công thức về các khoảng cách : B − B ; N − N ; B − N

3. Định âm cơ bản của dây đàn hay ống sáo và các họa âm

. Xác định chiều dài và loại ống sáo.

. Áp dụng công thức về âm cơ bản f_{cb}

. Suy ra các họa âm :

$$f_n = n.f_{cb} \qquad (n \in N)$$

4. Khảo sát sóng dừng bằng phép hoạt nghiệm

. Xác định các tần số của chớp sáng f_s và của dao động f_{dd} .

. So sánh các tần số f_s và f_{dd} . Suy ra hiện tượng biểu kiến.

BÀI TẬP THÍ DỤ :

19.1 Tạo sóng ngang trên một dây AB đàn hồi căng thẳng. Điểm B cố định. Đầu A gắn vào một âm thoa rung với tần số $f = 100Hz$, biên độ 0,15cm. Vận tốc truyền sóng là $2,0ms^{-1}$.

a) Viết phương trình dao động của B do sóng tới và sóng phản xạ gây nên.

b) Viết phương trình dao động của M cách B đoạn 7,5cm do sóng tới và sóng phản xạ gây nên

c) Giải lại hai câu a và b trong trường hợp B là giới hạn tự do.

LƯỢC GIẢI

a) Phương trình dao động của B :

– Có thể coi B là tâm sóng. Chọn gốc thời gian thích hợp ta có phương trình dao động của B do sóng tới là :

$$u_B = a\sin 2\pi ft$$

$$= \boxed{0,15\sin 200\pi t (cm)}$$

– Giới hạn cố định đổi chiều biến dạng của sóng. Ta suy ra phương trình dao động của B do sóng phản xạ là :

$$u'_B = -u_B$$

$$= \boxed{-0,15\sin 200\pi t (cm)}$$

Ghi chú : Tổng hợp của hai sóng này tại B cho :

$$u_B + u'_B = 0 : \text{B cố định.}$$

Kết quả này phù hợp với thực tế vật lí của B.

b) Phương trình dao động của M :

Độ lệch pha dao động giữa M và B có biểu thức :

$$\Delta\varphi = 2\pi\frac{d}{\lambda} = 2\pi f.\frac{d}{v} = 7,5\pi$$

– Đối với sóng tới, dao động của M *nhanh pha* hơn dao động của B. Do đó sóng tới gây ra ở M dao động có phương trình :

$$u_M = a\sin(2\pi ft + \Delta\varphi)$$

hay :
$$\boxed{u_M = -0,15\sin\left(200\pi t + \frac{\pi}{2}\right)\ (cm)}$$

– Đối với sóng phản xạ, dao động của M *chậm pha* hơn dao động của B. Sóng phản xạ gây ra ở M dao động có phương trình :

$$u'_M = -a\sin(2\pi ft - \Delta\varphi)$$

hay :
$$\boxed{u'_M = 0,15\sin\left(200\pi t - \frac{\pi}{2}\right)\ (cm)}$$

c) Trường hợp B là giới hạn tự do :

– Giới hạn tự do không đổi chiều biến dạng của sóng, do đó, nếu chọn gốc thời gian thích hợp, phương trình dao động của B do cả sóng tới và sóng phản xạ gây ra có chung phương trình là :

$$u_B = u'_B = 0,15\sin 200\pi t\ (cm)$$

– Độ lệch pha dao động giữa M và B vẫn có giá trị $\Delta\varphi$ như hai trường hợp trên. Tính nhanh, chậm về pha vẫn như trước. Ta suy ra các phương trình dao động :

$$\begin{cases} u_M = -0,15\sin\left(200\pi t + \dfrac{\pi}{2}\right)(cm) \\ u'_M = -0,15\sin\left(200\pi t - \dfrac{\pi}{2}\right)(cm) \end{cases}$$

19.2 Xét sóng tới truyền trên dây đàn hồi từ nguồn A tới B với biên độ a, tần số f. Vận tốc truyền sóng là v. Biên độ a = const.

a) Giả sử B là giới hạn cố định. Xét điểm M cách B đoạn x. Hãy :

– Thiết lập phương trình dao động tại M do sự tổng hợp của sóng tới và một sóng phản xạ.

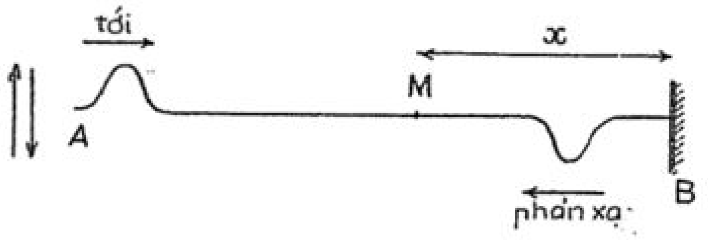
– Chứng tỏ có một hệ thống sóng dừng trên AB.

– Suy ra điều kiện để có sóng dừng trong thực tế khi các sóng phản xạ liên tiếp và có ma sát.

b) Giả sử B là giới hạn tự do. Hãy giải lại các câu trên.

LƯỢC GIẢI

a) Trường hợp giới hạn cố định :



– Chọn B làm nguồn dao động. Có thể chọn gốc thời gian để có phương trình dao động của B do sóng tới là :

$$u_B = a\sin 2\pi ft$$

Suy ra phương trình dao động của B do sóng phản xạ là :

$$u'_B = -a\sin 2\pi ft$$

Độ lệch pha dao động giữa M và B có biểu thức :

$$\Delta\varphi = 2\pi\frac{fd}{v} = 2\pi\frac{d}{\lambda}$$

Do đó, lí luận dựa vào tính nhanh, chậm pha ta có phương trình dao động của M do sóng tới và sóng phản xạ là :

$$\begin{cases} u_M = a\sin 2\pi\left(ft + \frac{d}{\lambda}\right) \\ u'_M = -a\sin 2\pi\left(ft - \frac{d}{\lambda}\right) \end{cases}$$

Dao động tổng hợp của M có phương trình :

$$u = u_M + u'_M$$

$$= a\left[\sin 2\pi\left(ft + \frac{d}{\lambda}\right) - \sin 2\pi\left(ft - \frac{d}{\lambda}\right)\right]$$

hay : $$u = 2a\sin\frac{2\pi d}{\lambda}.\cos 2\pi ft$$

– Biên độ của dao động tổng hợp có biểu thức :

$$\mathscr{A} = 2a\left|\sin\frac{2\pi d}{\lambda}\right|$$

Điểm mà biên độ dao động tổng hợp *cực đại* có vị trí xác định bởi:

$$\sin\frac{2\pi d}{\lambda} = \pm 1 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{2\pi d}{\lambda} = \left(n + \frac{1}{2}\right)\pi \qquad (n \in N)$$

hay : $$\boxed{d_B = (2n + 1)\frac{\lambda}{4}}$$

Các điểm này cách B một *số lẻ* của $\frac{\lambda}{4}$ và gọi là các *bụng sóng*.

Điểm mà biên độ dao động tổng hợp *triệt tiêu* có vị trí xác định bởi :

$$\sin\frac{2\pi d}{\lambda} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{2\pi d}{\lambda} = n\pi \qquad (n \in N)$$

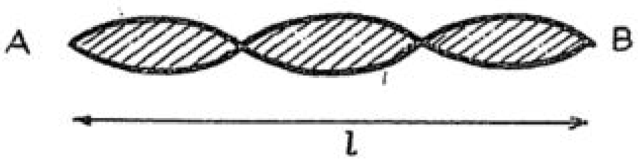
hay : $$\boxed{d_N = n\frac{\lambda}{2}}$$

Các điểm này cách B một *số nguyên* $\frac{\lambda}{2}$ và gọi là các *nút sóng*. Chính B là nút đầu tiên.

Sự tổng hợp hai sóng tới và phản xạ hình thành một trạng thái dao động có các bụng và nút *cố định*. Hiện tượng này gọi là *sóng dừng*.

Vì tần số dao động thường lớn, nên sự lưu ảnh làm mắt như thể thấy được các dạng sợi dây liên tiếp, thắt lại thành nhiều *bó sóng* .

(dây AB với 3 bó sóng)



– Trong thực tế, có sự *phản xạ liên tiếp* ở A và B nên trên dây ta có sự tổng hợp của nhiều sóng tới và phản xạ. Dao động tổng hợp phức tạp. Tuy nhiên nếu có điều kiện thích hợp, các sóng tới và phản xạ có thể *cùng pha* và coi như chỉ có hai sóng đã xét. Do ma sát, lực cản trong thực tế thường nhỏ nên biên độ sóng tổng hợp *hữu hạn* và có biểu thức :

$$\mathscr{A} = ka\left|\sin\frac{2\pi d}{\lambda}\right| \qquad \begin{cases} k \in R^+ \\ k > 2 \end{cases}$$

Do đó A có thể coi là một nút sóng.

Vậy : $$AB = l = n.\frac{\lambda}{2} = n.\frac{v}{2f}$$

Suy ra : $$\boxed{f = n\,.\frac{v}{2l}}$$ (điều kiện về f để có sóng dừng)

Chỉ có các dao động có tần số nghiệm hệ thức trên đây mới tạo được sóng dừng. Đặc biệt với n = 1, ta có :

$$f_1 = \frac{v}{2l} \quad : \qquad \textit{tần số cơ bản}$$

b) Trường hợp giới hạn tự do :

– Sóng phản xạ lần này không đổi chiều của biến dạng. Lí luận tương tự trường hợp a), ta có phương trình dao động tổng hợp :

$$\boxed{u = 2a\cos\frac{2\pi d}{\lambda} \cdot \sin 2\pi ft}$$

– Biên độ dao động tổng hợp là :

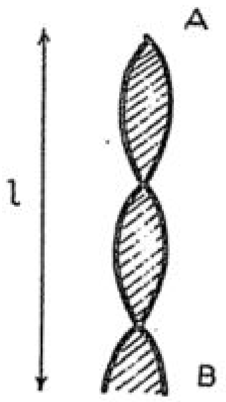
$$\boxed{\mathscr{A} = 2a\left|\cos\frac{2\pi d}{\lambda}\right|}$$

Suy ra các bụng và nút sóng có vị trí xác định bởi :

$$\boxed{d_B = n\frac{\lambda}{2}} \quad ; \quad \boxed{d_N = (2n+1)\frac{\lambda}{4}}$$

B là bụng sóng đầu tiên.

Các bụng có nút sóng có vị trí cố định. Ta vẫn có hiện tượng *sóng dừng* .



– Cũng giống như trường hợp giới hạn cố định, mặc dù có sự *phản xạ liên tiếp* và *ma sát*, trong thực tế, nếu có điều kiện thích hợp vẫn có được sóng dừng với A là một nút sóng. Vậy ta có :

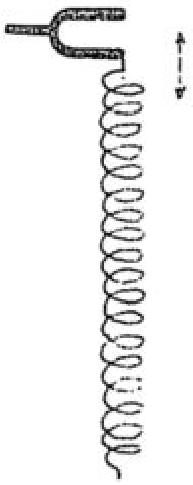
$$AB = l = (2n+1)\frac{\lambda}{4} = (2n+1)\frac{v}{4f}$$

Suy ra điều kiện : $\boxed{f = (2n + 1)\dfrac{v}{4l}}$

Tần số cơ bản ứng với n = 0 là :

$$f_{cb} = \frac{v}{4l}$$

19.3 Một lò xo đàn hồi nhẹ,dài được treo thẳng đứng, đầu dưới tự do. Đầu trên của lò xo gắn vào một âm thoa rung với tần số f = 400Hz.



Trong điều kiện đó, người ta nhận thấy trên lò xo có một số vòng quan sát được rõ nét. Những vòng này cách nhau đều đặn Ở chính giữa hai vòng lò xo rõ nét liên tiếp, có các vòng lò xo rung mạnh, không thấy rõ từng vòng. Đầu cuối lò xo là vùng rung mạnh.

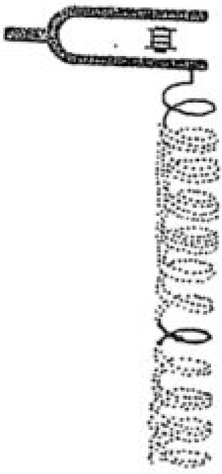
a) Giải thích hiện tượng.

b) Khoảng cách giữa hai vòng lò xo quan sát rõ nét liên tiếp đo được 40,0cm. Tính vận tốc truyền dao động do âm thoa gây ra dọc theo lò xo.

c) Lò xo có chiều dài tự nhiên l_0 = 100,0cm . Người ta gắn chặt đầu dưới vào một điểm cố định sao cho lò xo có chiều dài tự nhiên l_0 . Trong điều kiện này, người ta thấy chỉ có thể tạo được hiện tượng nói trên với các tần số rung cưỡng bức thích hợp của âm thoa. Giải thích. Tính các tần số cưỡng bức này.

LƯỢC GIẢI

a) Giải thích :



– Dao động của âm thoa làm các vòng lò xo dao động theo phương của trục lò xo. Dao động này truyền trên lò xo tạo ra *sóng dọc*. Sóng phản xạ ở đầu cuối là *giới hạn tự do* và đổi chiều truyền. Do đó mỗi vòng lò xo dao động tổng hợp do hai sóng tới và phản xạ tạo nên.

– Hiện tượng quan sát được là *sóng dừng* xảy ra với sóng dọc trên lò xo. Các vòng quan sát được rõ nét là những vòng đứng yên. Đó là các *nút*. Các vòng rung mạnh không nhìn thấy rõ là những vòng ở gần vòng dao động với biên độ cực đại. Đó là các *bụng*. Điểm cuối tức giới hạn tự do là một *bụng*.

b) Vận tốc truyền :

Theo đề ta suy ra : $$d_{NN} = \frac{\lambda}{2} = \frac{v}{2f}$$

Do đó :

$$v = 2fd_{NN} = 2.400.0,40$$

$$= \boxed{320(m.s^{-1})}$$

c) Tính các tần số :

Nếu đầu dưới được giữ chặt thì khi có sóng dừng hai đầu là hai nút.

Vậy : $$l_0 = n.\frac{\lambda}{2} = n.\frac{v}{2f}$$

Suy ra : $$f = n \cdot \frac{v}{2l_0}$$

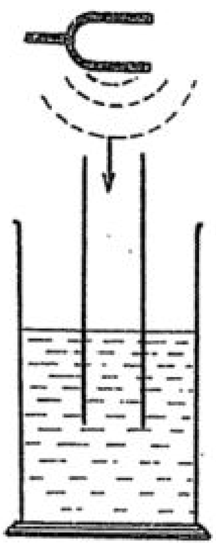
Chỉ có các tần số rung f thỏa hệ thức trên mới tạo được sóng dừng. Vì âm thoa dao động tự do có tần số riêng nhất định nên muốn thay đổi tần số phải làm âm thoa rung cưỡng bức (bằng nam châm điện chẳng hạn).

Cho n các giá trị nguyên liên tiếp ta được các tần số phải tìm :

$$\begin{cases} * f_1 = \dfrac{320}{2} = 160\text{Hz} \\ * f_2 = 2f_1 = 320\text{Hz} \\ \dots\dots\dots \\ * f_n = nf_1 = 160n\text{Hz} \end{cases}$$

19.4 Cho một ống hình trụ chứa nước, một ống rỗng hở hai đầu có thể bỏ lọt vào ống chứa nước, và một thước đo chiều dài.

a) Với các dụng cụ trên, hãy lập phương án đo tần số rung của một âm thoa cho trước nhờ vào khoảng cách của ống ứng với âm nghe ở miệng ống mạnh nhất. Giải thích.



b) Tính tần số âm thoa với các dữ liệu sau đây :

– Âm ở miệng ống mạnh nhất lần 1 và lần 2 ứng với các khoảng cách từ miệng ống đến mặt nước là 75,0cm và 25,0cm.

– Vận tốc truyền âm trong không khí là 340ms^{-1}.

a) Phương án đo – Giải thích :

– Cho âm thoa rung tạo sóng âm. Đưa âm thoa sát miệng ống hở nhúng vào nước. Xê dịch ống lên xuống cho tới khi âm nghe được ở miệng ống *mạnh nhất. Ghi dấu* mực nước trên ống.

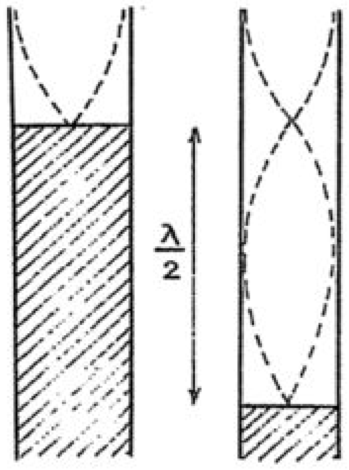
Dìm ống hoặc nâng cao ống và tìm lại *vị trí thứ hai* của mực nước khác vị trí đã ghi để được kết quả trên một lần thứ hai.

Khoảng cách giữa hai vạch ghi được là *nửa bước sóng* của sóng âm do âm thoa phát ra.

– Thật vậy, cột không khí trong ống là môi trường đàn hồi có sự tổng hợp của hai sóng âm : *tới từ* âm thoa và *phản xạ* do mặt nước.

Với chiều cao cột không khí thích hợp, có sóng dừng với :

. miệng ống là *bụng*



. mặt nước là *nút* (giới hạn cố định)

Vị trí mặt nước hai lần là vị trí hai nút liên tiếp đo được.

b) Tính tần số :

Theo đề ta có :

$$\frac{\lambda}{2} = l_1 - l_2 = \Delta l$$

$$\Rightarrow \qquad \lambda = 2\Delta l = 2.50,0 = 100,0(\text{cm})$$

Do đó : $$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{340}{100,0.10^{-2}} = \boxed{340(\text{Hz})}$$

19.5 Vận tốc truyền dao động trên dây đàn được tính bởi công thức

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

(F : lực căng của dây đàn, μ : khối lượng của 1 mét dây)

Một dây piano dài 40,0cm, khối lượng 2,0g. Lực căng của dây là 600N.

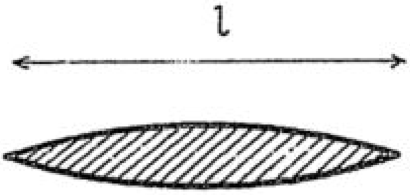
a) Tính tần số của âm cơ bản.

b) Tính bước sóng của âm cơ bản này trong không khí. Cho biết vận tốc truyền âm trong không khí là $340ms^{-1}$.

c) Một thính giả có thể nghe được tới tần số 14000Hz. Tính tần số âm cao nhất mà người này nghe được do dây đàn nói trên phát ra.

LƯỢC GIẢI

a) Tần số âm cơ bản :



Tần số âm cơ bản của dây đàn được cho bởi công thức :

$$f_1 = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{F}{\mu}} = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{Fl}{m}}$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{l}}\cdot\sqrt{\frac{F}{m}} = \frac{1}{2\sqrt{0,400}}\sqrt{\frac{6.10^2}{2.10^{-3}}}$$

$$\approx \boxed{433(Hz)}.$$

b) Bước sóng của âm trong không khí :

Ta có : $\lambda = \dfrac{v}{f} = \dfrac{340}{433}$

$\approx \boxed{0,785(m)}$

c) Âm có tần số cao nhất nghe được :

Các họa âm của dây đàn này được tính theo công thức :

$$f_n = \frac{n}{2l}\sqrt{\frac{F}{\mu}} = nf_1$$

Ta phải có điều kiện :

$$f_n < 14000$$

Do đó : $n < \dfrac{14000}{f_1} \approx 32,3$

Họa âm cao nhất của dây đàn mà thính giả nghe được là :

$$f_{32} = 32.433 = \boxed{13856(Hz)}$$

19.6 Một ống sáo hở hai đầu tạo sóng dừng cho âm với hai nút. Khoảng cách giữa hai nút là 40,0cm. Hãy tính :

a) Bước sóng của âm và chiều dài của ống sáo.

b) Độ cao của âm phát ra. Vận tốc truyền âm trong không khí là $340m.s^{-1}$.

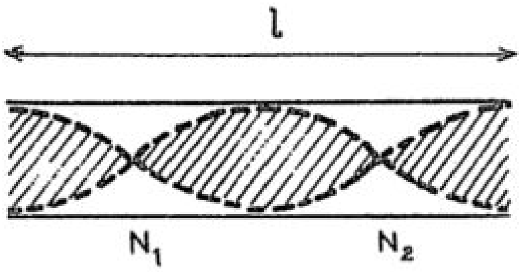
c) Chiều dài của ống sáo hở một đầu có âm cơ bản là âm nói trên.

LƯỢC GIẢI

a) Bước sóng – Chiều dài ống sáo :

– Hai miệng sáo là hai bụng sóng. Theo đề, với hai nút ở giữa ta có :

$$N_1N_2 = \frac{\lambda}{2} = 40,0$$



Suy ra : $\lambda = 80,0(\text{cm})$

– Do đó chiều dài của ống sáo là :

$$l = 4.\frac{\lambda}{4} = \lambda$$

$$= \boxed{80,0\text{cm}}$$

b) Độ cao của âm :

Ta có : $\lambda = \frac{v}{f}$

Suy ra : $f = \frac{v}{\lambda} = \frac{340}{80,0.10^{-2}} \approx \boxed{426(\text{Hz})}$

c) Chiều dài ống sáo hở một đầu :

Chiều dài l' của ống sáo hở một đầu phát âm cơ bản có tần số f được tính bởi :

$$l' = \frac{\lambda}{4} = \frac{80,0}{4} = \boxed{20,0(\text{cm})}$$

19.7 Một dây đàn dao động với tần số f = 100Hz. Dây được chiếu sáng bằng một đĩa cản quang có khoét 10 lỗ bố trí đều trên một vành và quay đều n vòng mỗi giây trước một đèn.

Hãy tính giá trị lớn nhất của n để quan sát được :

a) Dây đàn dường như đứng yên.

b) Hai dây đối xứng qua vị trí cân bằng.

c) Dây dao động biểu kiến với chu kì T' = 1s.

LƯỢC GIẢI

Ta có tần số của chớp sáng :

$$f_s = 10n$$

a) Dây đàn đứng yên :

– Ta quan sát được dây đàn đứng yên nếu giữa hai chớp sáng liên tiếp, dây đàn thực hiện được một số nguyên dao động.

Vậy : $$\frac{1}{f_s} = \frac{N}{f} \Rightarrow \frac{1}{10n} = \frac{N}{100}$$

Suy ra : $$n = \frac{10}{N}$$

– Giá trị lớn nhất của n ứng với N = 1.

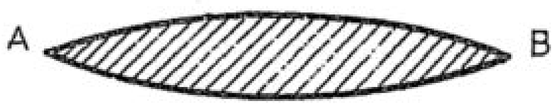
Do đó : $$n = \boxed{10 \text{ vòng/s}}$$

b) Hai dây đối xứng :

– Trong trường hợp này, giữa hai chớp sáng liên tiếp, dây đàn thực hiện được một *số lẻ* của *nửa dao động.*

Vậy : $$\frac{1}{f_s} = \frac{(2N+1)}{2f} \Rightarrow \frac{1}{10n} = \frac{2N+1}{200}$$

Suy ra : $$n = \frac{20}{2N+1}$$



– Giá trị lớn nhất của n ứng với N = 0

Do đó : $$n = \boxed{20 \text{ vòng/s}}$$

c) Dây dao động biểu kiến với chu kì T' :

– Giữa hai chớp sáng liên tiếp, dây thực hiện được $(N \pm \varepsilon)$ dao động $(\varepsilon < 1)$.

Ta có : $$\frac{1}{f_s} = (N \pm \varepsilon) . \frac{1}{f}$$

Suy ra : $$\varepsilon = \left|N - \frac{f}{f_s}\right|$$

– Trong chuyển động biểu kiến dây thực hiện được ε dao động $(\varepsilon < 1)$ trong khoảng thời gian 1 chớp sáng là : $\frac{1}{f_s}$.

Do đó chu kì dao động biểu kiến là :

$$T' = \frac{1}{f_s . \varepsilon}$$

Đặt : $f' = \frac{1}{T'}$: tần số dao động biểu kiến.

Ta có : $$f' = \varepsilon f_s = f_s\left|N - \frac{f}{f_s}\right|$$

$$= |Nf_s - f|$$

Suy ra : $$Nf_s = f \pm f'$$

hay : $$n = \frac{f \pm f'}{10N}$$.

Giá trị lớn nhất của n ứng với N = 1.

Vậy ta có :

$$\begin{cases} n_1 = \dfrac{99}{10} = \boxed{9{,}9(\text{vòng/s})} \\ n_2 = \dfrac{101}{10} = \boxed{10{,}1(\text{vòng/s})} \end{cases}$$

BÀI TẬP LUYỆN TẬP

19.8 Một dây đàn hồi AB treo lơ lửng, đầu A gắn vào âm thoa rung với tần số f = 100Hz. Vận tốc truyền sóng trên dây là $4,00ms^{-1}$

a) Dây có chiều dài l = 80cm. Có thể có sóng dừng trên dây được không ? Giải thích.

b) Cắt bớt để dây chỉ còn dài 21cm. Bấy giờ có sóng dừng trên dây. Tính số nút và số bụng.

c) Nếu chiều dài của dây vẫn là 80cm thì tần số của âm thoa phải là bao nhiêu để có 8 bụng sóng dừng ?

d) Nếu tần số vẫn là 100Hz thì muốn có kết quả như ở câu c, chiều dài của dây phải là bao nhiêu ?

ĐS : a) Không : $l \neq (2n + 1)$

b) 11 nút và 11 bụng

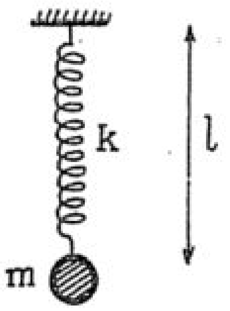
c) 71,4Hz

d) 15cm

19.9 Trong dao động tự do của con lắc lò xo, hiện tượng có thể coi là sóng dừng với :

– Bụng là vật nặng

– Nút kế cận là điểm cố định.



Cho tần số góc riêng của con lắc là $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$, chiều dài lò xo ở vị trí càn bằng là l , biên độ dao động là A.

a) Tính vận tốc truyền dao động trên lò xo.

b) Tính vận tốc và gia tốc dao động cực đại của điểm giữa lò xo.

c) Lập phương trình dao động của điểm giữa lò xo. Chọn gốc thời gian là lúc vật nặng qua vị trí cân bằng theo chiều dương.

ĐS : a) $v = \dfrac{2l}{\pi}\sqrt{\dfrac{k}{m}}$

b) $\dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{2k}{m}}\,.\,A\ ;\ \dfrac{k\sqrt{2}}{2m}\,.\,A$

c) $x = \dfrac{A\sqrt{2}}{2}\,.\,\sin\sqrt{\dfrac{k}{m}}\,.\,t$

19.10 Thực hiện các phép tính cần thiết để trả lời các câu hỏi sau:

a) Âm nghe được có tần số ở trong khoảng 20 – 20000Hz. Vận tốc truyền âm trong không khí là $v = 340ms^{-1}$. Tính chiều dài cực đại của ống sáo có tần số âm cơ bản trong khoảng nêu trên nếu :

– Ống sáo hở một đầu.

– Ống sáo hở cả hai đầu.

b) Dây G của đàn violon dài 300mm. Khi phát âm không bấm nốt thì tần số là 196Hz. Hãy tính khoảng cách tư đầu dây đến vị trí phải bấm nốt để dây đàn có thể phát được các âm cao hơn sau đây :

A (220Hz) ; B(247Hz); C(262Hz); D(294Hz)

c) Một dây đàn có chiều dài 0,54m khi tạo sóng dừng ứng với họa âm thứ n, và có chiều dài 0,48m khi tạo sóng dừng ứng với họa âm thứ (n + 1). Hãy tính :

– Số thứ tự của hai họa âm nêu trên.

– Chiều dài tổng cộng của dây đàn.

– Bước sóng của âm cơ bản của dây.

ĐS : a) 4,25m ; 8,50m

b) 32,7mm; 61,9mm; 75,6mm; 100,0mm

c) 8 và 9; 2,16m; 4,32m

9.11 Một dây đàn hồi tạo sóng dừng với ba tần số liên tiếp là 75Hz, 125Hz và 175Hz.

a) Hãy cho biết dây này thuộc loại có hai đầu cố định hay có một đầu cố định, đầu kia tự do. Giải thích :

b) Tần số cơ bản của dây là bao nhiêu ?

c) Tính chiều dài của dây. Cho biết vận tốc truyền dao động trên dây là $400ms^{-1}$

ĐS : a) Một đầu cố định

b) 25Hz

c) 4m.

.12 Sóng dừng được tạo trên một dây đàn hồi có chiều dài l = 120,0cm. Người ta xác định được những điểm có độ dịch chuyển so với vị trí cân bằng là 3,5mm thì cách nhau gần nhất 15,0cm.

a) Tính biên độ của độ dịch chuyển khỏi vị trí cân bằng.

b) Dao động tạo sóng dừng này ứng với tần số họa âm nào?

ĐS : a) 5mm

b) $n = 3$

19.13* Một dây sắt có chiều dài $l = 60{,}0cm$ và khối lượng $m = 8{,}0g$. Một nam châm điện có nòng sắt non có dòng điện xoay chiều 50Hz chạy qua. Nam châm điện được đặt đối diện với trung điểm của sợi dây.

a) Cho biết vận tốc truyền dao động ngang trên dây được tính bởi công thức $v = \sqrt{\frac{Fl}{m}}$ (F : lực căng)

Tính F khi dây có sóng dừng với một bó sóng.

b) Thay đổi giá trị lực căng F, ta có hiện tượng trên với số bó sóng tăng dần. Tính giá trị các lực căng tương ứng.

ĐS : a) 192N

b) $F' = \dfrac{F}{(2n+1)^2}$

19.14* Dây OO' có chiều dài $l = 1{,}00m$ treo thẳng đứng. Đầu trên O gắn vào một nhánh của âm thoa điện duy trì có tần số $N = 50Hz$. Đầu O' luồn qua một lỗ nhỏ khoét trên một tấm kim loại. O' coi như cố định. Vật M treo vào O' để làm căng dây.

a) Khi $M = 2{,}00kg$, dây rung tạo thành một bó sóng dừng. Cho biểu thức của vận tốc truyền dao động ngang là $v = \sqrt{\frac{Fl}{m}}$. Tính khối lượng dây.

b) Tính các giá trị của M để sóng dừng trên dây tạo thành 2, 3, 4 bó sóng.

c) Chiếu sáng dây có sóng dừng bằng một đĩa cản quang có khoét một lỗ quay đều trước nguồn sáng. Tính vận tốc quay của đĩa để :

– Dây hình như đứng yên.

– Dây dao động biểu kiến với tần số 4Hz

ĐS : a) 2g

b) 0,50kg; 0,22kg; 0,125kg

c) $\dfrac{50}{n}$ vòng/s ; $\dfrac{50 \pm 4}{n}$ vòng/s

THUẬT NGỮ VIỆT – ANH
(Vietnamese – English Terminology)

– Âm : Sound

Âm cơ bản : Fundamental sound wave

Âm học : Acoustics

Âm nghe được : Audible sounds

Âm sắc : Timbre (quality)

– Biên độ : Amplitude

Bước sóng : Wavelength

– Chu kì : Period

Chu kì riêng : Natural period

Con lắc : Pendulum

Con lắc đơn : Simple pendulum

Con lắc lò xo : Elastic pendulum

Con lắc kép : Compound pendulum

Con lắc toán học : Mathematical pendulum

Con lắc vật lí : Physical pendulum

Cộng hưởng : Resonance

Cộng hưởng rõ : Sharp resonance

Cùng pha	In phase
Cường độ âm	Sound intensity
– Dao động	Oscillation; vibration (to oscillate; to vibrate)
Dao động cơ học	Mechanical oscillation
Dao động cưỡng bức	Forced oscillation
Dao động điều hòa	Harmonic oscillation (simple harmonic motion : SHM)
Dao động tắt dần	Damped oscillation
Dao động tuần hoàn	Periodic oscillation
– Độ cao (của âm)	Pitch
Độ cứng (của lò xo)	Stiffness
Độ dời	Displacement
Độ lệch pha	Phase difference
Độ to (của âm)	Loudness
– Giao thoa	Interference
– Họa âm	Harmonics
Hoạt nghiệm	Stroboscopy
– Lệch pha	Out of phase
Li độ	Displacement
Lực hồi phục	Restoring force
– Mức cường độ (của âm)	Intensity level

– Năng lượng dao động : Energy of oscillation
– Ngược pha : In opposition of phase
Ngưỡng : Threshold
Ngưỡng đau : Threshold of pain
Ngưỡng nghe : Threshold of audibility
– Pha : Phase
Phách : Beats
Phương trình dao động : Equation of oscillation
Phương trình vi phân : Differential equation
– Sóng : Wave
Sóng âm : Sound wave
Sóng cơ học : Mechanical wave
Sóng dọc : Logitudinal wave
Sóng dừng : Standing (stationary) wave
Sóng ngang : Transverse wave
– Tần số : Frequency
Tần số cơ bản : Fundamental frequency
Tần số góc : Angular frequency
Tần số riêng : Natural frequency

MỤC LỤC

Trang

PHẦN 1 – DAO ĐỘNG CƠ HỌC

Chuyên đề I. Dao động của con lắc lò xo

Chuyên đề II. Dao động của con lắc đơn

Chuyên đề III. Các vấn đề chung của dao động con lắc

PHẦN 2 – SÓNG CƠ HỌC

Chuyên đề IV. Các đại lượng đặc trưng, phương trình và đồ thị của sóng

Chuyên đề V. Sóng âm

Chuyên đề VI. Giao thoa của sóng. Sóng dừng