Phạm Quý Tư

Bồi dưỡng
Học sinh giỏi Vật lí
Trung học phổ thông

Nhiệt học và Vật lí phân tử

(Tái bản lần thứ bảy)

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

Lời giới thiệu

Hiện nay ở hầu hết các tỉnh và thành phố trong cả nước và ở một vài trường đại học đã có các lớp trung học phổ thông chuyên Vật lí. Một phần (dưới một nửa) số học sinh của các lớp này sẽ được chọn để dự kì thi học sinh giỏi Vật lí toàn quốc theo một *chương trình chuyên* mà Bộ Giáo dục và Đào tạo đã quy định. Nội dung dạy học trong các lớp chuyên phải bao gồm những kiến thức quy định trong cả hai chương trình : chuyên và nâng cao.

Việc viết một bộ sách giáo khoa chung, mà nội dung bao hàm cả hai chương trình nói trên, cần phải có thời gian suy nghĩ và thử nghiệm. Trước mắt Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam mời một số tác giả đã quen với cả hai chương trình trên viết những tài liệu bổ sung cho sách giáo khoa Vật lí nâng cao dưới dạng chuyên đề để phục vụ cho việc dạy học Vật lí ở các lớp trung học phổ thông chuyên Vật lí. Những sách này gọi là sách bồi dưỡng học sinh giỏi trung học phổ thông môn Vật lí. Sách bồi dưỡng trình bày những kiến thức trong chương trình chuyên mà chưa có trong sách giáo khoa, hoặc có mà chưa đủ sâu. Các giáo viên nên sử dụng đồng thời sách giáo khoa và sách bồi dưỡng để soạn giáo án, đưa những kiến thức của chương trình chuyên trong sách bồi dưỡng kết hợp với kiến thức của sách giáo khoa trong từng chương, từng tiết học, không nhất thiết phải dạy hết sách giáo khoa rồi mới dạy đến sách bồi dưỡng. Trong sách bồi dưỡng có thể có một vài phần được trình bày cao hơn một chút so với chương trình chuyên, dành cho các học sinh có năng lực trội hơn trong lớp chuyên.

Các tác giả đã thống nhất một số điều chung cho các sách bồi dưỡng như sau. Mỗi quyển sách bồi dưỡng chia ra thành từng phần, gọi là chủ đề (hoặc chương) ; mỗi chủ đề bao gồm những kiến thức bổ sung cho một chương, hoặc một số chương của sách giáo khoa. Phần bổ sung để rèn luyện kĩ năng toàn quốc. Nội dung mỗi chủ đề của sách bồi dưỡng bao gồm những phần sau đây :

- Lí thuyết : Tóm tắt một số lí thuyết trong sách giáo khoa nếu thấy cần thiết, trình bày chi tiết những kiến thức bổ sung theo chương trình chuyên.
- Bài tập ví dụ : Đưa ra đề bài có kèm bài giải đầy đủ của một số bài tập tiêu biểu, có thể có thêm những hướng dẫn về phương pháp.
- Đề bài tập : Đề bài tất cả các bài tập cần thiết để rèn luyện kĩ năng giải bài tập tương ứng với trình độ thi học sinh giỏi. Đối với những bài khó thì sau đề bài có thể có gợi ý để giải.
- Hướng dẫn giải bài tập : Đưa ra đáp số những bài dễ, lời giải vắn tắt những bài trung bình, lời giải đầy đủ những bài khó. Phần này để ở cuối sách.

Chủ đề cuối của sách có một số bài tập tổng hợp liên quan đến nhiều chủ đề. Chủ đề này cũng có mục "Đề bài tập" và "Hướng dẫn giải bài tập" giống như các chủ đề khác.

Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam xin giới thiệu các sách bồi dưỡng với bạn đọc và mong rằng khi điều kiện chín muồi, sẽ có thể có những quyển sách chung bao gồm cả chương trình nâng cao và chương trình chuyên cho các lớp trung học phổ thông chuyên Vật lí. Những ý kiến góp ý cho sách xin gửi về Ban Vật Lí – Công ty cổ phần Dịch vụ xuất bản Giáo dục Hà Nội – tầng 4 toà nhà Diamond Flower, số 48 Lê Văn Lương, Hà Nội.

Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam

Lời nói đầu

Cuốn sách **Nhiệt học và Vật lí phân tử** trong bộ sách *Bồi dưỡng học sinh giỏi Vật lí Trung học phổ thông*, được viết để cung cấp cho giáo viên và học sinh các lớp chuyên Vật lí trung học phổ thông một tài liệu dạy học sát với chương trình chuyên Vật lí và chuẩn bị cho học sinh dự thi học sinh giỏi Vật lí trung học phổ thông toàn quốc.

Mỗi học sinh chuyên Vật lí, khi học Nhiệt học và Vật lí phân tử, nên có hai cuốn sách : sách giáo khoa Vật lí 10 Nâng cao và sách này, gọi tắt là sách bồi dưỡng. Đối với những học sinh không dự thi học sinh giỏi Vật lí toàn quốc, thì phần kiến thức chủ yếu cần nắm vững là nội dung sách giáo khoa, có bổ sung thêm một phần (không phải tất cả) lí thuyết và một số bài tập dễ trong số các bài tập không có dấu sao (*) ở các chủ đề 1, 2, 3, 4 và 6. Giáo viên, dựa vào chương trình và hướng dẫn của Vụ Giáo dục trung học, lựa chọn kiến thức bổ sung đưa vào giáo án cùng với nội dung sách giáo khoa và hướng dẫn học sinh tự giải một số bài tập ở nhà.

Đối với học sinh trong các đội tuyển đi thi học sinh giỏi Vật lí toàn quốc thì nên học cùng với sách giáo khoa, toàn bộ sách bồi dưỡng trừ các phần có kèm theo ghi chú "(mở rộng)". Các phần này dành cho những người chuẩn bị thi Olympic Vật lí Châu Á và thi chọn đội tuyển quốc gia dự thi Olympic Vật lí quốc tế. Nội dung toàn bộ sách bồi dưỡng thì khá nhiều và sâu so với trình độ trung học phổ thông, học sinh nên học theo hai vòng. Vòng đầu học vào thời gian bố trí cho môn học trong khung chương trình, vào cuối lớp 10 và đầu lớp 11, trong vòng này những học sinh giỏi của lớp nên học tất cả các nội dung của sách bồi dưỡng, trừ phần "mở rộng". Vòng thứ hai, học trong thời gian chuẩn bị thi học sinh giỏi toàn quốc, do từng trường trung học phổ thông chuyên bố trí.

Tuy nhiên, không nên hiểu những lời khuyên này một cách cứng nhắc, mỗi học sinh đều có thể chủ động học sách bồi dưỡng theo sự ham muốn hiểu biết, và hoàn cảnh riêng của mình. Tất cả các học sinh chuyên và không chuyên, nếu cảm thấy thích thú, đều có thể đọc sách bồi dưỡng này để mở rộng kiến thức về những vấn đề mà mình quan tâm. Người viết sách sẽ rất vui mừng khi, bên cạnh những học sinh dùng sách để học luyện thi, còn có nhiều người đọc để hiểu biết thêm như thế.

Khi viết sách này, tác giả đã dùng một số tư liệu trong hai cuốn sách của mình : *Nhiệt học và Vật lí phân tử*, là tập 4 trong số các chuyên đề bồi dưỡng học sinh giỏi Vật lí trung học phổ thông, do Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam tái bản lần thứ 3 năm 2007 ; Tư liệu Vật lí 10 : *Một số vấn đề về Nhiệt học*, do Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam tái bản lần thứ nhất năm 2008.

Tác giả

Phần một

LÍ THUYẾT VÀ BÀI TẬP

Chủ đề 1

PHƯƠNG TRÌNH TRẠNG THÁI CỦA CHẤT KHÍ

Lí thuyết

1.1. Phương trình trạng thái

Trạng thái cân bằng của một lượng khí xác định là trạng thái trong đó lượng khí có thể tích V xác định, có áp suất p và nhiệt độ T đồng đều tại mọi điểm và không có dòng chảy vĩ mô trong khí. Ba đại lượng p, V, T gọi là ba thông số xác định trạng thái cân bằng của lượng khí.

Thực nghiệm đã chứng tỏ rằng ba thông số nói trên tuân theo các định luật sau đây :

Định luật Bôi-lơ – Ma-ri-ốt (Boyle-Mariotte) : Hai trạng thái cân bằng của một lượng khí xác định, ở cùng nhiệt độ T, có áp suất và thể tích lần lượt là p_1, V_1 và p_2, V_2 thì :

$$p_1V_1 = p_2V_2$$

Chú ý rằng quá trình biến đổi từ trạng thái này sang trạng thái kia có thể là bất kì (trong đó nhiệt độ thay đổi), miễn là hai trạng thái là cân bằng và có cùng nhiệt độ. Có thể phát biểu định luật này theo một cách khác tương đương : Ở nhiệt độ không đổi, tích của áp suất p và thể tích V của một lượng khí xác định là một hằng số :

$$pV = \text{const} \qquad (1.1)$$

Định luật Sác-lơ (Charles) : Khi thể tích không đổi, áp suất p của một khối lượng khí xác định tỉ lệ thuận với nhiệt độ tuyệt đối T.

$$\frac{p}{T} = \text{const} \qquad (1.2)$$

Từ hai định luật nói trên, ta suy ra *phương trình trạng thái của chất khí* là :

$$\frac{pV}{T} = \text{const} \qquad (1.3)$$

Hai định luật nói trên chỉ là gần đúng đối với các chất khí thực, do đó phương trình (1.3) cũng chỉ là gần đúng. Mỗi lượng khí thực có các đại lượng (thông số) p, V, T sai lệch chút ít so với (1.3), sự sai lệch của từng khí có thể khác nhau, với cùng một chất khí thì ở áp suất càng cao sai lệch càng lớn.

Định nghĩa khí lí tưởng (theo quan điểm vĩ mô) : khí lí tưởng là khí mà các thông số p, V, T tuân theo phương trình trạng thái (1.3). Nói cách khác, khí lí tưởng là khí tuân theo đúng cả hai định luật Bôi-lơ – Ma-ri-ốt và Sác-lơ.

1.2. Phương trình Cla-pê-rôn – Men-đê-lê-ép

a) Tính hằng số (const) ở vế sau của phương trình trạng thái (1.3) đối với 1 mol khí (kí hiệu là R và gọi là hằng số của các khí).

Chúng ta đã biết rằng, theo định luật A-vô-ga-đrô thì ở điều kiện chuẩn (T = 273 K và p = 1 atm $= 1{,}013.10^5$ Pa) 1 mol khí có thể tích 22,4 *l*. Trong hệ đơn vị SI, ta có:

$$R = \frac{pV}{T} = \frac{1{,}013.10^5.0{,}0224}{273} = 8{,}310 \text{ J/mol.K}$$

Thay hằng số R vào vế phải của (1.3), ta có:

$$pV = RT \qquad (1.4)$$

đó là phương trình trạng thái đối với 1 mol khí. Nếu lấy một khối lượng m chất khí, tức là $\frac{m}{\mu}$ mol, ta sẽ có phương trình trạng thái :

$$pV = \frac{m}{\mu}RT \qquad (1.5)$$

Phương trình này gọi là *phương trình Cla-pê-rôn – Men-đê-lê-ép (C-M).*

b) *Sự phụ thuộc của áp suất p vào nhiệt độ T*. Gọi N là số phân tử chứa trong khối lượng m và N_A là số A-vô-ga-đrô (số phân tử chứa trong 1 mol), ta sẽ có : $\frac{m}{\mu} = \frac{N}{N_A}$; thay vào (1.4) sẽ có : $pV = N\frac{R}{N_A}T$. Chú ý rằng hằng số Bôn-dơ-man $k = \frac{R}{N_A} = 1,38.10^{-23} J/K$ và $\frac{N}{V} = n$ (số phân tử chứa trong đơn vị thể tích), ta sẽ có :

$$p = nkT \tag{1.6}$$

c) *Cơ sở thực nghiệm* của phương trình trạng thái (1.3) và các phương trình (1.4), (1.5) rút ra từ đó, là hai định luật Bôi-lơ – Ma-ri-ốt và Sác-lơ.

Gần đây người ta dùng nhiệt kế khí có thể tích không đổi (với áp suất nhỏ) làm phương tiện để định nghĩa nhiệt độ T :

$$T = Cp$$

Nghĩa là nhiệt độ T là đại lượng vật lí tỉ lệ thuận với áp suất p của một lượng khí nhất định có thể tích không đổi. Như vậy định luật Sác-lơ là cơ sở thực nghiệm để dẫn đến định nghĩa nói trên của nhiệt độ, khi đã công nhận định nghĩa nhiệt độ như thế thì định luật Sác-lơ đã bao hàm trong định nghĩa nhiệt độ. Phương trình trạng thái (1.3) là hệ quả của định luật Bôi-lơ – Ma-ri-ốt và định nghĩa nhiệt độ.

d) Phương trình C-M đúng đối với khí lí tưởng và gần đúng đối với khí thực ở nhiệt độ không thấp quá và áp suất không cao quá.

Đối với khí thực, một trong những phương trình trạng thái gần đúng hơn so với phương trình C-M, là phương trình Van đe Van-xơ (Van der Waals) : đối với một khối lượng m khí thực (có khối lượng mol μ), ta có :

$$\left(p + \frac{m^2}{\mu^2}\frac{a}{V^2}\right)\left(V - \frac{m}{\mu}b\right) = \frac{m}{\mu}RT \tag{1.7}$$

a và b là những hằng số phụ thuộc vào loại khí thực mà ta xét. Ví dụ đối với khí nitơ N_2: $a = 0,136\ \frac{Nm^4}{mol^2}$, $b = 0,04\ \frac{m^3}{mol^2}$.

1.3. Định luật Đan-tôn

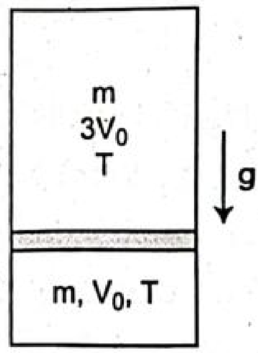
Định luật Đan-tôn (Dalton) : Áp suất của hỗn hợp khí (mà các thành phần không có phản ứng hoá học với nhau) bằng tổng các áp suất riêng phần của từng chất khí có trong hỗn hợp :

$$p = p_1 + p_2 + ... + p_n \qquad (1.8)$$

Xét một hỗn hợp gồm n khí thành phần với khối lượng lần lượt là $m_1, m_2, \ldots, m_n$ chứa trong một bình có thể tích V. Nếu chỉ có khí thành phần thứ nhất với khối lượng m_1 chứa trong bình thì áp suất của khí ấy là p_1, p_1 gọi là áp suất riêng phần của khí thứ nhất trong hỗn hợp.

Bài tập ví dụ

1.1. Một pit-tông có trọng lượng đáng kể ở vị trí cân bằng trong một bình hình trụ kín. Phía trên và phía dưới pit-tông có khí, khối lượng và nhiệt độ của khí ở trên và dưới pit-tông là như nhau. Ở nhiệt độ T thể tích khí ở phần trên gấp 3 lần thể tích khí ở phần dưới. Nếu tăng nhiệt độ lên 2T thì tỉ số hai thể tích ấy là bao nhiêu ?



Hình 1.1

Giải.

Gọi p_0 là áp suất của khí ở phía trên pit-tông, áp suất của khí ở phía dưới pit-tông sẽ là $p_0 + K$, trong đó K là phần áp suất tạo nên do trọng lực của pit-tông.

Vì khối lượng khí ở trên và ở dưới pit-tông bằng nhau nên ta có :

$$\frac{p_0 3V_0}{T} = \frac{(p_0 + K)V_0}{T}$$

Từ đây rút ra $K = 2p_0$.

Gọi V_t, V_d lần lượt là thể tích khí ở trên và ở dưới pit-tông, p là áp suất của khí ở trên pit-tông khi nhiệt độ bằng 2T, khi đó áp suất khí ở dưới pit-tông sẽ là : $p + K = p + 2p_0$.

Viết phương trình trạng thái cho lượng khí ở trên pit-tông và cho lượng khí ở dưới pit-tông, ta có hai phương trình sau đây :

$$\frac{pV_t}{2T} = \frac{p_0 3V_0}{T} \quad \text{hay là} \quad V_t = \frac{6p_0}{p} V_0$$

$$\frac{(p+2p_0)V_d}{2T} = \frac{3p_0V_0}{T} \quad \text{hay là} \quad V_d = \frac{6p_0}{p+2p_0} V_0$$

Chú ý rằng $V_t + V_d = 3V_0 + V_0 = 4V_0$, ta sẽ có :

$$\frac{6p_0}{p} = \frac{6p_0}{p+2p_0} = 4.$$

từ đây suy ra $$p^2 - p_0p + 3p_0^2 = 0$$

Giải phương trình bậc hai đối với p, ta có hai nghiệm : $p = \frac{1}{2}(p_0 \pm \sqrt{13}p_0)$

ta loại bỏ nghiệm âm và chọn nghiệm dương : $p = \frac{1}{2}(p_0 + \sqrt{13})p_0 = 2{,}30p_0$.

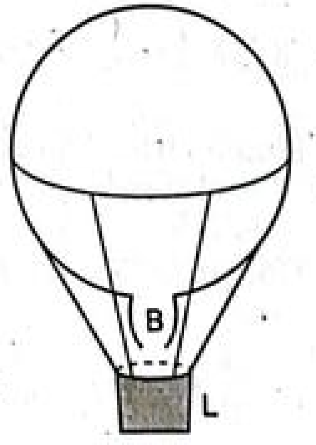
Bây giờ có thể tính được tỉ số thể tích khí trên và dưới pit-tông

$$\frac{V_t}{V_d} = \frac{p+2p_0}{p} = \frac{4{,}30}{2{,}30} = 1{,}87$$

1.2. Khinh khí cầu gồm một quả bóng hở ở phía dưới qua ống B. Dưới quả bóng treo một cái lẵng L để chở người và những vật dụng cần thiết. Người ta đốt nóng không khí ở miệng ống B, không khí nóng đi vào quả bóng làm cho nhiệt độ T của không khí trong quả bóng lớn hơn nhiệt độ T_0 của khí quyển bên ngoài. Nhờ đó mà khinh khí cầu bay lên và đứng cân bằng ở độ cao h. Nếu tăng cường sự đốt nóng làm cho nhiệt độ của không khí trong quả bóng tăng lên và bằng $T + \Delta T$ thì khinh khí cầu lên cao thêm Δh. Tính Δh.

Biết rằng nhiệt độ không khí coi như đồng đều và bằng 15°C, nhiệt độ ban đầu của không khí trong quả bóng là 55°C và độ tăng nhiệt độ

$$\Delta T = 0{,}1\ K = 0{,}1°C$$



Hình 1.2

Giải.

Quả bóng của khinh khí cầu hở, như vậy áp suất không khí trong bóng bằng áp suất khí quyển bên ngoài. Kí hiệu ρ và ρ_0 lần lượt là khối lượng riêng của không khí trong và ngoài quả bóng.

Ở độ cao h :

$$\rho_0 = \rho(p_0, T_0) = \frac{p_0\mu}{RT_0} \tag{1}$$

$$\rho = \rho(p_0, T) = \frac{p_0\mu}{RT} \tag{2}$$

μ là khối lượng mol của không khí, V là dung tích quả bóng. Phương trình cho sự cân bằng của khinh khí cầu ở độ cao h là :

$$V(\rho_0 - \rho)g = Mg \tag{3}$$

M là khối lượng của khinh khí cầu và các vật mang theo (không kể khí trong quả bóng). Bỏ qua thể tích của vỏ bóng và các vật mang theo so với V.

Ở độ cao $h + \Delta h$, áp suất khí quyển là :

$$p_0 + \Delta p_0 = p_0 + \rho_0 g \Delta h \tag{4}$$

Khối lượng riêng của không khí ở ngoài quả bóng là:

$$\rho_0 + \Delta\rho_0 = \frac{(p_0 + \Delta p_0)\mu}{RT_0} \tag{5}$$

Ở trong quả bóng là :

$$\rho + \Delta\rho = \frac{(p_0 + \Delta p_0)\mu}{R(T + \Delta T)} \tag{6}$$

Phương trình cân bằng là :

$$V(\rho_0 + \Delta\rho_0 - \rho - \Delta\rho)g = Mg \tag{7}$$

Đối chiếu (7) với (3) có thể rút ra :

$$\Delta\rho_0 = \Delta\rho \tag{8}$$

Đó là điều kiện cân bằng, dưới dạng đơn giản nhất, ở độ cao $h + \Delta h$.

Đối chiếu (1) và (5), ta có :

$$\Delta\rho_0 = \frac{\mu}{RT_0}\Delta p_0 \tag{9}$$

Đối chiếu (2) và (6) và chú ý rằng $\Delta T \ll T$, bỏ qua ΔT so với T, ta có :

$$\Delta\rho = \frac{\mu\Delta p_0}{RT} - \frac{p_0\mu}{RT^2}\Delta T \qquad (10)$$

Thay các biểu thức trên của $\Delta\rho_0$ và $\Delta\rho$ vào (8) và chú ý rằng $\Delta p_0 = -\rho_0 g\Delta h$ trong đó ρ_0 cho bởi (1).

$$\Delta h = \frac{RT_0^2\Delta T}{\mu g T(T-T_0)} = \frac{8,31(288)^2 0,1}{0,029.9,8.328.40} = 18,5\ \text{m}$$

Ghi chú : Dùng phép tính vi phân từ (1) có thể tìm ngay được (9) và từ (2) tìm ngay được (10).

Đề bài tập

1.3. Một bình chứa ôxi (O_2) nén ở áp suất p_1 = 15 MPa và nhiệt độ $t_1 = 37°C$ có khối lượng (bình và khí) M_1 = 50 kg. Dùng khí một thời gian, áp kế chỉ p_2 = 5 MPa và nhiệt độ t_2 = 7°C, khối lượng của bình và khí là M_2 = 49 kg. Hỏi còn bao nhiêu kg khí trong bình ? Tính thể tích V của bình.

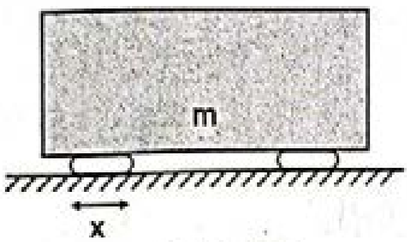
1.4. Một tàu ngầm lặn ở độ sâu 40 m trong nước. Người ta mở một bình chứa không khí dung tích 500 *l*, áp suất 10 MPa, nhiệt độ 27°C, để đẩy nước ra khỏi thùng chứa nước của tàu. Tính thể tích nước bị đẩy ra, biết rằng sau khi giãn, nhiệt độ của không khí là 3°C.

1.5. Để đo thể tích riêng v của vật liệu xốp, người ta đặt nó trong một bình hình trụ kín chứa khí có chia độ theo thể tích, dưới một pit-tông. Ở áp suất p_1 thể tích của khí và vật là V_1. Nén pit-tông để tăng áp suất lên p_2 (giữ nguyên nhiệt độ) thể tích của khí và vật là V_2. Tính thể tích riêng của vật (thể tích riêng là thể tích không kể đến chỗ hổng bên trong vật).

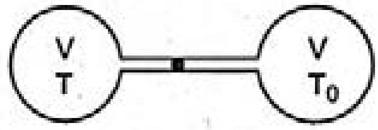
1.6. Để đo khối lượng nước trong các giọt sương mù trong không khí, người ta cho không khí chứa sương mù vào trong một cái bình kín có thành trong suốt dưới áp suất 100 kPa và nhiệt độ 0°C. Làm nóng khí chậm đến 82°C thì sương mù tan hết, khi đó áp suất không khí là 180 kPa. Tính khối lượng sương mù chứa trong 1 m^3 không khí.

1.7. Khí quyển của sao Kim gần như toàn khí cacbonic (CO_2) ở nhiệt độ 500°C và áp suất 100 atm. Muốn cho một trạm thăm dò nặng 1000 kg lơ lửng trong khí quyển ấy thì thể tích của trạm phải bằng bao nhiêu ?

1.8. Có hai túi hình trụ dài, bán kính r và chiều dài L >> r. Túi làm bằng vật liệu mềm, không giãn, chứa đầy khí ở áp suất p. Người ta đặt một vật nặng khối lượng m lên hai túi đó, làm cho mỗi túi bị dẹt đi và có chiều dài x, bề dày là h << r (hình 1.3). Tính áp suất p của khí khi chưa đặt vật nặng lên túi. Biết rằng áp suất của khí quyển là p_0 và nhiệt độ của khí trong mỗi túi không đổi.



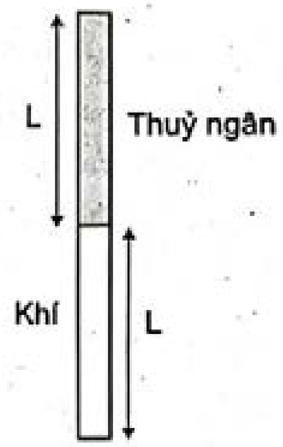
Hình 1.3



Hình 1.4

1.9. Một nhiệt kế khí gồm có hai bình giống nhau, dung tích mỗi bình là V, nối với nhau bởi một ống nằm ngang có chiều dài l và tiết diện s (hình 1.4). Trong ống có một giọt thuỷ ngân để ngăn cách không khí trong hai ống và để làm vật chuẩn chỉ nhiệt độ. Bình bên phải đặt trong máy điều nhiệt và được giữ ở nhiệt độ T_0. Tìm công thức cho sự phụ thuộc của nhiệt độ T của bình bên trái vào độ dời x của giọt thuỷ ngân. Cho V, l, s các giá trị hợp lí và suy ra rằng nhiệt kế này khá nhạy.

1.10. Một ống thuỷ tinh, tiết diện nhỏ và đều, chiều dài 2L (mm) đặt thẳng đứng, đáy ở phía dưới. Nửa dưới của ống chứa khí ở nhiệt độ T_0, còn nửa trên chứa đầy thuỷ ngân. Phải làm nóng khí trong ống đến nhiệt độ thấp nhất là bao nhiêu để tất cả thuỷ ngân bị đẩy ra khỏi ống ? Biết áp suất khí quyển bằng L (mm) thuỷ ngân (hình 1.5).

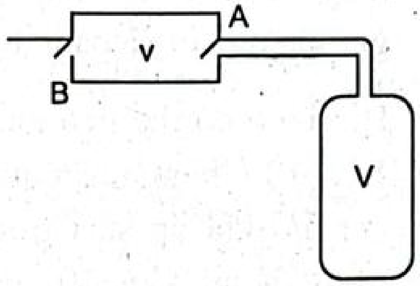


Hình 1.5

1.11. Một cái bình có thể tích V nối với bơm hút có thể tích xilanh v (hình 1.6). Áp suất khí quyển là p_0.

a) Sau n lần bơm thì áp suất trong bình giảm từ p_0 đến giá trị p_n. Tính p_n (bơm chậm để nhiệt độ không đổi).

b) Hỏi như trên, với giả thiết rằng pit-tông dịch sang đầu bên phải thì không tới đáy xilanh mà còn lại một thể tích Δv giữa pit-tông và đáy. Tính áp suất nhỏ nhất có thể thực hiện được trong bình.



Hình 1.6

1.12. Một thùng kín có chiều cao h = 3 m chứa đầy nước. Ở đáy thùng có hai bọt không khí thể tích bằng nhau. Áp suất ở đáy thùng là $p_0 = 150$ kPa.

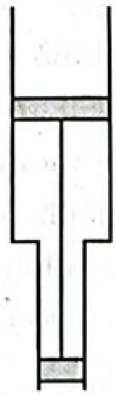
a) Nếu cả hai bọt khí đi lên sát nắp thì áp suất p_2 ở đáy thùng là bao nhiêu ?

b) Nếu có một bọt khí đi lên sát nắp, còn bọt khí kia vẫn ở sát đáy, thì áp suất p_1 ở đáy thùng là bao nhiêu ?

1.13. Một ống hình trụ thẳng đứng với hai tiết diện khác nhau có hai pit-tông nối với nhau bằng một sợi dây không giãn (hình 1.7). Tổng khối lượng của hai pit-tông là m = 5,0 kg, áp suất khí quyển là $p_0 = 1,0$ atm. Giữa hai pit-tông có 1 mol khí lí tưởng, pit-tông trên có diện tích lớn hơn pit-tông dưới là $\Delta S = 10\ cm^2$.

a) Hai pit-tông và khí giữa chúng ở trạng thái cân bằng, tính áp suất p của khí đó.

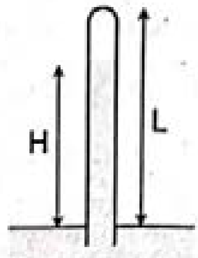
b) Phải làm nóng khí đó lên bao nhiêu độ để hai pit-tông đều dịch chuyển lên trên một đoạn $l = 5$ cm ? Khí giữa hai pit-tông không bị lọt ra ngoài.



Hình 1.7

1.14. Một ống thuỷ tinh hình trụ (có tiết diện không đổi), một đầu kín được dùng làm ống Tô-ri-xen-li để đo áp suất khí quyển. Vì có một ít không khí ở trong ống trên mức thuỷ ngân, nên khi áp suất khí quyển là p_0 (đo bằng ống Tô-ri-xen-li chuẩn) ở nhiệt độ T_0 thì chiều cao cột thuỷ ngân là H_1.

Nếu ở nhiệt độ T, chiều cao cột thuỷ ngân là H (hình 1.8) thì áp suất khí quyển p_k là bao nhiêu ? Biết chiều dài của ống từ mặt thuỷ ngân trong chậu đến đầu trên được giữ không đổi và bằng L.



Hình 1.8

1.15. Hai bình có thể tích lần lượt là $V_1 = 40\ l$, $V_2 = 10\ l$ thông nhau qua một cái van. Van chỉ mở khi áp suất trong bình 1 lớn hơn trong bình 2 từ 10^5 Pa trở lên. Ban đầu bình 1 chứa khí ở áp suất $p_0 = 0,9.10^5$ Pa và nhiệt độ $T_0 = 300$ K, còn bình 2 là chân không. Người ta làm nóng đều cả hai bình từ nhiệt độ T_0 lên nhiệt độ T = 500 K.

a) Tới nhiệt độ nào thì van mở ?

b) Tính áp suất cuối cùng trong mỗi bình.

1.16. Một bình có thể tích V = 20 l chứa một hỗn hợp hiđrô và heli ở nhiệt độ $t = 20^oC$ và áp suất p = 200 kPa. Khối lượng của hỗn hợp là m = 5,00 g. Tìm khối lượng của mỗi chất khí trong hỗn hợp.

1.17. Trong một bình hỗn hợp m_1 gam nitơ và m_2 gam hiđrô. Ở nhiệt độ T nitơ N_2 phân li hoàn toàn thành khí đơn nguyên tử, còn độ phân li của hiđrô H_2 không đáng kể ; áp suất trong bình là p. Ở nhiệt độ 2T thì cả hiđrô cũng phân li hoàn toàn, áp suất là 3p. Tính tỉ số $\frac{m_1}{m_2}$. Biết N = 14, H = 1.

1.18. Một bình kín được ngăn bởi một vách xốp làm hai phần có thể tích bằng nhau. Ban đầu ngăn bên phải chứa hỗn hợp của hai chất khí A và B, khối lượng mol của chúng lần lượt là μ_A và μ_B, áp suất toàn phần là p. Ngăn bên trái là chân không. Vách xốp chỉ cho khí A đi qua do khuếch tán. Sau khi khuếch tán dẫn đến trạng thái dừng, áp suất toàn phần ở ngăn bên phải là $p' = kp$ ($k < 1$). Hai chất A, B không có phản ứng hoá học với nhau.

a) Tính áp suất riêng phần ban đầu của từng chất khí.

b) Tính tỉ số khối lượng của hai chất trong bình (quá trình khuếch tán khí A qua vách xốp là đẳng nhiệt).

Áp dụng bằng số : A là hiđrô $\mu_A = 2$ g/mol, B là argon $\mu_B = 40$ g/mol, $k = \frac{2}{3}$.

1.19*. Khí lí tưởng có khối lượng mol μ trong trọng trường đều có gia tốc g. Tìm sự phụ thuộc của áp suất p vào độ cao h, biết khi $h = 0$ thì $p = p(0)$. Xét các trường hợp sau :

a) Nhiệt độ ở mọi điểm đều bằng T.

b) Nhiệt độ T phụ thuộc độ cao h : $T(h) = T(0) - ah$, a là hằng số.

c) Với giá trị nào của a thì xảy ra đối lưu tự do ?

Gợi ý : Đối lưu tự do xảy ra khi khối lượng riêng của lớp khí trên lớn hơn của lớp khí dưới.

1.20*. Khí lí tưởng có khối lượng mol là μ, dưới áp suất p, giữa hai tấm nằm ngang có khối lượng là bao nhiêu ? Biết rằng thể tích giữa hai tấm là V, nhiệt độ khí tăng tuyến tính từ T_1 ở tấm dưới đến T_2 ở tấm trên.

1.21*. Một bình hình trụ nằm ngang chứa đầy khí lí tưởng. Khoảng cách giữa hai đáy bình là *l*. Ban đầu nhiệt độ của khí là đồng đều ở T_0, áp suất của khí là p_0. Sau đó người ta đưa nhiệt độ của một đáy lên thành $T_0 + \Delta T$ ($\Delta T \ll T_0$) còn nhiệt độ của đáy kia vẫn giữ ở T_0. Nhiệt độ của khí biến đổi tuyến tính theo khoảng cách tới đáy bình.

a) Tính áp suất p của khí.

b) Tính độ dời khối tâm của lượng khí trong bình.

Cho biết công thức : $\ln(1+x) = x - \dfrac{x^2}{2} + \dfrac{x^3}{3} - \dfrac{x^4}{4} + \ldots \ (x < 1)$.

1.22*. Một mol khí lí tưởng thực hiện quá trình biến đổi theo quy luật :

a) $p = p_0 - \alpha V^2$. Tìm nhiệt độ cực đại của khí.

b) $T = T_0 - \alpha V^2$. Tìm áp suất nhỏ nhất có thể có của khí.

p_0, α, T_0 là những hằng số dương.

1.23*. Một bình hình trụ kín, có trục thẳng đứng, có bán kính R_0 và bề cao nhỏ. Bình chứa đầy khí lí tưởng có khối lượng mol μ, nhiệt độ T và áp suất p_0. Quay bình quanh trục với tốc độ góc ω, sau một thời gian, giá trị ổn định của áp suất lên phần thành bình là mặt trụ là bao nhiêu ?

Hướng dẫn : khảo sát sự phụ thuộc của áp suất p vào khoảng cách r đến trục do tác dụng của trường lực li tâm khi bình quay. Từ đó suy ra $p(R_0)$.

Chủ đề 2

THUYẾT ĐỘNG HỌC CHẤT KHÍ

Lí thuyết

2.1. Mô hình khí lí tưởng

Xuất phát từ cấu trúc phân tử của các khí thực, người ta trừu tượng hoá và đề xuất mô hình sau đây về chuyển động nhiệt của các phân tử trong chất khí :

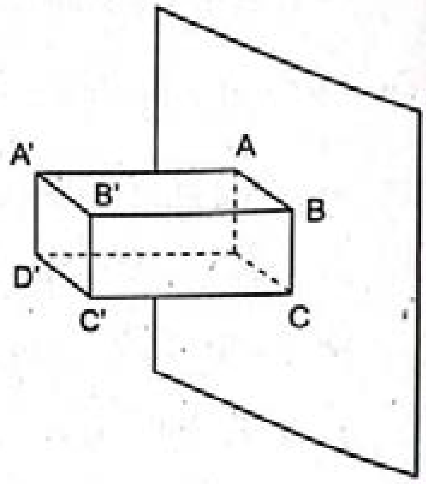
1. Các phân tử khí chuyển động hỗn loạn hoàn toàn.

2. Các phân tử có kích thước rất nhỏ so với khoảng cách trung bình giữa chúng nên có thể bỏ qua kích thước, mà coi phân tử như những chất điểm.

3. Các phân tử chỉ tương tác khi va chạm, va chạm là đàn hồi. Va chạm của phân tử vào thành bình tạo nên áp suất của chất khí lên thành bình.

Số va chạm phân tử lên đơn vị diện tích thành bình trong đơn vị thời gian kí hiệu là z. Giả thiết rằng trong mỗi đơn vị thể tích của chất khí có chứa n phân tử, vì tính chất hỗn loạn hoàn toàn của chuyển động nhiệt, có thể coi như có n/3 phân tử trong số đó chuyển động theo mỗi một trong ba phương vuông góc với nhau. Theo mỗi phương đó có hai chiều, có $\frac{1}{2}.\frac{n}{3}=\frac{n}{6}$ phân tử chuyển động theo mỗi chiều. Các phân tử chuyển động theo cùng một phương vuông góc với thành bình và theo cùng một chiều đi tới thành bình, có tốc độ khác nhau. Khi tính số va chạm trung bình $\overline{z}$ thì coi như các phân tử đều có cùng một tốc độ trung bình $\overline{v}$ của chúng. Số va chạm trong đơn vị thời gian lên đơn vị diện tích thành bình bằng số phân tử chứa trong hình trụ có đáy là đơn vị diện tích trên thành bình và có chiều cao là $\overline{v}$ (hình 2.1) :

$$\overline{z}=\frac{1}{6}n\overline{v} \qquad (2.1)$$



Hình 2.1

Hình trụ : Đáy ABCD có diện tích 1 đơn vị, chiều cao A'A bằng tốc độ trung bình $\overline{v}$

Tốc độ trung bình được định nghĩa như sau :

$$\overline{v} = \frac{v_1 + v_2 + ... + v_N}{N}$$

Đây là tốc độ trung bình theo tập hợp N phân tử, không phải là tốc độ trung bình theo thời gian được định nghĩa trong cơ học, bằng tỉ số quãng đường đi được và thời gian để đi quãng đường đó.

Cách tính vừa rồi là thô sơ. Phép tính chặt chẽ cho kết quả sau :

$$\overline{z} = \frac{1}{4}n\overline{v} \tag{2.2}$$

2.2. Phương trình cơ bản của thuyết động học phân tử các chất khí

Mỗi phân tử có khối lượng m, tốc độ v va chạm đàn hồi vuông góc với thành bình bật trở lại với cùng tốc độ v nhưng ngược chiều : thành bình nhận được một động lượng 2mv sau mỗi lần va chạm. Áp suất p tác dụng lên thành bình được tính bằng động lượng mà phân tử va chạm truyền cho một đơn vị diện tích thành bình trong một đơn vị thời gian (nếu tất cả các phân tử đều có cùng tốc độ v và số va chạm là z), ta sẽ có :

$$p = z.2mv = \frac{1}{3}nmv^2 = \frac{2}{3}n.\frac{1}{2}mv^2$$

động năng chuyển động nhiệt của phân tử có tốc độ v là :

$$w = \frac{1}{2}mv^2$$

ta sẽ có :

$$p = \frac{2}{3}nw \tag{2.3}$$

Vì các phân tử có tốc độ khác nhau, động năng chuyển động nhiệt w cũng có giá trị khác nhau. Giá trị trung bình là :

$$\overline{w} = \frac{1}{N}(w_1 + w_2 + ... + w_N)$$

$$= \frac{1}{2}m\left(\frac{v_1^2 + v_2^2 + ... + v_N^2}{N}\right) = \frac{1}{2}m\overline{v^2}$$

Đại lượng $\overline{v^2} = \frac{1}{N}(v_1^2 + v_2^2 + ... + v_N^2)$ gọi là tốc độ quân phương. Căn số bậc hai $\sqrt{\overline{v^2}}$ có thứ nguyên tốc độ gọi là tốc độ căn quân phương v_{cqp}. Chú ý rằng :

$$v_{cqp} = \sqrt{\frac{1}{N}(v_1^2 + v_2^2 + ... + v_N^2)} \neq \overline{v} = \frac{1}{N}(v_1 + v_2 + ... + v_N)$$

Áp suất là đại lượng vĩ mô, giá trị p đo được chính là giá trị trung bình, vì thế ta có thể viết lại công thức (2.3) thành :

$$p = \overline{p} = \frac{2}{3}n\overline{w} \tag{2.4}$$

đây là phương trình cơ bản của thuyết động học chất khí. Chú ý rằng $\overline{w}$ là động năng trung bình của chuyển động tịnh tiến vì nhiệt của phân tử.

2.3. Động năng trung bình của phân tử khí

Đối chiếu các biểu thức của áp suất trong công thức (2.4) và (1.6), ta rút ra được công thức cho động năng trung bình của chuyển động tịnh tiến nhiệt của phân tử :

$$\overline{w} = \frac{3}{2}kT \tag{2.5}$$

Phân tử khí lí tưởng có kích thước rất nhỏ có thể coi như chất điểm, chuyển động tịnh tiến của nó ứng với 3 bậc tự do[1]. Nếu động năng chuyển động nhiệt của phân tử được phân bố đều theo các bậc tự do thì mỗi bậc tự do ứng với động năng $\frac{1}{2}kT$. Người ta thừa nhận điều này và gọi đó là nguyên lí phân bố đều năng lượng theo các bậc tự do.

Từ công thức (2.5) cho biết động năng trung bình trong chuyển động nhiệt tịnh tiến của phân tử, ta có thể rút ra các kết quả sau đây :

---

(1) Số bậc tự do của một vật là số thông số cần thiết để xác định vị trí của vật ấy. Để xác định vị trí của chất điểm trong không gian, cần biết 3 toạ độ của nó, như vậy số bậc tự do của chất điểm là 3. Để xác định vị trí của một chất điểm chuyển động trên một đường thẳng (hoặc cong) xác định, thì chỉ cần 1 toạ độ (cong) của vật trên đường đó ; vật có 1 bậc tự do. Để xác định vị trí của vật rắn trong không gian cần biết 3 toạ độ của một điểm của vật, một trục (2 thông số) đi qua điểm ấy và toạ độ góc của vật quanh trục (1 thông số). Vật rắn có 6 bậc tự do.

a) Động năng trung bình $\overline{w}$ không phụ thuộc khối lượng của phân tử

Nếu có hạt nhỏ tham gia chuyển động nhiệt, ví dụ hạt bụi hay hạt sương rất nhỏ trong không khí, thì động năng trung bình của hạt ấy cũng tính được theo công thức (2.5). Nếu biết khối lượng m của phân tử (hay hạt) thì tính được vận tốc quân phương của hạt ở nhiệt độ T :

$$\overline{w} = \frac{1}{2}m\overline{v^2} = \frac{3}{2}kT$$

$$\overline{v^2} = \frac{3kT}{m} \tag{2.6}$$

Vận tốc căn quân phương v_{cqp}:

$$v_{cqp} = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} \tag{2.7}$$

Ví dụ 1. Phân tử nitơ có khối lượng $m = \dfrac{28.10^{-3}}{6,02.10^{23}} = 4,65.10^{-26}$ kg. Vận tốc căn quân phương ở 300 K là :

$$v_{cqp} = \sqrt{\frac{3.1,38.10^{-23}.300}{4,65.10^{-26}}} = 517 \text{ m/s}$$

Ví dụ 2. Tìm vận tốc căn quân phương của chuyển động nhiệt của hạt sương đường kính 10 μm trong không khí ở 7°C.

Động năng trung bình của hạt sương : $\overline{w} = \dfrac{3}{2}kT = 5,8.10^{-21}$ J.

Khối lượng của hạt sương :

$$m = \frac{4}{3}\pi r^3 d = \frac{4}{3}.3,14.(10^{-6})^3.1000 = 4,2.10^{-15} \text{ kg.}$$

Vận tốc quân phương : $\overline{v^2} = \dfrac{2\overline{w}}{m} = \dfrac{11,6.10^{-21}}{4,2.10^{-15}} = 2,76.10^{-6}$ m/s².

Vận tốc căn quân phương : $v_{cqp} = \sqrt{\overline{v^2}} = 1,7.10^{-3}$ m/s.

Hạt sương có cùng động năng với phân tử nitơ, nhưng có khối lượng lớn hơn 11 bậc (cỡ 10^{11} lần) nên vận tốc căn quân phương của chuyển động nhiệt nhỏ hơn quá năm bậc.

b) Động năng trung bình chỉ phụ thuộc nhiệt độ

Sự phụ thuộc là tỉ lệ thuận, rất đơn giản. Từ kết quả này có thể cho rằng động năng trung bình của phân tử là số đo chuyển động nhiệt và cũng là số đo nhiệt độ. Động năng trung bình của phân tử càng lớn thì nhiệt độ càng cao.

Người ta có thể định nghĩa nhiệt độ tuyệt đối T là đại lượng tỉ lệ thuận với động năng trung bình $\overline{w}$ của chuyển động nhiệt của phân tử. Hệ số tỉ lệ được chọn sao cho phù hợp với công thức (2.5) :

$$T = \frac{2\overline{w}}{3k} \tag{2.8}$$

c) Động năng trung bình của phân tử cho biết giới hạn dưới của độ chính xác của phép đo

Theo công thức (2.5) thì một hạt bất kì tham gia chuyển động nhiệt không thể đứng yên ở một vị trí cân bằng. Ví dụ treo một vật nặng ở đầu dưới một sợi dây. Theo quy luật của tĩnh học, vật cân bằng ở vị trí mà dây treo trùng với đường thẳng đứng đi qua trọng tâm của vật. Vật tham gia chuyển động nhiệt vì các phân tử tạo nên vật chuyển động hỗn loạn và các phân tử của không khí, của dây treo va chạm vào vật trong chuyển động nhiệt. Vật nặng cũng có động năng trung bình $\frac{3}{2}kT$. Động năng này là động năng chuyển động tịnh tiến của vật trong không gian ba chiều (ứng với ba bậc tự do). Vì động năng này nên vật luôn luôn dao động về mọi phía trên mặt phẳng nằm ngang và không đứng yên ở vị trí cân bằng. Động năng dao động theo một hướng xác định (ứng với một bậc tự do) là $\frac{1}{2}kT$ nếu ta thừa nhận là động năng phân bố đều theo các bậc tự do. Biên độ căn quân phương của dao động của vật nặng có thể tính được và nói chung là rất nhỏ có thể bỏ qua. Tuy vậy, nếu thực hiện phép đo toạ độ của vật rắn nói trên một cách thật chính xác thì rõ ràng rằng sai số của phép do phải lớn hơn biên độ căn quân phương của dao động. Dù máy móc tinh xảo đến đâu, thì độ chính xác cũng không thể nhỏ hơn biên độ đó. Suy rộng ra, mọi phép đo của vật lí đều có một giới hạn dưới của độ chính xác. Giới hạn này tồn tại vì có chuyển động nhiệt của các phân tử tạo thành mọi vật. Có thể cảm nhận trực tiếp diều này khi nghe âm thanh được xử lí (phóng đại, truyền, ghi) bằng các dụng cụ điện tử. Khi không có âm thanh ngoài đưa vào, máy vẫn có tiếng rì rào nho nhỏ (gọi là phông hay tiếng ồn), máy càng tốt thì tiếng rì rào này càng nhỏ nhưng không thể loại trừ hết được. Nếu đưa một âm thanh ngoài vào máy mà khi ra âm thanh nhỏ hơn tiếng rì rào thì không thể nhận biết (nghe) được âm thanh này.

2.4. Suy ra phương trình Cla-pê-rôn – Men-đê-lê-ép

Từ thuyết động học phân tử suy ra phương trình cơ bản (2.3) :

$$p = \frac{2}{3} n\overline{w}$$

Tiếp theo, dựa vào định nghĩa nhiệt độ (2.8) ta có biểu thức (2.5) của $\overline{w}$, thay biểu thức này vào (2.3) thì nhận được :

$$p = nkT$$

Phương trình này chính là (1.6), tương đương với phương trình C-M, đã được thiết lập ở chủ đề 1. Như vậy là ta đã dùng thuyết động học phân tử và định nghĩa nhiệt độ để suy ra phương trình C-M. Từ phương trình này có thể suy ra các định luật của chất khí. Ví dụ cho T = hằng số, ta có pV = hằng số (định luật Bôi-lơ – Ma-ri-ốt). Cho V = hằng số, ta có $\frac{p}{T} =$ hằng số (định luật Sác-lơ). Đây là cách thiết lập các định luật của chất khí bằng lí thuyết. Kết quả của cách làm này phù hợp với thực nghiệm.

2.5. Sự truyền nhiệt và nhiệt dung

Xét hai vật A và B tiếp xúc với nhau. Nếu vật A nóng hơn vật B (có nhiệt độ $T_A > T_B$) thì động năng trung bình của chuyển động nhiệt $\overline{w_A}$ của A lớn hơn $\overline{w_B}$ của B. Động năng chuyển động nhiệt của A sẽ truyền một phần sang B. Kết quả là vật A giảm nhiệt độ (động năng) còn vật B tăng nhiệt độ (động năng). Người ta nói rằng có một nhiệt lượng truyền từ vật A sang vật B. Theo quan điểm vật lí phân tử thì *nhiệt lượng là phần năng lượng được truyền dưới dạng động năng chuyển động nhiệt của phân tử.*

Để tăng nhiệt độ của 1 mol khí lên 1 K ($\Delta T = 1$ K) mà *không thay đổi thể tích* (không sinh công) cần tăng động năng chuyển động nhiệt của N_A (số A-vô-ga-đrô) phân tử lên một lượng ΔQ. Nhiệt dung mol đẳng tích của khí chính là :

$$C_V = \left(\frac{\Delta Q}{\Delta T}\right)_{V=\text{const}} = \Delta Q \qquad (\text{vì } \Delta T = 1)$$

Với *khí đơn nguyên tử* (mỗi phân tử chỉ là một nguyên tử, ví dụ : He, Ne...) thì phân tử coi như chất điểm có 3 bậc tự do :

$$\overline{w} = \frac{3}{2}kT$$

ta tính được *nhiệt dung mol đẳng tích của khí đơn nguyên tử*

$$C_V = \Delta Q = N_A \frac{3}{2}k\Delta T = \frac{3}{2}N_A k = \frac{3}{2}R \qquad (2.9)$$

Với *khí lưỡng nguyên tử* (mỗi phân tử gồm hai nguyên tử, ví dụ : O_2, H_2..., HCl, CO,...) thì phân tử coi như hai chất điểm liên kết với khoảng cách không đổi. Để xác định vị trí phân tử cần xác định trọng tâm (3 toạ độ) và hướng của đường thẳng nối hai nguyên tử (2 thông số), phân tử lưỡng nguyên tử có 5 bậc tự do. Mỗi bậc tự do ứng với một động năng là $\frac{1}{2}kT$. Động năng chuyển động nhiệt của phân tử lưỡng nguyên tử là :

$$\overline{w} = \frac{5}{2}kT$$

từ đó suy ra *nhiệt dung mol đẳng tích của khí lưỡng nguyên tử* :

$$C_V = N_A \frac{5}{2}k\Delta T = \frac{5}{2}kN_A = \frac{5}{2}R \qquad (2.10)$$

Đối với *khí đa nguyên tử* (mỗi phân tử gồm từ 3 nguyên tử trở lên, ví dụ : H_2O, CO_2, NH_3, CH_4...) thì phân tử là một vật rắn có 6 bậc tự do. Ta suy ra rằng :

$$C_V = N_A \frac{6}{2}k\Delta T = \frac{6}{2}R \qquad (2.11)$$

2.6. Mô hình khí thực, giải thích phương trình trạng thái Van đe Van-xơ

Đối với khí thực, ở áp suất không quá nhỏ thì cấu trúc phân tử có khác so với mô hình khí lí tưởng đã nêu ở mục 2.1. Cụ thể là :

– Phân tử khí có kích thước nhỏ nhưng không thể bỏ qua được so với khoảng cách trung bình giữa hai phân tử lân cận.

– Lực tương tác giữa hai phân tử lân cận, ở khoảng cách trung bình đối với nhau, tuy nhỏ nhưng cũng đáng kể và là lực hút.

Từ những giả thiết nêu trên, chúng ta có thể lập luận để sửa lại phương trình trạng thái C-M và dẫn đến phương trình Van de Van-xơ (VĐV).

Đối với 1 mol khí thì phương trình C-M là :

$$pV = RT$$

Đối với khí lí tưởng, mỗi phân tử coi như chất điểm chuyển động tự do trong toàn bộ thể tích V. Đối với khí thực, mỗi phân tử chỉ chuyển động trong thể tích (V – b) ; trong đó b là tổng thể tích của các phân tử trong 1 mol khí (N_A phân tử, N_A là số A-vô-ga-đrô). Như vậy, cần phải sửa lại phương trình C-M bằng cách :

thay V bằng (V – b) (a)

Bây giờ ta chú ý rằng khi xây dựng phương trình C-M chúng ta đã bỏ qua lực tương tác giữa các phân tử ngoài lúc va chạm, áp suất p tác dụng lên thành bình do va chạm của các phân tử cũng là áp suất ở trong lòng chất khí. Đối với khí thực, áp suất ở trong chất khí bằng áp suất p ở thành bình cộng với áp suất nội tại p_i do có lực hút lẫn nhau của các phân tử khí thực ngoài lúc va chạm. Có thể xác định áp suất nội tại p_i bằng lập luận đơn giản sau đây. Lấy hai phần tử thể tích lân cận A và B trong chất khí, do có lực tương tác phân tử, hai tập hợp phân tử trong thể tích A và thể tích B hút nhau. Áp suất nội tại p_i sẽ tỉ lệ với lực hút này. Mỗi phân tử trong A bị tất cả các phân tử trong B hút, tổng hợp các lực hút đặt lên một phân tử trong A thì tỉ lệ với mật độ phân tử n_B trong thể tích B. Tổng các lực hút đặt lên tất cả các phân tử trong A thì tỉ lệ với mật độ phân tử n_A trong thể tích A. Tổng này chính là lực hút của tập hợp phân tử trong thể tích B tác dụng lên tập hợp phân tử trong thể tích A, lực này tỉ lệ với $n_A.n_B$. Trong cùng một khối khí ở trạng thái cân bằng thì mật độ phân tử tại mọi phần đều có cùng một giá trị : $n_A = n_B = n$.

Như vậy thì áp suất nội tại p_i tỉ lệ với các đại lượng sau đây :

$$p_i \sim n^2 \sim \rho^2 \sim \frac{1}{V^2}$$

trong đó ρ là mật độ khối lượng khí. Như vậy thì cần phải sửa lại thêm phương trình C-M bằng cách :

thay p bằng $p + p_i = p + \dfrac{a}{V^2}$ (b)

a là hằng số tỉ lệ, phụ thuộc vào đặc điểm của từng chất khí.

Thực hiện đồng thời hai sự sửa đổi (a) và (b), ta có phương trình VĐV đối với 1 mol khí thực :

$$\left(p+\frac{a}{V^2}\right)(V-b)=RT$$

Nếu xét một lượng khí thực có khối lượng m và khối lượng mol là μ thì các hệ số a và b đối với 1 mol cần phải thay đổi, vì bây giờ ta có $\frac{m}{\mu}$ mol.

Tổng thể tích các phân tử trong $\frac{m}{\mu}$ mol là $\frac{m}{\mu}$ b.

Với cùng một thể tích V, n^2 tăng lên $\left(\frac{m}{\mu}\right)^2$ lần : a thay bằng $\frac{m^2}{\mu^2}$a. Vậy đối với lượng khí này, phương trình VĐV là :

$$\left(p+\frac{m^2}{\mu^2}\frac{a}{V^2}\right)(V-\frac{m}{\mu}b)=\frac{m}{\mu}RT$$

Đây chính là phương trình 1.7 đã nêu lên ở chủ đề 1. Sau đây là các hệ số a và b đối với một vài chất :

Với ôxi : $a = 0{,}137\ Nm^2/mol^2$; $b = 0{,}03\ m^3/mol$.

Với hiđrô : $a = 0{,}024\ Nm^2/mol^2$; $b = 0{,}02\ m^3/mol$.

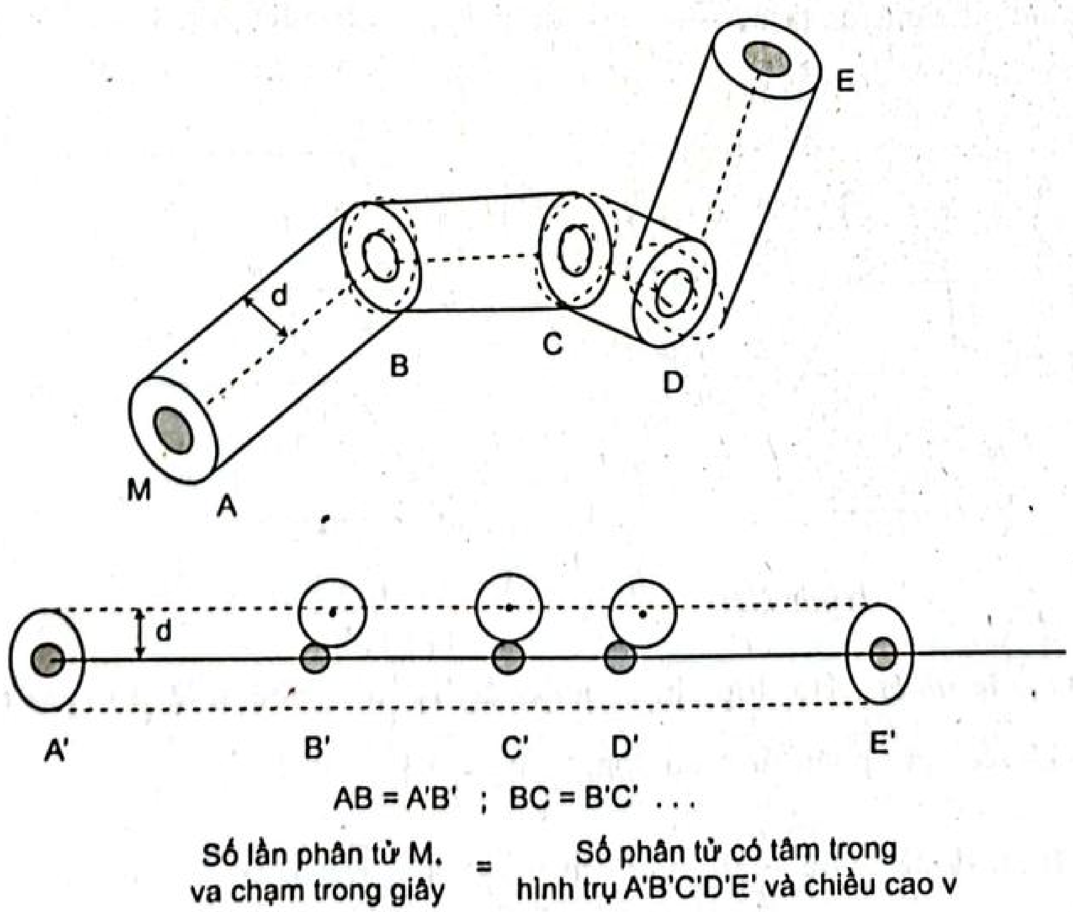
Cần chú ý rằng mô hình và lập luận trên đây còn ở mức độ thô sơ. Kết quả của nó là phương trình trạng thái VĐV cũng chỉ là gần đúng, tuy nhiên phương trình này gần đúng với trạng thái của khí thực hơn là phương trình C-M.

2.7. Quãng đường tự do trung bình

Khi phân tử khí chuyển động vì nhiệt, nó va chạm vào các phân tử khác : quãng đường giữa hai va chạm nối tiếp λ gọi là quãng đường tự do của phân tử, λ có thể có các giá trị khác nhau. Giả thiết rằng phân tử có dạng hình cầu, đường kính d, chuyển động với vận tốc v. Trong 1 giây đồng hồ (sec), phân tử đi được quãng đường có độ dài v, nó va chạm với những phân tử khác có tâm cách đường đi một khoảng nhỏ hơn d, tức là có tâm nằm trong thể tích hình trụ đáy là đường tròn bán kính d, chiều cao là v, thể tích là $\pi d^2 v$ (hình 2.2). Gọi n là số phân tử có trong một đơn vị thể tích, nếu các phân tử đều đứng yên chỉ có một phân tử chuyển động thì số va chạm trong một đơn vị thời gian là $n\pi d^2 v$, thực ra thì tất cả các phân tử đều chuyển động cho nên số va chạm mà mỗi phân tử chịu trong một đơn vị thời gian là lớn hơn, số ấy bằng $\sqrt{2}n\pi d^2 v$. Từ đó suy ra rằng quãng đường tự do trung bình $\overline{\lambda}$ có giá trị là :

$$\overline{\lambda} = \frac{v}{\sqrt{2}n\pi d^2 v} = \frac{1}{\sqrt{2}n\pi d^2} \qquad (2.12)$$

Quãng đường tự do trung bình phụ thuộc vào áp suất p theo tỉ lệ nghịch (vì $p = nkT$), ở áp suất thấp $\overline{\lambda}$ có giá trị lớn, khi $\overline{\lambda}$ có giá trị lớn hơn kích thước của bình chứa khí thì có thể coi như phân tử khí chỉ va chạm vào thành bình mà không va chạm với nhau. Khí như vậy gọi là khí kém.



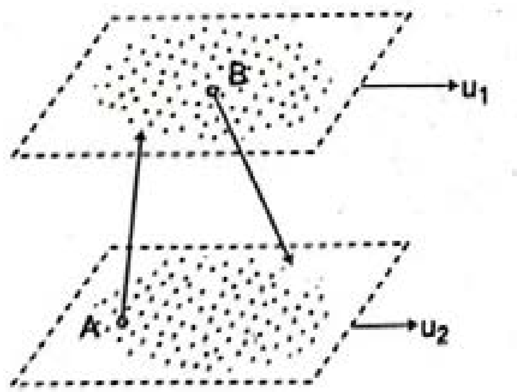
Hình 2.2

2.8. Hiện tượng chuyển trong chất khí

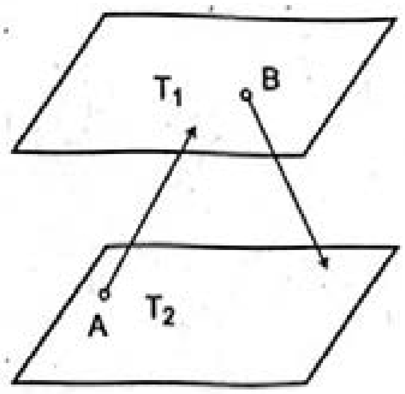
Do chuyển động nhiệt, phân tử chất khí chuyển động hỗn loạn, đồng thời chuyển từ vùng nọ tới vùng kia và tạo nên những hiện tượng gọi là hiện tượng chuyển trong chất khí.

a) Khuếch tán : Cho hai chất khí khác nhau tiếp xúc với nhau, phân tử của khí này thâm nhập vào khí kia trong quá trình chuyển động hỗn loạn vì nhiệt, hiện tượng ấy gọi là khuếch tán. Khuếch tán là quá trình chuyển vật chất (hay chuyển khối lượng).

b) Nội ma sát : Hai dòng khí có vận tốc vĩ mô u_1 và u_2 khác nhau ($u_1 > u_2$) tiếp xúc với nhau (hình 2.3). Do khuếch tán phân tử từ dòng nọ chuyển sang dòng kia mang theo động lượng của chuyển động vĩ mô, phân tử A mang động lượng mu_2, phân tử B mang động lượng mu_1, kết quả tổng hợp là lớp khí chuyển động nhanh đã chuyển động lượng $m(u_1 - u_2)$ cho lớp chậm. Gọi Δt là thời gian chuyển, lực tác dụng sẽ là $m\dfrac{(u_1 - u_2)}{\Delta t}$, đó là lực nội ma sát giữa hai dòng khí.



Hình 2.3



Hình 2.4

c) Dẫn nhiệt : Hai lớp khí có nhiệt độ T_1 và T_2 chênh lệch ($T_1 > T_2$) (hình 2.4). Do khuếch tán phân tử A có động năng $\dfrac{3}{2}kT_2$ chuyển sang lớp kia; ngược lại phân tử B có động năng $\dfrac{3}{2}kT_1$ chuyển ngược lại. Kết quả là động năng chuyển động hỗn loạn (nhiệt lượng), chuyển một lượng $\dfrac{3}{2}k(T_1 - T_2)$ từ lớp trên đến lớp dưới.

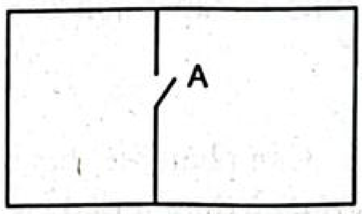
Bài tập ví dụ

2.1. Trong ngăn bên trái của một bình có chứa hỗn hợp hai khí heli và hiđrô với áp suất riêng phần bằng nhau. Ngăn bên phải là chân không. Mở lỗ thông A trong một thời gian ngắn rồi đóng lại. Tính tỉ số áp suất riêng phần của heli và hiđrô trong ngăn bên phải.

Giải.

Trong thời gian mở lỗ thông, những phân tử nào tới lỗ sẽ đi qua và sang ngăn phải tạo nên áp suất riêng phần p_1 (của heli) và p_2 (của hiđrô) trong ngăn này, ta sẽ có :

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{z_1}{z_2} = \frac{n_1\overline{v_1}}{n_2\overline{v_2}}$$



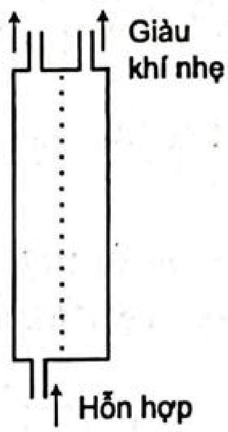
Hình 2.5

n_1 và n_2 lần lượt là mật độ phân tử heli và hiđrô trong ngăn trái, chúng bằng nhau. $\overline{v}_1$ và $\overline{v}_2$ lần lượt là vận tốc trung bình của phân tử heli và hiđrô ở cùng nhiệt độ, chúng tỉ lệ nghịch với căn số của khối lượng mol :

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{\overline{v_1}}{\overline{v_2}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu_1}} : \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu_2}} = \sqrt{\frac{\mu_2}{\mu_1}} = \sqrt{\frac{2}{4}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

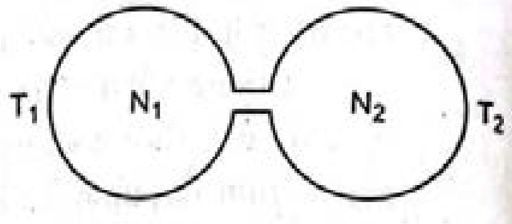
Khí mà khối lượng mol nhỏ sẽ qua lỗ hổng nhanh hơn và có áp suất riêng phần ở ngăn phải lớn hơn.

Ghi chú : Hiện tượng khuếch tán nhiệt có cơ chế tương tự hiện tượng trên. Một hỗn hợp hai khí có khối lượng phân tử khác nhau (và khối lượng mol khác nhau), sau khi khuếch tán qua một vách xốp hỗn hợp trở nên giàu hơn về thành phần khí nhẹ. Đó là nguyên tắc vật lí của quá trình làm giàu U^{235}, một quá trình kĩ thuật rất quan trọng trong công nghiệp hạt nhân (hỗn hợp hai khí F_6U^{235} và F_6U^{238} được khuếch tán nhiệt nhiều tầng để giàu F_6U^{235} sau đó từ F_6U^{235} tách ra U^{235} để dùng cho phản ứng phân hạch).



Hình 2.6

2.2. Hai bình có thể tích bằng nhau V và thông với nhau bởi một ống có tiết diện nhỏ (hình 2.7) được giữ ở hai nhiệt độ khác nhau T_1 và T_2. Lượng khí chứa trong hai bình có tổng số phân tử là N. Ở trạng thái dừng (lượng khí trong mỗi bình có số phân tử không đổi) số phân tử N_1 và N_2 trong từng bình là bao nhiêu ?



Hình 2.7

Giải.

Cần phân biệt hai trường hợp : áp suất trong bình thấp (khí kém) và không thấp (quãng đường tự do trung bình của phân tử khí nhỏ hơn kích thước của bình).

Ở áp suất thấp (khí kém) trạng thái dừng được thiết lập khi số phân tử z_1 qua ống từ trái sang phải bằng số phân tử z_2 từ phải sang trái trong cùng khoảng thời gian.

Từ $z_1 = z_2$ suy ra $n_1\overline{v_1} = n_2\overline{v_2}$ (2.13)

n_1 là mật độ phân tử trong bình phía trái, n_2 trong bình phía phải.

$$\overline{v_1} \sim \sqrt{T_1},\ \overline{v_2} \sim \sqrt{T_2},\ n_1V = N_1,\ n_2V = N_2$$

Từ (2.6) suy ra : $N_1\sqrt{T_1} = N_2\sqrt{T_2}$

hay là $\dfrac{N_1}{\sqrt{T_2}} = \dfrac{N_2}{\sqrt{T_1}} = \dfrac{N_1 + N_2}{\sqrt{T_2} + \sqrt{T_1}} = \dfrac{N}{\sqrt{T_2} + \sqrt{T_1}}$

Từ đó suy ra : $N_1 = N\dfrac{\sqrt{T_2}}{\sqrt{T_1} + \sqrt{T_2}}$; $N_2 = N\dfrac{\sqrt{T_1}}{\sqrt{T_1} + \sqrt{T_2}}$.

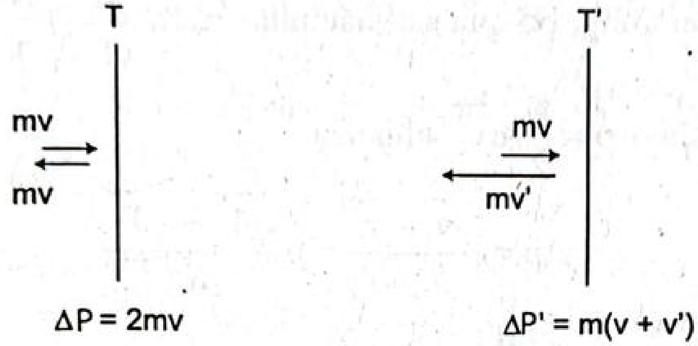
Ở áp suất không thấp (quãng đường tự do < kích thước bình) trạng thái dừng được thiết lập khi có cân bằng áp suất giữa hai bình, $p_1 = p_2$ mà $p = nkT$, nên :

$$n_1kT_1 = n_2kT_2 \tag{2.14}$$

suy ra : $\dfrac{N_1}{T_2} = \dfrac{N_2}{T_1} = \dfrac{N_1 + N_2}{T_2 + T_1} = \dfrac{N}{T_1 + T_2}$; tức là : $N_1 = N\dfrac{T_2}{T_1 + T_2}$; $N_2 = N\dfrac{T_1}{T_1 + T_2}$.

2.3. Một lượng khí kém có nhiệt độ T và áp suất p, nếu đưa nhiệt độ của thành bình tới T' > T thì áp suất p' do khí tác dụng lên thành bình sẽ như thế nào ?

Giải.



a) Thành bình có nhiệt độ T bằng nhiệt độ của khí

b) Thành bình có nhiệt độ T' > T (nhiệt độ của chất khí)

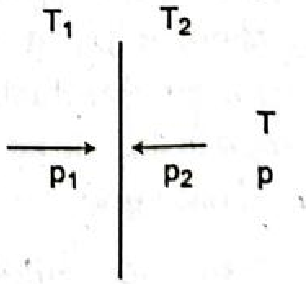
Hình 2.8

Nếu thành bình có nhiệt độ T' lớn hơn nhiệt độ T của chất khí thì mỗi phân tử có vận tốc v sau va chạm nảy ra với vận tốc v' (tương ứng với nhiệt độ T' của thành bình) lớn hơn v. Do đó xung lượng mà phân tử truyền cho thành bình là $\Delta P' = m(v + v')$ lớn hơn xung lượng $\Delta P = 2mv$ truyền cho thành bình ở nhiệt độ T.

Bây giờ ta xét áp suất p và p' : $p = \overline{z}\Delta P$ còn $p' = \overline{z}\Delta P'$.

$\overline{z}$ là số va chạm (trung bình) của phân tử lên đơn vị diện tích thành bình trong đơn vị thời gian. Cuối cùng p' > p.

2.4. Một tấm mà hai mặt có nhiệt độ khác nhau T_1 và T_2 được đặt trong khí kém có nhiệt độ T và áp suất p. Tính hiệu số áp suất tác dụng lên hai mặt của tấm.



Hình 2.9

Giải.

Áp suất p_1 tác dụng lên mặt có nhiệt độ T_1 là :

$$p_1 = \overline{z}m\overline{(v + v_1)} = \frac{n}{4}m\overline{vv_1} + \frac{n}{4}m\overline{v^2}$$

Áp suất p_2 tác dụng lên mặt có nhiệt độ T_2 là :

$$p_2 = \frac{n}{4}m\overline{vv_2} + \frac{n}{4}m\overline{v^2}$$

Hiệu số áp suất là (giả thiết $T_1 > T_2$) :

$$\Delta p = p_1 - p_2 = \frac{n}{4} m\overline{v}(\overline{v_1} - \overline{v_2})$$

Nếu tính gần đúng, bỏ qua sự khác nhau giữa $\overline{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$ và $\sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}$

thì có thể tính Δp theo $p = \frac{n}{2} m\overline{v^2}$ như sau :

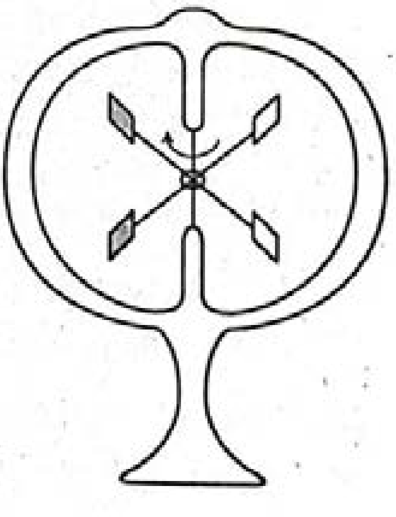
$$\Delta p = p\frac{\overline{v_1} - \overline{v_2}}{2\overline{v}} = p\frac{\sqrt{T_1} - \sqrt{T_2}}{2\sqrt{T}}$$

Nếu tính chi tiết hơn thì :

$$\Delta p = p\frac{\overline{v}(\overline{v_1} - \overline{v_2})}{2\overline{v^2}} = p\frac{8}{3\pi}\frac{\sqrt{T_1} - \sqrt{T_2}}{2\sqrt{T}}$$

Ghi chú : Hiện tượng nói trên gọi là *hiệu ứng bức xạ*. Có thể khảo sát hiệu ứng bức xạ qua thí nghiệm sau đây :

Lấy những tấm nhẹ một mặt phản xạ ánh sáng, một mặt bôi đen (hấp thụ ánh sáng) làm cánh của một cái chong chóng (hình 2.10). Chong chóng có thể quay quanh một trục thẳng đứng đặt trong một cái bình thuỷ tinh đã được hút gần hết khí (áp suất rất thấp đến mức quãng đường tự do lớn hơn kích thước của bình). Các mặt đen và các mặt phản xạ của cánh được bố trí sao cho khi chong chóng quay theo một chiều (ví dụ chiều mũi tên trên hình 2.10) thì tất cả các mặt đen đều lùi và tất cả các mặt phản xạ đều tiến hoặc ngược lại.



Hình 2.10

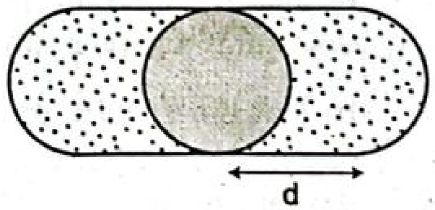
Nếu chiếu sáng theo phương nằm ngang từ một phía bất kì hay từ mọi phía thì chong chóng quay theo chiều mặt đen lùi và vận tốc quay càng lớn nếu cường độ bức xạ càng lớn. Sở dĩ như vậy vì khi được chiếu sáng mặt đen nóng hơn mặt phản xạ, áp suất tác dụng lên mặt đen lớn hơn lên mặt đối diện (phản xạ), kết quả là mặt đen bị đẩy lùi làm cho chong chóng quay. Hiệu ứng bức xạ có tác dụng ngược chiều với hiệu ứng áp suất ánh sáng, vì vậy khi đo áp suất ánh sáng lần đầu tiên trên thế giới Lê-bê-đép đã phải tìm cách loại bỏ hiệu ứng này.

Đề bài tập

2.5. Theo lí thuyết Mắc-xoen (Maxwell) thì tốc độ trung bình của chuyển động nhiệt của phân tử chất khí có khối lượng mol μ, ở nhiệt độ T là : $\bar{v} = \sqrt{\dfrac{8RT}{\pi\mu}}$. So sánh tốc độ này với tốc độ căn quân phương của cùng phân tử, ở cùng nhiệt độ.

2.6. Xác định độ lệch căn quân phương của con lắc khỏi vị trí cân bằng gây nên bởi chuyển động nhiệt của quả cầu con lắc. Nhiệt độ không khí 27°C. Khối lượng của quả cầu 1 mg. Độ dài con lắc là 10 m.

2.7. Điện kế khung quay có gương treo trên một sợi dây có hằng số xoắn $C = 1{,}38.10^{-15}$ Nm. Một chùm sáng hẹp, song song, chiếu vào gương rồi phản xạ đi tới một màn ảnh cách gương 20 m. Nhiệt độ không khí là 300 K. Nếu không có chuyển động nhiệt thì vệt sáng trên màn ảnh là một hình tròn, do chuyển động nhiệt gương dao động quay quanh trục là dây treo làm cho vệt sáng dao động với biên độ d (hình 2.11). Tính d.



Hình 2.11

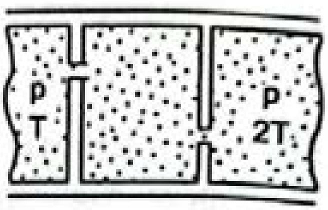
Nếu nhiệt độ không khí và điện kế là 200 K thì d giảm đi bao nhiêu lần ? Hiện tượng này làm cho có một giới hạn nhỏ nhất về cường độ dòng điện mà điện kế không thể đo được. Có cách gì loại bỏ hiện tượng này không ?

2.8. Trong bình có chứa hỗn hợp hai khí mà bán kính phân tử lần lượt là R_1 và R_2. Trong mỗi đơn vị thể tích có n_1 phân tử có bán kính R_1 và n_2 phân tử có bán kính R_2. Tìm quãng đường tự do trung bình của từng loại phân tử.

2.9. Ở điều kiện tiêu chuẩn trong 1 cm^3 hiđrô nguyên tử có chứa $2{,}7.10^{19}$ nguyên tử, bán kính nguyên tử hiđrô là 0,06 nm. Mỗi lần hai nguyên tử hiđrô va chạm với nhau thì chúng hợp thành phân tử. Sau thời gian bao lâu thì 10% số nguyên tử biến đổi thành phân tử hiđrô ?

2.10. Một bình chứa khí ở nhiệt độ T_0 có lỗ nhỏ thông với bên ngoài. Ngoài bình là khí ở áp suất p và nhiệt độ T. Tính áp suất khí trong bình p_0 khi đã đạt tới trạng thái dừng. Khí trong và khí ngoài bình đều là khí kém.

2.11. Một ngăn chứa khí có thành cách nhiệt, thông với hai ngăn bên qua hai lỗ nhỏ bằng nhau. Ngăn bên trái chứa khí ở áp suất p và được giữ ở nhiệt độ T, ngăn bên phải chứa khí ở cùng áp suất p và được giữ ở nhiệt độ 2T (hình 2.12). Khí trong cả 3 ngăn đều là khí kém. Ở trạng thái dừng thì áp suất và nhiệt độ của khí trong ngăn giữa là bao nhiêu ?



Hình 2.12

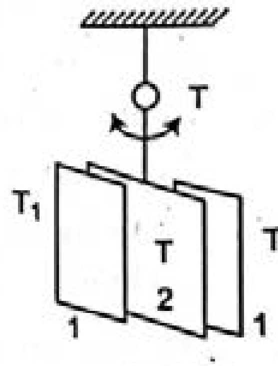
2.12*. *Sự dẫn nhiệt qua thành bình Điu-à* (Dewar)

Bình Điu-a là một bình có hai thành tráng bạc ở mặt đối diện (để giảm bức xạ), giữa hai thành là khí kém (để giảm dẫn nhiệt). Áp suất của khí giữa hai thành bình nhỏ đến mức quãng đường tự do trung bình của phân tử lớn hơn kích thước của bình nhiều lần. Phích nước là một kiểu bình Điu-a.

a) Thiết lập công thức cho sự phụ thuộc của mật độ dòng nhiệt truyền qua thành bình vào nhiệt độ ở hai thành bình và vào mật độ phân tử ở khoảng giữa hai thành bình. Khí giữa hai thành bình là đơn nguyên tử. (Mật độ dòng nhiệt bằng nhiệt lượng truyền qua một đơn vị diện tích đặt vuông góc với phương truyền nhiệt trong một đơn vị thời gian).

b) Hai bình Điu-a giống hệt nhau đặt trong không khí ở 300 K. Một bình chứa đầy nitơ lỏng (sôi ở 77,3 K dưới áp suất khí quyển), bình kia chứa đầy hiđrô lỏng (sôi ở 20,4 K dưới áp suất khí quyển). Tính tỉ số khối lượng M_1 nitơ bay hơi chia cho khối lượng M_2 hiđrô bay hơi trong cùng thời gian. Bỏ qua sự dẫn nhiệt qua miệng bình. Biết ẩn nhiệt hoá hơi của nitơ là $L_1 = 2{,}0.10^5$ J/kg, của hiđrô là $L_2 = 4{,}5.10^5$ J/kg.

2.13*. Áp kế Knút-sen (Knudsen) là loại áp kế để đo các áp suất nhỏ (trong khoảng từ 10 μPa – 1 Pa) dựa trên hiện tượng chênh lệch áp suất do khí kém tác dụng lên hai mặt có nhiệt độ khác nhau của cùng một tấm (gọi là hiệu ứng Knút-sen). Hai bản đứng yên, bản 1 được giữ ở nhiệt độ T_1. Bản 2 treo trên một sợi dây mảnh đàn hồi có thể quay quanh trục là sợi dây đó (hình 2.13). Bản 2 có cùng nhiệt độ T với khí trong áp kế ($T < T_1$).



Hình 2.13

Do nhiệt độ của khí ở hai bên bản 2 khác nhau nên áp suất tác dụng lên hai mặt bản khác nhau, khiến cho nó bị quay đi một góc φ. Tìm biểu thức cho sự phụ thuộc của góc φ vào áp suất p của khí kém trong áp kế và vào các nhiệt độ T, T_1. Biết rằng bản 2 có chiều dài *l* và momen quán tính I đối với trục quay, chu kì dao động tự do của bản quanh trục là τ.

Chủ đề 3

NGUYÊN LÍ THỨ NHẤT (I) CỦA NHIỆT ĐỘNG LỰC HỌC

Lí thuyết

3.1. Mở đầu

a) Giới thiệu về nhiệt động lực học

Nhiệt động lực học (NĐLH), có khi gọi tắt là Nhiệt động học, là ngành học của vật lí xuất hiện từ đầu thế kỉ XIX. Ban đầu, NĐLH nghiên cứu sự chuyển nhiệt lượng thành công cơ học, để làm cơ sở lí thuyết cho hoạt động của các động cơ nhiệt.

Ngày nay NĐLH phát triển và nghiên cứu một đối tượng rộng hơn, đó là sự liên quan giữa các dạng năng lượng khác nhau và ảnh hưởng của sự liên quan đó tới tính chất của các vật. Như vậy, có thể nói rằng : *NĐLH nghiên cứu các quá trình diễn biến trong tự nhiên theo quan điểm biến đổi năng lượng.*

Trong sách giáo khoa Vật lí 10 nâng cao có chương "Cơ sở của NĐLH" trong đó giới thiệu một số nội dung của nguyên lí I và II NĐLH. Chương này của SGK trình bày về NĐLH có kết hợp cả những khái niệm và kiến thức của vật lí phân tử. Trong sách này sẽ tách riêng và nói rõ hơn những kiến thức của NĐLH để bạn đọc thấy rõ hơn về phương pháp luận của một ngành của vật lí học.

NĐLH khái quát hoá một số lớn những kết quả quan sát và thí nghiệm thành bốn định luật cơ bản, thường được gọi là các nguyên lí của NĐLH : nguyên lí số không dẫn đến sự tồn tại của nhiệt độ, nguyên lí thứ nhất (I) là định luật bảo toàn năng lượng có liên quan đến nội năng, nguyên lí thứ hai (II) xác định chiều diễn biến của các quá trình NĐLH, nguyên lí thứ ba Ne-xtơ (Nernst) khẳng định rằng không thể đạt tới không độ tuyệt đối. Bằng phương pháp suy diễn, NĐLH rút ra từ bốn nguyên lí đó những kết luận về các quá trình cụ thể được xem xét. NĐLH không nghiên cứu cơ chế vi mô của các quá trình biến đổi nhiệt, đó là công việc của vật lí phân tử.

Trước khi tìm hiểu nội dung của các nguyên lí, chúng ta hãy nghiên cứu một số khái niệm cơ bản của NĐLH.

b) Các thông số xác định trạng thái

Một vật hoặc một nhóm vật, bao gồm một số rất lớn hạt (nguyên tử hoặc phân tử) gọi là một hệ vĩ mô. Kích thước hệ vĩ mô lớn hơn rất nhiều so với kích thước nguyên tử (cỡ 10^{-8} cm) hoặc phân tử.

Trạng thái của một hệ vĩ mô được đặc trưng bởi một số đại lượng vật lí gọi là *thông số xác định trạng thái*, hay gọi là thông số. Ví dụ : áp suất p, thể tích V và nhiệt độ T là các thông số xác định trạng thái của một lượng khí nào đó, lượng khí bao gồm một số rất lớn các phân tử là một hệ vĩ mô.

Có thể phân biệt hai loại thông số : *thông số ngoài* xác định bởi các vật bao quanh hệ, ví dụ thể tích V của một lượng khí là một thông số ngoài, nó phụ thuộc kích thước của bình chứa khí ; *thông số trong* đặc trưng cho chính hệ mà ta xét, áp suất p và nhiệt độ T của một lượng khí là hai thông số trong của hệ (lượng khí đó).

c) Trạng thái cân bằng. Thông số nhiệt động lực học

Người ta nói rằng một hệ ở trạng thái dừng nếu các thông số có giá trị không đổi theo thời gian. Ngoài ra nếu không có dòng dừng xảy ra trong hệ, dưới tác dụng từ bên ngoài, thì hệ ở trạng thái cân bằng nhiệt động lực học, gọi tắt là cân bằng nhiệt động. Ở trạng thái cân bằng nhiệt động (NĐ) mỗi thông số bất kì chỉ có một giá trị đối với toàn bộ hệ, ví dụ một vật ở trạng thái cân bằng NĐ thì mọi điểm của vật đều có cùng nhiệt độ. Thông thường người ta dùng danh từ *hệ nhiệt động* để chỉ hệ vĩ mô ở trạng thái cân bằng NĐ. Thông số NĐLH, gọi tắt là *thông số nhiệt động* là thông số đặc trưng cho hệ ở trạng thái cân bằng NĐ.

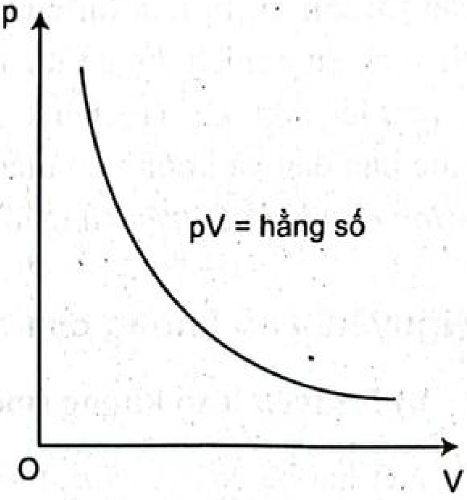
NĐLH thừa nhận rằng ở một hệ cô lập (không traỏ đổi năng lượng và vật chất với bên ngoài) *tồn tại trạng thái cân bằng nhiệt động, hệ chuyển tới trạng thái này theo thời gian và hệ không thể tự nó chuyển ra khỏi trạng thái này*. Điều thừa nhận này là tiên đề cơ bản của NĐLH.

d) Quá trình cân bằng

Xét một hệ ở trạng thái cân bằng, các thông số NĐLH của hệ có giá trị xác định, không biến đổi theo thời gian.

Nếu có một vài thông số của hệ biến đổi theo thời gian thì chúng ta nói rằng có quá trình xảy ra trong hệ. Ví dụ, khi thể tích tăng thì xảy ra quá trình dãn của hệ, khi nhiệt độ tăng thì xảy ra quá trình làm nóng hệ...

Quá trình gọi là *cân bằng* hay *chuẩn tĩnh* nếu tất cả các thông số của hệ biến đổi vô cùng chậm, khiến cho hệ luôn luôn ở các trạng thái cân bằng nối tiếp nhau. Nếu không được như thế thì quá trình là không cân bằng. Quá trình cân bằng là một chuỗi kế tiếp các trạng thái cân bằng, các thông số NĐ có giá trị xác định, nếu chọn hệ trục toạ độ mà mỗi trục biểu diễn một thông số (ví dụ hoành độ biểu diễn thể tích V, tung độ biểu diễn áp suất p) thì mỗi trạng thái cân bằng của hệ biểu diễn bằng một điểm. Quá trình cân bằng được biểu diễn bởi một chuỗi nối tiếp các điểm biểu diễn các trạng thái cân bằng, chuỗi các điểm đó hợp lại thành đường biểu diễn quá trình cân bằng. Hình 3.1 vẽ đường biểu diễn một quá trình cân bằng trên đồ thị p-V. Quá trình không cân bằng thì không biểu diễn được đồ thị, vì mỗi trạng thái trung gian trong quá trình không phải là trạng thái cân bằng, thông số của hệ không có giá trị xác định và không thể biểu diễn một trạng thái trung gian bằng một điểm.



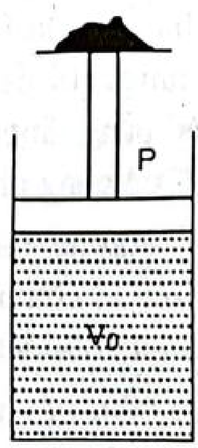
Hình 3.1

Trong tự nhiên, các quá trình đều không cân bằng, tuy nhiên những quá trình diễn biến chậm có thể coi gần đúng là quá trình cân bằng.

e) Quá trình thuận nghịch

Người ta gọi *quá trình thuận nghịch là quá trình có thể xảy ra cả theo chiều thuận, lẫn chiều nghịch ; khi quá trình xảy ra theo chiều nghịch thì hệ trải qua các trạng thái trung gian đúng y như khi xảy ra theo chiều thuận (nhưng với thứ tự ngược lại). Ngoài ra, sau khi quá trình diễn biến theo chiều nghịch đã được thực hiện, hệ trở về trạng thái ban đầu, thì không có biến đổi gì trong môi trường xung quanh hệ.*

Có thể xét ví dụ sau đây (hình 3.2) : một xilanh chứa khí, trên có pit-tông P, mặt trên pit-tông có một đống cát nhỏ. Khí trong xilanh ở trạng thái cân bằng với thể tích V_0. Nếu lấy bớt cát trên pit-tông từng lượng rất nhỏ và chậm, khí dãn ra rất chậm qua các trạng thái cân bằng tới thể tích $V > V_0$. *Quá trình dãn khí là cân bằng*. Nếu sau khi khí giãn, ta lại cho từng lượng cát rất nhỏ và chậm lên trên pit-tông cho đến khi đống cát có trọng lượng như



Hình 3.2

ban đầu thì khí lại bị nén rất chậm về thể tích ban đầu V_0. Thế là quá trình diễn biến theo chiều nghịch được thực hiện và lượng khí lại trải qua các trạng thái trung gian y như lúc dãn, khi thể tích khí trở về giá trị V_0 thì lượng cát trên pit-tông đúng bằng lúc ban đầu và không có biến đổi gì trong môi trường xung quanh lượng khí. *Quá trình dãn khí nói trên cũng là quá trình thuận nghịch.*

3.2. Nguyên lí số không của nhiệt động lực học – Nhiệt độ

a) Nguyên lí số không (mở rộng)

Xét hai hệ NĐ A và B, mỗi hệ ở trạng thái cân bằng NĐ riêng rẽ. Đưa hai hệ này đến tiếp xúc nhiệt với nhau, nếu chúng kết hợp lại ngay thành một hệ lớn ở trạng thái cân bằng NĐ mà không có trao đổi nhiệt, thì ta nói rằng hai hệ A và B cân bằng nhiệt với nhau.

Có ba hệ NĐ A, B và C. Nếu A và C riêng rẽ cân bằng nhiệt với B thì A và C cân bằng nhiệt với nhau, đó là nguyên lí số không NĐLH. Theo nguyên lí này thì sự cân bằng nhiệt giữa hai hệ NĐ có tính chất bắc cầu : *A cân bằng nhiệt với B, B cân bằng nhiệt với C thì A cân bằng nhiệt với C.*

Chú ý rằng, nếu hai hệ NĐ tiếp xúc nhiệt với nhau mà không cân bằng nhiệt với nhau thì sẽ có truyền nhiệt từ hệ này sang hệ kia và do đó, có sự biến đổi trong cả hai hệ, cuối cùng sẽ dẫn đến cân bằng nhiệt giữa hai hệ, nhưng lúc đó thì hai hệ đều đã chuyển sang trạng thái khác với trạng thái cân bằng NĐ ban đầu của mỗi hệ khi chúng chưa tiếp xúc với nhau. Sự cân bằng nhiệt giữa hai hệ được thiết lập sau khi có truyền nhiệt từ hệ nọ sang hệ kia thì không tuân theo nguyên lí số không nói trên.

Xuất phát từ nguyên lí số không, chúng ta có thể đặc trưng cho trạng thái cân bằng NĐ của một hệ bất kì bằng một đại lượng T, gọi là nhiệt độ với quy ước rằng hai hệ cân bằng nhiệt với nhau thì có cùng nhiệt độ. Nếu hệ B lần lượt cân bằng nhiệt với hai hệ A và C mà không có biến đổi trạng thái trong hệ B giữa hai lần cân bằng nhiệt, thì hai hệ A và C nếu tiếp xúc nhiệt với nhau sẽ cân bằng nhiệt : A và C có cùng nhiệt độ.

Hai hệ cân bằng NĐ tiếp xúc với nhau, nếu không có ngay cân bằng nhiệt thì nhiệt độ của hai hệ là khác nhau, sẽ có sự truyền nhiệt từ hệ nọ sang hệ kia, hệ cho nhiệt có nhiệt độ lớn hơn hệ nhận nhiệt.

Như vậy nhiệt độ là một thông số đặc trưng cho trạng thái cân bằng NĐ của một hệ, cũng có thể nói nhiệt độ là một thông số đặc trưng cho hệ NĐLH.

b) Xác định nhiệt độ

Như ta đã biết, người ta dùng nhiệt kế để xác định nhiệt độ. Nhiệt kế dựa trên cơ sở của sự thay đổi tính chất của một vật theo nhiệt độ của vật ấy, ví dụ áp suất của một lượng khí trong bình có thể tích không đổi thì tăng theo nhiệt độ, có thể dựa vào áp suất để đo nhiệt độ của lượng khí đó. Cũng tương tự như vậy, có thể dùng chiều dài của cột thuỷ ngân trong một ống thuỷ tinh có bầu, điện trở của một linh kiện bán dẫn... để đo nhiệt độ.

Trong hệ đơn vị quốc tế, người ta quy định dùng nhiệt kế khí có thể tích không đổi để định nghĩa và đo nhiệt độ. Nhiệt độ T được định nghĩa bằng công thức :

$$T = Cp$$

trong đó p là áp suất của khí (có thể tích không đổi), còn C là hằng số phụ thuộc vào thang nhiệt độ.

Muốn có một thang nhiệt độ người ta chọn một số nhiệt độ làm chuẩn. Ví dụ, theo quy ước quốc tế người ta chọn nhiệt độ của điểm ba của nước là 273,16 K. Dựa vào chuẩn nhiệt độ người ta chia độ nhiệt kế. Nhiệt kế cho biết nhiệt độ của chính nó. Khi nhiệt kế cân bằng nhiệt với một vật nào đó thì nhiệt kế và vật có cùng nhiệt độ, nhiệt độ của nhiệt kế cũng là nhiệt độ của vật ở trạng thái cân bằng nhiệt với nhiệt kế. Đó là nguyên tắc của việc dùng nhiệt kế để đo nhiệt độ của một vật nào đó.

Cần chú ý rằng nhiệt độ (ngoại trừ các nhiệt độ chuẩn) xác định được bằng một nhiệt kế cụ thể thì phụ thuộc vào các vật dùng làm nhiệt kế ấy. Ví dụ hai nhiệt kế khí thể tích không đổi, chứa hiđrô và nitơ ở áp suất 100 kPa, cùng chia độ theo một chuẩn chung : lấy điểm ba của nước là 273,16 K ; khi đo nhiệt độ nước sôi dưới áp suất khí quyển, chúng lần lượt cho các độ 373,13 K và 373, 41 K tức là có sự chênh lệch về kết quả đo cùng một nhiệt độ đến 0,28 K. Nếu giảm áp suất chất khí trong nhiệt kế thì độ chênh lệch cho bởi hai nhiệt kế chứa khí khác nhau sẽ giảm đi. Bằng ngoại suy các kết quả thực nghiệm người ta thấy rằng, khi áp suất dần tới 0 thì độ chênh lệch đó bằng 0 : các nhiệt kế khí chỉ cùng một nhiệt độ. Người ta gọi thang nhiệt độ ấy là thang nhiệt độ (hay nhiệt giai) khí lí tưởng. Ở đây khí lí tưởng coi như là giới hạn của khí thực khi áp suất dần tới 0.

Nhiệt giai quốc tế (mở rộng)

Với nhiệt kế khí ở áp suất thấp và dùng một điểm chuẩn là điểm ba của nước (273,16 K), ta có một công cụ chuẩn để đo nhiệt độ, nhiệt độ đo được là nhiệt độ khí lí tưởng (hay nhiệt độ trong nhiệt giai tuyệt đối). Tuy nhiên nhiệt kế khí là một dụng cụ cồng kềnh, không dễ mang đi được và việc sử dụng nó rất phức tạp. Thông thường người ta dùng những nhiệt kế thuộc loại khác, ví dụ nhiệt kế có cột chất lỏng là thuỷ ngân, rượu,..., nhiệt kế điện trở... Những nhiệt kế này được chia độ theo hai trong số những điểm cố định sơ cấp sau đây (xem Bảng 3.1.). Nhiệt độ của những điểm cố định sơ cấp đó được đo bằng nhiệt kế khí rất chính xác và được quốc tế thừa nhận làm mẫu chung để thống nhất chia độ các loại nhiệt kế khác nhau trên thế giới. Nhiệt giai các nhiệt độ đo được bằng các nhiệt kế chia độ như vậy gọi là nhiệt giai quốc tế. Tại các điểm cố định sơ cấp đã quy định thì nhiệt giai quốc tế trùng với nhiệt giai khí lí tưởng (nhiệt giai tuyệt đối), tại các nhiệt độ khác thì nhiệt giai quốc tế rất gần với nhiệt giai khí lí tưởng.

Bảng 3.1 **Các điểm cố định sơ cấp trong nhiệt giai quốc tế**

Chất	Trạng thái điểm cố định	Nhiệt độ (K)
Hidrô	Điểm ba	13,81
Hidrô	Điểm sôi (ở áp suất 25/76 atm)	17,042
Hidrô	Điểm sôi	20,28
Neon	Điểm sôi	27,102
Ôxi	Điểm ba	54,356
Acgon	Điểm ba	83,798
Ôxi	Điểm sôi	90,188
Nước	Điểm sôi	373,125
Thiếc	Điểm nóng chảy	505,074
Kẽm	Điểm nóng chảy	692,664
Bạc	Điểm nóng chảy	1235,08
Vàng	Điểm nóng chảy	1337,58

Những điểm sôi và điểm nóng chảy không có ghi chú bên cạnh là ở áp suất 1 atm

3.3. Nguyên lí thứ nhất của nhiệt động lực học

a) Công và nhiệt lượng

Khi một hệ biến đổi theo một quá trình cân bằng vô cùng nhỏ, có biến thiên thể tích dV và áp suất p thì hệ sinh công :

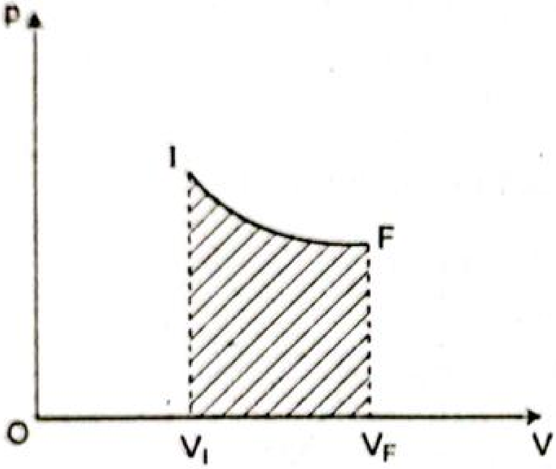
$$\delta A' = pdV$$

Công A' mà hệ sinh ra trong một quá trình cân bằng hữu hạn chuyển hệ từ trạng thái I đến trạng thái F tính được như sau :

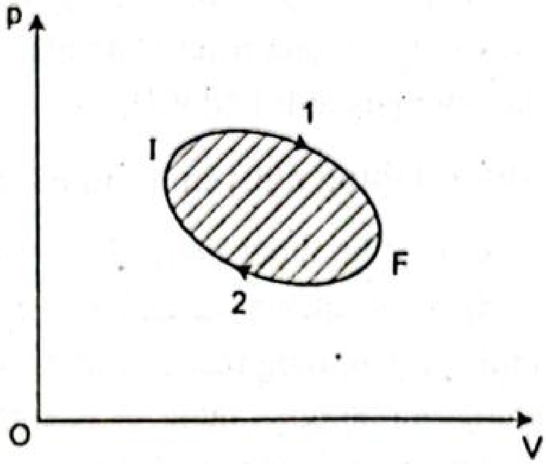
$$A' = \int_{V_1}^{V_2} pdV$$

Khi tính tích phân phải viết biểu thức của áp suất dưới dạng một hàm của V : $p = p(V)$.

Công A' cũng có thể tính được trên đồ thị p-V vẽ ở hình 3.3. Giá trị tuyệt đối của A' bằng diện tích gạch chéo trên đồ thị (hình thang cong $V_I IFV_F$), dấu của A' là dương nếu chiều từ I đến F là chiều kim đồng hồ trên chu vi hình thang cong.



Hình 3.3



Hình 3.4

Công A' mà khí sinh ra trong một chu trình cân bằng kín I1F2I (hình 3.4) thì nói chung là khác 0 và có độ lớn bằng diện tích gạch chéo bao quanh bởi đường biểu diễn I1F2I, có dấu (+) nếu diễn biến của chu trình theo chiều kim đồng hồ trên chu vi I1F2I, có dấu (–) nếu diễn biến của chu trình theo chiều ngược lại.

Khi một vật không sinh hoặc nhận công mà nhận một nhiệt lượng Q thì vật sẽ tăng nhiệt độ, hoặc biến đổi trạng thái (ví dụ nóng chảy).

Nếu truyền nhiệt lượng δQ cho một vật làm cho nhiệt độ của vật tăng lên dT. Tỉ số $\mathscr{C} = \dfrac{\delta Q}{dT}$ được định nghĩa là nhiệt dung của vật.

Xét một vật có khối lượng đơn vị $c = \dfrac{\delta Q}{dT}$ gọi là nhiệt dung riêng của chất tạo nên vật. Nếu vật có lượng chất là 1 mol thì $C = \dfrac{\delta Q}{dT}$ gọi là nhiệt dung mol của chất tạo nên vật.

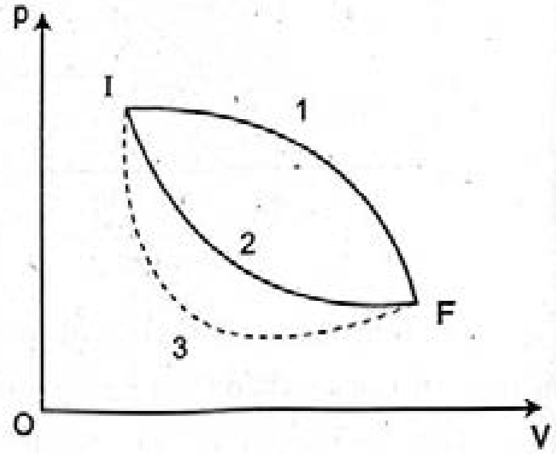
Thực ra thì tỉ số $\dfrac{\delta Q}{dT}$ còn phụ thuộc vào quá trình biến đổi của hệ. Xét 1 mol khí, thực hiện quá trình đẳng áp (áp suất p không đổi), tỉ số $\dfrac{\delta Q}{dT} = C_p$ gọi là nhiệt dung mol đẳng áp của chất khí. Nếu 1 mol khí thực hiện quá trình đẳng tích (thể tích V không đổi), tỉ số $\frac{\delta Q}{dT} = C_V$ gọi là nhiệt dung mol đẳng tích của chất khí.

Với một quá trình khác, nhiệt dung mol của chất khí có giá trị tương ứng.

Khi một hệ biến đổi, chuyển từ trạng thái I tới trạng thái F thì nói chung hệ sẽ nhận nhiệt lượng Q và nhận công A = – A'. Khảo sát mối quan hệ giữa Q, A' (hoặc A) trong các quá trình khác nhau chuyển hệ từ trạng thái I đến trạng thái F thì sẽ dẫn tới nguyên lí I NĐLH.

b) Nội dung nguyên lí thứ nhất của nhiệt động lực học

Xét một hệ nhiệt động tương tác với môi trường xung quanh và chuyển từ trạng thái ban đầu I đến trạng thái cuối F. Gọi Q là nhiệt lượng mà hệ nhận được, A là công mà hệ nhận được trong quá trình biến đổi của hệ từ trạng thái I đến trạng thái F. Có thể có nhiều quá trình khác nhau chuyển hệ từ cùng một trạng thái I đến cùng một trạng thái F. Trên hình 3.5 vẽ hai quá trình cân bằng (kí hiệu 1 và 2) và một quá trình không cân bằng (kí hiệu 3) trong số đó.



Hình 3.5

Thực nghiệm chứng tỏ rằng nhiệt lượng Q và công A mà hệ nhận được đối với mỗi quá trình 1, 2, 3 thì khác nhau. Nếu kí hiệu Q_1, Q_2, Q_3 là nhiệt nhận được trong quá trình 1, 2, 3 và A_1, A_2, A_3 là công nhận được trong quá trình 1, 2, 3 thì nói chung ta sẽ đo được : $Q_1 \neq Q_2 \neq Q_3$ và $A_1 \neq A_2 \neq A_3$.

Nhưng nếu xét đại lượng Q + A thì thực nghiệm cho thấy :

$$Q_1 + A_1 = Q_2 + A_2 = Q_3 + A_3$$

Thế tức là trong ba quá trình kể trên đại lượng Q + A là như nhau và chỉ phụ thuộc trạng thái ban đầu I và trạng thái cuối F.

Người ta khái quát hoá kết quả này và thừa nhận đối với tất cả mọi quá trình : *tổng nhiệt lượng Q và công A mà hệ nhận được trong một quá trình bất kì chuyển hệ từ trạng thái I đến trạng thái F chỉ phụ thuộc hai trạng thái này* (đó là nội dung của nguyên lí I NĐLH).

c) Nội năng và phát biểu nguyên lí I nhiệt động lực học

Để phát biểu rõ ràng và thuận lợi trong việc vận dụng nguyên lí I NĐLH người ta đưa vào hàm trạng thái nội năng U như sau :

Đại lượng Q + A chính là năng lượng mà hệ nhận được (dưới cả hai dạng nhiệt lượng Q và công A) khi chuyển từ trạng thái I đến trạng thái F. Kí hiệu đại lượng ấy là ΔU, ta có :

$$\Delta U = Q + A \tag{3.1}$$

Vì ΔU chỉ phụ thuộc vào trạng thái I và F nên có thể coi đó là độ biến thiên của một hàm U của trạng thái khi hệ chuyển từ I sang F :

$$\Delta U = U(F) - U(I) \tag{3.2}$$

Vì ΔU là năng lượng nên hàm U cũng là năng lượng, năng lượng ấy tích luỹ trong hệ nên gọi là nội năng của hệ : U(F) là nội năng của hệ ở trạng thái F, U(I) là nội năng của hệ ở trạng thái I. Hệ ở trạng thái I nhận được năng lượng ΔU (= Q + A) và chuyển sang trạng thái F với nội năng tăng lên ΔU :

$$U(F) = U(I) + \Delta U$$

Với định nghĩa nội năng theo (3.2) thì nguyên lí I NĐLH được phát biểu như sau : *Tổng nhiệt lượng và công Q + A mà hệ nhận được trong một quá trình bằng độ tăng nội năng ΔU của hệ, độ tăng này chỉ phụ thuộc trạng thái ban đầu và trạng thái cuối của quá trình.*

Phương trình (3.1) là cách phát biểu bằng toán học của nguyên lí I NĐLH. Nếu xét một quá trình vô cùng nhỏ thì (3.1) trở thành :

$$dU = \delta Q + \delta A \tag{3.3}$$

δQ và δA lần lượt là nhiệt lượng và công nhận được trong quá trình, đó là các đại lượng vô cùng nhỏ nhưng chưa hẳn đã là vi phân của một hàm nào đấy (gọi là vi phân toàn chỉnh). dU là độ tăng nội năng U cũng vô cùng nhỏ, nhưng là độ tăng của một hàm U nên đó là một vi phân.

Ở đây cần chú ý rằng nội năng được xác định từ (3.2), dựa vào độ biến thiên cho nên *nội năng U được xác định sai kém một hằng số cộng* : nếu cộng thêm vào U(I) và U(F) cùng một đại lượng thì hiệu của chúng là ΔU vẫn không đổi và vẫn bằng Q + A.

d) Nói rõ hơn về nội năng

Theo thuyết động học phân tử thì mọi vật được tạo thành từ các phân tử chuyển động nhiệt không ngừng. Động năng trung bình $\overline{W}_đ$ của chuyển động nhiệt tỉ lệ với nhiệt độ. Các phân tử tương tác với nhau, thế năng của lực tương tác phụ thuộc khoảng cách giữa hai phân tử. Vật lí phân tử định nghĩa : nội năng U_p của một hệ là tổng động năng của các phân tử và thế năng tương tác giữa chúng :

$$U_p = \sum W_đ + \sum W_t \tag{3.4}$$

Động năng thì phụ thuộc nhiệt độ, còn thế năng thì phụ thuộc khoảng cách phân tử tức là phụ thuộc thể tích của hệ. Như vậy nội năng U_p của một hệ phụ thuộc vào nhiệt độ và thể tích của hệ.

Nếu truyền cho hệ nhiệt lượng Q và công A thì, nếu không có biến đổi phân tử trong hệ[1], năng lượng Q + A nhận được sẽ làm tăng nội năng U_p của hệ, và theo định luật bảo toàn năng lượng, độ tăng nội năng U_p đúng bằng Q + A. Trở lại định nghĩa của NĐLH thì độ tăng nội năng ΔU chính là (Q + A). Như vậy có sự phù hợp giữa định nghĩa nội năng theo NĐLH và theo vật lí phân tử, trong trường hợp không có biến đổi phân tử trong hệ. Nội năng U định nghĩa bởi (3.1) cũng trùng với nội năng U_p định nghĩa bởi (3.4), sai kém một hằng số cộng.

Nếu trong hệ xảy ra biến đổi phân tử (phản ứng hoá học) hoặc biến đổi dưới mức phân tử (phản ứng hạt nhân) thì nội năng U theo NĐLH không chỉ bằng nội năng U_p theo vật lí phân tử, mà còn bao gồm cả năng lượng tương ứng với biến đổi phân tử hoặc dưới mức phân tử.

Như vậy, nội năng trong NĐLH được định nghĩa một cách hình thức, nhưng khái quát, bao gồm mọi dạng năng lượng tích luỹ trong hệ.

e) Ứng dụng của nguyên lí I nhiệt động lực học

• Biểu thức của độ biến thiên nội năng

Xét một vật chứa 1 mol chất, thực hiện quá trình đẳng tích (thể tích V không đổi), nhận nhiệt lượng Q và tăng nhiệt độ từ T_1 đến T_2. Ta tính độ tăng thế năng ΔU của vật trong quá trình này. Theo hệ thức (3.1) của nguyên lí I :

---

(1) Biến đổi phân tử trong một hệ là biến đổi của một số phân tử này thành một số phân tử khác theo một phản ứng hoá học có thể xảy ra trong hệ

$$\Delta U = Q + A$$

Công A mà vật nhận được bằng không ($A = 0$) vì thể tích vật không đổi. Nhiệt lượng Q nhận được $Q = C_V(T_2 - T_1)$. Vậy :

$$\Delta U = C_V(T_2 - T_1)$$

Nếu vật chứa ν mol (ν = khối lượng m : khối lượng mol μ) thì :

$$\Delta U = \nu C_V(T_2 - T_1) = \frac{m}{\mu} C_V(T_2 - T_1) \tag{3.5}$$

C_V là nhiệt dung mol đẳng tích của chất tạo nên vật.

Từ biểu thức của biến thiên nội năng đối với 1 mol có thể suy ra biểu thức của chính nội năng U đối với 1 mol :

$$U = C_V T + U_0$$

trong đó U_0 là nội năng của hệ ở không độ tuyệt đối. Có thể chọn $U_0 = 0$ và ta có :

$$U = C_V T \tag{3.6}$$

• Nhiệt lượng nhận được trong quá trình đẳng nhiệt của khí lí tưởng

Xét một lượng khí lí tưởng có nhiệt độ không đổi T và biến đổi theo quá trình cân bằng từ trạng thái có áp suất p_1, thể tích V_1 đến trạng thái có áp suất p_2, thể tích V_2. Lượng khí này không tăng nhiệt độ, nhưng sinh công A', theo mục 3.3a thì :

$$A' = \int_{V_1}^{V_2} p\,dV$$

Để tính A' phải thay p dưới dấu tích phân bằng biểu thức của nó tính theo V. Biết rằng khí lí tưởng tuân theo đúng định luật Bôi-lơ – Ma-ri-ốt :

$$pV = p_1V_1 = p_2V_2 \text{ ta có } p = \frac{p_1V_1}{V}$$

Vậy : $$A' = p_1V_1 \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = p_1V_1 \ln\frac{V_2}{V_1}$$

Nếu khí dãn $V_2 > V_1$ thì công sinh ra dương $A' > 0$.

Nhiệt độ của khí không đổi thì theo (3.5), biến thiên nội năng bằng 0 :

$$\Delta U = 0$$

Theo nguyên lí I (hệ thức (3.1)) thì hệ nhận nhiệt lượng Q sao cho :

$$Q + A = 0$$

trong đó A là công nhận được A = – A'. Có thể tính được Q :

$$Q = -A = A' = p_1V_1 \ln\frac{V_2}{V_1}$$

Nếu lượng khí chứa ν mol thì : $p_1V_1 = \nu RT$.

Vậy lượng khí nhận một nhiệt lượng Q trong quá trình cân bằng đẳng nhiệt từ trạng thái (p_1, V_1, T) đến trạng thái (p_2, V_2, T) :

$$Q = p_1V_1 \ln\frac{V_2}{V_1} = \nu RT \ln\frac{V_2}{V_1} \quad (3.7)$$

Nếu $V_2 > V_1$ thì $Q > 0$: khí dãn và nhận nhiệt.

Nếu $V_2 < V_1$ thì $Q < 0$: khí bị nén và toả nhiệt.

Đây là một trường hợp vật nhận nhiệt (hoặc toả nhiệt) mà không thay đổi nhiệt độ.

• Hệ thức May-e (Mayer) giữa C_p và C_V

Trong mục này ta sẽ tìm mối liên hệ giữa nhiệt dung mol đẳng tích C_V và đẳng áp C_p của khí lí tưởng theo quan điểm vĩ mô (tức là khí tuân theo đúng phương trình Cla-pê-rôn – Men-đê-lê-ép). Để làm việc ấy có thể xét quá trình đẳng áp cân bằng của 1 mol khí lí tưởng khi tăng nhiệt độ từ T_1 đến T_2, tức là quá trình chuyển từ trạng thái (p_1, V_1, T_1) đến trạng thái (p_2, V_2, T_2).

Độ tăng nội năng là : $\Delta U = C_V(T_2 - T_1)$.

Nhiệt lượng nhận được : $Q = C_p(T_2 - T_1)$.

Công nhận được : $A = A' = -p(V_2 - V_1)$.

Áp dụng nguyên lí I (3.1) :

$$C_V(T_2 - T_1) = C_p(T_2 - T_1) - p(V_2 - V_1)$$

mà $pV_2 = RT_2$ và $pV_1 = RT_1$ nên :

$$p(V_2 - V_1) = R(T_2 - T_1)$$

Cuối cùng rút ra :

$$C_p - C_V = R \tag{3.8}$$

Đây là hệ thức May-e giữa C_p và C_V. Ta thấy rằng, nếu khí tuân theo đúng phương trình Cla-pê-rôn – Men-đê-lê-ép thì có nhiệt dung mol tuân theo hệ thức May-e (3.8).

Theo vật lí phân tử thì nội năng U của 1 mol khí lí tưởng bằng tổng động năng của N_A phân tử (thế năng tương tác bằng 0), tức là bằng : $N_A \frac{i}{2} kT = \frac{i}{2} RT$ (i là số bậc tự do của phân tử). Đối chiếu với công thức : $U = C_V T$ ta sẽ có $C_V = \frac{i}{2} R$.

Từ công thức (3.8) suy ra $C_p = C_V + R = \frac{i+2}{2} R$.

Thường thì hay phải tính tỉ số γ của hai nhiệt dung mol. Tỉ số đó tính được như sau :

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{i+2}{i} \tag{3.9}$$

Với khí đơn nguyên tử, i = 3 thì $\gamma = \frac{5}{3}$.

Với khí lưỡng nguyên tử, i = 5 thì $\gamma = \frac{7}{5}$.

g) Quá trình đoạn nhiệt cân bằng của khí lí tưởng

Quá trình đoạn nhiệt là quá trình biến đổi, trong đó hệ không nhận nhiệt và cũng không nhả nhiệt cho các vật xung quanh. Có thể thực hiện quá trình này bằng cách đặt hệ trong một cái vỏ bọc làm bằng chất cách nhiệt. Có những quá trình biến đổi nhanh, đến nỗi nhiệt chưa kịp truyền vào (hoặc ra khỏi) hệ, quá trình như vậy cũng có thể coi gần đúng là quá trình đoạn nhiệt. Đối với quá trình đoạn nhiệt thì nhiệt lượng nhận được Q luôn luôn bằng 0.

Xét một lượng khí lí tưởng thực hiện quá trình đoạn nhiệt cân bằng (thuận nghịch) chuyển hệ từ trạng thái 1 có các thông số trạng thái (p_1, V_1, T_1) sang trạng thái 2 có các thông số trạng thái (p_2, V_2, T_2). Ta hãy tìm mối quan hệ giữa các thông số trạng thái này.

Áp dụng công thức (3.3) của nguyên lí I cho một quá trình yếu tố, trong đó : $\delta Q = 0$ vì quá trình là đoạn nhiệt ; $\delta A = -pdV$ vì quá trình là cân bằng ; $dU = \nu C_v dT$, ν là số mol chứa trong lượng khí. (3.3) cho :

$$\nu C_v dT = -pdV \tag{3.10}$$

theo phương trình trạng thái : $\nu RT = pV$ (3.10a)

Chia từng vế của (3.10) cho vế tương ứng của phương trình trạng thái (3.10a), ta có :

$$\frac{C_v}{R}\frac{dT}{T} = -\frac{dV}{V} \tag{3.11}$$

Chú ý rằng : $C_p - C_v = R$ và $\frac{C_p}{C_v} = \gamma$, từ đó có thể suy ra : $C_v = \frac{R}{\gamma - 1}$.

Thay vào (3.11) ta có :

$$\frac{1}{\gamma-1}\frac{dT}{T} = -\frac{dV}{V}$$

hay là :

$$\frac{dT}{T} + (\gamma-1)\frac{dV}{V} = 0 \tag{3.12}$$

Lấy tích phân hai vế : $\ln T + (\gamma - 1)\ln V = C$. C là một hằng số. Từ phương trình trên suy ra :

$$TV^{\gamma-1} = \text{hằng số} \tag{3.13}$$

Đây là phương trình cho mối liên hệ giữa hai thông số T, V trong quá trình đoạn nhiệt cân bằng. Phương trình ấy cũng có thể viết dưới dạng :

$$T_1V_1^{\gamma-1} = T_2V_2^{\gamma-1} \tag{3.14}$$

Nếu tính T từ (3.10a) rồi thay vào (3.13) thì ta được phương trình cho mối liên hệ giữa hai thông số p, V trong quá trình đoạn nhiệt cân bằng :

$$pV^{\gamma} = \text{hằng số} \tag{3.15}$$

hay là :

$$p_1V_1^{\gamma} = p_2V_2^{\gamma} \tag{3.16}$$

Làm tương tự như vậy (rút p từ (3.10) thay vào (3.13)) :

$$Tp^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = \text{hằng số} \tag{3.17}$$

hay là :

$$T_1 p_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_2 p_2^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \tag{3.18}$$

• Tính công khí sinh ra trong quá trình đoạn nhiệt

Ta sẽ tính công A' mà khí sinh ra trong quá trình đoạn nhiệt chuyển hệ từ trạng thái (p_1, V_1, T_1) sang trạng thái (p_2, V_2, T_2).

Với Q = 0 hệ thức (3.1) trở thành $\Delta U = A$. Như vậy :

$$A' = -A = -\Delta U = \nu C_V (T_1 - T_2) \tag{3.19}$$

ν là số mol khí. Biết rằng :

$$C_V = \frac{R}{\gamma - 1}; \ \nu C_V T_1 = \frac{\nu R T_1}{\gamma - 1} = \frac{p_1 V_1}{\gamma - 1}; \ \nu C_V T_2 = \frac{p_2 V_2}{\gamma - 1}$$

Công thức cho công sinh ra sẽ là :

$$A' = \frac{p_1 V_1 - p_2 V_2}{\gamma - 1} \tag{3.20}$$

Hoặc nếu tính theo nhiệt độ thì :

$$A' = \frac{p_1 V_1}{\gamma - 1}\left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) \tag{3.21}$$

Ba công thức (3.19), (2.20) và (3.21) có thể dùng trong quá trình đoạn nhiệt bất kì, có thể không cân bằng. Nếu quá trình đoạn nhiệt và *cân bằng* thì có thể dựa vào (3.14) để biến đổi tỉ số $\frac{T_2}{T_1}$, ta sẽ nhận được :

$$A' = \frac{p_1 V_1}{\gamma - 1}\left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma - 1}\right] \tag{3.22}$$

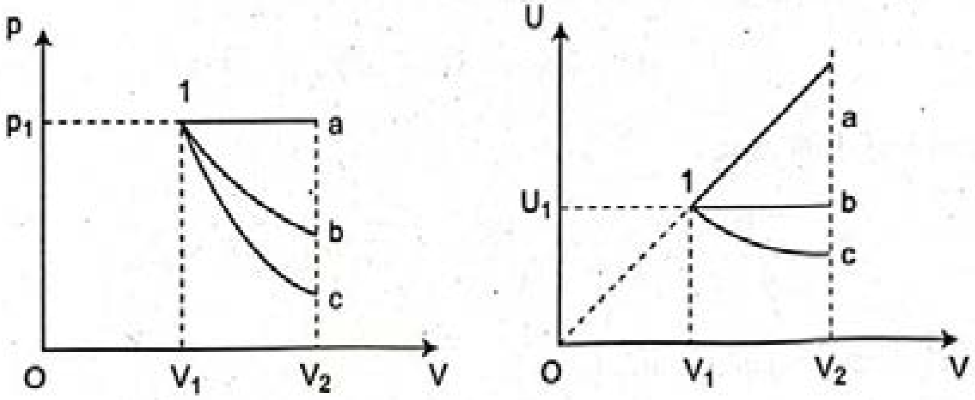
Bài tập ví dụ

3.1. Một lượng khí lí tưởng ở trạng thái cân bằng có thể tích V_1. Khí được giãn thuận nghịch đến thể tích V_2. Quá trình giãn có thể là : a) đẳng áp, b) đẳng nhiệt, c) đoạn nhiệt. Vẽ đường biểu diễn của các quá trình này trên giản đồ p-V và U-V. Trên cơ sở nghiên cứu đồ thị, xác định :

1) Trong quá trình nào công A mà khí sinh ra là lớn nhất.

2) Dấu của độ tăng nội năng ΔU trong từng quá trình.

Giải.



Hình 3.6

Trên giản đồ p-V :

a) Đoạn thẳng nằm ngang, b) Cung hypebol, c) Cung đường cong ở dưới cung hypebol.

Trên giản đồ U-V

a) Đoạn thẳng (kéo dài qua gốc O), b) Đoạn thẳng nằm ngang, c) Cung cong đi xuống.

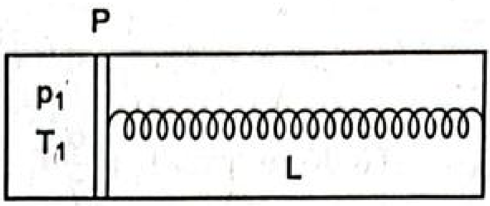
1) Nhìn giản đồ p-V có thể thấy rằng quá trình a sinh công lớn nhất (bằng diện tích hình chữ nhật $V_1 1 a V_2$).

2) Nhìn giản đồ U-V có thể thấy rằng :

a) $\Delta U > 0$; b) $\Delta U = 0$; $\Delta U < 0$.

Ghi chú : Để vẽ được giản đồ U-V chú ý rằng $U = \nu C_V T$: U tỉ lệ thuận với T. Ta chỉ cần vẽ giản đồ T-V rồi đổi tỉ lệ xích ở trục T và chuyển thành trục U.

3.2. Một mol khí lí tưởng đơn nguyên tử được giữ trong một xilanh cách nhiệt nằm ngang và một pit-tông P cũng cách nhiệt. Pit-tông P gắn vào đầu một lò xo L, lò xo L nằm dọc theo trục của xilanh, đầu kia của lò xo L gắn vào cuối của xilanh. Trong xilanh, ngoài phần chứa khí là chân không. Ban đầu giữ cho pit-tông P ở vị trí mà lò xo không bị biến dạng, khi đó khí trong xilanh có áp suất $p_1 = 7$ kPa và nhiệt độ $T_1 = 308$ K. Thả cho pit-tông P chuyển động thì thấy khí giãn ra, đến trạng thái cân bằng cuối cùng thì thể tích của khí gấp đôi thể tích ban đầu. Tìm nhiệt độ T_2 và áp suất p_2 của khí khi đó.



Hình 3.7

Giải.

Quá trình giãn khí là đoạn nhiệt, nhưng không thuận nghịch, không thể áp dụng công thức (3.14) và (3.15).

Theo nguyên lí I khi Q = 0 ta có :

$$\Delta U = A = -A'$$

Độ biến thiên nội năng ΔU của khí là :

$$\Delta U = C_V(T_2 - T_1) = \frac{3R}{2}(T_2 - T_1) \tag{1}$$

Công A' mà khí sinh ra đã nén lò xo một đoạn x, vậy :

$$A = \frac{1}{2}kx^2$$

k là độ cứng của lò xo, x là độ dời của pit-tông từ vị trí ban đầu đến vị trí cân bằng cuối cùng. Nếu gọi S là diện tích tiết diện xilanh (tức là diện tích pit-tông P) thì điều kiện cân bằng cuối cùng của P là :

$$p_2S = kx$$

và thể tích $V_2 = 2xS$. Từ đây có thể viết lại biểu thức của A' :

$$A' = kx\frac{x}{2} = p_2S\frac{V_2}{4S} = \frac{1}{4}p_2V_2 = \frac{1}{4}RT_2$$

Cuối cùng thay biểu thức của ΔU và A' vào công thức (1), ta có :

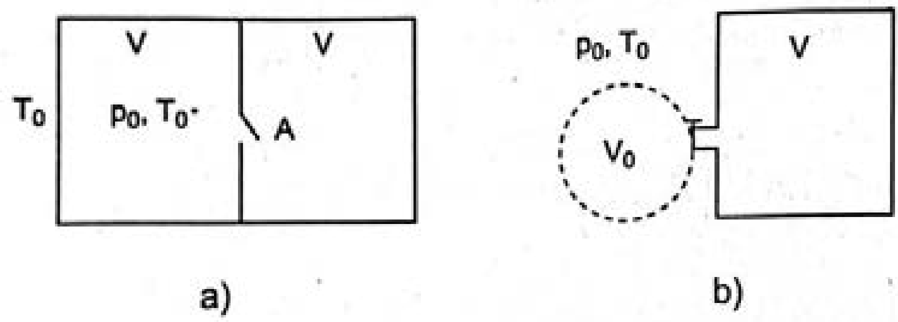
$$\frac{3R}{2}(T_2 - T_1) = -\frac{1}{4}RT_2$$

Từ đó rút ra : $T_2 = \frac{6}{7}T_1 = 264$ K.

Từ phương trình trạng thái $\frac{p_2V_2}{T_2} = \frac{p_1V_1}{T_1}$ suy ra giá trị của p_2 :

$$p_2 = \frac{p_1}{2}\frac{T_2}{T_1} = 3\text{kPa}$$

Sự giãn khí vào chân không.



Hình 3.8

a) Một bình có hai ngăn thể tích bằng nhau và bằng V, một ngăn chứa khí ở áp suất p_0 và nhiệt độ T_0 bằng nhiệt độ môi trường xung quanh, ngăn kia là chân không. Mở lỗ thông A cho khí tràn sang ngăn chân không. Hỏi sau khi cân bằng, nhiệt độ và áp suất của khí trong mỗi ngăn bằng bao nhiêu ? Thành bình là cách nhiệt.

b) Một bình thể tích V đóng kín bởi một cái van, thành bình và van cách nhiệt, trong bình là chân không. Bình đặt trong không khí ở áp suất p_0 và nhiệt độ T_0. Mở van ra, không khí tràn vào bình nhanh chóng sau một thời gian, khi cân bằng áp suất được thực hiện, đóng van lại. Khí trong bình đạt được trạng thái cân bằng ở nhiệt độ T. Tính nhiệt độ T và biến thiên nội năng ΔU của khí trong bình.

Biết $p_0 = 10^5$ Pa, $V = 5\ l$, $T_0 = 293$ K, $\gamma = 1,4$.

c) Đối chiếu mục a) với mục b) và giải thích rõ hiện tượng giãn khí vào chân không.

Giải.

a) Sự giãn khí trong chân không, xét toàn bộ quá trình, không sinh công, chất khí không nhận nhiệt, vậy nội năng của khí không đổi, vì thế nhiệt độ khí cũng không đổi. Sau khi khí giãn và cân bằng, nhiệt độ của khí vẫn giữ giá trị T_0, còn áp suất sẽ là $p = \dfrac{p_0}{2}$.

b) Khi mở van khí tràn vào bình : quá trình là đoạn nhiệt không thuận nghịch. Lượng khí tràn vào bình là n mol, trước khi vào bình lượng khí này chiếm thể tích V_0 ở ngoài : $p_0V_0 = nRT_0$. Lúc đóng van lượng khí ấy chiếm thể tích V và có nhiệt độ T.

$$p_0V_1 = nRT$$

Quá trình là đoạn nhiệt nên $\Delta U = A$. A là công nhận được và bằng p_0V_0.

$$\Delta U = nC_V(T - T_0) = n\frac{R}{\gamma - 1}(T - T_0)$$

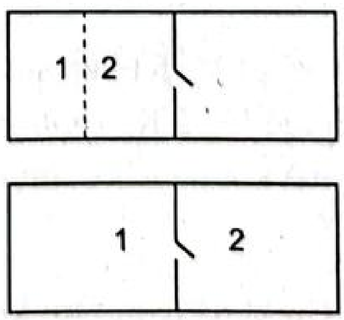
Từ đây suy ra :

$$T = \gamma T_0 = 1,4.293 = 410 \text{ K}$$

$$\Delta U = p_0V_0 = p_0V_1\frac{T_0}{T} = 360 \text{ J}$$

Trong trường hợp này, sự giãn khí vào chân không tạo nên sự tăng nhiệt độ của khí đi vào bình chân không.

c) Có sự khác nhau trong khi giải mục a) và b). Sở dĩ như vậy vì ở mục a) ta chỉ để ý đến trạng thái đầu tiên (khí ở trong một ngăn) và trạng thái cuối cùng (khí cân bằng trong cả hai ngăn). Thực ra thì khi mở lỗ thông A khí tràn vào chân không thành dòng với vận tốc vĩ mô đáng kể, khí bị lạnh đi vì một phần nội năng của khí chuyển thành động năng vĩ mô. Sau đó ở ngăn bên phải vận tốc vĩ mô giảm (do ma sát) dần tới không, thì động năng vĩ mô lại chuyển thành nội năng, nhiệt độ của khí trong ngăn ấy lớn hơn trước (giống như ở mục b). Nếu

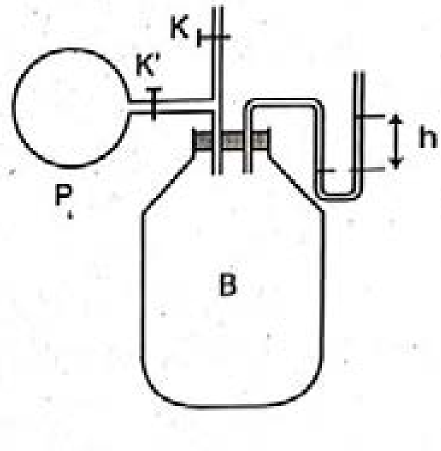


Hình 3.9

ta tưởng tượng chia ngăn trái thành 2 nửa : nửa 1 sinh công đẩy nửa 2 sang ngăn bên phải, nửa 1 lạnh đi, nửa 2 nóng lên. Sau đó có sự dẫn nhiệt từ phải sang trái dẫn đến cân bằng nhiệt ở nhiệt độ ban đầu.

3.4. *Thí nghiệm Clê-măng – Đê-dooc-mơ (Clément – Desormes) đo tỉ số nhiệt dung riêng*

Một bình B có thể tích đủ lớn thông với khí quyển bởi một ống có khoá K, bình lại thông với một áp kế thuỷ ngân hình chữ U (hình 3.10). Ống của áp kế có tiết diện khá nhỏ, khiến cho sự thay đổi mực thuỷ ngân trong ống có ảnh hưởng không đáng kể đối với thể tích khí trong bình.



Hình 3.10

Ban đầu khoá K đóng, bóp vào quả cầu cao su P rồi đóng khoá K' làm cho không khí trong bình B có áp suất cao hơn áp suất khí quyển một chút. Độ chênh lệch mực thuỷ ngân trong nhánh của áp kế đo được là h.

Người ta mở khoá K rồi đóng lại ngay. Ngay sau khi khoá K được mở thì mực thuỷ ngân trong hai nhánh áp kế ngang nhau, sau đó hai mực thuỷ ngân lại bắt đầu chênh lệch, độ chênh lệch tăng dần dần đến giá trị ổn định là h'. Tính tỉ số $\gamma = \frac{C_p}{C_V}$ của không khí theo h và h'.

Giải.

Gọi p, V, T là áp suất, thể tích và nhiệt độ của khí vào thời điểm ban đầu, khi chưa mở khoá K. T cũng là nhiệt độ của môi trường xung quanh, còn p thì lớn hơn áp suất khí quyển p_0 một lượng (tính ra cột thuỷ ngân) bằng h

$$p = p_0 + h$$

Khi khoá K mở thì khí trong bình giãn nhanh, áp suất giảm xuống bằng p_0, một phần khí từ trong bình thoát ra ngoài, khiến cho lượng khí ban đầu chiếm thể tích V trong bình bây giờ chiếm thể tích V' > V. Vì quá trình giãn xảy ra nhanh, nhiệt chưa kịp trao đổi, ta có thể coi quá trình giãn là đoạn nhiệt. Nhiệt độ của khí giảm đến giá trị T' sau khi giãn (T' < T).

$$\begin{pmatrix} p \\ V \\ T \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} p_0 \\ V' \\ T' \end{pmatrix} \quad , \; V' > V$$

Người ta coi gần đúng quá trình là thuận nghịch, vì tuy quá trình diễn biến nhanh nhưng độ chênh lệch áp suất nhỏ. Dùng công thức (3.16) của quá trình đoạn nhiệt thuận nghịch $T^{\gamma}p^{1-\gamma} = T'^{\gamma}p_0^{1-\gamma}$ ta có :

$$\frac{T'}{T} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \tag{1}$$

Khi đóng khoá K (ngay sau khi mở) người ta đã giữ lại trong bình một lượng không khí, nhỏ hơn lượng không khí ban đầu, có áp suất p_0, thể tích V và nhiệt độ T'. Lượng khí đó nóng dần lên theo quá trình đẳng tích đến nhiệt độ T và áp suất $p' = p_0 + h'$.

$$\begin{pmatrix} p_0 \\ V \\ T' \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} p' \\ V \\ T \end{pmatrix}$$

Ta có :

$$\frac{T'}{T} = \frac{p_0}{p'} \tag{2}$$

Vế sau của (2) có thể biến đổi thành :

$$\frac{p_0}{p_0 + h'} = \frac{1}{1 + \frac{h'}{p_0}} \approx 1 - \frac{h'}{p_0} \tag{3}$$

Vế sau của (1) gần đúng bằng :

$$\left(\frac{p_0 + h}{p_0}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = \left(1 + \frac{h}{p_0}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \approx 1 + \left(\frac{1-\gamma}{\gamma}\right)\frac{h}{p_0}$$

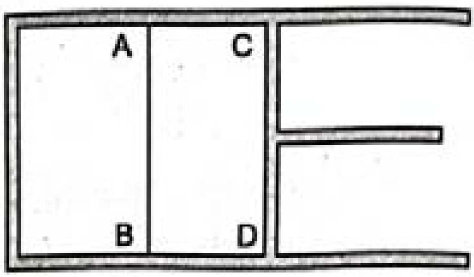
Đối chiếu (1) và (2), ta có :

$$1 + \left(\frac{1-\gamma}{\gamma}\right)\frac{h}{p_0} = 1 - \frac{h'}{p_0}$$

Từ đó rút ra :

$$\gamma = \frac{h}{h - h'} \tag{4}$$

3.5. Một xilanh và pit-tông cách nhiệt, bên trong có một vách ngăn dẫn nhiệt cố định AB, xem hình 3.11 (nhiệt dung của vách có thể bỏ qua). Ở trạng thái ban đầu vách ngăn chia phần trong xilanh thành hai ngăn. Ngăn trái chứa 1 mol khí hiđrô, ngăn phải chứa 1 mol khí heli. Hai khí ở trạng thái cân bằng và có nhiệt độ $T_1 = 293$ K.



Hình 3.11

a) Pit-tông CD chuyển động chậm làm cho thể tích ngăn phải tăng lên gấp đôi. Tính nhiệt độ T của khí. Áp suất khí trong từng ngăn biến đổi như thế nào ?

b) Giải lại câu a) với giả thiết rằng vách ngăn có thể di động tự do.

c) Giải lại câu b) với giả thiết rằng vách ngăn cách nhiệt.

Giải.

a) Xét hệ gồm khí trong cả hai ngăn và vách ngăn. Ngăn trái có thể tích không đổi. Ngăn phải có thể tích V, áp suất p và nhiệt độ T thay đổi khi pit-tông CD chuyển động. Áp dụng nguyên lí I cho quá trình đoạn nhiệt thuận nghịch của hệ, ta có :

$$dU = dA \tag{1}$$

Độ tăng nội năng

$$dU = \left(3\frac{R}{2} + 5\frac{R}{2}\right)dT = 4RdT \tag{2}$$

Công nhận được

$$dA = -pdV \tag{3}$$

Thay vào phương trình trên, ta có :

$$4RdT = -pdV$$

Ngoài ra, phương trình trạng thái của khí trong ngăn phải cho :

$$pV = RT \tag{4}$$

Từ hai phương trình trên suy ra :

$$4\frac{dT}{T} + \frac{dV}{V} = 0$$

Giải phương trình vi phân này, ta được :

$$TV^{\frac{1}{4}} = \text{const} \tag{5}$$

Từ đây suy ra

$$T_1V_1^{\frac{1}{4}} = T_2V_2^{\frac{1}{4}}$$

Nếu thể tích tăng gấp đôi $V_2 = 2V_1$, thì nhiệt độ sẽ biến đổi đến giá trị T_2 như sau :

$$T_2 = T_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\frac{1}{4}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{4}} T_1 = 0,84.293 = 246 \text{ K} \tag{6}$$

Kí hiệu p_t và p_p lần lượt là áp suất khí trong ngăn trái và trong ngăn phải. Khí trong ngăn trái biến đổi đẳng tích, ta sẽ có :

$$\frac{p_{t_1}}{p_{t_2}} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{246}{293} = 0,84 \tag{7}$$

Khí trong ngăn phải biến đổi theo phương trình (5). Kết hợp (4) với (5) sẽ dẫn tới :

$$T^{-5}p = \text{const} \tag{8}$$

Từ đây suy ra rằng :

$$\frac{p_{p_1}}{p_{p_2}} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{-5} = \left(\frac{293}{246}\right)^{-5} = (0,84)^5 = 0,42 \tag{9}$$

Áp suất khí trong cả hai ngăn đều giảm, nhưng trong ngăn bên phải giảm mạnh hơn trong ngăn bên trái.

b) Nếu vách ngăn có thể di động tự do thì áp suất ở hai ngăn luôn luôn bằng nhau và thể tích của ngăn bên trái cũng biến đổi. Hai ngăn có cùng nhiệt độ T, cùng áp suất p và đều chứa 1 mol khí nên thể tích của chúng luôn luôn bằng nhau và được kí hiệu là V. Áp dụng nguyên lí I cho hệ hai ngăn một cách giống hệt như trên, chỉ khác là biểu thức của công mà hệ nhận được không phải là (3) mà là như sau :

$$dA = -2pdV \tag{10}$$

Kết hợp (1), (2), (10) và (4) rồi giải phương trình vi phân, ta được :

$$TV^{\frac{1}{2}} = \text{const} \tag{11}$$

Từ đây suy ra rằng :

$$T_2 = T_1\sqrt{\frac{V_1}{V_2}} = T_1\frac{1}{\sqrt{2}} = 293.0,707 = 207\ \text{K} \tag{12}$$

Kết hợp (11) và (4) có thể tìm được mối quan hệ T-p :

$$Tp^{-\frac{1}{3}} = \text{const} \tag{13}$$

Từ đây tìm được tỉ số giảm áp suất khi thể tích ngăn phải (và cả ngăn trái) tăng gấp đôi :

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^3 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^3 = 0,35 \tag{14}$$

c) Nếu vách ngăn cách nhiệt thì khí trong mỗi ngăn là một hệ biến đổi đoạn nhiệt thuận nghịch, tuân theo các phương trình (3.13), (3.15) và (3.17), trong quá trình biến đổi áp suất khí trong hai ngăn có cùng một giá trị là p, còn nhiệt độ T' và thể tích V' của ngăn trái thì nói chung khác với nhiệt độ T và thể tích V của ngăn phải (trừ ở trạng thái ban đầu).

Trước hết xét biến đổi đoạn nhiệt của ngăn phải, với tỉ số nhiệt dung của khí đơn nguyên tử $\gamma = \frac{5}{3}$, phương trình biến đổi là :

$$pV^{\frac{5}{3}} = \text{const} \tag{15}$$

và

$$TV^{\frac{2}{5}} = \text{const} \tag{16}$$

Từ đó có thể tính được áp suất p_2 và nhiệt độ T_2 của khí heli trong ngăn phải sau khi thể tích tăng gấp đôi :

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\frac{5}{3}} = 0,315 \quad ; \quad p_2 = 0,315p_1 \tag{17}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\frac{2}{5}} = 0,76 \quad ; \quad T_2 = 222\text{K} \tag{18}$$

Bây giờ xét biến đổi đoạn nhiệt của ngăn trái, với $\gamma = 1,4$. Sau khi thể tích ngăn phải tăng gấp đôi, áp suất p_2' của ngăn trái cũng bằng áp suất p_2 của ngăn phải cho bởi (17). Từ (3.15) suy ra :

$$V_2' = V_1'\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{5}{7}} = (2)^{\frac{25}{21}}V_1' = 2,28V_1' = 2,28V_1 \qquad (19)$$

Từ (3.17) rút ra :

$$T_2' = T_1'\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{2}{7}} = T_1'\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{10}{21}} = 0,72.293 = 211\text{ K} \qquad (20)$$

Như vậy thì với cùng độ giảm áp suất như ngăn phải, khí hiđrô trong ngăn trái giãn ra nhiều hơn (2,28 lần so với 2 lần) khí heli trong ngăn phải, và vì thế mà giảm nhiệt độ cũng nhiều hơn.

3.6. *Quá trình đẳng dung (politropic) thuận nghịch của khí lí tưởng*

Người ta định nghĩa quá trình đẳng dung là quá trình biến đổi trong đó nhiệt dung mol C của chất khí không đổi

$$C = \frac{\delta Q}{dT} = \text{const} \qquad (1)$$

Hãy tìm phương trình của quá trình đẳng dung thuận nghịch của một lượng (gồm ν mol) khí lí tưởng nhất định.

Giải.

Chúng ta xuất phát từ :

– Nguyên lí I : $dU = \delta Q - dA$ (2)

– Phương trình trạng thái : $pV = \nu RT$ (3)

– Biểu thức của công dA mà khí sinh ra : $dA = pdV$ (4)

– Biểu thức của nhiệt lượng δQ mà khí nhận : $\delta Q = \nu CdT$ (5)

– Biểu thức của nội năng : $\delta U = \nu C_v dT$ (6)

Thay (5) và (6) vào (2), ta có : $\nu C_v dT = \nu CdT - pdV$ (7)

Lấy vi phân hai vế của (3) : $pdV + Vdp = \nu RdT$ (8)

Nếu muốn tìm phương trình liên hệ giữa p, V thì ta khử dT trong hệ hai phương trình (7) và (8), ta sẽ có :

$$\frac{C - C_v}{R}(pdV + Vdp) = pdV \qquad \text{hay là :} \qquad \frac{C - C_v - R}{C - C_v}pdV + Vdp = 0$$

Vì $C_V + R = C_p$ nên ta có thể đặt :

$$n = \frac{C - C_p}{C - C_V} \tag{9}$$

và có phương trình biến đổi :

$$npdV + Vdp = 0$$

Lấy tích phân hai vế (sau khi chia cho pV) ta có :

$$pV^n = \text{const} \tag{10}$$

(10) là phương trình biến đổi của quá trình đẳng dung thuận nghịch, nó có dạng tượng tự với phương trình (3.14) của quá trình đoạn nhiệt thuận nghịch. Nếu dựa vào (3) ta có thể biến đổi (10) thành phương trình đối với cặp biến số T, V :

$$TV^{n-1} = \text{const} \tag{11}$$

và đối với cặp biến số T, p :

$$Tp^{\frac{1-n}{n}} = \text{const} \tag{12}$$

Chỉ số n, định nghĩa bởi (9), gọi là chỉ số biến đổi đẳng dung của quá trình mà ta xét.

Các quá trình sau đây là trường hợp đặc biệt của quá trình đẳng dung :

– Đoạn nhiệt : $C = 0$; $n = \frac{C_p}{C_V} = \gamma$; $pV^\gamma = \text{const}$

– Đẳng nhiệt : $C = \infty$; $n = 1$; $pV = \text{const}$

– Đẳng áp : $C = C_p$; $n = 0$; $p = \text{const}$

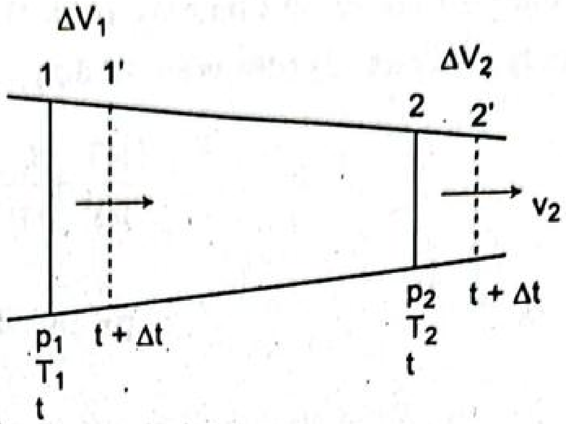
– Đẳng tích : $C = C_V$; $n = \infty$; $V = \text{const}$

3.7. *Sự thoát khí từ một lỗ nhỏ trên thành bình chứa khí* (mở rộng)

Cho một bình chứa khí lí tưởng ở áp suất p (lớn hơn áp suất bên ngoài) và nhiệt độ T. Trên thành bình có một lỗ nhỏ đến mức trong bình không có dòng (vĩ mô) đáng kể khi khí thoát ra ngoài qua lỗ. Coi p và T là không đổi trong khoảng thời gian quan sát. Bỏ qua ma sát và coi quá trình là đoạn nhiệt, tìm vận tốc của dòng khí (khi đã đạt tới trạng thái dừng) ở điểm có nhiệt độ T_1.

Giải.

Trong dòng dừng của chất khí ta tách ra một ống dòng như hình 3.12. Trong ống dòng ấy xét một lượng khí nằm giữa hai tiết diện 1 và 2 vào thời điểm t; sang đến thời điểm $t + \Delta t$ lượng khí chuyển động tới khoảng không gian nằm giữa hai tiết diện 1' và 2'. Áp dụng nguyên lí I cho lượng khí ấy và chú ý rằng lượng khí có động năng chuyển động vĩ mô (có hướng xác định) W_d, nguyên lí I được viết như sau :



Hình 3.12

$$Q = \Delta U + \Delta W_d + A' \qquad (1)$$

Để thuận lợi trong việc tính ΔU, ΔW_d và A', ta chú ý rằng có thể coi như kết quả chuyển động của lượng khí mà ta xét từ thời điểm t đến thời điểm $t + \Delta t$ là : lượng khí nhỏ (gồm ν mol) trong thể tích ΔV_1 giới hạn bởi hai tiết diện 1 và 1' chuyển sang thể tích ΔV_2 giới hạn bởi tiết diện 2 và 2'. Như vậy : Q = 0 vì quá trình đoạn nhiệt.

Khi đã đạt tới trạng thái chuyển động dừng, thì nhiệt độ T của khí tại mỗi điểm có giá trị xác định. Kí hiệu T_1 và T_2 là giá trị của T lần lượt ở tiết diện 1 và 2.

$$\Delta U = \nu C_V(T_2 - T_1)$$

$$\Delta W_d = \frac{1}{2}\nu\mu(v_2^2 - v_1^2)$$

$$A' = -p_1\Delta V_1 + p_2\Delta V_2 = \nu R(T_2 - T_1)$$

Thay vào (1) ta có :

$$\nu C_V(T_2 - T_1) + \nu R(T_2 - T_1) + \frac{1}{2}\nu\mu(v_2^2 - v_1^2) = 0$$

hay là, chú ý rằng $C_p = C_V + R$, có thể viết lại :

$$Q = C_p(T_2 - T_1) + \frac{1}{2}\mu(v_2^2 - v_1^2) = 0$$

$$C_pT_2 + \frac{1}{2}\mu v_2^2 = C_pT_1 + \frac{1}{2}\mu v_1^2$$

$$C_pT + \frac{1}{2}\mu v^2 = \text{const} \qquad (2)$$

Đây là phương trình của quá trình thoát khí. Có thể đưa phương trình này về dạng tương tự như phương trình Béc-nu-li đối với chất lỏng lí tưởng. Muốn thế chia hai vế của (2) (đối với một đơn vị khối lượng) cho μV :

$$\frac{RT}{\mu V}+\frac{C_V T}{\mu V}+\frac{1}{2}\frac{\mu}{\mu V}v^2=\text{const}$$

tức là : $$p+\rho C_V T+\frac{1}{2}\rho v^2=\text{const} \quad (3)$$

Ta có thể áp dụng kết quả tổng quát (2) cho bài toán đang xét :

Trong bình có nhiệt độ T, vận tốc vĩ mô $v = 0$.

Ngoài bình có nhiệt độ T_1, vận tốc vĩ mô v_1 (2) cho :

$$C_p T = C_p T_1 + \frac{1}{2}\mu v_1^2$$

$$v_1=\sqrt{\frac{2}{\mu}C_p(T-T_1)} \quad (4)$$

Muốn tính v_1 cần biết T_1, có thể tính gần đúng T_1 nhờ công thức của quá trình đoạn nhiệt thuận nghịch.

Nếu khí giãn vào chân không thì có thể coi $T_1 = 0$ (vì khí đó áp suất dần tới không, kéo theo nhiệt độ cũng dần tới không).

$$v_{ck}=\sqrt{\frac{2}{\mu}C_p T}=\sqrt{\frac{2}{\mu}\frac{\gamma}{\gamma-1}RT} \quad (5)$$

Như vậy, động năng của chuyển động vĩ mô sinh ra do giảm nội năng (động năng chuyển động hỗn loạn vì nhiệt). Vận tốc vĩ mô chỉ phụ thuộc tường minh vào nhiệt độ T, không phụ thuộc tường minh vào áp suất.

Áp dụng bằng số : Khí heli thoát vào chân không từ bình có nhiệt độ $T = 1490$ K qua lỗ nhỏ vào chân không. Vận tốc của dòng khí là :

$$v=\sqrt{\frac{2}{4.10^{-3}}.\frac{5/3}{2/3}.8,31.1490}=4000 \text{ m/s}$$

Đề bài tập

3.8. 1 kmol khí được làm nóng đẳng áp từ 17°C đến 75°C, khi đó khí hấp thụ một nhiệt lượng là 1,20 MJ. Tìm :

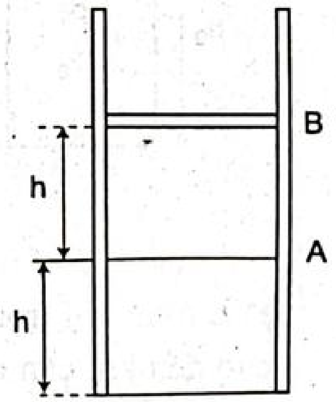
a) Giá trị $\gamma = \frac{C_p}{C_V}$.

b) Độ tăng nội năng ΔU của khí.

c) Công A' mà khí sinh ra.

3.9. Trong một bình thể tích V_1 có khí lí tưởng đơn nguyên tử ở áp suất p_1 và nhiệt độ T_1, trong một bình khác thể tích V_2 chứa cùng loại khí ở áp suất p_2 và nhiệt độ T_2. Mở khoá thông hai bình, tính nhiệt độ T và áp suất p khi cân bằng được thiết lập. Hai bình và ống nối đều cách nhiệt.

3.10. Trong một xilanh thẳng đứng, thành cách nhiệt, có 2 pit-tông : pit-tông A nhẹ (trọng lượng có thể bỏ qua) và dẫn nhiệt, pit-tông B nặng và cách nhiệt. Hai pit-tông và đáy xilanh tạo thành hai ngăn, mỗi ngăn chứa 1 mol khí lí tưởng lưỡng nguyên tử và có chiều cao là $h = 0,5$ m.



Hình 3.13

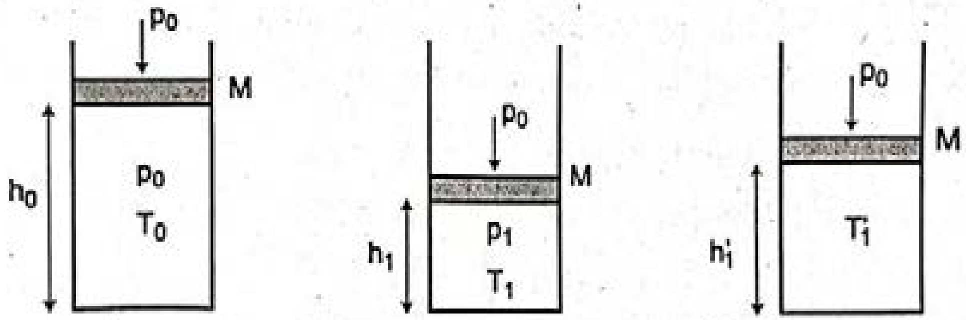
Ban đầu hệ ở trạng thái cân bằng nhiệt. Làm cho khí nóng lên thật chậm bằng cách truyền cho khí (qua đáy dưới) một nhiệt lượng $Q = 100$ J. Pit-tông A có ma sát với thành bình và không chuyển động, pit-tông B chuyển động không ma sát với thành bình. Tính lực ma sát tác dụng lên pit-tông A.

3.11. Tính γ đối với hỗn hợp khí gồm $\nu_1 = 2,0$ mol khí nitơ và $\nu_2 = 3,0$ mol khí cacbonic. Viết công thức cho trường hợp tổng quát : hai khí thành phần có tỉ số nhiệt dung lần lượt là γ_1 và γ_2. Các khí coi là lí tưởng.

3.12. Trong một xilanh nằm ngang kín cả hai đầu có một pit-tông nhẹ. Ban đầu pit-tông chia xilanh thành hai ngăn bằng nhau, mỗi ngăn có thể tích V_0 và chứa khí lí tưởng có cùng nhiệt độ và cùng áp suất p_0. Tính công A' cần thiết để làm cho pit-tông chuyển động chậm, làm cho thể tích một ngăn lớn hơn thể tích ngăn kia η lần. Quá trình là đẳng nhiệt.

3.13. Ba mol khí lí tưởng ở nhiệt độ $T_0 = 273$ K, giãn đẳng nhiệt đến thể tích gấp n = 5,0 lần rồi sau đó được làm nóng đẳng tích cho đến khi áp suất bằng áp suất ban đầu. Trong suốt cả quá trình khí đã nhận được nhiệt lượng Q = 80 J. Tính tỉ số nhiệt dung γ của khí đó.

3.14. Một pit-tông khối lượng M được giữ trong một xilanh thẳng đứng tiết diện S. Dưới pit-tông là một lượng khí lí tưởng có áp suất p_0 bằng áp suất khí quyển, có nhiệt độ T_0, chiều cao của cột khí trong xilanh là h_0 (hình 3.14).



Hình 3.14

a) Lượng khí trong xilanh thực hiện một quá trình đoạn nhiệt thuận nghịch cho đến khi cân bằng áp suất.

Tính áp suất p_1, nhiệt độ T_1, chiều cao h_1 của cột khí trong xilanh.

Tính công A mà khí nhận được ; công của khí quyển A_k và công của trọng lực A_p.

b) Cùng câu hỏi trên, nếu thả cho pit-tông rơi đột ngột (quá trình không thuận nghịch).

c) Nếu thả pit-tông một cách đột ngột thì có dao động trước khi cân bằng. Tính chu kì dao động.

3.15. Có một lượng khí lí tưởng lưỡng nguyên tử ở áp suất p_1, thể tích V_1 và nhiệt độ T_1. Cho khí giãn đoạn nhiệt thuận nghịch tới thể tích V_2. Sau đó khí được làm nóng đẳng tích tới nhiệt độ ban đầu T_1, rồi lại giãn đoạn nhiệt thuận nghịch đến thể tích V_3.

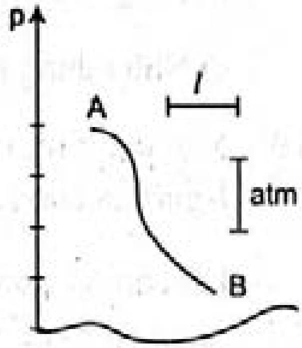
a) Biểu diễn hai quá trình giãn và quá trình làm nóng đẳng tích trên đồ thị p-V.

b) Tính công tổng cộng A mà khí sinh ra trong ba quá trình trên.

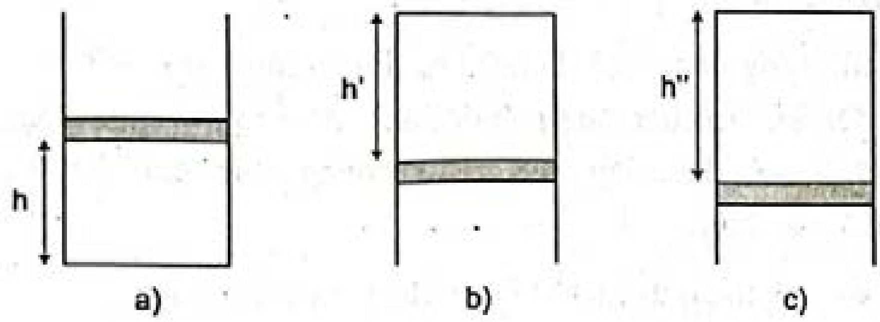
c) Nếu V_1 và V_3 cho trước thì với giá trị nào của V_2 công A là cực đại ?

3.16. Đường biểu diễn quá trình biến đổi của một khí lí tưởng đơn nguyên tử trên giản đồ p-V vẽ ở hình 3.15. Phần dưới của hình (có chứa trục V) bị rách mất. Người ta biết tỉ lệ xích trên cả hai trục.

Tổng nhiệt lượng mà khí nhận được trong quá trình AB bằng 0. Tính công khí sinh ra trong quá trình này.



Hình 3.15



Hình 3.16

3.17. Một mol khí lí tưởng đơn nguyên tử bị giam trong một xilanh hình trụ thẳng đứng, phía trên là một pit-tông có trọng lượng đáng kể (hình 3.16a). Chiều cao của cột khí là h, áp suất khí quyển là p_0. Thành xilanh và pit-tông dẫn nhiệt xấu.

Lật ngược xilanh để pit-tông ở dưới khí (hình 3.16b), pit-tông dao động nhỏ rồi dừng lại ở vị trí cân bằng mới. Ngay khi đó, chiều cao của cột khí là h'. Chờ cho nhiệt độ khí trong xilanh bằng nhiệt độ bên ngoài, đo chiều cao cột khí được giá trị $h'' = \frac{5}{4}h$ (hình 3.16c). Tính chiều cao h'.

Gợi ý : Khi lật ngược xilanh, khí chịu một biến đổi đoạn nhiệt không thuận nghịch.

3.18. Khí lí tưởng có chỉ số đoạn nhiệt $\gamma = \frac{C_p}{C_V}$ giãn theo quy luật $p = \alpha V$, α là hằng số. Thể tích ban đầu của khí là V_0, thể tích cuối là ηV_0. Tính :

a) Độ tăng nội năng của khí.

b) Công mà khí sinh ra.

c) Nhiệt dung mol của khí trong quá trình đó.

3.19. Một cái bình chứa một khối lượng m_0 khí lí tưởng ở áp suất khí quyển p_0. Người ta cho khí giãn đoạn nhiệt thuận nghịch đến áp suất $p_1 < p_0$. Tỉ phần khí còn lại trong bình $\frac{m_1}{m_0}$ là bao nhiêu ? Biết $p_0 = 10^5$ Pa, $p_1 = 0,75.10^5$ Pa, $\gamma = 1,4$. Sau khi khí giãn người ta đóng khoá bình và để cho khí trở về nhiệt độ ban đầu. Tính nhiệt lượng mà khí hấp thụ. Với áp suất p_1 nào thì nhiệt lượng này là cực đại ?

3.20. Người ta làm nóng đẳng tích 1 mol khí nitơ ở nhiệt độ $-43°$ C và áp suất khí quyển đến khi áp suất tăng gấp đôi, sau đó cho khí giãn đoạn nhiệt để trở về nhiệt độ ban đầu, tiếp theo lại nén đẳng nhiệt cho đến khi thể tích bằng thể tích ban đầu.

a) Tính áp suất và thể tích chất khí sau khi giãn đoạn nhiệt.

b) Tính công khí sinh ra trong quá trình giãn đoạn nhiệt và trong chu trình, các quá trình đều thuận nghịch.

3.21*. Tính công A mà chất khí sinh ra trong quá trình đẳng dung (politropic) thuận nghịch chuyển từ trạng thái p_1, V_1, T_1 đến trạng thái p_2, V_2, T_2.

3.22*. Một chất khí lưỡng nguyên tử $\left(\gamma = \frac{C_p}{C_V} = 1,4\right)$ giãn theo phương trình :

$$pV^{0,8} = \text{const}$$

a) Tính nhiệt dung mol C của khí ấy.

b) Khi giãn thì nhiệt độ của khí tăng hay giảm, khí nhận nhiệt hay nhả nhiệt ?

3.23*. Như bài 3.22 với phương trình : $pV^{1,3} = \text{const}$.

3.24*. Trong quá trình đẳng dung thuận nghịch, một lượng không khí nhận nhiệt lượng 10 kJ và tăng thể tích lên 10 lần. Áp suất giảm 8 lần. Tính chỉ số biến đổi đẳng dung, nhiệt dung C (theo nhiệt dung đẳng tích C_V) và độ tăng nội năng của khí.

3.25*. Trong quá trình đẳng dung thuận nghịch nén khí phải dùng một công là 250 kJ và khí toả ra một nhiệt lượng bằng 200 kJ. Xác định chỉ số politropic n. Biết $\gamma = 1,4$.

3.26*. Một lượng không khí có áp suất $p_1 = 4$ atm và thể tích 5 m^3. Khí giãn đẳng dung đến thể tích gấp 3 lần và áp suất $p_2 = 1$ atm. Tính chỉ số biến đổi đẳng dung, công sinh ra, nhiệt nhận được và độ tăng nội năng của lượng không khí đó trong quá trình giãn. Quá trình giãn coi gần đúng là thuận nghịch.

3.27*. Một chất khí thoát đoạn nhiệt từ một bình chứa khí theo một ống nằm ngang có tiết diện S nhỏ. Áp suất p_0 và nhiệt độ T_0 trong bình được giữ không đổi. Áp suất bên ngoài là p. Giả sử rằng khí là lí tưởng và tiết diện của ống nhỏ đến nỗi có thể bỏ qua vận tốc dòng của khí trong bình. Tìm vận tốc v của khí và lượng q thoát ra trong đơn vị thời gian.

3.28*. Xác định vận tốc chảy đẳng nhiệt của hỗn hợp hai khí lưỡng nguyên tử với khối lượng mol là μ_1 và μ_2. Số phân tử khí thứ nhất gấp k lần số phân tử khí thứ hai. Nhiệt độ hỗn hợp là T.

3.29*. Các nhà thực nghiệm cần một chùm nguyên tử xenon có vận tốc 1 km/s. Khối lượng nguyên tử xenon là 131 đv.

a) Khí xenon ở nhiệt độ nào giãn vào chân không sẽ cho vận tốc này ?

b) Hỗn hợp khí hiđrô với một lượng nhỏ xenon ở nhiệt độ trong phòng thoát vào chân không cho nguyên tử xenon có vận tốc là bao nhiêu ?

3.30*. Dùng một cái bơm hút để hút không khí từ một cái bình kín có thể tích là V, nhiệt độ là T_1 và áp suất ban đầu là p_0 bằng áp suất khí quyển. Khi pit-tông ở tận cùng bên trái thì thể tích xilanh của bơm là 0, khi pit-tông ở tận cùng bên phải thì thể tích xilanh là $\Delta V = \frac{1}{9}V$. Quá trình hút khí xảy ra khi khoá K_1 mở, K_2 đóng, pit-tông đi từ tận cùng bên trái sang tận cùng bên phải và là quá trình đoạn nhiệt thuận nghịch. Sau mỗi quá trình hút khí, pit-tông dừng lại ở vị trí tận cùng bên phải, đợi đến khi nóng lên đến nhiệt độ T_1 thì khoá K_1 đóng, K_2 mở, pit-tông đi về phía bên trái. Công hút khí được tính là công của lực đặt vào pit-tông để đưa pit-tông từ trái sang phải trong xilanh.

a) Sau 8 quá trình hút khí đầu tiên thì áp suất khí trong bình (ở nhiệt độ T_1) giảm tới bao nhiêu ? Công hút khí là bao nhiêu ?

b) Sau 8 quá trình hút khí tiếp theo nữa thì áp suất khí trong bình còn bao nhiêu ? Công hút khí là bao nhiêu ?

3.31*. Một pit-tông có thể dịch chuyển không ma sát trong một xilanh nằm ngang, đóng kín ở hai đầu. Ban đầu pit-tông chia xilanh thành hai ngăn bằng nhau, mỗi ngăn có thể tích V_0, cả hai ngăn đều chứa khí lí tưởng ở áp suất p_0, với tỉ số $\frac{C_p}{C_V} = \gamma$. Xilanh và pit-tông làm bằng chất cách nhiệt. Tính công A cần thực hiện để làm pit-tông dịch chuyển rất chậm từ vị trí ban đầu đến vị trí mà thể tích của một ngăn chỉ bằng $\frac{1}{2}V_0$.

3.32*. Giải bài 3.31 với giả thiết rằng pit-tông dẫn nhiệt và khi nó chuyển động, nhiệt độ trong cả hai ngăn của xilanh là như nhau. Bỏ qua nhiệt dung của pit-tông.

3.33*. Nhiệt dung mol của khí lí tưởng trong một quá trình nào đó được biến đổi theo định luật $C = \frac{\alpha}{T}$ trong đó α là một đại lượng không đổi. Tìm :

a) Công A thực hiện bởi 1 mol khí khi nó được làm nóng lên từ nhiệt độ T_1 đến nhiệt độ $T_2 = 2T_1$.

b) Phương trình liên hệ các thông số p và V trong quá trình đó.

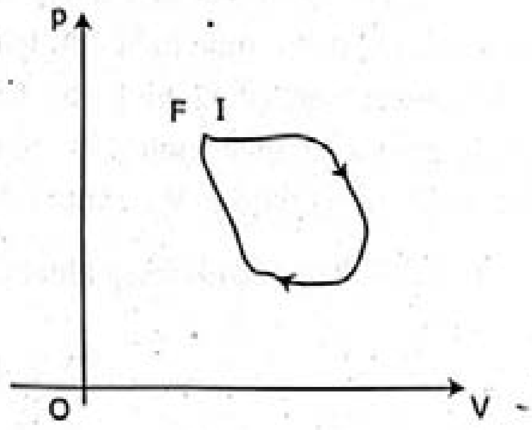
Chủ đề 4

ÁP DỤNG NGUYÊN LÍ I CHO CHU TRÌNH

Lí thuyết

4.1. Chu trình

Chu trình là một quá trình mà trạng thái cuối (F) trùng với trạng thái đầu (I). Chu trình cân bằng có thể được biểu diễn trên đồ thị p-V bằng một đường cong khép kín (hình 4.1). Lượng khí biến đổi theo chu trình gọi là tác nhân. Công A' mà tác nhân sinh ra trong một chu trình có độ lớn bằng diện tích bao quanh bởi đường biểu diễn, và có dấu dương nếu chu trình diễn biến theo chiều kim đồng hồ trên đường biểu diễn, có dấu âm nếu ngược lại.



Hình 4.1

Cần chú ý rằng trong khi biến đổi theo chu trình, có giai đoạn tác nhân sinh công dương và cũng có giai đoạn tác nhân sinh công âm (nhận công). Công A' sinh ra trong cả chu trình là tổng đại số của các công sinh ra trong từng giai đoạn của chu trình. Cũng tương tự như vậy, có giai đoạn trong chu trình tác nhân nhận nhiệt lượng, có giai đoạn khác tác nhân nhả nhiệt lượng (nhận nhiệt lượng âm). Nhiệt lượng Q mà tác nhân nhận được trong chu trình bằng tổng đại số các nhiệt lượng nhận được trong từng giai đoạn của chu trình.

Theo nguyên lí I : $\Delta U = Q + A = Q - A'$ mà (F) trùng với (I) nên $\Delta U = 0$ và :

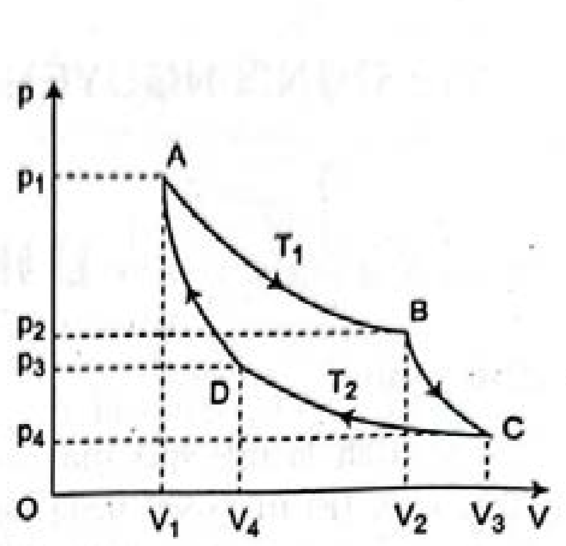
Tổng đại số nhiệt lượng nhận được Q = tổng đại số công sinh ra A'

Khi tác nhân thực hiện một chu trình theo chiều dương (chiều kim đồng hồ trên đường biểu diễn khép kín), nó nhận một nhiệt lượng Q và sinh ra một công A' dương. Người ta bảo đó là một động cơ nhiệt, biến đổi nhiệt lượng thành công.

4.2. Chu trình Các-nô

Để thuận lợi trong việc vận dụng nguyên lí I và II, người ta khảo sát một chu trình biến đổi đặc biệt gọi là chu trình Các-nô. Chu trình Các-nô là một chu trình gồm có hai quá trình đẳng nhiệt xen kẽ với hai quá trình đoạn nhiệt.

Sau đây, ta xét một lượng khí lí tưởng (ν mol), thực hiện chu trình Các-nô cân bằng (thuận nghịch). Chu trình gồm bốn quá trình cân bằng, biểu diễn trên đồ thị p-V ở hình 4.2.



Hình 4.2

AB là quá trình đẳng nhiệt ở nhiệt độ T_1, khí giãn, nhận nhiệt lượng :

$$Q_1 = \nu RT_1 \ln\frac{V_2}{V_1} \tag{4.1}$$

BC là quá trình đoạn nhiệt, khí giãn đoạn nhiệt, nhiệt độ giảm từ T_1 đến T_2:

$$T_1V_2^{\gamma-1} = T_2V_3^{\gamma-1} \tag{4.2}$$

CD là quá trình đẳng nhiệt ở nhiệt độ T_2, khí bị nén, nhả nhiệt lượng :

$$Q_2' = \nu RT_2 \ln\frac{V_3}{V_4} \tag{4.3}$$

DA là quá trình đoạn nhiệt, khí bị nén, nhiệt độ tăng từ T_2 đến T_1 :

$$T_1V_1^{\gamma-1} = T_2V_4^{\gamma-1} \tag{4.4}$$

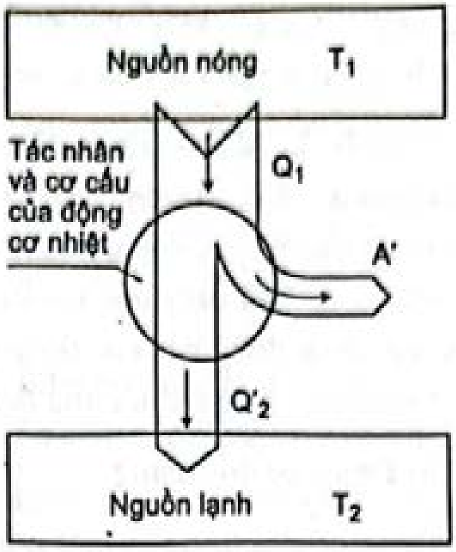
Kết quả của chu trình là lượng khí (gọi là tác nhân) nhận nhiệt lượng Q_1 của nguồn nóng ở nhiệt độ T_1, nhả nhiệt lượng Q_2' cho nguồn lạnh ở nhiệt độ T_2 và sinh công A' bằng diện tích bao quanh bởi ABCD.

Lượng khí và cơ cấu để thực hiện biến đổi của lượng khí theo chu trình ABCD theo chiều mũi tên, gọi là chiều thuận, là một động cơ nhiệt. Có thể biểu diễn một động cơ nhiệt theo sơ đồ quy ước ở hình 4.3.

Các phương trình (4.1), (4.2), (4.3) và (4.4) là kết quả vận dụng nguyên lí I cho từng quá trình trong chu trình. Tổng hợp các kết quả đó, (4.2) và (4.4) cho : $\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}$.

(4.1) và (4.3) cho :

$$\frac{Q_2'}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1} \tag{4.5}$$



Hình 4.3

Đây là một phương trình rất có ý nghĩa trong NĐLH : tỉ số nhiệt lượng mà tác nhân trao đổi với hai nguồn trong chu trình Các-nô bằng tỉ số nhiệt độ của hai nguồn ấy. Nhiệt lượng Q mà tác nhân nhận được trong chu trình là $Q = Q_1 - Q_2'$. Theo nguyên lí I, nhiệt lượng này bằng công A' sinh ra trong chu trình :

$$Q = Q_1 - Q_2' = A'$$

Hiệu suất H của động cơ nhiệt hoạt động theo chu trình, gọi tắt là hiệu suất của chu trình, được định nghĩa là tỉ số công sinh ra A' chia cho nhiệt lượng Q_1 cần cung cấp cho tác nhân :

$$H = \frac{A'}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2'}{Q_1}$$

Theo (4.5) có thể tìm được biểu thức của hiệu suất H theo nhiệt độ T_1 của nguồn nóng và T_2 của nguồn lạnh :

$$H = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \tag{4.6}$$

Đây là công thức cho hiệu suất của chu trình Các-nô cân bằng (thuận nghịch) với tác nhân là khí lí tưởng.

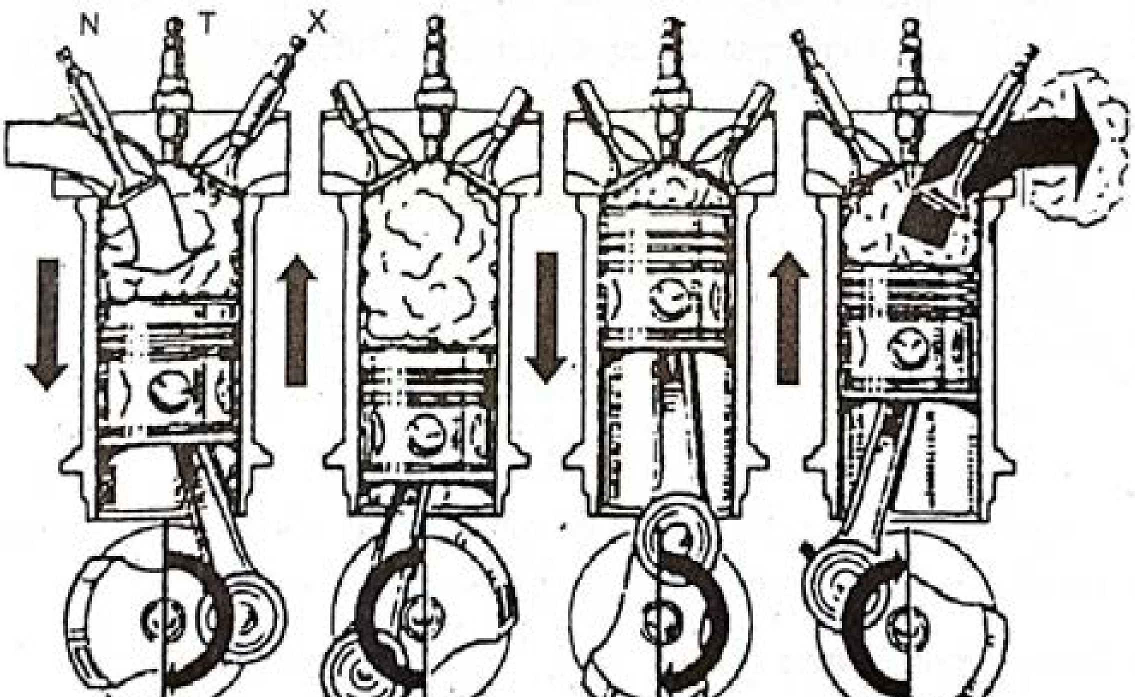
4.3. Động cơ nhiệt (mở rộng)

Động cơ nhiệt là dụng cụ biến đổi nhiệt lượng thành công. Nhiệt lượng thường được nhận từ sự đốt cháy nhiên liệu. Trong động cơ đốt trong thì nhiên liệu được đốt cháy ở trong máy ; còn trong động cơ hơi nước hay tuabin hơi nước, gọi là động cơ đốt ngoài, thì nhiên liệu được đốt cháy để tạo ra hơi nước ở ngoài động cơ, sau đó nội năng của hơi nước được chuyển thành công ở trong động cơ.

Vào thế kỉ XIX người ta đã sử dụng khá nhiều động cơ hơi nước và bắt đầu khai thác động cơ đốt trong. NĐLH ra đời trong thế kỉ XIX này để đáp ứng nhu cầu khảo sát và cải tiến các động cơ nhiệt. Sau này NĐLH phát triển, mở rộng đối tượng nghiên cứu và đạt được những kết quả có tính khái quát cao, vượt ra ngoài phạm vi của hoạt động của các động cơ nhiệt. Thành thử ngày nay có thể trình bày lí thuyết về các động cơ nhiệt như là một phần ứng dụng của NĐLH.

a) Động cơ đốt trong

Động cơ đốt trong là một động cơ nhiệt trong đó nhiên liệu được đốt cháy ở bên trong những buồng đốt (xilanh) của động cơ. Động cơ đốt trong hoạt động đầu tiên được Ni-cô-la-út Ốt-tô (Nikolaus Otto) chế tạo năm 1876 là một động cơ bốn kì chạy bằng khí đốt. Sau này, động cơ bốn kì chạy bằng xăng. Động cơ bốn kì có pit-tông chuyển động trong một xilanh, xilanh thông với bên ngoài bằng một van nạp N và một van xả X (hình 4.4) trong xi lanh còn một bugi B để đánh tia lửa điện. Bốn kì xảy ra liên tiếp như sau :



Hình 4.4

Kì 1 : Pit-tông đi xuống, van nạp N mở, hỗn hợp cháy gồm không khí và những hạt nhỏ nhiên liệu được tạo thành từ bộ chế hoà khí tràn vào đáy xilanh. Cuối cùng pit-tông ở đáy xilanh.

Kì 2 : Pit-tông đi lên, van N đóng, hỗn hợp cháy bị nén. Khi pit-tông đến gần đỉnh, thì bugi đánh lửa làm cho hỗn hợp cháy bị nổ, áp suất trong xilanh tăng đột ngột.

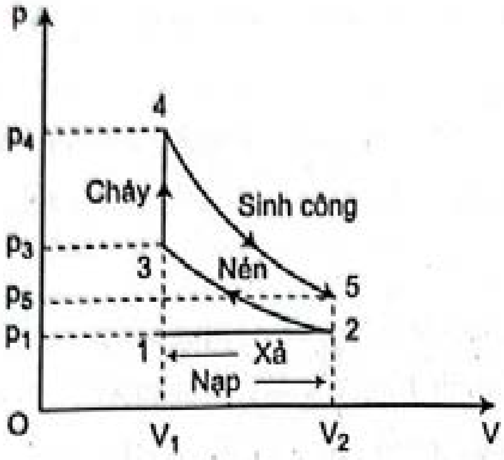
Kì 3 : Áp suất lớn trong xilanh đẩy pit-tông đi xuống bằng một lực lớn. Đây là kì sinh công của động cơ nhiệt. Khi pit-tông tới đáy thì van xả X mở.

Kì 4 : Pit-tông đi lên, đẩy hỗn hợp đã bị cháy ra khỏi xilanh qua van X. Sau đó chu trình gồm bốn kì nói trên được lặp lại. Một dạng sửa đổi của động cơ bốn kì là động cơ hai kì, trong động cơ này không có hệ thống van N và X, hỗn hợp cháy đi vào và đi ra khỏi xilanh qua hai cửa, mỗi cửa đóng hay mở tuỳ thuộc vào vị trí của pit-tông lúc đó : nếu pit-tông che cửa thì cửa đóng, nếu pit-tông không che thì cửa mở.

Một loại động cơ khác với động cơ Ốt-tô (chạy bằng xăng) là động cơ đi-ê-zen do Ru-đôn-phơ Đi-ê-zen (Rudolf Diesel) phát minh năm 1896. Động cơ này không có bugi để đánh lửa. Thay cho việc tạo ra tia lửa điện bằng bugi vào cuối kì 2 thì người ta nén không khí với tỉ số nén cao (từ 1 atm đến 15 – 25 atm) làm cho nhiệt độ tăng lên đến 550°C. Tiếp đó dầu nặng (gọi là dầu đi-ê-zen) được một mũi phun cao áp phun vào xilanh. Tiếp xúc với không khí nóng, dầu cháy và làm cho pit-tông đi xuống sinh công. Trong khi động cơ đi-ê-zen có hệ số nén khí tới 25, thì động cơ Ốt-tô (chạy xăng) có hệ số nén khí chỉ tới 9. Vì vậy động cơ đi-ê-zen phải có xilanh thành dày, chắc chắn hơn và trở thành nặng, đắt hơn.

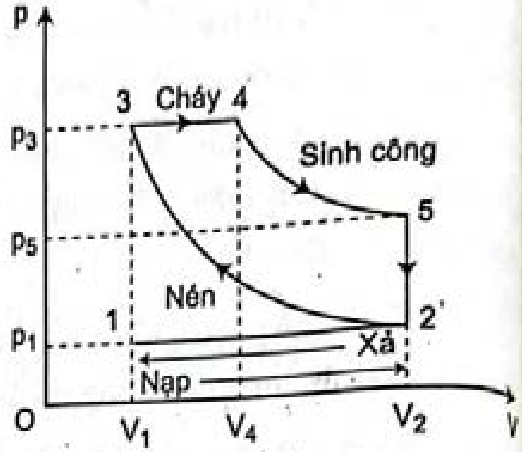
Chu trình biến đổi của khí sinh công (tác nhân) trong động cơ chạy xăng Ốt-tô và động cơ đi-ê-zen có thể biểu diễn một cách hình thức trên đồ thị p-V trong các hình 4.5 và hình 4.6. Có thể tính được hiệu suất các chu trình này (xem bài tập 4.7 và 4.9).

Bằng các phép tính không đến nỗi quá phức tạp, dựa vào các công thức của quá trình biến đổi đẳng nhiệt và đoạn nhiệt và tạm coi các quá trình là cân bằng, có thể tính được hiệu suất của mỗi chu trình. Kết quả ghi ở dưới hình vẽ biểu diễn chu trình.



Hình 4.5

Chu trình Ốt-tộ



Hình 4.6

Chu trình Đi-ê-zen

Hệ số nén : $\varepsilon = \frac{V_2}{V_1}$ (khoảng 7 - 9)

Hệ số tăng áp khi nhận nhiệt :

$$\lambda = \frac{p_4}{p_3}$$

Hiệu suất :

$$H = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\gamma-1}} \quad (4.7)$$

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V}$$

Hệ số nén : $\varepsilon = \frac{V_2}{V_1}$ (khoảng 15 - 25)

Hệ số nổ sớm :

$$\rho = \frac{V_4}{V_3}$$

Hiệu suất :

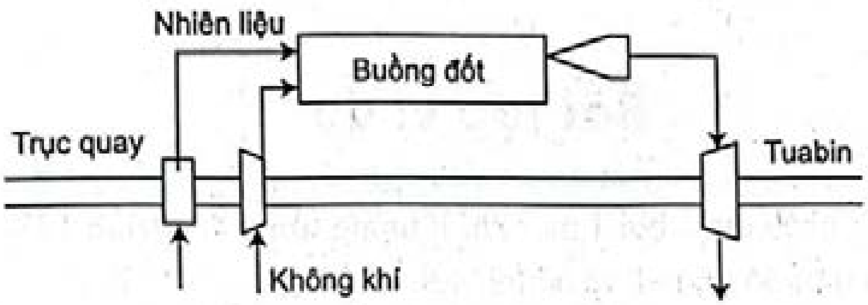
$$H = 1 - \frac{\rho^\gamma - 1}{\gamma\varepsilon^{\gamma-1}(\rho - 1)} \quad (4.8)$$

b) Tuabin khí

Tuabin khí là một loại động cơ đốt trong, trong đó sản phẩm của việc đốt cháy nhiên liệu trong không khí nén được giãn ra và sinh công trong tuabin. Không khí của khí quyển được nén bởi một máy nén quay (máy này được kéo theo tuabin) và đưa vào buồng đốt, tại đây không khí trộn với nhiên liệu (xăng, khí đốt...). Sản phẩm cháy giãn và đẩy tuabin.

Sơ đồ hoạt động của tuabin khí vẽ ở hình 4.7, tuabin khí còn gọi là động cơ đốt trong kiểu quay.

Tuabin khí làm quay trục tức là tạo ra trực tiếp chuyển động quay ; còn động cơ đốt trong có pit-tông tạo ra chuyển động dao động của pit-tông, phải có một cơ cấu biên và trục khuỷu để chuyển dao động thành chuyển động quay, như vậy cồng kềnh và hao phí năng lượng lớn hơn. Để tạo ra các chuyển động quay với tốc độ góc lớn, dùng tuabin khí thuận tiện hơn. Dựa theo đặc điểm của quá trình cháy có thể chia các chu trình của tuabin khí thành hai loại : nhận nhiệt đẳng áp và nhận nhiệt đẳng tích.



Hình 4.7

Chu trình của tuabin khí nhận nhiệt đẳng áp (hình 4.8).

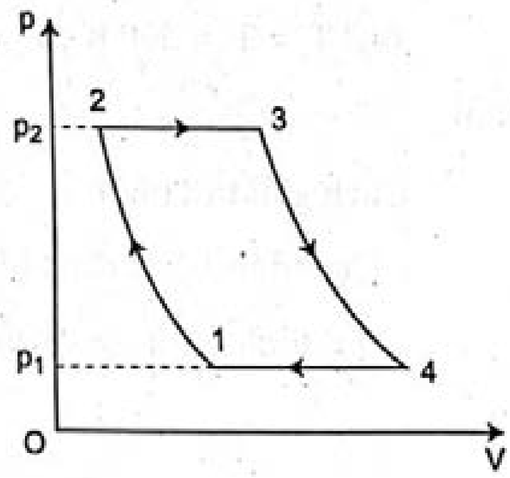
1 – 2 : nén đoạn nhiệt

2 – 3 : nhận nhiệt đẳng áp

3 – 4 : giãn đoạn nhiệt trong cánh tĩnh có dạng ống tăng tốc, nhiệt năng chuyển thành động năng của dòng khí, dòng này đi vào cánh động làm quay trục gắn với cánh động, động năng của dòng chuyển thành cơ năng của cánh động và trục.

4 – 1 : nhả nhiệt đẳng áp.

$\beta = \frac{p_2}{p_1} =$ tỉ số tăng áp khí nén.



Hình 4.8

Nhiệt nhận được (đối với 1 mol) :

$$Q_1 = C_p(T_3 - T_2) \approx C_p T_1 \beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}(\rho - 1)$$

Nhiệt nhả ra :

$$Q_2' = C_p(T_4 - T_1) \approx C_p T(\rho - 1)$$

Hiệu suất :

$$H = 1 - \frac{1}{\beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \quad (4.9)$$

Nếu tính theo tỉ số nén ε thì từ mối liên hệ $p_1V_1^\gamma = p_2V_2^\gamma$ suy ra $\beta = \varepsilon^\gamma$, thay vào (4.9) ta lại có (4.7). Chu trình của tuabin khí nhận nhiệt đẳng áp còn gọi là chu trình Jun (Joule).

Bài tập ví dụ

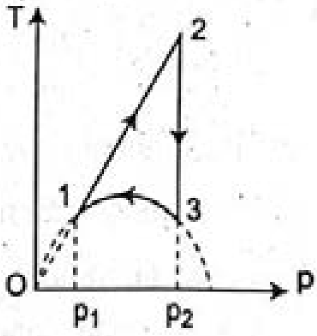
4.1. Tính công nhận được bởi 1 mol khí lí tưởng trong chu trình 1231 mà đường biểu diễn trên đồ thị p-T vẽ ở hình 4.9.

1-2 : là đoạn thẳng kéo dài qua O.

2-3 : là đoạn thẳng song song với OT.

3-1 : là cung parabol kéo dài qua O.

Biết $T_1 = T_3 = 300$ K ; $T_2 = 400$ K.



Hình 4.9

Giải.

Cách giải thứ nhất

– Quá trình 1-2 là đẳng tích, khí không nhận công : $A_{12} = 0$.

– Quá trình 2-3 là nguội đẳng áp (áp suất p_2) từ T_2 đến T_1, công nhận được là :

$$A_{23} = -p_2\Delta V = -p_2(V_3 - V_2) = p_2V_2\left(1 - \frac{V_3}{V_2}\right)$$

$$= RT_2\left(1 - \frac{T_3}{T_2}\right) = 100R$$

– Công nhận được trong quá trình 3-1 là

$$A_{31} = -\int_{V_3}^{V_1} p\,dV \quad (1)$$

Muốn tính được tích phân này phải tìm được biểu thức của áp suất p theo thể tích V dọc theo cung parabol 31 trên đồ thị T-p ở hình 4.9.

Phương trình của cung này là :

$$T = ap^2 + bp \tag{2}$$

Kết hợp với phương trình trạng thái

$$pV = RT \tag{3}$$

ta suy ra

$$ap\left[p+\left(\frac{b}{a}-\frac{V}{Ra}\right)\right]=0$$

Vì p biến đổi và khác không nên phương trình này rút về

$$p+\frac{b}{a}-\frac{V}{Ra}=0$$

hay là

$$p=-\frac{b}{a}+\frac{V}{Ra} \tag{4}$$

Thay vào (1) ta tính được công A_{31} nhận được trong quá trình 3-1 :

$$A_{13}=(V_3-V_1)\left(-\frac{b}{a}+\frac{V_3+V_1}{2Ra}\right)=\frac{1}{2}(V_3-V_1)(p_3+p_1)$$

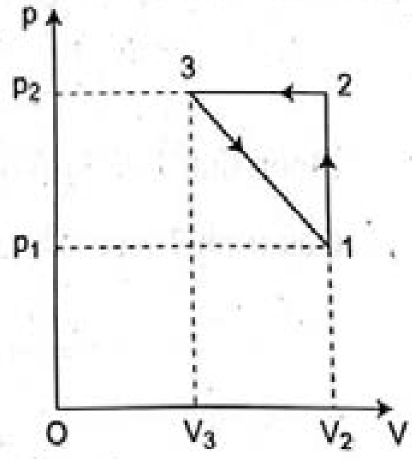
$$=\frac{1}{2}.\frac{7}{3}p_1\left(-\frac{1}{4}V_1\right)=-\frac{7}{24}RT_1=-\frac{700}{8}R$$

Tổng đại số công nhận được trong cả chu trình là :

$$A = A_{12} + A_{23} + A_{31} = 12{,}5R = 104\ J \tag{5}$$

Cách giải thứ hai

Nếu chuyển sang biến số p, V thì có thể tính được công sinh ra A' = – A theo diện tích bao quanh bởi đường biểu diễn chu trình. Trong giai đoạn 3-1 phương trình biến đổi là (4) và đường biểu diễn là đoạn thẳng. Chu trình được biểu diễn bởi đường gẫy khúc khép kín 123 trên đồ thị p-V (hình 4.10). Công nhận được bằng diện tích tam giác 123.

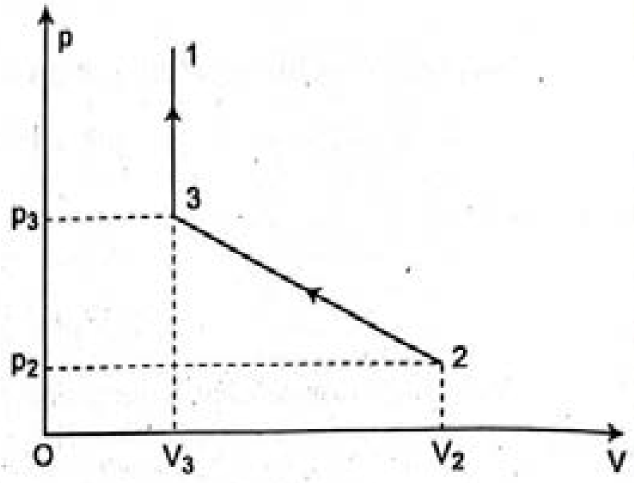


Hình 4.10

$$A = -A' = \frac{1}{2}(p_2 - p_1)(V_2 - V_1)$$

$$= \frac{1}{2}R(T_2 - T_1 - T_3 + T_1\frac{T_3}{T_2}) = 12,5R = 104\ J$$

4.2. Một mol khí lí tưởng đơn nguyên tử từ trạng thái ban đầu 1 với nhiệt độ $T_1 = 100$ K giãn qua tuabin vào chân không. Khí sinh ra công và chuyển (không thuận nghịch) sang trạng thái 2 có thể tích $V_2 = 3V_1$, trong quá trình này khí không nhận nhiệt từ bên ngoài. Sau đó khí bị nén theo quá trình thuận nghịch mà áp suất phụ thuộc tuyến tính vào thể tích đến trạng thái 3 với $V_3 = V_1$ và $T_3 = T_2$ (T_2 là nhiệt độ của khí ở trạng thái 2). Tiếp theo khí biến đổi đẳng tích về trạng thái ban đầu 1 (xem hình 4.11).



Hình 4.11

Tìm công mà chất khí sinh ra khi giãn qua tuabin và chuyển từ trạng thái 1 sang trạng thái 2. Biết rằng trong quá trình 2-3-1 tổng đại số nhiệt lượng mà khí nhận được là Q = 72 J (Q = nhiệt nhận được – nhiệt nhả ra).

Giải.

Quá trình 1-2 là đoạn nhiệt ($Q_{12} = 0$) nên công sinh ra A'_{12} có thể tính được theo độ biến thiên nội năng :

$$A'_{12} = -\Delta U = C_V(T_1 - T_2) \qquad (1)$$

Muốn tính $T_1 - T_2$ ta dựa vào quá trình 2-3-1.

Quá trình 2-3 có $\Delta U_{23} = 0$ nên : $Q_{23} = A'_{23}$ = dt hình thang

$$= \frac{1}{2}(p_2 + p_3)(V_3 - V_2) = \frac{1}{2}(p_2 + 3p_2)\left(\frac{1}{3}V_2 - V_2\right)$$

$$= -\frac{4}{3}p_2V_2 = -\frac{4}{3}RT_2$$

Quá trình 3-1 là đẳng tích nên $A_{31} = 0$

$$Q_{31} = \Delta U_{31} = C_V(T_1 - T_3) = C_V(T_1 - T_2) = A'_{12}$$

Theo đề bài thì $Q_{23} + Q_{31} = Q = 72$ J, ta sẽ có :

$$-\frac{4}{3}RT_2 + C_V(T_1 - T_2) = Q$$

Cộng vào hai vế của phương trình số hạng $\frac{4}{3}RT_1$ (mà ta đã biết) ta có :

$$\left(\frac{4}{3}R + C_V\right)(T_1 - T_2) = Q + \frac{4}{3}RT_1$$

Từ đó suy ra $T_1 - T_2$ rồi thay vào (1), ta tìm được :

$$A'_{12} = C_V \frac{Q + \frac{4}{3}RT_1}{\frac{4}{3}R + C_V} = \frac{3}{2}R\frac{Q + \frac{4}{3}RT_1}{\frac{4}{3}R + \frac{3}{2}R} = \frac{9}{17}\left(72 + \frac{4}{3}.8{,}31.100\right) = 625 \text{ J}$$

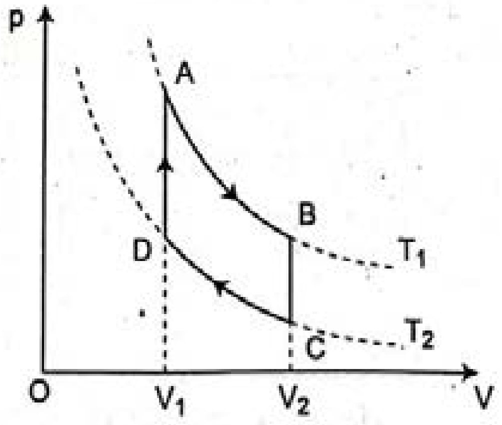
Đề bài tập

Trong các bài tập của chủ đề này, chúng ta coi gần đúng các quá trình biến đổi của chất khí là thuận nghịch, ở mỗi bài không nhắc lại điều kiện này nữa.

Chu trình Stia-lin (Stirling) vẽ ở hình 4.12 gồm hai quá trình đẳng nhiệt ứng với các nhiệt độ T_1 và T_2 xen kẽ với hai quá trình đẳng tích ứng với các thể tích V_1 và V_2.

a) Tính công A' sinh ra trong một chu trình.

b) Tính nhiệt nhận được Q_1.



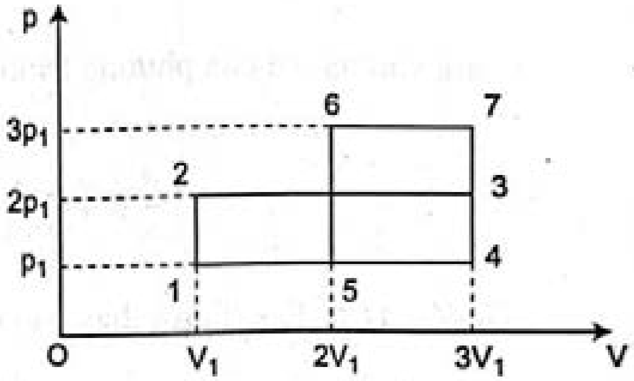
Hình 4.12

c) Biện luận về hiệu suất H của chu trình. Tác nhân là 1 mol khí lí tưởng đơn nguyên tử.

4.4. Khí lí tưởng với chỉ số đoạn nhiệt γ thực hiện một chu trình thuận nghịch gồm các quá trình đoạn nhiệt, đẳng nhiệt và đẳng tích nối tiếp nhau. Tìm hiệu suất của chu trình nếu trong quá trình đoạn nhiệt thể tích của khí lí tưởng :

a) Giảm n lần. b) Tăng n lần.

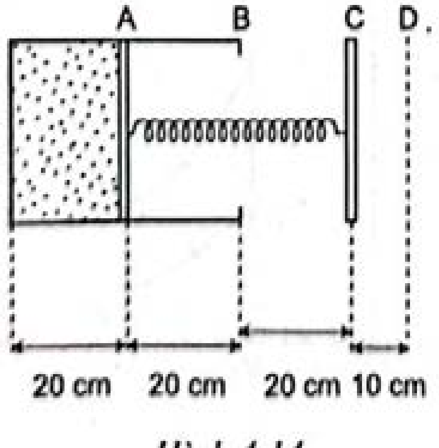
4.5. Xét hai chu trình của khí lí tưởng đơn nguyên tử lần lượt biểu diễn bởi các hình chữ nhật 12341 và 56745 trong đồ thị p-V như ở hình 4.13. Tính tỉ số các hiệu suất H_1 và H_2 của hai chu trình này.



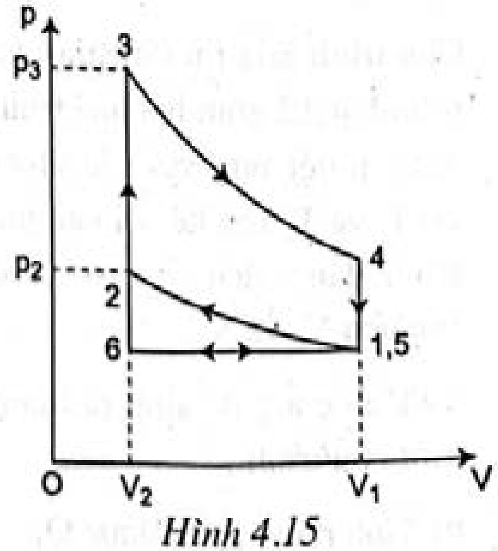
Hình 4.13

4.6. Một động cơ nhiệt gồm một xilanh chứa khí và pit-tông (xem hình 4.14). Chuyển động của pit-tông trong xilanh bị giới hạn bởi hai cái vành A và B cách nhau 20 cm. Khí được làm nóng chậm, pit-tông chuyển động từ A đến B, sau đó mặt đế C của lò xo dịch chuyển 10 cm đến vị trí D. Tiếp theo người ta làm lạnh bình cho đến khi pit-tông trở về A. Sau đó mặt đế của lò xo lại từ vị trí D trở về vị trí ban đầu và khí lại được làm nóng lên dần dần. Tìm hiệu suất của động cơ.

Biết rằng xilanh chứa khí heli và có tiết diện $S = 10\ cm^2$, độ cứng của lò xo $k = 10$ N/m, độ dài tự nhiên của lò xo là 60 cm. Áp suất bên ngoài bằng 0. Khí là đơn nguyên tử.



Hình 4.14



Hình 4.15

4.7. ***Chu trình Ốt-tô* (hay Beau de Rochas) *lí tưởng.***

Chu trình biểu diễn trên đồ thị p-V trong hình 4.15.

1-2 : nén đoạn nhiệt hỗn hợp không khí nhiên liệu.

2-3 : cháy (nhận nhiệt) đẳng tích.

3-4 : giãn đoạn nhiệt.

4-1 : thải khí (coi như nhả nhiệt) và nạp hỗn hợp mới, thực ra là 4561 nhưng vì 56 và 61 triệt tiêu nhau về nhiệt và công.

$$\varepsilon = \frac{V_1}{V_2} \text{ gọi là tỉ số nén } (= 7 \text{ đến } 9)$$

$$\lambda = \frac{p_3}{p_2} \text{ gọi là tỉ số tăng áp khi nhận nhiệt.}$$

Tính hiệu suất H của chu trình theo tỉ số nén ε và theo chỉ số đoạn nhiệt của khí.

4.8. Trong chu trình Ốt-tô lí tưởng (Bài 4.7) biết $p_1 = 1$ atm, $t_1 = 100°C$, $\varepsilon = 6$, $\lambda = 1,6$. Xác định thông số ở các điểm 1, 2, 3, 4 ; nhiệt nhận được Q_1 và hiệu suất của chu trình. Coi tác nhân như là 1 kg không khí.

4.9. ***Chu trình Đi-ê-zen***

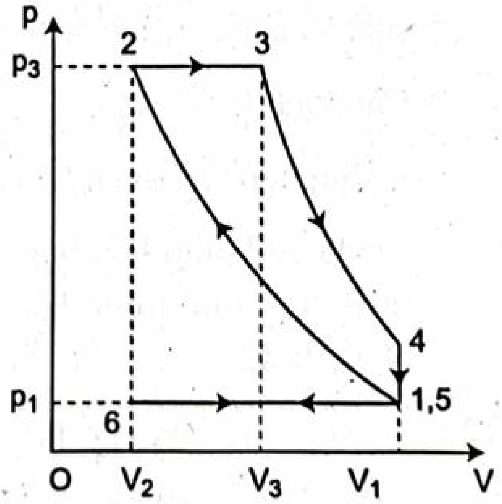
Chu trình biểu diễn trên đồ thị p-V trong hình 4.16.

1-2 : nén đoạn nhiệt không khí.

2-3 : nhận nhiệt đẳng áp (phun nhiên liệu vào xilanh, nhiên liệu cháy).

3-4 : giãn đoạn nhiệt.

4-1 : (thực ra là 4-5-6-1) thải khí và nạp khí mới, có thể coi như nhả nhiệt.



Hình 4.16

$\varepsilon = \dfrac{V_1}{V_2}$ gọi là tỉ số nén (= 12 đến 20) ; $\rho = \dfrac{V_3}{V_2}$ = hệ số nổ sớm

Tính hiệu suất H của chu trình theo ε, ρ và theo chỉ số đoạn nhiệt của khí.

4.10. Trong chu trình đi-ê-zen lí tưởng có $t_1 = 47^oC$, $p_1 = 0,9$ atm, $\varepsilon = 12$, $\rho = 2$. Tác nhân là khí lưỡng nguyên tử. Xác định thông số ở các điểm 2, 3, 4 của chu trình. Tính hiệu suất của chu trình.

4.11. Để chế tạo động cơ nhiệt đốt trong có xilanh và pit-tông ta dùng loại vật liệu chịu được áp suất đến 600 atm (1 atm = 10^5 Pa). Hỗn hợp nhiên liệu và không khí sau khi cháy thì dùng hết lượng ôxi trong đó và toả ra nhiệt lượng bằng 164 kJ ứng với 1 mol ôxi. Sau khi nhiên liệu cháy hết ta xem tổng số mol của hỗn hợp vẫn như cũ và chính là số mol không khí trong hỗn hợp (không khí xem như một khí lưỡng nguyên tử với $C_V = 21$ J/mol.K và $\gamma = 1,40$).

a) Nếu động cơ ấy chạy theo chu trình Ốt-tô (xem bài 4.7) thì hiệu suất cao nhất có thể đạt được là bao nhiêu ?

b) Nếu động cơ ấy chạy theo chu trình Đi-ê-zen (xem bài 4.9) thì hiệu suất cao nhất có thể đạt được là bao nhiêu ?

c) Nếu hai động cơ ấy chạy không được cấp đủ nhiên liệu (để sử dụng hết ôxi trong hỗn hợp nhiên liệu – không khí) nhưng vẫn chạy được thì hiệu suất và công suất của chúng thay đổi như thế nào ?

Cho biết :

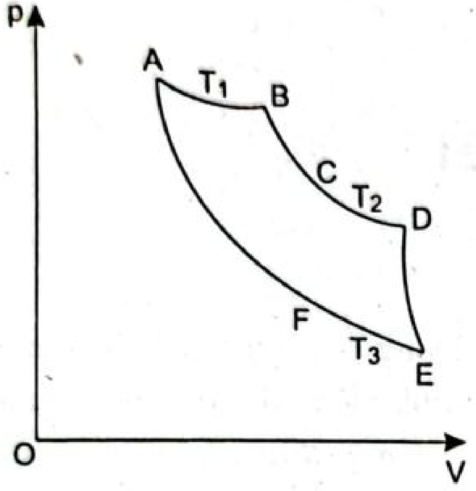
– Hỗn hợp khí nhiên liệu đưa vào xilanh ở nhiệt độ 300 K và áp suất 1 atm.

– Không khí là hỗn hợp theo tỉ lệ 4 mol nitơ và 1 mol ôxi. Chất khí thực hiện chu trình trong bài này xem như chỉ là không khí (không để ý đến nhiên liệu).

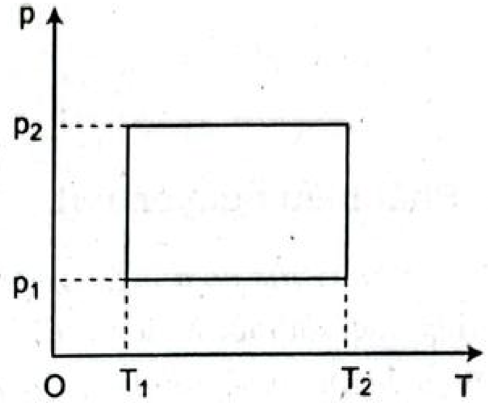
4.12. 1 kmol khí lí tưởng thực hiện một chu trình gồm 3 quá trình đẳng nhiệt AB, CD, EF lần lượt ở các nhiệt độ T_1, T_2, T_3 xen kẽ với 3 quá trình đoạn nhiệt BC, DE, FA. Trong các quá trình giãn đẳng nhiệt ở nhiệt độ T_1 và T_2 thể tích khí tăng lên k lần (xem hình 4.17). Tính :

a) Công A mà khí sinh ra trong một chu trình.

b) Hiệu suất H của chu trình.



Hình 4.17

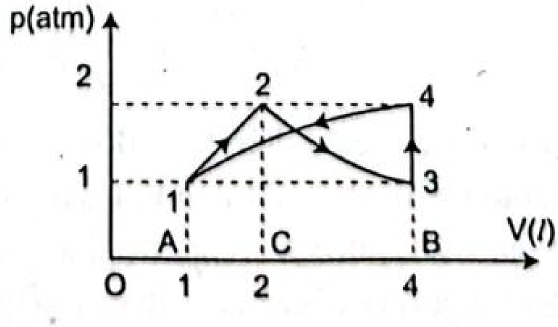


Hình 4.18

4.13. Tìm hiệu suất của chu trình mà đường biểu diễn trong đồ thị p-T vẽ ở hình 4.18.

4.14*. Khí lí tưởng đơn nguyên tử ở trạng thái (p_1, V_1) được làm nguội đẳng áp đến thể tích $V_2 = \frac{1}{4}V_1$, sau đó chuyển theo quá trình politropic đến trạng thái có $p_3 = 8p_1$; $V_3 = \frac{1}{8}V_1$. Tiếp theo khí được làm nóng đẳng áp đến thể tích $V_4 = \frac{1}{4}V_1$, rồi bằng quá trình politropic khí trở về trạng thái ban đầu. Vẽ đường biểu diễn chu trình trên đồ thị p-V và tính hiệu suất của chu trình.

4.15*. Khí lí tưởng lưỡng nguyên tử thực hiện chu trình mà đường biểu diễn vẽ ở hình 4.19. Tính công A' sinh ra và nhiệt nhận được trong một chu trình. 1-2 và 4-1 là quá trình đẳng dung ; 2-3 là quá trình đẳng nhiệt ; 3-4 là quá trình đẳng tích.



Hình 4.19

Chủ đề 5

NGUYÊN LÍ THỨ HAI (II) CỦA NHIỆT ĐỘNG LỰC HỌC

Lí thuyết

5.1. Phát biểu nguyên lí II

Không thể có động cơ vĩnh cửu loại II. Động cơ vĩnh cửu loại II là động cơ chỉ tiếp xúc với một nguồn nhiệt, sau một chu trình biến đổi *nhận nhiệt* của nguồn và *biến hoàn toàn thành công mà không để lại một dấu vết gì ở xung quanh*. Không có động cơ vĩnh cửu loại II cũng có nghĩa là *không thể biến đổi hoàn toàn nhiệt thành công*. Chiều biến đổi ngược lại, nghĩa là biến đổi hoàn toàn công thành nhiệt thì có thể được (hiện tượng ma sát) và là chiều diễn biến tự nhiên của quá trình.

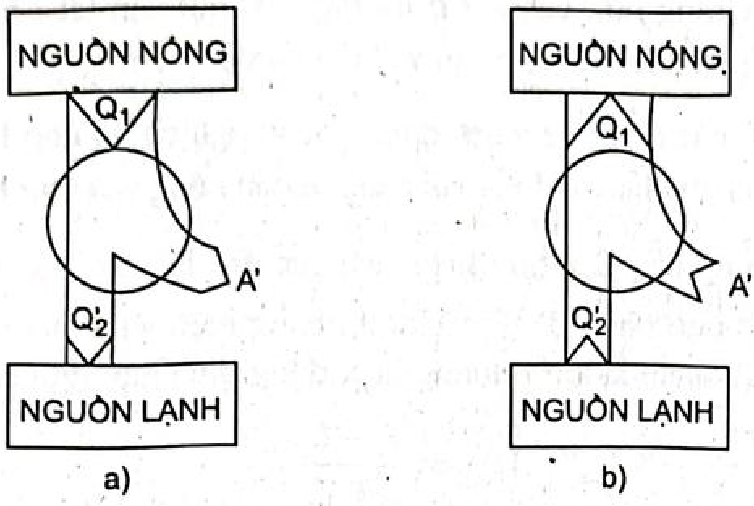
Một chiều diễn biến tự nhiên khác : *nhiệt truyền từ vật nóng sang vật lạnh*. Có thể phát biểu nguyên lí II theo cách khác như sau : *nhiệt không thể truyền từ vật lạnh sang vật nóng hơn mà không để lại một dấu vết gì ở xung quanh*. Người ta chứng minh rằng hai cách phát biểu nói trên của nguyên lí II là tương đương.

5.2. Động cơ nhiệt và máy lạnh

Động cơ nhiệt sau một chu trình biến đổi nhận nhiệt lượng Q_1 của nguồn nóng, sinh công A và nhả nhiệt lượng Q_2 cho nguồn lạnh. Theo nguyên lí I thì $A = Q_1 - Q'_2$. Hiệu suất của động cơ nhiệt được định nghĩa là :

$$H = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2^{'}}{Q_1} \tag{5.1}$$

Có thể biểu diễn hoạt động của động cơ nhiệt sau một chu trình theo sơ đồ vẽ ở hình 5.1a và giải thích như sau : động cơ nhận nhiệt Q_1 của nguồn nóng, biến một phần HQ_1 thành công A', phần còn lại $Q_2' = Q_1 - A'$ truyền cho nguồn lạnh. Như vậy là quá trình biến nhiệt lượng HQ_1 thành công A (ngược chiều tự nhiên) phải kèm theo một quá trình truyền nhiệt lượng Q_2' từ nguồn nóng sang nguồn lạnh, là quá trình diễn biến theo chiều tự nhiên.



Hình 5.1

Nếu như động cơ nhiệt vận hành theo chiều ngược (ví dụ chu trình Các-nô ở bài 4.1 diễn biến theo chiều DCBA) thì mỗi chu trình hoạt động có thể được biểu diễn bởi sơ đồ ở hình 5.1b : nhận công A' và nhận nhiệt lượng Q_2' từ nguồn lạnh, nhả nhiệt Q_1 cho nguồn nóng. Đó là hoạt động của một máy lạnh. Nhiệt lượng Q_2' truyền từ nguồn lạnh sang nguồn nóng (ngược chiều tự nhiên) phải kèm theo quá trình biến công A' thành nhiệt là quá trình diễn biến theo chiều tự nhiên.

Với máy lạnh, người ta định nghĩa hiệu năng làm lạnh :

$$C = \frac{Q_2'}{A'} = \frac{Q_2'}{Q_1 - Q_2'} \tag{5.2}$$

Nếu dùng động cơ nhiệt vận hành theo chiều ngược để lấy nhiệt lượng Q_2' từ không khí ngoài trời (mùa đông) làm ấm phòng, coi như nguồn nóng, thì đó là hoạt động của một cái *bơm nhiệt lượng*. Bơm nhiệt lượng đặc trưng bởi hiệu năng bơm :

$$B = \frac{Q_1}{A'} = \frac{Q_1}{Q_1 - Q_2'} \tag{5.3}$$

C và B có thể lớn hơn 1.

5.3. Định lí Các-nô

Dựa vào nguyên lí II có thể chứng minh điều khẳng định sau đây, gọi là định lí Các-nô :

a) Hiệu suất của các động cơ nhiệt thuận nghịch, hoạt động theo chu trình Các-nô, với cùng nguồn nóng và các nguồn lạnh, thì bằng nhau và không phụ thuộc vào tác nhân cũng như vào kết cấu động cơ (nói vắn tắt : hiệu suất của chu trình Các-nô không phụ thuộc tác nhân và kết cấu động cơ).

b) Hiệu suất của động cơ nhiệt không thuận nghịch thì nhỏ hơn hiệu suất của động cơ nhiệt thuận nghịch hoạt động với cùng nguồn nóng và cùng nguồn lạnh.

Hệ quả của định lí Các-nô : hiệu suất cực đại H_{max} của động cơ nhiệt hoạt động giữa hai nguồn có nhiệt độ T_1 và T_2 thì bằng hiệu suất của chu trình Các-nô thuận nghịch với tác nhân là khí lí tưởng hoạt động giữa hai nguồn ấy.

$$H_{max} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \qquad (5.4)$$

có thể coi đây là một trong số những cách phát biểu định lượng của nguyên lí II.

Từ hệ quả này ta thấy rằng khả năng biến thành công của nhiệt lượng (xác định bằng H_{max}) phụ thuộc vào nhiệt độ mà tại đó cung cấp nhiệt lượng.

5.4. Bất đẳng thức Clau-di-út (mở rộng)

Trở lại với chu trình Các-nô xét ở bài tập 4.1, gọi Q_1 và Q_2 lần lượt là nhiệt lượng mà tác nhân nhận được của nguồn nóng và nguồn lạnh ($Q_2 = -Q_2'$), theo công thức (4.4) ta sẽ có :

$$\frac{Q_2'}{Q_1} = \frac{-Q_2}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1} \qquad (5.5)$$

theo định lí Các-nô thì với tác nhân bất kì và chu trình thuận nghịch ta vẫn có (5.5), với chu trình không thuận nghịch thì $H < H_{max}$, tức là : $1 - \frac{Q_2'}{Q_1} < 1 - \frac{T_2}{T_1}$ hay là : $\frac{Q_2'}{Q_1} > \frac{T_2}{T_1}$.

$$\frac{-Q_2}{Q_1} > \frac{T_2}{T_1} \qquad (5.6)$$

viết lại (5.6) và (5.5) dưới dạng :

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} \leq 0 \qquad (5.7)$$

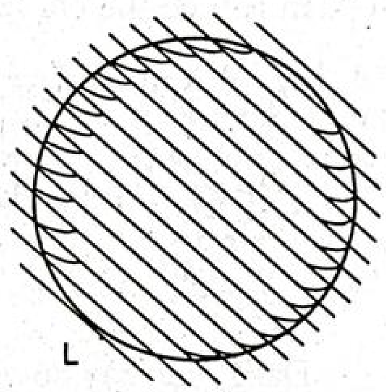
dấu bằng ứng với (5.5), tức là với chu trình Các-nô thuận nghịch, dấu nhỏ hơn (<) ứng với (5.6) tức là ứng với chu trình Các-nô không thuận nghịch.

(5.7) gọi là bất đẳng thức Clau-di-út (Clausius) đối với chu trình Các-nô.

Để phát biểu và ứng dụng (5.7) một cách thuận tiện, người ta gọi tỉ số nhiệt lượng Q mà một vật nhận được chia cho nhiệt độ T là nhiệt độ của nguồn cung cấp và của vật khi nhận nhiệt lượng ấy, là nhiệt lượng rút gọn $\frac{Q}{T}$ mà vật nhận được.

(5.7) có thể phát biểu như sau : Tổng nhiệt lượng rút gọn mà tác nhân nhận được trong chu trình Các-nô thì nhỏ hơn hoặc bằng 0 ; nhỏ hơn nếu chu trình không thuận nghịch và bằng 0 nếu chu trình thuận nghịch.

Người ta có thể mở rộng công thức (5.7) cho một chu trình bất kì bằng cách chia trên đồ thị chu trình mà ta xét thành vô số chu trình Các-nô bằng các đường đoạn nhiệt rất gần nhau và các đường đẳng nhiệt đi qua giao điểm của đường đoạn nhiệt với chu trình và chú ý rằng nhiệt lượng rút gọn mà tác nhân nhận được trong chu trình đang xét :



Hình 5.2

$$\oint_L \frac{\delta Q}{T}$$

thì bằng tổng nhiệt lượng rút gọn mà tác nhân nhận được trong tất cả các chu trình Các-nô nói trên khi số chu trình này tăng vô hạn. Với mỗi chu trình Các-nô thì nhiệt lượng rút gọn nhận được ≤ 0, với tổng nhiệt lượng rút gọn đối với tất cả các chu trình Các-nô thì cũng thế. Vậy ta có bất đẳng thức Clau-di-út :

$$\oint_L \frac{\delta Q}{T} \leq 0 \qquad (5.8)$$

Tổng nhiệt lượng rút gọn mà một vật (hay một hệ) nhận được khi thực hiện chu trình bất kì thì nhỏ hơn hay bằng không, nhỏ hơn nếu chu trình không thuận nghịch, bằng không nếu chu trình thuận nghịch.

Bất đẳng thức Clau-di-út (5.8) cũng là một cách phát biểu nguyên lí II.

5.5. Entropi (mở rộng)

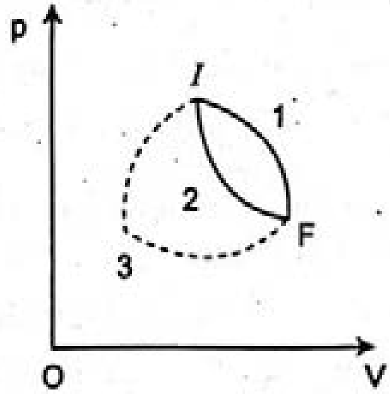
a) Định nghĩa

Xét hai trạng thái cân bằng của một hệ NĐLH biểu diễn bởi hai điểm I và F trên đồ thị p-V chẳng hạn (có thể chọn hai thông số khác), xem hình 5.3.

Xét một chu trình thuận nghịch I1F2I, áp dụng bất đẳng thức Clau-di-út (5.8) cho chu trình này, ta có :

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = 0$$

(chỉ có dấu = vì chu trình là thuận nghịch) $\oint$ chỉ tích phân theo đường cong kín I1F2I, tích phân này có thể coi là tổng của hai tích phân $\int_{\widehat{I1F}}$ và $\int_{\widehat{F2I}} = -\int_{\widehat{I2F}}$. Như vậy thì :



Hình 5.3

$$\int_{\widehat{I1F}} \frac{\delta Q}{T} + \int_{\widehat{F2I}} \frac{\delta Q}{T} = \int_{\widehat{I1F}} \frac{\delta Q}{T} - \int_{\widehat{I2F}} \frac{\delta Q}{T} = 0$$

hay là
$$\int_{\widehat{I1F}} \frac{\delta Q}{T} = \int_{\widehat{I2F}} \frac{\delta Q}{T} \tag{5.9}$$

Đẳng thức này có ý nghĩa như sau : Nhiệt lượng rút gọn nhận được theo hai quá trình thuận nghịch khác nhau (biểu diễn bởi I1F và I2F) có cùng trạng thái đầu I và trạng thái cuối F thì bằng nhau. Nói cách khác, nhiệt lượng rút gọn mà hệ nhận được trong một quá trình thuận nghịch bất kì chuyển hệ từ trạng thái I sang trạng thái F không phụ thuộc quá trình, chỉ phụ thuộc trạng thái đầu I và trạng thái cuối F.

Ta có thể coi nhiệt lượng rút gọn này bằng độ biến thiên của một hàm S của trạng thái (gọi là hàm trạng thái).

$$\int_{\widehat{IF}} \frac{\delta Q}{T} = S(F) - S(I) \tag{5.10}$$

Hàm trạng thái S được định nghĩa như vậy gọi là entropi của hệ. Vậy : *Entropi là một hàm trạng thái của hệ NĐLH mà độ biến thiên khi hệ chuyển từ (I) sang (F) bằng nhiệt lượng rút gọn mà hệ nhận được trong quá trình thuận nghịch chuyển hệ từ (I) sang (F).*

Entropi được định nghĩa từ độ biến thiên (giống như thế năng), do đó được xác định sai kém một hằng số.

Entropi của một hệ phức hợp bằng tổng entropi của các hợp phần (tính cộng được của entropi).

Ghi chú : Nhiệt lượng rút gọn nhận được trong quá trình I3F không thuận nghịch (tượng trưng bằng đường đứt nét trên hình 5.3) thì nhỏ hơn nhiệt lượng rút gọn nhận được trong quá trình thuận nghịch I1F, do đó nhỏ hơn biến thiên entropi.

$$\int_{I3F} \frac{\delta Q}{T} < S(F) - S(I) \quad (5.11)$$

Thật vậy : Chu trình I3F1I là không thuận nghịch (ví có một phần I3F không thuận nghịch) nên, theo bất đẳng thức Clau-di-út, ta có :

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = \int_{I3F} \frac{\delta Q}{T} + \int_{F1I} \frac{\delta Q}{T} = \int_{I3F} \frac{\delta Q}{T} - \int_{I1F} \frac{\delta Q}{T} < 0$$

hay là : $\int_{I3F} \frac{\delta Q}{T} < \int_{I1F} \frac{\delta Q}{T}$ (điều phải chứng minh)

Có thể gộp (5.10) với (5.11)

$$\int_{IF} \frac{\delta Q}{T} \leq S(F) - S(I) \quad (5.12)$$

Dấu = nếu quá trình IF là thuận nghịch, dấu < nếu quá trình IF là không thuận nghịch.

b) Nguyên lí về sự tăng entropi

Xét một hệ kín, hệ không trao đổi nhiệt và công với bên ngoài. Khi hệ thực hiện một quá trình biến đổi từ trạng thái I đến trạng thái F thì nhiệt lượng rút gọn mà hệ nhận được bằng 0 :

$$\int_{\overline{IF}} \frac{\delta Q}{T} = 0$$

Áp dụng công thức (5.12) ta có :

$$\Delta S = S(F) - S(I) \geq 0 \quad (5.13)$$

Dấu = nếu quá trình IF là thuận nghịch, dấu > nếu quá trình IF là không thuận nghịch.

Ta có thể diễn tả (5.13) như sau : *"Entropi của một hệ kín giữ không đổi hoặc tăng tuỳ theo quá trình xảy ra trong hệ là thuận nghịch hay không thuận nghịch".*

Đây là nguyên lí về sự tăng entropi. Nguyên lí này cũng là một cách phát biểu của nguyên lí II.

c) Biến thiên entropi

Trong quá trình đẳng nhiệt (ở nhiệt độ T không đổi)

$$\Delta S = S(F) - S(I) = \int_{IF} \frac{\delta Q}{T} = \frac{1}{T}\int_{IF} \delta Q = \frac{Q}{T}$$

Q là tổng nhiệt lượng mà hệ nhận được trong quá trình.

Trong quá trình mà nhiệt độ thay đổi từ T_i đến T_f.

Ví dụ : Vật có nhiệt dung C được làm nóng từ nhiệt độ T_i đến nhiệt độ T_f :

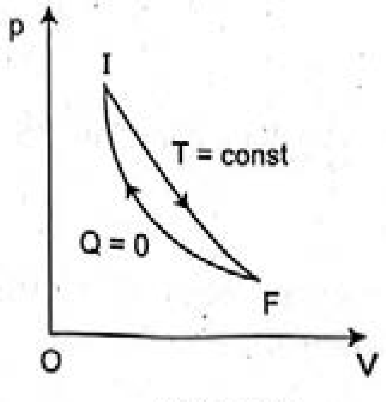
$$\Delta S = S(F) - S(I) = \int \frac{\delta Q}{T} = \int_{T_i}^{T_f} C\frac{dT}{T} = C\ln\frac{T_f}{T_i}.$$

Bài tập ví dụ

5.1. *Điểm giao của đường đẳng nhiệt và đường đoạn nhiệt*

Có thể tồn tại hay không một chất nào đó mà người ta có thể chuyển nó từ trạng thái ban đầu I đến trạng thái cuối F bằng quá trình đẳng nhiệt và cả bằng quá trình đoạn nhiệt ?

Giải.



Hình 5.4

Ta sẽ chứng minh rằng nếu tồn tại một chất như vậy thì nguyên lí II bị vi phạm.

Biểu diễn hai quá trình ấy trên đồ thị p, V : ta sẽ có một đường cong khép kín. Thực hiện một chu trình biểu diễn bởi đường cong khép kín theo chiều kim đồng hồ (hình 5.4). Trong chu trình này, chất ấy sinh công dương bằng cách nhận nhiệt từ một nguồn ở nhiệt độ T, điều này trái với nguyên lí II.

Vậy tồn tại một chất như vậy. Nói cách khác đối với tất cả mọi chất, đường đẳng nhiệt và đoạn nhiệt không thể cắt nhau ở hai điểm (hoặc nhiều điểm).

5.2. *Chứng minh định lí Các-nô*

(Xem định lí Các-nô ở mục 3 chủ đề 5).

Giải.

Để chứng minh a) ta hãy xét hai động cơ nhiệt I và II hoạt động theo chu trình Các-nô thuận nghịch với cùng nguồn nóng và cùng nguồn lạnh nhưng có tác nhân và kết cấu khác nhau.

Cho mỗi động cơ chạy với số chu trình thích hợp để mỗi động cơ đều nhận của nguồn nóng một nhiệt lượng Q_1. Ta sẽ chứng tỏ rằng, như thế, mỗi động cơ đều nhả cho nguồn lạnh một nhiệt lượng Q_2' như nhau, nếu không thế thì nguyên lí II bị vi phạm.

Bây giờ ta giả thiết rằng động cơ I nhả nhiệt Q_2', còn động cơ II nhả nhiệt $\overline{Q_2'}$ cho nguồn lạnh khi chúng hoạt động theo chiều thuận.

Như vậy hiệu suất của động cơ I là :

$$H = \frac{Q_1 - Q_2'}{Q_1}$$

Hiệu suất của động cơ II là :

$$\overline{H} = \frac{Q_1 - \overline{Q_2'}}{Q_1}$$

Nếu $Q_2' \neq \overline{Q_2'}$ thì $H \neq \overline{H}$. Ta sẽ chứng minh điều đó vi phạm nguyên lí II.

Ta ghép hai động cơ I và II thành một tập hợp và cho I chạy theo chiều thuận (nhận nhiệt Q_1 từ nguồn nóng, nhả nhiệt Q_2' cho nguồn lạnh) ; II theo chiều nghịch (nhả nhiệt Q_1 cho nguồn nóng, nhận nhiệt $\overline{Q_2'}$ từ nguồn lạnh). Tập hợp này nhận nhiệt Q_1 (do động cơ I) đồng thời nhả nhiệt Q_1 (do động cơ II chạy theo chiều nghịch) cho nguồn nóng, có thể coi như tập hợp không trao đổi nhiệt với nguồn nóng và chỉ trao đổi nhiệt với nguồn lạnh. Tập hợp nhả nhiệt $Q_2' - \overline{Q_2'}$ cho nguồn lạnh. Cũng có thể nói rằng tập hợp nhận nhiệt $\overline{Q_2'} - Q_2'$ từ nguồn lạnh.

Nếu $\overline{Q_2'} - Q_2' > 0$ thì tập hợp sinh công bằng cách nhận nhiệt từ một nguồn (nguồn lạnh), điều này trái với nguyên lí II.

Nếu $\overline{Q_2'} - Q_2' < 0$ thì khi tập hợp hoạt động theo chiều ngược với chiều nói trên (I chạy theo chiều nghịch, II chạy theo chiều thuận) nó sẽ nhận nhiệt $Q_2' - \overline{Q_2'} > 0$ từ một nguồn lạnh và sinh công, điều này cũng trái với nguyên lí II.

Như vậy chỉ còn có thể xảy ra :

$$\overline{Q_2'} - Q_2' = 0 \qquad \text{tức là} \qquad \overline{Q_2'} = Q_2' \tag{5.14}$$

Đó là điều phải chứng minh.

Từ (5.14) suy ra rằng hiệu suất của động cơ I và hiệu suất của động cơ II thì bằng nhau :

$$H = \overline{H} \tag{5.15}$$

Để chứng minh phần b) ta xét động cơ III không thuận nghịch hoạt động với cùng nguồn nóng và nguồn lạnh như động cơ I và có hiệu suất H^*, cho động cơ III thực hiện một số chu trình thích hợp để nó nhận nhiệt lượng Q_1 của nguồn nóng, nhả nhiệt lượng Q_2^* cho nguồn lạnh và sinh công.

$$H^* = \frac{Q_1 - Q_2^*}{Q_1}$$

Ta sẽ chứng tỏ rằng nếu $Q_2^* < Q_2'$ thì trái với nguyên lí II. Thật vậy, nếu ta ghép động cơ III chạy theo chiều thuận với động cơ I chạy theo chiều nghịch thì được một tập hợp không trao đổi nhiệt với nguồn nóng và nhận nhiệt $Q_2' - Q_2^*$ từ nguồn lạnh. Với $Q_2' - Q_2^* > 0$ thì tập hợp sinh công và trở thành động cơ vĩnh cửu loại II, trái với nguyên lí II. Như vậy chỉ còn lại khả năng :

$$Q_2' - Q_2^* < 0 \tag{5.16}$$

điều này dẫn tới :

$$H^* < H \tag{5.17}$$

(khả năng $Q_2' - Q_2^* = 0$ chỉ xảy ra khi động cơ III là thuận nghịch) đó là điều phải chứng minh.

5.3. Tính công cực đại mà một động cơ nhiệt có thể sinh ra nếu dùng nguồn nóng là một thỏi sắt có khối lượng m = 1 kg và nhiệt độ ban đầu $T_1 = 1500$ K, nguồn lạnh là nước biển ở nhiệt độ $T_0 = 285$ K. Nhiệt dung riêng của sắt là c = 0,46 J/g.K.

Giải.

Với một nguồn nóng và nguồn lạnh đã cho thì hiệu suất cực đại, do đó công sinh ra cực đại, ứng với chu trình Các-nô thuận nghịch.

Khi miếng sắt có nhiệt độ T dùng làm nguồn nóng cho chu trình Các-nô, nhiệt lượng dQ_1 mà tác nhân nhận được là do miếng sắt giảm nhiệt độ dT.

$$dQ_1 = -\,mcdT$$

Hiệu suất của chu trình Các-nô : $H = \dfrac{T - T_0}{T}$

Công dA sinh ra :

$$dA' = HdQ_1 = \frac{T - T_0}{T}(-mcdT) = -mcdT + T_0mc\frac{dT}{T}$$

Công cực đại sinh ra ứng với sự giảm nhiệt độ của nguồn nóng từ T_1 đến T_0

$$A'_{max} = \int dA' = \int_T^{T_0} -mcdT + \int_T^{T_0} mcT_0\frac{dT}{T}$$

$$= mc\left(T_1 - T_0 - T_0\ln\frac{T_1}{T_0}\right)$$

$$= 0,46\left(1500 - 285 - 285\ln\frac{1500}{285}\right)1000$$

$$= 340000 \text{ J} = 340 \text{ kJ}$$

5.4. Một khối lượng hiđrô là m được chuyển từ trạng thái (1) với thể tích V_1 nhiệt độ T_1 sang trạng thái (2) với thể tích V_2 nhiệt độ T_2 bằng 3 quá trình thuận nghịch khác nhau :

a) Nóng đẳng tích ở thể tích V_1 rồi giãn đẳng nhiệt.

b) Giãn đẳng nhiệt ở nhiệt độ T_1 đến thể tích V_2 rồi nóng đẳng tích.

c) Giãn đoạn nhiệt đến thể tích V_2 rồi nóng đẳng tích.

Tính biến thiên entropi theo từng quá trình và thử lại rằng chúng bằng nhau.

Giải.

Ta tính biến thiên entropi đối với 1 mol rồi suy ra đối với m

$$\begin{tikzcd}
 & \left\{\begin{matrix}V_1\\T_2\end{matrix}\right. \arrow[rrd, "a"] & & \\
\left\{\begin{matrix}V_1\\T_1\end{matrix}\right. \arrow[ru, "a"] \arrow[r, "b"] \arrow[rd, "c"] & \left\{\begin{matrix}V_2\\T_1\end{matrix}\right. \arrow[rr, "b"] & & \left\{\begin{matrix}V_2\\T_1\end{matrix}\right. \\
 & \left\{\begin{matrix}V_2\\T_1' = T_1\left(\dfrac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}\end{matrix}\right. \arrow[rru, "c"] & &
\end{tikzcd}$$

a) $\Delta S_a = c_V \ln\dfrac{T_2}{T_1} + \dfrac{RT_2}{T_2}\ln\dfrac{V_2}{V_1} =$

$$= \frac{5}{2}R\ln\frac{T_2}{T_1} + R\ln\frac{V_2}{V_1} = R\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{5}{2}}\frac{V_2}{V_1}$$

b) $\Delta S_b = \dfrac{RT_1}{T_1}\ln\dfrac{V_2}{V_1} + C_V\ln\dfrac{T_2}{T_1} =$

$$= R\ln\frac{V_2}{V_1} + \frac{5}{2}R\ln\frac{T_2}{T_1} = R\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{5}{2}}\frac{V_2}{V_1}$$

c) $\Delta S_c = C_V\ln\dfrac{T_2}{T_1'} = \dfrac{5R}{2}\ln\dfrac{T_2}{T_1}\left(\dfrac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1} = R\ln\left(\dfrac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{5}{2}}\dfrac{V_2}{V_1}$

Đối chiếu ba biểu thức trên, ta có : $\Delta S_a = \Delta S_b = \Delta S_c$. Đó là điều đã khẳng định trong (5.9) và (5.10).

Đề bài tập

5.5. Nếu đặt trong phòng một tủ lạnh đang chạy và cửa tủ lạnh mở thì nhiệt độ trong phòng sẽ như thế nào ?

5.6. Một động cơ nhiệt lí tưởng (hoạt động theo chu trình Các-nô thuận nghịch) chạy theo chu trình ngược (máy lạnh) chuyển nhiệt lượng từ nguồn lạnh ở nhiệt độ 0^o C đến nguồn nóng ở nhiệt độ 30^oC. Tính công cần thiết để làm cho 1 kg nước ở 0^oC đông đặc. Ẩn nhiệt nóng chảy (nhiệt nóng chảy riêng) của nước là $\lambda = 334$ kJ/kg.

5.7. Máy điều hoà nhiệt độ hai cục, hai chiều là một kiểu máy lạnh có thể chạy theo hai chiều (hai chiều bơm của tác nhân trong máy, còn chiều diễn biến trên giản đồ p-V thì luôn luôn là ngược chiều kim đồng hồ). Mùa hè máy chạy theo một chiều, ứng với chiều này dàn máy đặt trong phòng là dàn lạnh còn dàn máy đặt ngoài trời là dàn nóng, máy nhận công và chuyển nhiệt lượng từ trong phòng ra ngoài làm mát không khí trong phòng. Mùa đông, máy chạy theo chiều ngược lại, ứng với chiều này dàn máy trong phòng trở thành dàn nóng còn dàn đặt ngoài trời trở thành dàn lạnh, máy nhận công và chuyển nhiệt lượng từ ngoài trời vào phòng, sưởi ấm không khí trong phòng.

Vào một ngày trời lạnh, nhiệt độ ngoài trời là -13^oC, người ta cho máy chạy để giữ nhiệt độ trong phòng là 17^oC.

Nếu máy chạy theo chu trình Các-nô thuận nghịch thì khi nhận công 1 J máy chuyển một nhiệt lượng là bao nhiêu cho phòng ?

5.8. Động cơ nhiệt lí tưởng có hiệu suất H chạy theo chiều nghịch. Tính nhiệt lượng lớn nhất có thể lấy từ nguồn lạnh nếu động cơ nhận công A.

5.9. Nhiệt độ của môi trường là 20^oC. Ẩn nhiệt nóng chảy của nước là $\lambda = 334$ kJ/kg. Tính công nhỏ nhất cần tiêu thụ để :

a) Làm cho 1 kg nước ở 0^oC đông đặc.

b) Làm cho 1 kg nước ở nhiệt độ của môi trường đông đặc.

5.10. Tủ lạnh không thể cách nhiệt hoàn toàn. Giả thiết rằng công suất dẫn nhiệt từ ngoài vào là 0,1 W. Để duy trì nhiệt độ thấp trong tủ (giữ nhiệt độ không đổi) máy lạnh cần chạy liên tục với công suất là bao nhiêu trong trường hợp sau đây ?

a) Phòng lạnh có nhiệt độ -13^oC và môi trường ngoài 20^oC.

b) Phòng lạnh có nhiệt độ 10^{-4} K và môi trường ngoài 20^oC.

5.11. Hai khối lượng nước bằng nhau, một ở nhiệt độ T_1, một ở nhiệt độ T_2. Cho hai khối lượng nước đó tiếp xúc nhiệt với nhau trong một cái vỏ cách nhiệt. Tính biến thiên entropi của hai khối lượng nước đó trong quá trình cân bằng nhiệt độ. Chứng tỏ rằng entropi tăng.

5.12. Tính độ tăng entropi của 1 kg nước ở 20^oC biến thành hơi nước ở 100^oC. Biết nhiệt hoá hơi riêng của nước ở 100^oC bằng $2{,}3.10^3$ kJ/kg.

5.13. Tính độ tăng entropi của 1 mol khí khi tăng thể tích từ V đến 2V ở cùng nhiệt độ.

a) Trong chân không.

b) Theo quá trình đẳng nhiệt.

5.14*. Chứng tỏ rằng dọc theo một chiều của đường đoạn nhiệt (của một chất bất kì) thì nhiệt độ biến đổi đơn điệu.

5.15*. Có hai vật ở nhiệt độ ban đầu T_1, T_2 và có nhiệt dung lần lượt là C_1 và C_2 không phụ thuộc nhiệt độ. Một vật dùng làm nguồn nóng, vật kia dùn làm nguồn lạnh cho một động cơ nhiệt lí tưởng. Tính công lớn nhất có thể nhận được và nhiệt độ cuối cùng của hai vật. Tính ra số liệu cụ thể nếu vật thứ nhất là 1 kg nước ở 100^oC và vật thứ hai là 1 kg nước ở 0^oC.

5.16*. Ba vật đồng nhất có cùng nhiệt dung C tạo nên các nguồn của một máy nhiệt. Tập hợp tạo nên một hệ cô lập về cơ và nhiệt. Các nhiệt độ ban đầu là : $T_{30} = 300$ K ; $T_{20} = 200$ K ; $T_{10} = 100$ K. Xác định nhiệt độ cao nhất mà một trong các nguồn này đạt được.

5.17. Máy lạnh kiểu hấp thụ là máy lạnh ba nguồn nhiệt không có trao đổi công với bên ngoài. Năng lượng được cấp dưới dạng nhiệt ở nhiệt độ cao T_0 cho một ống đun. Bộ bay hơi tiếp xúc nhiệt với nguồn lạnh ở nhiệt độ T_2. Bộ ngưng tiếp xúc nhiệt với môi trường ngoài ở nhiệt độ T_1. Định nghĩa hiệu suất làm lạnh. Tính hiệu suất làm lạnh lớn nhất theo ba nhiệt độ T_0, T_1, T_2.

5.18*. Xét một hệ kín gồm hai vật A và B, A có nhiệt độ T_1 và B có nhiệt độ T_2. Hãy chứng tỏ rằng trong trường hợp này thì hai mệnh đề sau đây là tương đương : "Nhiệt truyền từ vật nóng sang vật lạnh" (mệnh đề a) và "Entropi của hệ tăng" (mệnh đề b).

Chủ đề 6

BIẾN ĐỔI TRẠNG THÁI HAY LÀ SỰ CHUYỂN THỂ

Lí thuyết

6.1. Mở đầu

Ta đã biết rằng các chất có ba trạng thái kết tụ khác nhau, còn gọi là thể : rắn, lỏng và hơi. Chất tồn tại ở thể nào là phụ thuộc vào nhiệt độ và áp suất. Với một chất đã cho, ở một nhiệt độ và áp suất xác định thì nói chung chất cũng ở một thể xác định. Ví dụ dưới áp suất khí quyển (1 atm) và ở – 2°C thì nước ở thể rắn, ở 3°C nước ở thể lỏng, ở 105°C thì nước ở thể hơi.

Khi thay đổi nhiệt độ và áp suất thì chất có thể biến đổi từ thể này sang thể khác. Quá trình biến đổi đó gọi là sự chuyển thể. Với ba thể của chất thì có thể có những sự chuyển thể khác nhau. Sau đây là một số nét chung :

– Với một cặp thể có hai sự chuyển thể ngược chiều nhau, đó là : nóng chảy và đông đặc, bay hơi và ngưng tụ (hoá lỏng), thăng hoa và ngưng kết.

– Hai sự chuyển thể ngược chiều nhau xảy ra ở cùng nhiệt độ và áp suất xác định. Chúng là hai chiều của cùng một quá trình thuận nghịch.

– Khi một đơn vị khối lượng chất chuyển từ thể này sang thể khác ở cùng nhiệt độ thì nó nhận (hoặc nhả ra) một nhiệt lượng gọi là ẩn nhiệt chuyển thể của chất ấy. Ngoài ra, thể tích của chất cũng thay đổi gián đoạn.

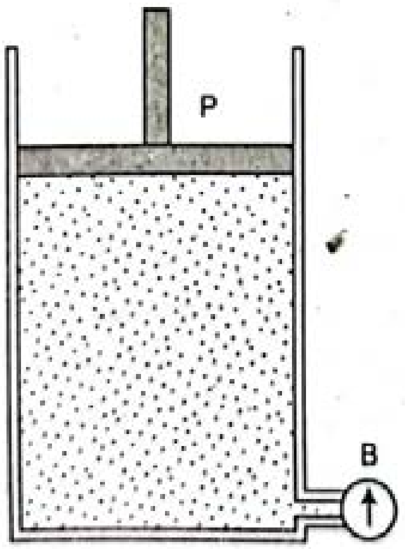
Trong số các quá trình chuyển thể thì quá trình bay hơi và ngưng tụ là phức tạp nhất. Sau đây ta sẽ khảo sát những quá trình này.

6.2. Sự bay hơi và ngưng tụ

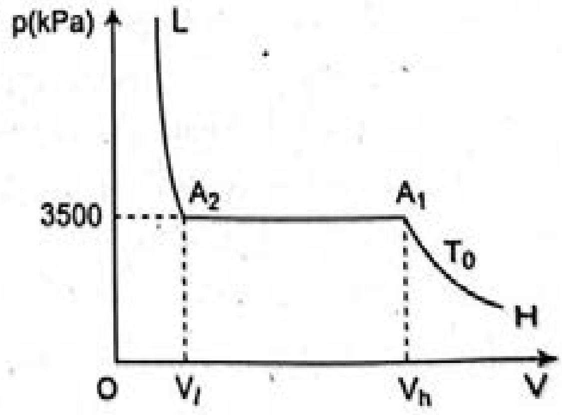
a) Sự nén hơi (khí) đẳng nhiệt

Nếu ta nén một lượng chất khí ở nhiệt độ trong phòng thì có hai khả năng có thể xảy ra. Khả năng thứ nhất, ví dụ nén ôxi, thì áp suất p tỉ lệ nghịch với thể tích V của khí theo đúng định luật Bôi-lơ – Ma-ri-ốt. Đường biểu diễn quá trình đẳng nhiệt trên đồ thị p-V là đường hypebol. Dù nén đến áp suất nào, ở nhiệt độ khoảng 300 K, thì ôxi cũng không hoá lỏng (ngưng tụ). Đây là trường hợp xảy ra đối với những khí như ôxi, nitơ, hiđrô...

Khả năng thứ hai xảy ra đối với một số khí khác, ví dụ hơi nước, khí cacbonic (CO_2)... Sau đây ta xét quá trình nén đẳng nhiệt của khí cacbonic như một trường hợp điển hình cho khả năng thứ hai. Một xilanh chứa khí CO_2 được khép kín bằng một pit-tông P di động. Xilanh thông với một áp kế B để đo áp suất trong xilanh (hình 6.1). Để thực hiện quá trình đẳng nhiệt có thể đặt xilanh trong nước, giữ ở nhiệt độ cố định của một bình điều nhiệt. Ban đầu trong xilanh có chứa một lượng khí CO_2 (khối lượng m), trạng thái của nó được biểu diễn trên đồ thị p-V bởi điểm H. Ta đẩy pit-tông theo hướng giảm thể tích trong xilanh một cách thật chậm và giữ cho nhiệt độ của xilanh và CO_2 trong xilanh ở nhiệt độ T_0 không đổi, ví dụ, có thể giữ cho nhiệt độ ở 0°C (273 K). Ta thấy rằng, khi thể tích khí CO_2 giảm thì áp suất p của nó tăng theo gần đúng định luật Bôi-lơ – Ma-ri-ốt, đường biểu diễn quá trình nén khí CO_2 trên đồ thị p-V gần đúng là một cung hypebol (xem hình 6.2).



Hình 6.1



Hình 6.2

Khi áp suất của khí CO_2 tăng đến giá trị 3500 kPa (ứng với điểm A_1 và thể tích V_h) thì không tiếp tục tăng nữa. Nếu ta đẩy pit-tông đi xuống làm cho thể tích V tiếp tục giảm, nhỏ hơn V_h, thì *áp suất vẫn giữ nguyên giá trị* 3500 kPa, nhưng có thể nhận thấy rằng khí CO_2 bắt đầu ngưng tụ. Thể tích V trong xilanh càng giảm thì lượng chất lỏng CO_2 ngưng tụ càng tăng, cho đến khi khí CO_2 ngưng tụ hết và trong xilanh chỉ chứa toàn CO_2 lỏng với thể tích V_l (ứng với điểm A_2).

Đoạn A_1A_2 nằm ngang ứng với quá trình ngưng tụ khí CO_2, trong đoạn này khí CO_2 có áp suất không đổi và bằng 3500 kPa.

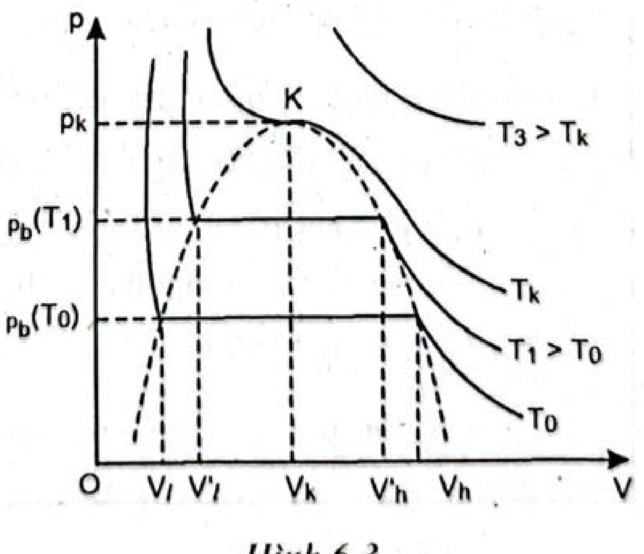
Khi toàn bộ hơi đã ngưng tụ thành chất lỏng thì thể tích xilanh là V_l. Việc tiếp tục giảm thể tích xilanh rất khó khăn, phải tác dụng áp suất rất lớn mới giảm được thể tích rất ít (chất lỏng khó chịu nén), đường biểu diễn quá trình nén chất lỏng là đoạn A_2L gần như thẳng đứng.

Toàn bộ đường biểu diễn HA_1A_2L gọi là đường đẳng nhiệt của lượng CO_2 mà ta xét ở nhiệt độ T_0. Quá trình pit-tông đi xuống chậm là quá trình diễn biến theo chiều HA_1A_2L gồm các giai đoạn : nén khí, hoá lỏng, nén chất lỏng. Nếu từ một vị trí bất kì ta nâng pit-tông lên thì thể tích V tăng và quá trình diễn biến theo chiều ngược lại.

Đại lượng $\dfrac{V_h}{m} = v_h$ là thể tích riêng của hơi bão hoà ở nhiệt độ T_0.

Đại lượng $\dfrac{V_l}{m} = v_l$ là thể tích riêng của chất lỏng ở áp suất p_b và nhiệt độ T_0.

Nếu lặp lại thí nghiệm nói trên với cùng lượng khí CO_2 nhưng ở nhiệt độ $T_1 = 293$ K thì ta vẽ được đường đẳng nhiệt ở nhiệt độ T_1, đó là một đường nằm trên đường đẳng nhiệt ở nhiệt độ T_0 mà ta đã vẽ ở hình 6.2. Đoạn nằm ngang của đường đẳng nhiệt ứng với áp suất không đổi p_b (293 K) = 5700 kPa. Cho T các giá trị khác nhau ta được một họ các đường đẳng nhiệt vẽ ở hình 6.3. Khi nhiệt độ T càng tăng thì đoạn nằm ngang ứng với sự hoá lỏng (hoặc bay hơi) càng ngắn lại và áp suất $p_b(T)$ ứng với đoạn nằm ngang càng tăng. Nhiệt



Hình 6.3

độ tăng đến giá trị $T_k = 304$ K, tức là 31°C, thì độ dài của đoạn nằm ngang bằng 0, đoạn này rút lại thành một điểm K ứng với áp suất $p_k' = 7400$ kPa.

b) **Kết luận rút ra từ khảo sát họ đường đẳng nhiệt của khí CO_2**

Ở nhiệt độ $T_0 = 273$ K áp suất cực đại của khí CO_2 có giá trị xác định là 3500 kPa. Nếu nén khí CO_2 tới áp suất này thì bắt đầu có hiện tượng ngưng tụ khí CO_2 và xuất hiện CO_2 lỏng. Trong suốt cả giai đoạn nén khí, biểu diễn bằng đoạn A_1A_2 nằm ngang trên đồ thị p-V, khí CO_2 giữ nguyên áp suất 3500 kPa và có hiện tượng ngưng tụ, có sự tiếp xúc giữa CO_2 ở thể khí và ở thể lỏng.

Ở nhiệt độ 0°C khí CO_2 dưới áp suất 3500 kPa gọi là *hơi bão hoà CO_2*, vì từ đây không thể nào giữ nguyên nhiệt độ mà tăng áp suất hơi lên hơn được nữa.

Giá trị 3500 kPa là *giá trị lớn nhất mà áp suất hơi CO_2 có thể đạt được* ở nhiệt độ 0°C, gọi là *áp suất hơi bão hoà* CO_2 ở nhiệt độ 0°C, kí hiệu là p_b. Hơi CO_2 ở áp suất nhỏ hơn áp suất hơi bão hoà ở cùng nhiệt độ gọi là *hơi khô*. Các điểm ở đoạn HA_1 của đường đẳng nhiệt hình 6.2 biểu diễn các trạng thái của hơi khô.

Xem xét họ các đường đẳng nhiệt thì thấy rằng *áp suất hơi bão hoà CO_2 phụ thuộc nhiệt độ*. Ở nhiệt độ 20°C tức là 293 K áp suất này bằng 5700 kPa. Vì vậy có thể kí hiệu áp suất hơi bão hoà ở nhiệt độ T là $p_b(T)$.

Trạng thái biểu diễn bởi điểm K trên đồ thị hình 6.3 là trạng thái mà tại đó thể lỏng và thể hơi của CO_2 không phân biệt được với nhau. Cả hai thể cùng tồn tại ở nhiệt độ T_k và áp suất p_k với khối lượng riêng như nhau. Trạng thái này gọi là *trạng thái tới hạn*. Như vậy trạng thái tới hạn của CO_2 ứng với nhiệt độ $T_k = 304$ K (tức là 31°C) và áp suất $p_k = 7400$ kPa.

Kết quả thí nghiệm đối với nước cho thấy rằng, nhiệt độ tới hạn $T_k = 647$ K (tức là 374°C) và áp suất tới hạn $p_k = 22100$ kPa.

Nhiệt độ tới hạn T_k của một chất có ý nghĩa vật lí rất quan trọng : *Ở nhiệt độ cao hơn T_k thì chất ấy không thể tồn tại ở thể lỏng*. Người ta thường phân biệt những chất có nhiệt độ tới hạn thấp hơn nhiệt độ trong phòng (gọi là chất khí) với những chất có nhiệt độ tới hạn cao hơn nhiệt độ phòng (gọi là chất hơi). Ví dụ gọi là khí ôxi, khí nitơ, khí heli... và hơi nước, hơi ête... Bằng cách nén đẳng nhiệt ở nhiệt độ trong phòng có thể làm hoá lỏng hơi ête, hơi nước... nhưng không thể làm hoá lỏng được khí ôxi, khí nitơ, khí heli.

Đường đẳng nhiệt vẽ ở hình 6.2 khi được thực hiện theo chiều HA_1A_2L thì mô tả quá trình nén và hoá lỏng CO_2. Khi thực hiện theo chiều LA_2A_1H thì mô tả quá trình bay hơi của CO_2 lỏng trong một không gian giới hạn (trong xilanh).

c) Giải thích quá trình bay hơi theo vật lí phân tử

Ta đã biết rằng các phân tử trong chất lỏng dao động quanh một vị trí cân bằng tạm thời. Phân tử ở gần mặt ngoài của chất lỏng (hay tinh thể) bị lực tương tác với các phân tử hút về phía trong. Một phân tử ra khỏi chất lỏng qua mặt ngoài phải có động năng đủ lớn để thắng được lực hút đó, nghĩa là động năng chuyển động nhiệt phải lớn hơn *công để đưa phân tử từ trong lòng chất lỏng,* tại đó thế năng tương tác của phân tử với các phân tử khác của chất lỏng là $-u_0$, *ra ngoài*, tại đó thế năng tương tác của phân tử với các phân tử khác trong chất hơi là rất nhỏ, có thể là bằng 0. Công đó bằng $0 - (-u_0) = u_0$; u_0 còn gọi là năng lượng liên kết của phân tử chất lỏng.

Nếu trên mặt thoáng của chất lỏng có hơi của chất lỏng ấy thì các phân tử hơi chuyển động hỗn loạn đến va chạm vào mặt thoáng của chất lỏng, một phần nhỏ các phân tử ấy đi vào chất lỏng tạo nên quá trình hoá lỏng đồng thời với quá trình bay hơi. Số phân tử khí hoá lỏng tỉ lệ với số va chạm, số va chạm tỉ lệ với mật độ phân tử n và vận tốc trung bình của phân tử $\bar{v} = \sqrt{\dfrac{2RT}{\mu}}$. Như vậy là có một quá trình ngưng tụ hơi xảy ra đồng thời với quá trình bay hơi. Khi tốc độ bay hơi và tốc độ ngưng tụ bằng nhau, thì số phân tử ở thể lỏng và số phân tử ở thể hơi đều không đổi. Người ta nói đó là trạng thái cân bằng động của chất lỏng và hơi tiếp xúc với nhau. Những trạng thái cân bằng động ở cùng một nhiệt độ T tương ứng với cùng một giá trị của áp suất, đó là các trạng thái biểu diễn bởi những điểm trên đoạn nằm ngang A_1A_2 của đường đẳng nhiệt mô tả ở hình 6.2. Từ đây ta thấy rằng *áp suất của hơi ở trạng thái cân bằng động với chất lỏng chính là áp suất hơi bão hoà.*

Bảng 6.1. Áp suất và khối lượng riêng của hơi nước bão hoà

t (°C)	p (kPa)	ρ, g/m^3	t (°C)	p (kPa)	ρ, g/m^3	t (°C)	p (kPa)	ρ, g/m^3
–30	0,0373	0,33	0	0,611	4,84	30	4,242	30,3
–29	0,0413	0,37	1	0,657	5,22	31	4,493	32,1
–28	0,0467	0,41	2	0,705	5,60	32	4,754	33,9
–27	0,0507	0,46	3	0,759	5,98	33	5,030	35,7
–26	0,0573	0,51	4	0,813	6,40	34	5,320	37,6
–25	0,0627	0,55	5	0,872	6,84	35	5,624	39,6
–24	0,0693	0,60	6	0,935	7,3	36	5,941	41,8
–23	0,0773	0,66	7	1,001	7,8	37	6,276	44,0
–22	0,0853	0,73	8	1,073	8,3	38	6,625	46,3
–21	0,0933	0,80	9	1,148	8,8	39	6,991	48,7
–20	0,103	0,88	10	1,228	9,4	4	7,376	51,2
–19	0,113	0,96	11	1,312	10,0	45	9,583	65,4
–18	0,125	1,05	12	1,403	10,7	50	12,33	83,0
–17	0,137	1,15	13	1,497	11,4	55	15,73	104,3
–16	0,151	1,27	14	1,598	12,1	60	19,92	130
–15	0,165	1,38	15	1,705	12,8	65	25,00	161
–14	0,181	1,51	16	1,817	13,6	70	31,16	198
–13	0,199	1,65	17	1,937	14,5	75	38,54	242
–12	0,217	1,80	18	2,064	15,4	80	47,34	293
–11	0,237	1,96	19	2,197	16,3	85	57,81	354
–10	0,260	2,14	20	2,338	17,3	90	70,10	424
–9	0,284	2,33	21	2,486	18,3	95	84,51	505
–8	0,309	2,54	22	2,644	19,4	100	101,3	588
–7	0,337	2,76	23	2,809	20,6	120	198,5	1091
–6	0,368	2,99	24	2,984	21,8	140	361,3	1890
–5	0,401	3,24	25	3,168	23,0	160	618,1	3083
–4	0,437	3,51	26	3,361	24,4	180	1003	4782
–3	0,476	3,81	27	3,565	25,8	200	1555	7099
–2	0,517	4,13	28	3,780	27,2			
–1	0,563	4,47	29	4,005	28,7			

d) Sự bay hơi trong khí quyển

Đặt một chất lỏng, ví dụ một bình mở đựng nước, trong khí quyển. Giả thiết khí quyển là vô hạn. Nước bay hơi trong khí quyển, trong điều kiện có khác so với sự bay hơi trong xilanh, mô tả ở hình 6.2. Trong khí quyển, trên mặt thoáng của nước luôn luôn có không khí với áp suất xấp xỉ bằng 1 atm. Trong không khí trên mặt thoáng của nước lại có một phần nhỏ là hơi nước, với áp suất riêng phần p_{hn}. Áp suất riêng phần p_{hn} của hơi nước phụ thuộc vào sự bay hơi của nước và vào những điều kiện vật lí của khí quyển. Giá trị cực đại của p_{hn} là áp suất hơi nước bão hoà $p_b(T)$ cùng nhiệt độ. Tỉ số :

$$a = \frac{p_{hn}}{p_b(T)} \leq 1 \qquad (6.1)$$

gọi là độ ẩm tỉ đối của không khí. Độ ẩm tỉ đối của không khí càng lớn thì tốc độ bay hơi của nước càng nhỏ. Khi độ ẩm tỉ đối bằng 1, tức là khi không khí bão hoà hơi nước $p_{hn} = p_b(T)$, thì sự bay hơi của nước ngừng lại.

Nếu trên mặt thoáng của chất lỏng, không khí lưu chuyển (có gió) thì hơi nước bay lên từ mặt thoáng được lưu chuyển đi ngay, bảo đảm cho áp suất riêng phần của hơi nước ở sát mặt thoáng cũng có giá trị p_{hn} như giá trị chung cho khí quyển. Tốc độ bay hơi được duy trì.

Nếu không khí không lưu chuyển thì hơi nước bay lên từ mặt thoáng làm cho lớp không khí gần mặt thoáng bão hoà hơi nước. Tuy nhiên, hơi nước ở lớp này còn khuếch tán trong không khí, làm cho áp suất riêng phần của hơi nước ở sát mặt thoáng chỉ nhỏ hơn áp suất hơi bão hoà một ít, khiến cho sự bay hơi diễn ra chậm.

e) Sự sôi

Nếu ta tăng nhiệt độ của một chất lỏng đặt trong khí quyển, ví dụ nước đặt trong một bình mở, thì quá trình bay hơi qua mặt thoáng diễn ra càng nhanh.

Tăng liên tục nhiệt độ của chất lỏng thì tới một nhiệt độ nào đó, sự bay hơi diễn ra mạnh hẳn lên, đặc biệt là chất lỏng không chỉ bay hơi qua mặt thoáng mà còn *bay hơi từ trong lòng chất lỏng dưới dạng những bọt khí lớn dần lên trong khi nổi lên mặt thoáng và vỡ ra ở đó*. Hiện tượng này gọi là sự sôi. Sự sôi của một chất lỏng đã cho bắt đầu khi nhiệt độ chất lỏng và hơi đạt tới giá trị xác định T_S. Trong suốt quá trình sôi, nhiệt độ của chất lỏng và của hơi bay ra giữ giá trị không đổi T_S. T_S gọi là *nhiệt độ sôi*, hay điểm sôi, *của chất lỏng dưới áp suất khí quyển*.

Thực nghiệm và lí thuyết đều chứng tỏ rằng : Chất lỏng sôi ở nhiệt độ T_S mà tại đó áp suất hơi bão hoà $p_b(T_S)$ bằng áp suất p_0 tác dụng trên mặt thoáng.

Ví dụ : Từ Bảng 6.1 ta thấy rằng ở 95°C áp suất hơi nước bão hoà là 84,51 kPa. Điều đó có nghĩa là ở nơi mà áp suất khí quyển bằng 84,51 kPa (ví dụ trên núi cao) thì nước sôi ở 95°C.

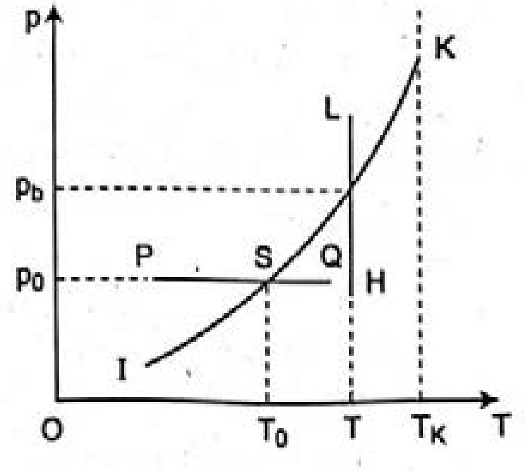
Nếu trong chất lỏng không có bọt khí sẵn có, tức là không có những hạt bụi nhỏ, những điện tích,... để tạo nên các tâm sôi ban đầu thì chất lỏng có thể được đun nóng đến nhiệt độ lớn hơn nhiệt độ sôi T_S mà vẫn không sôi. Người ta gọi đó là chất lỏng bị đun quá hay chậm sôi. Khi trong chất lỏng chậm sôi hình thành tâm sôi thì sự sôi xảy ra và nhiệt độ chất lỏng lại trở về nhiệt độ sôi T_S. Hiện tượng chậm sôi được ứng dụng trong buồng bọt để quan sát quỹ đạo của các hạt vi mô tích điện chuyển động rất nhanh.

6.3. Biểu diễn các trạng thái của chất trên giản đồ p-T

Ta biết rằng, mỗi trạng thái của một lượng chất đã cho có các thông số p, V, T xác định. Hai thông số p, T quyết định chất ở thể nào (rắn, lỏng, khí). Trên giản đồ p, T có thể xác định được những miền ứng với mỗi thể của chất, những đường giới hạn của các miền ứng với quá trình chuyển thể.

a) Đường biểu diễn sự bay hơi (và ngưng tụ)

Trên giản đồ p-T ta vẽ đường biểu diễn sự phụ thuộc của áp suất hơi bão hoà $p_b(T)$ vào nhiệt độ. Đó là cung cong IK trên hình 6.4. Mỗi điểm trên IK biểu diễn trạng thái trong đó cùng tồn tại thể lỏng và thể hơi của CO_2. Có nhiều trạng thái như vậy ứng với các điểm của đoạn nằm ngang A_1A_2 của đường đẳng nhiệt vẽ ở hình 6.2. Điểm tận cùng K ứng với trạng thái tới hạn.



Hình 6.4

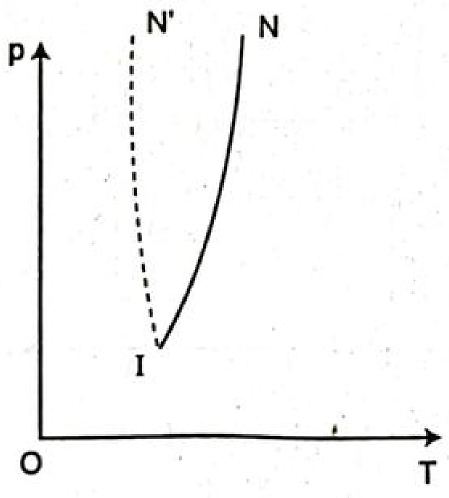
Quá trình nén hơi bão hoà CO_2 đẳng nhiệt HA_1A_2L nói ở mục trên, bây giờ biểu diễn bởi một đoạn thẳng vuông góc với trục T, toàn bộ giai đoạn ngưng tụ (hơi hoá lỏng) A_1A_2 biểu diễn bằng một điểm. Quá trình bay hơi của chất lỏng ở áp suất p_0 biểu diễn bởi đoạn thẳng PSQ song song với trục T. Điểm S biểu diễn quá trình bay hơi đẳng áp. Thực ra thì IK là đường biểu diễn các trạng thái mà trong đó chất lỏng bay hơi, hoặc hơi hoá lỏng ở những nhiệt độ và áp suất khác nhau.

Phần của mặt phẳng p-T ở trên cung IK ứng với trạng thái lỏng, phần ở dưới IK ứng với trạng thái hơi, phần ở bên phải của nửa đường thẳng T_KK ứng với trạng thái hơi ở nhiệt độ cao hơn nhiệt độ tới hạn (khí).

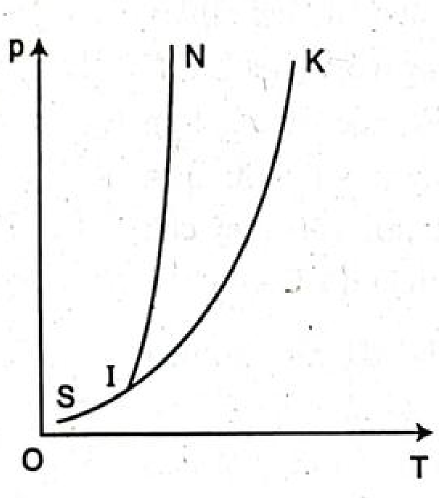
b) Đường biểu diễn sự nóng chảy (và đông đặc)

Dưới áp suất p, một chất rắn kết tinh nóng chảy ở nhiệt độ T xác định. Đối với một chất đã cho cũng có sự phụ thuộc lẫn nhau giữa áp suất và nhiệt độ nóng chảy, nếu ta vẽ đường biểu diễn sự phụ thuộc của áp suất vào nhiệt độ trên đồ thị p-T thì sẽ có đường biểu diễn IN gọi là đường nóng chảy. Đối với hầu hết các chất rắn thì khi tăng áp suất, nhiệt độ nóng chảy cũng tăng : độ dốc của IN dương (đường nóng chảy là đường IN liền nét trên hình 6.5). Đối với nước và một vài chất khác thì khi tăng áp suất nhiệt độ nóng chảy giảm : độ dốc của IN' âm (đường nóng chảy của nước đá là đường chấm chấm IN' trên hình 6.5).

Phần mặt phẳng p, T ở bên phải của đường nóng chảy ứng với trạng thái lỏng của chất, phần bên trái ứng với trạng thái rắn. Cùng một đường cong IN biểu diễn cả quá trình nóng chảy và quá trình đông đặc. Hai quá trình ngược nhau và xảy ra ở cùng nhiệt độ và áp suất.



Hình 6.5



Hình 6.6

c) Đường thăng hoa (ngưng kết) và điểm ba

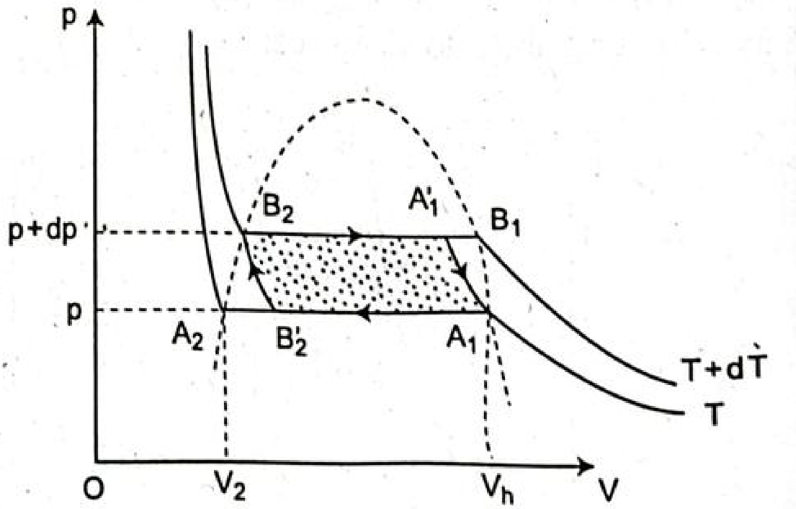
Quá trình thăng hoa chuyển vật chất từ trạng thái rắn sang trạng thái hơi cũng xảy ra ở nhiệt độ và áp suất nhất định. Vẽ đường biểu diễn sự phụ thuộc của áp suất vào nhiệt độ thăng hoa ta được đường thăng hoa IS.

Ba đường bay hơi, nóng chảy và thăng hoa gặp nhau tại một điểm I gọi là điểm ba (hình 6.6). Đối với mỗi chất, điểm ba tương ứng với một nhiệt độ và áp suất xác định. Ví dụ đối với nước nhiệt độ của điểm ba là 273,16 K và áp suất là 612 Pa. Người ta dùng nhiệt độ điểm ba của nước là một mốc để xác định thang nhiệt độ Ken-vin, mốc ấy được quy ước là 273,16 K (tức là 0,01°C).

6.4. Phương trình Clau-di-út – Cla-pê-rôn cho mối quan hệ giữa nhiệt độ và áp suất chuyển thể (mở rộng)

Trong mục 6.3 đã vẽ đường biểu diễn sự phụ thuộc của áp suất p vào nhiệt độ T của từng cặp quá trình chuyển thể. Trong mục này ta thiết lập phương trình cho sự phụ thuộc đó. Trước hết thiết lập cho quá trình hoá hơi.

Xét một đơn vị khối lượng của một chất cụ thể. Dùng lượng chất này làm tác nhân thực hiện một chu trình Các-nô cân bằng gồm hai quá trình đẳng nhiệt B_2A_1' ở nhiệt độ T + dT và A_1B_2' ở nhiệt độ T xen kẽ với hai quá trình đoạn nhiệt $A_1'A_1$ và $B_2'B$ (hình 6.7 vẽ trên đồ thị p-V). Độ chênh lệch nhiệt độ dT là rất nhỏ so với T. A_1A_2 là phần nằm ngang của đường đẳng nhiệt ứng với nhiệt độ T. Các điểm trên đoạn A_1A_2 có tung độ p, p chính là áp suất hơi bão hoà của chất mà ta xét ở nhiệt độ T.



Hình 6.7

B_1B_2 là phần nằm ngang của đường đẳng nhiệt ứng với nhiệt độ T, tung độ các điểm trên đoạn này p + dp chính là áp suất hơi bão hoà của chất ở nhiệt độ T + dT.

Vì dT rất nhỏ nên dp cũng rất nhỏ và B_2' rất gần với A_2 và A_1' rất gần với B_1. Có thể coi gần đúng từng cặp điểm ấy trùng nhau, A_1' trùng với B_1, B_2' trùng với A_2.

Xét chu trình Các-nô $B_2A_1'A_1B_2'$ theo chiều thuận (chiều mũi tên).

Nhiệt lượng Q_1 nhận được của nguồn nóng ở nhiệt độ (T + dT) là nhiệt làm hoá hơi tác nhân (1 đơn vị khối lượng chất) :

$$Q_1 = L \quad (6.2)$$

L là ẩn nhiệt hoá hơi của chất.

Công A' sinh ra trong cả chu trình bằng diện tích hình bình hành cong $B_2A_1'A_1B_2'$.

$$A' = (v_h - v_l)dp \quad (6.3)$$

v_h và v_l lần lượt là thể tích riêng của hơi và của chất lỏng ở nhiệt độ T.

Áp dụng nguyên lí II, hiệu suất H của chu trình có thể tính được theo nhiệt độ của hai nguồn

$$H = \frac{A'}{Q_1} \approx \frac{T + dT - T}{T + dT} \approx \frac{dT}{T} \quad (6.4)$$

Thay biểu thức của công A' và nhiệt lượng Q_1 vào (6.4), ta có :

$$\frac{dp}{dT} = \frac{L}{(v_h - v_l)T} \quad (6.5)$$

Đây là phương trình vi phân cho mối quan hệ giữa nhiệt độ T và áp suất p khi xảy ra quá trình bay hơi, gọi là phương trình Clau-di-út – Cla-pê-rôn.

Có thể thiết lập phương trình tương tự đối với quá trình nóng chảy. Khi đó thể tích riêng của hơi v_h thay bằng thể tích riêng của chất lỏng v_l, còn v_l thay bằng thể tích riêng của thể rắn v_r.

Bài tập ví dụ

6.1. Ẩn nhiệt hoá hơi của nước ở 100°C là L = 2250 kJ/kg. Điều đó có nghĩa là 1 kg nước ở 100°C nhận nhiệt lượng 2250 kJ và chuyển thành hơi nước ở cùng nhiệt độ.

a) Hãy tính xem bao nhiêu phần trăm của nhiệt lượng ấy để tăng nội năng, bao nhiêu phần trăm để sinh công thắng ngoại lực.

b) Tính năng lượng liên kết u_0 của phân tử nước lỏng ở 100°C.

Coi gần đúng hơi nước như khí lí tưởng.

Giải.

1 kg hơi nước ở 100°C và áp suất p chiếm một thể tích V sao cho :

$$pV = \frac{1000}{18} 8,31.373 = 172 \text{ kJ}$$

Nếu bỏ qua thể tích của nước lỏng so với thể tích hơi ở cùng nhiệt độ và ở áp suất 1 atm thì đại lượng trên chính là công A' mà 1 kg nước sinh ra khi hoá hơi ở 100°C.

a) Độ tăng nội năng ΔU của 1 kg nước ở 100°C khi hoá hơi ở cùng nhiệt độ :

$$\Delta U = Q - A' = 2250 - 172 = 2078 \text{ kJ}$$

Vậy
$$A = \frac{172}{2250} L = 0,076L = 7,6\%L$$

$$\Delta U = \frac{2078}{2250} L = 0,924L = 92,4\%$$

b) Gọi N là số phân tử nước có trong 1 kg :

$$N = \frac{1000}{18} N_A = \frac{1000}{18} 6.10^{23} = \frac{1}{3} 10^{26}$$

Năng lượng liên kết u_0 tính được như sau :

$$u_0 = \frac{\Delta U}{N} = \frac{2078.3}{10^{26}} \approx 6,6.10^{-26} \text{ J}$$

6.2. a) Một lượng chất nào đó lấy ở trạng thái hơi bão hoà bị nén đẳng nhiệt giảm thể tích n lần, tính tỉ phần thể tích chất lỏng η ở trạng thái cuối. Biết rằng thể tích riêng của hơi bão hoà lớn hơn gấp N lần thể tích riêng của chất lỏng ở cùng nhiệt độ (N > n).

b) Cũng câu hỏi trên, nhưng với điều kiện thể tích cuối ứng với điểm chính giữa của đoạn thẳng nằm ngang của đường đẳng nhiệt trên giản đồ p-V.

Giải.

Gọi V là thể tích ban đầu của hơi nước bão hoà, v_h và v_l lần lượt là thể tích riêng của hơi bão hoà và của chất lỏng. Kí hiệu m là khối lượng của chất mà ta xét.

$$m = \frac{V}{v_h}$$

a) Kí hiệu m_h và m_l lần lượt là khối lượng hơi và chất lỏng ở trạng thái cuối :

$$m_l = \frac{\eta V}{n v_l} \quad ; \quad m_h = \frac{(1-\eta)V}{n v_h} = \frac{(1-\eta)V}{nN v_l}$$

Chú ý rằng $m_l + m_h = m$, ta sẽ có :

$$\frac{\eta V}{n v_l} + \frac{(1-\eta)V}{nN v_l} = \frac{V}{N v_l}$$

hay là :

$$\frac{\eta}{n} + \frac{1-\eta}{nN} = \frac{1}{N}$$

Từ đó rút ra : $$\eta = \frac{n-1}{N-1} \qquad (1)$$

b) Thể tích cuối sẽ là : $\frac{1}{2}(v_h + v_l)m$

Tỉ số nén n được tính như sau :

$$n = V : \frac{1}{2}(v_h + v_l)m = m v_h : \frac{1}{2}(v_h + v_l)m =$$

$$= \frac{2v_h}{v_h + v_l} = \frac{2N}{N+1}$$

Thay vào (1) ta sẽ có : $\eta = \frac{1}{N+1}$.

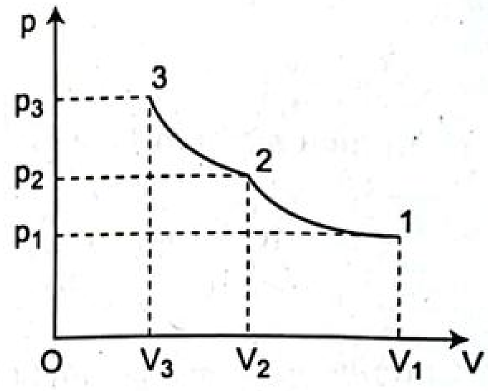
6.3. ***Sự nén hỗn hợp hai chất hơi.***

a) Giả thiết có một hỗn hợp hai chất hơi A và B không gây phản ứng hoá học với nhau. Chất A có áp suất riêng phần p_A trong hỗn hợp và áp suất hơi bão hoà p_{bA} ở nhiệt độ T, chất B có áp suất riêng phần p_B trong hỗn hợp và áp suất hơi bão hoà p_{bB} ở cùng nhiệt độ T ($p_{bA} < p_{bB}$). Ban đầu hai chất ở trạng thái hơi khô trong hỗn hợp. Nén chậm hỗn hợp và giữ cho nhiệt độ không đổi và bằng T.

Vẽ đường biểu diễn áp suất toàn phần của hỗn hợp theo thể tích V.

b) Trên hình 6.8 vẽ đường đẳng nhiệt của không khí ẩm : 1-2 và 2-3 là hai cung của hai hypebol khác nhau, ở điểm 2 đường đẳng nhiệt có hai tiếp tuyến ở phía phải và phía trái khác nhau.

Xác định độ ẩm tương đối của không khí ở các điểm 1, 2, 3 theo các áp suất p_1, p_2, p_3 ở những điểm này.



Hình 6.8

Giải.

a) Áp suất toàn phần p của hỗn hợp là :

$$p = p_A + p_B$$

Gọi V là thể tích của hỗn hợp. Khi nén hỗn hợp thì thể tích V giảm và các áp suất riêng phần p_A và p_B tăng theo định luật Bôi-lơ – Ma-ri-ốt : $p_AV = \text{const}$ và $p_BV = \text{const}$. Áp suất toàn phần p cũng tăng theo định luật Bôi-lơ – Ma-ri-ốt :

$$pV = \text{const} \tag{1}$$

Cứ tiếp tục nén (giảm thể tích V) thì tới một lúc nào đó một trong hai áp suất riêng phần, ví dụ p_A đạt tới giá trị bão hoà :

$$p_A = p_{bA}$$

Trong giai đoạn nén tiếp theo thì p_A giữ giá trị không đổi và hơi A ngưng tụ khi thể tích giảm, p_B tiếp tục tăng :

$$p_BV = \text{const}$$

Còn áp suất toàn phần p cũng tiếp tục tăng theo p_B và thoả mãn phương trình :

$$(p - p_{bA})V = \text{const} \tag{2}$$

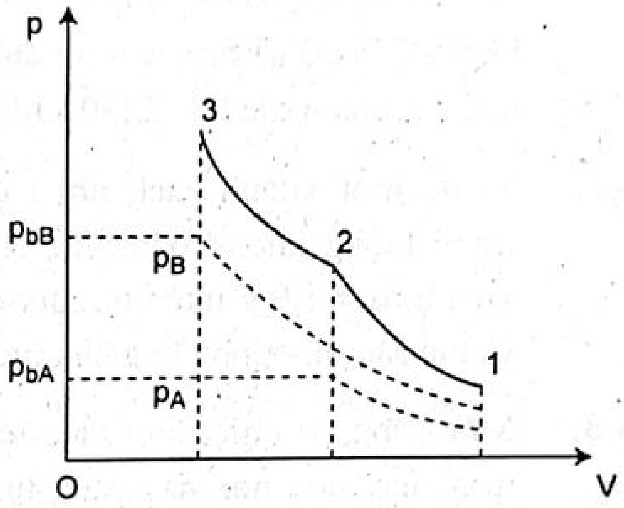
Khi chất hơi A ngưng tụ, thì áp suất toàn phần p vẫn tiếp tục tăng theo (2) cho đến khi áp suất toàn phần p đạt tới $p_{bA} + p_{bB}$ thì chất hơi B bắt đầu ngưng tụ. Trong suốt quá trình ngưng tụ của hơi B thì thể tích giảm nhưng áp suất toàn phần giữ nguyên giá trị.

Hai đường nét đứt biểu diễn p_A và p_B theo V. Đường nét liền biểu diễn p. Phương trình của cung 1-2 là (1), của cung 2-3 là (2).

Điểm 1 : biểu diễn trạng thái mà cả hai hơi là khô.

Điểm 2 : hơi A bão hoà và bắt đầu ngưng tụ.

Điểm 3 : hơi B bắt đầu bão hoà và ngưng tụ.



Hình 6.9

b) Trong trường hợp này A là hơi nước, B là không khí. Kí hiệu p_{A1}, p_{A2} là áp suất riêng phần của hơi nước tại điểm 1 và 2, ta sẽ có :

$$p_{A2} = p_{bA} \text{ và } p_{A1}V_1 = p_{A2}V_2 \text{ (định luật Bôi-lơ – Ma-ri-ốt)}$$

Ngoài ra lại có : $p_1V_1 = p_2V_2$.

Từ ba phương trình trên, có thể tính được độ ẩm tương đối của không khí ở điểm 1 :

$$H = \frac{p_{A1}}{p_{bA}} = \frac{p_{A1}}{p_{A2}} = \frac{p_1}{p_2}$$

Tại các điểm 2 và 3 đều có $p_{A2} = p_{A3} = p_{bA}$. Do đó độ ẩm tương đối của không khí tại các trạng thái biểu diễn bởi các điểm đó là 100%.

Đề bài tập

6.4. Hơi nước bão hoà ở nhiệt độ t = 100°C chứa trong một xilanh, dưới một pit-tông có trọng lượng không đáng kể. Đẩy pit-tông đi xuống chậm, một lượng hơi có khối lượng $\Delta m = 0,70$ g ngưng tụ lại. Tính công mà khí nhận được. Hơi coi như khí lí tưởng, thể tích của nước có thể bỏ qua.

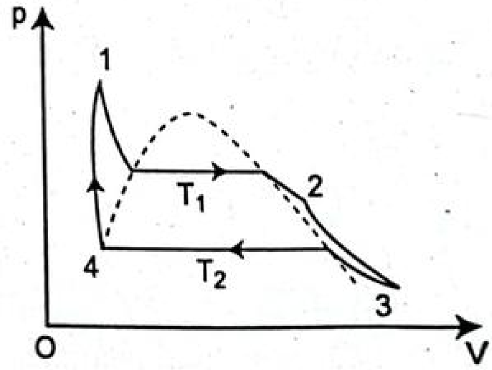
6.5. Không gian trong xilanh, dưới pit-tông, có thể tích $V_0 = 5,0$ *l* chứa hơi nước bão hoà ở nhiệt độ t = 100°C. Nén hơi đẳng nhiệt đến thể tích V = 1,6 *l*. Tìm khối lượng nước ngưng tụ. Coi hơi bão hoà như khí lí tưởng.

6.6. Nước có khối lượng $m = 20$ g ở nhiệt độ $0°C$ trong một xilanh cách nhiệt, dưới một pit-tông có trọng lượng không đáng kể, có diện tích $S = 410\ cm^2$. Áp suất ngoài bằng áp suất khí quyển chuẩn. Nếu truyền cho nước nhiệt lượng $Q = 20$ kJ thì pit-tông được nâng lên chiều cao bao nhiêu ? Ẩn nhiệt hoá hơi của nước $L = 2250$ kJ/kg.

6.7. Trong một xilanh cách nhiệt đặt trong khí quyển, dưới một pit-tông có trọng lượng không đáng kể, có 1 g hơi nước bão hoà. Người ta đưa vào xilanh $m = 1,0$ g nước ở nhiệt độ $t_0 = 22°C$. Bỏ qua nhiệt dung của xilanh và ma sát, hãy tính công của lực áp suất của khí quyển tác dụng lên xilanh.

6.8. Một động cơ nhiệt làm việc theo chu trình Các-nô với tác nhân là nước, nước này hoá hơi và ngưng tụ. Chu trình vẽ ở hình 6.10, quá trình đẳng nhiệt 1-2 diễn ra ở nhiệt độ $T_1 = 484$ K, 3-4 ở $T_2 = 373$ K. Tổng nhiệt lượng mà hơi nước nhả ra trong quá trình ngưng tụ 3-4 là 2680 kJ. Tính công thực hiện bởi tác nhân trong một chu trình.

6.9. Máy điều hoà không khí (kiểu một cục) mỗi giây hút 40 *l* không khí từ khí quyển có nhiệt độ $t_1 = 37°C$ và có độ ẩm 80% (theo nghĩa khí tượng học). Máy làm không khí lạnh đến nhiệt độ $t_2 = 7°C$ và đưa vào phòng. Sau khi máy chạy một thời gian, tất cả không khí trong phòng đều do máy đưa vào và nhiệt độ không khí trong cả phòng là $t_3 = 25°C$. Áp suất hơi nước bão hoà ở các nhiệt độ t_1, t_2, t_3 lần lượt là $p_1 = 6200$ Pa, $p_2 = 1000$ Pa, $p_3 = 3190$ Pa. Tính :



Hình 6.10

a) Lượng hơi nước ngưng tụ ở máy trong mỗi giây.

b) Độ ẩm tương đối trong phòng (theo nghĩa khí tượng học). Coi hơi nước như khí lí tưởng.

6.10. Một bình hình trụ (xilanh) chứa không khí và nước, được đóng kín bằng một pit-tông di động. Nhiệt độ của bình và khí không đổi. Thể tích ban đầu

$V_1 = 22,4\ l$, áp suất ban đầu $p_1 = 3$ atm. Pit-tông chuyển động chậm để hơi trong bình luôn bão hoà. Khi thể tích hơi trong bình tăng gấp đôi là $V_2 = 2V_1$ thì nước lỏng không còn và áp suất trong bình là $p_2 = 2$ atm. Hãy tính :

a) Áp suất p_b của hơi nước bão hoà.

b) Khối lượng không khí m_k trong bình.

c) Khối lượng toàn phần m_n của nước (hơi + lỏng) trong bình.

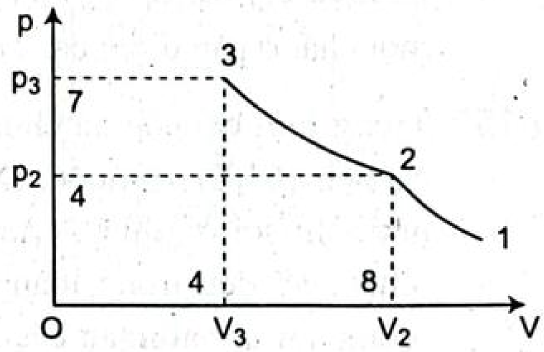
d) Tính công mà khí tác dụng lên pit-tông.

e) Tính nhiệt lượng cần cung cấp cho không khí và nước để giữ nhiệt độ không đổi.

Biết ẩn nhiệt hoá hơi của nước ở nhiệt độ của khí là L = 2250 J/g.

Gợi ý : Xem lại bài 6.1 về ẩn nhiệt hoá hơi.

6.11. Một hỗn hợp khí chứa một khối lượng $m_1 = 100$ g nitơ và một khối lượng m_2 ôxi. Nén đẳng nhiệt hỗn hợp ấy ở nhiệt độ sôi của nitơ lỏng (74,4 K) ta được đường đẳng nhiệt trên đồ thị p-V vẽ ở hình 6.11 (1-2 và 2-3 là hai cung của hai hypebol khác nhau, điểm 2 có hai tiếp tuyến khác nhau ở hai phía).



Hình 6.11

a) Hãy xác định áp suất hơi bão hoà của ôxi ở 74,4 K.

b) Khối lượng m_2 của ôxi.

Biết rằng ôxi sôi ở nhiệt độ cao hơn 74,4 K.

6.12. Không khí có độ ẩm tương đối (theo khí tượng học) h = 80% được nén đẳng nhiệt đến áp suất gấp 3 lần áp suất ban đầu, khi đó thể tích bằng $\frac{1}{4}$ thể tích ban đầu.

a) Vẽ đường đẳng nhiệt và giải thích.

b) Sau khi không khí bị nén như trên thì tỉ số áp suất riêng phần của hơi nước và áp suất toàn phần của không khí ẩm là bao nhiêu ?

c) Tính công nén khí nếu quá trình nén là đẳng nhiệt.

d) Tính nhiệt lượng toả ra.

Biết thể tích ban đầu $V_1 = 4\ m^3$ và ẩn nhiệt hoá hơi của nước là $L = 2280$ kJ/kg. Nhiệt độ là 65°C.

Gợi ý : Coi không khí và hơi nước chưa bão hoà tuân theo định luật Bôi-lơ – Ma-ri-ốt và thể tích riêng của nước lỏng có thể bỏ qua so với thể tích riêng của hơi nước ở cùng nhiệt độ (trong điều kiện áp suất như ở bài toán này). Ẩn nhiệt hoá hơi L được định nghĩa như ở bài 6.1. Các dữ liệu về hơi bão hoà xem ở Bảng 6.1.

6.13*. Tìm khối lượng của tất cả các phân tử bay ra từ 1 cm^2 của mặt nước ở 100°C vào hơi bão hoà. Biết rằng có $\eta = 3,6\%$ phân tử đi từ hơi vào nước bị giữ lại.

6.14*. Kí hiệu L_c, L_h, L_t lần lượt là ẩn nhiệt nóng chảy, bay hơi và thăng hoa của một chất ở gần điểm ba. Tìm hệ thức giữa các đại lượng này.

6.15*. Trong một cái cốc có chứa hai chất lỏng không trộn lẫn nhau là clorua 4 cacbon (Cl_4C) và nước. Dưới áp suất khí quyển, Cl_4C sôi ở 76,7°C, còn nước thì sôi ở 100°C. Làm cho cốc chứa hai chất lỏng nóng lên dần dần (chậm và đều trong toàn bộ thể tích hai chất lỏng) thì sẽ thấy có hiện tượng sôi ở mặt ngăn cách hai chất lỏng khi nhiệt độ đạt tới 65,5°C. Hãy xác định xem chất lỏng nào sôi nhanh hơn (tính theo khối lượng) và nhanh hơn bao nhiêu lần.

Áp suất hơi bão hoà của nước ở nhiệt độ 65,5°C là 25,6 kPa.

6.16. Giải thích hiện tượng trùng băng.

Đối với hầu hết các chất rắn kết tinh thì khi tăng áp suất p nhiệt độ nóng chảy T cũng tăng, đối với nước và một chất khác thì khi áp suất p tăng nhiệt độ nóng chảy T giảm. Hãy dựa vào đó giải thích các hiện tượng sau :

a) Giày trượt băng có đế là một tấm thẳng đứng, phía dưới mài mỏng đi như lưỡi dao.

b) Hiện tượng trùng băng : đập vụn nước đá rồi cho vào một khuôn rất cứng, nén mạnh nước đá trong khuôn rồi mở ra sẽ thấy các mảnh nước đá vụn liền lại thành một khối theo hình của khuôn.

6.17. Nước đá ở 0°C, chứa trong một vỏ cứng và cách nhiệt và được nén đến áp suất 100 MPa. Tính tỉ phần nước đá nóng chảy ở áp suất này.

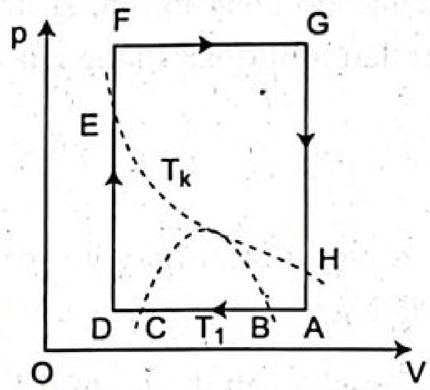
Biết rằng : khi tăng áp suất 13,8 MPa thì nhiệt độ nóng chảy của nước đá giảm đi 1°C ; nhiệt dung riêng của nước đá là 2,5 kJ/kg.K ; ẩn nhiệt nóng chảy của nước đá là 330 kJ/kg.

6.18. Chu trình ABCDEFGHA biểu diễn trên đồ thị p-V bằng hình chữ nhật ADFG, đoạn BC ứng với sự hoá lỏng ở nhiệt độ T_1, điểm E ứng với nhiệt độ T_k (hình 6.12).

Vẽ đường biểu diễn chu trình này trên đồ thị p-T.

6.19*. Vận dụng phương trình Clau-di-út – Cla-pê-rôn cho quá trình sôi của nước, với áp suất p = 1 atm thì nhiệt độ sôi là T = 373 K và ẩn nhiệt hoá hơi của nước L = 2250 J/g. Hỏi dưới áp suất 0,95 atm thì nước sôi ở nhiệt độ nào ?

Gợi ý : Coi hơi nước là khí lí tưởng.



Hình 6.12

6.20*. Dưới áp suất khí quyển 1 atm, nước đá nóng chảy ở 0°C. Hỏi phải tăng áp suất lên bao nhiêu thì nhiệt độ nóng chảy của nước đá giảm đi 1°C (tức là bằng –1°C) ? Ẩn nhiệt nóng chảy của nước đá là 330 kJ/kg. Coi gần đúng khối lượng riêng của nước là 1000 kg/m³ và của nước đá là 920 kg/m³.

Gợi ý : Áp dụng phương trình Clau-di-út – Cla-pê-rôn.

Chủ đề 7

HIỆN TƯỢNG CĂNG BỀ MẶT

Lí thuyết

7.1. Lực căng bề mặt, suất căng bề mặt

Ở mặt thoáng của chất lỏng có lực căng bề mặt tác dụng. Lực căng bề mặt có phương tiếp tuyến với mặt thoáng và vuông góc với bờ (đường biên giới) của mặt thoáng, có khuynh hướng làm giảm diện tích mặt thoáng. Lực căng bề mặt F tác dụng lên một đoạn thẳng của bờ (đường biên giới) của mặt thoáng có chiều dài l là :

$$F = \sigma l \tag{7.1}$$

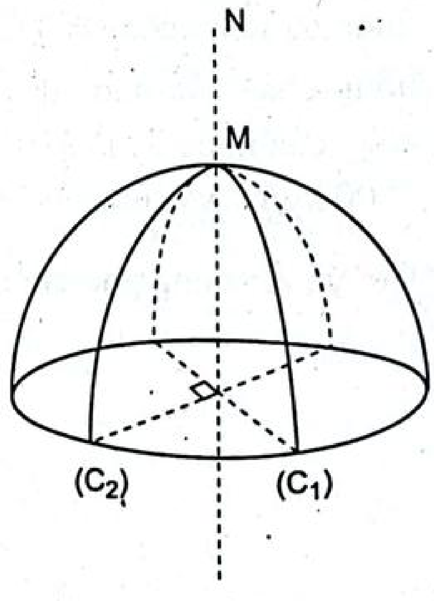
σ gọi là suất (hay hệ số) căng bề mặt của chất lỏng. Đơn vị của suất căng bề mặt là N/m.

Công A cần thiết làm tăng diện tích bề mặt ΔS trong quá trình đẳng nhiệt

$$A = \sigma\Delta S \tag{7.2}$$

7.2. Áp suất phụ gây bởi bề mặt

Xét một điểm M nằm trên bề mặt của một chất lỏng. Từ M vẽ đường pháp tuyến MN với bề mặt. Lấy hai mặt phẳng P_1 và P_2 chứa MN và vuông góc với nhau, hai mặt phẳng này cắt bề mặt của chất lỏng theo hai đường cong (C_1) và (C_2). Gọi R_1 và R_2 là bán kính cong của (C_1) và (C_2) tại M. Toán học chứng minh rằng $\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}$ chỉ phụ thuộc dạng của bề mặt ở gần M, không phụ thuộc việc chọn mặt phẳng P_1 và P_2.



Hình 7.1

Vật lí học chứng tỏ rằng bề mặt cong của chất lỏng gây nên trong chất lỏng ở sát điểm M một áp suất phụ hướng về phía lõm của bề mặt và có độ lớn :

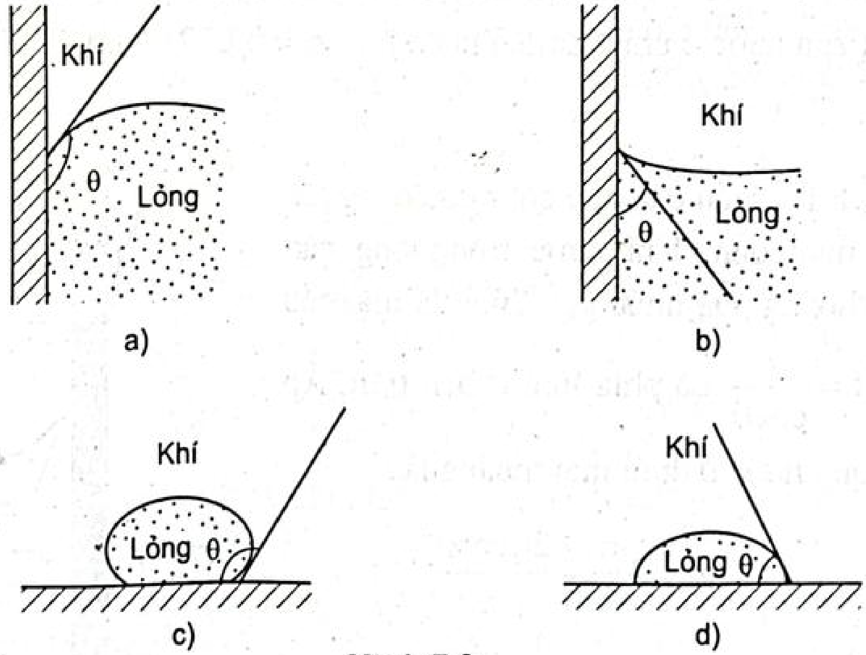
$$\Delta p = \sigma\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right) \tag{7.3}$$

7.3. Góc ở bờ mặt thoáng

Bờ mặt thoáng là chỗ tiếp xúc cả ba môi trường : thành bình (rắn), chất lỏng, chất khí (hoặc chất lỏng khác) ở ngoài mặt thoáng.

Bờ mặt thoáng là một đường cong, trên hình cắt ngang là một điểm.

Từ một điểm của bờ mặt thoáng vẽ một nửa đường thẳng tiếp tuyến với mặt thoáng, vuông góc với bờ mặt thoáng. Góc θ giữa mặt phẳng của thành bình và nửa đường thẳng nói trên chứa chất lỏng gọi là góc ở bờ mặt thoáng.



Hình 7.2

7.4. Sự dính ướt và không dính ướt

Nếu góc $\theta < \frac{\pi}{2}$ (hình 7.2b và 7.2d) thì người ta nói rằng chất lỏng dính ướt thành bình (mặt vật rắn). Với $\theta = 0$ thì sự dính ướt là hoàn toàn.

Nếu góc $\theta > \frac{\pi}{2}$ (hình 7.2a và 7.2c) thì người ta nói rằng chất lỏng không dính ướt thành bình (mặt vật rắn). Với $\theta = \pi$ thì chất lỏng hoàn toàn không dính ướt thành bình.

Vật lí học phân tử giải thích : Sự dính ướt xảy ra khi phân tử chất lỏng (ở sát mặt ngăn cách rắn – lỏng) bị các phân tử chất rắn hút bởi một lực mạnh hơn lực hút của các phân tử khác của chất lỏng ; sự không dính ướt xảy ra trong trường hợp ngược lại.

Bài tập ví dụ

7.1. *Tính độ dâng của chất lỏng trong ống mao dẫn*

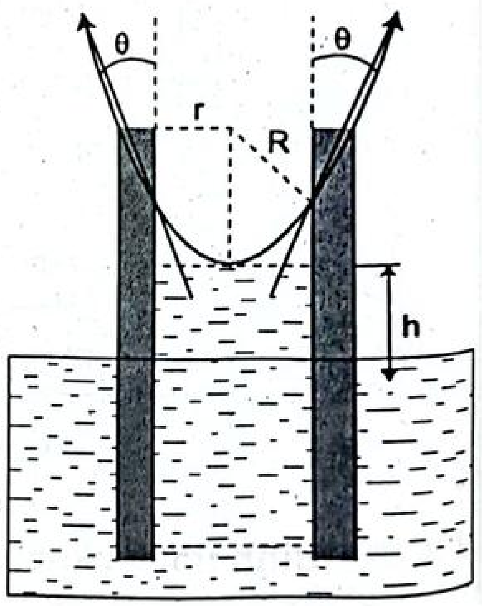
Cho một ống thuỷ tinh có bán kính trong r = 0,5 mm. Ống đặt thẳng đứng, đầu dưới nhúng vào nước, nước làm ướt mặt thuỷ tinh với góc ở bờ mặt thoáng $\theta = 15°$. Tính độ dâng cao của nước trong ống h. Biết suất căng bề mặt của nước ở nhiệt độ mà ta đo h là $\sigma = 0,0725$ N/m.

Giải.

Gọi h là chiều cao của cột nước dâng lên trong ống mao dẫn. Khi nước trong ống cân bằng, mặt thoáng của nước gần đúng là mặt cầu bán kính $R = \dfrac{r}{\cos\theta}$ có phía lõm ở bên trên. Áp suất phụ trong nước ở dưới mặt thoáng là :

$$p = 2\frac{\sigma}{R} = \frac{2\sigma\cos\theta}{r}$$

Áp suất phụ cân bằng với áp suất thuỷ tĩnh ρgh tạo nên bởi cột nước được dâng lên có độ cao h, ρ là khối lượng riêng của nước: $\rho gh = \dfrac{2\sigma\cos\theta}{r}$.



Hình 7.3

$$\text{Từ đây rút ra : } h = \frac{2\sigma\cos\theta}{\rho gr} = \frac{2.0,0725.0,966}{10^3.10.0,5.10^{-3}} = 0,028 \text{ m}$$

$$h = 2,8 \text{ cm}.$$

Ghi chú :

a) Khi bán kính của ống khá lớn thì mặt thoáng của nước trong ống không phải là mặt cầu, khi ấy phần giữa của mặt thoáng là phẳng và không có áp suất phụ, không có sự dâng cao của nước trong ống.

b) Trong trường hợp dính ướt hoàn toàn ($\theta = 0$ và $\cos\theta = 1$), với các ống dẫn nhựa trong thân cây có bán kính vào cỡ phần trăm milimét (r = 0,01 mm) thì độ dâng của nước có thể tới $h \approx 1,5$ m. Độ dâng này chưa đủ để đưa nước từ dưới đất lên lá cây ở độ cao 5 – 10 m. Như vậy hiện tượng mao dẫn chỉ là yếu tố góp phần đưa nước có muối khoáng từ rễ lên lá cây, cành cây.

c) Nếu ống nhúng vào thuỷ ngân, chất này không làm dính ướt mặt thuỷ tinh cho nên $\theta > \dfrac{\pi}{2}$ và $h < 0$, mực thuỷ ngân trong ống bị hạ xuống.

7.2. Tính công cần thiết để thổi một bong bóng xà phòng bán kính R ở nhiệt độ không đổi. Biết áp suất khí quyển là p_0 và suất căng bề mặt của nước xà phòng là σ.

Giải.

Áp suất không khí trong bong bóng xà phòng là :

$$p = p_0 + 4\frac{\sigma}{R}$$

Công A_1 để tạo nên vỏ của bong bóng có mặt thoáng gồm hai mặt cầu (mặt trong và mặt ngoài) bán kính R :

$$A_1 = \sigma S = \sigma.2.4\pi R^2 = 8\pi R^2\sigma$$

Công A_2 để nén không khí từ áp suất p_0 đến áp suất p trong bong bóng :

$$A_2 = pV\ln\frac{p}{p_0} \text{ với } V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

Vậy công A cần thiết là :

$$A = 8\pi R^2\sigma + \left(p_0 + \frac{4\sigma}{R}\right)\frac{4}{3}\pi R^3.\ln\left(1 + \frac{4\sigma}{p_0 R}\right)$$

Đề bài tập

7.3. Tìm độ chênh mực thuỷ ngân trong hai ống mao dẫn thẳng đứng thông nhau có bán kính trong lần lượt là $r_1 = 0,25$ mm và $r_2 = 0,50$ mm. Suất căng bề mặt của thuỷ ngân $\sigma = 0,490$ N/m, góc ở bờ mặt thoáng $\theta = 138°$, khối lượng riêng của thuỷ ngân là 13,6 kg/*l*.

7.4. Ở đáy một bình thuỷ ngân có một lỗ tròn đường kính d = 70 μm. Bề dày của lớp thuỷ ngân có giá trị như thế nào thì thuỷ ngân không chảy ra khỏi lỗ ? Đối với thuỷ ngân : suất căng bề mặt $\sigma = 0,490$ N/m, khối lượng riêng $\rho = 13,6$ kg/*l*.

7.5. Trong bình chứa không khí ở áp suất p_0 ta có một bong bóng xà phòng bán kính r. Áp suất không khí giảm đẳng nhiệt n lần, vì thế mà bán kính bong bóng tăng η lần. Tìm suất căng bề mặt của nước xà phòng.

7.6. Tìm áp suất trong bọt không khí bán kính r = 2,0 μm ở trong nước dưới độ sâu h = 5,0 m. Suất căng bề mặt của nước $\sigma = 0,0725$ N/m. Áp suất khí quyển bình thường.

7.7. Một thanh thuỷ tinh đường kính $d_1 = 1,5$ mm thường lồng vào trong một ống mao dẫn có bán kính $d_2 = 2,0$ mm. Trục của thanh và của ống trùng nhau và thẳng đứng, đầu dưới nhúng vào nước. Tính độ dâng h của nước trong ống mao dẫn.

7.8. Một giọt chất lỏng khối lượng m nằm trên mặt bàn. Chiều cao của giọt là h, khối lượng riêng chất lỏng là ρ, suất căng bề mặt là σ. Giọt chất lỏng hoàn toàn không dính ướt mặt bàn và tiếp xúc với mặt bàn theo một hình tròn bán kính a. Tìm bán kính đường cong của mặt thoáng của giọt chất lỏng ở điểm cao nhất.

7.9. Hai bản thuỷ tinh thẳng đứng song song với nhau được nhúng một phần trong rượu. Khoảng cách giữa hai bản là d = 0,20 mm, bề rộng của chúng là *l* = 19,0 cm. Tính độ cao h của rượu dâng lên giữa hai bản. Biết rằng sự dính ướt là hoàn toàn. Suất căng bề mặt của rượu là $\sigma = 0,022$ N/m, khối lượng riêng của rượu là $\rho = 0,79$ kg/*l*.

7.10. Một giọt thuỷ ngân lớn nằm giữa hai bản thuỷ tinh nằm ngang. Dưới tác dụng của trọng lực, giọt có dạng hình tròn bẹt có bán kính R = 2,28 cm và bề dày d = 0,38 cm. Tính khối lượng của một vật nặng cần đặt lên bản trên để khoảng cách giữa các bản giảm đi n = 10 lần. Góc ở bờ $\theta = 136^{\circ}$. Suất căng bề mặt của thuỷ ngân $\sigma = 0,490$ N/m.

7.11. Hai bản thuỷ tinh bị nước làm ướt hoàn toàn và dính với nhau. Bề dày của lớp nước giữa các bản là 1,5 μm, kích thước của các bản là 5,0 x 15 cm. Tính lực f cần phải đặt vuông góc với bề mặt của các bản để tách chúng rời ra khỏi nhau. Suất căng bề mặt của nước $\sigma = 0,073$ N/m.

7.12*. Tính lực hút giữa hai bản thuỷ tinh trong bài tập 7.9.

7.13*. Hai bong bóng xà phòng có bán kính lần lượt là a và b (a > b) dính vào nhau theo một phần của màng ngoài. Tìm bán kính cong của phần màng ngoài chung ngăn cách hai bong bóng. Tính góc giữa hai màng ngoài ở chỗ chúng gặp nhau.

7.14*. Dùng một ống nhỏ bán kính a = 1 mm để thổi bong bóng xà phòng, khi bong bóng có bán kính R thì ngừng thổi và để hở ống (ống thông giữa bong bóng xà phòng và khí quyển bên ngoài). Bong bóng sẽ nhỏ lại. Tính thời gian từ khi bong bóng có bán kính R = 3 cm đến khi bong bóng có bán kính bằng a. Coi quá trình là đẳng nhiệt.

Suất căng bề mặt của nước $\sigma = 0,07$ N/m. Khối lượng riêng của không khí trong khí quyển $\rho = 1,3$ g/*l*.

7.15*. ***Bề dày của lớp dầu tràn trên mặt nước***

Dầu có suất căng bề mặt σ_d và khối lượng riêng ρ_d tràn trên mặt nước. Nước có khối lượng riêng ρ_n và suất căng bề mặt σ_n. Mặt ngăn cách giữa nước và dầu có suất căng bề mặt σ_{nd}. Xác định bề dày của lớp dầu cân bằng trên mặt nước.

Chủ đề 8 (mở rộng)

XÁC SUẤT TRONG VẬT LÍ HỌC

Lí thuyết

8.1. Khái niệm xác suất

Ví dụ 1

Khi ta gieo con xúc sắc, nó có thể lật mặt 1, lật mặt 2... hoặc lật mặt 6. Trong một lần gieo (gọi là lần thử) có thể xảy ra hoặc không xảy ra việc lật mặt 6 chẳng hạn. "Lật mặt 6" gọi là một biến cố. Biến cố này có thể xảy ra hoặc không xảy ra, không xác định được trong một lần thử. Người ta gọi đó là *biến cố ngẫu nhiên* (trong trường hợp này có 6 biến cố ngẫu nhiên).

Nếu gieo xúc sắc N lần tức là thực hiện N lần thử. Trong N lần thử đó có n lần lật mặt 6 chẳng hạn. Người ta định nghĩa xác suất của biến cố ngẫu nhiên lật mặt 6 là :

$$W(6) = \lim_{N \to \infty} \frac{n}{N} \tag{8.1}$$

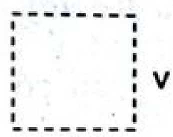
từ định nghĩa suy ra rằng mọi xác suất đều thoả mãn điều kiện :

$$0 \le W \le 1 \tag{8.2}$$

(vì $0 \le n \le N$).

Ví dụ 2

Có một hạt (ví dụ phân tử khí) chuyển động trong không gian (hữu hạn hoặc vô hạn). Theo dõi chuyển động của hạt trong khoảng thời gian T, trong khoảng đó hạt ở trong thể tích v một khoảng thời gian t.



Hình 8.1

Hạt nằm trong thể tích v (hình 8.1) là một biến cố ngẫu nhiên, xác suất của biến cố này được định nghĩa là :

$$W = \lim_{T \to \infty} \frac{t}{T} \tag{8.3}$$

vì $0 \le t \le T$ nên $0 \le W \le 1$.

8.2. Cộng xác suất

Cho hai biến cố ngẫu nhiên A_1 và A_2 không tương thích (đã xảy ra biến cố này thì không xảy ra biến cố kia trong cùng một lần thử).

Biến cố $A_1 + A_2$ được định nghĩa là biến cố xảy ra A_1 hoặc A_2.

Định lí : $$W(A_1 + A_2) = W(A_1) + W(A_2) \tag{8.4}$$

Chứng minh : Thực hiện N lần thử, trong đó n_1 lần xảy ra A_1 và n_2 lần xảy ra A_2, không có lần nào xảy ra cả A_1 và A_2 vì hai biến cố này không tương thích.

Theo định nghĩa xác suất :

$$W(A_1) = \lim_{N\to\infty}\frac{n_1}{N} \quad ; \quad W(A_2) = \lim_{N\to\infty}\frac{n_2}{N};$$

$$W(A_1 + A_2) = \lim_{N\to\infty}\frac{n_1 + n_2}{N}$$

Từ đó suy ra (8.4).

8.3. Nhân xác suất

Cho hai biến cố ngẫu nhiên A_1 và A_2 độc lập (việc xảy ra hay không xảy ra biến cố này không ảnh hưởng đến xác suất xảy ra biến cố kia).

Biến cố $A_1.A_2$ được định nghĩa là biến cố xảy ra A_1 và A_2.

Định lí : $$W(A_1.A_2) = W(A_1).W(A_2) \tag{8.5}$$

Chứng minh : Thực hiện N lần thử, trong số đó có n_1 lần xảy ra A_1. Coi n_1 lần xảy ra A_1 như n_1 lần thử để quan sát A_2. Trong n_1 lần thử đó có n_2 lần xảy ra A_2, tức là n_2 lần xảy ra A_1 và A_2.

Theo định nghĩa xác suất :

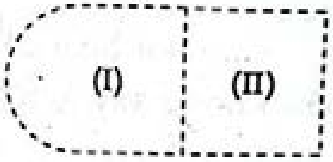
$$W(A_1) = \lim_{N\to\infty}\frac{n_1}{N} \quad ; \quad W(A_2) = \lim_{N\to\infty}\frac{n_2}{n_1} \quad ; \quad W(A_1.A_2) = \lim_{N\to\infty}\frac{n_2}{N}$$

Từ đó suy ra (8.5).

Ví dụ 1

Xét hai miền (I) và (II) của không gian, hai miền không có phần nào trùng nhau. Một hạt chuyển động trong không gian, có lúc nằm trong (I), có lúc nằm trong (II), có lúc nằm ngoài (I) và (II).

Biến cố A_1 : hạt nằm trong (I) ; Biến cố A_2 : hạt nằm trong (II) ; A_1 và A_2 là hai biến cố không tương thích.



Biến cố $A_1 + A_2$: hạt nằm trong (I) hoặc (II), tức là hạt nằm trong miền lớn gồm (I) + (II).

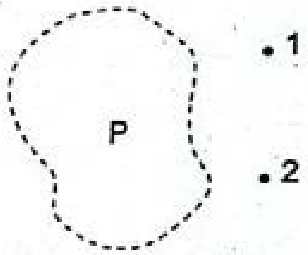
$$W(A_1 + A_2) = W(A_1) + W(A_2)$$

Hình 8.2

Xác suất để hạt nằm trong miền lớn bằng tổng xác suất hạt nằm trong từng miền nhỏ.

Ví dụ 2

Có hai hạt 1 và 2 không tương tác, kích thước hạt có thể bỏ qua, chuyển động trong không gian. Xét một miền P trong không gian. Biến cố A_1 : hạt 1 nằm trong P ; Biến cố A_2 : hạt 2 nằm trong P ;



Biến cố $A_1 + A_2$: hạt 1 và hạt 2 đều nằm trong P ;

Hình 8.3

Hai biến cố A_1 và A_2 là độc lập.

$$W(A_1.A_2) = W(A_1).W(A_2)$$

Xác suất để hai hạt cùng nằm trong P bằng tích xác suất để từng hạt nằm trong P.

8.4. Điều kiện chuẩn hoá

Nếu $A_1, A_2, ..., A_n$ là một hệ đầy đủ các biến cố không tương thích, hệ đầy đủ là hệ bao gồm tất cả các biến cố có thể xảy ra, thì :

$$W(A_1) + W(A_2) + ... + W(A_n) = \sum_{i=1}^{n} W(A_i) = 1 \tag{8.6}$$

(8.6) gọi là điều kiện chuẩn hoá xác suất.

Chứng minh : Thực hiện N lần thử, trong đó n_1 lần xảy ra A_1, n_2 lần xảy ra A_2,... Vì các biến cố không tương thích và hợp thành hệ đầy đủ nên :

$$n_1 + n_2 + \ldots + n_n = N$$

Tức là : $\lim\limits_{N\to\infty}\dfrac{n_1}{N} + \lim\limits_{N\to\infty}\dfrac{n_2}{N} + ... + \lim\limits_{N\to\infty}\dfrac{n_n}{N} = \dfrac{N}{N} = 1$. Từ đó suy ra (8.6).

8.5. Vận dụng điều kiện chuẩn hoá

a) Xác suất để gieo xúc sắc lật mặt 1, 2, 3, 4, 5, 6 được kí hiệu là W(1) ... W(6). Nếu xúc sắc là khối lập phương đồng tính thì các mặt là bình đẳng, có xác suất lật bằng nhau :

$$W(1) = W(2) = ... = W(6) \tag{8.7}$$

Điều kiện chuẩn hoá cho

$$W(1) + W(2) + ... + W(6) = 1 \tag{8.8}$$

từ (8.6) và (8.7) suy ra :

$$W(1) = ... = W(6) = \frac{1}{6} \tag{8.9}$$

b) Bình có hai nửa bằng nhau, trong có 1 hạt chuyển động tự do.

Xác suất để hạt nằm trong nửa trái là W(1). Xác suất để hạt nằm trong nửa phải là W(2).

Từ W(1) = W(2) và W(1) + W(2) = 1 suy ra : $W(1) = W(2) = \frac{1}{2}$

Xác suất để hạt nằm trong một nửa bình (nửa 1 hoặc nửa 2) bằng $\frac{1}{2}$.

8.6. Đại lượng ngẫu nhiên và hàm phân bố

Đại lượng mà giá trị có thể khác nhau trong mỗi lần thử, không dự đoán trước được, gọi là đại lượng ngẫu nhiên.

Ví dụ :

– Số lật lên trong mỗi lần gieo xúc sắc (1, 2,..., 6).

– Toạ độ x của một phân tử vào một thời điểm t.

Trường hợp trên là đại lượng gián đoạn, có thể tính xác suất của mỗi giá trị W(1), W(2),..., W(6) như đã tính ở mục trước.

Trường hợp dưới là đại lượng liên tục, chỉ có thể nói về xác suất dW(x) để toạ độ của phân tử có giá trị nằm trong khoảng từ x đến x + dx. Xác suất ấy được định nghĩa như sau :

$$dW(x) = \lim_{T \to +\infty} \frac{dt}{T} \tag{8.10}$$

T là khoảng thời gian quan sát, dt khoảng thời gian toạ độ của phân tử có giá trị nằm trong khoảng từ x đến x + dx.

Hàm phân bố :

Dĩ nhiên rằng dW(x) tỉ lệ với bề rộng dx, hệ số tỉ lệ phụ thuộc vào x và gọi là hàm phân bố f(x).

$$dW(x) = f(x)dx \quad (8.11)$$

hoặc
$$f(x) = \frac{dW(x)}{dx}$$

Hàm phân bố f(x) phải thoả mãn điều kiện chuẩn hoá :

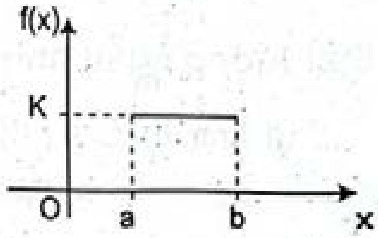
$$\int_a^b f(x)dx = 1 \quad (8.12)$$

tức là :
$$\int dW = 1$$

Tích phân lấy đối với toàn bộ các giá trị có thể của x (ví dụ từ a đến b) phải bằng đơn vị.

Ví dụ về hàm phân bố :

a) $f(x) = \begin{cases} \text{const} & a \le x \le b \\ 0 & x < a \text{ hoặc } x > b \end{cases}$



Hình 8.4

Có thể tính được const dựa vào điều kiện chuẩn hoá :

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = \int_a^b f(x)dx = \text{const}(b-a) = 1$$

$$\Rightarrow \quad \text{const} = \frac{1}{b-a}$$

Vậy :
$$dW(x) = f(x)dx = \frac{dx}{b-a} \quad (8.13)$$

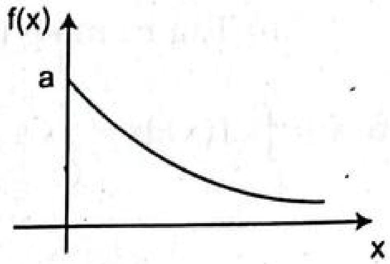
b) $f(x) = \text{const}.e^{-ax}$ với $a > 0$ và $0 < x < \infty$ (8.14)

điều kiện chuẩn hoá :
$$\int_0^{\infty} f(x)dx = \text{const}\int_0^{\infty} e^{-ax}dx = 1$$

Từ đó suy ra : $\text{const}.\frac{1}{a} = 1$

$$\text{const} = a$$

và $$f(x) = a.e^{-ax} \qquad (8.15)$$



Hình 8.5

8.7. Trị trung bình của một đại lượng ngẫu nhiên

– Đại lượng ngẫu nhiên x gián đoạn, nhận các giá trị $x_1, x_2, ..., x_i, ..., x_k$ với số lần xuất hiện $n_1, n_2, ..., n_i, ..., n_k$ trong số N lần thử.

Theo định nghĩa toán học của trị trung bình $\overline{x}$ của x :

$$\overline{x} = \frac{n_1x_1 + n_2x_2 + ... + n_ix_i + ... + n_kx_k}{N} = \sum_{i=1}^{k} x_i \frac{n_i}{N}$$

Cho $N \to \infty$ và dựa vào định nghĩa xác suất (8.1), ta có :

$$\overline{x} = \sum_i x_i W_i \qquad (8.16)$$

với $W_i = \lim\limits_{N\to\infty} \frac{n_i}{N}$ là xác suất để đại lượng x nhận giá trị x_i.

– Đại lượng ngẫu nhiên x liên tục. Mở rộng công thức (8.16), thay thế dấu tổng ($\sum$) bằng dấu tích phân ($\int$). Nếu hàm phân bố f(x) đã chuẩn hoá, theo công thức (8.11) thì giá trị trung bình :

$$\overline{x} = \int x dW(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} x.f(x).dx \qquad (8.17)$$

tích phân lấy trên miền biến thiên x.

Ví dụ

a) Gieo xúc sắc tính số trung bình của mặt lật lên $\overline{n}$, n có các giá trị 1, 2, 3, 4, 5, 6 với xác suất $\frac{1}{6}, \frac{1}{6}, \frac{1}{6}, \frac{1}{6}, \frac{1}{6}, \frac{1}{6}$.

$$\overline{n} = 1.\frac{1}{6} + 2.\frac{1}{6} + 3.\frac{1}{6} + 4.\frac{1}{6} + 5.\frac{1}{6} + 6.\frac{1}{6} = \frac{21}{6} = 3,5$$

b) Tìm trị trung bình của x với hàm phân bố cho bởi (8.15) : $f(x) = a.e^{-ax}$

và $\overline{x} = \int_0^\infty x.f(x)dx = \int_0^\infty x.a.e^{-ax}dx$. Dùng tích phân phân đoạn :

$$\begin{cases} u = x \\ dv = e^{-ax}dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = -\dfrac{1}{a}e^{-ax} \end{cases}$$

$$\overline{x} = a\left[-\frac{x}{a}e^{-ax}\Big|_0^\infty - (-\frac{1}{a})\int_0^\infty e^{-ax}dx\right]$$

$$\overline{x} = \frac{1}{a} \qquad (8.18)$$

có thể viết lại : $f(x) = \dfrac{1}{\overline{x}}e^{-\frac{x}{\overline{x}}}$.

Trị trung bình của hàm F(x) của một đại lượng ngẫu nhiên x gián đoạn :

$$\overline{F} = \sum_i F(x_i)W_i \qquad (8.19)$$

x liên tục

$$\overline{F} = \int F(x)dW(x) = \int F(x)f(x)dx \qquad (8.20)$$

tích phân lấy trên miền biến thiên của x.

8.8. Độ lệch khỏi giá trị trung bình (gọi tắt là độ lệch)

Nếu x gián đoạn, mỗi lần thử x có giá trị x_i, hiệu số $x_i - \overline{x} = \Delta x_i$ gọi là *độ lệch khỏi giá trị trung bình*.

a) Độ lệch trung bình

Trung bình của độ lệch khỏi giá trị trung bình (gọi tắt là *độ lệch trung bình*) $\overline{\Delta x}$ thì bằng 0 :

$$\overline{\Delta x} = \sum_i \Delta x_i W_i = \sum_i (x_i - \overline{x})W_i = \sum_i x_i W_i - \sum_i \overline{x}W_i$$
$$= \overline{x} - \overline{x}\sum W_i = \overline{x} - \overline{x}.\overline{x} = 0$$

Nếu x liên tục : $\Delta x = x - \overline{x}$

$$\overline{\Delta x} = \int (x - \overline{x}).dW(x) = \int (x - \overline{x}).f(x).dx$$
$$= \int x.f(x).dx - \overline{x}\int f(x).dx = \overline{x} - \overline{x} = 0$$

Trong cả hai trường hợp, độ lệch trung bình luôn luôn bằng 0 :

$$\overline{\Delta x} = 0 \qquad (8.21)$$

b) Độ lệch quân phương (còn gọi là độ tán sắc)

• Nếu x gián đoạn : $\Delta x_i = x_i - \overline{x}$

$$\overline{\Delta x^2} = \sum_i (x_i - \overline{x})^2 W_i = \sum_i (x_i^2 - 2x_i\overline{x} + \overline{x}^2)W_i$$
$$= \sum_i x_i^2 W_i - \overline{x}\sum_i 2x_i W_i + (\overline{x}^2)\sum_i W_i$$
$$= \overline{x^2} - \overline{x}.2\overline{x} + (\overline{x})^2.1$$
$$\overline{\Delta x^2} = \overline{x^2} - (\overline{x})^2 \qquad (8.22)$$

• Nếu x liên tục : $\Delta x = x - \overline{x}$

$$\overline{\Delta x^2} = \int (x_i - \overline{x})^2.f(x).dx = \int x^2.f(x).dx - 2\overline{x}\int x.f(x).dx + \overline{x}^2\int f(x).dx$$
$$\overline{\Delta x^2} = \overline{x^2} - (\overline{x})^2 \qquad (8.23)$$

$\overline{\Delta x^2}$ gọi là *độ lệch quân phương.*

c) Độ lệch căn quân phương :

$$\sqrt{\overline{\Delta x^2}} = \sqrt{\overline{x^2} - (\overline{x})^2} \qquad (8.24)$$

Tóm lại : Độ lệch trung bình bao giờ cũng bằng 0, chỉ có độ lệch quân phương hoặc căn quân phương đặc trưng cho sự sai lệch của đại lượng ngẫu nhiên khỏi giá trị trung bình.

8.9. Một vài tích phân cần thiết

Khi khảo sát chi tiết một số bài toán về xác suất người ta hay dùng đến một công thức tích phân sau đây :

$$I_0 = \int_0^\infty e^{-ax^2}dx = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{a}} \qquad (8.25)$$

gọi là tích phân Poa-xông (Poisson). Công thức này được chứng minh trong giải tích toán học. Ở đây chúng ta thừa nhận và sử dụng công thức này.

Tích phân tiếp theo :

$$I_1 = \int_0^\infty x e^{-ax^2} dx = \frac{1}{2a} \tag{8.26}$$

có thể tính được bằng cách tính thông thường.

Có thể dùng một thủ thuật để tính I_2 :

$$I_2 = \int_0^\infty x^2 e^{-ax^2} dx = \frac{1}{4}\sqrt{\frac{\pi}{a^3}} \tag{8.27}$$

Thật vậy, có thể viết tích phân I_2 dưới dạng đạo hàm riêng phần của tích phân I_0

$$I_2 = \int_0^\infty x^2 e^{-ax^2} dx = -\frac{\partial}{\partial a}\int_0^\infty e^{-ax^2} dx = -\frac{\partial}{\partial a}\left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{a}}\right) = \frac{1}{4}\sqrt{\frac{\pi}{a^3}}$$

và tiếp tục dùng thủ thuật ấy để tính I_3 và I_4

$$I_3 = \int_0^\infty x^3 e^{-ax^2} dx = -\frac{\partial}{\partial a} I_1 = \frac{1}{2a^2} \tag{8.28}$$

$$I_4 = \int_0^\infty x^4 e^{-ax^2} dx = -\frac{\partial}{\partial a} I_2 = \frac{3}{8}\sqrt{\frac{\pi}{a^5}} \tag{8.29}$$

8.10. Phân bố Gao-xơ (Gauss)

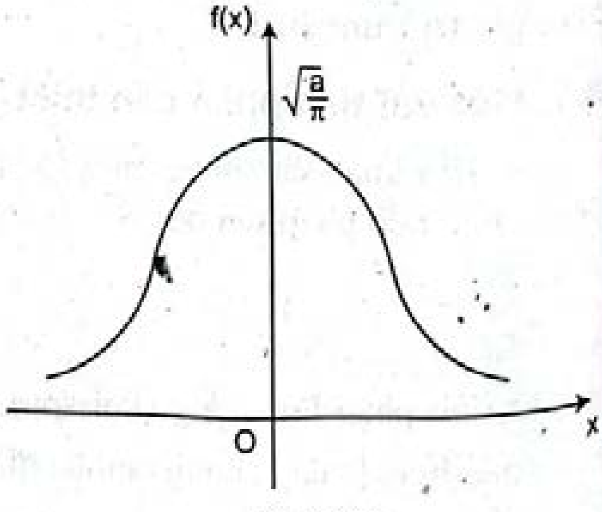
Phân bố Gao-xơ được định nghĩa là phân bố xác suất mà hàm phân bố có dạng sau đây :

$$f(x) = \text{const}.e^{-ax^2} \qquad (-\infty < x < \infty) \tag{8.30}$$

Dạng của hàm phân bố vẽ ở hình 8.6 giống như hình cắt dọc của một quả chuông.

Dựa vào điều kiện chuẩn hoá có thể tính được hằng số trong biểu thức của hàm phân bố (8.30) :

$$\int dW(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$$



Hình 8.6

Thay f(x) bằng biểu thức của nó trong (8.30)

$$\text{const}\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-ax^2}dx = \text{const}.2I_0 = 1$$

I_0 tính được theo (8.25). Cuối cùng :

$$\text{const} = \sqrt{\frac{a}{\pi}}$$

$$f(x) = \sqrt{\frac{a}{\pi}}.e^{-ax^2} \qquad (8.31)$$

Nếu tính trị trung bình $\overline{x^2}$, ta sẽ có :

$$\overline{x^2} = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2.f(x).dx = \sqrt{\frac{1}{n}}\int_{-\infty}^{+\infty} x^2.e^{-ax^2}.dx = \sqrt{\frac{a}{\pi}}.2I_1$$

I_1 tính được theo (8.27)

$$\overline{x^2} = \sqrt{\frac{a}{\pi}}.2.\frac{1}{4}.\sqrt{\frac{\pi}{a^3}} = \frac{1}{2a} \qquad (8.32)$$

Thay vào (8.31) :

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\overline{x^2}}}e^{-\frac{x^2}{2\overline{x^2}}} \qquad (8.33)$$

Bài tập ví dụ

8.1. *Xác suất phân bố phân tử khí trong bình*

Xét một tập hợp nhiều phân tử của cùng một loại khí, tức là giống hệt như nhau. Các phân tử có kích thước không đáng kể, không tương tác ngoài va chạm và có thể phân biệt được phân tử nọ với phân tử kia. Ví dụ hai phân tử y hệt như nhau, có thể đánh dấu, gọi một phân tử là A và phân tử kia là B, sự đổi chỗ hai phân tử AB chuyển thành BA là một biến đổi có thể nhận biết được.

Xét một cái bình, giống như một hình hộp, có hai nửa thông nhau : nửa trái và nửa phải. Nếu không có ngoại lực tác dụng lên phân tử thì xác suất để phân tử A nằm trong nửa trái của bình là $\frac{1}{2}$. Xác suất để phân tử B nằm trong nửa trái của bình cũng là $\frac{1}{2}$. Biến cố hai phân tử A và B cùng nằm trong nửa trái chính là tích của hai biến cố độc lập "A nằm trong nửa trái" và "B nằm trong nửa trái". Xác suất của biến cố tích là : $\frac{1}{2}.\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$.

Sau đây, yêu cầu tính xác suất của từng trạng thái trong các trường hợp :

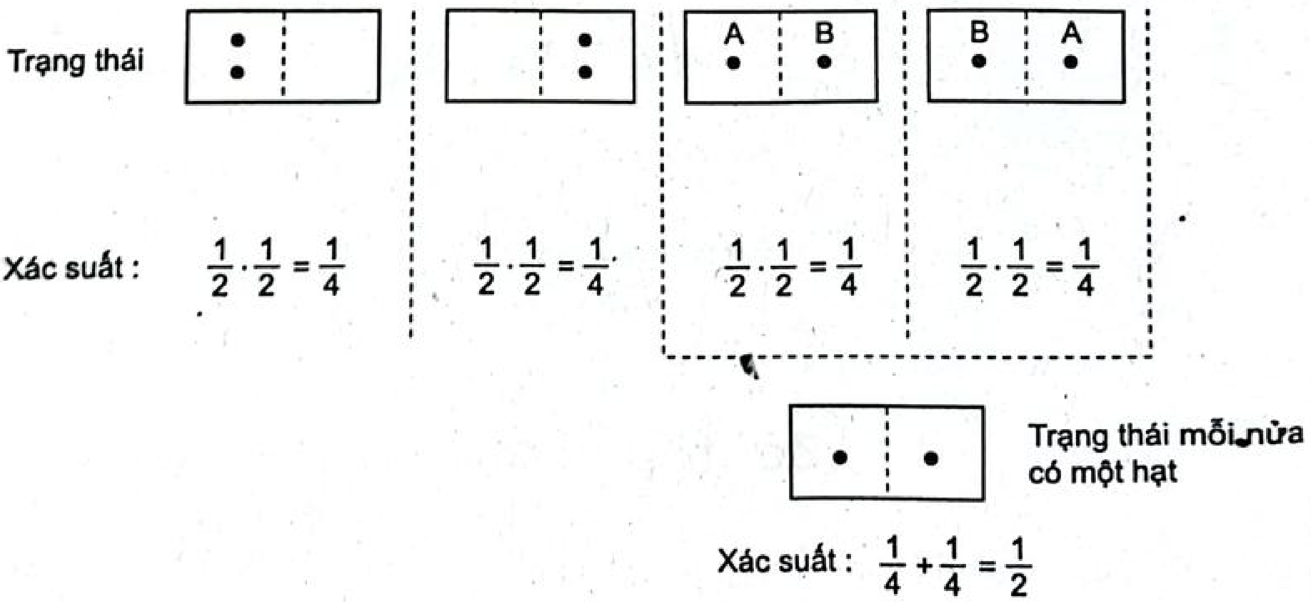
a) Bình chứa 2 phân tử ;

b) Bình chứa 3 phân tử ;

c) Bình chứa N phân tử.

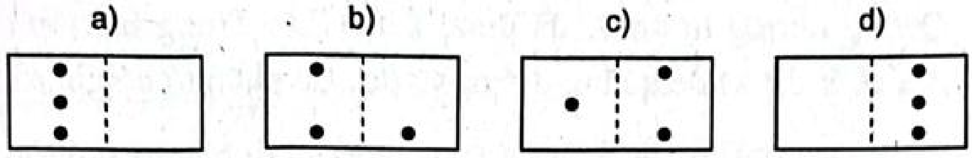
Giải.

a) Bình chứa 2 phân tử :



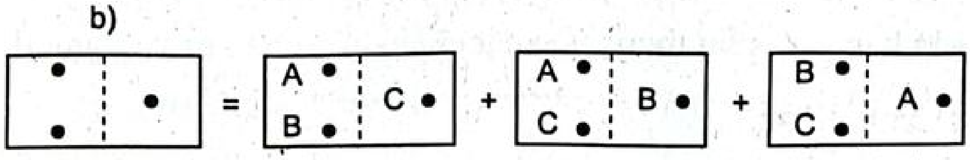
Biến cố "Mỗi nửa bình có một phân tử" là tổng của hai biến cố "A ở nửa trái, B ở nửa phải" và "B ở nửa trái, A ở nửa phải". Như vậy có 3 biến cố khác nhau có thể xảy ra : "Hai phân tử ở cùng nửa trái", "Hai phân tử ở cùng nửa phải", "Mỗi phân tử ở một nửa bình". Biến cố sau cùng (hạt phân bố trong bình) có xác suất lớn nhất $\frac{1}{2}$.

b) Bình chứa 3 phân tử :



Xác suất : $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$ $\qquad \frac{1}{8}\cdot 3$ $\qquad \frac{1}{8}\cdot 3$ $\qquad \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$

Vì ta phân biệt được các phân tử đồng nhất nên trạng thái b/ có thể tương ứng 3 cách sắp xếp phân tử.

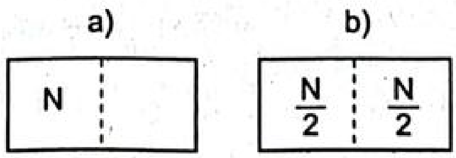


Thật vậy, số cách sắp xếp này là chỉnh hợp 3 vật chập 2

$$C_3^2 = \frac{3!}{2!.1!} = 3$$

Mỗi cách sắp xếp có xác suất là : $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$; 3 cách sắp xếp tương ứng với trạng thái b/ có xác suất $\frac{1}{8}.3$.

c) Bình chứa N phân tử :



Xác suất : $w(a) = \left(\frac{1}{2}\right)^N$ $\qquad w(b) = \left(\frac{1}{2}\right)^N C_N^{\frac{N}{2}}$

$$C_N^{\frac{N}{2}} = \frac{N!}{\frac{N}{2}!.\frac{N}{2}!}$$

* Chú ý rằng : Xác suất phân bố đều (trạng thái b) là lớn nhất so với xác suất của các phân bố khác. Với $N = 0{,}001N_A = 6.10^{20}$ thì xác suất này đã gần bằng 1. Trạng thái b chắc chắn sẽ xảy ra.

8.2. *Xác suất phân bố phân tử theo quãng đường tự do*

Quãng đường tự do λ đã được xét ở 2.6. Trong bài tập này chúng ta tìm xác suất dP(x) để quãng đường tự do của phân tử có giá trị từ x đến x + dx.

a) Trước hết tìm xác suất w(x) để phân tử đi hết đoạn đường x mà không va chạm.

Biết rằng xác suất w' để phân tử bị va chạm trên đoạn đường dx thì tỉ lệ với độ dài của đoạn dx :

$$w'(dx) = adx \tag{1}$$

a là hằng số, phụ thuộc vào đặc điểm của phân tử và trạng thái của khí.

b) Tìm dP(x).

c) Tính quãng đường tự do trung bình $\overline{\lambda}$ theo hằng số a.

Giải.

a) Trước hết tìm xác suất w(x + dx) để phân tử đi hết đoạn đường x + dx mà không bị va chạm. Biến cố này là một biến cố phức hợp có thể coi là tích của hai biến cố độc lập sau đây : phân tử đi hết đoạn đường x không va chạm, phân tử đi hết đoạn đường dx không va chạm. Theo quy tắc nhân xác suất :

$$w(x + dx) = w(x).w(dx) \tag{2}$$

mà $$w'(dx) + w(dx) = 1$$

nên $$w(dx) = 1 - adx$$

Thay vào (2) ta có :

$$w(x + dx) = w(x) - a.w(x).dx$$

Chú ý rằng : $$dw = w(x + dx) - w(x)$$

ta sẽ có : $$dw = -aw(x)dx \tag{3}$$

hay là : $$\frac{dw}{w} = -a.dx$$

Lấy tích phân hai vế sẽ có :

$$\ln w(x) = -ax + c$$

trong đó c là hằng số, đặt c = lnA, sẽ nhận được :

$$w(x) = Ae^{-ax} \quad (4)$$

Để tính hằng số A ta sẽ dựa vào điều kiện x = 0 thì w = 1, nghĩa là xác suất để hạt đi hết đoạn đường có độ dài bằng 0 mà không va chạm là 1 (biến cố chắc chắn xảy ra).

$$w(0) = 1 \qquad \text{tức là} \qquad A = 1$$

Vậy, cuối cùng :

$$w(x) = e^{-ax} \quad (5)$$

b) Biến cố quãng đường tự do của phân tử trong khoảng từ x đến x + dx là tích của hai biến cố độc lập : phân tử đi hết đoạn đường x không va chạm, phân tử đi hết đoạn đường dx bị va chạm. Quy tắc nhân xác suất cho ta :

$$dP(x) = w(x).w'(dx) = aw(x)dx$$

$$dP(x) = ae^{-ax}dx \quad (6)$$

c) Quãng đường tự do trung bình $\overline{\lambda}$ tính được :

$$\overline{\lambda} = \overline{x} = \int x dP(x) = \int_0^{\infty} x.a.e^{-ax}dx = \frac{1}{a} \quad (7)$$

Như vậy có thể thay a bằng $\frac{1}{\lambda}$ trong công thức (5)

$$w(x) = e^{-\frac{x}{\overline{\lambda}}} \quad (8)$$

Từ đây có thể tính được xác suất để hạt đi hết một phần nào đó của quãng đường tự do trung bình $\overline{\lambda}$ mà không va chạm

$$w\left(\frac{\overline{\lambda}}{2}\right) = e^{-\frac{1}{2}} = 0,6065$$

$$w(\overline{\lambda}) = e^{-1} = 0,3678$$

$$w(2\overline{\lambda}) = e^{-2} = 0,1353$$

8.3. *Xác suất phân bố phân tử theo tốc độ*

Phân tử khí chuyển động nhiệt hỗn loạn, vào một thời điểm đã cho mỗi phân tử có một tốc độ khác nhau từ rất nhỏ đến rất lớn. Sự phân bố số phân tử theo tốc độ tuân theo một quy luật do Mắc-xoen (Maxwell) tìm ra :

Xác suất dW(v) để một phân tử có tốc độ nằm trong khoảng từ v đến v + dv được xác định như sau :

$$dW(v) = const.e^{-\frac{mv^2}{2kT}} v^2 dv \qquad (1)$$

m là khối lượng phân tử, $\frac{mv^2}{2}$ chính là động năng của phân tử, T là nhiệt độ của khí.

a) Tính hằng số const trong công thức (1). Vẽ đường biểu diễn hàm phân bố.

b) Tính tốc độ trung bình $\overline{v}$ của phân tử.

c) Tính tốc độ quân phương $\overline{v^2}$ và động năng trung bình của phân tử.

Giải.

a) Theo điều kiện chuẩn hoá xác suất $\int dW = 1$, áp dụng cho biểu thức (1)

$$\int_0^\infty const.e^{-\frac{mv^2}{2kT}} v^2 dv = 1$$

Đặt : $a = \frac{m}{2kT}$ và dùng công thức tích phân (8.26), ta sẽ có :

$$const = \frac{1}{\int_0^\infty e^{-av^2} v^2 dv} = 4\sqrt{\frac{a^3}{\pi}} = 4\pi\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}}$$

Thay vào (1)

$$dW(x) = 4\pi\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} v^2 dv \qquad (2)$$

Hàm phân bố có dạng :

$$f(v) = 4\pi\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} v^2 \qquad (3)$$

Đường biểu diễn có dạng ở hình 8.7, cực đại ứng với giá trị v_M làm triệt tiêu đạo hàm $f'(v) = 0$. Tính toán cho thấy :

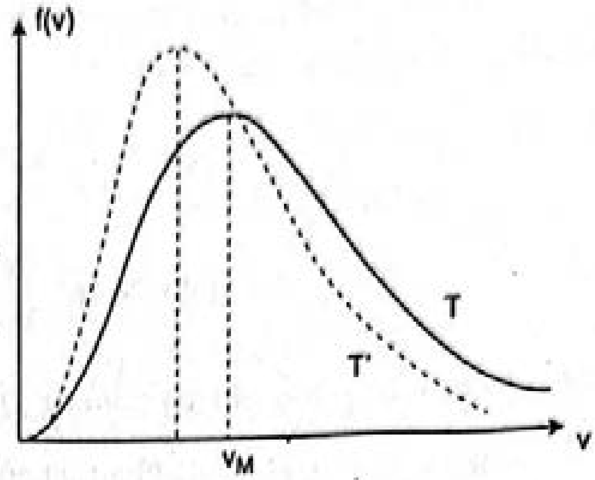
$$v_M = \sqrt{\frac{2kT}{m}} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}} \qquad (4)$$

Dạng của đường biểu diễn f(v) phụ thuộc vào nhiệt độ. Ở nhiệt độ T' < T đường biểu diễn vẽ bằng đường chấm chấm (đứt đoạn).

b) Tốc độ trung bình tính được theo công thức (8.16)

$$\overline{v} = \int_0^\infty v.f(v)dv$$

$$= 4\pi\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}}\int_0^\infty v^3 e^{-\frac{mv^2}{2kT}}dv$$



Hình 8.7

Tích phân tính được theo công thức (8.27). Kết quả là :

$$\overline{v} = 4\pi\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}}\frac{1}{2\left(\frac{m}{2kT}\right)^2} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}} \qquad (5)$$

c) Tốc độ quân phương $\overline{v^2}$ tính được theo công thức (8.20) và (8.29) :

$$\overline{v^2} = 4\pi\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}}\int_0^\infty e^{-\frac{mv^2}{2kT}}v^4dv = 4\pi\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}}.\frac{3}{8}.\frac{\sqrt{\pi}}{\left(\frac{m}{2kT}\right)^{\frac{5}{2}}}$$

$$\overline{v^2} = 3\frac{kT}{m} \qquad (6)$$

Kết quả này phù hợp với (2.6). Từ đây ta thấy lại được công thức cho động năng tịnh tiến trung bình :

$$\overline{w} = \frac{m}{2}\overline{v^2} = \frac{3}{2}kT$$

Áp dụng bằng số : tính tốc độ trung bình $\overline{v}$ và tốc độ căn quân phương $\sqrt{\overline{v^2}}$ của phân tử nitơ ở 300 K :

$$\overline{v} = \sqrt{\frac{8.8,31.300}{\pi.0,028}} = 476 \text{ m/s} \quad ; \quad v_{cqp} = \sqrt{\frac{8.8,31.300}{0,028}} = 517 \text{ m/s}$$

Ghi chú : Nếu xét một lượng khí gồm N phân tử, thì số phân tử dN có tốc độ trong khoảng từ v đến v + dv sẽ là :

$$\frac{dN}{N} = dW(v)$$

tức là :
$$dN = N.4\pi\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} v^2 dv \tag{7}$$

8.4. *Phân bố phân tử trong không gian dưới tác dụng của ngoại lực*

Trong bài tập 1.19 đã khảo sát công thức phong vũ biểu

$$p(h) = p(v).e^{-\frac{\mu g}{RT}h} \tag{1}$$

trong đó p(h) là áp suất khí ở độ cao h.

Từ đây suy ra công thức phân bố số phân tử theo thế năng.

Giải.

Kí hiệu n(h) là mật độ phân tử ở độ cao h, mật độ này tỉ lệ thuận với áp suất, theo công thức (1.6). Ta sẽ có :

$$n(h) = n(0).e^{-\frac{\mu g}{RT}h}$$

Lại chú ý rằng :

$$\frac{\mu gh}{RT} = \frac{mgh}{kT} = \frac{U(h)}{kT}$$

trong đó m là khối lượng của phân tử, U(h) = mgh là thế năng của phân tử trong trọng trường. Công thức cho n(h) trở thành :

$$n(h) = n(0).e^{-\frac{U(h)}{kT}} \tag{2}$$

Công thức này cho biết phân bố phân tử theo chiều cao. Số hạng $e^{-\frac{U}{kT}}$ gọi là thừa số Bôn-dơ-man (Boltzmann).

Suy rộng công thức (2) cho trường hợp ngoại lực tác dụng lên phân tử là bất kì, với thế năng U(x, y, z) ta có :

$$n(x,y,z) = n(0).e^{-\frac{U(x,y,z)}{kT}} \tag{3}$$

với n(0) là mật độ phân tử tại điểm có thế năng U = 0.

Đề bài tập

8.5. Có 30 quả cầu : 8 đỏ, 10 xanh, 12 vàng. Lấy ngẫu nhiên 3 quả trong số đó. Hãy tìm xác suất để trong 3 quả được chọn thiếu ít nhất là 1 màu.

8.6. Lấy ngẫu nhiên một số có 3 chữ số. Tìm xác suất để ít nhất có 2 chữ số trùng nhau.

8.7. Một bài thi trắc nghiệm gồm 4 câu hỏi, mỗi câu có 4 đáp án trong đó có 1 đáp án đúng. Một học sinh làm bài thi, chọn đáp án một cách hoàn toàn ngẫu nhiên không suy nghĩ. Tính xác suất để học sinh đó chọn đúng từ 2 câu trở lên.

8.8. Bình chứa N phân tử khí, có hai nửa bằng nhau.

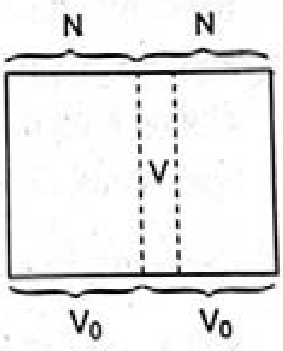
a) Tìm xác suất để n phân tử nằm trong nửa này, còn (N – n) phân tử nằm trong nửa kia.

b) Chứng tỏ rằng xác suất này lớn nhất nếu $n = \dfrac{N}{2}$.

8.9. Bình có thể tích $2V_0$, chứa 2N phân tử khí.

a) Tìm xác suất W để mỗi nửa bình thể tích V_0 chứa N phân tử.

b) Tìm xác suất W' để N phân tử chứa trong thể tích $V_0 + V$, còn N phân tử chứa trong thể tích $V_0 - V$, hình 8.8.



Hình 8.8

c) Suy ra rằng trong trường hợp này nếu truyền cho khí nhiệt lượng Q thì khí chuyển sang trạng thái có xác suất lớn hơn $e^{\frac{Q}{kT}}$ lần.

d) Suy tiếp rằng trong trường hợp này thì biến thiên entropi ΔS khi khí chuyển từ trạng thái có xác suất W' (phân bố không đều) về trạng thái có xác suất W (phân bố đều) thì : $\Delta S = k(\ln W - \ln W')$ và dẫn đến hệ thức giữa entropi và xác suất.

8.10. Tìm xác suất để phân tử bị va chạm trên khoảng đường từ $0{,}5\overline{\lambda}$ đến $2\overline{\lambda}$.

8.11. Tốc độ truyền âm trong chất khí là $u = \sqrt{\gamma \frac{p}{\rho}}$. γ là tỉ số nhiệt dung $\frac{c_p}{c_v}$, p là áp suất, ρ là khối lượng riêng của khí. So sánh u và tốc độ căn quân phương v_{cqp} của phân tử.

8.12. a) Chứng tỏ rằng tốc độ có xác suất lớn nhất trong phân bố Mắc-xoen là :

$$v_M = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$$

b) Tính tỉ số mật độ xác suất để phân tử có tốc độ $2v_M$ và v_M.

Gợi ý : Xem lại bài tập 8.3, công thức (2) và (3).

8.13. Một bình chứa khí, ở trạng thái cân bằng ở nhiệt độ T. Bình có một lỗ nhỏ thông ra ngoài chân không. Phân tử khí thoát ra ngoài qua lỗ do chuyển động nhiệt, giả thiết không có dòng khí vĩ mô chảy ra ngoài. Tính động năng trung bình của phân tử khí thoát ra ngoài.

8.14. Quan sát trong kính hiển vi nhũ tương gồm nhiều hạt keo lơ lửng trong nước, người ta thấy rằng số hạt trung bình trong hai lớp cách nhau một độ cao h = 40 μm là $\eta = 2,0$ lần. Nhiệt độ của môi trường là T = 290 K. Đường kính của hạt keo là d = 0,4 μm và khối lượng riêng của hạt lớn hơn khối lượng riêng của nước là $\Delta\rho = 0,20\ g/cm^3$.

Dựa vào các số liệu trên, tính số Avô-ga-drô N_A.

Gợi ý : Dùng công thức (3) bài tập 8.4.

8.15. Gọi η_0 là tỉ số nồng độ phân tử hiđrô và nitơ ở mặt đất, η là tỉ số đó ở độ cao h = 3000 m. Tìm tỉ số $\frac{\eta}{\eta_0}$ với giả thiết nhiệt độ khí quyển là đồng đều T = 300 K và gia tốc trọng trường g = 10 m/s^2 biến đổi không đáng kể trong khoảng từ mặt đất đến độ cao 300 m.

Gợi ý : Dùng công thức (3) bài tập 8.4.

Chủ đề 9

BÀI TẬP TỔNG HỢP

Một số điều lưu ý

9.1. Đơn vị và thứ nguyên

Trong hệ đơn vị quốc tế SI và đơn vị pháp quy của nước ta thì có 7 đơn vị cơ bản là : độ dài (m), khối lượng (kg), thời gian (s), cường độ dòng điện (A), nhiệt độ (K), cường độ sáng (candela, cd), lượng vật chất (mol). Có 18 đơn vị dẫn suất như là : tần số (Hz), năng lượng (J), lực (N), áp suất (Pa),...

Ngoài ra, một số đại lượng vật lí có đơn vị tương ứng với định nghĩa của nó, ví dụ : vận tốc có đơn vị là m/s, gia tốc m/s^2, hằng số các khí R có đơn vị suy từ định nghĩa : $R = \frac{pV}{T}$ đối với 1 mol, đơn vị là :

$$\frac{Pa.m^3}{mol.K} = \frac{N/m^2.m^3}{mol.K} = \frac{N.m}{mol.K} = \frac{J}{mol.K}$$

Như vậy : $R = \frac{1,013.10^5(Pa).0,0224(m^3)}{273K} = 8,31\,\frac{J}{mol.K}$.

Tất cả các công thức trong vật lí phải thoả mãn quy tắc thứ nguyên : thứ nguyên của hai vế một phương trình phải như nhau.

Ví dụ công thức (2.4) : $p = \frac{2}{3}n\overline{w}$. Vế trái là áp suất, có thứ nguyên bằng $\frac{\text{lực}}{\text{diện tích}}$, tức là : $\frac{MLT^{-2}}{L^2} = ML^{-1}T^{-2}$. Trong vế phải n có thứ nguyên L^{-3}, năng lượng $\overline{w}$ có thứ nguyên là lực nhân với độ dời tức là : MLT^{-2}. Cả vế phải có thứ nguyên $L^{-3}.ML^2T^{-2} = ML^{-1}T^{-2}$. Như vậy là thứ nguyên của hai vế như nhau.

9.2. Đơn vị thời gian và nhiệt độ

Thời gian

Cần hiểu rõ đơn vị thời gian là nói vắn tắt của đơn vị khoảng thời gian, *giây (s) là đơn vị khoảng thời gian*, còn mỗi thời điểm được chỉ bằng khoảng thời gian từ thời điểm chọn làm gốc đến thời điểm đó.

Cùng một thời điểm có thể chỉ bằng nhiều cách khác nhau. Ví dụ 2 h GMT là thời điểm trùng với 9 h Hà Nội. Có thể viết 2 h GMT là 9 h Hà Nội. Không được viết 2 h GMT = 9 h Hà nội.

Nhiệt độ

Đơn vị nhiệt độ cần được hiểu là đơn vị khoảng biến thiên nhiệt độ. Nhiệt độ nước đá nóng chảy (dưới áp suất khí quyển) gọi là 0°C hay 32°F, nhiệt độ nước sôi (dưới áp suất khí quyển) gọi là 100°C hay 212°F. Như vậy, khoảng biến thiên nhiệt độ từ nhiệt độ nóng chảy đến nhiệt độ sôi của nước được đo bằng 100°C hoặc 180°F. Từ đó có thể viết : 100°C = 180°F. Có thể chia hai vế của phương trình trên cho 100 và được :

$$1^{\circ}C = 1{,}8^{\circ}F$$

tức là khoảng biến thiên nhiệt độ 1°C bằng khoảng biến thiên nhiệt độ 1,8°F. Không được viết 100°C = 212°F, cũng không được viết 0°C = 32°F.

Tương tự như vậy, ta viết 27°C tương ứng với 300 K, với ý nghĩa là : cùng một trạng thái NĐLH, nếu nhiệt độ trong nhiệt giai Xen-xi-út được đánh dấu là 27°C thì trong nhiệt giai tuyệt đối sẽ là 300 K, nhưng không được viết 27°C = 300 K. Nếu viết 27°C = 300 K thì có thể nhân hai vế với 2 chẳng hạn và nhận được 54°C = 600 K, điều này là sai.

Bạn đọc có thể chứng minh được rằng : Nếu kí hiệu t_C là nhiệt độ trong nhiệt giai Xen-xi-út và t_F là số chỉ cùng nhiệt độ đó trong nhiệt giai Fa-ren-hai, thì sẽ có hệ thức :

$$t_F = \frac{9}{5}t_C + 32^{\circ}$$

Đề bài tập

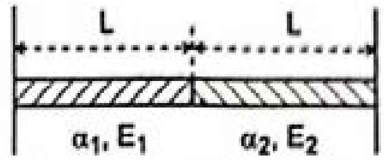
9.1. Trên một mái nghiêng $\varphi = 30^{\circ}$ có một lá chì hình chữ nhật, hai cạnh ngắn nằm ngang. Hệ số ma sát nghỉ và trượt của chì với mái bằng nhau và là $k = 0{,}7$ ($k > \tan\varphi$). Chiều dài của lá chì ở $t_1 = 10^{\circ}C$ là $l = 1$ m. Trong một ngày đêm nhiệt độ của lá chì tăng một lần từ $t_1 = 10°C$ đến $t_2 = 20°C$ (buổi sáng), rồi lại giảm một lần về nhiệt độ cũ (buổi tối).

a) Xác định vị trí của điểm đứng yên trên lá chì khi nhiệt độ tăng và giảm.

b) Sau 30 ngày đêm lá chì bò được bao nhiêu ?

Hệ số nở dài của chì là $\alpha = 3.10^{-5}\ K^{-1}$. Mái nhà coi như không nở.

9.2. Hai thanh bằng vật liệu khác nhau, có cùng một độ dài L và cùng tiết diện S được ghép thẳng hàng, sát nhau ở một đầu, hai đầu kia cố định vào hai mặt phẳng thẳng đứng như ở hình 9.1. Hệ số nở dài và suất Y-âng của mỗi thanh lần lượt là α_1, E_1 và α_2, E_2. Ban đầu nhiệt độ của hai thanh đều là T, khoảng cách giữa hai mặt phẳng đúng bằng 2L nên không có ứng suất dọc ở mỗi thanh. Tăng nhiệt độ của hai thanh lên $(T + \Delta T)$, nhưng khoảng cách giữa hai mặt phẳng không thay đổi.



Hình 9.1

a) Tính ứng suất dọc ở mỗi thanh.

b) Tính độ dời x của mặt tiếp xúc giữa đầu của hai thanh.

Bỏ qua độ biến thiên của tiết diện ngang.

9.3. *Sự hãm vệ tinh trong lớp khí quyển tầng cao*

Xét một vệ tinh bay ở độ cao h = 200 km so với mặt đất, ở đó mật độ khí quyển là $\rho = 3.10^{-9}\ kg/m^3$. Hãy tính lực cản của không khí tác dụng lên một vệ tinh có diện tích tiết diện ngang (theo mặt phẳng vuông góc với vận tốc) $S = 1\ m^2$. Lực cản ấy làm cho cơ năng của vệ tinh biến đổi thế nào ? Biết khối lượng của vệ tinh M = 1000 kg.

Hướng dẫn

Trước hết cần xem bản chất của lực cản trong một trường khí rất loãng là gì ? Ta hãy tính quãng đường tự do trung bình λ của phân tử không khí (với $\mu = 0,029$ kg/mol, đường kính phân tử $d \approx 3.10^{-10}$ m) :

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n} = \frac{\mu}{\sqrt{2}\pi d^2 \rho N_A} \approx 50 \text{ m}$$

λ lớn gấp hàng chục lần so với kích thước của vệ tinh, như vậy lực cản là do va chạm của những phân tử riêng biệt

Ngoài ra tốc độ V của vệ tinh (vận tốc vũ trụ cấp I) vào cỡ 7,9 km/s còn tốc độ trung bình của chuyển động nhiệt của phân tử không khí (coi là 300 K)

$$\overline{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}} \approx 500 \text{ m/s} = 0{,}5 \text{ km/s} \ll V$$

Như vậy có thể coi như phân tử không khí chỉ va chạm vào vệ tinh ở mặt trước.

9.4. ***Biến thiên nhiệt độ của một vật trong môi trường có nhiệt độ không đổi.***

Xét một vật có nhiệt độ ban đầu T_i đặt trong một môi trường vô hạn có nhiệt độ không đổi T_0. Biết rằn g nhiệt lượng vật toả ra trong đơn vị thời gian, gọi là công suất toả nhiệt, thì tỉ lệ thuận với hiệu nhiệt độ T của vật và T_0 của môi trường

$$\frac{dQ'}{dt} = B(T - T_0)$$

a) Khảo sát biến đổi của T theo thời gian t. Biết nhiệt dung của vật là C.

b) Giải lại câu a) nếu trong vật có nguồn sinh nhiệt với công suất $\mathscr{P}$. Ví dụ, có dòng điện chạy qua vật và sinh nhiệt do hiệu ứng Jun.

Gợi ý : Thiết lập phương trình vi phân cho T(t) và giải. Phương trình $\frac{dy}{dt} + k.y = c$ có nghiệm tổng quát $y = y_1 + \frac{c}{k}$, y_1 là nghiệm tổng quát của phương trình $\frac{dy}{dt} + k.y = 0$.

.5. Một nhiệt điện trở có tính chất sau đây : Khi tăng nhiệt độ tới $\theta_1 = 100°C$ thì xảy ra biến đổi tức thời của điện trở từ $R_1 = 50\ \Omega$ đến $R_2 = 100\ \Omega$. Khi giảm nhiệt độ ngược lại thì tới $\theta_2 = 99°C$ mới có biến đổi điện trở từ R_2 trở về R_1. Nếu đặt một điện áp không đổi $U_1 = 60$ V vào hai đầu nhiệt điện trở thì nhiệt độ của nhiệt điện trở được duy trì ở $\theta_1 = 80°C$. Nếu đặt một điện áp không đổi $U_2 = 80$ V vào hai đầu nhiệt điện trở thì cường độ dòng điện qua nhiệt điện trở biến đổi tuần hoàn với chu kì T giữa giá trị lớn nhất I_M và nhỏ nhất I_N.

Biết rằng nhiệt độ không khí trong phòng thí nghiệm được giữ không đổi và bằng $\theta_0 = 20°C$. Nhiệt lượng toả ra từ nhiệt điện trở trong đơn vị thời gian (công suất toả nhiệt) thì tỉ lệ thuận với hiệu nhiệt độ của nhiệt điện trở và của không khí bao quanh. Nhiệt dung của nhiệt điện trở là C = 3 J/K.

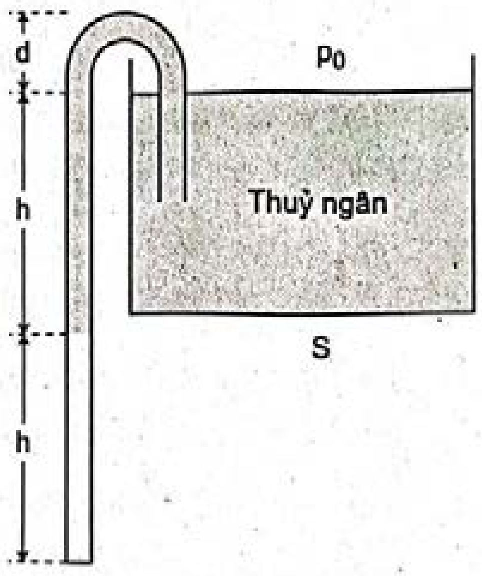
a) Vẽ đường biểu diễn biến thiên nhiệt độ θ theo thời gian từ lúc bắt đầu có điện áp không đổi U_2 đặt vào hai đầu nhiệt điện trở.

b) Tính T, I_M và I_N và vẽ đường biểu diễn I(t).

Gợi ý : Xem bài 9.4.

9.6. ***Biến đổi khí dưới một cột thuỷ ngân***

Cho một lượng khí lí tưởng đơn nguyên tử ở dưới cột thuỷ ngân như ở hình 9.2. $s \ll S$; $d < h = 760$ mm, $p_0 = 760$ mmHg là áp suất khí quyển.



Hình 9.2

1. Giả thiết rằng ta thực hiện được một quá trình thuận nghịch, tăng thể tích của lượng khí từ $V_0 = hs$ đến $2V_0 = 2hs$.

a) Áp suất p của khí phụ thuộc thể tích thế nào ? Hãy vẽ đường biểu diễn.

b) Nhiệt độ T của khí phụ thuộc thể tích thế nào ? Hãy vẽ đường biểu diễn.

c) Trong giai đoạn nào của quá trình (chỉ rõ trên đồ thị p, V) thì khí nhận nhiệt, trong giai đoạn nào thì khí nhả nhiệt ?

2. Những trạng thái của khí trong quá trình thuận nghịch ở mục 1 là trạng thái cân bằng. Trong giai đoạn nào của quá trình thì trạng thái cân bằng của khí là bền, là không bền ? Xét trong hai trường hợp :

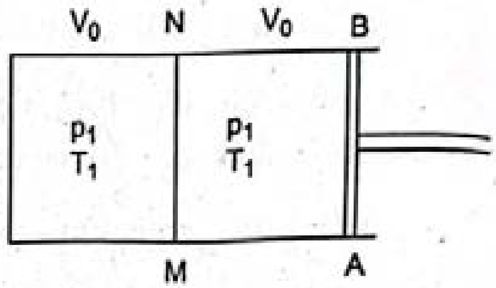
a) Nếu sự dẫn nhiệt là tốt lí tưởng để quá trình là đẳng nhiệt.

b) Nếu khí bị cách nhiệt, quá trình là đoạn nhiệt.

3. Giả thiết khí bị cách nhiệt. Thực hiện trạng thái cân bằng của khí ở thể tích $2V_0$ rồi cho thể tích giảm tự phát. Khi cân bằng được lập lại, chiều cao của cột khí là bao nhiêu ? Nhiệt độ khí là bao nhiêu ?

Bỏ qua suất căng bề mặt của thuỷ ngân.

9.7. *Sự nén và giãn của một hệ hai khí*



Hình 9.3

Một xilanh được chia thành hai ngăn bởi một vách ngăn di động MN, ngăn bên trái được giới hạn bởi đáy của xilanh và vách ngăn MN (hình 9.3), ngăn này chứa 1 mol hơi nước. Ngăn bên phải được giới hạn bởi vách ngăn MN và pit-tông di động AB, ngăn này chứa 1 mol khí nitơ (N_2).

Thoạt tiên, thể tích và nhiệt độ của khí ở hai ngăn là bằng nhau, vách ngăn MN dẫn nhiệt tốt, nhiệt dung của nó rất nhỏ, có thể bỏ qua.

Thể tích riêng của hơi nước ở thể lỏng thì bỏ qua so với thể tích riêng của hơi nước ở cùng nhiệt độ.

Nhiệt hoá hơi L được định nghĩa là nhiệt lượng cần thiết để làm cho một đơn vị khối lượng vật chất biến đổi từ thể lỏng sang thể hơi ở cùng nhiệt độ.

Đối với nước ở nhiệt độ $T_0 = 373$ K, L = 2250 kJ/kg.

1. Cho rằng pit-tông và thành xilanh dẫn nhiệt tốt và vách ngăn MN có thể trượt tự do không ma sát. Trạng thái ban đầu của các khí trong xilanh được xác định như sau : áp suất $p_1 = 0{,}5$ atm ; thể tích toàn phần (của cả hai khối khí) $V_1 = 2V_0$; nhiệt độ $T_1 = 373$ K. Pit-tông AB nén từ từ các khí trong một quá trình gần cân bằng và đẳng nhiệt cho tới thể tích toàn phần cuối cùng là $V_F = \dfrac{V_0}{4}$.

a) Vẽ đồ thị p-V của khí trong xilanh, tức là đường cong biểu diễn sự phụ thuộc của áp suất p vào thể tích toàn phần V của hai khối khí trong xilanh ở nhiệt độ T_1. Tính những toạ độ những điểm quan trọng của đường cong.

b) Tính công mà pit-tông thực hiện trong quá trình nén khí.

c) Tính nhiệt toả ra bên ngoài trong quá trình này.

2. Tất cả mọi điều kiện vẫn như ở câu 1, trừ điều kiện là có ma sát giữa vách ngăn và thành xilanh sao cho vách ngăn chỉ di chuyển khi hiệu áp suất tác dụng lên hai mặt của nó lớn hơn hoặc bằng 0,5 atm (cho rằng hệ số ma sát nghỉ và hệ số ma sát trượt là bằng nhau).

a) Vẽ đường cong p(V) biểu diễn sự phụ thuộc của áp suất p của khí ở ngăn bên phải theo thể tích toàn phần V của các khí trong xilanh ở nhiệt độ T_1.

b) Tính công mà pit-tông thực hiện trong quá trình nén khí.

c) Sau khi thể tích của các khí đạt đến giá trị $V_p = \dfrac{V_0}{4}$ thì pit-tông AB dịch chuyển từ từ về bên phải trong một quá trình giãn gần cân bằng và đẳng nhiệt của cả hai chất (nước và nitơ) cho đến thể tích toàn phần ban đầu $2V_0$, vẽ tiếp đồ thị ở câu 2.a biểu diễn quá trình này.

Gợi ý cho câu 2 :

Hãy lập bảng như sau để vẽ các đường cong trong các câu 2.a và 2.c.

Trạng thái	Ngăn bên trái		Ngăn bên phải		Thể tích toàn phần	Áp suất lên pit-tông AB
	Thể tích	Áp suất	Thể tích	Áp suất		
Ban đầu	V_0	0,5 atm	V_0	0,5 atm	$2V_0$	0,5 atm
2						
3						
.						
.						
Cuối cùng					$2V_0$	

3. Cho rằng thành xilanh và pit-tông là cách nhiệt, còn vách ngăn MN được giữ cố định và dẫn nhiệt tốt. Trạng thái ban đầu của các khí như ở câu 1. Pit-tông AB di chuyển từ từ về bên phải và thể tích của ngăn bên phải tăng lên cho đến khi hơi nước ở ngăn bên trái bắt đầu ngưng tụ.

a) Tính thể tích cuối cùng của ngăn bên phải.

b) Tính công mà khí thực hiện trong quá trình giãn này.

Tỉ số của nhiệt dung đẳng áp và nhiệt dung đẳng tích là $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$, đối với nitơ là $\gamma_1 = \frac{7}{5}$, đối với hơi nước là $\gamma_2 = \frac{8}{6}$.

trong khoảng nhiệt độ từ 353 K đến 393 K ta có thể sử dụng công thức gần đúng :

$$p = p_0.\exp\left[-\frac{\mu L}{R}\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)\right]$$

Trong đó T là nhiệt độ sôi của nước dưới áp suất p, μ là khối lượng mol của nước, p_0, L_0 và T_0 đã được cho ở trên.

(Đề thi Olimpic vật lí châu Á 2004 ở Hà Nội).

9.8. Giải lại câu 1 của bài 9.7 với điều kiện ban đầu y hệt như thế, chỉ khác là không có vách ngăn MN. Trong xilanh có 1 mol hơi nước hỗn hợp với 1 mol khí nitơ, với tổng thể tích $V_1 = 2V_0$, áp suất $p_1 = 0,5$ atm, nhiệt độ $T_1 = 373$ K.

Gợi ý : Xem lại bài 6.3.

9.9. ***Biến đổi áp suất và nhiệt độ không khí theo độ cao. Tính ổn định của khí quyển và sự ô nhiễm.***

1. Biến đổi áp suất theo độ cao trong khí quyển

Coi không khí là khí lí tưởng, lưỡng nguyên tử, có khối lượng mol là $\mu = 29$ g/mol.

1.1. Giả thiết rằng nhiệt độ khí quyển đồng đều và bằng T_0, viết công thức cho áp suất khí quyển p theo độ cao z.

1.2. Giả thiết rằng nhiệt độ khí quyển biến đổi tuyến tính theo độ cao

$$T(z) = T(0) - \Lambda z$$

với Λ không đổi gọi là hệ số giảm nhiệt độ của khí quyển.

a) Viết công thức cho áp suất khí quyển p theo độ cao z.

b) Đối lưu tự do xảy ra khi khối lượng riêng của không khí tăng theo độ cao. Với những giá trị nào của Λ thì xảy ra đối lưu tự do ?

2. Biến đổi nhiệt độ của một túi khí đi lên xuống theo độ cao

Xét một túi khí đi lên xuống trong khí quyển. Túi khí là một lượng khí chuyển động cùng với nhau, có kích thước đủ lớn (chừng vài ba mét) để có thể coi như một thực thể NĐLH độc lập và lại đủ nhỏ để coi như nhiệt độ là đồng đều trong cả túi khí và áp suất khí quyển tại các điểm khác nhau trên biên giới của túi khí có thể coi như có cùng một giá trị p(z), với z là độ cao của tâm túi khí. Áp suất của khí trong túi luôn luôn cùng bằng áp suất khí quyển. Nhiệt độ không khí bao quanh túi khí cũng có thể coi như có cùng một giá trị T(z). Trong quá trình dời chỗ của túi khí, không có sự trao đổi nhiệt của khí trong túi với môi trường bao quanh. Nhiệt độ của khí trong túi là đồng đều và bằng $T_{tk}(z)$.

2.1. Xác định biến đổi nhiệt độ T_{tk} của túi khí theo chiều cao $\frac{dT_{tk}}{dz} = -G$.

Tìm biểu thức G.

2.2. Trong một trường hợp đặc biệt, nhiệt độ T của khí quyển luôn luôn bằng nhiệt độ T_{tk} của túi khí ở cùng độ cao, giá trị của đại lượng G khi $T = T_{tk}$, kí hiệu là Γ :

$$\Gamma = \frac{dT_{tk}}{dz} \qquad \text{với} \qquad T = T_{tk}$$

và gọi là *hệ số giảm nhiệt độ đoạn nhiệt khô.*

a) Hãy viết biểu thức của Γ.

b) Hãy tính giá trị bằng số của Γ.

c) Hãy viết biểu thức của nhiệt độ khí quyển theo độ cao T(z).

2.3. Giả thiết khí quyển có nhiệt độ $T(z) = T(0) - \Lambda z$ với Λ là một hằng số. Tìm biểu thức $T_{tk}(z)$ cho sự phụ thuộc của nhiệt độ của túi khí vào độ cao z.

2.4. Viết biểu thức gần đúng của $T_{tk}(z)$ khi $|\Lambda z| \ll T(0)$ và $T(0) = T_{tk}(0)$.

3. Tính ổn định của khí quyển

Khí quyển có nhiệt độ như đã cho ở 2.3.

3.1. Túi khí ở vị trí cân bằng trong khí quyển ở độ cao z_0 nếu $T_{tk}(z_0) = T(z_0)$. Với những giá trị nào của Λ thì cân bằng là bền, là không bền và phiếm định ? Khí quyển mà trong đó túi khí cân bằng bền gọi là khí quyển ổn định. Nếu túi khí cân bằng không bền, thì khí quyển gọi là không ổn định. Nếu túi khí cân bằng phiếm định thì khí quyển gọi là trung tính.

3.2. Một túi khí ở mặt đất có nhiệt độ $T_{tk}(0)$ cao hơn nhiệt độ $T(0)$ của không khí xung quanh. Tìm biểu thức cho độ cao cực đại h mà túi khí tới được trong trường hợp khí quyển ổn định.

4. Độ cao cực đại của túi khí

Trong nhiều trường hợp, túi khí (chứa cả những chất ô nhiễm) không đi lên mãi được, mà bị chặn lại ở độ cao nào đó, làm cho nồng độ ô nhiễm ở phía dưới tăng lên. Bảng sau đây ghi lại nhiệt độ của không khí do bóng thám không đo được ở những độ cao khác nhau vào buổi sáng mùa thu ở Hà Nội.

Dựa vào đó, hãy tính với mức độ gần đúng thô sơ, nhiệt độ của một túi khí đi lên từ mặt đất với nhiệt độ 22°C, ở những độ cao 96 m và 119 m : $T_{tk}(96)$ và $T_{tk}(119)$.

Gợi ý : Có thể coi gần đúng nhiệt độ của không khí biến đổi tuyến tính theo độ cao trong từng lớp khí quyển thích hợp.

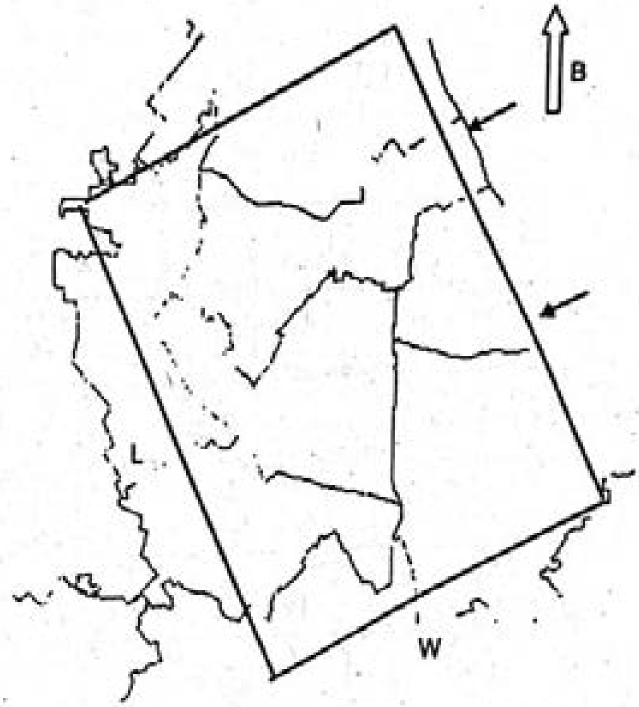
Xác định độ cao cực đại H và nhiệt độ $T_{tk}(H)$ của túi khí ấy.

Bảng số liệu do bóng thám không ghi lại lúc 7:00 am trong một ngày tháng 11 ở Hà Nội.

Độ cao (m)	Nhiệt độ (°C)	Độ cao (m)	Nhiệt độ (°C)
5	21,5	215	22,0
60	20,6	225	22,1
64	20,5	234	22,2
69	20,5	246	22,3
75	20,4	257	22,3
81	20,3	265	22,3
90	20,2	274	22,3
96	20,1	285	22,3
102	20,1	295	22,3
109	20,1	306	22,2
113	20,1	316	22,2
119	20,1	327	22,1
128	20,2	336	22,1
136	20,3	346	22,1
145	20,4	357	22,1
153	20,5	367	22,1
159	20,6	376	22,0
168	20,8	387	22,0
178	21,0	397	21,9
189	21,5	406	21,9
202	21,8		

5. *Ước tính ô nhiễm Carbon monoxide CO vào một buổi sáng ở Hà Nội*

Nội thành Hà Nội có diện tích bao phủ gần kín một hình chữ nhật với bề dài L và bề rộng W (hình 9.4). Tháng 11 hay có gió mùa đông bắc, thổi tới vuông góc với hai cạnh dài (chiều dài L) của hình chữ nhật.



Hình 9.4

Vào 7 giờ sáng một ngày tháng 11, nhiệt độ không khí ở những độ cao khác nhau được ghi lại ở bảng trên, không khí có độ ô nhiễm CO không đáng kể. Trong khoảng thời gian từ 7 giờ đến 8 giờ, có khoảng 800000 xe máy lưu thông, mỗi xe đi khoảng 5 km và toả ra trên mỗi km 12 g khí CO. Một phần khí này phát tán trong lớp khí quyển ở gần sát mặt đất, một phần khác tồn tại trong những túi không khí đi lên trong khí quyển và bị chặn lại ở độ cao cực đại, ở độ cao này khí ô nhiễm cũng phát tán chủ yếu về phía dưới. Có thể coi gần đúng lượng khí CO được toả ra đều theo thời gian, với tốc độ không đổi M g/s, trong khoảng từ 7 giờ đến 8 giờ sáng và phát tán nhanh khiến cho khí này được phân bố đều trong khí quyển nội thành, ở dưới độ cao cực đại H, với nồng độ đồng đều C(t). Trong khoảng thời gian ấy, gió đông bắc không mang khí CO thổi tới với tốc độ u, đi qua thành phố với cùng tốc độ và chuyển đi một phần không khí đã bị ô nhiễm CO với nồng độ C(t).

5.1. Viết phương trình xác định nồng độ ô nhiễm C(t) theo thời gian.

5.2. Viết biểu thức của C(t).

5.3. Tính giá trị bằng số của nồng độ này vào lúc 8 giờ sáng.

Biết rằng L = 15 km, W = 8 km, u = 1 m/s. Độ cao cực đại H được tính với các giả thiết như ở câu 4.

(Dựa theo đề thi Olympic vật lí quốc tế 2008 ở Hà Nội).

Phần hai

HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP SỐ

Chủ đề 1

1.3. Gọi m_1 và m_2 lần lượt là khối lượng ôxi trong bình trước và sau khi dùng :

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{p_1}{T_1} : \frac{p_2}{T_2} = \frac{p_1}{p_2} . \frac{T_2}{T_1} = 2,71$$

Mặt khác : $m_1 - m_2 = 1$ kg ; suy ra $m_2 = 0,58$ kg ; V = 8,4 *l*.

Ghi chú : Khi giải bài này ta đã coi khí ôxi ở áp suất 150 atm vẫn là lí tưởng, vì thế kết quả chỉ gần đúng (sai lệch có thể đến cỡ 5%).

1.4. Kí hiệu 1 và 2 lần lượt là chỉ số trạng thái của khí trước và sau khi mở bình. Ta có : $\frac{V_2}{V_1} = \frac{p_1}{p_2} . \frac{T_2}{T_1} = \frac{10}{0,5} . \frac{276}{300} = 18,4$; $V_2 = 9200$ *l*.

Thể tích nước bị đẩy ra : $V_2 - V_1 = 8700$ *l*.

1.5. $v = \frac{p_2V_2 - p_1V_1}{p_2 - p_1}$.

1.6. Áp suất riêng phần p' của không khí ở 82°C (355 K) là (bỏ qua thể tích của sương mù) :

$$p' = \frac{355}{273} . 100 \text{ kPa} = 130 \text{ kPa}$$

Áp suất riêng phần của hơi nước ở 82°C là :

$$p'' = 180 - 130 = 50 \text{ kPa}$$

Khối lượng của hơi nước (tức là của sương mù trong 1 m^3 không khí) :

$$m = \mu \frac{pV}{RT} = 18 . \frac{50.10^3.1000}{8,31.355} = 305 \text{ g}$$

1.7. $V = 15\ m^3$.

1.8. Khi túi chưa bị đè, thể tích khí trong túi là $\pi r^2 L$, áp suất là p.

Khi túi bị đè lên, tiết diện túi có hình dạng gần chữ nhật với cạnh là h và x, thể tích của túi là xhL, áp suất khí là p_1 :

$$p\pi r^2 L = p_1 xhL \qquad \text{hay là} \qquad p_1 = \frac{\pi r^2}{xh} p \tag{1}$$

Mặt khác, mỗi túi chịu tác dụng của một nửa trọng lực của vật nặng $\frac{1}{2}mg$, trên một diện tích tiếp xúc là xL :

$$p_1 = p_0 + \frac{1}{2}\frac{mg}{xL} \tag{2}$$

Đối chiếu (1) với (2), lưu ý rằng chu vi của tiết diện túi thì không đổi : $2\pi r = 2(h + x) \approx 2x$, ta có :

$$p = \frac{h}{r}p_0 + \frac{1}{2}\frac{mgh}{\pi r^2 L}.$$

1.9. Lấy gốc để tính độ dời x là vị trí ứng với nhiệt độ của bình bên trái cũng bằng T_0 (như bình bên phải), giả thiết rằng vị trí ấy ở chính giữa ống nối hai bình. Gọi p_0 và p lần lượt là áp suất của khí trong bình khi nhiệt độ của bình bên trái là T_0 và T.

Ta có :

$$\frac{p\left(V + \frac{1}{2}sl + xl\right)}{T} = \frac{p_0\left(V + \frac{1}{2}sl\right)}{T_0} = \frac{p\left(V + \frac{1}{2}sl - xl\right)}{T_0}$$

Từ đó suy ra : $T = T_0 \dfrac{2V + (l + 2x)s}{2V + (l - 2x)s}$.

Ví dụ $V = 5\ l = 0{,}005\ m^2$; $l = 20$ cm ; $s = 4\ mm^2 = 4.10^{-6}\ m^2$.

Với $T_0 = 300$ K thì khi x = 5 cm nhiệt độ T là :

$$T = T_0(1 + 0{,}8.10^{-4}) = 300{,}024\ K$$

Với một độ chênh nhiệt độ $T - T_0 = 0{,}024$ K giọt thuỷ ngân di chuyển 5 cm, như vậy là nhiệt kế khá nhạy. Sự nở của bình đã được bỏ qua vì rất nhỏ so với sự nở của khí.

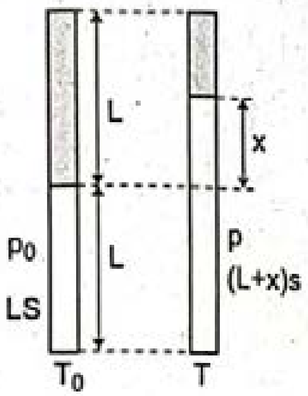
1.10. Gọi S là tiết diện của ống ở nhiệt độ T_0 khí trong nửa dưới của ống có áp suất $p_0 = L + L = 2L$ mmHg và có thể tích $V_0 = LS$. Ở nhiệt độ T, mặt ngăn cách khí trong ống và thuỷ ngân nâng lên một đoạn x, ta giả thiết đây là trạng thái cân bằng :

$$P = L - x + L = 2L - x \text{ (mmHg)} ; V = (L + x)S$$

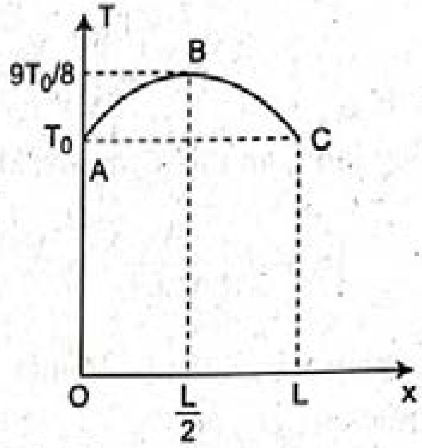
Áp dụng phương trình trạng thái cho lượng khí trong ống :

$$\frac{p_0V_0}{T_0} = \frac{pV}{T}$$

Suy ra : $\dfrac{T}{T_0} = \dfrac{pV}{p_0V_0} = \dfrac{(2L - x)(L + x)S}{2L.LS} = 1 + \dfrac{x(L - x)}{2L^2}$.



Hình B.1



Hình B.2

Ta hãy xét mối liên hệ giữa T và x theo công thức trên về mặt toán học. Khi x biến thiên từ 0 đến L thì T biến đổi từ T_0 qua giá trị cực đại $\dfrac{9T_0}{8}$ ứng với $x = \dfrac{L}{2}$ và bằng T_0 khi x = L. Mỗi giá trị của T : $T_0 \le T \le \dfrac{9T_0}{8}$ ứng với hai giá trị của x đối xứng với nhau qua giá trị $\dfrac{L}{2}$. Giá trị nhỏ hơn $\dfrac{L}{2}$ ứng với trạng thái cân bằng bền (khi T tăng thì x tăng), giá trị của x lớn hơn $\dfrac{L}{2}$ ứng với cân bằng không bền (khi T tăng thì cột thuỷ ngân bị đẩy hẳn ra ngoài ống).

Bây giờ, xét quá trình vật lí làm nóng ống dần dần từ nhiệt độ T_0 và khí ở nửa dưới của ống. Khi nhiệt độ tăng từ T_0 thì x tăng từ 0, nhiệt độ tăng đến $\dfrac{9T_0}{8}$ thì $x = \dfrac{L}{2}$.

Ở vị trí này, cân bằng đã trở thành không bền, khi cho T tăng thêm một lượng cực nhỏ nữa thì cột thuỷ ngân còn lại ở trên khí bị đẩy toàn bộ ra ngoài ống. Quá trình diễn biến không giống như mô tả bởi đoạn đường cong BC trên đồ thị T-x vẽ ở hình B.2.

1.11. a) Sau lần bơm thứ nhất, áp suất là $p_1 = p_0 \dfrac{V}{V+v}$. Sau n lần bơm thì áp suất là : $p_n = p_0\left(\dfrac{V}{V+v}\right)^n$.

b) Sau lần bơm thứ nhất, áp suất khí là $p'_1 = p_0 \dfrac{V}{V+v} + p_0 \dfrac{\Delta v}{V+v}$.

Sau lần bơm thứ hai, áp suất khí là p'_2 : $p'_2(V+v) = p'_1 V + p_0 \Delta v$

$$p'_2 = p_0\left(\frac{V}{V+v}\right)^2 + p_0 \frac{\Delta v}{V+v}\left[1 + \frac{V}{V+v}\right].$$

Sau lần bơm thứ n, áp suất khí là p'_n :

$$p'_n = p_0\left(\frac{V}{V+v}\right)^n + p_0 \frac{\Delta v}{V+v}\left[1 + \frac{V}{V+v} + ... + \left(\frac{V}{V+v}\right)^{n-1}\right]$$

Lượng trong dấu [ ] là một cấp số nhân. Tính cấp số đó rồi thay vào biểu thức của p'_n, ta có :

$$p'_n = p_0\left(\frac{V}{V+v}\right)^n + p_0 \frac{\Delta v}{v}\left[1 - \left(\frac{V}{V+v}\right)^n\right]$$

Khi $n \to \infty$ thì $p'_n = p_0 \dfrac{\Delta v}{v}$. Đó là giới hạn nhỏ nhất p_{min} cho áp suất trong bình.

Ta có thể lí giải giới hạn đó như sau. Bơm chỉ hút được khí ra khi áp suất p_1 trong thân bơm lúc pit-tông ở đầu trái ($p_1 v = p_0 \Delta v$) nhỏ hơn áp suất p trong bình, tức là $p > p_1 = p_0 \dfrac{\Delta v}{v}$.

Vậy $p_{min} = p_0 \dfrac{\Delta v}{v}$.

1.12. Gọi V là thể tích của mỗi bọt khí lúc cả hai ở đáy thùng.

a) Nếu cả hai đi lên sát nắp thì thể tích của chúng không đổi vì thùng kín, áp suất của khí cũng không đổi.

Vậy $p_2 = p_0 + \rho gh = 150 + 1.9,81.3 = 179,5$ kPa.

b) Kí hiệu V' là thể tích bọt khí ở sát nắp, V" là thể tích bọt ở đáy. Vì thùng kín nên V' + V" = 2V.

Áp dụng định luật Bôi-lơ – Ma-ri-ốt cho bọt ở đáy : $p_0V = p_1V''$.

Áp dụng định luật Bôi-lơ – Ma-ri-ốt cho bọt ở nắp : $p_0V = (p_1 - \rho gh)V'$.

Đặt $p = \rho gh$ rồi giải ba phương trình trên, ta được :

$$p_1^2 - (p_0 + p)p_1 + \frac{1}{2}p_0p = 0$$

Phương trình này có 2 nghiệm : $p_1 = \frac{1}{2}(p_0 + p \pm \sqrt{p_0^2 + p^2})$. Ta chọn nghiệm sao cho $p_1 - p > 0$:

$$p_1 = \frac{1}{2}(p_0 + p + \sqrt{p_0^2 + p^2}) = \frac{1}{2}(150 + 29,5 + \sqrt{150^2 + 29,5^2}) = 166 \text{ kPa}$$

1.13. a) $p = \frac{mg}{\Delta S} + p_0 = 1,5$ atm.

b) $\Delta T = (mg + p_0\Delta S)\frac{l}{R} = 0,9$ K.

1.14. Gọi p_1 và p lần lượt là áp suất của không khí trong ống ở nhiệt độ T_0 và T :

$$p_0 = p_1 + H_1 \quad ; \quad p_K = p + H$$

Áp dụng phương trình trạng thái cho lượng khí trong ống :

$$\frac{p_1(L - H_1)}{T_0} = \frac{p(L - H)}{T}$$

Từ đó rút ra : $p_K = H + (p_0 - H_1)\frac{L - H_1}{L - H}.\frac{T}{T_0}$.

1.15. a) $T_m = \frac{p_m}{p_0}T_0 = \frac{10^5}{0,9.10^5}.300 = 333$ K.

b) Bắt đầu từ nhiệt độ T_m, áp suất trong bình 1 tăng nhanh hơn trong bình 2, nhưng khi hiệu áp suất vượt quá 10^5 Pa thì van lại mở. Van giữ cho hiệu áp suất là 10^5 Pa trong quá trình tăng nhiệt độ cho đến khi T = 500 K. Khi đó :

$$\frac{p_0V_1}{T_0} = \frac{p_2V_2}{T} + \frac{p_1V_1}{T} \quad ; \quad p_1 = p_2 + 10^5 \text{ Pa} \quad ; \quad V_1 = 4V_2$$

Ta có $p_1 = 1,4.10^5$ Pa, từ đó rút ra $p_2 = 0,4.10^5$ Pa.

1.16. Kí hiệu m_1, m_2 lần lượt là khối lượng hiđrô và heli chứa trong hỗn hợp ; μ_1 và μ_2 là khối lượng mol của chúng : $(p_1 + p_2)V = \left(\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2}\right)RT$;

mà $p_1 + p_2 = p = 200\,000$ Pa ; $m_1 + m_2 = m = 5$ g.

Từ đó rút ra : $m_1 = 1{,}58$ g ; $m_2 = 3{,}42$ g.

1.17. Phương trình trạng thái ở nhiệt độ T : $pV = \left(\frac{m_1}{14} + \frac{m_2}{2}\right)RT.$

Ở nhiệt độ 2T : $3pV = \left(\frac{m_1}{14} + \frac{m_2}{1}\right)R.2T.$

Từ đó rút ra : $\frac{m_1}{m_2} = 7.$

1.18. Gọi p_A, p_B là áp suất riêng phần ban đầu của từng chất khí, ta có :

$$p_A + p_B = p \qquad ; \qquad \frac{1}{2}p_A + p_B = kp$$

a) Từ đó rút ra : $p_A = 2(1 - k)p$; $p_B = (2k - 1)p$.

b) Tỉ số mol của hai chất bằng tỉ số áp suất riêng phần ban đầu :

$$\frac{m_A}{\mu_A} : \frac{m_B}{\mu_B} = \frac{p_A}{p_B} = \frac{2(1-k)}{2k-1}$$

Từ đó rút ra : $\frac{m_A}{m_B} = \frac{2(1-k)}{2k-1}\frac{\mu_A}{\mu_B}.$

Áp dụng bằng số : $p_A = \frac{2}{3}p$; $p_B = \frac{1}{3}p$; $\frac{m_A}{m_B} = 0{,}1.$

1.19*. Gọi p là áp suất ở độ cao h, ở độ cao (h + dh) thì áp suất giảm một lượng $\rho g dh$ (ρ là khối lượng riêng của khí) :

$$dp = -\rho g dh \qquad (1)$$

Gọi T là nhiệt độ ở độ cao h, ta có : $\rho = \frac{m}{V} = \frac{p\mu}{RT}.$

a) Nếu T không đổi, ta có :

$$dp = -p\frac{\mu g}{RT}dh \quad \text{hay} \quad \frac{dp}{p} = -\frac{\mu g}{RT}dh$$

Lấy tích phân 2 vế :

$$\ln p = -\frac{\mu g}{RT}h + C \quad \text{hay} \quad p = Ke^{-\frac{\mu g}{RT}h}$$

Từ điều kiện p = p(0) khi h = 0 ta có thể tính được K = p(0).

b) Nếu T(h) = T(0) – ah (3)

thì $\frac{dp}{p} = -\frac{\mu g}{R[T(0) - ah]}dh.$

Lấy tích phân hai vế :

$$\ln\frac{p(h)}{p(0)} = \frac{\mu g}{Ra}\ln\frac{T(0) - ah}{T(0)} = \frac{\mu g}{Ra}\ln\left(1 - \frac{ah}{T(0)}\right)$$

$$p(h) = p(0)\left(1 - \frac{ah}{T(0)}\right)^{\frac{\mu g}{Ra}} \quad (4)$$

Đây là biểu thức phải tìm.

c) Đối lưu xảy ra khi $\frac{\rho(h)}{\rho(0)} > 1.$ ρ(h) là khối lượng riêng của không khí ở độ cao h. Có thể viết lại tỉ số khối lượng riêng theo áp suất và nhiệt độ :

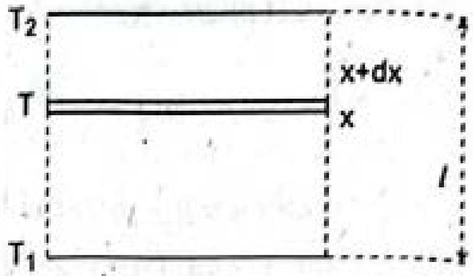
$$\frac{\rho(h)}{\rho(0)} = \frac{p(h)}{p(0)}.\frac{T(0)}{T(h)} = \left(1 - \frac{ah}{T(0)}\right)^{\frac{\mu g}{Ra} - 1}$$

Số hạng sau cùng lớn hơn 1 nếu hàm mũ của nó âm : $\frac{\mu g}{Ra} - 1 < 0.$ Từ đó đòi hỏi $a > \frac{\mu g}{R} = \frac{0,029.10}{8,31} = 0,035$ K/m. Đó là điều kiện để xảy ra đối lưu tự do.

1.20*. Gọi S là diện tích mỗi tấm, l là khoảng cách giữa hai tấm, ta sẽ có $Sl = V$. Xét một lớp khí nằm ngang, có bề dày dx, cách tấm dưới một đoạn x. Lớp khí đó có thể tích dV = Sdx và nhiệt độ $T = T_1 + \frac{x}{l}(T_2 - T_1)$ (vì nhiệt độ của khí tăng tuyến tính từ dưới lên trên). Khối lượng dm của lớp khí có thể tính được theo phương trình trạng thái :

$$pdV = \frac{dm}{\mu}RT$$

$$dm = \frac{\mu p}{RT} dV = \frac{\mu p}{RT} Sdx$$



Khối lượng m của khí giữa hai tấm có thể tính được bằng cách lấy tích phân theo biến số x từ 0 đến l :

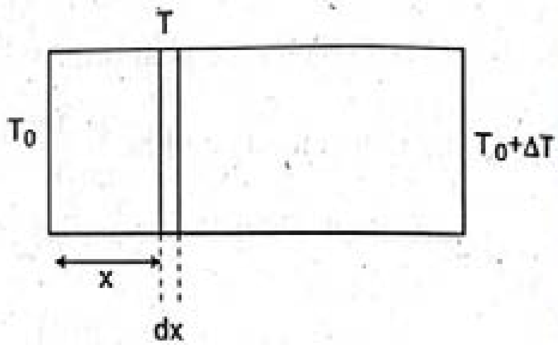
$$m = \int dm = \frac{\mu pV}{R(T_2 - T_1)} \int_0^l \frac{dx}{x + \frac{lT_1}{T_2 - T_1}}$$

Hình B.3

Biết rằng $\int_0^l \frac{dx}{x + \frac{lT_1}{T_2 - T_1}} = \ln\left(x + \frac{lT_1}{T_2 - T_1}\right)\Big|_0^l = \ln\frac{T_2}{T_1}$.

Ta có : $m = \frac{\mu pV}{R(T_2 - T_1)} \ln\frac{T_2}{T_1}$.

1.21*. Xét một lớp khí giới hạn bởi hai mặt phẳng song song với đáy và cách đáy có nhiệt độ T_0 những đoạn x, x + dx.



a) Nhiệt độ của lớp khí là :

$$T_{(x)} = T_0\left(1 + \frac{\Delta T}{T_0}\frac{x}{l}\right)$$

Hình B.4

Lập luận giống như bài 1.20, ta có thể tính được khối lượng m của khí trong bình theo áp suất p :

$$m = \frac{\mu pV}{R\Delta T} \ln\frac{T_0 + \Delta T}{T_0}$$

Mặt khác, áp dụng phương trình trạng thái cho khí ở nhiệt độ T_0 và áp suất p_0 ta lại có thể tính được khối lượng m :

$$p_0 V = \frac{mRT_0}{\mu} \qquad \text{hay} \qquad m = \frac{\mu p_0 V}{RT_0}$$

Đối chiếu hai biểu thức của m, ta có : $\frac{\mu p_0 V}{RT_0} = \frac{\mu pV}{R\Delta T} \ln\frac{T_0 + \Delta T}{T_0}$.

Từ đó rút ra : $p = p_0 \dfrac{\Delta T}{T_0} : \ln \dfrac{T_0 + \Delta T}{T_0}$ (1)

Vì $\Delta T << T_0$ nên ta có thể dùng công thức khai triển $(x << 1)$:

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4} + ...$$

để tính gần đúng : $\ln \dfrac{T_0 + \Delta T}{T_0} = \ln\left(1 + \dfrac{\Delta T}{T_0}\right)$.

Trong công thức (1) chỉ cần giữ lại các số hạng bậc 1 và bậc 2 của $\dfrac{\Delta T}{T_0}$:

$$\ln \frac{T_0 + \Delta T}{T_0} = \frac{\Delta T}{T_0} - \frac{1}{2}\left(\frac{\Delta T}{T_0}\right)^2 = \frac{\Delta T}{T_0}\left(1 - \frac{1}{2}\frac{\Delta T}{T_0}\right)$$

Vậy : $p = p_0 \dfrac{1}{1 - \dfrac{1}{2}\dfrac{\Delta T}{T_0}} = p_0\left(1 + \dfrac{1}{2}\dfrac{\Delta T}{T_0}\right)$.

b) Gọi x_G là khoảng cách từ đáy có nhiệt độ T_0 đến khối tâm G của lượng khí. Khi nhiệt độ khí đồng đều và bằng T_0 thì $x_G = \dfrac{l}{2}$. Khi một đáy có nhiệt độ $T_0 + \Delta T$ thì $x_G = \int \dfrac{xdm}{m}$.

Thay dm bằng biểu thức rút ra từ bài 1.20* :

$$dm = \frac{\mu p}{RT} dV = \frac{\mu p}{R} S \frac{dx}{T + \frac{x}{l}\Delta T}$$

Ta sẽ có : $x_G = \dfrac{\mu p S}{m R T_0} \displaystyle\int_0^l \dfrac{xdx}{1 + \dfrac{\Delta T}{T_0}\dfrac{x}{l}}$. Đặt $\dfrac{\Delta T}{l T_0} = a$ và tính tích phân trong công thức trên :

$$\int_0^l \frac{xdx}{1+ax} = \int_0^l \frac{dx}{a} - \int_0^l \frac{dx}{a(1+ax)} = \left[\frac{x}{a} - \frac{1}{a^2}\ln(1+ax)\right]_0^l$$

$$= \frac{l}{a} - \frac{1}{a^2}\ln(1 + al) = l^2\frac{T_0}{\Delta T}\left[1 - \frac{T_0}{\Delta T}\ln\left(1 + \frac{\Delta T}{T_0}\right)\right]$$

Khi tính đại lượng trong dấu móc, ta khai triển $\ln\left(1 + \frac{\Delta T}{T_0}\right)$ và phải giữ lại đến số hạng chứa $\left(\frac{\Delta T}{T_0}\right)^3$.

$$1 - \frac{T_0}{\Delta T}\ln\left(1 + \frac{\Delta T}{T_0}\right) = 1 - \frac{T_0}{\Delta T}\left[\frac{\Delta T}{T_0} - \frac{1}{2}\left(\frac{\Delta T}{T_0}\right)^2 + \frac{1}{3}\left(\frac{\Delta T}{T_0}\right)^3\right] = \frac{1}{2}\frac{\Delta T}{T_0} - \frac{1}{3}\left(\frac{\Delta T}{T_0}\right)^2$$

Nếu chỉ lấy đến số hạng bậc hai $\left(\frac{\Delta T}{T_0}\right)^2$ thì phép gần đúng là quá thô thiển, bỏ qua ΔT so với T_0 (gần đúng bậc 0).

$$x_G = \frac{\mu pS}{mRT_0}l^2\frac{T_0}{\Delta T}\left[\frac{1}{2}\frac{\Delta T}{T_0} - \frac{1}{3}\left(\frac{\Delta T}{T_0}\right)^2\right]$$

Thay p bằng biểu thức $p_0\left(1 + \frac{1}{2}\frac{\Delta T}{T_0}\right)$ tính được trong bài 1.20, ta có :

$$x_G = l\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{12}\frac{\Delta T}{T_0}\right)$$

Như vậy, khi tăng nhiệt độ của một đáy lên $T_0 + \Delta T$ thì khối tâm chuyển dời một đoạn $\Delta x_G = \frac{l}{12}\frac{\Delta T}{T_0}$ về phía đáy có nhiệt độ T_0 không đổi.

1.22*. a) Phương trình trạng thái $T = \frac{pV}{R} = \frac{1}{R}(p_0V - \alpha V^3)$. Trong quá trình này, nhiệt độ T chỉ phụ thuộc thể tích V. Ta hãy xét biến thiên của T theo V. Cực đại của T đạt được khi : $\frac{dT}{dV} = \frac{1}{R}(p_0 - 3\alpha V^2) = 0$. Tức là : $V = \sqrt{\frac{p_0}{3\alpha}}$.

Giá trị cực đại của T là : $T_{max} = \frac{2p_0}{3R}\sqrt{\frac{p_0}{3\alpha}}$.

b) Phương trình trạng thái :

$$pV = RT = RT_0 + \alpha RV^2 \qquad \text{hay là} \qquad p = \frac{RT_0}{V} + \alpha RV$$

Khảo sát biến thiên của p theo V :

$$\frac{dp}{dV} = -\frac{RT_0}{V^2} + \alpha R = 0 \quad ; \quad \text{p cực tiểu khi } V = \sqrt{\frac{T_0}{\alpha}}$$

Giá trị cực tiểu của p là $p_{min} = 2R\sqrt{\alpha T_0}$.

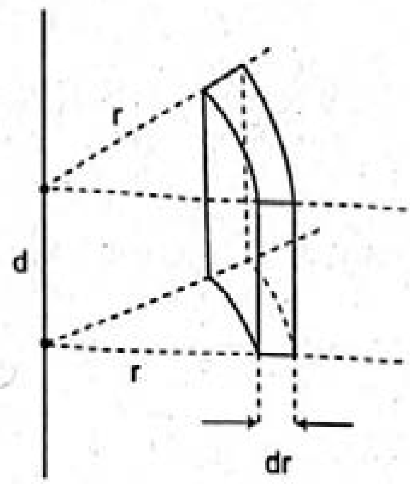
1.23*. Trước hết ta xét ảnh hưởng của sự quay bình tới sự biến đổi áp suất chất khí theo khoảng cách r tới trục quay. Sau khi quay đều một thời gian thì khí trong bình cũng quay theo bình (vì có nội ma sát), các phần tử khí chịu lực li tâm làm cho áp suất khí càng ở xa trục càng lớn, p phụ thuộc r : $p = p(r)$.

Xét một phần tử thể tích dV giới hạn bởi hai mặt trụ bán kính lần lượt là r và r + dr và diện tích là dS

$$dV = dSdr \qquad (1)$$

Kí hiệu ρ là mật độ khí, vì bề cao d của bình nhỏ nên có thể bỏ qua sự phụ thuộc của mật độ khí theo chiều cao, mật độ khí ρ chỉ là hàm của khoảng cách r :

$$\rho = \rho(r) = \frac{m}{V} = \frac{p\mu}{RT} \qquad (2)$$



Hình B.5

Hiệu áp suất lên hai mặt trụ chính là lực hướng tâm giữ cho khối lượng khí trong thể tích dV quay tròn với tốc độ góc ω :

$$dS[p(r + dr) - p(r)] = \rho(r)dSdr\omega^2 r$$

Từ đó và (2) suy ra : $\dfrac{dp}{p} = \dfrac{\mu}{RT}\omega^2 r dr$ (3)

Lấy tích phân phương trình trên : $p(r) = p(0)\exp\left(\dfrac{\mu\omega^2 r^2}{2RT}\right)$ (4)

Lại chú ý đến (2), có thể viết lại (4) như sau : $\rho(r) = \rho(0)\exp\left(\dfrac{\mu\omega^2 r^2}{2RT}\right)$ (5)

Khối lượng của khí khi bình quay và khi bình đứng yên là bằng nhau.

Kí hiệu ρ_0 là mật độ khí khi bình đứng yên : $\int_V \rho(r)dV = \rho_0 V$ (6)

V là thể tích của bình hình trụ. Từ (6) suy ra :

$$2\pi d\int_0^{R_0}\rho(0)\exp\left(\frac{\mu\omega^2r^2}{2RT}\right)rdr = \pi R_0^2 d\rho_0$$

Cuối cùng : $\rho(0) = \rho_0\dfrac{\mu\omega^2R_0^2}{2RT}\dfrac{1}{\exp\left(\dfrac{\mu\omega^2R_0^2}{2RT}\right)-1}$ (7)

Vì áp suất tỉ lệ thuận với mật độ khí, nên ta cũng có công thức tương tự như (7) đối với áp suất p(0) và p_0. Dựa vào công thức này cùng với (4), có thể tính được : $p(R_0) = p_0\dfrac{\mu\omega^2R_0^2}{2RT}\dfrac{\exp\left(\dfrac{\mu\omega^2R_0^2}{2RT}\right)}{\exp\left(\dfrac{\mu\omega^2R_0^2}{2RT}\right)-1}$ (8)

Đây chính là biểu thức của áp suất cần tìm.

Trong trường hợp $\alpha = \dfrac{\mu\omega^2R_0^2}{2RT} << 1$, tức là $\omega^2 << \dfrac{2RT}{\mu R_0^2}$ thì trong gần đúng bậc 1 đối với α, ta có :

$$p(R_0) = p_0\alpha\frac{1+\alpha}{1+\frac{1}{2}\alpha^2} \approx (1+\alpha-\frac{1}{2}\alpha)p_0 = p_0 + \frac{1}{2}\alpha p_0 \quad (9)$$

Ví dụ : Với không khí ($\mu = 0,029$ kg/mol) ở 300 K chứa trong bình hình trụ có bán kính $R_0 = 20$ cm. Nếu ta cho bình quay với tần số 2 vòng/giây thì :

$$\alpha = \frac{0,029.159.0,04}{2.8,31.300} = 4.10^{-5} << 1$$

Ta sẽ thấy $p(20\,cm) = p_0\left(1+\dfrac{\alpha}{2}\right) = p_0.1,00002$; nếu áp suất ban đầu p_0 trong bình bằng 10^5 Pa thì khi quay bình như trên, độ tăng áp suất ở thành bình hình trụ chỉ vào khoảng 2 Pa.

Chủ đề 2

2.5. $\dfrac{\overline{v}}{v_{cpq}} = \sqrt{\dfrac{8RT}{\pi\mu}} : \sqrt{\dfrac{3RT}{\mu}} = \sqrt{\dfrac{8}{3\pi}} = 0,92$

Với độ chính xác thô sơ, sai số đến 8%, có thể coi $\overline{v} = v_{cpq}$.

2.6. $\sqrt{\overline{x^2}} = 6,4.10^{-8}$ m.

2.7. d = 7 cm ; khi T = 200 K thì $d' = d\sqrt{\dfrac{200}{300}} = 5,6$ cm.

Không thể loại bỏ được giới hạn dưới của phép đo do ảnh hưởng của chuyển động nhiệt, bất kể máy đo hoàn hảo đến mức nào.

2.8. $\overline{\lambda_1} \approx \dfrac{1}{\pi\sqrt{2}} \dfrac{1}{n_1 4R_1^2 + n_2(R_1 + R_2)^2}$; $\overline{\lambda_2} \approx \dfrac{1}{\pi\sqrt{2}} \dfrac{1}{n_2 4R_2^2 + n_1(R_1 + R_2)^2}$.

2.9. Số va chạm mà một nguyên tử chịu trong một đơn vị thời gian $\sqrt{2}n\pi d^2\overline{v}$.

Ở đây : $\overline{v} = \sqrt{\dfrac{8RT}{\pi\mu}} \approx 2440$ m/s ($\mu = 1$ g).

Số va chạm là $4.10^9\ s^{-1}$.

Thời gian giữa hai va chạm liên tiếp :

$$\tau = \frac{1}{\text{số va chạm}} = \frac{1}{4.10^9} = 2,5.10^{-10}\ \text{s}$$

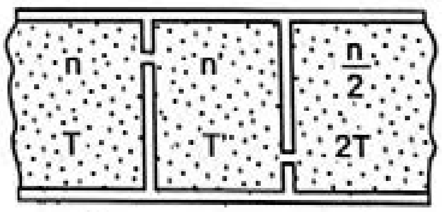
10% số nguyên tử va chạm sau khoảng thời gian :

$$\frac{\tau}{10} = 2,5.10^{-11}\ \text{s} = 25.10^{-12}\ \text{s} = 25\ \text{ps}$$

2.10. $p_0 = p\sqrt{\dfrac{T_0}{T}}$ (xem bài 2.2).

2.11. Ở trạng thái dừng thì :

– Số phân tử đi vào ngăn giữa (qua hai lỗ) bằng số đi ra (qua hai lỗ ấy), (hình B.6) khiến cho mật độ phân tử n' trong ngăn giữa không đổi.



Hình B.6

– Động năng tổng cộng của các phân tử đi vào ngăn giữa bằng động năng tổng cộng của các phân tử đi ra, khiến cho nhiệt độ T' của khí trong ngăn giữa không đổi.

Gọi n là mật độ phân tử trong ngăn trái : p = nkT. Ngăn phải có cùng áp suất p, có nhiệt độ 2T, vậy mật độ phân tử trong ngăn phải là $\frac{n}{2}$.

Số phân tử đi vào ngăn giữa qua lỗ bên trái trong đơn vị thời gian là :

$$\frac{1}{4}n\overline{v_1}s = \frac{1}{4}sn\sqrt{T} \approx n\sqrt{T}$$

trong đó s là diện tích lỗ.

Số phân tử đi vào ngăn giữa qua lỗ bên phải trong đơn vị thời gian là :

$$\frac{1}{4}\frac{n}{2}\overline{v_2}s = \frac{1}{4}s\frac{n}{2}\sqrt{2T} \approx \frac{n}{\sqrt{2}}\sqrt{T}$$

Số phân tử từ ngăn giữa đi ra qua 2 lỗ trong đơn vị thời gian là :

$$\frac{1}{4}n'\overline{v'}2s \approx \frac{1}{4}n'\sqrt{T'}.2s \approx 2n'\sqrt{T'}$$

Ở trạng thái dừng, số phân tử đi vào bằng số phân tử đi ra, ta sẽ có :

$$2n'\sqrt{T'} = n\left(1+\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\sqrt{T} \qquad (1)$$

Động năng của tất cả các phân tử đi vào bằng động năng của tất cả các phân tử đi ra (động năng trung bình là $\frac{3}{2}kT$).

$$2n'\sqrt{T'}.T' = n\sqrt{T}.T + \frac{n}{\sqrt{2}}\sqrt{T}.2T = n(1+\sqrt{2})\sqrt{T}.T \qquad (2)$$

Chia hai vế của (2) cho (1), ta có : $T' = T\sqrt{2}$.

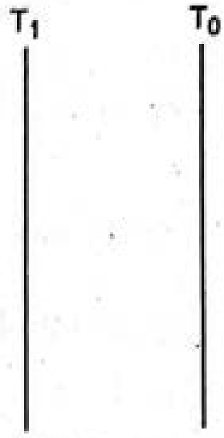
Thay giá trị của T' vừa tính được vào (1) ta sẽ có : $n' = n\frac{1+\sqrt{2}}{2^{\frac{7}{4}}}$.

Từ đó, tính được áp suất p' trong ngăn giữa :

$$p' = n'kT' = n\frac{1+\sqrt{2}}{2^{\frac{5}{4}}}kT = p.\frac{1+\sqrt{2}}{2^{\frac{5}{4}}}$$

2.12*. a) Kí hiệu T_0 và T_1 lần lượt là nhiệt độ của thành ngoài và thành trong của bình Điu-a, n là mật độ phân tử khí giữa hai thành.

Các phân tử đi từ thành nọ tới thành kia không bị va chạm. Trong một đơn vị thể tích có n phân tử, trong số đó n_1 phân tử đi từ thành trong ra thành ngoài (mỗi phân tử có vận tốc trung bình $\overline{v_1} = \sqrt{\frac{8RT_1}{\pi\mu}}$ và mang động năng trung bình là $\frac{3}{2}kT_1$), n_0 phân tử đi từ thành ngoài vào thành trong (mỗi phân tử có vận tốc trung bình $\overline{v_0} = \sqrt{\frac{8RT_0}{\pi\mu}}$ và mang động năng trung bình là $\frac{3}{2}kT_0$). Ta có $n = n_1 + n_0$.



Hình B.7

Ở trạng thái dừng :

$$\frac{1}{4}n_1\overline{v_1} = \frac{1}{4}n_0\overline{v_0} \qquad \text{hay} \qquad n_1\sqrt{T_1} = n_0\sqrt{T_0}$$

Từ đó rút ra :

$$\frac{n_1}{\sqrt{T_0}} = \frac{n_0}{\sqrt{T_1}} = \frac{n_1 + n_0}{\sqrt{T_0} + \sqrt{T_1}} = \frac{n}{\sqrt{T_0} + \sqrt{T_1}} \text{ ; suy ra: } n_1 = n\frac{\sqrt{T_0}}{\sqrt{T_0} + \sqrt{T_1}}$$

Mật độ dòng nhiệt truyền qua thành ($T_1 < T_0$) từ ngoài vào trong và có giá trị là :

$$q = \frac{1}{4}n_1\overline{v_1}\left(\frac{3}{2}kT_0 - \frac{3}{2}kT_1\right) \approx n_1\sqrt{T_1}\,(T_0 - T_1)$$

$$\approx n\frac{\sqrt{T_0}}{\sqrt{T_0} + \sqrt{T_1}}.\sqrt{T_1}(T_0 - T_1) = n\sqrt{T_0T_1}(\sqrt{T_0} - \sqrt{T_1})$$

b) Gọi Q là tổng nhiệt lượng truyền qua thành bình trong đơn vị thời gian, Δt là thời gian để khối lượng M_1 nitơ bay hơi ở bình này và khối lượng M_2 hiđrô bay hơi ở bình kia :

$$M_1 = \frac{Q_1\Delta T}{L_1} \quad ; \quad M_2 = \frac{Q_2\Delta T}{L_2}$$

Từ đó rút ra :

$$\frac{M_1}{M_2}=\frac{Q_1}{Q_2}.\frac{L_2}{L_1}=\sqrt{\frac{T_1}{T_2}}.\frac{\sqrt{T_0}-\sqrt{T_1}}{\sqrt{T_0}-\sqrt{T_2}}.\frac{L_2}{L_1}=\sqrt{\frac{77,3}{20,4}}.\frac{\sqrt{300}-\sqrt{77,3}}{\sqrt{300}-\sqrt{20,4}}.\frac{4,5}{2}=2,92$$

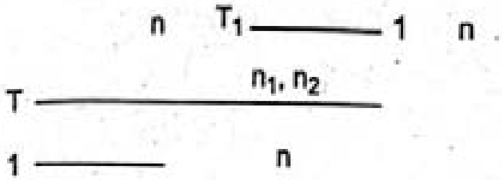
2.13*. Gọi n là mật độ phân tử trong áp kế (không kể miền giữa bản 1 và bản 2), áp suất tác dụng lên bản 2 ở mặt không đối diện với bản 1 là :

$$p = nkT \qquad (1)$$

Trong mỗi đơn vị thể tích trong khoảng không gian giữa hai bản 1 và 2 có n_1 phân tử bật ra từ bản 1, có vận tốc trung bình $\overline{v_1}=\sqrt{\frac{8RT_1}{\pi\mu}}$ và n_2 phân tử bật ra từ bản 2, có vận tốc trung bình $\overline{v}=\sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$. Các phân tử đó tạo nên áp suất p_1 tác dụng lên mặt của bản 2, phần đối diện với bản 1 là :

$$p_1 = n_1kT_1 + n_2kT \qquad (2)$$

Ta sẽ tính n_1 và n_2 dựa vào điều kiện của trạng thái dừng : Không có sự tích tụ phân tử vào bất kì vùng nào của không gian. "Số phân tử từ bản 1 sang bản 2 = số phân tử từ bản 2 sang bản 1", tức là :



Hình B.8

$$\frac{1}{4}n_1\overline{v_1}=\frac{1}{4}n_2\overline{v} \qquad (3)$$

"Số phân tử từ khoảng giữa 1, 2 đi ra ngoài = số phân tử từ ngoài vào đó"

$$\frac{1}{4}n_1\overline{v_1}=\frac{1}{4}n_2\overline{v}=\frac{1}{4}n\overline{v} \qquad (4)$$

Từ (3) và (4) suy ra :

$$n_2=\frac{n}{2} \qquad \text{và} \qquad n_1=n_2\sqrt{\frac{T}{T_1}}=\frac{n}{2}\sqrt{\frac{T}{T_1}}$$

Hiệu số áp suất Δp giữa hai mặt của bản 2 có thể tính được :

$$\Delta p = p_1 - p = \frac{n}{2}kT\left(\sqrt{\frac{T_1}{T}}-1\right)=\frac{1}{2}p\left(\sqrt{\frac{T_1}{T}}-1\right)$$

Do hiệu số áp suất Δp, khí tác dụng lên bản 2 một ngẫu lực có momen là $M = 2S\Delta p.\frac{l}{2}$; S là diện tích nửa bản 2. Momen này làm cho bản 2 quay một góc φ sao cho : $M = K\varphi$; trong đó K là hằng số xoắn của dây treo.

Giữa chu kì dao động tự do τ của bản 2 và hằng số xoắn K của dây treo có công thức :

$$\tau = 2\pi\sqrt{\frac{I}{K}} \qquad \text{(đề nghị bạn đọc tự tính lại)}$$

Từ đó tính K theo I và τ rồi thay vào phương trình $2S\Delta p.\frac{l}{4} = K\varphi$ ta sẽ có :

$$\varphi = \frac{\tau^2 Sl}{16\pi^2 I}p\left(\sqrt{\frac{T_1}{T}} - 1\right)$$

Chủ đề 3

3.8. a) $C_p = \frac{Q}{\Delta T} = \frac{1200}{75-17} = 20,69$ J/mol

Theo hệ thức May-e : $C_v = C_p - R = 20,69 - 8,31 = 12,38$ J/mol.

Từ đó suy ra : $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = 1,67$.

b) $\Delta U = C_v\Delta T = 12,38(75 - 17) = 720$ kJ.

c) $A' = Q - \Delta U = 1200 - 720 = 480$ kJ.

3.9. Gọi ν_1 và ν_2 là số mol khí trong mỗi bình trước khi thông nhau :

$$\nu_1 = \frac{p_1V_1}{RT_1} \quad ; \quad \nu_2 = \frac{p_2V_2}{RT_2}$$

Sau khi hai bình thông nhau, ta có : $\nu_1 + \nu_2 = \frac{p(V_1 + V_2)}{RT}$

Từ đó suy ra : $\frac{p_1V_1}{RT_1} + \frac{p_2V_2}{RT_2} = \frac{p(V_1 + V_2)}{RT}$ hay : $T = T_1T_2\frac{p(V_1 + V_2)}{p_1V_1T_2 + p_2V_2T_1}$

Bây giờ ta áp dụng nguyên lí I cho quá trình biến đổi của khí trong hai bình từ khi thông nhau đến khi cân bằng được thiết lập. Trong quá trình này, hệ gồm khí trong cả hai bình sinh công A = 0 và nhận nhiệt Q = 0, vậy độ tăng nội năng $\Delta U = \Delta U_1 + \Delta U_2 = 0$.

ΔU_1 và ΔU_2 lần lượt là độ tăng nội năng của ν_1 và ν_2 mol khí :

$$\nu_1 C_v(T - T_1) + \nu_2 C_v(T - T_2) = 0$$

hay là : $$(\nu_1 + \nu_2)T = \nu_1 T_1 + \nu_2 T_2$$

$$p(V_1 + V_2) = p_1V_1 + p_2V_2$$

Cuối cùng : $p = \dfrac{pV_1 + p_2V_2}{V_1 + V_2}$ và $T = T_1T_2\dfrac{p_1V_1 + p_2V_2}{p_1V_1T_2 + p_2V_2T_1}$.

3.10. Gọi nhiệt độ ban đầu của hệ là T_0, nhiệt độ sau cùng là T_1, áp suất ban đầu của khí trong hai ngăn bằng nhau và bằng p_0.

Khí trong ngăn trên nóng đẳng áp từ nhiệt độ T_0 đến T_1, thể tích của nó tăng từ V_0 đến $V_1 = V_0\dfrac{T_1}{T_0}$, công A' khí sinh ra là :

$$A' = p_0(V_1 - V_0) = p_0V_0\left(\frac{T_1}{T_0} - 1\right) = R(T_1 - T_0)$$

Khí trong ngăn dưới nóng đẳng tích từ nhiệt độ T_0 đến T_1, áp suất tăng từ p_0 đến $p_1 = p_0\dfrac{T_1}{T_0}$.

Áp dụng nguyên lí I : $\Delta U = Q - A' = 100 - R(T_1 - T_0)$.

Mặt khác lại biết rằng : $\Delta U = 2C_v(T_1 - T_0) = 5R(T_1 - T_0)$. Nhiệt lượng nhận được Q có biểu thức $Q = \Delta U + A' = 6R(T_1 - T_0)$. Theo đầu bài, nhiệt lượng này bằng 100 J. Vậy $6R(T_1 - T_0) = 100$ J.

Lực ma sát F tác dụng lên pit-tông A là :

$$F = (p_1 - p_0)S = p_0\left(\frac{T_1}{T_0} - 1\right)\frac{V_0}{h} = R(T_1 - T_0)\frac{1}{h}$$

Cuối cùng : $F = \dfrac{Q}{6h} = \dfrac{100}{6.0,5} = 33,3$ N.

3.11. $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{\nu_1 C_{p_1} + \nu_2 C_{p_2}}{\nu_1 C_{v_1} + \nu_2 C_{v_2}}$.

Thay $C_{p_1} = \frac{7}{2}R$; $C_{v_1} = \frac{5}{2}R$; $C_{p_2} = \frac{8}{2}R$; $C_{v_2} = \frac{6}{2}R$ ta sẽ có :

$$\gamma = \frac{2.7 + 3.8}{2.5 + 3.6} = \frac{38}{28} = 1,36$$

Trong trường hợp tổng quát, thay các nhiệt dung bằng biểu thức của nó :

$$C_p = \frac{\gamma}{\gamma - 1}R \;\; ; \;\; C_v = \frac{R}{\gamma - 1}$$

Kết quả là : $\gamma = \frac{\nu_1\gamma_1(\gamma_2 - 1) + \nu_2\gamma_2(\gamma_1 - 1)}{\nu_1(\gamma_2 - 1) + \nu_2(\gamma_1 - 1)}$.

3.12. Gọi V và ηV $(\eta > 1)$ là thể tích của hai ngăn sau quá trình biến đổi, ta sẽ có :

$$V + \eta V = 2V_0 \quad \Rightarrow \quad V = \frac{V_0}{2(\eta + 1)}$$

Công A_1 để làm giãn khí từ V_0 đến ηV : $A_1 = -p_0V_0 \ln\frac{\eta V}{V_0}$.

Công A_2 để làm giãn khí từ V_0 đến V : $A_2 = p_0V_0 \ln\frac{V_0}{V}$.

Lực tạo nên công A_1 và A_2 cùng chiều, vì vậy công A của pit-tông là tổng của hai công đó : $A = A_1 + A_2 = p_0V_0 \ln\frac{(\eta+1)^2}{4\eta}$.

3.13. Nhiệt nhận được trong quá trình giãn đẳng nhiệt :

$$Q_1 = p_0V_0 \ln n = \nu RT_0 \ln n \qquad (\nu \text{ là số mol} = 3)$$

Nhiệt nhận được trong quá trình đẳng tích :

$$Q_2 = \nu C_v(nT_0 - T_0) = \nu\frac{R}{\gamma - 1}T_0(n - 1)$$

Vậy : $Q_1 + Q_2 = \nu RT_0 \ln n + \nu\frac{R}{\gamma - 1}T_0(n - 1) = Q$.

Từ đó rút ra : $\gamma = 1 + \frac{(n - 1)}{\frac{Q}{\nu RT_0} - \ln n} = 1,4$.

3.14. a) Khi cân bằng áp suất thì lực do chênh lệch áp suất ở hai mặt pit-tông cân bằng với trọng lực của pit-tông : $(p_1 - p_0)S = Mg$.

Áp suất p_1 của khí khi cân bằng sẽ là : $p_1 = p_0 + \dfrac{Mg}{S}$ (1)

Quá trình biến đổi của khí là đoạn nhiệt thuận nghịch, ta có :

$$p_0V_0^\gamma = p_1V_1^\gamma \quad ; \quad \text{mà } V = hS \quad \text{nên} \quad p_0h_0^\gamma = p_1h_1^\gamma$$

Vậy : $h_1 = h_0\left(\dfrac{p_0}{p_1}\right)^{\frac{1}{\gamma}} = h_0\left(\dfrac{p_0}{p_0 + \dfrac{Mg}{S}}\right)^{\frac{1}{\gamma}}$ hay là $h_1 = h_0\left(1 + \dfrac{Mg}{p_0S}\right)^{\frac{1}{\gamma}}$. (2)

Nhiệt độ T_1 thoả mãn hệ thức sau đây : $\dfrac{p_1h_1}{T_1} = \dfrac{p_0h_0}{T_0}$.

$$T_1 = T_0\frac{p_1}{p_0}\frac{h_1}{h_0} \qquad \text{suy ra} \qquad T_1 = T_0\left(1 + \frac{Mg}{p_0S}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad (3)$$

Áp dụng nguyên lí I cho quá trình đoạn nhiệt, công nhận được $A = \Delta U$:

$$A = \frac{m}{\mu}C_v(T_1 - T_0) = \frac{m}{\mu}\frac{R}{\gamma - 1}(T_1 - T_0)$$

Chú ý rằng : $\dfrac{p_0V_0}{T_0} = \dfrac{m}{\mu}R$, ta có :

$$A = \frac{p_0V_0}{T_0}\frac{1}{\gamma - 1}(T_1 - T_0) \quad (4)$$

Công A_k do áp suất khí quyển là : $A_k = p_0S(h_0 - h_1)$ (5)

Công A_p do trọng lực của pit-tông là : $A_p = Mg(h_0 - h_1)$ (6)

Chú ý rằng từ (4), (5) và (6) ta thấy $A \neq A_k + A_p$

Sở dĩ như vậy vì để cho quá trình là thuận nghịch phải tác dụng thêm vào pit-tông một lực ban đầu bằng và ngược chiều với trọng lực của pit-tông rồi cứ giảm dần cường độ sao cho pit-tông từ từ đi xuống. Công của lực ấy có tham gia vào bảng cân đối năng lượng.

b) Nếu thả cho pit-tông rơi tự do thì quá trình biến đổi của khí không phải là thuận nghịch, không thể áp dụng được các công thức về biến đổi đoạn nhiệt thuận nghịch như ở mục a). Bây giờ, có thể áp dụng nguyên lí I để tính A theo cách tương tự như trên và dùng đẳng thức : $A = A_k + A_p$

Áp suất của cột khí khi cân bằng là p_1, nhưng nhiệt độ và chiều cao của cột khí là T_1' và h_1' :

$$\frac{p_0V_0}{T_0}\frac{1}{\gamma-1}(T_1'-T_0)=(p_0S+Mg)(h_0-h_1') \qquad (7)$$

Ngoài ra, phương trình trạng thái là : $\dfrac{p_1h_1'}{T_1'}=\dfrac{p_0h_0}{T_0}$ (8)

Từ (7) và (8) suy ra : $\dfrac{T_1'}{T_0}=1+\dfrac{\gamma-1}{\gamma}\dfrac{Mg}{p_0S}$ (9)

và

$$h_1'=h_0\frac{1+\dfrac{\gamma-1}{\gamma}\dfrac{Mg}{p_0S}}{1+\dfrac{Mg}{p_0S}} \qquad (10)$$

c) Pit-tông rơi tự do sẽ vượt qua vị trí cân bằng đi xuống dưới, dừng lại rồi đi lên trên, lại vượt qua vị trí cân bằng và dao động tắt dần trước khi dừng lại ở vị trí cân bằng. Đối với những dao động biên độ nhỏ của pit-tông quanh vị trí cân bằng, ta coi gần đúng là quá trình thuận nghịch và dùng công thức :

$$pV^{\gamma}=\text{const} \qquad \text{hay} \qquad ph^{\gamma}=\text{const} \qquad (11)$$

Lấy đạo hàm sẽ có : $\dfrac{dp}{p}+\gamma\dfrac{dh}{h}=0.$

Quanh vị trí cân bằng, thì $p\approx p_1$, $h\approx h_1'$. Thay vào công thức trên :

$$\frac{dp}{p_1}+\gamma\frac{dh}{h_1'}=0$$

bây giờ viết phương trình chuyển động của pit-tông, lấy trục thẳng đứng hướng lên làm trục toạ độ z, vị trí cân bằng là gốc toạ độ, ta sẽ có dh = z. Định luật II Niu-tơn đối với pit-tông cho :

$$M\ddot{z}=Sdp=-\gamma\frac{p_1}{h_1'}z.S \qquad ; \qquad \ddot{z}+\gamma\frac{p_1S}{h_1'M}z=0$$

Từ đó suy ra biểu thức cho chu kì dao động : $T=2\pi\sqrt{\dfrac{Mh_1'}{\gamma p_1S}}$.

3.15. a) Xem hình B.9.

b) $$A' = \frac{p_1V_1}{\gamma-1}\left[1-\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}\right]+\frac{p_2'V_2}{\gamma-1}\left[1-\left(\frac{V_2}{V_3}\right)^{\gamma-1}\right].$$

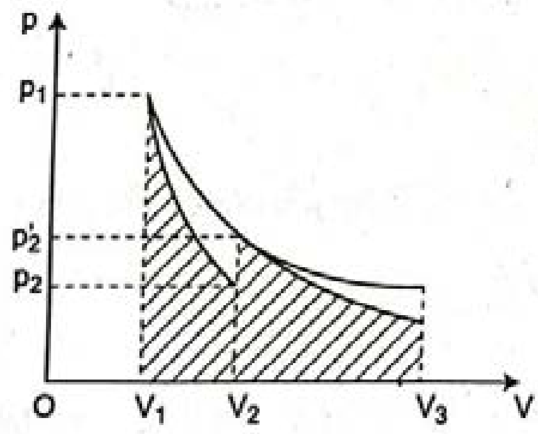
Vì $p_2'V_2 = p_1V_1$ nên : $A' = \frac{p_1V_1}{\gamma-1}\left\{2-\left[\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}+\left(\frac{V_2}{V_3}\right)^{\gamma-1}\right]\right\}$.

c) Nếu cho trước V_1 và V_2 thì lượng trong dấu [ ] : $B = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}+\left(\frac{V_2}{V_3}\right)^{\gamma-1}$

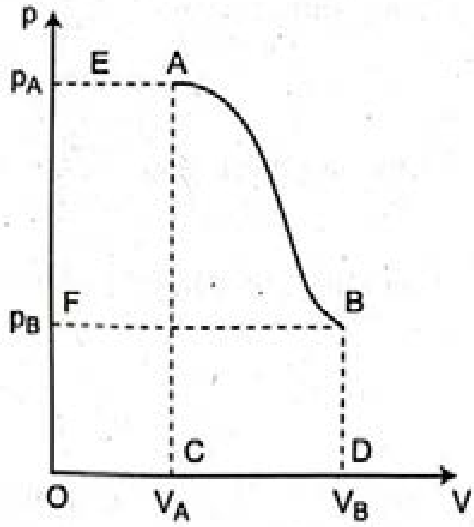
là tổng của hai số hạng có tích không đổi, bằng $\left(\frac{V_1}{V_3}\right)^{\gamma-1}$. B cực tiểu khi hai số hạng đó bằng nhau :

$$\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}=\left(\frac{V_2}{V_3}\right)^{\gamma-1} \quad\Rightarrow\quad V_2=\sqrt{V_1V_3}$$

Với giá trị này của V_2 thì B là cực tiểu và A là cực đại (công A bằng diện tích gạch chéo trên đồ thị hình B.9).



Hình B.9



Hình B.10

3.16. Trên phần còn lại của đồ thị có thể đo được diện tích ABFE = S, từ S sẽ suy ra công A' (bằng diện tích ABCD). Trên hình B.10 ta thấy :

dt ABDC + dt ACOE = dt ABFE + dt BDOF

$$A' + p_AV_A = S + p_BV_B \qquad (1)$$

Theo nguyên lí I với Q = 0 thì :

$$A' = -\Delta U = \nu\frac{3}{2}R(T_A - T_B) = (p_A V_A - p_B V_B)\frac{3}{2} \qquad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra : $A' = \frac{3}{5}S$.

3.17. Kí hiệu M là khối lượng pit-tông, S là tiết diện xilanh. Trọng lực pit-tông tạo nên một áp suất phụ Δp cho khí bị giam ở dưới pit-tông. Nếu khí bị giam ở trên pit-tông thì áp suất bị giảm Δp : $\Delta p = \frac{Mg}{S}$ (1)

Lượng khí bị giam trong xilanh biến đổi qua hai quá trình, giữa ba trạng thái sau đây :

$$(I)\begin{cases} p_0 + \Delta p \\ hS \\ T \end{cases} \rightarrow (II)\begin{cases} p_0 - \Delta p \\ h'S \\ T' \end{cases} \rightarrow (III)\begin{cases} p_0 - \Delta p \\ h''S \\ T \end{cases}$$

Quá trình (I) $\rightarrow$ (II) là đoạn nhiệt, không thuận nghịch.

Quá trình (II) $\rightarrow$ (III) là nóng đẳng áp.

Áp dụng định luật Bôi-lơ - Ma-ri-ốt cho hai trạng thái (I) và (III) có cùng nhiệt độ T : $(p_0 + \Delta p)hS = (p_0 - \Delta p)h''S$ (2)

Từ đây rút ra : $\Delta p = \frac{h''.h}{h''+h}p_0 = \frac{1}{9}p_0$ (3)

Áp dụng nguyên lí I cho quá trình đoạn nhiệt từ (I) $\rightarrow$ (II) :

Công sinh ra : $A' = (h' - h)(p_0 - \Delta p)S = \frac{8}{9}p_0S(h' - h)$. Biến đổi nội năng :

$\Delta U = \frac{3}{2}R(T' - T)$. Theo nguyên lí I, khi $Q = 0$ thì $A' = -A = -\Delta U$; tức là :

$$\frac{8}{9}p_0S(h' - h) = \frac{3}{2}R(T - T') \qquad (4)$$

Phương trình trạng thái cho (I) và (II) : $\frac{(p_0 + \Delta p)hS}{T} = \frac{(p_0 - \Delta p)h'S}{T'}$.

Sau một biến đổi đơn giản, ta tính được :

$$\frac{T'}{T} = \frac{p_0 - \Delta p}{p_0 + \Delta p}\frac{h'}{h} = \frac{8}{10}\frac{h'}{h} \qquad (5)$$

Phương trình Cla-pê-rôn – Men-đê-lê-ép cho trạng thái (III) :

$$RT = (p_0 - \Delta p)h''S = \frac{8}{9}p_0.\frac{5}{4}h.S = \frac{10}{9}p_0 h.S \quad (6)$$

Từ (4), (5) và (6) suy ra :

$$\frac{8}{9}(h' - h)p_0 S = \frac{5}{3}(1 - \frac{8h'}{10h})hp_0 S \quad (7)$$

Giải phương trình (7), tìm được :

$$h' = \frac{23}{20}h = 1,15h$$

3.18. a) Độ tăng nội năng ΔU cho bởi công thức : $\Delta U = \frac{m}{\mu}C_v(T_1 - T_0)$ (1)

T_0 và T_1 lần lượt là nhiệt độ ban đầu và nhiệt độ cuối của khí lí tưởng. T_0 và T_1 có thể tính được theo các số liệu của đầu bài.

$$p_0 V_0 = \alpha V_0^2 = \frac{m}{\mu}RT_0 = \frac{m}{\mu}(\gamma - 1)C_v T_0$$

$$p_1 V_1 = \eta^2 \alpha V_0^2 = \frac{m}{\mu}(\gamma - 1)C_v T_1$$

Từ đây suy ra : $T_1 = \eta^2 T_0$ và $\frac{m}{\mu}C_v = \frac{\alpha V_0^2}{(\gamma - 1)T_0}$.

Thay vào (1) ta có : $\Delta U = \alpha V_0^2 \frac{\eta^2 - 1}{\gamma - 1}$.

b) Công mà khí sinh ra : $A' = \int pdV = \int_{V_0}^{\eta V_0} \alpha V dV = \frac{1}{2}\alpha V_0^2(\eta^2 - 1)$.

c) Nhiệt lượng Q mà khí nhận được :

$$Q = \Delta U - A = \Delta U + A' = \alpha V_0^2(\eta^2 - 1)\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\gamma - 1}\right)$$

Nhiệt dung mol của khí : $C = \frac{Q}{T_1 - T_0} : \frac{m}{\mu} = C_v + \frac{R}{2}$.

3.19. Gọi V_0 là thể tích của bình, sau khi giãn đoạn nhiệt khí chiếm thể tích $V_1 > V_0$ và có nhiệt độ T_1 :

$$\frac{m_1}{m_0} = \frac{V_0}{V_1} = \frac{p_1}{p_0}\frac{T_0}{T_1}$$

Tỉ số nhiệt độ tính được theo công thức của quá trình đoạn nhiệt $\frac{T_0}{T_1} = \left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$. Từ đó suy ra :

$$\frac{m_1}{m_0}\left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{\frac{1}{\gamma}} = \left(\frac{0,75}{1}\right)^{\frac{1}{1,4}} = 0,814 \approx 81\%$$

Sau khi đóng khoá bình, khối lượng m_1 khí trong bình nóng đẳng tích từ nhiệt độ T_1 đến T_0. Nhiệt nhận được sẽ là :

$$Q = m_1C_v(T_0 - T_1) = m_1C_vT_0\left[1-\left(\frac{p_0}{p_1}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}\right] = m_0C_vT_0\left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{\frac{1}{\gamma}}\left[1-\left(\frac{p_0}{p_1}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}\right]$$

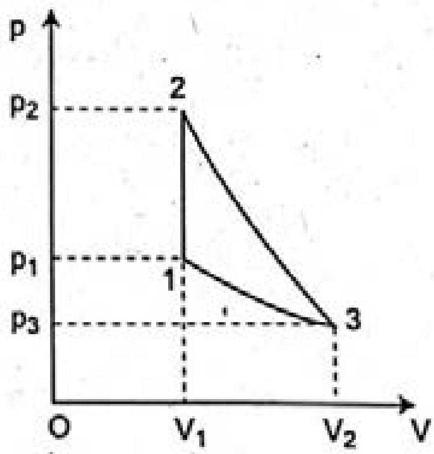
Đặt $x = \frac{p_1}{p_0}$, $K = mC_vT_0$ thì : $Q = Kx^{\frac{1}{\gamma}}(1 - x^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}) = K(x^{\frac{1}{\gamma}} - x)$. Q cực đại khi :

$$\frac{dQ}{dx} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad x = \gamma^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} = 1,4^{-\frac{1,4}{0,4}} = 0,31$$

Tức là : $p_1 = 0,31p_0 = 0,31.10^5$ Pa.

3.20. a) Xem hình B.11.

$$\underset{(1)}{\begin{pmatrix} p_1 \\ V_1 \\ T_1 \end{pmatrix}} \rightarrow \underset{(2)}{\begin{pmatrix} p_2 = 2p_1 \\ V_2 = V_1 \\ T_2 \end{pmatrix}} \rightarrow \underset{(3)}{\begin{pmatrix} p_3 \\ V_3 \\ T_3 = T_1 \end{pmatrix}} \rightarrow \underset{(1)}{\begin{pmatrix} p_1 \\ V_1 \\ T_1 \end{pmatrix}}$$



Hình B.11

1-2 đẳng tích : $T_2 = 2T_1$

2-3 đoạn nhiệt : $V_3 = V_1.2^{\frac{1}{\gamma-1}}$; $p_3 = p_1.2^{\frac{1}{1-\gamma}}$;

$V_3 = 0,107\ m^3 = 107\ l$;

$p_3 = 0,177$ atm = 17900 Pa

b) $A_{23} = \frac{p_2V_2 - p_3V_3}{\gamma - 1} = \frac{p_1V_1}{0,4} = 2,5RT_1 = 4780$ J

$A = A_{12} + A_{23} + A_{31} = 0 + 2,5RT_1 - 2,5RT_1\ln 2 = 1470$ J

3.21*. Từ phương trình $pV^n = p_1V_1^n$ rút ra $p = p_1V_1^n.\frac{1}{V^n}$ rồi thay vào biểu thức của p dưới dấu tích phân sau đây :

$$A = \int_{V_1}^{V_2} pdV = p_1V_1^n \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V^n} = \frac{p_1V_1}{n-1}\left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{n-1}\right]$$

Tỉ số $\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{n-1}$ có thể tính được theo T hoặc theo p rồi thay vào biểu thức của công A ta sẽ có :

$$A = \frac{p_1V_1 - p_2V_2}{n-1} \quad \text{hoặc} \quad A = \frac{p_1V_1}{n-1}\left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right)$$

3.22*. a) Từ công thức (9) của bài giải (3.6) : $n = \frac{C - C_p}{C - C_v}$ ta suy ra :

$$C = \frac{nC_v - C_p}{n-1} = \frac{1}{n-1}\left(\frac{nR}{\gamma - 1} - \frac{\gamma R}{\gamma - 1}\right) = \frac{(n-\gamma)R}{(n-1)(\gamma-1)} = \frac{15}{2}R$$

b) Ta hãy tính nhiệt nhận được $\delta Q = CdT$ và độ tăng nội năng $dU = C_vdT$ theo công sinh ra δA. Trước hết, chú ý rằng :

$$\delta U = \frac{C_v}{C}\delta Q = \left(\frac{5}{2}\frac{2}{15}\right)\delta Q = \frac{1}{3}\delta Q$$

Thay vào phương trình của nguyên lí I, ta có :

$$\delta A = \delta Q - dU = \frac{2}{3}\delta Q \quad \Rightarrow \quad \delta Q = \frac{3}{2}\delta A, \;\; dU = \frac{1}{2}\delta A$$

Khi giãn khí $\delta A > 0$, từ công thức trên, ta thấy rằng : $\delta Q > 0$, khí nhận nhiệt ; $dU > 0$, khí nóng lên.

Có thể giải thích như sau : Khi giãn khí nhận nhiệt lượng Q, $\frac{2}{3}$ nhiệt lượng ấy chuyển thành công giãn khí, $\frac{1}{3}$ nhiệt lượng ấy chuyển thành nội năng làm cho khí nóng lên.

3.23*. Với quá trình $pV^{1,3} = \text{const}$.

a) $C = -\dfrac{1}{1,2}R$.

b) $\delta Q = \dfrac{1}{4}\delta A$, $dU = -\dfrac{3}{4}\delta A$, khi giãn thì khí nhận nhiệt lượng và lạnh đi.

Giải thích : Công sinh ra δA bằng 4 lần nhiệt nhận được δQ, một phần nội năng chuyển thành công nên nội năng giảm, khí lạnh đi.

3.24*. $Q = 10$ kJ ; $V_2 = 10V_1$; $p_2 = \dfrac{1}{8}p_1$.

Biết rằng : $p_1V_1^n = p_2V_2^n$; suy ra :

$$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^n \quad \Rightarrow \quad n = \ln\frac{p_1}{p_2} : \ln\frac{V_2}{V_1} = \ln 8 : \ln 10 = 0,9$$

Nếu biết γ thì có thể dùng công thức $n = \dfrac{C - C_p}{C - C_v}$ để tìm ra mối quan hệ giữa C và C_v, ở đây ta có (xem bài 3.22*) :

$$C = \frac{(n-\gamma)}{(n-1)}C_v = \frac{0,9 - 1,4}{0,9 - 1}C_v = 5C_v$$

Biết rằng : $\dfrac{\Delta U}{Q} = \dfrac{C_v}{C} = \dfrac{1}{5}$, ta có $\Delta U = \dfrac{1}{5}Q = 2$ kJ.

3.25*. $A = -250$ kJ, $Q = -200$ kJ.

Nguyên lí I cho $\Delta U = Q - A = 50$ kJ mà $\dfrac{\Delta U}{Q} = \dfrac{C_v}{C} = \dfrac{50}{-200}$; từ đó suy ra $C = -4C_v$.

$$n = \frac{C - C_p}{C - C_v} = \frac{C - C_v - R}{C - C_v} = 1 - \frac{R}{C - C_v} = 1 + \frac{R}{5C_v} = 1 + \frac{\gamma - 1}{5} = 1,08$$

3.26*. $n = \ln\dfrac{p_1}{p_2} : \ln\dfrac{V_2}{V_1} = \ln 4 : \ln 3 = 1,26$; $A = \dfrac{p_1V_1 - p_2V_2}{n-1} = 1950$ kJ

Để tính Q và ΔU ta phải tìm tỉ số $\dfrac{C_v}{C}$, xuất phát từ công thức :

$$C = \frac{(n-\gamma)}{(n-1)}C_v = \frac{1,26-1,4}{1,26-1}C_v = -\frac{7}{13}C_v$$

Mặt khác : $\frac{Q}{\Delta U} = \frac{C}{C_v} = -\frac{7}{13} \quad \Rightarrow \quad \frac{Q}{-7} = \frac{\Delta U}{13} = \frac{Q - \Delta U}{-20} = \frac{A}{-20}$

$$Q = \frac{-7}{-20}A = \frac{7}{20}1950 = 682 \text{ kJ} \; ; \; \Delta U = \frac{13}{-20}1950 = -1267 \text{ kJ}$$

3.27*. Theo công thức (4) của bài 3.7 ta có :

$$v = \sqrt{\frac{2}{\mu}C_p(T_0 - T)} = \sqrt{\frac{2}{\mu}\frac{\gamma}{\gamma-1}R(T_0 - T)}$$

Mà $T_0 - T = T_0\left(1 - \frac{T}{T_0}\right)$, tỉ số $\frac{T}{T_0}$ có thể tính được theo phương trình đoạn nhiệt : $T_0^\gamma p_0^{1-\gamma} = T^\gamma p^{1-\gamma}$; ta suy ra : $\frac{T}{T_0} = \left(\frac{p_0}{p}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$.

Thay vào biểu thức của v : $v = \sqrt{\frac{2}{\mu}\frac{\gamma}{\gamma-1}RT_0\left[1 - \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]}$ (1)

Lượng khí q thoát ra trong đơn vị thời gian : q = ρvS ; ρ là mật độ khí, tỉ lệ với $\frac{1}{V}$.

Chú ý rằng : $\frac{\rho}{\rho_0} - \frac{V_0}{V} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{1}{\gamma}}$, ta có :

$$q = S\sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1}p_0\rho_0\left[\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{2}{\gamma}} - \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}}\right]} \qquad (2)$$

3.28*. Lặp lại cách làm như bài (3.7) ta sẽ có :

$$C_pT + \frac{1}{2}\frac{k\mu_1 + \mu_2}{k+1}v^2 = \text{const}$$

Từ đó suy ra : $v = \sqrt{\frac{2(k+1)}{k\mu_1 + \mu_2}\frac{7}{2}RT}$.

3.29*. a) T = 3150 K.

b) v = 3000 m/s.

3.30*. Sau quá trình hút khí đầu tiên, áp suất khí trong bình (ở nhiệt độ T_1) là :

$$p_1 = p_0 \frac{V}{V+\Delta V} = 0,9p_0$$

a) Sau 8 quá trình hút khí, áp suất trong bình là :

$$p_8 = (0,9)^8 p_0 = 0,43p_0 \tag{1}$$

Công hút khí trong quá trình hút khí đầu tiên là :

$$W_1 = p_0\Delta V - \frac{p_0 V}{\gamma-1}\left[1-\left(\frac{V}{V+\Delta V}\right)^{\gamma-1}\right] = p_0\Delta V - A_1$$

với $A_1 = \frac{p_0 V}{\gamma-1}\left[1-\left(\frac{V}{V+\Delta V}\right)^{\gamma-1}\right]$

Công hút khí trong quá trình hút khí thứ hai là :

$$W_2 = p_0\Delta V - \frac{p_1 V}{\gamma-1}\left[1-\left(\frac{V}{V+\Delta V}\right)^{\gamma-1}\right] = p_0\Delta V - 0,9A$$

Công hút khí trong 8 quá trình hút đầu tiên là :

$$W_{S8} = W_1 + W_2 + \ldots + W_8 = 8p_0\Delta V - (A_1 + 0,9A_1 + \ldots + 0,9^7 A_1)$$

$$= 8p_0\Delta V - A_1\frac{1-0,9^8}{1-0,9} = \frac{8}{9}p_0 V - 5,7A_1$$

$$W_{S8} = \frac{8}{9}p_0 V - 0,584p_0 V = 0,30p_0 V \tag{2}$$

b) Sau 8 lần hút khí tiếp theo, áp suất trong bình là :

$$p_{16} = 0,9^{16}p_0 = 0,185p_0 \tag{3}$$

Công hút khí trong 8 lần này là :

$$W_{9\text{-}16} = W_9 + W_{10} + \ldots + W_{16} = 8p_0\Delta V - (A_9 + A_{10} + \ldots + A_{16})$$

$$= \frac{8}{9}p_0\Delta V - 0,9^8 A_1\frac{1-0,9^7}{1-0,9}$$

$$W_{9\text{-}16} = \left(\frac{8}{9} - 0,43.0,584\right)p_0\Delta V = 0,64p_0 V \tag{4}$$

3.31*. Công khí sinh ra ở ngăn bị nén từ V_0 đến $\frac{1}{2}V_0$ là : $A_1 = \frac{p_0V_0}{\gamma-1}\left[1-2^{\gamma-1}\right]$.

Công khí sinh ra ở ngăn mà khí bị giãn từ $\frac{1}{2}V_0$ đến V_0 là :

$$A_2 = \frac{p_0V_0}{\gamma-1}\left[1-\left(\frac{2}{3}\right)^{\gamma-1}\right]$$

Công tổng cộng mà khí sinh ra : $A = A_1 + A_2$.

Công của lực tác dụng lên pit-tông : $A' = -A = \frac{p_0V_0}{\gamma-1}\left[2^{\gamma-1}+\left(\frac{2}{3}\right)^{\gamma-1}-2\right]$.

3.32*. Khí trong hai ngăn hợp thành một hệ biến đổi đoạn nhiệt $\delta Q = 0$

$$dU = -\delta A' \qquad (1) \qquad \Delta U = -A'$$

Gọi ν là số mol khí có trong mỗi ngăn. Xét trạng thái mà một ngăn có thể tích V' (V' > V_0), áp suất p', ngăn kia có thể tích V", áp suất p", nhiệt độ của cả hai ngăn là T. Xét một biến đổi vô cùng nhỏ : thể tích V' có số gia dV', nhiệt độ có số gia dT. Công mà khí (trong cả hai ngăn) sinh ra :

$$dA' = (p' - p'')dV' \qquad ; \qquad dU = 2\nu C_v dT = 2\nu\frac{R}{\gamma-1}dT$$

Thay hai biểu thức trên vào (1), ta có : $-(p' - p'')dV' = 2\nu\frac{R}{\gamma-1}dT$

Chú ý rằng : $p' = \frac{\nu RT}{V'}$; $p'' = \frac{\nu RT}{2V_0 - V''} = \frac{\nu RT}{2V_0 - V'}$ ta sẽ có :

$$\frac{2}{\gamma-1}\frac{dT}{T} = \left(\frac{1}{2V_0V'} - \frac{1}{V'}\right)dV'$$

Lấy tích phân hai vế :

$$\frac{2}{\gamma-1}\ln\frac{T_1}{T_0} = -\ln(2V_0 - V') - \ln V'\Bigg|_{V_0}^{\frac{3}{2}V_0} - \ln(2V_0 - V')V'\Bigg|_{V_0}^{\frac{3}{2}V_0} = \ln\frac{3}{4}$$

Vậy : $\frac{T_1}{T_0} = \left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{\gamma-1}{2}}$; $T_1 = T_0\left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{\gamma-1}{2}} = 1,06T_0$.

Công A' mà khí sinh ra là : A' = −ΔU.

Công A tác dụng lên pit-tông A = −A' = ΔU.

$$A = \frac{2\nu R}{\gamma-1}(T_1 - T_0) = \frac{2\nu RT_0}{\gamma-1}\left(\frac{T_1}{T_0}-1\right) = \frac{2p_0V_0}{\gamma-1}\left[\left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{\gamma-1}{2}}-1\right].$$

3.33*. Theo nguyên lí I : $dU = \delta Q - \delta A'$; với $\delta A'$ là công mà khí sinh ra.

Hay là : $\frac{R}{\gamma-1}dT = \frac{\alpha}{T}dT - \delta A'$; $\delta A' = \left(\frac{\alpha}{T} - \frac{R}{\gamma-1}\right)dT$.

a) $A' = \int \delta A' = \int_{T_1}^{T_2}\left(\frac{\alpha}{T} - \frac{R}{\gamma-1}\right)dT = \alpha \ln\frac{T_2}{T_1} - \frac{R}{\gamma-1}(T_2 - T_1)$.

Với $T_2 = 2T_1$ thì : $A' = \alpha \ln 2 - \frac{R}{\gamma-1}T_1$.

b) Thay $\delta A' = pdV$ trong (1), ta có :

$$\left(\frac{\alpha}{T} - \frac{R}{\gamma-1}\right)dT = pdV \qquad (2)$$

Từ phương trình trạng thái pV = RT rút ra biểu thức của dT :

$$dT = \frac{1}{R}d(pV) = \frac{1}{R}(pdV + Vdp)$$

Thay biểu thức của dT vào phương trình (2), ta có :

$$\frac{\alpha}{RT}d(pV) - \frac{1}{\gamma-1}(\gamma pdV + Vdp) = 0 \qquad (3)$$

Đại lượng trong ( ) có thể viết như sau : $\gamma pdV + Vdp = \frac{pV}{pV^\gamma}d(pV^\gamma)$.

Như vậy thì (3) có dạng : $\alpha(\gamma-1)\frac{d(pV)}{(pV)^2} - \frac{d(pV^\gamma)}{pV^\gamma} = 0$.

Lấy tích phân : $\frac{\alpha(\gamma-1)}{pV} + \ln(pV^\gamma) = K$.

Hay là : $$pV^\gamma e^{\frac{\alpha(\gamma-1)}{pV}} = \text{const} \qquad (4)$$

Đây là phương trình cần tìm.

Chủ đề 4

4.3. a) Công sinh ra $A' = A'_{AB} + A'_{CD}$

$$= RT_1 \ln\frac{V_2}{V_1} - RT_2 \ln\frac{V_2}{V_1} = R(T_1 - T_2)\ln\frac{V_2}{V_1}$$

b) Nhiệt nhận được trong hai giai đoạn DA (nóng đẳng tích) và AB (giãn đẳng nhiệt) là $Q_1 = \frac{3}{2}R(T_1 - T_2) + RT_1 \ln\frac{V_2}{V_1}$.

c) Hiệu suất của chu trình :

$$H = \frac{A'}{Q_1} = \frac{R(T_1 - T_2)\ln\frac{V_2}{V_1}}{\frac{3}{2}R(T_1 - T_2) + RT_1 \ln\frac{V_2}{V_1}} = \frac{(T_1 - T_2)\ln\frac{V_2}{V_1}}{\frac{3}{2}(T_1 - T_2) + T_1 \ln\frac{V_2}{V_1}}$$

Chú ý rằng nhiệt nhận được trong quá trình DA thì bằng nhiệt toả ra trong quá trình BC. Quá trình DA tăng nhiệt độ tác nhân từ T_2 đến T_1, còn quá trình BC giảm nhiệt độ tác nhân ngược lại từ T_1 trở về T_2. Nếu có một hệ vật trữ nhiệt, nhận nhiệt lượng thuận nghịch từ tác nhân trong quá trình BC rồi lại nhả nhiệt thuận nghịch cung cấp cho tác nhân trong quá trình DA thì có thể coi hệ vật đó cùng với tác nhân chỉ tiếp xúc nhiệt với hai nguồn : nhận nhiệt lượng $RT_1 \ln\frac{V_2}{V_1}$ từ nguồn nóng và nhả nhiệt $RT_2 \ln\frac{V_2}{V_1}$ cho nguồn lạnh. Khi đó thì hiệu suất sẽ là :

$$H = \frac{A'}{RT_1 \ln\frac{V_2}{V_1}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

Giả thiết có một hệ vật trữ nhiệt như thế là lí tưởng hoá. Trong thực tế không đạt được hoàn toàn việc trao đổi nhiệt thuận nghịch.

4.4. Trước hết ta vẽ đồ thị biểu diễn chu trình trong hai trường hợp a) và b) (xem hình B.12).

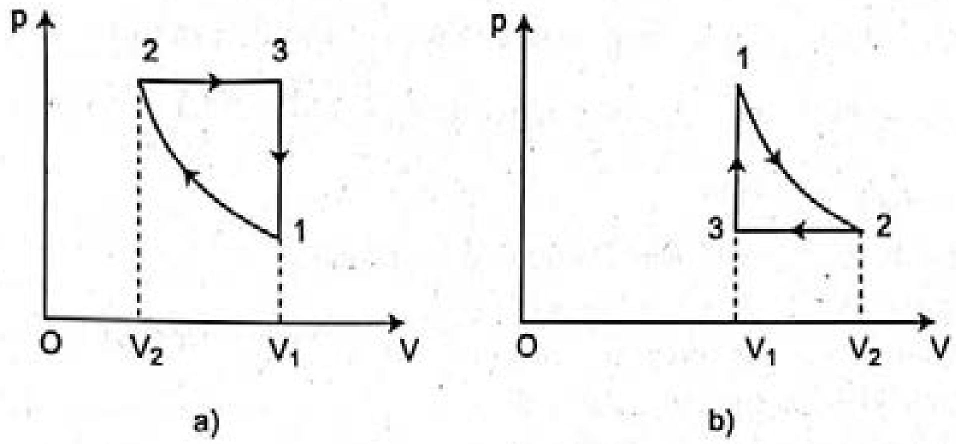
a) Quá trình 1-2 là đoạn nhiệt : $T_1V_1^{\gamma-1} = T_2V_2^{\gamma-1}$.

Từ đó suy ra : $\dfrac{T_1}{T_2}=\left(\dfrac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1}=\left(\dfrac{1}{n}\right)^{\gamma-1}$.

Quá trình 2-3 là đẳng áp, ta có : $\dfrac{T_2}{T_3}=\dfrac{V_2}{V_1}=\dfrac{1}{n}$.

Nhiệt lượng mà khí (gồm ν mol) nhận được trong chu trình :

$$Q_1=\nu C_p(T_3-T_2)$$



Hình B.12

Nhiệt lượng mà khí nhả ra trong chu trình : $Q_2'=\nu C_p(T_3-T_1)$.

Hiệu suất của chu trình : $H=\dfrac{Q_1-Q_2'}{Q_1}=1-\dfrac{Q_2'}{Q_1}$.

Mà : $\dfrac{Q_2'}{Q_1}=\dfrac{C_v(T_3-T_1)}{C_p(T_3-T_2)}=\dfrac{C_v(1-\dfrac{T_1}{T_3})}{C_p(1-\dfrac{T_2}{T_3})}=\dfrac{1}{\gamma}\dfrac{1-\left(\dfrac{1}{n}\right)^{\gamma-1}}{1-\dfrac{1}{n}}$.

Cuối cùng : $H=1-\dfrac{1}{\gamma}\dfrac{n^{\gamma}-n}{(n-1)n^{\gamma-1}}$.

4.5. Với chu trình 12341 : $H_1=\dfrac{A_1}{Q_1}$. Với chu trình 56745 : $H_2=\dfrac{A_2}{Q_2}$.

Từ đồ thị có thể thấy rằng dt(1234) = dt(5674) ; tức là $A_1=A_2$; từ đó suy ra : $\dfrac{H_1}{H_2}=\dfrac{Q_2}{Q_1}$.

Để tính các nhiệt lượng Q_1 và Q_2 ta xác định các nhiệt độ :

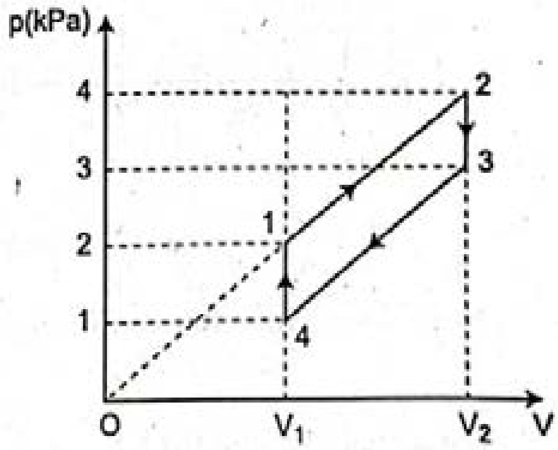
$$T_2 = T_5 = 2T_1 \; ; \; T_3 = T_6 = 6T_1 \; ; \; T_4 = 3T_1 \; ; \; T_7 = 9T_1$$

Chu trình 12341 nhận nhiệt trong các quá trình 12 và 23, chu trình 56745 nhận nhiệt trong các quá trình 56 và 67. Gọi ν là số mol khí thực hiện chu trình, ta có :

$$\frac{H_1}{H_2} = \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{\nu\left[C_v(T_6 - T_5) + C_p(T_7 - T_6)\right]}{\nu\left[C_v(T_2 - T_1) + C_p(T_3 - T_2)\right]} = \frac{4C_v + 3C_p}{C_v + 4C_p} = \frac{27}{23}$$

4.6. Quá trình 1-2 pit-tông đi từ A đến B : thể tích tăng từ $V_1 = 200 \text{ cm}^3$ đến $V_2 = 400 \text{ cm}^3$, áp suất tăng từ $p_1 \dfrac{F}{S} = \dfrac{kx}{S} = \dfrac{hV}{S^2} = 2000 \text{ Pa} = 2 \text{ kPa}$ đến $p_2 = 2p_1 = 4 \text{ kPa}$.

Để lò xo đi từ C đến D chưa có ảnh hưởng gì tới chất khí vì vành B đã cản pit-tông lại, thể tích khí không tăng thêm được nữa. Khí bị làm nguội đẳng tích theo quá trình 2-3, áp suất giảm từ $p_2 = 4$ kPa đến $p_3 = 3$ kPa thì lực của áp suất và của lò xo tác dụng lên pit-tông cân bằng với nhau.



Hình B.13

Trong quá trình 3-4, khí tiếp tục được làm nguội, lực của lò xo đẩy pit-tông làm giảm thể tích khí, pit-tông đi về phía khí thì lò xo bớt bị nén và áp suất của khí cũng giảm. Như vậy, trong quá trình 3-4, cả thể tích và áp suất đều giảm cho đến $V_4 = V_1$ và $p_4 = 1$ kPa.

Để lò xo đi từ D đến C làm tăng lực tác dụng của lò xo lên pit-tông, nhưng vành A đã cản pit-tông lại, thể tích khí không giảm được nữa.

Khí được làm nóng đẳng tích, áp suất tăng từ $p_4 = 1$ kPa đến $p_2 = 2$ kPa thì lực của áp suất và lực của lò xo tác dụng lên pit-tông cân bằng với nhau. Nếu tiếp tục tăng nhiệt độ của khí thì pit-tông đi về phía lò xo và quá trình 1-2 được lặp lại.

Công sinh ra trong chu trình (hình B.13) :

$$A' = \text{dt}(1234) = (p_1 - p_4)(V_2 - V_1) = 10^3.2.10^{-4} \text{ J} = 0{,}2 \text{ J}$$

Nhiệt nhận được trong quá trình 4-1 và 1-2 :

$$Q = \Delta U_{41} + \Delta U_{12} + A_{12}$$

$$= \nu\frac{3}{2}R(T_1 - T_4) + \nu\frac{3}{2}R(T_2 - T_1) + \frac{1}{2}(p_1 + p_2)(V_2 - V_1)$$

$$= \frac{3}{2}(p_2V_2 - p_4V_4) + \frac{1}{2}(p_1 + p_2)(V_2 - V_1) = 2,7 \text{ J}$$

Hiệu suất của chu trình :

$$H = \frac{A'}{Q} = \frac{0,2}{2,7} = 0,074 = 7,4\%$$

4.7. Nhiệt lượng nhận được (đối với 1 mol) trong quá trình 2-3 đẳng tích :

$$Q_1 = C_v(T_3 - T_2) = C_vT_2\left(\frac{T_3}{T_2} - 1\right) \quad (1)$$

Chú ý rằng quá trình 1-2 là đoạn nhiệt :

$$T_1V_1^{\gamma-1} = T_2V_2^{\gamma-1} \quad \Rightarrow \quad T_2 = T_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = T_1\varepsilon^{\gamma-1}$$

và quá trình 2-3 là đẳng tích : $\frac{T_3}{T_2} = \frac{p_3}{p_2} = \lambda.$

Biểu thức (1) trở thành : $Q_1 = C_vT_1\varepsilon^{\gamma-1}(\lambda - 1)$ (2)

Nhiệt lượng nhả ra trong quá trình 4-1 :

$$Q_2' = C_v(T_4 - T_1) = C_vT_1\left(\frac{T_4}{T_1} - 1\right) \quad (3)$$

mà, dựa vào 2 quá trình đoạn nhiệt 1-2 và 3-4 ta có :

$$\frac{T_4}{T_3} = \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1} \quad \Rightarrow \quad \frac{T_4}{T_1} = \frac{T_3}{T_2} = \lambda$$

Thay vào (3) : $Q_2' = C_vT_1(\lambda - 1)$ (4)

Từ (2) và (4) suy ra biểu thức của hiệu suất :

$$H = \frac{A'}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2'}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2'}{Q_1} = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\gamma-1}} \quad (5)$$

Hiệu suất chỉ phụ thuộc tỉ số nén ε, không phụ thuộc tỉ số tăng áp suất λ.

4.8. *Điểm 1 :*

$$p_1 = 1 \text{ atm} \; ; \; T_1 = 373 \text{ K} \; ; \; V_1 = \frac{m}{\mu}\frac{RT_1}{p_1} = \frac{1000}{29}.\frac{8,31.373}{1,013.10^5} = 1,06 \text{ m}^3$$

Điểm 2 :

$$V_2 = \frac{V_1}{\varepsilon} = \frac{1,06}{6} = 0,176 \text{ m}^3 \; ; \; T_2 = T_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = 373.6^{0,4} = 765 \text{ K}$$

$$p_2 = \frac{m}{\mu}\frac{RT_2}{V_2} = \frac{1000}{29}.\frac{8,31.765}{0,176} = 1246000 \text{ Pa} = 12,3 \text{ atm}$$

Điểm 3 :

$V_3 = V_2 = 0,176 \text{ m}^3$; $p_3 = p_2\lambda = 12,3.1,6 = 19,7 \text{ atm}$

$T_3 = T_2\lambda = 765.1,6 = 1225 \text{ K}$

Điểm 4 :

$$V_4 = V_1 = 1,06 \text{ m}^3 \; ; \; T_4 = 1225.\left(\frac{1}{6}\right)^{0,4} = 600 \text{ K} \; ; \; p_4 = 1.\frac{600}{373} = 1,61 \text{ atm}$$

Nhiệt nhận được :

$$Q_1 = \frac{m}{\mu}C_v(T_3 - T_2) = \frac{m}{\mu}\frac{5}{2}R(T_3 - T_2) = \frac{5}{2}(p_3V_2 - p_2V_3)$$

$$= \frac{5}{2}(1,6-1)p_2V_2 = 328000 \text{ J} = 328 \text{ kJ}$$

Hiệu suất : $H = 1 - \dfrac{1}{\varepsilon^{\gamma-1}} = 1 - \dfrac{1}{6^{0,4}} = 0,511 \approx 51\%.$

4.9. Nhiệt nhận được (đối với 1 mol) trong quá trình đẳng áp 2-3 :

$$Q_1 = C_p(T_3 - T_2) = C_pT_2\left(\frac{T_3}{T_2} - 1\right) \quad (1)$$

Vì 1-2 là quá trình đoạn nhiệt nên :

$$T_1V_1^{\gamma-1} = T_2V_2^{\gamma-1} \quad \Rightarrow \quad T_2 = T_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = T_1\varepsilon^{\gamma-1}$$

Quá trình 2-3 là đẳng áp : $\dfrac{T_3}{T_2} = \dfrac{V_3}{V_2} = \rho.$

Thay vào (1) : $Q_1 = C_p T_1 \varepsilon^{\gamma-1}(\rho - 1)$ (2)

Nhiệt nhả ra (đối với 1 mol) trong quá trình đẳng tích 4-1 :

$$Q_2' = C_v(T_4 - T_1) = C_v T_1\left(\frac{T_4}{T_1} - 1\right) \quad (3)$$

Dựa vào quá trình đoạn nhiệt 3-4 và 1-2 :

$$T_4 V_4^{\gamma-1} = T_3 V_3^{\gamma-1} \quad ; \quad T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}$$

chia hai vế của phương trình cho nhau, ta có : $\dfrac{T_4}{T_1} = \dfrac{T_3}{T_2}\left(\dfrac{V_3}{V_2}\right)^{\gamma-1} = \rho^{\gamma}$.

Thay vào (3) ta được : $Q_2' = C_v T_1(\rho^{\gamma} - 1)$ (4)

Hiệu suất của chu trình : $H = \dfrac{A'}{Q_1} = \dfrac{Q_1 - Q_2'}{Q_1} = 1 - \dfrac{Q_2'}{Q_1} = 1 - \dfrac{\rho^{\gamma} - 1}{\gamma\varepsilon^{\gamma-1}(\rho - 1)}$.

Hiệu suất phụ thuộc vào cả ε và ρ, hiệu suất tăng nếu tăng ε và giảm ρ.

Ghi chú : Chu trình Ốt-tô dùng cho động cơ đốt trong có bugi, cuối quá trình nén 1-2 bugi đánh lửa tạo nên sự cháy nổ, vì thế tỉ số nén ε không cần lớn lắm (khoảng 7 – 9). Chu trình Đi-ê-zen dùng cho động cơ Đi-ê-zen không có bugi, cuối quá trình nén 1-2 nhiên liệu tự cháy, cần có nhiệt độ cao, vì thế tỉ số nén ε cần khá lớn (khoảng 12 – 20) để tạo ra được nhiệt độ đủ cao cho sự tự cháy của nhiên liệu.

4.10. *Điểm 1 :* $p_1 = 0{,}9$ atm ; V_1 ; $T_1 = 320$ K.

Điểm 2 : 29,2 atm ; $\dfrac{1}{12}V_1$; 865 K.

Điểm 3 : 29,2 atm ; $\dfrac{1}{6}V_1$; 1730 K.

Điểm 4 : 2,38 atm ; V_1 ; 845 K.

Hiệu suất : $H = 1 - \dfrac{2^{1,4} - 1}{1{,}4.12^{0,4}(2-1)} = 0{,}565 \approx 56\%$.

4.11. Cứ mỗi chu kì thì có 5 mol khí tham gia, nhiệt nhận được là $Q_1 = 160000$ J, áp suất cực đại trong chu trình là 60 atm.

a) Đối với chu trình Ốt-tô, hiệu suất cho bởi công thức (5) trong bài 4.7 :

$$H = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\gamma-1}}$$

Ta phải xác định giá trị ε lớn nhất ứng với $p_{max} = 60$ atm. Giả thiết $p_3 = p_{max}$, ta sẽ có :

$$\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2} = \frac{p_{max}V_3}{T_3}$$

Từ đây suy ra : $T_3 = T_1\frac{p_{max}V_3}{p_1V_1} = T_1\frac{p_{max}}{p_1\varepsilon}$;

$$T_2 = T_1\frac{p_2V_2}{p_1V_1} = T_1\frac{p_2}{p_1\varepsilon} = T_1\varepsilon^{\gamma-1} \qquad \left(\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma} = \varepsilon^{\gamma}\right)$$

Mặt khác : $5C_v(T_3 - T_2) = Q$ suy ra $T_3 - T_2 = \frac{Q}{5C_v} = \frac{164000}{5.21} = 1562$ K.

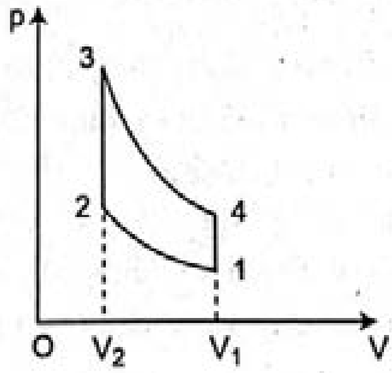
Thay T_3 và T_2 bằng biểu thức của chúng, ta có :

$$T_1\left(\frac{p_{max}}{p_1\varepsilon} - \varepsilon^{\gamma-1}\right) = 1562$$

$$\frac{60}{\varepsilon} - \varepsilon^{0,4} = \frac{1562}{T_1} = 5,206$$

Giải gần đúng ta có $\varepsilon = 8$.

$$H = 1 - \frac{1}{8^{0,4}} = 0,565 \approx 56\%.$$



Hình B.14

b) Giả thiết $p_2 = p_3 = p_{max}$.

Hiệu suất của chu trình phụ thuộc ε và ρ theo công thức (5) của bài 4.9.

Ta hãy tính $\varepsilon = \frac{V_1}{V_2}$ ứng với $p_{max} = 60$ atm :

$$p_1V_1^{\gamma} = p_2V_2^{\gamma} \quad \Rightarrow \quad \frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{\gamma}} = \left(\frac{p_{max}}{p_1}\right)^{\frac{1}{\gamma}}$$

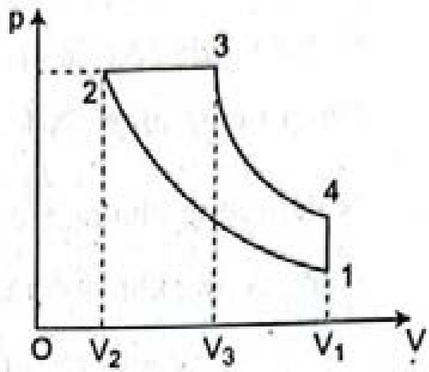
Thay bằng số : $\varepsilon = \frac{V_1}{V_2} = 60^{\frac{1}{1,4}} = 18,6.$

Bây giờ tính $\rho = \dfrac{V_3}{V_2} = \dfrac{T_3}{T_2}$

$$T_3 - T_2 = \frac{Q_1}{5C_p} = \frac{164000}{5.21.1,4} = 1115,6 \text{ K}$$

$$T_2 = T_1 \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} = 966,5 \text{ K}$$

$$T_3 = 2082 \text{ K}$$



Hình B.15

Thay vào biểu thức của ρ :

$$\rho = \frac{V_3}{V_1} = \frac{T_3}{T_2} = \frac{2082}{966,5} = 2,514$$

$$H = 1 - \frac{\rho^{\gamma} - 1}{\gamma.\varepsilon^{\gamma-1}(\rho - 1)} = 1 - \frac{2,154^{1,4} - 1}{1,4.18,6^{0,4}(2,154 - 1)} = 0,63 \approx 63\%$$

c) Nếu nhiên liệu không đủ thì nhiệt lượng toả ra do cháy nhiên liệu, (tức là nhiệt lượng Q_1 nhận được sẽ giảm).

Đối với chu trình Ốt-tô, Q_1 giảm dẫn đến T_3 giảm, tỉ số $\dfrac{T_3}{T_2} = \lambda$ giảm. Điều này làm cho diện tích của hình giới hạn bởi đường biểu diễn chu trình giảm, công sinh ra và do đó *công suất giảm*. Hiệu suất của chu trình chỉ phụ thuộc ε, không phụ thuộc λ, do đó hiệu suất không đổi.

Đối với chu trình Đi-ê-zen, Q_1 giảm dẫn đến $\dfrac{V_3}{V_2} = \rho$ giảm. Diện tích của hình giới hạn bởi đường biểu diễn chu trình giảm, công sinh ra và do đó công suất giảm. *Hiệu suất* của chu trình theo công thức viết ở trên *sẽ tăng*.

4.12. a) Biết rằng $V_2 = kV_1$, $V_4 = kV_3$, xem hình 4.8.

Dựa vào các quá trình đoạn nhiệt :

(6-1) $\quad T_1V_1^{\gamma-1} = T_3V_6^{\gamma-1}$ (1)

(2-3) $\quad T_1V_2^{\gamma-1} = T_2V_3^{\gamma-1}$ hay là $\quad k^{\gamma-1}T_1V_1^{\gamma-1} = T_2V_3^{\gamma-1}$ (2)

(4-5) $\quad T_3V_5^{\gamma-1} = T_2V_4^{\gamma-1} = k^{\gamma-1}T_2V_3^{\gamma-1}$ (3)

Cuối cùng rút ra từ (1), (2) và (3) :

$$T_3 V_5^{\gamma-1} = k^{2(\gamma-1)} T_3 V_6^{\gamma-1} \quad ; \quad V_5 = k^2 V_6$$

Kí hiệu ν là số mol khí thực hiện chu trình.

Nhiệt lượng nhận được : $Q_1 = \nu RT_1 \ln k$; $Q_2 = \nu RT_2 \ln k$.

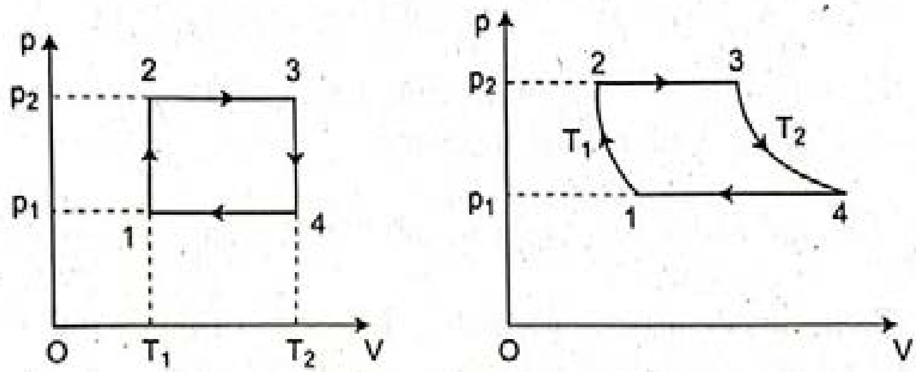
Nhiệt lượng nhả ra : $Q_3' = \nu RT_3 \ln k^2 = 2\nu RT_3 \ln k$.

Công A' mà khí sinh ra trong một chu trình :

$$A' = Q_1 + Q_2 - Q_3' = \nu R \ln k.(T_1 + T_2 - 2T_3)$$

b) Hiệu suất của chu trình : $H = \dfrac{A'}{Q_1 + Q_2} = 1 - \dfrac{2T_3}{T_1 + T_2}$.

4.13. Để dễ thấy ta có thể chuyển sang đồ thị p-V (hình B.16).



Hình B.16

1-2 Nén đẳng nhiệt : nhận công nhả nhiệt $\nu RT_1 \ln \dfrac{p_2}{p_1}$.

2-3 Nóng đẳng áp : nhận nhiệt $\nu C_p(T_2 - T_1)$.

3-4 Giãn đẳng nhiệt : sinh công, nhận nhiệt $\nu RT_2 \ln \dfrac{p_2}{p_1}$.

4-1 Lạnh đẳng áp : nhả nhiệt $\nu C_p(T_2 - T_1)$.

Hiệu suất : $H = 1 - \dfrac{\nu RT_1 \ln \dfrac{p_2}{p_1} + \nu C_p(T_2 - T_1)}{\nu RT_2 \ln \dfrac{p_2}{p_1} + \nu C_p(T_2 - T_1)}$.

Thay $C_p = \frac{5}{2}R$ rồi biến đổi $H = \dfrac{2(T_2 - T_1)\ln\frac{p_2}{p_1}}{2T_2\ln\frac{p_2}{p_1} + 5(T_2 - T_1)}$.

4.14*. Quá trình politropic 2-3

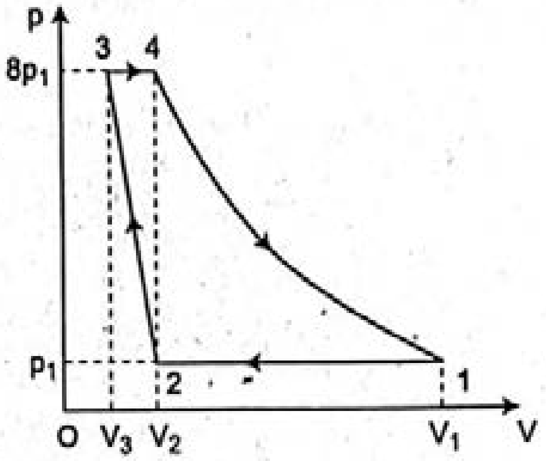
$p_1V_2^n = p_3V_3^n \Rightarrow n = \ln\frac{1}{8} : \ln\frac{1}{2} = 3$

$n = \frac{C - C_p}{C - C_v} = 3 \Rightarrow C = \frac{1}{2}(3C_v - C_p) = R$

Quá trình politropic 4-1

$p_4V_4^{n'} = p_1V_1^{n'} \Rightarrow n = \ln 8 : \ln 4 = 2$

$n' = \frac{C' - C_p}{C' - C_v} = 2 \Rightarrow C' = 2C_v - C_p = \frac{1}{2}R$



Hình B.17

Các nhiệt độ :

$$T_1 = 4T_2\,;\; T_4 = 2T_3\,;\; T_3 = T_2\left(\frac{V_2}{V_3}\right)^{n-1} = T_2.2^2 = 4T_2$$

Nhiệt nhận được : $Q_1 = C(T_3 - T_2) + C_p(T_4 - T_3) = 13RT_2$.

Nhiệt nhả ra : $Q_2' = C'(T_4 - T_1) + C_p(T_1 - T_2) = 9{,}5RT_2$.

$$H = 1 - \frac{Q_2'}{Q_1} = 1 - \frac{9{,}5}{13} = 0{,}27 = 27\%$$

4.15*. Phương trình của quá trình politropic $pV^n = \text{const}$.

Chỉ số politropic n của quá trình 1-2 được xác định như sau :

$$p_1V_1^n = p_2V_2^n \Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^n \Rightarrow n = \ln\frac{p_1}{p_2} : \ln\frac{V_2}{V_1}$$

Thay các giá trị đã biết theo đồ thị ở hình 4.10 vào công thức trên, ta có :

$$n = \ln\frac{1}{2} : \ln 2 = -1$$

Cũng tương tự như vậy, ta tính được chỉ số politropic n' của quá trình 1-4 :

$$n' = \ln\frac{1}{2} : \ln 4 = -\frac{1}{2}$$

Từ $n = -1$ suy ra pV^{-1} = const, hay là p = const.V. Đường biểu diễn 1-2 là đoạn thẳng.

Giá trị đại số A' của công sinh ra có thể tích bằng tổng đại số hai diện tích : S_1 = dt(A123B) và S_2 = dt(B341A) :

$$A' = S_1 + S_2$$

trong đó S_1 = dt(A12C) + dt(C23B)

$$= \frac{1}{2}(p_1 + p_2)(V_2 - V_1) + p_2V_2 \ln 2 = \frac{3}{8}p_2V_2 + p_2V_2 \ln 2$$

$$S_2 = \frac{-p_1V_1 + p_4V_4}{n'-1} = -\frac{14}{12}p_2V_2$$

$$A' = p_2V_2\left(\ln 2 + \frac{3}{8} - \frac{14}{12}\right) = p_2V_2\left(\ln 2 - \frac{19}{24}\right) \approx 40 \text{ J}$$

Nhiệt lượng Q nhận được trong chu trình là : $Q = Q_{12} + Q_{23} + Q_{34}$.

Trong quá trình politropic 1-2, nhiệt dung C của khí tính được theo công thức : $n = \dfrac{C - C_p}{C - C_v} = -1$; từ đó suy ra $C = \dfrac{1}{2}(C_p + C_v) = 3R$.

Các nhiệt độ T_2, T_3, T_4 có thể tính được như sau :

$$\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2} \quad \Rightarrow \quad T_2 = 4T_1 \text{ ; } T_3 = T_2 \text{ ; } T_4 = 2T_3 = 8T_1$$

Chủ đề 5

5.5. Sẽ nóng lên vì công mà tủ lạnh nhận được biến thành nhiệt lượng.

5.6. Theo (5.2) thì hiệu suất làm lạnh là :

$$C = \frac{Q_2'}{A'} = \frac{Q_2'}{Q_1 - Q_2'} = \frac{T_2}{T_1 - T_2} = \frac{273}{30} = 9,1$$

Muốn làm 1 kg nước đông đặc cần lấy đi từ nguồn lạnh nhiệt lượng $Q_2' = 334$ kJ.

Công cần thiết là : $A' = \dfrac{Q_2'}{C} = \dfrac{334}{9,1} = 36,7$ kJ.

5.7. Máy điều hòa nhiệt độ bây giờ đóng vai trò bơm nhiệt lượng ; hiệu suất bơm, theo (5.3) là :

$$\varepsilon = \frac{Q_1}{A'} = \frac{Q_1}{Q_1 - Q_2'} = \frac{T_1}{T_1 - T_2} = \frac{290}{30} = 9,67$$

Khi nhận công 1 J thì máy chuyển cho phòng nhiệt lượng 9,67 J. Sưởi bằng bơm nhiệt lượng như vậy tiêu tốn công ít hơn sưởi bằng lò sưởi điện.

5.8. Hiệu suất làm lạnh : $C = \dfrac{Q_2'}{A'} = \dfrac{T_2}{T_1 - T_2}$ là cực đại đối với máy lạnh chạy theo chu trình Các-nô thuận nghịch.

Với một công A' thì giá trị cực đại của nhiệt lượng Q_2' lấy từ nguồn lạnh là $Q_{2max}' = A'\dfrac{T_2}{T_1 - T_2}$.

Chú ý rằng : $H = \dfrac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \dfrac{T_2}{T_1}$ hay là $\dfrac{T_2}{T_1} = 1 - H$; ta có thể biến đổi biểu thức trên thành : $Q_{2max}' = A'\dfrac{T_2}{HT_1} = A'\dfrac{1-H}{H}$.

Vậy : $Q_{2max}' = A'\dfrac{1-H}{H}$.

5.9. Muốn dùng công nhỏ nhất để làm lạnh hoặc làm đông đặc nước thì ta dùng một máy lạnh lí tưởng (hoạt động theo chu trình Các-nô thuận nghịch, theo chiều ngược) nhận công dA, nhận nhiệt dQ_2' từ nguồn lạnh là lượng nước (1 kg) cần làm lạnh và đông đặc ở nhiệt độ T và nhả nhiệt dQ_1 cho nguồn nóng là môi trường xung quanh ở nhiệt độ $T_1 = 20°C = 293$ K. Ta sẽ có :

$$dQ_1 = dQ_2' + dA' \qquad (1)$$

$$dA' = HdQ_1 \qquad (2)$$

$$H = \frac{T_1 - T}{T_1} \tag{3}$$

a) Nếu nguồn lạnh là 1 kg nước ở 0°C là nhiệt độ T của nguồn không đổi $T = T_0 = 273$ K.

Từ (1) và (2) suy ra :

$$dQ_1 = \frac{dQ_2'}{1-\eta} \quad \text{và} \quad dA = \frac{H}{1-H}dQ_2' = \frac{T_1 - T}{T}dQ_2' \tag{4}$$

Vì $T = T_0$ (không đổi) nên có thể viết :

$$A' = \frac{H}{1-H}Q_2' = \frac{T_2 - T_0}{T_0}Q_2'$$

Đây là giá trị nhỏ nhất của công A (ứng với chu trình thuận nghịch) :

$$A_{min}^{(1)} = \frac{T_1 - T_0}{T_0}Q_2'$$

Thay các giá trị bằng số : $A_{min}^{(1)} = \frac{20}{273}334 = 24,5$ kJ.

b) Muốn làm cho 1 kg nước ở nhiệt độ môi trường $T_1 = 293$ K đông đặc thì cần làm cho nước lạnh đi từ nhiệt độ $T_1 = 293$ K đến $T_0 = 273$ K rồi sau đó làm đông đặc ở nhiệt độ T_0. Công nhỏ nhất cần thiết để làm đông đặc nước đã tính ở câu a). Bây giờ ta tính công để làm lạnh. Ta dùng các phương trình (1), (2), (3) viết ở trên và chú ý rằng T biến đổi từ T_1 đến T_0, ngoài ra :

$$dQ_2' = -mcdT \tag{5}$$

Thay (5) vào (4) :

$$dA = \frac{T - T_1}{T}mcdT = mcdT - mcT_1\frac{dT}{T}$$

Lấy tích phân :

$$A = mc\int_{T_1}^{T_0} dT - mcT_1\int_{T_1}^{T_0}\frac{dT}{T} = mc\left(T_0 - T_1 + T_1 \ln\frac{T_1}{T_0}\right)$$

Đây chính là công nhỏ nhất, ứng với quá trình thuận nghịch

$$A_{min}^{(2)} = mc\left(T_0 - T_1 + T_1 \ln\frac{T_1}{T_0}\right) = 4,18\left(273 - 293 + 293\ln\frac{293}{273}\right) = 3 \text{ kJ}$$

Công nhỏ nhất để làm lạnh và làm đông đặc 1 kg nước là :

$$A_{min} = 24,5 + 3 = 27,5 \text{ kJ}$$

5.10. Muốn duy trì nhiệt độ thấp (giữ không đổi) trong tủ lạnh, mỗi giây đồng hồ phải lấy đi từ trong tủ (nguồn lạnh) một nhiệt lượng $Q_2' = 0,1$ J bằng nhiệt lượng truyền từ ngoài vào do tủ lạnh không được cách nhiệt hoàn toàn. Nếu máy lạnh là lí tưởng (hoạt động theo chu trình Các-nô thuận nghịch) thì công A cần thiết có thể tính từ :

$$C = \frac{Q_2'}{A} = \frac{Q_2'}{Q_1' - Q_2'} = \frac{T_2}{T_1 - T_2} \quad ; \quad A = Q_2' \frac{T_1 - T_2}{T_2}$$

a) $A = 0,1\dfrac{33}{260} = 0,0127 \text{ J} \approx 0,013 \text{ J}.$

Công suất của máy là 0,013 W (nhỏ).

b) $A = 0,1\dfrac{293}{10^{-4}} = 29.10^4 = 290 \text{ kJ}.$

Công suất của máy là 290 kW (lớn).

Nếu máy lạnh không phải là lí tưởng thì công suất của máy phải lớn hơn những giá trị đã tính ở trên. Để duy trì những nhiệt độ thấp gần 0 K, công suất làm lạnh khá cao, tỉ lệ thuận với công suất dẫn nhiệt từ ngoài vào và tỉ lệ nghịch với nhiệt độ thấp cần duy trì.

5.11. Nhiệt độ cân bằng $T_c = \dfrac{1}{2}(T_1 + T_2) \quad ; \quad (T_1 > T_2).$

Xét trạng thái mà A có nhiệt độ T, B có nhiệt độ T' có một nhiệt lượng $\delta Q = -mcdT$ truyền từ A sang B.

$$dS_A = \frac{-\delta Q}{T} = mc\frac{dT}{T} \quad ; \quad dS_B = \frac{\delta Q}{T'} = mc\frac{dT'}{T'}$$

c là nhiệt dung riêng của nước, m là khối lượng của mỗi lượng nước :

$$dS = dS_A + dS_B = mc\left(\frac{dT}{T} + \frac{dT'}{T'}\right)$$

Biến thiên entropi trong quá trình cân bằng :

$$\Delta S = mc\left(\int_{T_1}^{T_c}\frac{dT}{T} + \int_{T_2}^{T_c}\frac{dT'}{T'}\right) = mc\left(\ln\frac{T_c}{T_1} + \ln\frac{T_c}{T_2}\right) = mc\ln\frac{(T_1+T_2)^2}{4T_1T_2} > 0$$

vì $(T_1 + T_2)^2 > 4T_1T_2$.

5.12. $\Delta S = mc\ln\frac{373}{293} + \frac{m\lambda}{373} = 7$ kJ/K.

5.13. Ta có thể chọn quá trình đẳng nhiệt thuận nghịch chuyển mol khí từ thể tích V nhiệt độ T đến thể tích 2V nhiệt độ T. Độ tăng entropi bằng nhiệt lượng rút gọn mà khí nhận được trong quá trình này :

$$\Delta S = \frac{Q}{T} = \frac{A}{T} = R\ln\frac{2V}{V} = R\ln 2$$

Đó là độ tăng entropi trong bất kì quá trình nào chuyển mol khí từ thể tích V đến thể tích 2V.

5.14*. Nếu không thế thì sẽ có những cặp điểm trên đường đoạn nhiệt có cùng nhiệt độ, vì thế mà một đường đẳng nhiệt cắt đường đoạn nhiệt ở hai điểm, điều này trái với nguyên lí II (xem bài tập ví dụ 5.1).

5.15*. Xét một trạng thái mà vật A có nhiệt độ T', vật B có nhiệt độ T''. Động cơ nhiệt nhận từ vật A nhiệt lượng dQ_1, vật này giảm nhiệt độ dT' :

$$dQ_1 = -C_1 dT' \quad (1)$$

nhả ra cho vật B nhiệt lượng dQ_2, vật này tăng nhiệt độ dT'' :

$$dQ_2 = C_2 dT'' \quad (2)$$

Công dA sinh ra : $dA = HdQ_1$ (3)

$$H = \frac{T' - T''}{T'} \quad (4)$$

ngoài ra : $dQ_1 = dQ_2 + dA$ (5)

Từ (5) và (3) suy ra : $dQ_2 = (1 - H)dQ_1$

Thay dQ_1, dQ_2 và H bằng biểu thức rút ra từ (1), (2) và (4) :

$$C_2\frac{dT''}{T''} = -C_1\frac{dT'}{T'} \quad (6)$$

Lấy tích phân phương trình (6) với giá trị của cận tích phân như sau :

$$C_2\int_{T_2}^{T_c}\frac{dT''}{T''} = -C_1\int_{T_1}^{T_c}\frac{dT'}{T'}$$

với T_c là nhiệt độ cuối cùng của cả hai vật.

Thực hiện phép tính ta sẽ có :

$$C_2\ln\frac{T_c}{T_2} = -C_1\ln\frac{T_c}{T_1} \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{T_c}{T_2}\right)^{C_2} = \left(\frac{T_1}{T_c}\right)^{C_1} \quad \Rightarrow \quad T_c^{C_1+C_2} = T_1^{C_1}T_2^{C_2}$$

Nhiệt độ cuối cùng là :

$$T_c = T_1^{\frac{C_1}{C_1+C_2}} T_2^{\frac{C_2}{C_1+C_2}} \quad (7)$$

Từ (5) ta viết biểu thức của dA theo dT' và dT'' : $dA = -C_1dT' - C_2dT''$.

Công A nhận được :

$$A = -C_1\int_{T_1}^{T_c} dT' - C_2\int_{T_2}^{T_c} dT'' = C_1T_1 + C_2T_2 - (C_1 + C_2)T_c \quad (8)$$

A chính là công lớn nhất có thể nhận được, nhiệt độ cuối cùng T_c cho bởi (7).

Với $C_1 = C_2 = C$ ta có :

$$T_c = \sqrt{T_1T_2} = \sqrt{373.273} = 319\ K = 46°C$$

và $A = C(T_1 + T_2 - 2T_c) = 8C$.

5.16*. Kí hiệu T_1, T_2, T_3 lần lượt là nhiệt độ của từng vật ở trạng thái mà ta xét.

Theo định luật bảo toàn năng lượng :

$$C(T_1 - T_{10}) + C(T_2 - T_{20}) + C(T_3 - T_{30}) = 0 \quad (1)$$

Theo nguyên lí về sự tăng entropi thì độ biến thiên entropi của hệ ba vật từ trạng thái ban đầu đến trạng thái mà ta xét lớn hơn hoặc bằng 0.

$$\Delta S = C\ln\frac{T_1}{T_{10}} + C\ln\frac{T_2}{T_{20}} + C\ln\frac{T_3}{T_{30}} \geq 0 \quad (2)$$

Từ (1) rút ra : $T_1 + T_2 + T_3 = T_{10} + T_{20} + T_{30}$ (3)

Từ (2) rút ra : $T_1T_2T_3 \geq T_{10}T_{20}T_{30}$ (4)

Xét quá trình thuận nghịch, hệ thức (4) lấy dấu bằng (=).

Giả sử T_3 là giá trị cực đại của nhiệt độ vật thứ ba, ta sẽ có $dT_3 = 0$. Từ đẳng thức này, và dựa vào (3), sẽ có :

$$dT_1 + dT_2 = 0 \quad (5)$$

Ngoài ra, vi phân của entropi ở giá trị T_3 và ứng với quá trình thuận nghịch :

$$dS = \frac{dT_1}{T_1} + \frac{dT_2}{T_2} = 0 \quad (6)$$

Từ (5) và (6) rút ra : $T_1 = T_2$ (7)

Ta sẽ có : $T_1 = T_2 = \frac{1}{2}(T_{10} + T_{20} + T_{30} - T_{3max})$

Thay vào (4) (với dấu =) :

$$T_{3max}(T_{10} + T_{20} + T_{30} - T_{3max})^2 = 4T_{10}T_{20}T_{30}$$

$$T_{3max}(600 - T_{3max})^2 = 24.10^6$$

Rút ra : $T_{3max} = 330{,}5$ K ; $T_1 = T_2 = 135$ K.

Có thể hình dung quá trình biến đổi thuận nghịch chuyển ba vật 1, 2, 3 từ nhiệt độ ban đầu T_{10}, T_{20}, T_{30} đến T_1, T_2, T_3 như sau : Cho một động cơ nhiệt lí tưởng hoạt động giữa nguồn nóng (vật 2) và nguồn lạnh (vật 1), động cơ này sinh công A. Cho một động cơ nhiệt lí tưởng khác hoạt động theo chu trình nghịch, động cơ này nhận công A sinh ra bởi động cơ nói trên và bơm nhiệt lượng từ nguồn lạnh (vật 1) đến nguồn nóng (vật 3).

5.17. Kí hiệu Q_0, Q_1, Q_2 lần lượt là nhiệt lượng nhận được từ ba nguồn nhiệt. Ta cấp nhiệt lượng cho ống đun nên $Q_0 > 0$, nguồn nhiệt thứ ba là vật cần làm lạnh, vì vậy nói chung $Q_2 < 0$.

Hiệu suất làm lạnh ε có thể định nghĩa là tỉ số nhiệt lượng lấy đi từ nguồn lạnh chia cho nhiệt lượng nhận được từ nguồn nóng (ống đun)

$$\varepsilon = \frac{Q_2}{Q_0} \tag{1}$$

Để tính hiệu suất làm lạnh, ta dựa vào định luật bảo toàn năng lượng :

$$Q_1 + Q_2 + Q_0 = 0 \tag{2}$$

và bất đẳng thức Clau-di-út (tổng nhiệt lượng rút gọn nhận được ≤ 0) :

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} + \frac{Q_0}{T_0} \le 0 \tag{3}$$

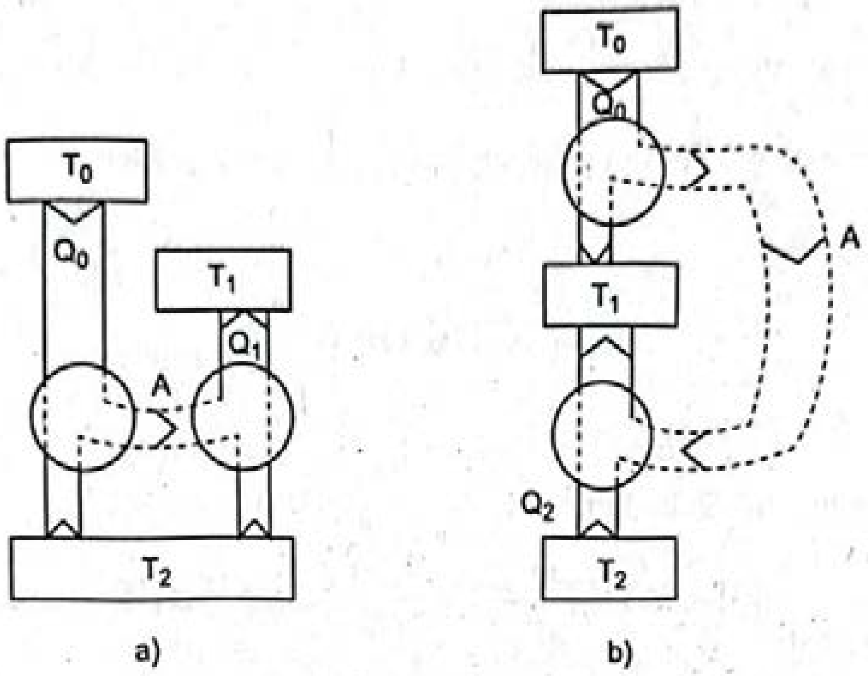
Từ (2) rút ra biểu thức của Q_1 rồi thay vào (3), ta có :

$$Q_2\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right) + Q_0\left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_1}\right) \le 0$$

$$\varepsilon = \frac{Q_2}{Q_0} \le \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_0}\right) : \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right) = \frac{T_2}{T_0} . \frac{T_0 - T_1}{T_1 - T_2} = \varepsilon_{max} \tag{4}$$

Nếu quá trình hoạt động của máy lạnh là thuận nghịch thì hiệu suất làm lạnh ε đạt giá trị cực đại :

$$\varepsilon_{max} = \frac{T_2}{T_0} . \frac{T_0 - T_1}{T_1 - T_2}$$



Hình B.18

Ta có thể hình dung cơ chế hoạt động cụ thể của máy lạnh như sau :

a) Một động cơ nhiệt lí tưởng nhận nhiệt lượng Q_0 từ nguồn nóng T_0 (nguồn lạnh là T_2) sinh công $A = H_1Q_0$, công này dùng để chạy một máy lạnh lí tưởng lấy nhiệt từ nguồn lạnh T_2, nhả nhiệt $Q_2 = \frac{A}{H_2}$ cho nguồn nóng T_1.

$$H_1 = \frac{T_0 - T_2}{T_0} \quad ; \quad H_2 = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \quad ; \quad Q_1 = \frac{H_1}{H_2}Q_0$$

Nhiệt lượng Q_2 có thể tính được : $Q_2 = Q_1 - Q_0 = \left(\frac{H_1}{H_2} - 1\right)Q_0$.

Hiệu suất làm lạnh cực đại :

$$\varepsilon_{max} = \frac{Q_2}{Q_0} = \left(\frac{H_1}{H_2} - 1\right) = \frac{T_2}{T_0}.\frac{T_0 - T_1}{T_1 - T_2} \qquad (5)$$

Sơ đồ hoạt động xem ở hình B.18a.

b) Xem sơ đồ ở hình B.18b.

Bạn đọc tự chứng minh rằng theo sơ đồ hoạt động này ta cũng có thể tính được ε_{max} giống như (4) và (5).

5.18*. Giả thiết vật A nhả một nhiệt lượng δQ và vật B nhận nhiệt lượng đó. Ta sẽ chứng tỏ : Nếu (a) đúng "Nhiệt truyền từ vật nóng sang vật lạnh thì (b) đúng "Entropi của hệ tăng" và ngược lại.

Thật vậy $dS = \frac{\delta Q}{T_2} - \frac{\delta Q}{T_1}$ nếu (a) đúng $T_1 > T_2$ thì (b) đúng $dS > 0$. Ngược lại, nếu $dS > 0$ (b) đúng thì suy ra $T_1 > T_2$, tức là (a) đúng.

Chủ đề 6

6.4. Công mà khí nhận được:

$$|A| = p\Delta V = \frac{\Delta m}{\mu}RT = \frac{0,70}{18}.8,31.373 = 120 \text{ J}$$

6.5. Giống như bài 6.4, khối lượng nước ngưng tụ Δm tính bởi :

$$p\Delta V = \frac{\Delta m}{\mu}RT$$

$$\Delta m = \frac{\mu p \Delta V}{RT} = \frac{18.1,013.10^5(5-1,6).10^{-3}}{8,31.373} = 2 \text{ g}$$

6.6. Gọi c là nhiệt dung riêng của nước, để làm nóng m gam nước từ 0^oC đến 100^oC (ΔT = 100 K) cần một nhiệt lượng $mc\Delta T$. Nhiệt lượng còn lại $Q - mc\Delta T$ làm cho m' gam nước hoá hơi

$$Q - mc\Delta T = Lm' \qquad (1)$$

m' gam hơi nước, dưới áp suất khí quyển p_0 chiếm một thể tích V

$$p_0V = \frac{m'}{\mu}RT \qquad (2)$$

mà V = Sh. Vậy ta có :

$$p_0Sh = \frac{Q - mc\Delta T}{L\mu}RT$$

$$h = \frac{Q - mc\Delta T}{L\mu p_0 S}RT = \frac{(20000 - 200.4,18.100)}{2250.18.1,013.10^5.0,041}8,31.373 = 0,21 \text{ m} = 21 \text{ cm}$$

Ghi chú : Ở đây ta quan niệm ẩn nhiệt hoá hơi L bao gồm cả độ tăng nội năng ΔU (khi nước chuyển từ thể lỏng sang thể hơi) và công A sinh ra khi tăng thể tích (xem bài tập 6.1).

Nếu quan niệm L chỉ bao gồm độ tăng nội năng ΔU thì thay cho (1) là :

$$Q - mc\Delta T = Lm' + A$$

với A là công sinh ra để tăng thể tích :

$$A = p_0 V = \frac{m'}{\mu} RT$$

Từ đó dẫn đến kết quả :

$$h = \frac{Q - mc\Delta T}{p_0 S\left(1 + L\frac{\mu}{RT}\right)} = 0,20 \text{ m} = 20 \text{ cm}$$

Quan niệm L chỉ bao gồm độ tăng nội năng được thừa nhận trong một vài cuốn sách, nhưng không phải là được thừa nhận chung.

6.7. m gam nước nóng lên từ $T_0 = 295$ K đến $T = 373$ K nhận một nhiệt lượng $mc(T - T_0)$, để có nhiệt lượng đó có Δm gam hơi nước ngưng tụ, nhiệt lượng do hơi nước ngưng tụ $\Delta m.L$ bằng nhiệt lượng làm nóng nước :

$$\Delta m.L = mc(T - T_0)$$

Với Δm gam hơi nước ngưng tụ, thể tích hơi nước giảm một lượng ΔV sao cho $p_0\Delta V = \dfrac{\Delta m}{\mu}RT$ với p_0 là áp suất khí quyển. Công của lực áp suất khí quyển :

$$W = p_0\Delta V = \frac{mc(T - T_0)}{\mu L}RT = 25 \text{ J}$$

6.8. Công A mà tác nhân sinh ra trong một chu trình :

$$A = Q_1 - Q_2 = \frac{T_1}{T_2}Q_2 - Q_2 = \left(\frac{T_1}{T_2} - 1\right)Q_2 = \left(\frac{484}{373} - 1\right)2680 = 800 \text{ kJ}$$

6.9. Áp suất riêng phần của hơi nước trong khí quyển là :

$$p_1' = 0,80.6200 = 4960 \text{ Pa}$$

Khối lượng hơi nước chứa trong 1 m^3 không khí là :

$$m_1 = \frac{4960.18}{8,31.310} = 34,66 \text{ g}$$

Khi nhiệt độ hạ xuống 7°C thì không khí bão hoà, khối lượng hơi nước chứa trong 1 m³ không khí là :

$$m_2 = \frac{1000.18}{8,31.280} = 7,736 \text{ g}$$

a) Khối lượng nước ngưng tụ mỗi giây trong máy là :

$$M = 0,04\left(m_1 - \frac{280}{310}m_2\right) = 1,1 \text{ g}$$

b) Độ ẩm tương đối của không khí trong buồng là :

$$h = \frac{p_2}{p_3} = \frac{1000}{3190} = 0,31 = 31\%$$

6.10. Kí hiệu :

p_{k1} là áp suất riêng phần của không khí ở trạng thái ban đầu ;

p_{k2} là áp suất riêng phần của không khí ở trạng thái cuối ;

p_k là áp suất hơi nước bão hoà ở nhiệt độ mà ta xét.

Ta sẽ có : $p_1 = p_{k1} + p_b$; $p_2 = p_{k2} + p_b$

Từ đây suy ra :

$$p_1 - p_2 = p_{k1} - p_{k2} = 3 - 2 = 1 \text{ atm} \tag{1}$$

Theo định luật Bôi-lơ – Ma-ri-ốt áp dụng cho không khí :

$$p_{k1}V_1 = p_{k2}V_2 \quad \text{hay là} \quad p_{k1} = 2p_{k2} \tag{2}$$

Từ (1) và (2) suy ra : $p_{k2} = 1$ atm ; $p_{k1} = 2$ atm.

a) Áp suất hơi nước bão hoà p_b có thể tính được :

$$p_b = p_1 - p_{k1} = 3 - 2 = 1 \text{ atm}$$

Từ đó suy ra nhiệt độ của khí là T = 373 K.

b) Khối lượng m_k của không khí trong bình :

$$m_k = \mu_k \frac{p_{k1}V_1}{RT} = 29.\frac{2.1,013.10^5.22,4.10^{-3}}{8,31.373} = 42,5 \text{ g}$$

c) Khối lượng toàn phần m_n của nước :

$$m_n = \mu_n \frac{p_b V_2}{RT} = 18.\frac{1,013.10^5.2.22,4.10^{-3}}{8,31.373} = 26,4 \text{ g}$$

Ở đây ta coi gần đúng hơi bão hoà tuân theo phương trình trạng thái của khí lí tưởng.

d) Công A' mà khí sinh ra, tức là công mà khí tác dụng lên pit-tông :

$$A' = \int_{V_1}^{V_2} pdV = \int_{V_1}^{V_2} (p_k + p_b)dV = p_{k1}V_1 \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} + p_b(V_2 - V_1) = A'_1 + A'_2$$

$$= 2.1,013.10^5.0,0224 \ln 2 + 1,013.10^5.0,0224 = 3,145 + 2,269 = 5,4 \text{ kJ}$$

e) Hệ gồm không khí và nước sinh công $A' = A'_1 + A'_2$ và chuyển từ trạng thái đầu (1) sang trạng thái cuối (2) ở cùng nhiệt độ. Trong quá trình chuyển có m gam nước bay hơi :

$$m = \mu_n \frac{p_b(V_2 - V_1)}{RT} = \frac{1}{2} m_n = 13,2 \text{ g}$$

Như vậy nội năng của hệ tăng một lượng ΔU do m gam nước chuyển từ thể lỏng sang thể hơi mà không tăng nhiệt độ.

Theo nguyên lí I, nhiệt lượng Q cần cung cấp cho hệ để giữ nhiệt độ không đổi là :

$$Q = \Delta U + A' = \Delta U + A'_2 + A'_1$$

Hai số hạng đầu ở vế sau chính là mL (ẩn nhiệt hoá hơi của m gam nước). Vậy :

$$Q = mL + A'_1 = 13,2.2250 + 3145 = 32845 \text{ J} \approx 33 \text{ kJ}$$

6.11. Cung 1-2 của đường đẳng nhiệt ứng với các trạng thái mà cả hai chất nitơ và ôxi đều ở trạng thái hơi khô. Đó là cung của một hypebol có tiệm cận nằm ngang là trục OV.

Điểm 2 ứng với trạng thái mà ôxi bắt đầu ngưng tụ, gọi p_{bhO} là áp suất hơi bão hoà của ôxi ở 74,4 K, ta có :

$$p_2 = p_{bhO} + p_{rN} \qquad (1)$$

p_{rN} là áp suất riêng phần của nitơ.

Cung 2-3 của đường đẳng nhiệt ứng với các trạng thái mà nitơ là hơi khô, ôxi là hơi bão hoà. Đó là cung của một hypebol có tiệm cận nằm ngang là đường thẳng $p = p_{bhO}$.

Điểm 3 ứng với trạng thái mà nitơ bắt đầu ngưng tụ :

$$p_3 = p_{bhO} + p_{bhN}$$

p_{bhN} là áp suất hơi bão hoà nitơ ở nhiệt độ sôi của chất này, như vậy thì $p_{bhN} = p_0$ (áp suất khí quyển). Vậy :

$$p_3 = p_{bhO} + p_0 \qquad (2)$$

a) Trong quá trình 2-3 hơi nitơ là hơi khô, nó tuân theo định luật Bôi-lơ – Ma-ri-ốt :

$$p_{rN}V_2 = p_0V_3 \qquad (3)$$

Từ (3) suy ra : $p_{rN} = p_0\dfrac{V_3}{V_2} = \dfrac{1}{2}p_0$.

Chia hai vế của (1) cho (2), ta có :

$$\frac{p_2}{p_3} = \frac{p_{bhO} + \frac{1}{2}p_0}{p_{bhO} + p_0} = \frac{4}{7} \qquad (4)$$

Giải phương trình (4) ta có :

$$p_{bhO} = \frac{1}{6}p_0 = \frac{1}{6}\text{ atm} \qquad (5)$$

b) Phương trình trạng thái của hơi ôxi ở điểm 2

$$p_{bhO}V_2 = \frac{m_2}{\mu_2}RT \qquad (6)$$

Của hơi nitơ ở điểm 3 :

$$p_{bhN}V_3 = \frac{m_1}{\mu_1}RT \qquad (7)$$

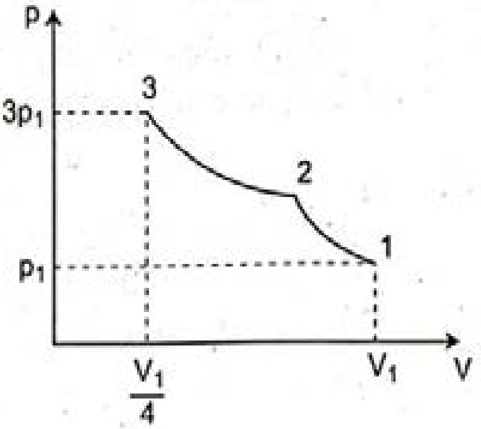
Chia hai vế của (7) cho (6) :

$$\frac{p_{bhO}V_2\mu_2}{p_{bhN}V_3\mu_1} = \frac{m_2}{m_1} \qquad (8)$$

Từ đây suy ra :

$$m_2 = \frac{p_{bhO}}{p_{bhN}}\frac{V_2}{V_3}\frac{\mu_2}{\mu_1}m_1 = \frac{1}{6}.\frac{8}{4}.\frac{16}{14}m_1 = 38\text{ g}$$

6.12. a) Đoạn 1-2 biểu diễn đoạn đầu của quá trình nén, áp suất riêng phần của hơi nước nhỏ hơn áp suất hơi bão hoà p_b. 1-2 là một cung của hypebol pV = const, có tiệm cận là trục p và trục V.



Hình B.19

Đoạn 2-3 biểu diễn giai đoạn sau, áp suất riêng phần của hơi nước không đổi và bằng p_b. 2-3 là một cung của hypebol $(p - p_b)V$ = const, có tiệm cận là trục p và đường thẳng $p = p_b$ (vuông góc với trục p).

Điểm 2 tương ứng với lúc hơi nước bắt đầu ngưng tụ, là một điểm đặc biệt, tại đây tiếp tuyến của đường đẳng nhiệt ở hai phía không trùng nhau.

b) Gọi p_{k1} là áp suất riêng phần của không khí trước khi nén, sau khi nén áp suất này sẽ là $4p_{k1}$.

Ta có : $$3(p_{k1} + 0,80p_b) = 4p_{k1} + p_b$$

Từ đó rút ra : $$p_b = \frac{(4-3)p_{k1}}{3.0,80-1} = \frac{1}{1,40}p_{k1} \qquad (1)$$

Tỉ số phải tìm là :

$$\frac{p_b}{p_b + 4p_{k1}} = \frac{1}{1+4\dfrac{p_{k1}}{p_b}} = \frac{1}{1+4.1,40} = 0,15$$

c) Ở 65°C, áp suất hơi bão hoà của nước là $p_b = 25$ kPa (xem bảng 6.1). Từ đó suy ra áp suất riêng phần của hơi nước ở trạng thái 1 là $p_{n1} = 0,80p_b = 20$ kPa. Từ (1) suy ra $p_{k1} = 1,40p_b = 35$ kPa.

Áp dụng định luật Bôi-lơ – Ma-ri-ốt cho hơi nước khô trong giai đoạn 1-2, ta có : $p_{n1}V_1 = p_{n2}V_2$

$$V_2 = \frac{p_{n1}V_1}{p_{n2}} = \frac{0,80p_b}{p_b}V_1 = \frac{4}{5}V_1 = 3,2\ m^3$$

Để tính công nén khí trong giai đoạn 1-2 ta dùng công thức :

$$A_{12} = -\int_{V_1}^{V_2} pdV = \int_{V_2}^{V_1} \frac{p_1V_1}{V}dV = 10^3\int_{V_2}^{V_1}\frac{(35+25)4}{V}dV$$

$$= 240.10^3.\ln\frac{V_1}{V_2} = 53,6\ kJ \approx 54\ kJ$$

Công nén khí trong giai đoạn 2-3 có thể tách thành hai số hạng :

$$A_{23} = -\int_{V_2}^{V_3}(p_b + p_k)dV = \int_{V_3}^{V_2} p_b dV + \int_{V_3}^{V_2} p_k dV$$

Số hạng thứ nhất là công nén hơi nước bão hoà, làm cho nó ngưng tụ :

$$A_{23n} = p_b(V_2 - V_3) = 25.10^3(3,2 - 1) = 55.10^3\ J = 55\ kJ$$

Số hạng thứ hai là công nén không khí, làm giảm thể tích và tăng áp suất theo định luật Bôi-lơ – Ma-ri-ốt :

$$A_{23k} = \int_{V_3}^{V_2} \frac{p_{k2}V_2}{V} dV = 35.10^3.4.\ln\frac{V_2}{V_3} = 140.10^3.\ln 3,2 = 163.10^3 = 163 \text{ kJ}$$

Công nén khí trong cả quá trình 1-3 là : $A = A_{12} + A_{23n} + A_{23k} = 272$ kJ.

d) Khối lượng hơi nước ngưng tụ là :

$$m_2 = \mu\frac{p_b(V_2 - V_3)}{RT} = 18\frac{25.10^3(3,2-1)}{8,31.(273+65)} = 352 \text{ g}$$

Theo nguyên lí I, độ tăng nội năng ΔU bằng nhiệt nhận được Q cộng với công nhận được : $\Delta U = Q + A$.

Nhiệt toả ra $Q' = -Q$ và độ giảm nội năng $\Delta U' = -\Delta U$ tuân theo :

$$Q' = A + \Delta U' = A_{12} + A_{23k} + A_{23n} + \Delta U'$$

Tổng của hai số hạng sau cùng chính là nhiệt lượng toả ra khi m = 352 g nước ngưng tụ :

$$A_{23n} + \Delta U' = 352.2280 \text{ J} = 803 \text{ kJ}$$

Vậy tổng nhiệt lượng toả ra khi nén đẳng nhiệt là :

$$Q' = A_{12} + A_{23k} + mL = 54 + 163 + 803 = 1020 \text{ kJ}$$

6.13*. Số phân tử đi từ hơi bão hoà vào nước, qua một đơn vị diện tích trong một đơn vị thời gian là :

$$\eta\frac{1}{4}n\bar{v} = \eta\frac{1}{4}\frac{p}{kT}\sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$$

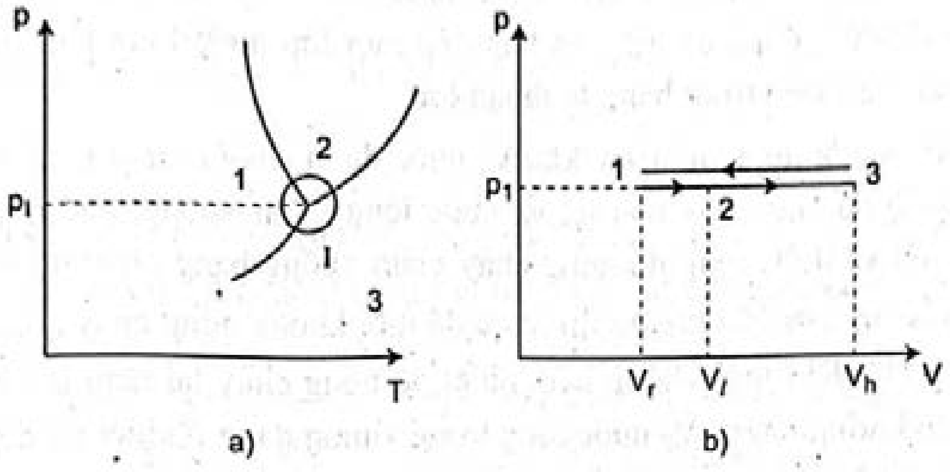
Chú ý rằng $k = \frac{R}{N_A}$, ta có thể viết lại số phân tử ấy : $\eta p N_A\sqrt{\frac{1}{2RT\pi\mu}}$; đó cũng là số phân tử từ nước đi vào hơi. Khối lượng của các phân tử ấy là :

$$\eta p N_A m\sqrt{\frac{1}{2RT\pi\mu}} = \eta p\sqrt{\frac{\mu}{2\pi RT}} = 0,35 \text{ g/s.cm}^2$$

6.14*. Xét chu trình biến đổi của một đơn vị khối lượng của chất mà ta xét gồm các quá trình nối tiếp : 1-2 nóng chảy ; 2-3 bay hơi và 3-1 hơi ngưng tụ thành rắn (ngược với thăng hoa) ở gần điểm I. Trên đồ thị p-T, chu trình biểu diễn bởi một đường cong kín bao quanh điểm ba I, đường cong kín có kích thước rất nhỏ. Trên đồ thị p-V, có thể thấy công sinh ra trong chu trình bằng 0. Từ đó suy ra rằng, tổng nhiệt lượng nhận được trong chu trình cũng bằng 0 : Q = 0. Tổng nhiệt lượng đó chính là :

$$Q = L_c + L_h - L_t$$

Vậy : $L_c + L_h - L_t = 0$.



Hình B.20

6.15*. Ở mặt ngăn cách của hai chất lỏng thì mỗi bọt khí sinh ra chứa hơi bão hoà của cả hai chất. Kí hiệu p_1 là áp suất của hơi nước bão hoà ở 65,5°C, p_2 là áp suất hơi bão hoà của Cl_4C ở cùng nhiệt độ. Khi sôi thì áp suất trong bọt khí bằng áp suất khí quyển p_0 : $p_0 = p_1 + p_2$.

Từ đó tính được : $p_2 = p_0 - p_1 = 101,3 - 25,6 = 75,7$ kPa.

Xét một bọt khí có thể tích V, áp suất riêng phần của hơi nước trong bọt là p_1, của Cl_4C là p_2. Khối lượng m_1 của hơi nước và m_2 của hơi Cl_4C trong bọt có thể tính được theo hai phương trình sau đây :

$$p_1V = \frac{m_1}{\mu_1}RT \qquad (1)$$

$$p_2V = \frac{m_2}{\mu_2}RT \qquad (2)$$

Chia hai vế của (1) cho (2) ta có :

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\mu_1}{\mu_2}\frac{p_1}{p_2} = \frac{18.25,6}{154.75,7} = 0,040 = \frac{1}{25}$$

Như vậy Cl_4C bay hơi nhanh hơn nước 25 lần.

6.16. a) Đế giày trượt băng làm như vậy để có một hướng chuyển động thuận tiện và để thu hẹp diện tích đế.

Diện tích đế thu hẹp thì áp suất đế tác dụng lên băng (nước đá) có giá trị lớn, dưới áp suất lớn thì nhiệt độ nóng chảy T_c của băng giảm xuống dưới 0°C (ví dụ $T_c = -20°C$). Khi đó băng (vốn ở –2°C chẳng hạn) ở chỗ tiếp xúc với đế giày bị nóng chảy (vì ở nhiệt độ –2°C là nhiệt độ cao hơn $T_c = -20°C$). Giữa đế giày và băng có một lớp nước lỏng làm trơn (giảm ma sát) nên việc trượt băng là thuận lợi.

b) Nén mạnh nước đá trong khuôn, nước đá bị chảy ra một phần khiến cho nhiệt độ của nước đá còn lại và nước lỏng giảm xuống, lúc nhiệt độ của nước đá và nước lỏng do nóng chảy giảm xuống bằng nhiệt độ nóng chảy T_c dưới áp suất của khuôn thì nước đá thôi không nóng chảy nữa (xem bài giải 6.17). Khi thôi không nén, nhiệt độ nóng chảy lại tăng lên bằng 0°C, khi đó khối nước đá và nước lỏng trong khuôn đang ở nhiệt độ dưới 0°C sẽ đông đặc lại thành một khối theo hình của khuôn.

6.17. Dưới áp suất 100 MPa, nhiệt độ nóng chảy T_c của nước :

$$T_c = 0 - \Delta T = -\frac{100}{13,8} = -7,2°C$$

Gọi M là khối lượng nước đá, α là tỉ phần nước đá nóng chảy, L là ẩn nhiệt nóng chảy của nước đá, C là nhiệt dung riêng của nước, C_d là nhiệt dung riêng của nước đá.

Khi chưa nén ta có một hệ gồm một khối lượng M nước đá ở 0°C là nhiệt độ nóng chảy của nước đá.

Khi nén ở áp suất 100 MPa, hệ gồm một khối lượng M nước đá ở nhiệt độ 0°C cao hơn nhiệt nóng chảy $T_c = -7,2°C$. Hệ như vậy không thể duy trì được, nước đá sẽ nóng chảy, một khối lượng αM nước đá nóng chảy cần nhận một nhiệt lượng αML, muốn có nhiệt lượng này thì phần nước đá còn lại (1 – α)M phải nguội đi ΔT° và nhả ra nhiệt lượng $(1 - \alpha)MC_d\Delta T$, ngoài ra phần nước lỏng αML do nóng chảy cũng nguội đi ΔT° và nhả ra nhiệt lượng $\alpha M\frac{C_d + C}{12}\Delta T$.

Viết phương trình cho nhiệt lượng nhận được bằng các nhiệt lượng nhả ra, ta có :

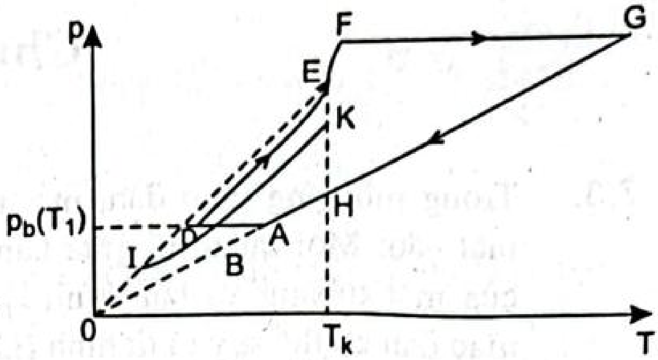
$$\alpha ML = (1-\alpha)MC_d\Delta T + \frac{1}{2}\alpha M(C_d + C)\Delta T$$

Từ đây rút ra :

$$\alpha L = \left[\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)C_d + \frac{1}{2}\alpha C\right]\Delta T$$

Hay là :

$$\alpha = \frac{C_d \Delta T}{L + \left(\frac{C_d}{2} - \frac{C}{2}\right)\Delta T} \approx 0,06 \approx 6\%$$



Hình B.21

6.18. Trong đồ thị p-T ta cần chú ý các điểm sau :

Hai quá trình đẳng áp AD và FG biểu diễn bằng hai đoạn thẳng vuông góc với trục p. Hai quá trình EF và GA là quá trình đẳng tích của chất khí (có thể coi gần đúng là khí lí tưởng), chúng được biểu diễn bởi hai đoạn thẳng kéo dài qua gốc O (của hai trục p và T).

IK là đường bay hơi.

K biểu diễn trạng thái tới hạn.

Đoạn ngưng tụ (BC) trong đồ thị p-V rút lại thành một điểm B trên đồ thị p-T, đó là điểm giao của đường thẳng $p = p_b(T_1)$ với đường bay hơi IK.

BDE là đường biểu diễn quá trình biến đổi của trạng thái lỏng.

6.19*. Biến đổi áp suất $\Delta p = (0,95 - 1)$ atm $= -5,065$ kPa có thể coi là nhỏ. Theo phương trình C-C :

$$\Delta T = \frac{T(v_h - v_l)}{L}\Delta p$$

v_h có thể tính gần đúng theo phương trình C-M :

$$v_h = \frac{V}{m} = \frac{RT}{p\mu} = \frac{8,31.373}{1,013.10^5.0,018} = 1,7 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$v_l \approx 10^{-3}$ m^3/kg có thể bỏ qua so với v_h

$$\Delta T = \frac{373.1,7}{2250.10^3}(-5,065) = -1,43 \text{ K}$$

Dưới áp suất 0,95 atm nước sôi ở nhiệt độ :

$$T + \Delta T = 373 - 1,43 = 371,57 \text{ K} \text{ ; tức là } 98,57^\circ\text{C}$$

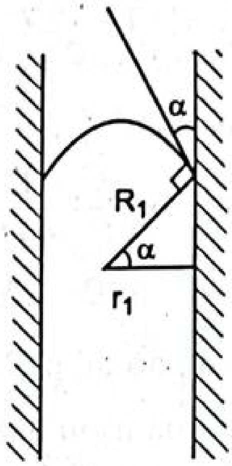
6.20. Áp dụng phương trình C-C :

$$\Delta p = \frac{L}{T(v_l - v_r)}\Delta T = \frac{330.10^3}{273\left(\frac{1}{1000} - \frac{1}{920}\right)}(-1) = 13,9.10^6 \text{ Pa} = 13,9 \text{ MPa}$$

Chủ đề 7

7.3. Trong mỗi ống mao dẫn, mặt thoáng là mặt cầu. Mối quan hệ giữa bán kính R_1 của mặt thoáng và bán kính r_1 của ống mao dẫn có thể suy ra từ hình B.22 :

$$r_1 = R_1 \cos\alpha = R_1 \cos(\pi - \theta)$$



Hình B.22

Áp suất phụ do mặt thoáng của thuỷ ngân tạo nên hướng xuống và có độ lớn :

$$\Delta p_1 = \frac{2\sigma}{R_1} = 2\sigma\cos(\pi - \theta)\frac{1}{r_1}$$

Cũng tương tự như vậy, áp suất phụ trong ống mao dẫn thứ hai là :

$$\Delta p_2 = 2\sigma\cos(\pi - \theta)\frac{1}{r_2}$$

Vì $r_1 < r_2$ nên $\Delta p_1 > \Delta p_2$. Độ chênh áp suất phụ là :

$$\Delta p = \Delta p_1 - \Delta p_2 = 2\sigma\cos(\pi - \theta)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

Để cân bằng với độ chênh này, mực thuỷ ngân trong ống lớn có bán kính r_2 phải cao hơn trong ống nhỏ với độ chênh là h : $\rho gh = \Delta p$.

Từ đó suy ra :

$$h = 2\sigma\cos(\pi - \theta)\frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2 \rho g} = 0{,}011\ \text{m} = 11\ \text{mm}$$

7.4. Khi thuỷ ngân chịu áp suất $p = \rho gh$ (ứng với bề dày h) thì nó có khuynh hướng chảy theo lỗ ra ngoài, hình thành mặt thoáng có bán kính nhỏ nhất là bằng bán kính của lỗ. Áp suất phụ Δp do mặt thoáng tạo nên có giá trị lớn nhất là $\Delta p = \frac{4\sigma}{d}$ khi $\rho gh < \frac{4\sigma}{d}$ thì thuỷ ngân không chảy ra ngoài.

Nói cách khác : $h < \frac{4\sigma}{\rho g d} = 0{,}21\ \text{m} = 21\ \text{cm}$ thì thuỷ ngân không chảy ra ngoài.

7.5. Áp suất p của không khí trong bong bóng là $p = p_0 + 4\frac{\sigma}{r}$. Thể tích của không khí trong bong bóng là $V = \frac{4}{3}\pi r^3$.

Sau khi áp suất ngoài giảm đẳng nhiệt n lần thì áp suất và thể tích không khí trong bong bóng trở thành :

$$p' = \frac{p_0}{n} + \frac{4\sigma}{\eta r} \quad ; \quad V' = \frac{4}{3}\pi\eta^3 r^3$$

Theo định luật Bôi-lơ – Ma-ri-ốt :

$$\left(p_0 + 4\frac{\sigma}{r}\right)\frac{4}{3}\pi r^3 = \left(\frac{p_0}{n} + 4\frac{\sigma}{\eta r}\right)\frac{4}{3}\pi\eta^3 r^3$$

Từ đó rút ra :

$$\left(p_0 + \frac{4\sigma}{r}\right) = \left(\frac{p_0}{n} + 4\frac{\sigma}{\eta r}\right)\eta^3 \quad \Rightarrow \quad \sigma = \frac{p_0 r\left(1 - \frac{\eta^3}{n}\right)}{4(\eta^2 - 1)}$$

7.6. Áp suất khí trong bọt : $p = p_0 + p_h + p_r$

p_0 là áp suất khí quyển bình thường = $1{,}013.10^5$ Pa

p_h là áp suất tạo nên bởi cột nước có chiều cao h = 5 m

$$p_h = \rho gh = 1000.9{,}81.5 = 49050 \text{ Pa}$$

p_r là áp suất tạo bởi mặt thoáng của nước bao quanh khí

$$p_r = 2\frac{\sigma}{r} = 2.0{,}725.\frac{1}{2.10^{-6}} = 72500 \text{ Pa}$$

$$p = 223000 \text{ Pa} \approx 2{,}2 \text{ atm}$$

7.7. Lực căng bề mặt tác dụng từ phía đường biên giới lên mặt thoáng là tổng hợp các lực tác dụng theo hai vòng tròn bán kính r_1 và r_2 :

$$F = \sigma(2\pi r_1 + 2\pi r_2) = 2\pi\sigma(r_1 + r_2)$$

Khi cân bằng, lực này bằng trọng lượng cột nước dâng lên với chiều cao h :

$$h\pi(r_2^2 - r_1^2)\rho g$$

Vậy : $$h\pi(r_2^2 - r_1^2)\sigma g = 2\pi\sigma(r_1 + r_2)$$

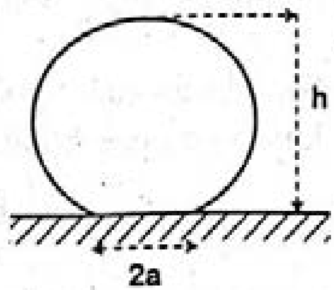
$$h = \frac{2\sigma}{\rho g(r_2 - r_1)} = \frac{4\sigma}{\rho g(d_2 - d_1)} = 6 \text{ cm}$$

7.8. Ở trạng thái cân bằng, các điểm trong giọt chất lỏng ở sát mặt bàn có cùng áp suất p, lực áp suất tác dụng lên mặt bàn bằng trọng lượng của giọt nước :

$$p\pi a^2 = mg$$

Mặt khác, áp suất p ở điểm chính giữa hình tròn tiếp xúc thì bằng tổng áp suất tạo nên bởi cột chất lỏng chiều cao h và áp suất phụ tạo nên bởi mặt thoáng :

$$p = \rho gh + \frac{2\sigma}{R}$$



Hình B.23

R là bán kính cong của mặt thoáng ở điểm cao nhất. Tính p từ (1) rồi đối chiếu với (2), ta có :

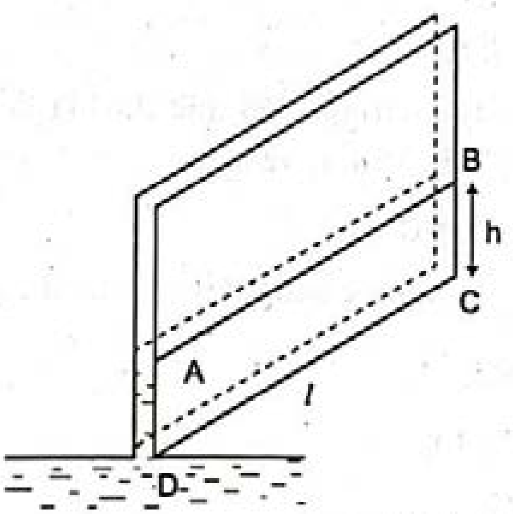
$$\frac{mg}{\pi a^2} = \rho gh + \frac{2\sigma}{R} \qquad \text{suy ra} \qquad R = \frac{2\sigma}{g\left(\dfrac{m}{\pi a^2} - \rho h\right)}$$

7.9. Khi cân bằng có lực căng bề mặt của hai đoạn thẳng (là đường biên giới của mặt thoáng) tác dụng lên mặt thoáng theo hướng thẳng đứng đi lên. Tổng hợp của hai lực tác dụng từ hai đoạn thẳng ấy là : $F = 2l\sigma$.

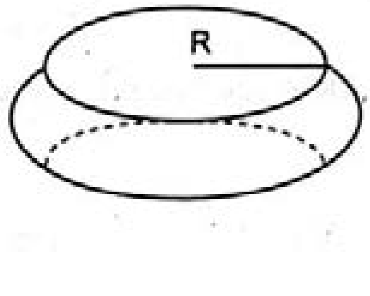
Trọng lượng P của lớp rượu được dâng lên giữa hai tấm là : $P = ldh\rho g$.

Khi cân bằng, lực F bằng trọng lượng P, do đó :

$$h = \frac{2\sigma}{\rho gd} = 0{,}028 \text{ m} = 2{,}8 \text{ cm}$$



Hình B.24



Hình B.25

7.10. Ở mép của giọt thuỷ ngân, mặt thoáng có dạng một mặt tròn xoay (hình chiếc máng cong, xem hình B.25). Tiết diện nằm ngang là đường tròn bán kính R = 2,28 cm. Tiết diện thẳng đứng là cung tròn bán kính :

$$r = \frac{d}{2\cos(\pi - \theta)} = \frac{d}{2\cos 44^\circ} \approx \frac{d\sqrt{2}}{2}$$

Áp suất tạo nên bởi mặt thoáng của giọt thuỷ ngân là :

$$p_1 = \sigma\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{r}\right) = \sigma\left(\frac{1}{R} + \frac{\sqrt{2}}{d}\right).$$

Lực của áp suất phụ tác dụng lên bản trên và cân bằng với trọng lực của bản ấy là :

$$F_1 = p_1\pi R^2 = \sigma\left(\frac{1}{R} + \frac{\sqrt{2}}{d}\right)\pi R^2$$

Nếu khoảng cách giữa hai bản giảm đi n = 10 lần thì :

$$d \to d' = \frac{d}{n} = \frac{d}{10} \quad ; \quad R \to R' = R\sqrt{n} = R\sqrt{10}$$

và lực của áp suất phụ tác dụng lên bản trên trở thành :

$$F_2 = p_2\pi R'^2 = \sigma\left(\frac{1}{R'} + \frac{\sqrt{2}}{d'}\right)\pi R'^2$$

Với $d' = \frac{d}{n}$; $R' = R\sqrt{n}$; do đó : $F_2 = \sigma\left(\frac{1}{\sqrt{n}R} + \frac{n\sqrt{2}}{d}\right)\pi R^2$.

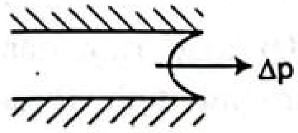
Trọng lượng của vật rắn đặt lên bản trên bằng hiệu số $F_2 - F_1$:

$$P = Mg = F_2 - F_1$$

Từ đó suy ra : $M = \frac{\pi\sigma R^2}{g}\left[\frac{1}{R}\left(\frac{p}{\sqrt{n}} - 1\right) + (n^2 - 1)\frac{\sqrt{2}}{d}\right]$.

Thay các giá trị bằng số, ta được M = 3,0 kg.

7.11. Áp suất phụ tạo bởi mặt cong hướng ra ngoài chất lỏng (xem hình B.26), như vậy chất lỏng sẽ truyền toàn bộ áp suất âm, làm cho bản thuỷ tinh bị hút về phía chất lỏng với áp suất phụ :



Hình B.26

$$\Delta p = \frac{\sigma}{r} = \frac{2\sigma}{d} = \frac{2.0,073}{1,5.10^{-6}}$$

Lực hút là : $F = \Delta p.S = \frac{2.0,073}{1,5.10^{-6}}.0,05.0,15 = 730$ N.

Lực f cần đặt vuông góc với bề mặt của một bản để tách rời khỏi bản kia có giá trị nhỏ nhất là bằng lực áp suất F hút bản về phía chất lỏng.

7.12*. Ta có thể giải bài 7.9 theo một cách khác với cách đã trình bày ở trên bằng cách xét đến áp suất phụ gây ra bởi mặt thoáng của rượu giữa hai tấm thuỷ tinh. Mặt thoáng có dạng một cái rãnh thẳng, tiết diện ngang của rãnh là một đường tròn bán kính $R_1 = \frac{d}{2}$ có mặt lõm hướng lên trên, tiết diện dọc là đường thẳng có bán kính cong $R_2 = \infty$. Áp suất phụ Δp tạo ra bởi mặt thoáng cong hướng lên trên (ra ngoài chất lỏng) và có độ lớn được xác định bởi công thức (3) ở mục VII.2 :

$$\Delta p = \sigma\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = \sigma\left(\frac{2}{d} + 0\right) = \frac{2\sigma}{d} \quad (1)$$

Áp suất phụ Δp làm cho rượu dâng lên một độ cao h giữa hai tấm thuỷ tinh, sao cho :

$$\Delta p = \rho g h \quad (2)$$

Đối chiếu (1) và (2) ta có $h = \frac{2\sigma}{\rho g h}$; đây chính là kết quả đã tìm được ở bài giải 7.9.

Bây giờ ta xét đến sự truyền áp suất phụ trong rượu : áp suất phụ làm cho mỗi tấm thuỷ tinh bị hút về phía rượu dâng lên giữa hai tấm bằng một lực :

$$\Delta p.S = \Delta p.l.h = \frac{4\sigma^2}{\rho g d^2} l$$

S là diện tích tiếp xúc của rượu dâng lên với mỗi tấm thuỷ tinh.

Mặt khác, rượu dâng lên đến độ cao h lại tác dụng lên tấm thuỷ tinh, đẩy tấm thuỷ tinh với một lực tổng cộng :

$$\frac{1}{2}\rho g h.S = \frac{1}{2}\Delta p.S = \frac{2\sigma^2}{\rho g d^2} l$$

Kết quả chung là mỗi tấm thuỷ tinh bị hút về phía rượu (tức là về phía tấm kia) bởi một lực :

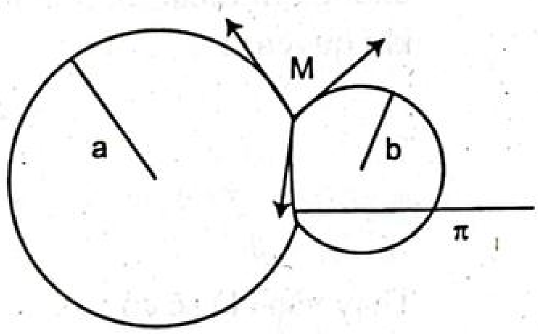
$$\Delta p.S - \frac{1}{2}\Delta p.S = \frac{2\sigma^2}{\rho g d^2} l = 0,59\ N$$

Cũng có thể coi như hai tấm thuỷ tinh hút nhau với lực ấy.

7.13*. Kí hiệu p_a và p_b lần lượt là áp suất của không khí trong bong bóng có bán kính a và b, p_0 là áp suất khí quyển :

$$p_a = p_0 + 4\frac{\sigma}{a} \qquad (1)$$

$$p_b = p_0 + 4\frac{\sigma}{b} \qquad (2)$$



Hình B.27

Áp suất p_b trong bong bóng nhỏ hơn p_a, màng ngăn giữa hai bong bóng có mặt lõm quay về phía bong bóng nhỏ và có bán kính r sao cho :

$$p_b - p_a = 4\frac{\sigma}{r}$$

Chú ý đến (1) và (2) ta có $\frac{1}{r} = \frac{1}{b} - \frac{1}{a}$ hay $r = \frac{ab}{a-b}$.

Xét một điểm M chỗ hai màng ngoài gặp nhau, đó cũng là biên giới của màng ngăn giữa hai bong bóng. Lấy một đoạn đường rất ngắn đường biên giới của ba mặt có chứa M. Đoạn này chịu tác dụng của ba lực căng (từ phía ba màng nói trên) có độ lớn bằng nhau và tiếp xúc với ba màng đó. Ba lực ấy đồng phẳng và cân bằng : góc giữa hai trong ba lực bằng 120°.

Như vậy góc giữa hai màng ngoài ở chỗ chúng gặp nhau là 120°.

Chú ý rằng, ở xa chỗ các màng gặp nhau thì mỗi màng ngoài có dạng một mặt cầu, còn ở gần chỗ ấy thì mỗi màng ngoài không phải là một mặt cầu, vì lực tác dụng không đối xứng với tâm của mặt cầu.

7.14*. Khi để hở ống thì không khí ở trong bong bóng chịu áp suất phụ của màng xà phòng (gồm hai mặt ngoài) nên thoát ra ngoài theo đường ống.

Xét một khoảng thời gian vô cùng nhỏ dt, bong bóng nhỏ đi, gọi dR, dS, dV lần lượt là độ biến thiên của bán kính, của diện tích bề mặt và của thể tích bong bóng.

Theo định luật bảo toàn năng lượng thì thế năng bề mặt chuyển thành động năng của lượng không khí thoát ra ngoài :

$$2\sigma dS = \frac{1}{2}dmv^2 \tag{1}$$

v là vận tốc không khí khi thoát ra ngoài ống, dm = ρdV, dm là lượng không khí thoát ra, ρ là mật độ không khí (coi gần đúng như mật độ trong khí quyển) :

$$dS = d(4\pi R^2) = 8\pi R dR$$

$$dV = d\left(\frac{4}{3}\pi R^3\right) = 4\pi R^2 dR \tag{2}$$

Thay vào (1) sẽ có : $$v^2 = \frac{8\sigma}{\rho R} \tag{3}$$

Mặt khác, biến thiên thể tích dV của bong bóng trong thời gian dt có thể tính theo vận tốc v :

$$dV = -\pi a^2 v dt \tag{4}$$

Đối chiếu (4) với (2) ta có : $\frac{dR}{dt} = -\frac{a^2}{4R^2}v.$

Thay v bằng biểu thức rút ra từ (3) :

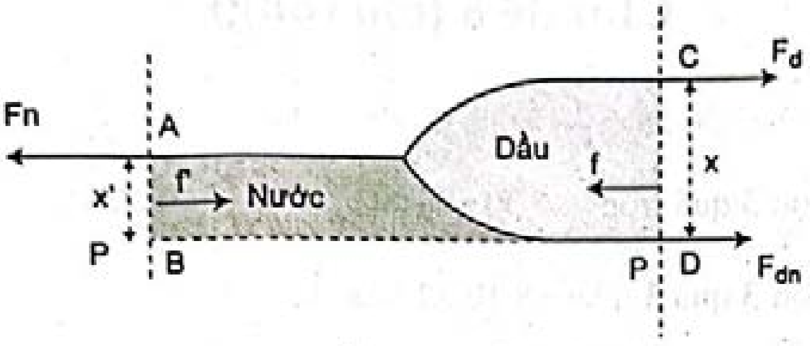
$$\frac{dR}{dt} = -\sqrt{\frac{\sigma}{2\rho}}\frac{a^2}{R^{5/2}} \tag{5}$$

Lấy tích phân (5) ta nhận được :

$$dt = -\sqrt{\frac{2\rho}{\sigma}}\frac{1}{a^2}R^{5/2}dR$$

$$T = \frac{2}{7}\sqrt{\frac{2\rho}{\sigma}}\frac{R^{7/2}}{a^2}\Bigg|_{10^{-3}}^{30.10^{-3}} = \frac{2}{7}\sqrt{\frac{2.1,3}{0,07}} = \frac{(3.10^{-2})^{7/2}}{(10^{-3})^2} \approx 8 \text{ s}$$

7.15*. Mặt thoáng của dầu và của nước, cùng với mặt ngăn cách dầu – nước giao nhau theo một đường biên. Đường biên đó chính là chu vi của vết dầu trên mặt nước. Hình B.28 là một tiết diện vuông góc với đường biên. Lấy một đoạn (coi như thẳng) có độ dài d trên đường biên. Vẽ hai mặt phẳng song song với nhau và vuông góc với đường biên ở hai đầu của đoạn ấy. Vẽ mặt phẳng P nằm ngang, tiếp tuyến với mặt ngăn cách dầu – nước. Ba mặt phẳng trên tách ra một thể tích có hai phần nước (ở dưới) và dầu (ở trên) phân biệt. Ta xét sự cân bằng của khối nước và dầu đó.



Hình B.28

Hai điểm B và D cùng trên mặt phẳng nằm ngang P trong nước thì có cùng áp suất. Từ đó suy ra

$$\rho_d x = \rho_n x' \qquad (1)$$

x là bề dày của lớp dầu ở trên nước, x' là bề dày của lớp nước ở trên mặt phẳng ngang P.

Khối nước và dầu mà ta xét chịu tác dụng của 5 lực nằm ngang. Ba lực căng bề mặt :

$$F_n = d\sigma_n \quad ; \quad F_d = d\sigma_d \quad ; \quad F_{dn} = d\sigma_{dn} \qquad (2)$$

và hai lực : lực f' do nước ở phía bên kia tác dụng lên mặt AB :

$$f' = \int_0^{x'} \rho_n ghd.dh = \frac{1}{2}\rho_n g.d.x'^2 \qquad (3)$$

lực f do dầu ở phía bên kia tác dụng lên mặt CD :

$$f = \frac{1}{2}\rho_d g.d.x^2 \qquad (4)$$

5 lực đó cân bằng nhau : $F_n + f = F_d + F_{dn} + f'$ (5)

Dựa vào các phương trình (1), (2), (3), (4) ta rút ra :

$$x = \sqrt{\frac{2\rho_n(\sigma_{dn} + \sigma_d - \sigma_n)}{\rho_d(\rho_n - \rho_d)g}}$$

Chủ đề 8 (mở rộng)

8.5. Số cách chọn 3 quả trong số 30 quả : $C_{30}^3 = \frac{30!}{27!3!} = 4060$.

Số cách chọn 3 quả 3 màu : 8.10.12 = 960.

Xác suất phải tìm : $\frac{4060 - 960}{4060} = 0,7635 \approx 76\%$.

8.6. Số có 3 chữ số là từ 100 đến 999 : tất cả 900 số khác nhau. Số có 3 chữ số khác nhau gồm 10.9.8 = 720 số.

Trong 720 số đó thì những số bắt đầu bằng số 0 gồm 9.8 = 72 số. Vậy, các số bắt đầu khác 0, có 3 chữ số khác nhau là (720 − 72). Xác suất để chọn bất kì, trong 900 số có 3 chữ số, được một số có 3 chữ số khác nhau là :

$$\frac{720 - 72}{900} = 0,72$$

Xác suất để được một số có 3 chữ số trong đó ít nhất có hai chữ số trùng nhau là : 1 − 0,72 = 0,28 = 28%.

8.7. Xác suất để chọn đúng 2 câu (và sai 2 câu) là : $W(2) = \left(\frac{1}{4}\right)^2 \left(\frac{3}{4}\right)^2 C_4^2$. Biết $C_4^2 = \frac{4!}{2!2!} = 6$; ta có : $W(2) = \frac{54}{256} = 0,2109 \approx 21\%$.

Xác suất để chọn đúng 3 câu (và sai 1 câu) là : $W(3) = \left(\frac{1}{4}\right)^3 \frac{3}{4} C_4^3$. Biết $C_4^3 = \frac{4!}{3!1!} = 4$; ta có : $W(3) = \frac{12}{256} = 0,0468 \approx 5\%$.

Xác suất để chọn đúng 4 câu : $W(4) = \left(\frac{1}{4}\right)^4 = \frac{1}{256} = 0,0039$.

Xác suất để chọn đúng từ 2 câu trở lên :

$$W(2) + W(3) + W(4) = 0,2616 \approx 26\%$$

Ghi chú : Bài trắc nghiệm càng có nhiều câu hỏi thì xác suất chọn ngẫu nhiên đúng được nửa số câu càng thấp. Với 10 câu hỏi thì xác suất đúng 5 câu chỉ là W(5) = 0,0584 ≈ 6%.

3. a) $W(n, N-n) = \left(\frac{1}{2}\right)^N \frac{N!}{(N-n)!n!}$.

b) Với $n = \frac{N}{2}$, tức là mỗi nửa bình chứa $\frac{N}{2}$ phân tử (phân bố đều) :

$$W\left(\frac{N}{2}, \frac{N}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^N \frac{N!}{\frac{N}{2}!\frac{N}{2}!}$$

So với các xác suất $W(n, N-n)$, trong đó $n \neq \frac{N}{2}$ thì xác suất này là lớn nhất.

Thật vậy, giả thiết $n = \frac{N}{2} - m$ (m là số nguyên $< \frac{N}{2}$) :

$$W(n, N-n) = W\left(\frac{N}{2}+m, \frac{N}{2}-m\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^N \frac{N!}{\left(\frac{N}{2}+m\right)!\left(\frac{N}{2}-m\right)!}$$

$$\frac{W\left(\frac{N}{2}, \frac{N}{2}\right)}{W\left(\frac{N}{2}+m, \frac{N}{2}-m\right)} = \frac{\left(\frac{N}{2}+m\right)!\left(\frac{N}{2}-m\right)!}{\left(\frac{N}{2}\right)!\left(\frac{N}{2}\right)!} = \frac{\left(\frac{N}{2}+1\right)\left(\frac{N}{2}+2\right)...\left(\frac{N}{2}+m\right)}{\left(\frac{N}{2}-1\right)\left(\frac{N}{2}-2\right)...\left(\frac{N}{2}-m\right)} > 1$$

.9. a) $W = \left(\frac{1}{2}\right)^{2N} C_{2N}^N$ (1)

b) $W' = \left(\frac{V_0+V}{2V_0}\right)^N \left(\frac{V_0-V}{2V_0}\right)^N C_{2N}^N$ (2)

Chia hai vế của (2) cho (1) :

$$\frac{W'}{W} = \left(\frac{V_0+V}{V_0}\right)^N \left(\frac{V_0-V}{V_0}\right)^N = \left(1-\frac{V^2}{V_0^2}\right)^N < 1 \quad \Rightarrow \quad W' < W$$

Xác suất phân bố đều là lớn nhất.

c) Gọi T là nhiệt độ của khí trong bình. Thực hiện một quá trình cân bằng đẳng nhiệt chuyển khí từ trạng thái b (phân bố không đều) về trạng thái a (phân bố đều). Theo nguyên lí I, nhiệt lượng Q mà hệ nhận được bằng công A' mà hệ sinh ra :

$$Q = A' = \frac{N}{N_A} RT \ln \frac{V_0}{V_0+V} + \frac{N}{N_A} RT \ln \frac{V_0}{V_0-V} = -kT \ln\left(1-\frac{V^2}{V_0^2}\right)^N$$

Như vậy thì :

$$\frac{Q}{kT} = -\ln\left(1-\frac{V^2}{V_0^2}\right)^N = \ln\frac{W}{W'} = \ln W - \ln W' \quad (3)$$

hay là $$W = W'e^{\frac{Q}{kT}} \quad (4)$$

Khí đã nhận nhiệt lượng Q và chuyển từ trạng thái có xác suất W' sang trạng thái có xác suất W lớn hơn $e^{\frac{Q}{kT}}$ lần.

d) Từ (3) rút ra :

$$\frac{Q}{T} = k\ln W - k\ln W' \quad (5)$$

Vế đầu chính là biến thiên entropi ΔS

$$\Delta S = S - S' \quad (6)$$

Đối chiếu (5) và (6) ta có :

$$S = k\ln W \qquad \text{và} \qquad S' = k\ln W'$$

Suy rộng ra : Ở một trạng thái bất kì hệ có xác suất W thì entropi của hệ, xác định sai kém một hằng số cộng là

$$S = k\ln W \quad (7)$$

8.10. Xác suất phải tìm có thể tính được theo công thức (6) bài tập 8.2 :

$$W(0,5\overline{\lambda}, 2\overline{\lambda}) = \int dP = \int_{0,5\overline{\lambda}}^{2\overline{\lambda}} \frac{1}{\overline{\lambda}} e^{\frac{x}{\overline{\lambda}}} dx = e^{\frac{-1}{2}} - e^{-2} = 0,4712 \approx 47\%$$

Cũng có thể dùng công thức (8) bài tập (8.2) và lập luận như sau : Xác suất để phân tử va chạm từ khoảng $0,5\overline{\lambda}$ đến ∞ bằng xác suất đi hết $0,5\overline{\lambda}$ không va chạm $W(0,5\overline{\lambda})$. Xác suất để phân tử va chạm từ $2\overline{\lambda}$ đến ∞ bằng xác suất để đi hết $2\overline{\lambda}$ không va chạm $W(2\overline{\lambda})$. Xác suất để phân tử va chạm từ khoảng $0,5\overline{\lambda}$ đến $2\overline{\lambda}$ bằng $W(0,5\overline{\lambda})$ - $W(2\overline{\lambda}) = e^{\frac{-1}{2}} - e^{-2}$.

8.11. $u = \sqrt{\gamma\frac{p}{\rho}}$ mà $\rho = \frac{m}{V} = \frac{\mu p}{RT}$ cho nên $u = \sqrt{\gamma\frac{RT}{\mu}}$.

Mà $v_{cqp} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}$; vậy $u = v_{cqp} = \sqrt{\frac{\gamma}{3}}$.

Ví dụ : Với không khí $\gamma = 1,4$ thì $u = 0,68v_{cqp}$.

8.12. a) Từ công thức (3) của bài tập 8.3 suy ra rằng :

$$\frac{df}{dv} = 4\pi\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2}\left(2ve^{\frac{-mv^2}{2kT}} - \frac{m}{kT}v^3e^{\frac{-mv^2}{2kT}}\right)$$

$$= 4\pi\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2}\left(2v - \frac{m}{kT}v^3\right)e^{\frac{-mv^2}{2kT}}$$

Mật độ xác suất $\frac{dW}{dv} = f(v)$ là cực đại khi đạo hàm của f triệt tiêu :

$$v = v_M = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$$

b) Với $v = v_M$ hàm phân bố có giá trị :

$$f(v_M) = 4\pi\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-1}\frac{2kT}{m} = \frac{4}{\sqrt{\pi}}\sqrt{\frac{m}{2kT}}e^{-1}$$

Với $v = 2v_M$:

$$f(2v_M) = 4\pi\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-4}.4.\frac{2kT}{m} = \frac{16}{\sqrt{\pi}}\sqrt{\frac{m}{2kT}}e^{-4}$$

Tỉ số mật độ xác suất phải tính là :

$$\frac{f(2v_M)}{f(v_M)} = \frac{16}{e^4}:\frac{4}{e} = \frac{4}{e^3} = \frac{4}{20,08} = \frac{1}{5} = 0,20$$

8.13. Gọi N là số phân tử khí trong một đơn vị thể tích bình ; dN là số phân tử có tốc độ từ v đến v + dv trong một đơn vị thể tích bình :

$$dN = N.4\pi\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{\frac{-mv^2}{2kT}} v^2dv \qquad (1)$$

Số phân tử có tốc độ từ v đến v + dv đi tới lỗ và qua lỗ trong đơn vị thời gian có thể tính được theo (2.2) :

$$dz = s.\frac{1}{4}dNv \qquad (2)$$

s là diện tích của lỗ. Thay dN và v vào công thức trên, ta có :

$$dz = sN\pi\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{\frac{-mv^2}{2kT}} v^3dv \qquad (3)$$

Đây là công thức cho sự phân bố phân tử đã đi ra ngoài bình theo tốc độ.

Nếu tính xác suất dW để phân tử đi ra ngoài bình có tốc độ từ v đến v + dv thì có thể viết :

$$dW = const.e^{\frac{-mv^2}{2kT}} v^3 dv \tag{4}$$

với hằng số const thỏa mãn điều kiện chuẩn hóa $\int dW = 1$:

$$const.\int_0^\infty e^{\frac{-mv^2}{2kT}} v^3 dv = 1 \quad ; \quad dW = \frac{e^{\frac{-mv^2}{2kT}} v^3 dv}{\int_0^\infty e^{\frac{-mv^2}{2kT}} v^3 dv} \tag{5}$$

(5) gọi là công thức cho xác suất đã chuẩn hóa. Từ công thức này có thể tính được các giá trị trung bình :

$$\overline{v} = \frac{\int_0^\infty e^{\frac{-mv^2}{2kT}} v^4 dv}{\int_0^\infty e^{\frac{-mv^2}{2kT}} v^3 dv} = \frac{I_4}{I_3} = \frac{3}{8}\sqrt{\frac{\pi}{a^5}} : \frac{1}{2a^2} = \sqrt{\frac{9\pi kT}{m}} \tag{6}$$

$$\overline{v^2} = \frac{\int_0^\infty e^{\frac{-mv^2}{2kT}} v^5 dv}{\int_0^\infty e^{\frac{-mv^2}{2kT}} v^3 dv} = \frac{I_5}{I_3} = -\frac{\partial}{\partial a}(I_3) : I_3 = \frac{2}{a} = \frac{4kT}{m} \tag{7}$$

Động năng trung bình của phân tử khí thoát ra ngoài bình :

$$\overline{W} = \frac{m}{2}\overline{v^2} = 2kT \tag{8}$$

So với động năng trung bình của phân tử khí trong bình là $\frac{3}{2}kT$ (xem công thức 2.5) thì lớn hơn. Điều này cũng phù hợp vì những phân tử chuyển động nhanh sẽ có nhiều cơ hội thoát qua lỗ ra ngoài hơn là các phân tử chuyển động chậm. Từ đây, có thể thấy rằng khí thoát ra ngoài bình thì nóng hơn, khí còn lại trong bình thì lạnh hơn so với khí trong bình lúc ban đầu.

8.14. $N_A = \frac{6RT}{\pi d^3 \Delta\rho g h} \ln\eta = 6,4.10^{23}\ \text{mol}^{-1}$.

8.15. $\frac{\eta}{\eta_0} = \exp\left[(\mu'_N - \mu_H)\frac{gh}{RT}\right] = 1,37$.

Càng lên cao thì tỉ phần khí nhẹ trong không khí càng tăng.

Chủ đề 9

9.1. a) Khi nhiệt độ tăng (hình B.29)

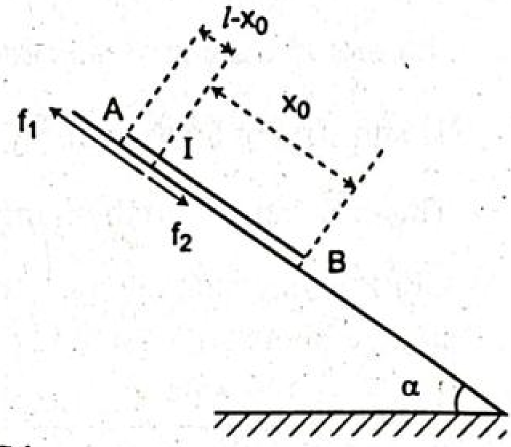
Gọi I là điểm đứng yên : IB = x_0, IA = $l - x_0$.

IB đi xuống chịu lực ma sát f_1 hướng lên :

$$f_1 = k\frac{x_0}{l}mg\cos\varphi \qquad (1)$$

IA đi lên chịu lực ma sát f_2 hướng xuống :

$$f_2 = k\frac{l - x_0}{l}mg\cos\varphi \qquad (2)$$



Hình B.29

Hai lực này cân bằng với hình chiếu trọng lực mg lên mặt nghiêng :

$$f_1 - f_2 = mg\sin\alpha \qquad (3)$$

Từ (1), (2) và (3) rút ra biểu thức của khoảng cách từ mép dưới đến điểm đứng yên là :

$$x_0 = l\frac{\sin\varphi + k\cos\varphi}{2k\cos\varphi} = 1\frac{\sin 30^\circ + 0,7\cos 30^\circ}{2.0,7.\cos 30^\circ} = 0,91 \text{ m} \qquad (4)$$

Khi nhiệt độ giảm, làm tương tự như vậy ta tính được khoảng cách từ mép dưới đến điểm đứng yên là :

$$x_0' = \frac{l}{2k}\frac{k\cos\varphi - \sin\varphi}{\cos\varphi} = 0,09 \text{ m} \qquad (5)$$

b) Khi nhiệt độ tăng từ t_1 đến t_2, đầu dưới bò xuống một đoạn :

$$\Delta x_0 = x_0\alpha(t_2 - t_1) = 9,1\alpha$$

Khi nhiệt độ giảm từ t_2 đến t_1, đầu dưới bò lên một đoạn :

$$\Delta x_0' = x_0'\alpha(t_2 - t_1) = 0,9\alpha$$

Trong một ngày đêm, đầu dưới bò xuống : $\Delta x_0 - \Delta x_0' = 8,2\alpha$.

Sau 30 ngày đêm, đầu dưới bò xuống :

$$30.8{,}2\alpha = 246.3.10^{-5} = 7{,}4.10^{-2}\ \text{m} \approx 7{,}4\ \text{cm}$$

9.2. Giả thiết khi tăng nhiệt độ lên $(T+\Delta T)$ mặt tiếp xúc giữa đầu hai thanh dời chỗ một khoảng x về phía thanh 2 (thanh có hệ số nở α_2 và suất Y-âng E_2).

Thanh 1 đáng lẽ nở thêm một đoạn $L\alpha_1\Delta T$, bị nén một đoạn $L\alpha_2\Delta T - x$.

Thanh 2 đáng lẽ nở thêm một đoạn $L\alpha_2\Delta T$, bị nén một đoạn $L\alpha_2\Delta T + x$.

Gọi P là ứng suất chung, nén cả hai thanh và tạo nên độ nén trên, theo định luật về biến dạng đàn hồi :

$$\frac{L\alpha_1\Delta T - x}{\dfrac{L}{E_1}} = \frac{L\alpha_2\Delta T + x}{\dfrac{L}{E_2}} = P \qquad (1)$$

Ta có thể viết lại nhóm phương trình (1) như sau:

$$P = \frac{L\alpha_1\Delta T - x}{\dfrac{L}{E_1}} = \frac{L\alpha_2\Delta T + x}{\dfrac{L}{E_2}} = \frac{L\alpha_1\Delta T + L\alpha_2\Delta T}{\dfrac{L}{E_1}+\dfrac{L}{E_2}} \qquad (2)$$

a) Ta có thể rút gọn biểu thức của ứng suất ở vế cuối cùng của (2) thành:

$$P = (\alpha_1+\alpha_2)\frac{E_1E_2}{E_1+E_2}\Delta T \qquad (3)$$

Đây là biểu thức phải tìm của ứng suất.

b) Có thể tính được x từ (1).

$$x = L\alpha_1\Delta T - \frac{L}{E_1}P \qquad (4)$$

với P cho bởi (3). Thay trong (4) giá trị của P rút từ (3)

$$x = \frac{\alpha_1E_1 - \alpha_2E_2}{E_1+E_2}L\Delta T \qquad (5)$$

9.3. Ta có thể coi một cách gần đúng như các phân tử không khí chuyển động với vận tốc $\vec{V}$ (sai kém $\frac{1}{16}$) đối với vệ tinh. Số va chạm phân tử lên vệ tinh từ phía trước là nVS, n là mật độ phân tử.

Nếu mặt trước của vệ tinh là phẳng và vuông góc với phương chuyển động thì mỗi va chạm truyền cho vệ tinh một động lượng 2mV ngược chiều với chuyển động của vệ tinh. Nếu mặt trước là bán cầu, phía lồi bị va chạm thì có thể chứng minh được (đề nghị bạn đọc tự chứng minh) rằng tính trung bình thì mỗi va chạm truyền cho vệ tinh một động lượng mV.

Với giả thiết mặt trước của vệ tinh là phẳng và vuông góc với phương chuyển động:

$$F = nVS.2mV = 2mnV^2S = 2pV^2S$$

$\rho = mn$ chính là một khối lượng khí $= 3.10^{-9}$ kg/m^3.

Thay các giá trị bằng số, ta có: $F = 0,4N$.

Đó là lực cản của không khí đối với vệ tinh, lực này hướng ngược chiều với vận tốc của vệ tinh.

Muốn biết lực cản ảnh hưởng thế nào đến chuyển động của vệ tinh, ta có thể xét biến thiên cơ năng của vệ tinh dưới tác dụng của lực cản. Cứ mỗi vòng quay thì cơ năng W của vệ tinh giảm đi một lượng bằng công của lực cản :

$$\Delta W = -F.2\pi(R + h)$$

R là bán kính Trái Đất. Gọi M là khối lượng của vệ tinh:

Động năng $W_đ$ của vệ tinh $= \frac{1}{2}WV^2$

Trong đó V là vận tốc vũ trụ cấp 1 ở độ cao h:

$$V^2 = \frac{gR^2}{R + h}$$

Nếu quy ước thế năng W_t của lực hấp dẫn tác dụng lên vệ tinh bằng không ở ∞ thì ở độ cao h:

$$W_t = -\frac{MgR^2}{R + h}$$

Cơ năng của vệ tinh là : $W = W_đ + W_t = -\frac{1}{2}\frac{MgR^2}{R + h}$

Độ giảm tỉ đối của cơ năng là:

$$\frac{\Delta W}{W} = \frac{-F.2\pi(R + h)}{-\frac{1}{2}\frac{MgR^2}{(R + h)}} = 8\pi\rho S\frac{R + h}{m} = 5.10^{-4}$$

Như vậy, sau 20 vòng quay thì cơ năng của vệ tinh giảm 1%.

9.4. a) Nhiệt lượng toả ra dQ' và biến thiên nhiệt độ dT liên quan với nhau:

$$dQ' = -CdT$$

Thay biểu thức của dQ' v5ào phương trình cho $\frac{dQ'}{dt}$ ở đầu bài, ta có:

$$-Cdt = B(T - T_0)dt$$

hay là

$$\frac{dt}{T - T_0} = -\frac{B}{C}dt \qquad (1)$$

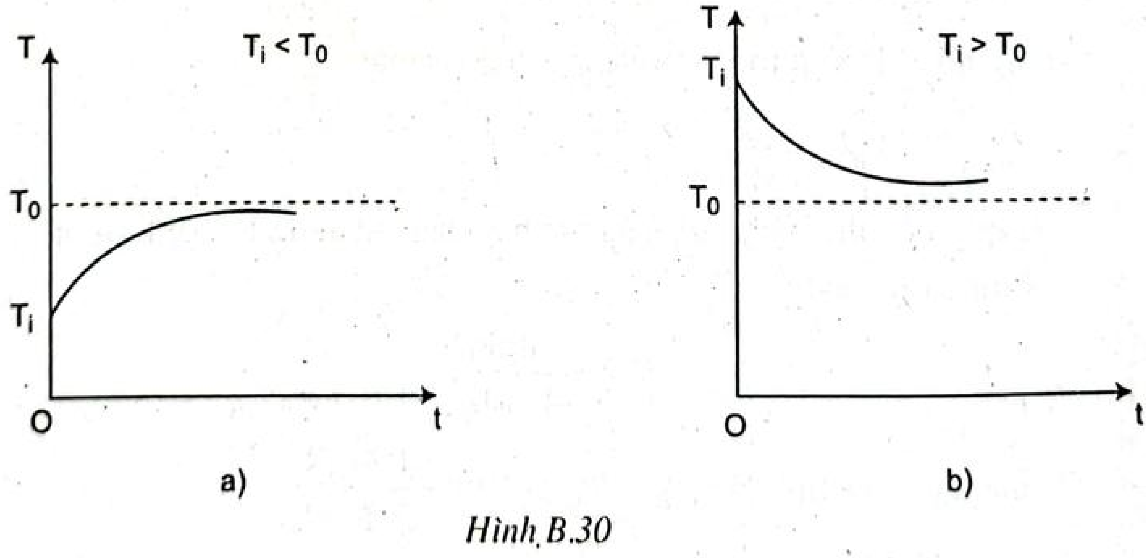
Lấy tích phân hai vế rồi lấy hàm mũ:

$$T - T_0 = Ke^{-\frac{B}{C}t} \qquad (2)$$

Dùng điều kiện ban đầu $T(0) = T_i$ có thể xác định được $K = T_i - T_0$ và biến đổi (2) về dạng

$$T = T_0 + (T_i - T_0)e^{-\frac{B}{C}t} \qquad (3)$$

Đường biến đổi T(t) có dạng vẽ ở hình B.30.



Hình B.30

b) Nếu trong vật có nguồn sinh nhiệt với công suất $\mathscr{P}$:

$$\mathscr{P} - \frac{CdT}{dt} = B(T - T_0) \qquad (4)$$

Đặt $y = T - T_0$ và biến đổi (4), ta sẽ có

$$y' + \frac{B}{C}y = \frac{\mathscr{P}}{C} \qquad (5)$$

với $y' = \frac{dy}{dt}$.

Nghiệm tổng quát của phương trình không vế phải tương ứng với (5) là

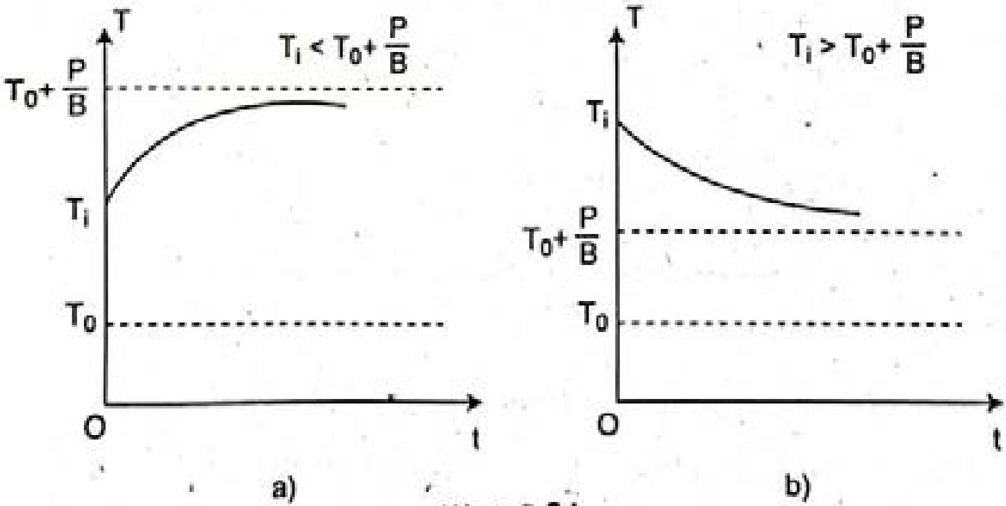
$$y_1 = De^{-\frac{B}{C}t}$$

Một nghiệm riêng của (5) là $y_2 = \frac{\mathscr{P}}{B}$.

Nghiệm tổng quát của (5) là $T - T_0 = y = y_1 + y_2 = \frac{\mathscr{P}}{B} + De^{-\frac{B}{C}t}$.

Dựa vào điều kiện ban đầu $T(0) = T_i$ ta có $T_i - T_0 = \frac{\mathscr{P}}{B} + D$.

Vậy : $$T = T_0 + \frac{\mathscr{P}}{B} + \left(T_i - T_0 - \frac{\mathscr{P}}{B}\right)e^{-\frac{B}{C}t} \qquad (6)$$



Hình B.31

Đường biểu diễn nhiệt độ theo thời gian có dạng như ở hình B.31.

9.5. a) Giai đoạn 1: Nhiệt độ nhiệt điện trở tăng từ $\theta_i = \theta_0 = 20°C$ đến $\theta_1 = 100°C$, điện trở $R_1 = 50\ \Omega$, công suất $\mathscr{P}_1 = \frac{80^2}{50} = 128$ W. Theo (6) bài 9.4 với điều kiện ban đầu $\theta_i = \theta_0$ thì

$$\theta(t) = \theta_0 + \frac{\mathscr{P}}{B} - \frac{\mathscr{P}}{B}e^{-\frac{B}{C}t} = \theta_0 + \frac{\mathscr{P}}{B}\left(1 - e^{-\frac{B}{C}t}\right) \qquad (1)$$

Trong đó B thoả mãn công thức

$$\mathcal{P}_1 = \frac{60^2}{50} = B(80-20) \qquad \text{hay} \qquad B = 1{,}2\ \text{W/K} \qquad (2)$$

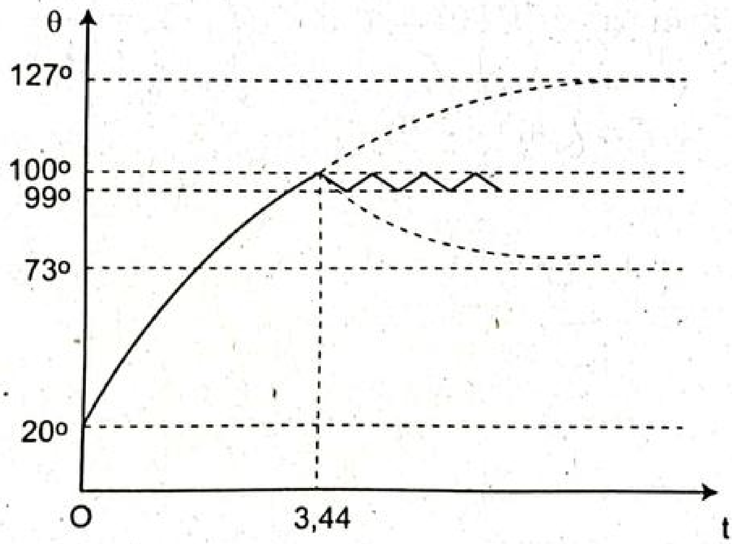
Biểu thức bằng số của nhiệt độ

$$\theta(t) = 127 - 107e^{-0,4t} \qquad (3)$$

Từ đây suy ra khi $\theta = 100^\circ C$ thì $t = t_1$ sao cho

$$t_1 = \frac{1}{0,4}\ln\frac{107}{27} = 3,44s$$

Cường độ dòng điện qua nhiệt điện trở là $I_M = \frac{80}{50} = 1,6$ A.



Hình B.32

b) <u>Giai đoan 2</u>: Từ thời điểm t_1 điện trở có giá trị $R_2 = 100\ \Omega$. Khi đó $\mathcal{P} = \mathcal{P}_2 = \frac{80^2}{100} = 64$ W. Nếu lấy gốc thời gian là thời điểm t_1 này thì biểu thức bằng số của nhiệt độ sẽ là :

$$\theta(t) = 73 + (100-73)e^{-0,4t} \qquad (4)$$

$\theta = 99^o$ khi $t = \Delta t_2$

$$\Delta t_2 = \frac{1}{0,4}\ln\frac{27}{26} = 0,094 \approx 0,1\ \text{s} \qquad (5)$$

Cường độ dòng điện qua nhiệt điện trở là $I_N = \frac{80}{100} = 0,8$ A.

c) <u>Giai đoạn 3:</u> Điện trở trở về giá trị $R_1 = 50\ \Omega$ và giai đoạn biến đổi nhiệt độ từ 99°C đến 100°C và trở về 99°C cứ lặp lại với chu kì

$$T = \Delta t_1 + \Delta t_2$$

Δt_2 cho bởi (5) còn Δt_1 có thể tính được theo (3)

$$\Delta\theta_1 = 107.0,4.e^{-0,4t_1}\Delta t_1$$

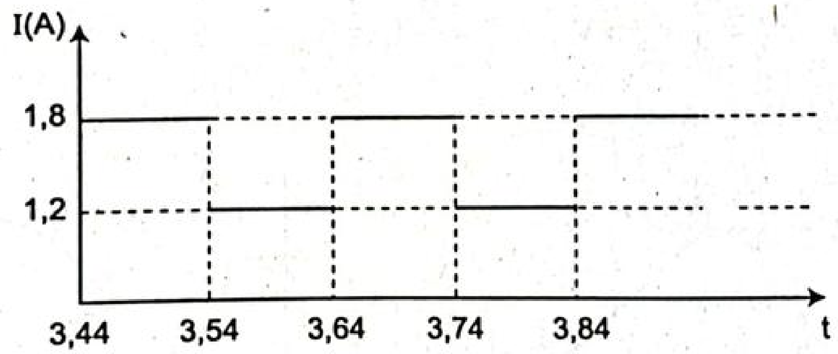
với $\Delta\theta_1 = 1^\circ$

$$\Delta t_1 = \frac{1}{0,4.27} = \frac{1}{10,8} \approx 0,1\ s \qquad (6)$$

vậy

$$T = 0,2s \qquad (7)$$

Đồ thị I(t) vẽ ở hình B.33.

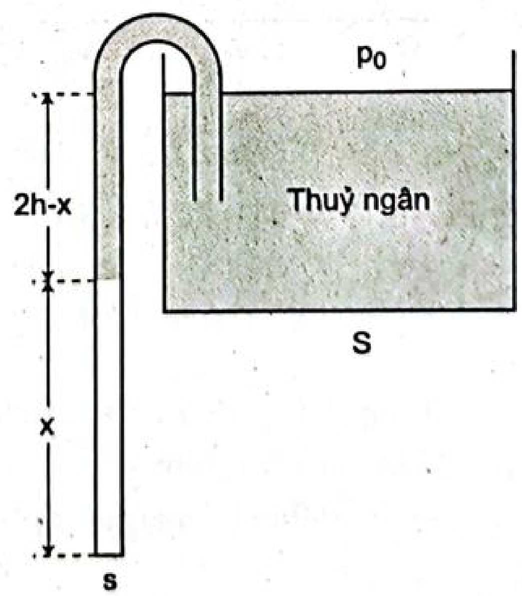


Hình B.33

9.6. **1.** a) Khi cột khí có độ cao x.

Thể tích cột khí là V = x.s. Áp suất (tính ra mmHg) p = 3h – x. Chú ý rằng $V_0 = hs$; $p = h\ (mmHg)$, ta sẽ có biểu thức cho sự phụ thuộc của áp suất p của khí vào thể tích V của cả cột khí :

$$p = -\frac{p_0}{V_0}V + 3p_0 \qquad (1)$$



Hình B.34

Sự phụ thuộc đó biểu diễn bằng đoạn thẳng AB trên đồ thị p-V ở hình B.35. A là trạng thái ban đầu với áp suất $2p_0$, thể tích V_0. B là trạng thái cuối với p_0, $2V_0$.

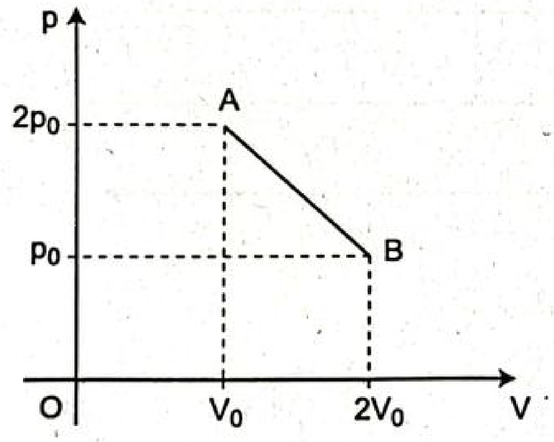
b) Từ phương trình trạng thái của lượng khí trong cột $\frac{2p_0V_0}{T_0} = \frac{pV}{T}$, ta rút ra biểu thức của p, rồi thay vào phương trình (1) :

$$T = \frac{T_0}{2}\left(-\frac{V^2}{2V_0^2} + 3\frac{V}{V_0}\right) \quad (2)$$

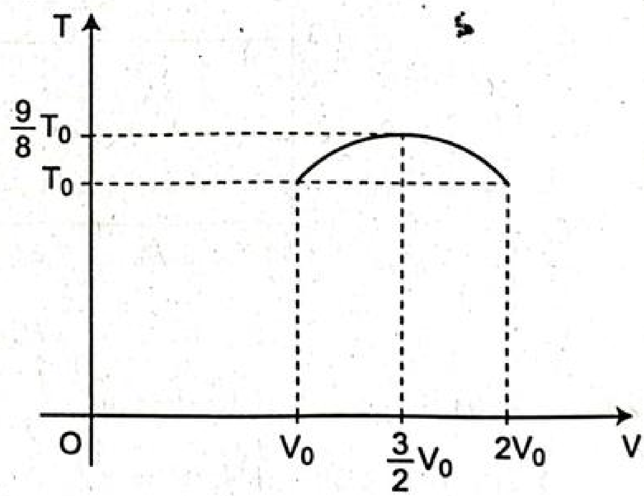
Đây là biểu thức của T theo V. Cực đại của T ứng với

$$\frac{dT}{dV} = \frac{T_0}{2}\left(-\frac{2V}{V_0^2} + 3\frac{V}{V_0}\right) = 0$$

Khi đó $V = \frac{3}{2}V_0 = V_M$; $T = \frac{9}{8}T_0 = T_M$



Hình B.35



Hình B.36

Đồ thị T-V vẽ ở hình B.36.

c) Kí hiệu ν là số mol khí : $\nu = \frac{2p_0V_0}{RT}$.

Xét một trạng thái có thể tích V và một yếu tố quá trình biến đổi từ trạng thái mà ta xét (có thể tích V) đến trạng thái có thể tích V + dV. Công $\delta A'$ mà khí sinh ra trong quá trình :

$$\delta A' = pdV = p_0\left(-\frac{V}{V_0} + 3\right)dV$$

Nhiệt lượng δQ mà khí nhận được

$$\delta Q = dU + \delta A' = \nu C_v dT + \delta A'$$

$$= \frac{3}{2} R \frac{T_0}{2}\left(-\frac{2V}{V_0^2} + \frac{3}{V_0}\right)dV + p_0\left(-\frac{V}{V_0} + 3\right)dV$$

$$= p_0\left(-\frac{4V}{V_0} + \frac{15}{2}\right)dV \qquad (3)$$

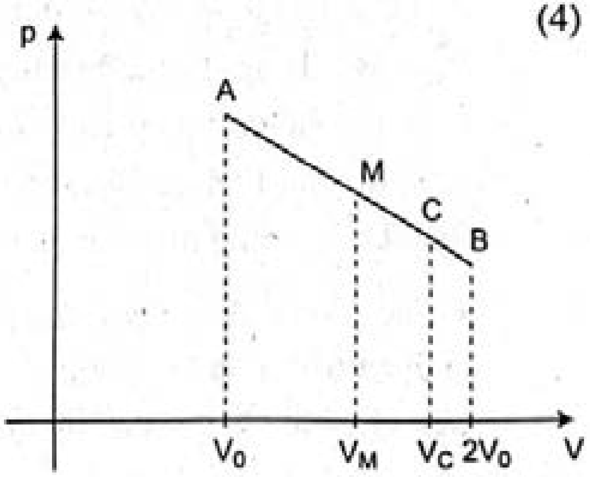
Từ phương trình (3) có thể xét dấu của δQ theo dV. Trong quá trình tăng thể tích (biểu diễn bởi đoạn thẳng AB) thì dV luôn luôn dương, dấu của δQ là dấu của lượng trong dấu ().

Đặt $$V_C = \frac{15}{8} V_0 \qquad (4)$$

và xét dấu δQ theo thể tích V, ta sẽ thấy rằng :

$V_0 < V < V_C$ (đoạn AC) thì $\delta Q > 0$.

$V_C < V < 2V_0$ (đoạn CB) thì $\delta Q < 0$. Như vậy có thể ghi lại trong từng giai đoạn sự tăng giảm nhiệt độ T và sự nhận hoặc nhả nhiệt của khí như sau (xem thêm hình B.37) :



Hình B.37

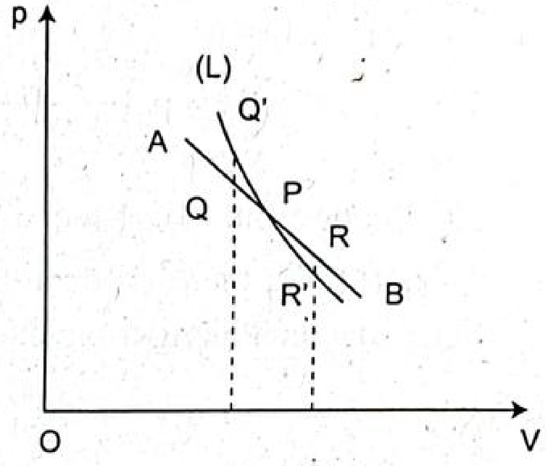
Giai đoạn AM	$V_0 < V < V_M$	nhiệt độ tăng	khí nhận nhiệt
Giai đoạn MC	$V_M < V < V_C$	nhiệt độ giảm	khí nhận nhiệt
Giai đoạn CB	$V_C < V < 2V_0$	nhiệt độ giảm	khí nhả nhiệt

Đặc biệt là trong giai đoạn MC $\left(\frac{3V_0}{2} < V < \frac{15}{8}V_0\right)$, khí nhận nhiệt mà nhiệt độ lại giảm đi.

2. a) Xét một trạng thái cân bằng bất kì của khí trong ống, biểu diễn bởi điểm P (p,V) trên đoạn thẳng AB. Ở trạng thái này, áp suất p của cột thuỷ ngân ở phía trên, tác dụng lên khối khí cho bởi công thức (1), còn áp suất

p_1 của khí tác dụng lên mặt dưới của lớp thuỷ ngân phải đúng bằng p (muốn thể nhiệt độ của khí phải bằng giá trị cho bởi (2)).

• Nếu lượng khí trong ống giãn *đẳng nhiệt* từ thể tích V đến thể tích V + dV (với dV > 0) thì điểm biểu diễn trạng thái chuyển từ P đến R trên đoạn thẳng AB (xem hình B.38). Ta vẽ đường đẳng nhiệt (L) qua P (có phương trình $p_1V = \text{const}$) và giả thiết rằng tại P đường đẳng nhiệt dốc hơn đoạn AB : $\left|\frac{dp_1}{dV}\right|_P > \frac{p_0}{V_0}$.



Hình B.38

Đường này cắt đường thẳng qua R và song song với trục p tại điểm R'. Tung độ của R bằng áp suất p của cột thuỷ ngân, còn tung độ của R' bằng áp suất p_1 của khí. Ta thấy $p > p_1$. Khí bị nén trở về thể tích V (trạng thái cân bằng).

• Nếu lượng khí *bị nén đẳng nhiệt* (dV < 0) thì điểm biểu diễn trạng thái chuyển từ P đến Q. Điểm Q' tương ứng trên đường đẳng nhiệt (L) ở phía trên Q, nghĩa là $p < p_1$. Khí *tự nó giãn về thể tích V* (trạng thái cân bằng).

Như vậy nếu :

$$\left|\frac{dp_1}{dV}\right|_P > \frac{p_0}{V_0} \tag{5}$$

thì trạng thái cân bằng của khí biểu diễn bởi điểm P là cân bằng bền. Điều kiện (5) có thể viết lại cho rõ như sau:

$$\left|\frac{dp_1}{dV}\right|_P = \frac{p_1}{V}\bigg|_P = \frac{p}{V}$$

Ghi chú : $\left|\frac{dp_1}{dV}\right|_P$ là kí hiệu để chỉ giá trị của $\left|\frac{dp_1}{dV}\right|$ tại điểm P.

$$\frac{p}{V} > \frac{p_0}{V_0} \tag{6}$$

Bây giờ ta xét trường hợp khác với trường hợp trên.

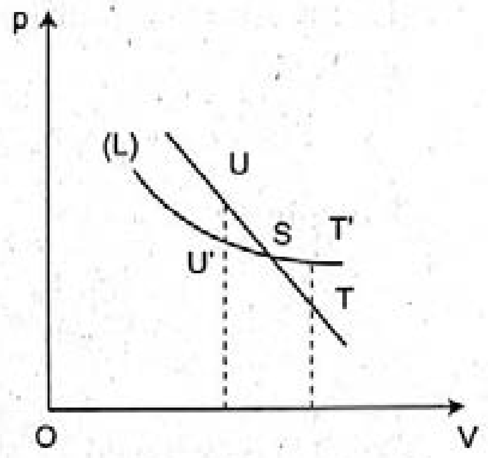
Nếu đường đẳng nhiệt cắt đoạn thẳng AB tại một điểm S và tại S đường đẳng nhiệt dốc ít hơn đoạn AB (xem hình B.39) tức là :

$$\left|\frac{dp_1}{dV}\right|_S = \left.\frac{p_1}{V}\right|_S = \frac{p}{V} < \frac{p_0}{V_0} \tag{7}$$

thì lập luận tương tự như trên cho ta thấy rằng trạng thái cân bằng của khí biểu diễn bởi điểm S là không bền.

Tại T: $p_1 > p$ khí giãn, tức là ra xa trạng thái cân bằng.

Tại U: $p_1 < p$ khí bị nén và cũng ra xa trạng thái cân bằng.

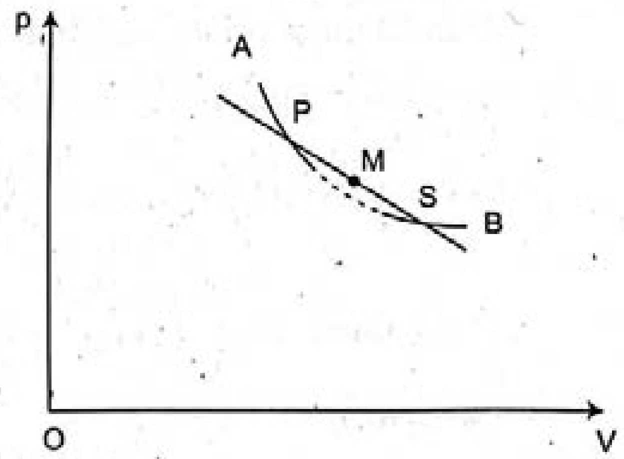


Hình B.39

Áp dụng lập luận trên cho bài toán cụ thể ta thấy rằng, nếu gọi M là trung điểm AB, thì :

• Trên đoạn AM ta luôn luôn có $\frac{p}{V} > \frac{p_0}{V_0}$: các trạng thái của khí biểu diễn bởi các điểm trên AM là *cân bằng bền*.

• Trên đoạn MB ta luôn luôn có $\frac{p}{V} < \frac{p_0}{V_0}$: các trạng thái của khí biểu diễn bởi các điểm trên MB là *cân bằng không bền*.



Hình B.40

Bây giờ các thể nói rõ thêm về giả thiết ở câu 1 là thực hiện được quá trình thuận nghịch tăng thể tích khí trong ống, dưới cột thuỷ ngân, từ V_0 đến $2V_0$. Nếu sự dẫn nhiệt là tốt thì giai đoạn tăng thể tích từ V_0 đến $\frac{3V_0}{2}$ (đoạn AM) có thể thực hiện được dễ dàng, còn giai đoạn tăng thể tích thuận nghịch từ $\frac{3V_0}{2}$ đến $2V_0$ (giai đoạn MB) trong thực tế là không thực hiện được. Giai đoạn tăng thể tích này sẽ xảy ra một cách không thuận nghịch, không như mô tả bởi đoạn MB ở hình B.37.

b) Cũng lập luận tương tự như ở mục 2a, nhưng chú ý rằng ở đây đường (L) cắt đoạn AB ở điểm P là đường đoạn nhiệt. Phương trình của đường này là :

$$p_1V^{\gamma} = \text{const} \tag{8}$$

từ đó rút ra :

$$\left|\frac{dp_1}{dV}\right|_P = \gamma\frac{p}{V} = \frac{5}{2}\frac{p}{V} \tag{9}$$

Gọi D là điểm tại đó $\left|\frac{dp_1}{dV}\right|_P = \frac{p_0}{V_0}$, tức là :

$$\frac{5}{2}\frac{p}{V} = \frac{p_0}{V_0}$$

Thay p bằng biểu thức ở vế sau của (1) rồi giải phương trình trên ta có :

$$V = \frac{15}{8}V_0 = V_D \tag{10}$$

Điểm D trùng với điểm C trong hình B.37.

Ta sẽ thấy rằng :

Trong đoạn AC $\left(V_0 < V < \frac{15}{8}V_0\right)$ thì $\left|\frac{dp_1}{dV}\right| > \frac{p_0}{V_0}$ *cân bằng của khí là bền.*

Trong đoạn CB $\left(\frac{15}{8}V_0 < V < 2V_0\right)$ thì $\left|\frac{dp_1}{dV}\right| < \frac{p_0}{V_0}$ *cân bằng của khí là không bền.*

3. Kí hiệu h' và T' là chiều cao và nhiệt độ của cột khí khi cân bằng :

$$\Delta U = \nu C_V(T' - T_0)$$

$$A' = -\frac{1}{2}\left(p_0 + 3p_0 - \frac{h'}{h}p_0\right)(2h - h')s$$

Theo nguyên lí I : $\nu C_V(T'-T_0)=\frac{p_0}{2}\left(4-\frac{h'}{h}\right)(2h-h')s$

Phương trình trạng thái $\frac{2p_0V_0}{T_0}=\frac{p_0\left(3-\frac{h'}{h}\right)(h's)}{T'}$

Từ phương trình trạng thái :

$$\nu C_V T_0=\nu.\frac{3}{2}RT_0=\frac{3}{2}2p_0V_0=3p_0V_0$$

$$\frac{T'}{T_0}=\frac{\left(3-\frac{h'}{h}\right)h'}{2h}$$

Rút ra $3\left(\frac{\left(3-\frac{h'}{h}\right)h'}{2h}-1\right)=\left(4-\frac{h'}{h}\right)\frac{(2h-h')}{2h}$;

$$4h'^2-15hh'+14h^2=0$$

Giải phương trình này ta có :

$$h'=\frac{1}{8}(15\pm1)h=2h \text{ và } \frac{7}{4}h$$

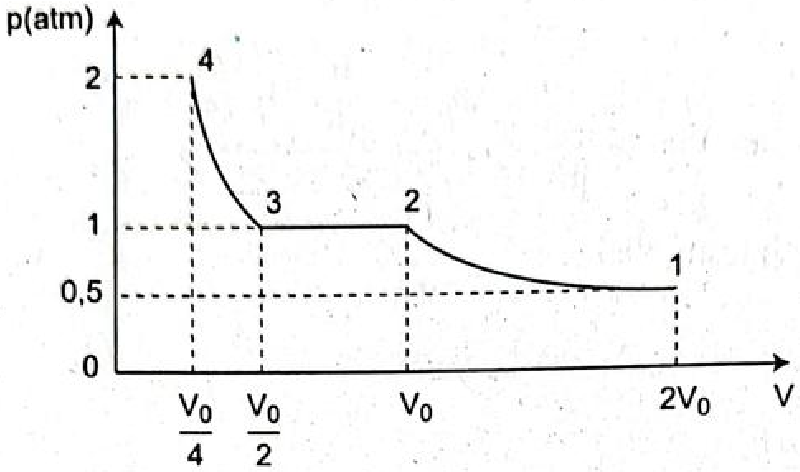
Nghiệm 2h ứng với trạng thái ban đầu, nghiệm $\frac{7}{4}h$ ứng với trạng thái cân bằng cuối cùng sau quá trình có thể tích đoạn nhiệt của khí.

Nhiệt độ T' của trạng thái này có thể tính được:

$$T'=T_0\left(3-\frac{h'}{h}\right)\frac{h'}{2h}=\frac{35}{32}T_0=1,094T_0$$

Tóm lại, nếu để chất khí biến đổi đoạn nhiệt tự phát từ trạng thái cân bằng không bền chiều cao 2h, nhiệt độ T_0 thì sau một quá trình không cân bằng, cuối cùng chất khí đạt tới trạng thái cân bằng với chiều cao $h'=\frac{7}{4}h$ và nhiệt độ $T'=1,094T_0$.

9.7. 1. a) Đường đẳng nhiệt vẽ ở hình B.41.



Hình B.41

$$V_0 = \frac{RT_1}{p_1} = \frac{8,31.373}{0,5.1,013.10^5} = 0,0612\ m^3 = 61,2\ dm^3$$

b) Quá trình nén khí có thể được chia làm ba giai đoạn :

$$\underset{(1)}{(p_1, 2V_0)} \rightarrow \underset{(2)}{(2p_1, V_0)} \rightarrow \underset{(3)}{(2p_1, \frac{V_0}{2})} \rightarrow \underset{(4)}{(4p_1, V_0)}$$

Công nén khí trong từng giai đoạn tính được như sau

$$A_{12} = -\int_{2V_0}^{V_0} pdV = 2RT_1 \int_{V_0}^{2V_0} \frac{dV}{V} = 2RT_1 \ln 2 = 4297\ J$$

$$A_{23} = 2p_1(V_0 - \frac{V_0}{2}) = RT_1 = 3100\ J$$

$$A_{34} = -\int_{\frac{1}{2}V_0}^{\frac{1}{4}V_0} p'dV = RT_1 \int_{\frac{1}{4}V_0}^{\frac{1}{2}V_0} \frac{dV}{V} = RT_1 \ln 2 = 2149\ J$$

Công nén khí tổng cộng là

$$A = A_{12} + A_{23} + A_{34} = 9545\ J \approx 9,55\ kJ \qquad (1)$$

c) Trong giai đoạn 2-3, toàn bộ hơi nước (1 mol) ngưng tụ. Nhiệt lượng Q' toả ra trong cả quá trình 1-4 bằng tổng của công nén khí A và độ giảm nội năng ΔU của hơi nước trong quá trình ngưng tụ.

$$Q' = \Delta U + A_{12} + A_{23} + A_{34}$$

Chú ý rằng $\Delta U + A_{23}$ bằng nhiệt toả ra khi 1 mol hơi nước ngưng tụ :

$$Q' = \Delta U + A_{12} + A_{23} + A_{34} = 0,018.L + A_{12} + A_{34} = 46,946 \text{ J} \approx 47 \text{ kJ} \quad (2)$$

2. Quá trình nén (2a) và giãn (2c) của hệ hai khí có thể được chia thành nhiều giai đoạn. Các giai đoạn giới hạn bởi những trạng thái sau :

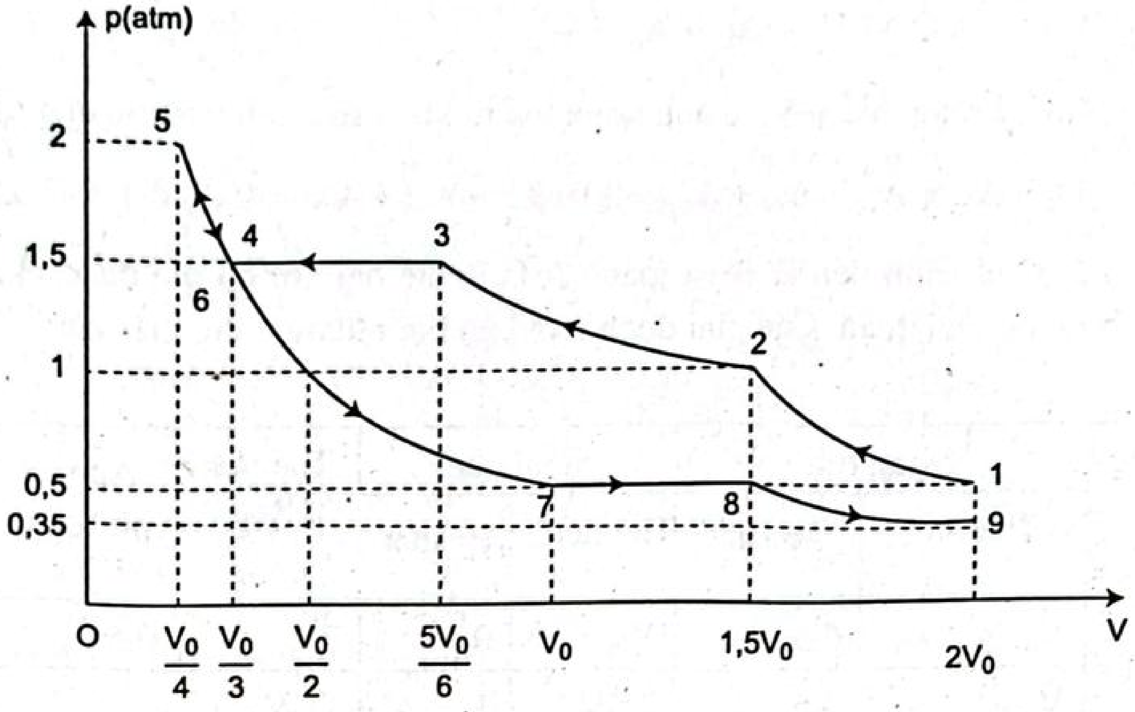
Trạng thái	Ngăn trái		Ngăn phải		Thể tích tổng cộng	Áp suất trên pit-tông (atm)
	Thể tích	Áp suất	Thể tích	Áp suất		
1	V_0	0,5	V_0	0,5	$2V_0$	0,5
2	V_0	0,5	$0,5V_0$	1	$1,5V_0$	1
3	$0,5V_0$	1	$\frac{V_0}{3}$	1,5	$\frac{5}{6}V_0$	1,5
4	0	1	$\frac{V_0}{3}$	1,5	$\frac{V_0}{3}$	1,5
5	0	1,5	$\frac{V_0}{4}$	2	$\frac{V_0}{4}$	2
6	0	1,5	$\frac{V_0}{3}$	1,5	$\frac{V_0}{3}$	1,5
7	0	1	V_0	0,5	V_0	0,5
8	$0,5V_0$	1	V_0	0,5	$1,5V_0$	0,5
9	$V_0(2-\sqrt{2})$	$\frac{(\sqrt{2}+2)}{4}$	$V_0\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{4}$	$2V_0$	$\frac{\sqrt{2}}{4} = 0,35$

a) Xem hình B.42 dưới đây.

b) Công A_p do pit-tông thực hiện trong quá trình nén khí bằng tổng công A tính được ở câu 1 và công của lực ma sát.

Công này bằng $0,5.V_0$ (atm) $= p_1V_0$. Vậy :

$$A_p = A + p_1V_0 = 9545 + 8,31.373 = 12645 \text{ J} \approx 12,65 \text{ kJ}$$



Hình B.42

c) Trong giai đoạn 8-9 áp suất ở ngăn trái luôn luôn lớn hơn áp suất ở ngăn phải, với một độ chênh lệch là 0,5 atm. Kí hiệu p là áp suất ở ngăn phải, áp suất ở ngăn trái sẽ là (p + 0,5) atm.

Kí hiệu V là thể tích của cả hệ trong giai đoạn 8-9, ta sẽ nhận được phương trình sau đây:

$$\frac{RT_1}{p} + \frac{RT_1}{p+0,5} = V \qquad (3)$$

đến trạng thái 9 thì $V = 2V_0 = \frac{2RT_1}{0,5}$. Khi đó từ (3) rút ra được giá trị của p :

$$p = \frac{1}{\sqrt{8}} = 0,35 \text{ atm}$$

Áp suất ở ngăn phải là $p = 0,35$ atm

Thể tích của ngăn phải là $\sqrt{2}V_0$

Áp suất ở ngăn trái là $p + 0,5 = 0,85$ atm

Thể tích của ngăn trái là $(2-\sqrt{2})V_0$

3. Kí hiệu p, V là áp suất và thể tích của khí trong ngăn phải.

a) Áp dụng nguyên lí I của NĐLH đối với hệ hai khí

$$\delta Q = dU + \delta A' \qquad (4)$$

Trong một quá trình nguyên tố, trong đó biến thiên nhiệt độ là dT, biến thiên thể tích là dV

$$\delta Q = 0 \;\; ; \;\; dU = (C_{V1} + C_{V2})dT = \left(\frac{R}{\gamma_1 - 1} + \frac{R}{\gamma_2 - 2}dT\right); \; \delta A' = pdV$$

Mặt khác:

$$pV = RT \qquad (5)$$

Từ (4) rút ra được phương trình vi phân đối với quá trình biến đổi

$$\left(\frac{R}{r_1 - 1} + \frac{R}{r_2 - 2}dT\right) + pdV = 0 \qquad (6)$$

và chú ý đến (5) :

$$\frac{dT}{T} + \frac{(\gamma_1 - 1)(\gamma_2 - 2)}{\gamma_1 + \gamma_2 - 2}\frac{dV}{V} = 0 \qquad (7)$$

Nếu đặt

$$K = \frac{(\gamma_1 - 1)(\gamma_2 - 1)}{\gamma_1 + \gamma_2 - 2} = \frac{2}{11} \qquad (8)$$

Thì sẽ có, sau khi lấy tích phân (7)

$$TV^K = \text{const} \qquad (9)$$

Nhiệt độ ngưng tụ T' của hơi nước dưới áp suất 0,5 atm có thể tính được theo công thức gần đúng đã cho ở đầu bài:

$$\frac{1}{T'} - \frac{1}{T_0} = \left(-\frac{R}{\mu L}\right)\ln\frac{p}{p_0}.$$

Tới đây có thể có hai cách giải khác nhau:

Cách 1: Nếu chúng ta coi gần đúng p là không đổi thì có thể tính được ngay T' = 354 K. Còn thể tích V' của ngăn phải ở T' là:

$$V' = V_0\left(\frac{T_1}{T'}\right)^{\frac{1}{K}} = V_0\left(\frac{373}{354}\right)^{\frac{11}{2}} = 1,33V_0 \approx 1,3V_0$$

$$= 81,6\ dm^3 = 0,0816\ m^3 \approx 0,08\ m^3$$

Công A' sinh ra bởi chất khí là

$$A = -\Delta U = (C_{V_1} + C_{V_2})(T_0 - T') = \left(\frac{R}{\gamma_1 - 1} + \frac{R}{\gamma_2 - 2}\right)(373 - 354) =$$

$$\left(\frac{5}{6}R + \frac{6}{2}R\right).19 = 868J \approx 9.10^2\ J$$

Cách 2: Nếu kể đến sự phụ thuộc của áp suất hơi bão hoà p vào nhiệt độ T', thì chúng ta phải giải phương trình siêu việt:

$$\frac{1}{T'} - \frac{1}{T_0} = \left(-\frac{R}{\mu L}\right)\ln\frac{1}{2}\frac{T'}{T_0} = \frac{R}{\mu L}\ln 2 - \frac{R}{\mu L}\ln\frac{T'}{T_0}$$

Thay vào các số hạng đã biết bằng số, ta có

$$\frac{1}{T'} - \frac{1}{373} = 1,422.10^{-4} - 2,052.10^{-4}\ln\frac{T'}{373}$$

Cho T' những giá trị khác nhau 354, 353, 352 thế vào phương trình trên thì thấy T' = 353 K nghiệm gần đúng phương trình. Với giá trị đó của nhiệt độ, thể tích V' của ngăn phải là :

$$V' = V_0\left(\frac{373}{353}\right)^{\frac{11}{2}} = 1,35V_0 = 0,082\ m^3 \approx 0,08\ m^3$$

b) Công sinh ra bởi khí trong quá trình giãn là:

$$A' = \frac{11}{2}R.20 = 914\ J \approx 9.10^2\ J$$

Hai cách giải cho ta kết quả xấp xỉ bằng nhau.

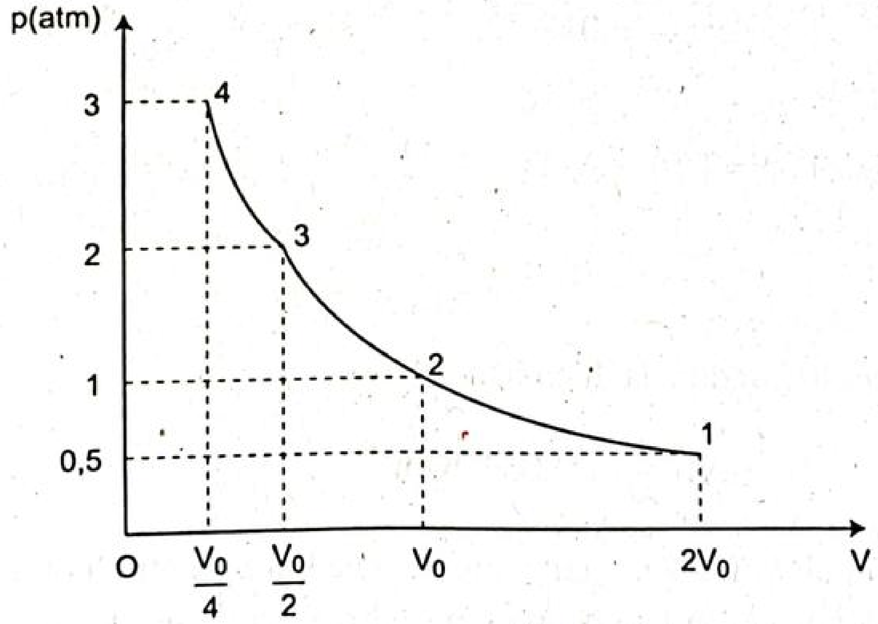
9.8. Bài này khác bài 9.7 ở chỗ hai khí là hơi nước và khí nitơ hỗn hợp với nhau trong cùng một thể tích V, với áp suất riêng phần lần lượt là p_n và p_k. Áp suất p chung của hỗn hợp lên pit-tông là tổng của hai áp suất riêng phần $p = p_n + p_k$.

a) Đường đẳng nhiệt 1234 vẽ ở hình B.43. Đường đẳng nhiệt không trơn ở 3.

b) Xét 4 trạng thái có thể tích lần lượt là :

$$V_1 = 2V_0; V_2 = V_0; V_3 = \frac{V_0}{2}; V_4 = \frac{V_0}{4}$$

Trạng thái 1:	$p_{n1} = 0{,}25$ atm ;	$p_{k1} = 0{,}25$ atm ;	$p_1 = 0{,}5$ atm.
Trạng thái 2:	$p_{n2} = 0{,}5$ atm ;	$p_{k2} = 0{,}5$ atm ;	$p_2 = 1$ atm.
Trạng thái 3:	$p_{n3} = 1$ atm ;	$p_{k3} = 1$ atm ;	$p_3 = 2$ atm.
Trạng thái 4:	$p_{n4} = 1$ atm ;	$p_{k4} = 2$ atm ;	$p_4 = 3$ atm.



Hình B.43

Quá trình 1-2 và 2-3 là quá trình nén hơi khô.

Quá trình 3-4 là quá trình ngưng tụ hơi nước và nén nitơ (trong suốt quá trình này $p_n = 1$ atm = áp suất hơi nước bão hoà) có 0,5 mol hơi nước ngưng tụ.

c) Công nén khí trong từng giai đoạn

$$A_{12} = -\int_{2V_0}^{V_0} pdV = 2RT_1 \ln 2 = 4300\,\text{J}$$

$$A_{23} = 2RT_1 \ln 2$$

$$A_{34} = A_{n34} + A_{k34}$$

Công nén hơi nước : $A_{n34} = p_{bh}(V_3 - V_4) = 0,5RT_1$

Công nén khí nitơ : $A_{k34} = \int_{V_4}^{V_3} p_k dV = RT_1 \ln 2$

Công nén khí toàn phần

$A = A_{12} + A_{23} + A_{34} = 5RT_1\ln 2 + 0,5RT_1 = 12292\ J \approx 12,3\ kJ$

Nhiệt toả ra : $Q = 0,009.2250 + A_{12} + A_{23} + A_{k34} = 30\ kJ$

9.9. 1. Lời giải tương tự như ở bài 1.9.

1.1.

$$p(z) = p(0)\ e^{-\frac{\mu g}{RT}z} \qquad (1)$$

1.2.

a) Nếu $T(z) = T(0) - \Lambda z$ thì

$$p(z) = p(0)\left(1 - \frac{\Lambda z}{T(0)}\right)^{\frac{\mu g}{R\Lambda}} \qquad (2)$$

b) Đối lưu tự do xuất hiện nếu

$$\Lambda > \frac{\mu g}{R} = 0,034\ \text{K/m} \qquad (3)$$

2. Khi túi khí đi lên xuống, áp suất của khí trong túi luôn luôn bằng áp suất p của khí quyển bao quanh, áp suất này phụ thuộc độ cao z. Còn nhiệt độ T_{tk} của túi phụ thuộc vào áp suất p.

2.1. Có thể viết

$$\frac{dT_{tk}}{dz} = \frac{dT_{tk}}{dp}\frac{dp}{dz}$$

p vừa là áp suất của khí trong túi, vừa là áp suất khí quyển ở xung quanh.

• Tính $\frac{dT_{tk}}{dp}$:

Túi khí biến đổi đoạn nhiệt chuẩn cân bằng, có thể từ phương trình Poát-xông và phương trình trạng thái suy ra phương trình biến đổi theo áp suất và nhiệt độ :

$$T_{tk}p^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = \text{const} \quad (5)$$

Trong đó $\gamma = \frac{c_p}{c_V}$ là tỉ số nhiệt dung đẳng áp và đẳng tích của chất khí.

Lấy vi phân logarit hai vế của phương trình trên :

$$\frac{dT_{tk}}{T_{tk}} + \frac{1-\gamma}{\gamma}\frac{dp}{p} = 0$$

Hay là :

$$\frac{dT_{tk}}{dp} = \frac{T_{tk}}{p}\frac{\gamma-1}{p} \quad (6)$$

Ghi chú: Có thể dựa vào nguyên lí I của NĐLH, tính nhiệt lượng mà túi khí nhận được trong một quá trình nguyên tố $dQ = \frac{m}{\mu}c_V dT_{tk} + pdV$, nhiệt lượng này bằng 0 trong quá trình đoạn nhiệt. Ngoài ra, chú ý đến phương trình trạng thái của khí $pV = \frac{m}{\mu}RT_{tk}$ sẽ dẫn đến (5).

• Tính $\frac{dp}{dz}$:

Từ (1) suy ra:

$$\frac{dp}{dz} = -\rho g = -\frac{pg\mu}{RT}$$

trong đó T là nhiệt độ khí quyển bao quanh.

Cuối cùng, ta có biểu thức của $\frac{dT_{tk}}{dz}$:

$$\frac{dT_{tk}}{dz} = -\frac{\gamma-1}{\gamma}\frac{\mu g}{R}\frac{T_{tk}}{T} = -G \quad (7)$$

G không chắc đã là hằng số.

2.2.

a) Nếu ở mọi độ cao, $T = T_{tk}$ thì, thay cho (7) là:

$$\Gamma = -\frac{\gamma-1}{\gamma}\frac{\mu g}{R} = \text{const} \quad (8)$$

b) Với giá trị bằng số:

$$\Gamma = -\frac{1,4-1}{1,4}.\frac{0,029.10}{8,31} = 0,00997\ \text{K/m} \approx 10^{-2}\ \text{K/m}$$

c) Biểu thức cho nhiệt độ phụ thuộc độ cao trong không gian đặc biệt này gọi là không gian đoạn nhiệt, là:

$$T(z) = T(0) - \Gamma z \tag{9}$$

2.3. Tìm biểu thức của $T_{tk}(z)$

Thay trong (7) hàm T bằng biểu thức của nó cho trong đầu bài, rồi tính tiếp, ta có:

$$\frac{dT_{tk}}{T_{tk}} = -\frac{\gamma-1}{\gamma}\frac{\mu g}{R}\frac{dz}{T(0)-\Lambda z}$$

Lấy tích phân:

$$\ln\frac{T_{tk}(z)}{T_{tk}(0)} = -\frac{\gamma-1}{\gamma}\frac{\mu g}{R}\left(-\frac{1}{\Lambda}\right)\ln\frac{T(0)-\Lambda z}{T(0)}$$

hay là

$$T_{tk}(z) = T_{tk}(0)\left(\frac{T(0)-\Lambda z}{T(0)}\right)^{\frac{\Gamma}{\Lambda}} \tag{10}$$

2.4. Nếu $\Lambda z \ll T(0)$ thì có thể tính gần đúng số hạng thứ hai của vế phải công thức (10) ở câu 2.3 như sau :

$$\left(\frac{T(0)-\Lambda z}{T(0)}\right)^{\frac{\Gamma}{\Lambda}} = \left(1-\frac{\Lambda z}{T(0)}\right)^{\frac{\Gamma}{\Lambda}}$$

$$\approx \left(1-\frac{\Gamma}{\Lambda}.\frac{\Lambda z}{T(0)}\right) = 1-\frac{\Gamma_z}{T(0)}$$

Thay vào (10) ta có công thức gần đúng

$$T_{tk}(z) = T_{tk}(0) - \Gamma z \tag{11}$$

theo đó thì nhiệt độ biến đổi tuyến tính theo độ cao giống như trong khí quyển có hệ số giảm nhiệt độ $\Lambda = \Gamma$.

3.

3.1. Ở độ cao z_Q mà $T_{tk}(z_0) = T(z_0)$ thì túi khí cân bằng. Thật vậy, khi đó thì khối lượng riêng ρ của khí trong túi bằng khối lượng riêng ρ' của không khí trong khí quyển, do đó lực đẩy Ác-si-mét của không khí lên túi khí bằng trọng lượng của túi khí. Bây giờ ta xét xem cân bằng của túi khí là bền hay không bền.

• Trước hết xét cân bằng trong khí quyển có hệ số giảm nhiệt độ $\Lambda > \Gamma$.

Nếu đưa túi khí lên cao hơn, ở độ cao $z_0 + d$ (với $d > 0$), thì :

$$T_{tk}(z_0 + d) = T_{tk}(z_0) - \Gamma d \text{ và } T(z_0 + d) = T(z_0) - \Lambda d$$

Với $\Gamma < \Lambda$, thì $T_{tk}(z_0 + d) > T(z_0 + d)$, và do đó $\rho < \rho'$.

Kết quả là lực đẩy Ác-si-mét lớn hơn trọng lực của túi khí, hợp lực hướng lên trên, làm cho túi khí càng xa vị trí cân bằng ở độ cao z_0.

Ngược lại nếu đưa túi khí xuống thấp, ở độ cao $z_0 - d$ (với $d > 0$) thì $T_{tk}(z_0 - d) < T(z_0 - d)$ và do đó $\rho > \rho'$.

Kết quả là lực đẩy Ác-si-mét nhỏ hơn trọng lực của túi khí, hợp lực hướng xuống dưới, làm cho túi khí càng xa vị trí cân bằng ở độ cao z_0.

Như vậy trong khí quyển có hệ số giảm nhiệt độ $\Lambda > \Gamma$ thì cân bằng của túi khí là không bền, người ta gọi khí quyển đó là khí quyển không ổn định.

• Xét cân bằng của túi khí trong khí quyển có hệ số giảm nhiệt độ $\Lambda < T$.

Nếu đưa túi khí từ vị trí cân bằng ở độ cao z_0 lên cao hơn, ở độ cao $z_0 + d$ (với $d > 0$), thì $T_{tk}(z_0 + d) < T(z_0 + d)$ và do đó $\rho > \rho'$. Kết quả là lực đẩy Ác-si-mét nhỏ hơn trọng lực của túi khí, hợp lực hướng xuống dưới, làm cho túi khí trở về vị trí cân bằng ở độ cao z_0.

Nếu đưa túi khí từ vị trí cân bằng ở độ cao z_0 xuống thấp hơn, ở độ cao $z_0 - d$ (với $d > 0$), thì $T_{tk}(z_0 - d) > T(z_0 - d)$ và do đó $\rho < \rho'$. Kết quả là lực đẩy Ác-si-mét lớn hơn trọng lực của túi khí, hợp lực hướng lên trên, làm cho túi khí trở về vị trí cân bằng ở độ cao z_0.

Như vậy trong khí quyển có hệ số giảm nhiệt độ $\Lambda < \Gamma$ thì cân bằng của túi khí là bền, người ta cũng gọi khí quyển đó là khí quyển ổn định.

Trong khí quyển đoạn nhiệt, với $\Lambda = \Gamma$ thì đặt túi khí ở vị trí nào cũng có cân bằng, đó là cân bằng phiếm định. Khí quyển đó gọi là khí quyển trung tính.

3.2. Gọi h là độ cao cực đại mà túi khí đạt tới được trong một khí quyển ổn định với hệ số giảm nhiệt độ $\Lambda < \Gamma$. Nhiệt độ không khí ở độ cao h là :

$$T(h) = T(0) - \Lambda h \tag{12}$$

Túi khí biến đổi đoạn nhiệt chuẩn tĩnh, từ mặt đất với nhiệt độ $T_{tk}(0)$ tới độ cao h với nhiệt độ $T_{tk}(h)$ cho bởi công thức (10) ở mục (2.3). Ở độ cao cực đại h, nhiệt độ của túi khí bằng nhiệt độ của không khí bao quanh.

$$T_{tk}(h) = T(h)$$

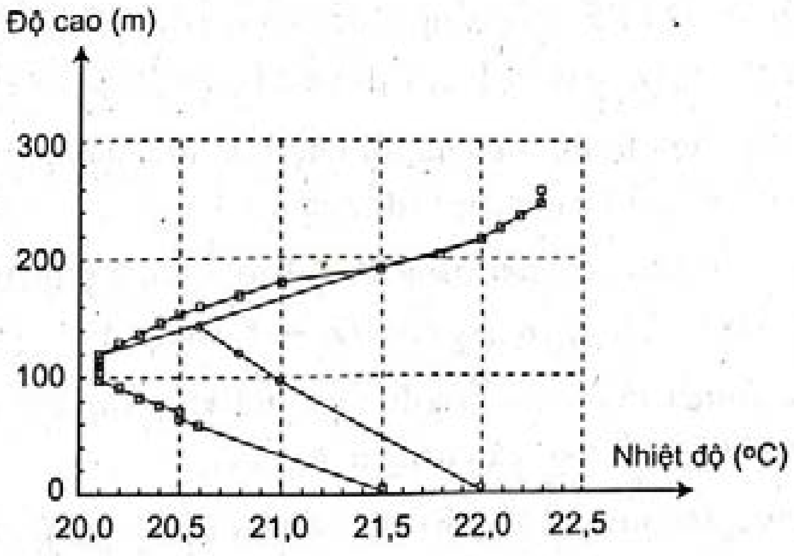
thay $T_{tk}(h)$ bằng biểu thức rút ra từ (10) và T(h) bằng biểu thức rút ra từ (12), ta sẽ có :

$$T_{tk}(0)\left(\frac{T(0)-\Lambda h}{T(0)}\right)^{-\frac{\Gamma}{\Lambda}} = T(0)-\Lambda h \tag{13}$$

Từ đây rút ra :

$$h = \frac{1}{\Lambda}\left[T(0) - \left(\frac{T(0)^{\Gamma}}{\left(T_{tk}(0)\right)^{\Lambda}}\right)^{\frac{1}{\Gamma-\Lambda}}\right] \tag{14}$$

4. Từ bảng số liệu đo được, ta vẽ được đồ thị như hình B.44.



Hình B.44

Có thể chia khí quyển thành ba lớp theo độ cao

(1) $0 < z < 96$ m $\qquad \Lambda = \dfrac{21,5-20,1}{96} = 14,6.10^{-3}$ K/m

(2) 96 m $< z < 119$ m $\qquad \Lambda = 0$ đẳng nhiệt

(3) 119 m $< z < 215$ m $\qquad \Lambda = -\dfrac{22-20,1}{215-119} = -0,02$ K/m

Tại lớp (1), có thể tính nhiệt độ của túi khí theo công thức (10)

$$T_{tk}(96\text{ m}) = 294,04\text{ K} \approx 294,0\text{ K} \qquad \text{tức là} \quad 21,0°C$$

Tại lớp (2), có thể tính nhiệt độ của túi khí theo công thức trong không gian đẳng nhiệt :

$$T_{kt}(z) = T_{kt}(0)\exp\left[-\frac{\Gamma z}{\Gamma(0)}\right]$$

Độ cao 0 ứng với 96 m, sau khi đổi gốc lại:

$$T_{kt}(119\text{ m}) = 293,81\text{ K} \approx 293,8\text{ K} \qquad \text{tức là} \quad 20,8°C$$

Dùng công thức (14) có thể tính được h = 23 m và nhiệt độ tương ứng theo (10) là 293,6 K tức là 20,6°C.

Cuối cùng, ta xác định được độ cao cực đại là H = 119 + 23 = 142 m.

Như vậy, $T_{tk}(142\text{ m}) = 293,6$ K.

Ghi chú : Trong suốt khoảng không gian ở dưới độ cao 215 m ta đều có $\Lambda z \ll T(0)$. Như vậy có thể dùng công thức gần đúng (11) ở mục 2.4 để tính $T_{tk}(h)$ và được kết quả $T_{tk}(96\text{ m}) = 294$ K và $T_{tk}(119\text{ m}) = 293,8$ K. Ở độ cao 119 m, hiệu nhiệt độ của túi khí và không khí xung quanh là 293,8 − 293,1 = 0,7 K. Khoảng cách lớn nhất mà túi khí đi được, tính từ mốc này là $\dfrac{0,7}{r-\Lambda} = \dfrac{0,7}{0,03} = 23$ m.

5. Xét khoảng không gian nội thành Hà Nội với chiều cao là H. Đó là một hình hộp, các cạnh đáy là L và W, chiều cao là H. Khí CO do các xe máy lưu thông trong nội thành thải ra tăng lên theo tốc độ :

$$M = 800000.5.\frac{12}{3600} = 13300\text{ g/s}$$

Gọi C(t) là nồng độ khí CO trong không khí tại mọi điểm trong hình hộp.

5.1. Sau khoảng thời gian dt, khối lượng khí CO trong hình hộp tăng lên do khí thải xe máy là Mdt. Đồng thời gió thổi qua, theo hướng song song với cạnh ngắn W, cuốn đi một khối lượng khí CO là LHC(t)udt. Lượng còn lại làm tăng nồng độ dC trong toàn bộ hình hộp có thể tích LWH. Ta có:

$$Mdt - LHC(t)udt = LWHdC$$

hay là

$$\frac{dC}{dt} + \frac{u}{W}C(t) = \frac{M}{LWH} \qquad (13)$$

5.2. Nghiệm tổng quát của phương trình vi phân là :

$$C(t) = K\exp\left(-\frac{ut}{W}\right) + \frac{M}{LHu}$$

Với điều kiện ban đầu C(0) = 0, suy ra rằng :

$$C(t) = \frac{M}{LHu}\left[1 - \exp\left(-\frac{ut}{W}\right)\right] \qquad (14)$$

5.3. Lấy gốc thời gian là lúc 7 giờ sáng (xe máy bắt đầu chạy), thì 8 giờ sáng ứng với t = 3600 s. Thay các dữ liệu vào công thức (14), sẽ nhận được :

$$C(3600\ s) = 6,24.(1 - 0,64) = 2,3\ \ mg/m^3$$

Mục lục