Ngô Quốc Quýnh

Bồi dưỡng Học sinh giỏi Vật lí Trung học phổ thông

Quang học 1

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

Ngô Quốc Quýnh

Bồi dưỡng Học sinh giỏi Vật lí Trung học phổ thông

Quang học 1

(Tái bản lần thứ năm)

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

Lời nói đầu

Hiện nay, ở hầu hết các tỉnh và thành phố cả nước và ở một vài trường đại học đã có các lớp trung học phổ thông chuyên Vật lí. Một phần số học sinh của các lớp này được bồi dưỡng theo chương trình chuyên của Bộ Giáo dục và Đào tạo, để chọn ra một đội tuyển tham dự kì thi học sinh giỏi Quốc gia. Nội dung dạy học trong các lớp chuyên phải bao gồm những kiến thức quy định trong cả hai chương trình : chuyên và nâng cao.

Việc viết một bộ sách giáo khoa chung, mà nội dung bao hàm cả hai chương trình nói trên, cần phải có thời gian suy nghĩ và thử nghiệm. Trước mắt, Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam mời một số tác giả đã quen với cả hai nội dung trên, viết những tài liệu bổ sung cho sách giáo hoa Vật lí nâng cao dưới dạng chuyên đề để phục vụ cho việc dạy học Vật lí ở các lớp trung học phổ thông chuyên Vật lí. Những sách này gọi là sách ***Bồi dưỡng học sinh giỏi Vật lí trung học phổ thông***. Sách bồi dưỡng trình bày những kiến thức trong chương trình chuyên mà chưa có trong sách giáo khoa, hoặc có mà chưa đủ sâu. Các giáo viên nên sử dụng đồng thời sách giáo khoa và sách bồi dưỡng để soạn giáo án, đưa những kiến thức của chương trình chuyên trong sách bồi dưỡng với kiến thức của sách giáo khoa trong từng chương, từng tiết học ; không nhất thiết phải dạy hết sách giáo khoa rồi mới dạy đến sách bồi dưỡng. Trong sách bồi dưỡng có thể có một vài phần được trình bày cao hơn một chút so với chương trình chuyên, dành cho các học sinh có năng lực trội hơn trong lớp chuyên.

Các tác giả đã thống nhất một số điều chung cho các sách bồi dưỡng như sau : Mỗi quyển sách bồi dưỡng chia ra thành từng phần gọi là chủ đề (hoặc chương) ; mỗi chủ đề bao gồm những kiến thức bổ sung cho một chương, hoặc một số chương của sách giáo khoa. Phần bổ sung để rèn luyện kĩ năng giải bài tập cho học sinh được coi trọng đặc biệt, có nhiều chương của sách giáo khoa không cần phải bổ sung về lí thuyết, nhưng rất cần có thêm những bài tập khó, ngang với trình độ thi học sinh giỏi Quốc gia.

Cuốn ***Quang học 1*** gồm các chủ đề :

Chủ đề 1. Các định luật cơ bản và nguyên lí Féc-ma

Chủ đề 2. Lưỡng chất phẳng. Bản mặt song song. Lăng kính

Chủ đề 3. Lưỡng chất cầu.

Chủ đề 4. Hệ trực tâm.

Chủ đề 5. Quang sai của hệ trực tâm.

Các tác giả hi vọng các sách bồi dưỡng sẽ giúp các bạn học sinh tự học, nắm vững kiến thức và rèn luyện kĩ năng giải toán vật lí, chuẩn bị tốt cho các kì thi chọn học sinh giỏi cấp tỉnh, thành phố và cấp Quốc gia, đạt kết quả tốt trong kì thi tốt nghiệp trung học phổ thông Quốc gia và xét tuyển vào các trường đại học, cao đẳng.

Ngoài ra, cuốn sách cũng là tài liệu tham khảo bổ ích cho các giáo viên Vật lí, các sinh viên khoa Vật lí của các trường đại học Sư phạm...

Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam xin giới thiệu bộ sách Bồi dưỡng học sinh giỏi Vật lí Trung học phổ thông với bạn đọc. Những ý kiến góp ý cho sách xin gửi về :

Ban Vật lí – Công ty cổ phần Dịch vụ xuất bản Giáo dục Hà Nội
Tòa nhà Diamond Flower - 48 Lê Văn Lương - Thanh Xuân - Hà Nội.

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

Phần một

LÍ THUYẾT VÀ BÀI TẬP

Chủ đề 1

CÁC ĐỊNH LUẬT CƠ BẢN VÀ NGUYÊN LÍ FÉC-MA

Lí thuyết

1.1. Các định luật cơ bản của quang hình học

Chúng ta biết rằng, mục đích của quang hình học, là nghiên cứu sự tạo ảnh qua các hệ quang học, hay quang hệ. Do đó, trong quang hình học, người ta chỉ quan tâm tới sự truyền của ánh sáng qua các môi trường, mà không chú ý tới bản chất của ánh sáng.

Tuy nhiên, lí thuyết và thực nghiệm cho thấy rằng, trong một số trường hợp, ta không thể không xét đến bản chất sóng của ánh sáng, cụ thể là, dù chỉ quan tâm tới sự tạo ảnh ta vẫn phải tính tới hiện tượng nhiễu xạ, luôn luôn hiện diện cả trong các dụng cụ quang học. Và ta chỉ có thể giảm ảnh hưởng của hiện tượng ấy bằng cách luôn luôn sử dụng những chùm sáng rộng, tức là những chùm sáng có đường kính D của tiết diện thẳng lớn gấp nhiều lần bước sóng λ của ánh sáng :

$$D \gg \lambda \qquad (1.1)$$

Ta giả định rằng điều kiện này luôn luôn được thoả mãn, trong giáo trình này.

a) Định luật về sự truyền thẳng

Định luật này – thường gọi tắt là định luật truyền thẳng – được phát biểu như sau :

"Trong một môi trường trong suốt và đồng tính, ánh sáng truyền theo đường thẳng".

Từ định luật này, người ta đã đưa ra khái niệm tia sáng :

"Tia sáng là đường thẳng, vẽ theo đường truyền của ánh sáng" (trong một môi trường đồng tính).

Đường thẳng hình học là một khái niệm lí tưởng hoá (vì độ dày của nó bằng 0), nên tia sáng cũng là một khái niệm lí tưởng hoá, vì hai lẽ : ta vừa không thể tạo được một lỗ có đường kính bằng 0, để chỉ cho một tia sáng đi qua, và hai là ngay cả khi kích thước của lỗ chưa triệt tiêu, hiện tượng nhiễu xạ đã ảnh hưởng rõ rệt, làm cho định luật truyền thẳng không còn đúng nữa.

Tuy không thể tạo được một tia sáng hoàn toàn đúng theo định nghĩa, ta lại có thể tạo được những chùm sáng song song, trong đó ánh sáng qua các điểm khác nhau đều đi theo những đường thẳng song song với nhau. Và nếu đặt một màn chắn, mang một lỗ có kích thước D, nhỏ, nhưng vẫn thoả mãn điều kiện (1), chắn ngang chùm sáng song song ấy, thì qua lỗ D, ta thu được một chùm sáng song song khá hẹp, chứa vô số tia sáng song song... Và tất cả các tia sáng song song ấy luôn luôn truyền theo cùng một hướng, như *một tia sáng độc nhất*, thành thử ta có thể *coi chùm sáng song song và hẹp ấy, gần đúng là một tia sáng*. Để minh hoạ các kết quả nghiên cứu, bằng thí nghiệm, người ta thường dùng các tia sáng như vậy. Trong giáo trình này, thuật ngữ "tia sáng" được dùng theo cả hai cách hiểu nêu trên.

b) Định luật phản xạ

Định luật này được phát biểu như sau :

1) Tia phản xạ nằm trong mặt phẳng tới.

2) Góc phản xạ i' bằng góc tới i : $\quad i'_l = i_l \qquad (1.2)$

Trên hình 1.1, Σ là mặt ngăn cách hai môi trường trong suốt khác nhau (môi trường $[n_2]$ có thể là một kim loại), và được gọi là mặt phản xạ.

– Tia SI được gọi là tia tới.

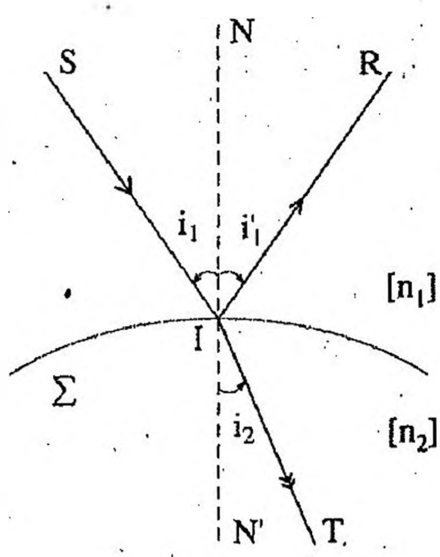
– Tia IR được gọi là tia phản xạ.

– I được gọi là điểm tới.

– IN là pháp tuyến của mặt Σ tại điểm tới I.

– Góc i = $\widehat{NIS}$ gọi là góc tới

– Góc i' = $\widehat{NIR}$ gọi là góc phản xạ.



Hình 1.1

– Mặt phẳng P chứa tia tới và pháp tuyến IN là mặt phẳng tới.

Chú ý :

Định luật phản xạ cũng chỉ đúng khi điều kiện (1.1) được thoả mãn, tức là khi mặt phản xạ có kích thước đủ lớn, so với bước sóng λ của ánh sáng.

Thí nghiệm cho thấy rằng, khi chiếu một chùm tia sáng vào một mặt Σ, giới hạn môi trường truyền ánh sáng, thì ngoài chùm tia phản xạ tuân theo định luật trên – gọi là tia phản xạ thuần – ta còn thấy nhiều chùm khác – gọi là chùm tia tán xạ – truyền theo nhiều phương khác, làm với chùm tia tới nhiều góc khác nhau. Nếu mặt Σ lớn và nhẵn, bóng, thì cường độ các chùm tán xạ nhỏ hơn cường độ chùm phản xạ nhiều. Mặt Σ càng gồ ghề, hoặc có kích thước càng nhỏ, thì cường độ các chùm tán xạ càng lớn, và cường độ chùm phản xạ càng nhỏ, và cuối cùng không chênh lệch nhau nữa.

c) Định luật khúc xạ, hay định luật Snel – Đê-các

1) Tia khúc xạ nằm trong mặt phẳng tới (và ở bên kia pháp tuyến, so với tia tới).

2) Tỉ số giữa sin của góc tới i_1 và sin của góc khúc xạ i_2 là một hằng số n, gọi là chiết suất (tỉ đối) của môi trường chứa tia khúc xạ, đối với môi trường chứa tia tới i :

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = n_{21} \quad \text{hay là} \quad \sin i_1 = n_{21}\sin i_2 \qquad (1.3)$$

Trên hình 1.1, tia IT được gọi là tia khúc xạ, và góc $i_2 = \widehat{N'IT}$ là góc khúc xạ.

Theo thuyết sóng ánh sáng của Huy-ghen, thì chiết suất tỉ đối của hai môi trường bằng nghịch đảo của tỉ số vận tốc ánh sáng trong hai môi trường ấy. Các phép đo vận tốc ánh sáng trong không khí và trong nước, do Fu-cô thực hiện đã xác minh sự đúng đắn của thuyết Huy-ghen.

Chiết suất tuyệt đối n của một môi trường là chiết suất của môi trường ấy đối với chân không.

Gọi c và v lần lượt là tốc độ ánh sáng trong chân không, và trong một môi trường, và n là chiết suất tuyệt đối của môi trường ấy, thì :

$$n = \frac{c}{v}$$

và nếu n_1, n_2 lần lượt là chiết suất tuyệt đối của hai môi trường 1 và 2, và v_1, v_2 lần lượt là tốc độ ánh sáng trong hai môi trường ấy, thì :

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2} \qquad (1.4)$$

và (1. 3) có thể viết dưới dạng đối xứng : $n_1\sin i_1 = n_2\sin i_2$ (1.5)

1.2. Nguyên lí Féc-ma

a) Quang trình

– Xét hai điểm A, B (H.1.2) trên một tia sáng truyền trong một môi trường chiết suất n, và gọi e = AB là độ dài đoạn AB. Ánh sáng truyền từ A đến B, mất một thời gian :

$$\Delta t = \frac{AB}{v} = \frac{e}{v}$$

Hình 1.2

với v là tốc độ ánh sáng trong môi trường.

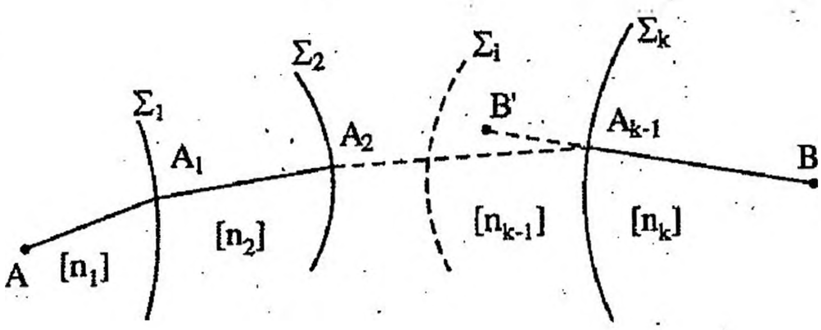
Cũng trong thời gian Δt ấy, nếu truyền trong chân không, ánh sáng đi được quãng đường :

$$e_0 = c.\Delta t = c.\frac{e}{v} = n.e$$

Hai quãng truyền e_0 và e của ánh sáng, trong cùng một thời gian Δt trong chân không và trong môi trường chiết suất n, được gọi là hai quãng truyền tương đương và e_0 gọi là quang trình của quãng truyền AB, kí hiệu là :

$$(AB) = e_0 = n.\,e \qquad (1.6)$$

Nếu tia sáng truyền từ A đến B qua một dãy môi trường đồng tính, chiết suất $n_1, n_2 \ldots n_i \ldots n_k$, ngăn cách nhau bởi các mặt $\Sigma_1, \Sigma_2 \ldots \Sigma_i \ldots \Sigma_{k-1}$, (H.1.3) thì các quãng truyền A_iA_{i+1} của tia sáng trong mỗi môi trường là một đoạn thẳng, độ dài e_i và quang trình của tia sáng trên quãng truyền AB là :



Hình 1.3

$$(AB) = n_1e_1 + n_2e_2 + \ldots n_ie_i \ldots + n_ke_k = \sum_{i=1}^{k} n_ie_1 \qquad (1.6')$$

Trong thực tế, điểm B trong hình 1.3 mà ta xét thường là ảnh của điểm A, cho bởi quang hệ. Mà ảnh của một điểm sáng qua một quang hệ có thể là ảnh thật B, mà cũng có thể là ảnh ảo B'. Ảnh ảo B' không nằm trên phần $A_{k-1}B$ của tia sáng trong môi trường k, mà vẫn nằm trên đường kéo dài, về phía trước điểm A_{k-1} của tia $A_{k-1}B$. Để vẫn có thể áp dụng công thức (1.6), khi xét quang trình (AB'), ta coi quang trình ảo $A_{k-1}B'$, hướng ngược chiều truyền của ánh sáng như vẫn được truyền trong môi trường k, nhưng là số âm và quang trình (AB') có giá trị.

$$(AB') = n_1 AA_1 + n_2 A_1A_2 + n_3 A_2A_3 + \ldots - n_k A_{k-1}B'$$

hay là

$$(AB') = n_1 \overline{AA_1} + n_2 \overline{A_1A_2} + n_3 \overline{A_2A_3} + \ldots + n_k \overline{A_{k-1}B'}$$

hoặc

$$(AB') = n_1e_1 + n_2e_2 + n_3e_3 + \ldots n_ke_k = \sum_{i=1}^{k}(n_ie_i)$$

trong đó, quang trình e_i nào ảo, phải có độ dài là một số âm.

b) Phát biểu nguyên lí Féc-ma

"*Quang trình của đường truyền thực sự, của một tia sáng truyền từ một điểm A đến một điểm B, sau nhiều phản xạ và khúc xạ liên tiếp, là quang trình ngắn nhất, so với quang trình của các tia sáng vô cùng gần tia AB*".

Phát biểu dưới dạng này, nguyên lí Féc-ma còn được gọi là nguyên lí quang trình cực tiểu (hay ngắn nhất) của quang hình học.

Tuy nhiên, sau này, khi xét cặn kẽ hơn về mặt toán học : "*Khi đạo hàm bậc nhất của một hàm số triệt tiêu, thì hàm có thể qua một cực tiểu, một cực đại, hoặc một giá trị dừng*", người ta lại thấy, có thể gặp cả ba trường hợp trên trong quang hình học, nên ngày nay nguyên lí Féc-ma được phát biểu chặt chẽ hơn, như sau :

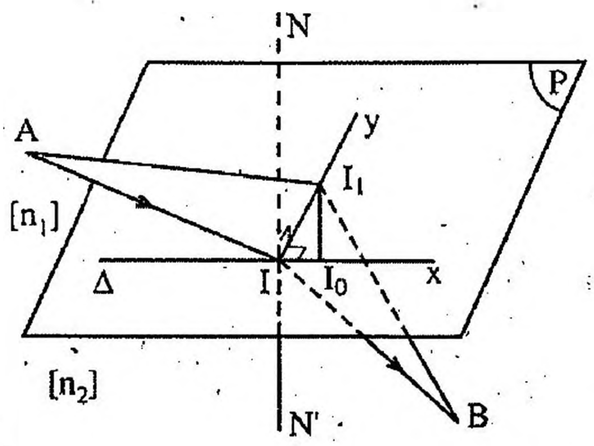
"*Quang trình của đường truyền một tia sáng, từ một điểm A đến một điểm B, sau một số lần phản xạ và khúc xạ liên tiếp bất kì, có giá trị cực tiểu, cực đại, hoặc dừng, so với quang trình của các tia sáng vô cùng gần tia AB*".

Ta kiểm nghiệm dễ dàng nguyên lí này, trong trường hợp tia sáng chịu một lần phản xạ, trên một gương phẳng ; với một gương cong, ta có thể coi mỗi phần tử nhỏ của gương như một gương phẳng, và áp dụng kết quả thu được cho gương phẳng.

Ở đây, ta xét trường hợp mặt khúc xạ là một mặt phẳng P, ngăn cách hai môi trường trong suốt, chiết suất n_1 và n_2 (H.1.4).

Nghiệm lại định luật thứ nhất

A nằm trong môi trường 1, B nằm trong môi trường 2, AIB là đường truyền thật sự của tia sáng. Mặt phẳng tới, chứa hai tia AI, IB và pháp tuyến N'IN cắt mặt phẳng P theo một đường Δ (H.1.4).

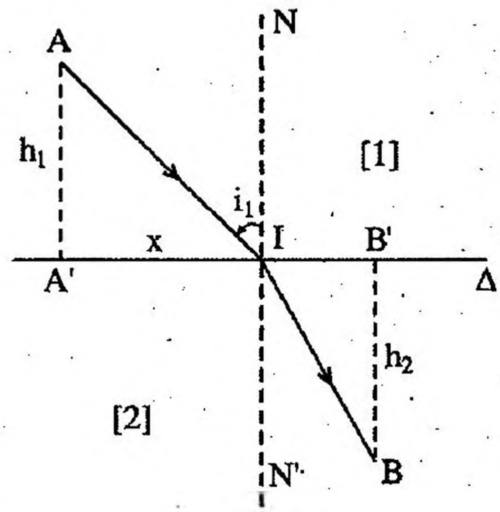


Hình 1.4

Xét một điểm I_1 trong P, ở ngoài đường Δ, tức là không nằm trong mặt phẳng tới. Gọi I_0 là hình chiếu của I_1 trên Δ. Ta thấy rằng hai đoạn thẳng AI_0 và I_0B luôn nhỏ hơn hai đoạn thẳng AI_1 và I_1B, không nằm trong mặt phẳng tới. Do đó, để quang trình của tia sáng AB cực tiểu, thì tia tới và tia khúc xạ đều phải nằm trong mặt phẳng tới.

Nghiệm lại định luật Snel – Đề-các

A', B' lần lượt là hình chiếu của A và B trên Δ (H.1.5). Gọi a = A'B' là khoảng cách giữa A' và B', và đặt $h_1 = AA'$, $h_2 = BB'$.



Hình 1.5

Giả sử I là điểm tới của tia sáng ; I được xác định bởi khoảng cách x = AI

Hai quang trình (AI) và (IB) lần lượt là :

$$(AI) = n_1 AI = n_1\sqrt{h_1^2 + x^2}$$

$$(IB) = n_2 IB = n_2\sqrt{h_2^2 + (a - x)^2}$$

Và quang trình của tia sáng AB là :

$$\delta = (AB) = n_1 AI + n_2 IB = n_1\sqrt{h_1^2 + x^2} + n_2\sqrt{h_2^2 + (a - x)^2}$$

Đạo hàm của δ đối với x :

$$\frac{d\delta}{dx} = \frac{2n_1 x}{2\sqrt{h_2^2 + x^2}} + \frac{-2n_2(a - x)}{2\sqrt{h_2^2 + (a - x)^2}} = n_1 \sin i_1 - n_2 \sin i_2$$

Đạo hàm này triệt tiêu, theo định luật Snel – Đề-các, nếu δ cực tiểu, cực đại, hoặc dừng, tức là, định luật khúc xạ là một hệ quả của nguyên lí Féc-ma. Và trong trường hợp khúc xạ, quang trình của tia sáng là cực tiểu.

Như vậy, từ nguyên lí Féc-ma, ta suy ra được định luật Snel – Đề-các, và ngược lại. Do đó, nguyên lí Féc-ma và định luật Snel – Đề-các chỉ là hai cách phát biểu khác nhau, nhưng hoàn toàn tương đương, của các định luật cơ bản của quang hình học.

1.3. Định luật về sự độc lập của các chùm sáng, và định luật về sự truyền ngược trở lại của ánh sáng

Ngoài ba định luật nêu trong mục 1.1, trong quang hình học, người ta còn mặc nhiên thừa nhận hai định luật (nói đúng hơn, là hai nguyên lí) sau đây.

a) Định luật về sự độc lập của các chùm sáng

"*Trong một chùm sáng, tác dụng của mỗi tia sáng (tức là mỗi chùm sáng nhỏ) không phụ thuộc vào sự có mặt hoặc vắng mặt của các tia khác*".

Chẳng hạn, một bóng đèn tạo ra tại một điểm A trên mặt bàn một độ rọi E ; độ rọi này không thay đổi, nếu ta chắn bớt các chùm sáng rọi vào các điểm khác của mặt bàn.

Tuy nhiên, cũng giống như định luật truyền thẳng, định luật này chỉ đúng khi ta xét những điểm ở xa giới hạn của bóng tối hình học của màn chắn ; đối với những điểm ở gần giới hạn của bóng tối hình học, thì khi chắn bớt một phần chùm sáng, thì độ rọi bị ảnh hưởng rất mạnh, thậm chí có thể tăng thêm, hoặc triệt tiêu ; đó là hiện tượng nhiễu xạ, một trong các hiện tượng cơ bản thể hiện bản chất sóng của ánh sáng.

b) Định luật về sự truyền ngược trở lại của ánh sáng

"*Đường truyền của một tia sáng không phụ thuộc chiều truyền của ánh sáng, tức là nếu một tia sáng truyền từ một điểm A đến một điểm B, theo một đường nào đó, thì khi nó truyền ngược trở lại từ B về A, nó vẫn đi theo đường ấy*".

Cũng như đối với định luật phản xạ và khúc xạ, định luật nầy không còn đúng, nếu mặt phản xạ hoặc khúc xạ có kích thước cùng cỡ với bước sóng của ánh sáng.

Theo định luật này, thì khi khảo sát sự truyền của một tia sáng qua một quang hệ, ta không cần chú ý tới chiều truyền của nó.

1.4. Tính tương điểm và điều kiện tương điểm

a) Định nghĩa

– Hệ quang học được gọi là tương điểm khi ảnh của một điểm sáng cho bởi quang hệ cũng hoàn toàn đúng là một điểm.

Như vậy, đối với một quang hệ tương điểm, thì :

a) Một chùm sáng đồng tâm, sau khi truyền qua hệ, vẫn là một chùm đồng tâm, hoặc :

b) Một chùm sáng có mặt sóng là một hình cầu, sau khi truyền qua hệ, vẫn là một chùm sóng cầu.

Giả sử A là một điểm sáng, và A' là ảnh tương điểm của nó qua quang hệ thì theo định luật truyền trở lại, ta cũng có thể coi A là ảnh tương điểm của A'.

Cặp điểm A, A', mà một là ảnh của điểm kia qua quang hệ được gọi là cặp điểm liên hợp của quang hệ.

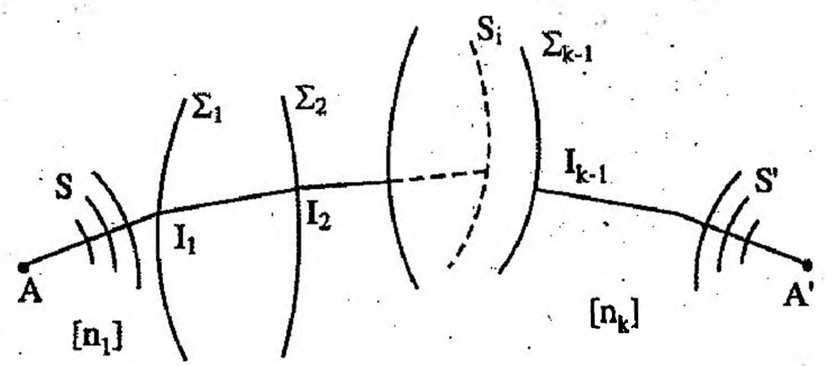
Tia sáng tới quang hệ qua điểm A, khi ló ra khỏi quang hệ cũng phải đi qua điểm A' ; tia tới và tia ló tương ứng cũng được gọi là hai tia liên hợp.

Một quang hệ có thể là tương điểm, đối với nhiều cặp điểm liên hợp, hoặc chỉ với một số cặp điểm rời rạc, thậm chí, chỉ với một cặp điểm độc nhất. Do đó, ta phải luôn luôn nói rõ, quang hệ là tương điểm đối với cặp điểm nào.

b) Điều kiện tương điểm

Giả sử A' là ảnh tương điểm của điểm sáng A qua một quang hệ, gồm k môi trường, chiết suất n_1, n_2...n_k, ngăn cách nhau bằng (k – 1) mặt Σ_i (H.1.6).

A là tâm của các mặt sóng cầu S, A' là tâm của các mặt sóng cầu S'. Khi lần lượt truyền qua các môi trường n_i, các mặt sóng S lần lượt bị biến đổi thành các mặt S_i, và cuối cùng, thành các mặt sóng cầu S'.



Hình 1.6

Đối với mọi tia sáng trong chùm đi từ A, quang trình từ A tới các mặt sóng S đều bằng nhau, quang trình giữa hai mặt sóng S_i, S_i cũng bằng nhau, và quang trình từ các mặt sóng S' tới A' cũng bằng nhau, do đó, quang trình từ A đến A' của mọi tia sáng đều bằng nhau, tức là

$$(AA') = n_1\overline{AI_1} + n_2\overline{I_1I_2} + n_3\overline{I_2I_3} + \ldots\ n_k\overline{I_{k-1}A'} = \text{const}$$

và điều kiện tương điểm đối với cặp điểm A, A' là :

$$(AA') = \text{const} \qquad (1.6")$$

Chú ý : Nhớ lấy dấu trừ, cho các quang trình ảo trong các công thức (1.6).

1.5. Mặt phản xạ tương điểm

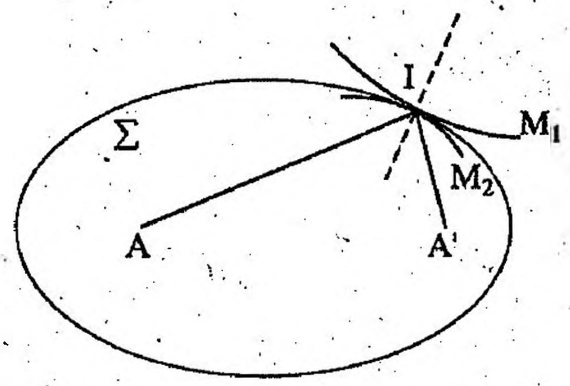
Ta hãy tìm các mặt gương có khả năng tạo ảnh tương điểm A' của một điểm A. .

a) Hai điểm A, A' đều thật cả, hoặc ảo cả

Giả sử I là điểm tới của tia tới SI trên mặt phản xạ Σ. Điều kiện tương điểm mà cặp điểm A, A' phải thoả mãn, theo (1.6) là :

$$(AA') = (\overline{AI} + \overline{IA'})n = \text{const} \qquad (1.7)$$

Nếu cả hai điểm A, A' đều thật, thì hai tia sáng AI và IA' cũng đều thật, và hai quang trình $n.\overline{AI}$ và $n.\overline{AI'}$ đều dương, và với n = 1, thì hai quang trình ấy rút lại thành hai độ dài hình học AI và IA'. Điều kiện trên chứng tỏ rằng I phải ở trên một mặt elipxôit tròn xoay, mà hai tiêu điểm là A và A' (H.1.7).



Hình 1.7

Nếu cả hai điểm A, A' đều ảo thì cả hai quang trình $n.\overline{AI}$, và $n.\overline{IA'}$ đều âm, tổng của chúng cũng là một hằng số âm. Ta chỉ cần đổi dấu của hai vế đẳng thức trên, và lại trở lại trường hợp trên.

Gương kim loại, hình trụ, có tiết diện thẳng là một elip, với nguồn sáng là một đèn ống, song song với trục hình trụ, và vật được rọi sáng là một hình trụ bằng thủy tinh, hoặc một ống thủy tinh chứa một chất lỏng hoặc chất khí, lần lượt đặt tại A và A', được dùng trong kĩ thuật phân tích phổ Raman, và trong kĩ thuật laze. Vòm trần của một số ga tàu điện ngầm ở Pa-ri cũng có dạng hình trụ elip, nên hai người ở A và A' tuy đứng khá xa nhau, mà vẫn có thể nghe được tiếng nói của nhau do các "tia sóng âm" phát đi từ miệng người này được vòm trần hội tụ gần như đúng vào tai người kia.

Trên hình 1.7 ta còn thấy hai gương cong, cùng tiếp xúc với gương trụ elip tại điểm I. Vì pháp tuyến IN chung cho cả ba mặt gương, nên đường truyền AIA' cũng chung cho cả ba gương.

Đối với gương elipxôit Σ quang trình (AIA') có giá trị dừng.

Đối với gương M_1, tiếp xúc trong với Σ, thì quang trình (AIA') có giá trị cực đại.

Đối với gương M_2, tiếp xúc ngoài với Σ, cũng quang trình ấy lại có giá trị cực tiểu.

b) Một trong hai điểm A hoặc A' là thật, điểm kia ảo

Giả sử điểm sáng A là thật, và cho ảnh ảo là điểm A' ; cho quang trình ảo $n.\overline{IA'}$ dấu trừ, thì điều kiện tương điểm (1.6) thành :

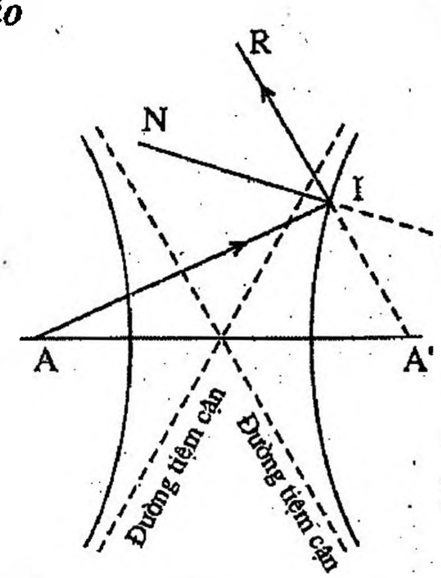
$$n\overline{AI} - n.\overline{IA'} = \text{const}$$

hay là :

$$AI - IA' = \text{const} = 2a \qquad (1.8)$$

Vậy I phải ở trên một mặt hypebolôit tròn xoay hai tầng mà A và A' là hai tiêu điểm (H.1.8).

Cả hai tầng của hypebolôit đều dùng làm gương được. Nếu IA > IA', thì tầng ở phía A' dùng làm gương lồi, tầng kia là gương lõm.



Hình 1.8

Nếu điểm sáng A là ảo, và ảnh A' của nó thật, thì với cùng giá trị 2a của const, ta chỉ cần đổi chiều truyền của ánh sáng trên hình 1.8, và thu lại được kết quả trên.

Nếu hiệu IA – IA' = 0, thì hai tầng của hypebolôit rút lại thành mặt phẳng trung trực của AA', ta được một gương phẳng và ta tìm được tính chất cơ bản của gương phẳng : "Gương phẳng thoả mãn điều kiện tương điểm đối với cặp điểm gồm một điểm bất kì, và điểm đối xứng với nó, qua gương".

Nếu một trong hai điểm A hoặc A' ở xa vô cùng (chùm sáng qua nó trở thành một chùm song song) thì cả elipxôit và hypebolôit đều rút lại thành một parabolôit. Gương parabolôit có tác dụng hoặc tạo một chùm tia song song, hoặc tạo ảnh thật của các vật ở xa vô cùng, được sử dụng rộng rãi trong đèn pha, đèn chiếu, kính thiên văn,...

1.6. Mặt khúc xạ tương điểm

Gọi A, A' là điểm sáng và ảnh tương điểm của nó, cho bởi hệ hai môi trường chiết suất n_1, n_2 ngăn cách nhau bởi một mặt Σ và I là điểm tới của tia sáng đi từ A, và khúc xạ qua mặt Σ, tới A'.

Điều kiện tương điểm (1.6) đối với cặp điểm A, A', bây giờ là :

$$n_1\overline{AI} + n_2\overline{IA'} = \text{const} \qquad (1.9)$$

Trong toán học, quỹ tích các điểm I xác định bởi (1.9) là một mặt tròn xoay, có hai tiêu điểm A, A' và có kinh tuyến là một đường cong kín, gọi là ôvan của Đề-các.

Mỗi giá trị k của hằng số trong (1.9) xác định một mặt xác định. Đáng chú ý, có mấy trường hợp đặc biệt sau đây :

a) $k = 0$: Nếu A và A' đều thật thì điều kiện (1.9) chỉ được thoả mãn với $IA' = AI = 0$, tức là điểm sáng A ở ngay trên mặt Σ và trùng với ảnh của chính nó. Điều hiển nhiên, đối với mọi mặt Σ này không có lợi ích gì đáng chú ý.

Nếu A và A' có bản chất khác nhau, tức là một điểm là thật còn điểm kia là ảo, thì mặt Σ phải tìm là một mặt cầu. Ta sẽ khảo sát chi tiết hơn, trong chủ đề "lưỡng chất cầu".

b) Một trong hai điểm A hoặc A' ở xa vô cùng.

Người ta chứng minh được rằng, mặt Σ khi đó là một mặt tròn xoay, có kinh tuyến là một elip hoặc một hypebol nhận điểm sáng (thật hoặc ảo) liên hợp với điểm ở xa vô cùng làm tiêu điểm (xem bài tập 1.8 và 1.14).

Nếu $n_1 > n_2$ và A thật thì đường cong là một elip, và mặt Σ lồi ; với $n_1 < n_2$ và A thật, thì đường cong là một hypebol và mặt Σ cũng là mặt lồi.

Nếu $n_1 > n_2$ và A ảo thì đường cong vẫn là một elip nhưng mặt Σ lõm ; với $n_1 < n_2$ và A ảo, thì đường cong là một hypebol và mặt Σ cũng lõm.

Kĩ thuật quang học hiện đại cho phép sản xuất được thấu kính, mà mặt có tiết diện là một đường cônic bất kì. Nhờ vậy, có thể sử dụng các thấu kính elipxôit hoặc hypebolôit trong các hệ quang học, nhờ đó, cải tiến được một cách đáng kể chất lượng các quang cụ, đặc biệt là các máy ảnh, máy chiếu.

Bài tập tự giải

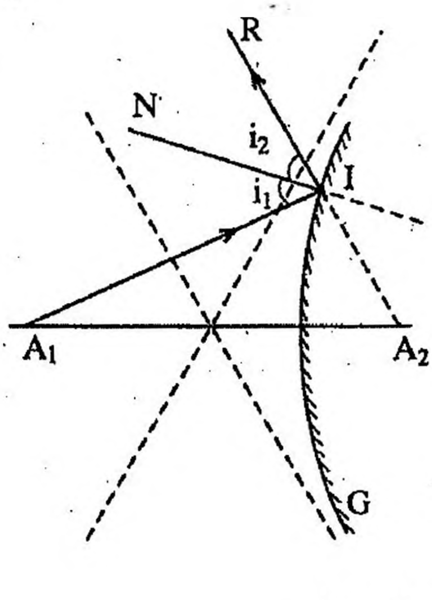
1.1. *Gương hypebolôit*

A_1 là một điểm sáng và A_2 là ảnh của nó, trong một gương G. Ta thử tìm dạng hình học của G, để A_2 luôn luôn là ảnh ảo của A_1.

Gọi I (H.1.9) là điểm tới của một tia sáng, từ A_1 tới gương. Tia A_1I cho tia phản xạ IR. Vì A_2 là ảnh ảo của A_1, nên đường kéo dài của IR ra sau gương phải qua A_2.

Quang trình của tia sáng A_1IA_2 là :

$$(A_1IA_2) = \overline{A_1I} + \overline{IA_2}$$



Hình 1.9

A_1 là điểm sáng thật, nên $\overline{A_1I}$ dương, còn A_2 âm, nên $\overline{IA_2} = -IA_2$. Do đó, tính theo độ dài hình học thì :

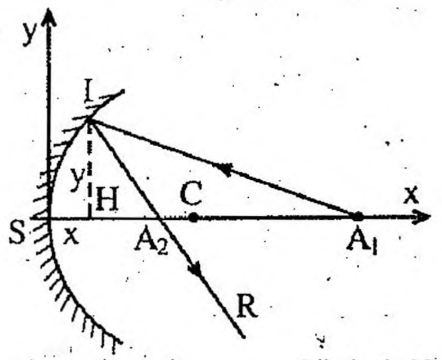
$$(A_1IA_2) = A_1I - IA_2$$

Theo nguyên lí Féc-ma, quang trình trên phải không đổi, đối với mọi tia sáng A_1IA_2, tức là phải là một hằng số, không phụ thuộc điểm I trên gương, tức là : $$A_1I - IA_2 = \text{const} = 2a$$

Đây là phương trình định nghĩa của một hypebolôit tròn xoay, hai tầng, có tiêu điểm là A_1, A_2. Mỗi giá trị a của bán trục tiêu cho ta một gương. Gương thật sự chỉ sử dụng được một trong hai tầng của hypebolôit : nếu dùng tầng ở phía A_2, như hình 1.9, thì gương là lồi ; dùng tầng kia, thì ta được một gương lõm. Đặc biệt, khi a = 0, thì ta chỉ được một gương phẳng độc nhất.

1.2. ***Tìm công thức gương cầu bằng nguyên lí Féc-ma***

Ta có gương cầu lõm, tâm C, đỉnh S, bán kính $\overline{SC} = R$. A_1 là một điểm sáng trên trục Sx. Tia sáng A_1I phản xạ tại I, cho tia phản xạ IR, IR cắt Sx tại điểm A_2 (H.1.10).



Hình 1.10

Theo nguyên lí Féc-ma, để A_2 là ảnh của A_1, thì quang trình A_1IA_2 phải có cùng giá trị đối với mọi tia sáng AI, và đặc biệt, phải bằng quang trình của tia phản xạ tại đỉnh gương S, tức là :

$$(A_1IA_2) = (A_1SA_2)$$

Đặt $d_1 = SA_1$, $d_2 = SA_2$ là các độ dài hình học SA_1, SA_2 và x, y là hai toạ độ của I, ta thấy ngay

$$(A_1IA_2) = IA_1 + IA_2 = \sqrt{\overline{IH}^2 + \overline{HA_1}^2} + \sqrt{\overline{IH}^2 + \overline{HA_2}^2} \qquad (1)$$

và $$(A_1SA_2) = SA_1 + SA_2 = d_1 + d_2$$

Hình 1.10 cho thấy rằng : $\overline{HA_1} = SA_1 - SH = d_1 - x$; $\quad IH = y$

$$\overline{HA_2} = SA_2 - SH = d_2 - x \text{ ; } \quad IH = y$$

Thế vào (1), ta được :

$$IA_1 + IA_2 = \sqrt{y^2 + (d_1 - x^2)} + \sqrt{y^2 + (d_2 - x^2)}$$

$$IA_1 + IA_2 = \sqrt{y^2 + d_1^2 + x^2 - 2d_1x} + \sqrt{y^2 + d_2^2 + x^2 - 2d_2x}$$

Cân bằng tổng này, với tổng $(d_1 + d_2)$ của quang trình A_1SA_2, ta được phương trình.

$$\sqrt{x^2 + y^2 + d_1^2 - 2d_1x} + \sqrt{x^2 + y^2 + d_2^2 - 2d_2x} = d_1 + d_2 \quad (2)$$

Điểm I ở trên mặt cầu, tâm C, mà đường tròn lớn, vẽ trên hình 1.10 có phương trình :

$$\overline{CH}^2 + \overline{HI}^2 = \overline{SC}^2 \quad \text{hay là} \quad (R - x)^2 + y^2 = R^2$$

$$R^2 - 2Rx + x^2 + y^2 = R^2$$

cuối cùng : $x^2 + y^2 = 2Rx$

Thế vào (2), ta được :

$$\sqrt{2Rx + d_1^2 - 2d_1x} + \sqrt{2Rx + d_2^2 - 2d_2x} = d_1 + d_2$$

$$\sqrt{d_1^2 + 2x(R - d_1)} + \sqrt{d_2^2 + 2x(R - d_2)} = d_1 + d_2$$

$$d_1\sqrt{1 + \frac{2x(R - d_1)}{d_1^2}} + d_2\sqrt{1 + \frac{2x(R - d_2)}{d_2^2}} = d_1 + d_2$$

Gương cầu có khẩu độ nhỏ, nên I rất gần S, tức là x và y đều nhỏ so với R, d_1, d_2. Do đó, ta có thể dùng phép tính gần đúng : $\sqrt{1 + \varepsilon} \approx 1 + \frac{\varepsilon}{2}$

$$d_1\left(1 + \frac{x(R - d_1)}{d_1^2}\right) + d_2\left[1 + \frac{x(R - d_2)}{d_2^2}\right] = d_1 + d_2$$

$$\frac{x(R - d_1)}{d_1} + \frac{x(R - d_2)}{d_2} = 0$$

$$\frac{R}{d_1} + \frac{R}{d_2} - 2 = 0$$

Cuối cùng : $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{2}{R} = \frac{2}{2f} = \frac{1}{f}$ (với $f = \frac{R}{2}$)

Đó chính là công thức gương cầu lõm, trong trường hợp ảnh thật, và d_1, d_2 là các độ dài hình học.

Bạn đọc có thể dễ dàng suy ra công thức cho trường hợp ảnh ảo, vật ảo.

Đề bài tập

1.3. Có k môi trường trong suốt và đồng tính, chiết suất n_1, n_2, n_k, ngăn cách nhau bằng k – 1 mặt phẳng song song Σ_1, Σ_2, Σ_{k-1}. Một tia sáng AI đi từ một điểm A, trong môi trường 1, khúc xạ qua mặt Σ_1', dưới góc i_1, lần lượt qua các môi trường, rồi khúc xạ theo $I_{k-1}.A'$, dưới góc i_k, trong môi trường k.

a) Chứng minh rằng, ta vẫn có $n_1 \sin i_1 = n_k \sin i_k$ không phụ thuộc các môi trường trung gian.

b) Nếu môi trường k đồng nhất với môi trường 1 thì có thể kết luận gì về phương truyền của hai tia sáng AI và $I_{k-1}A'$?

1.4. Hai môi trường chiết suất n_1 và n_2 ngăn cách nhau bằng một mặt phẳng P. Một tia sáng AI trong môi trường 1, tới mặt P dưới góc i_1.

a) Tính góc khúc xạ i_2 của tia sáng, trong trường hợp : $n_1 = 1$, $n_2 = 1{,}52$ và $i_1 = 30^\circ$.

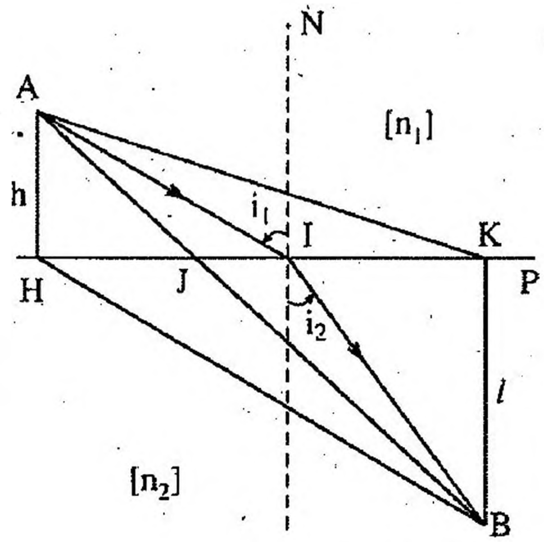
b) Cho i_1 tăng hoặc giảm một giá trị nhỏ Δi_1. Tính giá trị tăng, hoặc giảm, Δi_2 của i_2, và so sánh nó với Δi_1. Áp dụng số : $i_1 = 60^\circ$; $\Delta i_1 = 20'$.

1.5. Cho một gương cầu G, và hai điểm A, A' không quá xa trục chính của gương. Vẽ tia sáng đi từ A, rồi qua A', sau khi phản xạ trên gương. Phân biệt hai trường hợp : gương cầu lồi và gương cầu lõm ; nêu rõ các trường hợp cực tiểu và cực đại của quang trình. Xét các trường hợp A, A' cùng bản chất, và A, A' khác bản chất.

1.6. Một mặt phẳng P ngăn cách hai môi trường trong suốt, đồng tính, chiết suất n_1, n_2. Hai điểm A, B lần lượt trong hai môi trường, cách mặt phẳng P các khoảng lần lượt : AH = h và BK = l. Một tia sáng AI tới mặt P tại I, dưới góc $i_1 = 60^\circ$ và khúc xạ theo IB (H.1.11).

a) Tính quang trình (AIB) của tia sáng.

b) Giả sử tia sáng truyền lần lượt theo các đường AHB, AJB và AKB. Hãy tính các quang trình ấy và thời gian truyền trên chúng ; kết luận.



Hình 1.11

c) Để thực hiện ba đường truyền trong b) ta đặt tại H, J và K ba gương phẳng nhỏ G_1, G_2 và G_3. Phải đặt chúng thế nào ?

Áp dụng số : $n_1 = 1$, $n_2 = 1{,}732 \approx \sqrt{3}$, $h = 30$ m, $l = 90$ m, $c = 3.10^8$ m/s.

(Để thuận tiện, nên dùng đơn vị cm và μs).

1.7. Giả sử trong bài 1.6 trên, ta biết n_1, n_2, h, l và khoảng cách HK = a, chứ không biết góc i_1. Gọi x là khoảng cách HI.

a) Hãy lập phương trình giúp ta xác định vị trí điểm tới I của tia sáng AI.

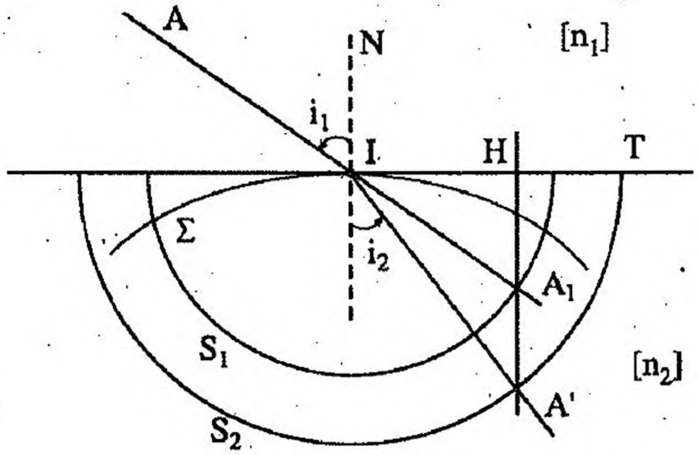
b) Phương trình thu được không thể giải được dưới dạng tổng quát, nhưng có thể giải được với các dữ liệu bằng số sau đây :

$n_1 = 1$, $n_2 = \sqrt{2}$, $a = 2h$, $l = h\sqrt{3}$ và $h = 10$ cm. Tính i_1.

1.8. Một mặt đối xứng tròn xoay Σ ngăn cách hai môi trường trong suốt chiết suất n_1, n_2. Xác định Σ sao cho một chùm sáng hình nón, có đỉnh A ở trên trục đối xứng của Σ, cách Σ một khoảng d, trong môi trường 1, sau khi truyền qua mặt Σ sang môi trường 2, thì trở thành một chùm song song. Xét hai trường hợp : $n_1 > n_2$ và $n_1 < n_2$.

1.9. ***Vẽ tia khúc xạ bằng phương pháp hình học***

Hãy xác minh cách vẽ sau đây : Lấy mặt phẳng tới làm mặt phẳng vẽ hình, vẽ tiết diện Σ của mặt phân cách và tiếp tuyến IT của mặt Σ tại I, đó là giao tuyến của mặt phẳng tới với mặt phẳng tiếp xúc với Σ tại I. Vẽ hai nửa đường tròn (thật ra, chỉ cần $\frac{1}{4}$ đường tròn) S_1, S_2, tâm I, bán kính lần lượt bằng n_1, n_2.



Hình 1.12

Kéo dài tia tới AI tới giao điểm A_1 của nó với S_1. Từ A_1 hạ đường vuông góc A_1H xuống IT ; A_1H gặp vòng tròn S_2 tại A'. Đường IA' biểu diễn tia khúc xạ (H.1.12). Xét trường hợp $n_1 > n_2$, và kết luận.

1.10. Hãy nêu một bằng chứng thực nghiệm, để xác minh sự tương đương giữa lộ trình l, trong một môi trường chiết suất n, với lộ trình $n.l$ trong chân không của ánh sáng.

1.11. Hai gương phẳng G_1, G_2 làm với nhau một góc α, có mặt phản xạ hướng vào nhau. Một tia sáng nằm trong mặt phẳng vuông góc với cạnh của góc nhị diện tạo bởi hai gương và phản xạ lần lượt một lần trên mỗi gương. Tính độ lớn và nêu rõ chiều của góc mà ta phải quay tia tới, cho nó đến trùng với tia phản xạ. Nếu $\alpha = 90^o$, thì tia phản xạ có gì đặc biệt ?

1.12. Hãy biểu thị định luật phản xạ ánh sáng, dưới dạng một đẳng thức vectơ giữa các vectơ đơn vị của tia sáng tới, của tia phản xạ, và của pháp tuyến với mặt phản xạ.

1.13. Chứng minh rằng một tia sáng, sau khi phản xạ lần lượt trên ba gương phẳng, đặt vuông góc với nhau từng đôi một, thì đổi chiều truyền của nó thành chiều ngược lại.

1.14. Một môi trường trong suốt, chiết suất n, ngăn cách với chân không bằng một mặt đối xứng tròn xoay Σ. Xác định phương trình của mặt Σ sao cho một chùm tia sáng song song với trục đối xứng của Σ, khi truyền từ chân không qua mặt Σ, vào môi trường thì hội tụ tại một điểm F. Bán kính cực đại của chùm tia có thể hội tụ được bằng thấu kính Σ này là bao nhiêu ?

Nếu môi trường chứa chùm tia tới song song không phải chân không, mà có chiết suất $N > n$, thì mặt Σ phải thay đổi thế nào ?

Chủ đề 2

LƯỠNG CHẤT PHẲNG. BẢN MẶT SONG SONG. LĂNG KÍNH

Lí thuyết

2.1. Lưỡng chất phẳng

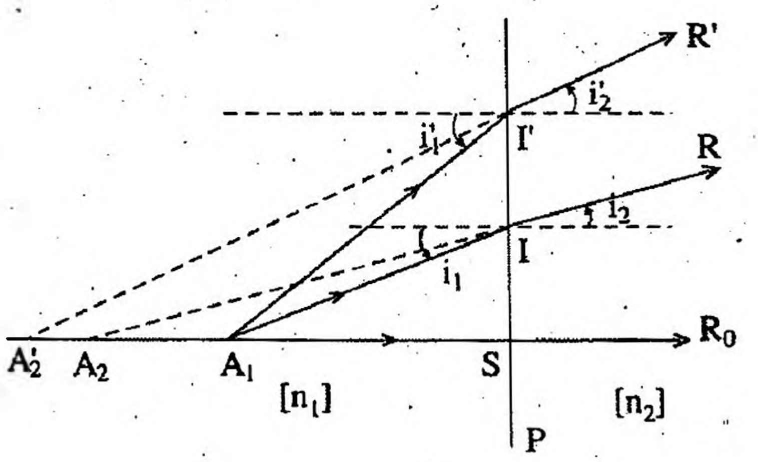
a) Định nghĩa

Lưỡng chất phẳng là một tập hợp gồm hai môi trường trong suốt, chiết suất khác nhau, ngăn cách nhau bởi một mặt phẳng.

b) Tính tương điểm

Giả sử P là mặt phẳng ngăn cách hai môi trường trong suốt, chiết suất n_1, n_2 khác nhau. Xét điểm sáng A_1 trong môi trường 1 (H.2.1).

Để tìm ảnh của A_1 cho bởi lưỡng chất phẳng, từ A_1 ta vẽ hai tia sáng : tia thứ nhất A_1S, vuông góc với mặt P tại S, qua mặt P không bị lệch, và một tia bất kì A_1I tới mặt P dưới góc i_1, và cho tia IR, khúc xạ dưới góc i_2, được xác định bằng công thức (1.5). Ta thấy hai tia khúc xạ SR_0 và IR không gặp nhau, nhưng đường kéo dài của chúng cắt nhau tại một điểm A_2. Nếu lưỡng chất phẳng có tính tương điểm thì A_2 là ảnh của A_1.



Hình 2.1

Tuy nhiên, khi vẽ tia sáng thứ ba, A_1I' tới mặt P dưới một góc i_1' khác, và tia khúc xạ tương ứng I'R', ta thấy rằng đường kéo dài của I'R' lại cắt đường kéo dài của A_1S tại một điểm A_2' không trùng với A_2. Thử vẽ thêm vài tia nữa, ta thấy giao điểm của mỗi cặp tia là một điểm khác giao điểm của các cặp tia khác, tức là :

"*Lưỡng chất phẳng không có khả năng cho ảnh rõ nét của mọi điểm sáng bất kì*" hay là

"*Lưỡng chất phẳng không phải là một quang hệ tương điểm*"

c) Điều kiện tương điểm gần đúng

Trong thực tế, chúng ta quan sát ảnh của điểm sáng A_1, hoặc trực tiếp bằng mắt, hoặc qua một dụng cụ quang học. Dù mắt ta có tinh đến mấy hoặc quang cụ tốt đến mấy thì khả năng nhận biết hai điểm phân biệt – tức là khả năng phân li – cũng có giới hạn. Trên hình 2.1 chẳng hạn, nếu hai điểm A_2, A'_2 ở cách nhau một khoảng nhỏ hơn giới hạn phân li của mắt, thì mắt coi chúng như trùng làm một, và chúng trở thành ảnh rõ nét của A_1. Ta nói là, khi đó, lưỡng chất phẳng là một quang hệ tương điểm gần đúng.

Nguyên nhân khiến khả năng phân li của mắt, và của các quang cụ bị giới hạn có nhiều : có nguyên nhân thuộc bản chất của hiện tượng quang học : sự nhiễu xạ ; có nguyên nhân thuộc cấu tạo của mắt, hoặc phim ảnh : phần tử nhạy sáng không phải là một điểm, mà có kích thước hữu hạn, khiến cho ảnh của hai điểm quan sát rơi vào cùng một phần tử nhạy sáng ; hoặc sự không hoàn hảo của các chi tiết quang học... Các nguyên nhân này chỉ có thể làm giảm nhờ các tiến bộ kĩ thuật, chứ không loại trừ được hoàn toàn, nhờ đó, chỉ cần hệ quang học có tính tương điểm gần đúng là thoả mãn được yêu cầu sử dụng trong thực tế.

Ta xét hình 2.1. Hai tam giác vuông SIA_1 và SIA_2 cho ta :

$$SI = SA_2.\tan i_2 \ ; \quad SI = SA_1.\tan i_1$$

do đó :

$$SA_2 = SA_1.\frac{\tan i_1}{\tan i_2} \qquad (2.1)$$

Một cách tương tự :

$$SA'_2 = SA_1.\frac{\tan i'_1}{\tan i'_2}$$

Theo định luật khúc xạ, ta lại có : $\dfrac{\sin i_1}{\sin i_2} = \dfrac{n_2}{n_1} = \text{const}$

Do đó :

$$\frac{\tan i'_1}{\tan i'_2} \neq \frac{\tan i_1}{\tan i_2} \neq \frac{\sin i_1}{\sin i_2} \quad \text{và} \quad SA'_2 \neq SA'_1.$$

Nếu ta giới hạn chùm sáng phát đi từ A_1, sao cho điểm tới I của các tia sáng thành rất gần nhau, thì có thể coi hai tỉ số giữa tan của hai góc là bằng nhau. Khi đó, để tỉ số ấy coi được là không đổi, ta chỉ cần cho chùm sáng hẹp ấy rọi gần vuông góc với mặt phân cách P. Bấy giờ, ta có gần đúng :

$$\frac{\tan i_1}{\tan i_2} \approx \frac{i_1}{i_2} \approx \frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

Và có thể coi $\overline{SA_2}$ là có cùng một giá trị đối với mọi tia sáng trong chùm, tức là coi A_2 gần đúng là ảnh tương điểm của A_1.

Điều kiện thứ nhất luôn được thực hiện sẵn cho mắt. Nhờ con ngươi của mắt, nên những chùm tia sáng đi từ điểm A_2 ở cách mắt từ vài chục centimét trở lên chỉ làm thành những chùm sáng hình nón, có góc mở rất nhỏ.

Để thực hiện điều kiện thứ hai, thì muốn quan sát ảnh A_2, ta phải đặt mắt gần pháp tuyến SR_0 của mặt P. Điều kiện này khi được thực hiện thường gọi ngắn gọn là "*quan sát gần pháp tuyến*".

Vậy, hai điều kiện mà lưỡng chất phẳng phải thoả mãn, để được coi là có "tính tương điểm gần đúng" là :

1. Lưỡng chất chỉ nhận những chùm tia sáng hẹp.

2. Các chùm sáng ấy phải rọi gần như vuông góc với mặt lưỡng chất.

Khi nói đến ảnh của một vật cho bởi lưỡng chất phẳng, ta luôn luôn giả định rằng hai điều kiện trên được thoả mãn.

d) Công thức lưỡng chất phẳng

Ta quy ước :

1. Lấy chiều truyền của ánh sáng làm chiều dương.
2. Lấy đường A_1S vuông góc với mặt phẳng P làm trục hoành.
3. Lấy điểm S làm gốc toạ độ và đặt

$$p_1 = \overline{SA_1} \quad ; \quad p_2 = \overline{SA_2}$$

Trong công thức (2.1) trên, và lấy gần đúng $\tan i_1 \approx i_1 \approx \sin i$, ta được :

$$p_2 = p_1 \frac{i_1}{i_2} = p_1 \frac{n_2}{n_1} \quad \text{hay là} \quad \frac{n_1}{p_1} = \frac{n_2}{p_2}$$

tức là
$$\frac{n_1}{p_1} - \frac{n_2}{p_2} = 0 \qquad (2.2)$$

Theo quy ước về dấu ở trên thì :

a) Khi vật thật, thì vật ở trước mặt P, và p_1 là số âm ; với vật ảo thì p_1 lại dương.

b) Khi ảnh thật, thì ảnh ở sau mặt P, và p_2 là số dương ; với ảnh ảo, thì p_2 lại âm.

Công thức (2.2) trên đây lại cho thấy p_1 và p_2 luôn luôn cùng dấu, tức là, với lưỡng chất phẳng thì :

1. Vật thật cho ảnh ảo.

2. Vật ảo cho ảnh thật.

Ta cũng thường nói một cách ngắn gọn : "*Vật và ảnh của nó, qua lưỡng chất phẳng, có bản chất khác nhau*".

Chú ý : Công thức (2.2) này (cũng như một số công thức khác trong sách, công thức lưỡng chất cầu chẳng hạn), được viết hơi khác công thức $\frac{n_1}{d_1} + \frac{n_2}{d_2} = 0$.

Đó là do quy ước về dấu đối với d_1 khác quy ước đối với p_1, vì vậy phải dùng kí hiệu p, thay cho d. Bạn đọc có thể dùng công thức học ở trường phổ thông, nhưng phải nói rõ quy ước về dấu mà bạn áp dụng.

e) Quang sai của những chùm tia hẹp rọi xiên góc lên mặt phân cách (hay là nghiêng nhiều trên trục A_1x của lưỡng chất)

Tiêu hình

Khi một trong hai điều kiện tương điểm gần đúng, hoặc cả hai, không được thực hiện thì các tia khúc xạ không cho được ảnh rõ nét của điểm sáng A_1 nữa, nhưng chúng vẫn đi qua một số điểm ở rất gần nhau, khiến cho phần không gian chứa các điểm ấy sáng hơn nhiều so với xung quanh. Các điểm sáng ấy tạo thành những mẩu đường cong nhỏ, gọi là *tiêu hình*. Ta sẽ chứng minh rằng :

"*Khi một điểm sáng A_1 gửi một chùm tia hẹp, tới mặt ngăn cách của một lưỡng chất phẳng dưới một góc i_1 bất kì, thì các tia khúc xạ cắt nhau :*

1– *Trên một đoạn nhỏ của trục A_1x, đó là tiêu hình thứ nhất F_1 – gọi là tiêu hình hướng trục, hay tiêu hình xích đạo – có vị trí được xác định bởi*

$$\frac{n_1}{q_1} - \frac{n_2}{q_2} = 0 \qquad (\text{với } q_1 = \overline{IA_1},\ q_2 = \overline{IF_1})$$

2– *Trên một đoạn thẳng nhỏ, vuông góc với mặt phẳng tới trung bình, đó là tiêu hình thứ hai F_2, gọi là tiêu hình tiếp tuyến, hay tiêu hình kinh tuyến, có vị trí xác định bởi*

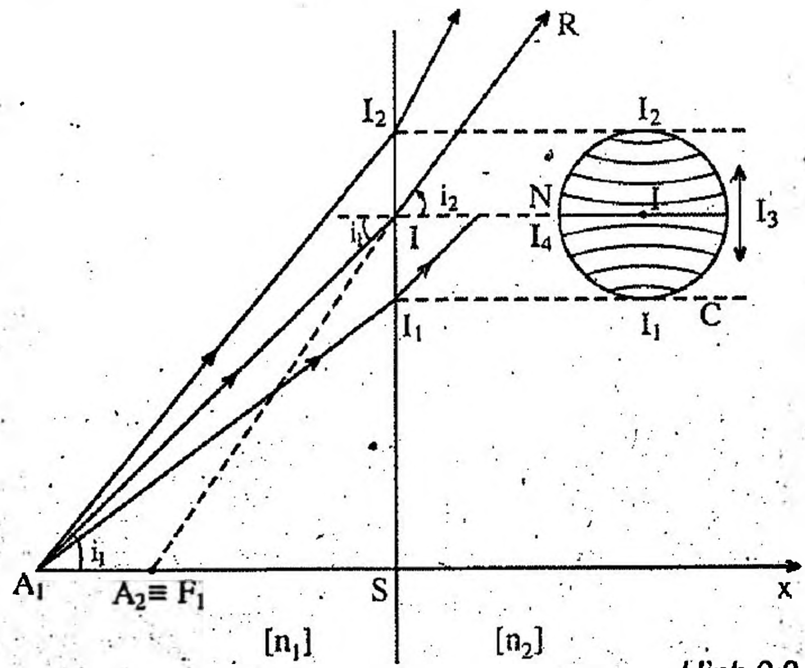
$$\frac{n_1 \cos^2 i_1}{r_1} = \frac{n_2 \cos^2 i_2}{r_2} \qquad (\text{với } r_1 = \overline{IA_1},\ r_2 = \overline{IF_2})\text{"}$$

Giả sử A_1 là điểm sáng trong môi trường có chiết suất n_1 (hình 2.2 biểu diễn trường hợp $n_1 > n_2$, thường gặp hơn) A_1I là tia trung bình của chùm hình nón, đỉnh A_1, đáy là một đường tròn nhỏ, trên mặt P, tâm I.

Ta lần lượt gộp các tia sáng trong chùm đó, theo hai cách.

Cách thứ nhất. Tiêu hình xích đạo F_1

Trước hết, ta xét các tia tới P, dưới cùng một góc i_1. Chúng đều nằm trên mặt nón đỉnh A_1, trục A_1x, nửa góc ở đỉnh i_1 và điểm tới I của chúng nằm trên một cung tròn C của đáy hình nón trong đường tròn nhỏ, tâm I (H.2.2).



Hình 2.2

Vòng tròn tâm I có hai đường kính I_1I_2, I_3I_4 là vết của chùm sáng hình nón, đỉnh A_1 ; tập hợp các điểm tới của mọi tia trong chùm.

Các tia khúc xạ tương ứng đều nghiêng cùng một góc i_2 trên pháp tuyến IN và cắt trục A_1x tại cùng một điểm A_2. Vậy A_2 là một điểm tập trung ánh sáng.

Cho chùm sáng ở mặt nón đỉnh A_1 mở rộng dần, để điểm I dịch chuyển dần, từ I_1 đến I_2, thì cung tròn C quét hết mặt hình tròn, trong khi điểm A_2 dịch chuyển trên một đoạn nhỏ F_1 của trục A_1x, làm thành một đoạn sáng nhỏ. Đó chính là tiêu hình hướng trục, mà mỗi điểm được tạo bởi các tia sáng nằm trong một mặt phẳng xích đạo của chùm sáng.

Trên hình 2.2, ta thấy ngay :

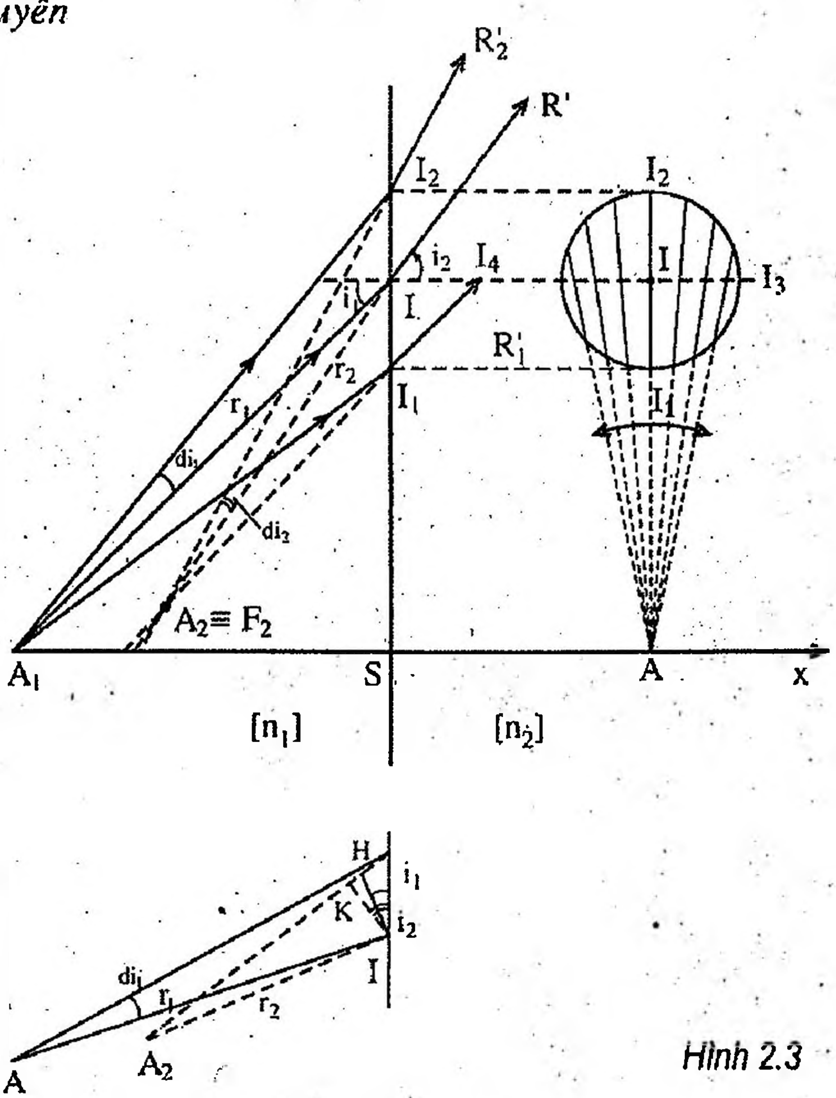
$$\sin i_1 = \frac{IS}{IA_1} \;;\; \sin i_2 = \frac{IS}{IA_2} \;;\; \text{và từ } n_1\sin i_1 = n_2\sin i_2$$

ta suy ra : $$n_1\frac{IS}{IA_1} = n_2\frac{IS}{IA_2} = n_1\frac{IS}{IF_1} \quad (\text{coi } F_1 \equiv A_2)$$

với $q_1 = \overline{IA_1}$, $q_2 = \overline{IF_2}$, ta được : $$\frac{n_1}{q_1} - \frac{n_2}{q_2} = 0 \qquad (2.3)$$

Cách thứ hai. Tiêu hình kinh tuyến

Ta lại xét các tia nằm trong mặt phẳng chứa trục A_1x và chứa một tia sáng của chùm, tức là mặt phẳng kinh tuyến. Các tia khúc xạ IR tương ứng vẫn nằm trong mặt phẳng ấy, nhưng giao điểm của các cặp tia khúc xạ khác nhau không hoàn toàn trùng nhau. Nhưng chúng ở rất gần nhau, và tạo thành một đốm sáng nhỏ, A_2 (H.2.3). Cho mặt phẳng đó quay quanh Ax để điểm tới của các tia sáng (nằm trên một dây cung của vòng tròn I trên H.2.3) quét hết mặt đường tròn tâm I, thì điểm A_2 dịch chuyển trên một cung tròn nhỏ, sáng, có tâm trên trục Ax. Đó là tiêu hình tiếp tuyến, mà mỗi điểm được tạo bởi các tia nằm trong một mặt phẳng kinh tuyến của chùm sáng



Hình 2.3

Đặt : $r_1 = \overline{IA_1}$; $r_2 = \overline{IA_2} \cong \overline{IF_2}$

Lấy vi phân hai vế của (1.5) :

$$n_1 \cos i_1 di_1 = n_2 \cos i_2 di_2$$

Trong hai tam giác có góc ở đỉnh vô cùng nhỏ, $\widehat{IA_1I_2} = di_1$ và $\widehat{IA_2I_2} = di_2$, ta thấy :

$$di_1 = \frac{II_2 . \cos i_1}{r_1} \quad \text{và} \quad di_2 = \frac{II_2 . \cos i_2}{r_2}$$

Thế hai giá trị này vào phương trình trên, rồi đơn giản với II_2, ta được.

$$n_1 \frac{\cos^2 i_1}{r_1} = n_2 \frac{\cos^2 i_2}{r_2} \qquad (2.4)$$

Khoảng cách giữa hai tiêu hình, là số đo độ loạn thị của chùm sáng là :

$$F_1F_2 = q_2 - r_2 = \frac{n_2}{n_1} IA_1 \left(1 - \frac{\cos^2 i_2}{\cos^2 i_1} \right).$$

Biểu thức này cho thấy rằng :

* Nếu A_1 ở khoảng cách hữu hạn, F_1F_2 chỉ triệt tiêu khi cả i_1, i_2 đều triệt tiêu ; và khi i_1, i_2 đều rất nhỏ, thì lưỡng chất thoả mãn sự tương điểm gần đúng, phù hợp với kết quả đã biết.

* Nếu A_1 ở xa vô cùng, tức là chùm tia tới là một chùm song song, thì A_2 cũng ở xa vô cùng, chùm tia ló cũng là một chùm song song, tức là cả hai tiêu hình đều ra xa vô cùng, và ta được sự tương điểm hoàn toàn.

2.2. Bản mặt song song

a) Định nghĩa

Bản mặt song song là một lớp môi trường trong suốt, giới hạn bởi hai mặt phẳng song song (H.2.4).

Khoảng cách d giữa hai mặt phẳng gọi là độ dày của bản.

Ngoài độ dày d, bản còn được đặc trưng bởi chiết suất n của môi trường của bản.

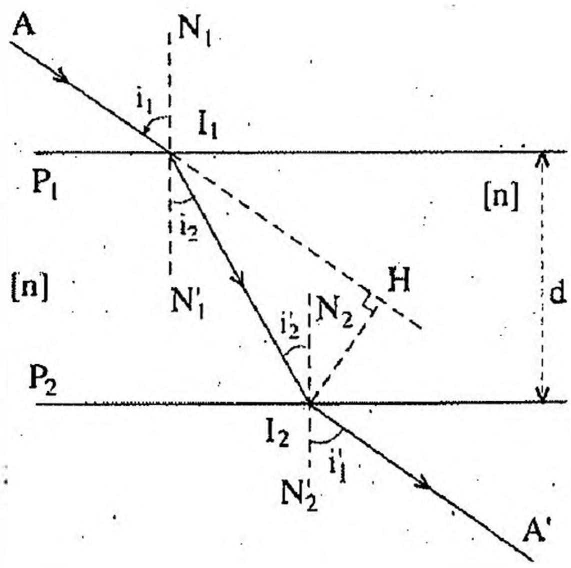
Nếu hai môi trường ở hai bên bản khác nhau, thì khi khảo sát sự tạo ảnh bởi bản, ta phải chú ý tới cả chiết suất (tuyệt đối) của hai môi trường ấy. Khi đó, bản tác dụng như hai lưỡng chất phẳng riêng biệt.

Trong đa số trường hợp gặp trong thực tế, hai môi trường ở hai bên bản là đồng nhất. Khi đó, ta chỉ cần quan tâm tới chiết suất tỉ đối của bản, đối với hai môi trường ấy.

b) Tác dụng của bản mặt song song đối với sự truyền một tia sáng

Ta xét bản mặt song song trên hình 2.4. Tia sáng AI_1 tới điểm I_1 trên mặt P_1, khúc xạ trong bản theo I_1I_2 tới điểm I_2 trên mặt P_2 lại ló ra ngoài, theo I_2A'.

Hai pháp tuyến I_1N_1 và I_2N_2 của hai mặt phẳng song song P_1, P_2 cũng song song với nhau. Do đó, hai góc so le trong i_2 và i'_2 bằng nhau, và hai góc khúc xạ tương ứng, i_1 và i'_1 cũng bằng nhau ; góc i_1 đối đỉnh với $\widehat{HI_1N'_1}$, do đó góc này cũng bằng i'_1. Hai góc bằng nhau $\widehat{HI'_1N'_1}$ và i'_1 lại ở vị trí đồng vị, vậy tia ló I_2A' song song với tia tới AI_1, tức là :



Hình 2.4

"Bản mặt song song không làm thay đổi phương truyền của các tia sáng đi quahn nó".

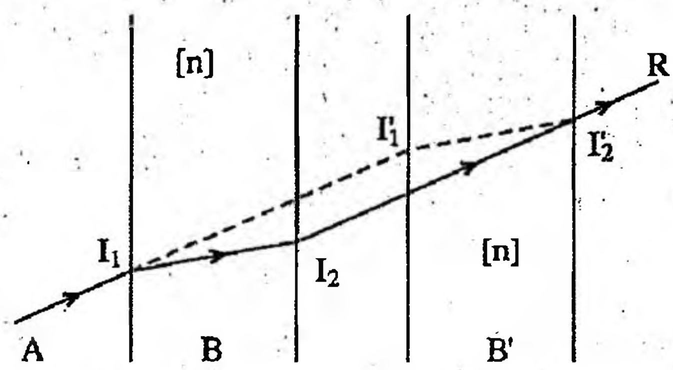
Nhưng tia ló không trùng với đường kéo dài của tia tới, mà dịch chuyển ngang một đoạn :

$$\delta = HI_2 = d\frac{\sin(i_1 - i_2)}{\cos i_2}$$

c) Ảnh hưởng của sự tịnh tiến của bản

Ta xét bản B và tia sáng tới AI_1 (H.2.5). Tia này ló ra khỏi bản theo I_2R.

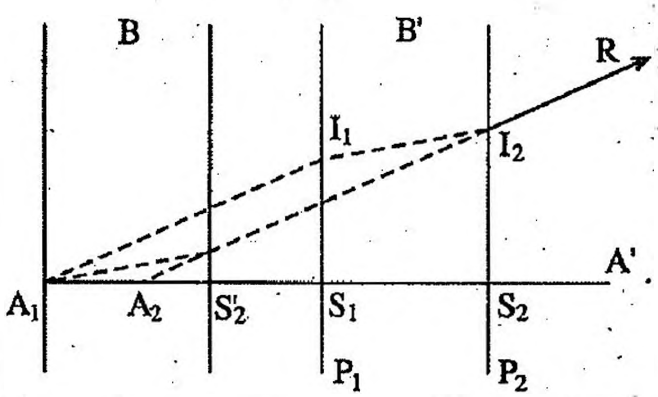
Giữ nguyên tia tới AI'_1, ta cho bản tịnh tiến, mà giữ nguyên phương vuông góc với mặt bản, tới B'. Điểm tới I_1 bây giờ dịch chuyển tới I'_1, điểm ló I_2, tới I'_2, nhưng $I'_1I'_2$ vẫn song song và bằng I_1I_2. Tứ giác $I_1I_2I'_1I'_2$ là hình bình hành và $I_2I'_2$ song song với AI_1. I_2R cũng song song với AI'_1 và cũng qua I'_2, nên I_2R trùng với $I_2I'_2$. Vậy :



Hình 2.5

"Nếu ta cho bản mặt song song tịnh tiến sao cho mặt bản vẫn song song với chính nó, thì các tia sáng qua bản vẫn cố định"

Như vậy, các tia sáng đi từ một điểm A_1 qua bản B (H.2.6) không phụ thuộc khoảng cách từ điểm A_1 tới bản. Nếu ta tịnh tiến bản B, cho A_1 nằm đúng trên mặt P_1, thì tia ló I_2R vẫn không đổi, và điểm A_2 vẫn là ảnh của A_1. Nhưng khi đó bản B không còn nữa, và các tia sáng truyền đi từ A_1 chỉ còn qua lưỡng chất phẳng, có mặt phân cách P_2. Ta nói là :



Hình 2.6

"Ảnh cho bởi một bản mặt song song hoàn toàn giống với ảnh cho bởi một lưỡng chất phẳng, tạo bởi hai môi trường chiết suất n và 1, trong đó, vật ở cách mặt bản một khoảng bằng độ dày của bản".

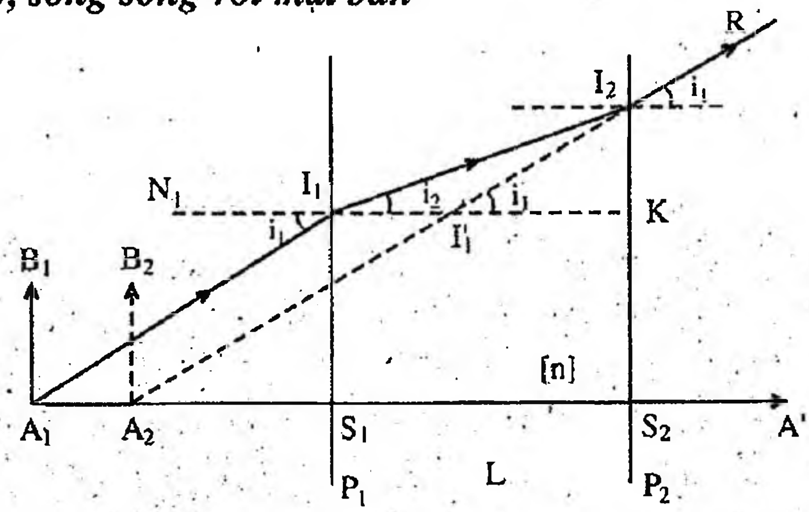
Lưỡng chất ấy được gọi là lưỡng chất tương đương với bản.

d) Ảnh của một vật phẳng nhỏ, song song với mặt bản

A_1B_1 là một vật phẳng, nhỏ song song với hai mặt P_1, P_2 của bản mặt song song L.

Để vẽ ảnh của điểm A_1, ta vẽ hai tia sáng đi từ A_1 :

– Tia $A_1S_1S_2A'$ vuông góc với hai mặt P_1, P_2 tại S_1, S_2 và ló ra theo S_2A', không bị lệch, (H.2.7).



Hình 2.7

– Tia A_1I_1, tới P_1 dưới góc nhỏ i_1, khúc xạ trong bản theo I_1I_2, dưới góc cũng nhỏ i_2, và ló ra theo I_2R, dưới góc i_1.

Hình vẽ cho thấy rằng đường kéo dài của I_2R cắt A_1S_1 tại điểm A_2, là ảnh tương điểm gần đúng của A_1. Ta thấy trong trường hợp vẽ trên hình 2.7, do $n > 1$ nên $i_2 < i_1$, A_2 ở gần bản hơn A_1, tức là *ảnh A_2 của A_1 đã dịch chuyển so với A_1 một đoạn A_1A_2, theo chiều truyền của ánh sáng.*

Ta tính độ dịch chuyển A_1A_2 này.

Pháp tuyến I_1N_1 của mặt P_1 gặp mặt P_2 tại K, và cắt đường kéo dài I_2A_2 của tia ló tại I'_1. Tứ giác $A_1A_2I'_1I_1$ là hình bình hành, nên $A_1A_2 = I_1I'_1$.

Hai tam giác vuông KI_1I_2 và KI'_1I_2 cho ta :

$$KI_2 = I_1K\tan i_2 = d\tan i_2$$

và $KI_2 = I'_1K\tan i_1 = (d - I_1I'_1)\tan i_1 = (d - A_1A_2)\tan i_1$

Do đó :

$$d.\tan i_2 = (d - A_1A_2)\tan i_1$$

$$d - A_1A_2 = d.\frac{\tan i_2}{\tan i_1} \approx d.\frac{\sin i_2}{\sin i_1} = d.\frac{1}{n}$$

và

$$A_1A_2 = d\left(1 - \frac{1}{n}\right) \qquad (2.5)$$

Công thức này cũng áp dụng được cho mọi điểm của vật nhỏ và cho thấy rằng ảnh A_2B_2 của vật A_1B_1 luôn luôn bằng và cùng chiều vật, nhưng bị dịch chuyển so với vật một đoạn A_1A_2.

Cũng như với lưỡng chất phẳng, ảnh và vật có bản chất khác nhau.

Khi chứng minh công thức trên, ta đã giả định n > 1 nên đã đi đến kết quả là A_2 dịch chuyển theo chiều truyền của ánh sáng.

Trong trường hợp n < 1 (ví dụ, một lớp không khí giữa hai tấm thủy tinh) thì ảnh A_2 ở xa bản hơn A_1, tức là A_2 dịch chuyển ngược chiều truyền của ánh sáng. Áp dụng công thức (2.5), cho n > 1, ta thấy A_1A_2 có giá trị âm. Vậy, chỉ cần coi A_1A_2 như một vectơ, và vẫn quy ước lấy chiều dương là chiều truyền của ánh sáng, thì hoàn toàn có thể áp dụng công thức trên cho cả hai trường hợp, miễn là coi A_1A_2 là độ dài đại số $\overline{A_1A_2}$.

Ta được : $$\overline{A_1A_2} = d\left(1 - \frac{1}{n}\right) \qquad (2.5')$$

Và ta có thể nêu tính chất sau đây, của bản mặt song song :

"*Nếu đặt một vật nhỏ trước một bản mặt song song, thì bản cho một ảnh, khác bản chất với vật, bằng vật, cùng chiều vật, nhưng bị dịch chuyển theo chiều truyền của ánh sáng một đoạn, tính theo công thức (2.5')*".

Chú ý.

1. Khi n < 1, ta vẫn nói : "ảnh dịch chuyển theo chiều truyền của ánh sáng, một đoạn $\overline{A_1A_2}$ " vì kết quả ta được một số âm, nên cuối cùng vẫn thành ra "ảnh dịch chuyển ngược chiều truyền của ánh sáng".

2. Khi ta dùng một lăng kính thích hợp, để hướng một chùm sáng đi theo một phương khác, nếu chùm tia sáng vào một mặt của lăng kính, rồi ló ra khỏi một mặt khác, đều theo phương "gần pháp tuyến" thì đường đi của ánh sáng trong lăng kính không khác gì đường đi trong một bản mặt song song. Do đó, phải chú ý tới tác dụng làm dịch chuyển ảnh theo chiều truyền ánh sáng của lăng kính.

2.3. Lăng kính

a) Định nghĩa

Lăng kính là một môi trường trong suốt, giới hạn bởi hai mặt phẳng không song song.

Góc nhị diện tạo bởi hai mặt phẳng gọi là góc chiết quang, hai mặt của góc nhị diện là hai mặt bên của lăng kính ; giao tuyến của hai mặt bên, tức là cạnh của góc nhị diện, gọi là cạnh khúc xạ ; mặt phẳng đối diện với cạnh khúc xạ – thường không được sử dụng – gọi là đáy của lăng kính.

Trong thực tế, hai môi trường tiếp xúc với hai mặt bên của lăng kính thường chỉ là một. Khi đó, ta gọi chiết suất n của lăng kính, là chiết suất tỉ đối của nó, đối với môi trường ngoài. Trong giáo trình này, ta luôn giả định $n > 1$.

Mặt phẳng vuông góc với cạnh khúc xạ cắt lăng kính theo một hình tam giác ABC, thường là tam giác cân, đỉnh A là đỉnh của góc chiết quang.

Ta biết rằng, khi một tia sáng nằm trong mặt phẳng tiết diện chính mà rọi vào một mặt bên, thì tia khúc xạ trong lăng kính cũng ở trong mặt tiết diện chính, và nếu tia sáng ló được ra khỏi mặt bên thứ hai, thì tia ló ấy cũng vẫn nằm trong mặt phẳng tiết diện chính. Do đó, từ đây trở xuống, chúng ta đều giả định rằng mọi tia sáng qua lăng kính đều nằm trong mặt phẳng tiết diện chính, và ta chỉ cần vẽ tiết diện ấy là đủ.

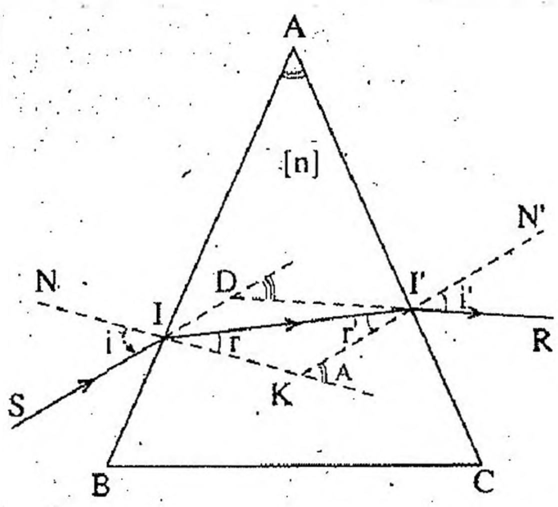
b) Công thức lăng kính

Tia sáng SI (H.2.8) tới điểm I trên mặt AB của lãnh kính, khúc xạ trong lăng kính theo II', tới điểm I' của mặt AC lại ló ra theo I'R.

Gọi i, r là góc tới và góc khúc xạ tại I, r' và i' là góc tới và góc ló tại I', thì theo định luật Snel – Đề-các, ta có :

$$\sin i = n.\sin r \qquad (2.6)$$

$$\sin i' = n.\sin r' \qquad (2.7)$$



Hình 2.8

Trong tam giác KII', góc ngoài K vừa bằng góc chiết quang A (vì có cạnh đôi một vuông góc với A) vừa bằng tổng r + r', nên :

$$r + r' = A \qquad (2.8)$$

Gọi D, góc tạo bởi tia tới SI và tia ló I'R, là góc lệch của tia sáng sau khi qua lăng kính, thì theo hình 2.8, D là góc ngoài của tam giác DII', nên ta có :

$$\widehat{D} = \widehat{DII'} + \widehat{DI'I} = (i - r) + (i' - r')$$

hay là : $$D = i + i' - (r + r')$$

và $$D = i + i' - A \qquad (2.9)$$

Bốn công thức (2.6), (2.7), (2.8) và (2.9) gọi là công thức lăng kính, cho ta mối liên hệ giữa năm góc i, i', r, r' và D đối với một lăng kính có góc chiết quang A và chiết suất n, đã biết. Do đó, biết góc tới i, về nguyên tắc, ta có thể khử r, r', i' để được một biểu thức của góc lệch D theo ba tham số i, A và n, dạng :

$$D = f(A,n,i)$$

Tuy nhiên, ta không thể tìm được dạng tường minh của hàm f. Nhưng ta vẫn có thể khảo sát sự phụ thuộc của D vào mỗi tham số A, n, i.

c) Biến thiên của góc lệch D theo góc chiết quang A

** Điều kiện để có tia ló*

Ta biết rằng, nếu r_{gh} là góc khúc xạ giới hạn, hay góc tới hạn, thì với lăng kính chiết suất n, ta luôn luôn có :

$$\sin r_{gh} = \frac{1}{n} \quad ; \qquad r \le r_{gh} \; ; \qquad r' < r_{gh}$$

Do đó : $$A = r + r' \le 2r_{gh}$$

Vậy : "Để một tia sáng có thể truyền qua một lăng kính, sau khi khúc xạ liên tiếp qua hai mặt bên, thì góc chiết quang của lăng kính phải nhỏ hơn, hoặc cùng lắm là bằng hai lần góc tới hạn".

** Biến thiên của D, theo A*

Giả sử ta giữ không đổi góc tới i của tia sáng, và cho góc chiết quang A tăng dần, từ 0 đến $2r_{gh}$.

Ta đã biết : $D = i - r + i' - r'$ và $r' = A - r$

i không đổi, thì r cũng không đổi, do đó r' tăng khi A tăng. Góc khúc xạ r' tăng thì góc ló i' cũng tăng, và ta biết (xem bài tập 1.2) i luôn luôn tăng nhanh hơn r, nên hiệu i' – r', và do đó, góc lệch D cũng tăng khi góc A tăng.

d) Biến thiên của góc lệch theo chiết suất của lăng kính

Lấy đạo hàm $\frac{dD}{dn}$ của góc lệch D, theo chiết suất n. Coi A và i không đổi, theo (2.9), ta được :

$$\frac{dD}{dn} = \frac{di'}{dn}$$

(2.6), (2.7) và (2.8) lại cho :

$$0 = dn.\sin r + n\cos r dr \quad ; \quad \cos i' di' = dn.\sin r' + n\cos r' dr'$$

$$dr + dr' = 0$$

Ta lần lượt suy ra :

$$dr = -\frac{\sin r}{n.\cos r}dn \quad ; \quad \cos i' di' = dn.\sin r' + \frac{n\cos r'.\sin r}{n\cos r}dn$$

$$\cos i'.\cos r.di' = (\cos r.\sin r' + \cos r'.\sin r)dn$$

$$\frac{dD}{dn} = \frac{di'}{dn} = \frac{\sin(r + r')}{\cos i'.\cos r} = \frac{\sin A}{\cos i'.\cos r}$$

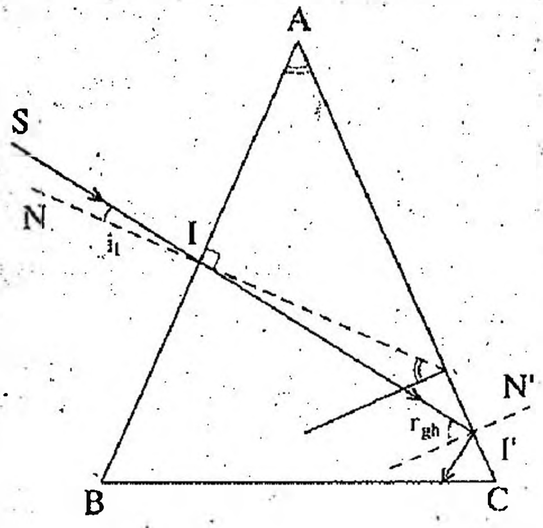
Góc A luôn luôn nhỏ hơn 180^o, sin A luôn luôn dương, i' và r cũng luôn luôn nhỏ hơn 90^o, nên cos của chúng cũng luôn dương, do đó, $\frac{dD}{dn}$ luôn luôn dương, và D tăng theo n. Vậy

"*Góc lệch D của tia sáng tăng theo chiết suất của lăng kính*".

e) Biến thiên của góc lệch, theo góc tới

** Phạm vi biến thiên của góc tới.*

Ta xét lăng kính ABC, có góc chiết quang A (H.2.9). Gọi IN là một pháp tuyến của mặt AB. Một tia sáng SI tới điểm I của mặt AB có thể ở trong góc vuông AIN (tức là tới mặt AB, từ phía đỉnh lăng kính), hoặc ở trong góc BIN (tức là tới mặt AB từ phía đáy). Ta phân biệt hai trường hợp.



Hình 2.9

1. Góc chiết quang A lớn hơn góc tới hạn r_{gh} : $A > r_{gh}$. Ngay khi tia SI tới I dưới góc i = 0, thì tia khúc xạ II' cũng tới I' dưới góc lớn hơn r_{gh}, và không thể ló ra khỏi mặt AC.

Do đó, để có tia ló, ta phải giảm góc r', vậy tia tới mặt AB không thể ở trong góc AIN, mà chỉ có thể ở trong góc BIN.

Và góc i cũng không thể tùy ý, mà phải có giá trị tối thiểu bằng một giới hạn i_0, với :

$$\sin i_0 = n.\sin(A - r_{gh}) \qquad (2.10)$$

Ta quy ước cho góc i dấu +, khi tia tới ở trong góc $\widehat{BIN}$. Và phạm vi biến thiên của i, trong trường hợp này là : $i_0 \le i \le \frac{\pi}{2}$.

2. A nhỏ hơn r_{gh} : $A < r_{gh}$. Tia tới SI có thể ở trong góc $\widehat{AIN}$, tức là i có thể âm nhưng về giá trị tuyệt đối, vẫn phải nhỏ hơn giới hạn i_I, tức là : $|i| < |i_I|$, với :

$$\sin i_I = n.\sin(r_{gh} - A). \qquad (2.10')$$

Dùng giá trị đại số, cho i và i_I, ta có thể viết :

$$\sin i_I = n.\sin(A - r_{gh})$$

và, thay cho điều kiện : $|i| < | i_I |$

Ta vẫn có điều kiện : $i > i_1$

Và trong trường hợp $A < r_{gh}$ này, ta vẫn có thể nói rằng, phạm vi biến thiên của góc tới i, là từ i_0 đến $\frac{\pi}{2}$, nhưng i_0 bây giờ là một số âm.

Tóm lại, trong cả hai trường hợp, ta đều có thể nói :

"Để có tia ló ra khỏi mặt thứ hai, góc tới i phải thoả mãn điều kiện

$$i_0 \le i \le \frac{\pi}{2} \quad \text{với} \quad \sin i_0 = n\sin(A - r_{gh})\text{"}$$

** Biến thiên của góc lệch*

Lấy vi phân hai vế của bốn phương trình (2.6), (2.7), (2.8) và (2.9) ta được lần lượt :

$$dD = di + di' \quad \text{do đó :} \quad \frac{dD}{di} = 1 + \frac{di'}{di}$$

$$\cos i\,di = n.\cos r\,dr \quad ; \quad \cos i'.di' = n.\cos r'.dr' \quad ; \quad dr + dr' = 0$$

Do đó :

$$dr = \frac{\cos i}{n.\cos r}di \; ; \; dr' = \frac{\cos i'}{n.\cos r'}di' \; ; \; \frac{di'}{di} = -\frac{\cos i.\cos r'}{\cos i'.\cos r}$$

và

$$\frac{dD}{di} = 1 - \frac{\cos i.\cos r'}{\cos i'.\cos r} = \frac{\cos i'.\cos r - \cos i.\cos r'}{\cos i'.\cos r}.$$

Mẫu số của phân số này luôn luôn dương, nên đạo hàm $\frac{dD}{di}$ cùng dấu với tử số, tức là với hiệu :

$$\cos i'.\cos r - \cos i.\cos r'$$

Hai số hạng của hiệu này cũng lại đều luôn luôn dương, nên hiệu ấy, và do đó, đạo hàm $\frac{dD}{di}$ cùng dấu với ;

$$\cos^2 i'.\cos^2 r - \cos^2 i.\cos^2 r'$$

hay là với :

$$(1 - \sin^2 i')(1 - \sin^2 r) - (1 - \sin^2 i)(1 - \sin^2 r')$$

$$(1 - \sin^2 i')(n^2 - \sin^2 i) - (1 - \sin^2 iz(n^2 - \sin^2 i')$$

hay với :

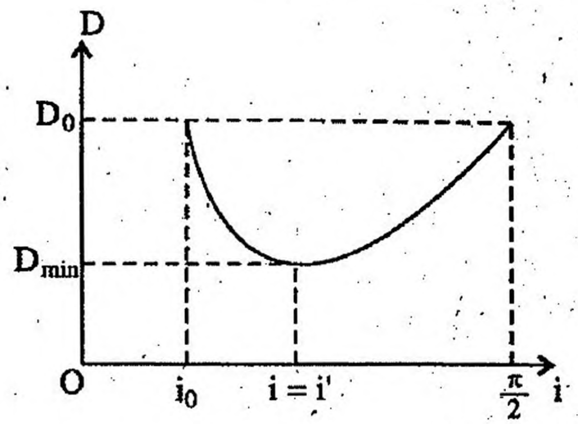
$$(n^2 - 1)(\sin^2 i - \sin^2 i')$$

Vậy : "Đạo hàm $\frac{dD}{dn}$ âm khi $i < i'$, triệt tiêu khi $i = i'$ và dương khi $i > i'$ ".

Ta có bảng biến thiên sau đây :

Bảng biến thiên

i	i_0	↗	$i = i'$	↗	$\frac{\pi}{2}$
i'	$\frac{\pi}{2}$	↘	i	↘	i_0
D	D_0	↘	D_{min}	↗	D_0



Hình 2.10

Hình 2.10 là đường cong biểu diễn sự biến thiên của góc lệch D, theo góc tới i.

D qua cực tiểu D_{min}, khi $i = i'$, và do đó, $r = r' = \frac{A}{2}$. Tam giác AII' (H.2.8) trở thành một tam giác cân, II' song song với đáy BC, hai tia sáng SI và I'R trở thành đối xứng với nhau qua đường phân giác của góc chiết quang A. Ta nói là : "Tia sáng truyền một cách đối xứng qua lăng kính", hoặc : "Bên trong lăng kính, tia sáng truyền vuông góc với mặt phân giác của góc chiết quang A".

Từ điều kiện $i = i'$, ta dễ dàng suy ra công thức xác định độ lệch cực tiểu :

$$\sin\frac{D_m + A}{2} = n.\sin\frac{A}{2} \qquad (2.11)$$

Trường hợp A nhỏ

Trong trường hợp lăng kính có góc chiết quang nhỏ, thì đối với chùm tia sáng nào rọi gần vuông góc với một mặt của lăng kính cũng gần như lăng kính được đặt ở độ lệch cực tiểu, và ta có thể áp dụng công thức trên. Ngoài ra, do góc A nhỏ, nên $r \approx \frac{A}{2}$ cũng nhỏ, i và i' đều nhỏ, nên D_{min} và D cũng nhỏ, và (2.10) có thể viết :

$$D_{min} + A \approx nA$$

hay là :

$$D = (n - 1)A \qquad (2.12)$$

Cần nhớ rằng, công thức (2.12) chỉ áp dụng cho các tia tới gần vuông góc với mặt lăng kính. Khi góc tới i không còn coi được là nhỏ, phải áp dụng các công thức tổng quát (2.6)... (2.9).

g) Tính loạn thị của lăng kính

Lăng kính là một tập hợp hai lưỡng chất phẳng, có mặt phân cách không song song. Do đó, ngay cả khi điều kiện tương điểm gần đúng : "các tia sáng tới gần vuông góc với mặt phân cách" được thoả mãn, đối với một lưỡng chất, thì nó cũng không thể được thoả mãn với lưỡng chất kia. Do đó, lăng kính không phải là hệ quang học tương điểm, đối với một điểm bất kì. Hệ quả là, khi quan sát một vật qua lăng kính có góc chiết quang không coi được là nhỏ, ta chỉ trông thấy một ảnh méo mó của vật.

Lí thuyết cho thấy, dẫu sao cũng có thể tìm thấy một số điểm, có ảnh tương điểm hoàn toàn, và một số điểm có ảnh tương điểm gần đúng. Đó là :

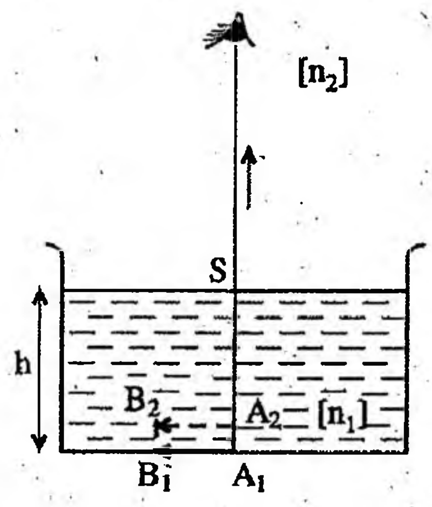
1– Điểm sáng ở xa vô cùng, tức là chùm tia sáng qua lăng kính là chùm tia song song. Điều này gần như hiển nhiên.

2– Lăng kính đặt ở độ lệch cực tiểu. Nếu điều kiện này được thoả mãn, thì khi điểm sáng ở càng xa, thì tính tương điểm gần đúng càng tốt.

Vì vậy, các máy quang phổ lăng kính thường được cấu tạo để thoả mãn hai điều kiên trên một cách tốt nhất.

Bài tập ví dụ

2.1. Ở đáy một cái chậu đầy nước, có hình vẽ một bông hoa. Người ta đổ nước vào chậu, đến độ cao 12 cm so với đáy chậu. Hỏi, nếu nhìn theo phương pháp tuyến thì thấy ảnh bông hoa cách mặt nước bao nhiêu ?



Hình 2.11

Cách giải 1 :

Vì vật – là hình vẽ bông hoa – đặt trong nước, và người quan sát lại từ phía trên chậu nước nhìn xuống, nên chiều dương của trục lưỡng chất – theo quy ước, là chiều truyền của ánh sáng – phải hướng từ dưới lên.

Theo chiều ấy, thì nước ở trước mặt phẳng của lưỡng chất, do đó :

$$n_1 = n_{nước} = \frac{4}{3}, \text{ và không khí ở sau mặt đó, nên } n_2 = 1.$$

Gọi A_1 là vị trí của hình bông hoa, và lấy S (H.2.11) làm gốc toạ độ, thì $p_1 = \overline{SA_1} = -h = -12$ cm. Áp dụng công thức (2.2)

$$\frac{n_1}{p_1} - \frac{n_2}{p_2} = 0$$

ta được : $$p_2 = \frac{n_2}{n_1}p_1 = \frac{1}{\frac{4}{3}}(-12) \Rightarrow p_2 = -9 \text{ cm}$$

p_2 âm, tức là ảnh A_2B_2 cũng ở trước mặt lưỡng chất, vậy là ảnh ảo. Và ảnh này cách mặt nước 9 cm, tức là, ta thấy đáy chậu tựa như dâng cao, lại gần mặt nước hơn, khi ta đổ nước vào chậu.

Cách giải 2 :

– Ta giả sử giữa đáy chậu (tức là hình bông hoa) và đáy nước có một lớp không khí mỏng, khiến cho vật (bông hoa) không nằm trong nước (môi trường n_1), mà vẫn nằm trong không khí. Như vậy, quá trình tạo ảnh A_1B_1 của nước trở thành quá trình tạo ảnh của bản mặt song song bằng nước, độ dày h.

Bản sẽ cho một ảnh ảo $\overline{A_2B_2}$, bằng và cùng chiều vật bị dịch chuyển theo chiều truyền của ánh sáng – tức là đi lên, lại gần mặt nước trong chậu – một đoạn :

$$\overline{A_1A_2} = h\left(1 - \frac{1}{n}\right) = 12\left(1 - \frac{1}{\frac{4}{3}}\right) = 3$$

tức là ảnh A_2B_2 cách mặt nước :

$$|p_2| = h - A_1A_2 = 12 - 3 \qquad \Rightarrow |p_2| = 9 \text{ cm}$$

Nhận xét : Cách thứ nhất tuy đơn giản, nhưng lại dễ dẫn đến nhầm lẫn, nhất là khi thay đổi thứ tự các môi trường.

Cách thứ hai tuy hơi giả tạo, nhưng cho kết quả dễ đoán nhận đúng – sai bằng vật lí hơn.

2.2. Một lăng kính bằng thuỷ tinh, chiết suất n = 1,62, có góc chiết quang $A = 60^\circ$.

a) Để một tia sáng tới một mặt bên của lăng kính có thể ló ra khỏi mặt bên kia, thì góc tới của tia sáng ít nhất phải bằng bao nhiêu ? Với góc tới ấy, thì góc lệch của tia sáng là bao nhiêu ?

b) Tính góc lệch cực tiểu D_{min} của tia sáng qua lăng kính.

Giải.

a) Tính góc tới i_0 tối thiểu.

Ta chỉ cần áp dụng công thức (2.10) :

$$\sin i_o = n\sin(A - r_{gh})$$

với : $$\sin r_{gh} = \frac{1}{n} = \frac{1}{1,62} \approx 0,6173 = \sin 38^o07'$$

do đó : $$\sin i_0 = 1,62\sin(60^o - 38^o07') = 1,62.0,3670 = 0,5945$$

$$i_0 \approx 36^o29'$$

Góc tới của tia sáng ít nhất phải bằng $36^o29'$.

Với góc tới i_0 này, thì góc ló i' đúng bằng 90^o. Và theo (2.9), góc lệch của tia sáng là :

$$D = i + i' - A = 36^o29' + 90^o - 60^o \Rightarrow D = 66^o29'$$

b) Góc lệch cực tiểu D_{min} được tính theo công thức (2.11) .

$$\sin\frac{D_{min} + A}{2} = n\sin\frac{A}{2} \Rightarrow \sin\frac{D_{min} + A}{2} = 1,62\sin\frac{60^o}{2}$$

$$\sin\frac{D_{min} + 60^o}{2} = 1,62.0,5 = 0,81 \approx \sin 54^o07'$$

Do đó : $$D_{min} = 54^o07'.2 - 60$$

$$D_{min} = 48^o14'$$

Chú ý : Giá trị các góc đã được làm tròn đến phút.

Đề bài tập

2.3. Một con bói cá "bay đứng" phía trên một cái ao, cách mặt nước 1,2 m và rình mồi theo phương của pháp tuyến mặt nước. Nó chợt thấy một con cá ở ngay dưới chân nó, cách nó 1,6 m.

a) Để bắt được con cá, con bói cá phải lao xuống nước, tới độ sâu bao nhiêu ?

b) Đúng lúc con bói cá lao xuống, con cá cũng chợt trông thấy con bói cá.

1. Con cá trông thấy con bói cá ở cách nó bao nhiêu ?

2. Để tránh cú vồ của con bói cá, con cá nên bơi theo hướng nào, hay là lặn sâu xuống ?

Chú ý : Trong bài tập này, cũng như trong mọi bài tập khác, có sử dụng chiết suất của nước, hãy lấy $n_{nước} = \frac{4}{3}$).

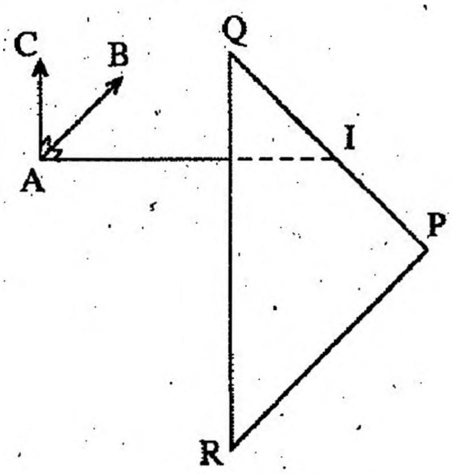
2.4. Một cái gậy dài 2 m, đặt thẳng đứng giữa sân, lúc nắng, có bóng dài 3 m. Đặt nó thẳng đứng trong một bể nước lớn, thì bóng của nó trên đáy bể chỉ dài 2,4 m. Hãy tính độ cao của nước trong bể.

2.5. Một cái gậy dài 3 m, cắm thẳng đứng trong một bể nước, mà mực nước cao 1,8 m. Bóng tối của cả cái gậy, trên đáy bể, dài gấp hai lần bóng của phần gậy nhô khỏi mặt nước. Tính độ dài của bóng cái gậy.

2.6. Một cái ống bằng thuỷ tinh, chiết suất n, có bán kính ngoài R và bán kính trong r, có trục T ở cách một điểm O một khoảng D. Tính góc α mà từ O, ta nhìn tiết diện trong của ống, qua thành ống.

Phân biệt hai trường hợp : a) $R > nr$ và b) $R < nr$.

2.7. Một gương phẳng được làm bằng một bản mặt song song, tráng bạc ở mặt sau. Bản có độ dày l = 1,2 cm và bằng thuỷ tinh có chiết suất n = 1,53. Một điểm sáng A đặt cách mặt trước của gương một khoảng d = 5 cm. Tính khoảng cách giữa A và ảnh A' của nó qua gương.



Hình 2.12

2.8. Một lăng kính phản xạ toàn phần PQR bằng thuỷ tinh chiết suất n = 1,5, có hai mặt bên PQ và PR, độ rộng a = 4,5 cm. Một vật sáng nhỏ AB, song song với PR đặt tại điểm A, trên đường trung trực của PR, cách mặt PR một khoảng d = 12 cm.

a) Xác định bản chất, độ lớn và vị trí ảnh A'B' của AB, cho bởi lăng kính.

b) Vẽ đường đi của một chùm tia sáng hẹp, từ A qua lăng kính.

c) Hãy giải thích, tại sao lăng kính phản xạ toàn phần thường được dùng thay cho một gương phẳng, đặt chếch 45^o.

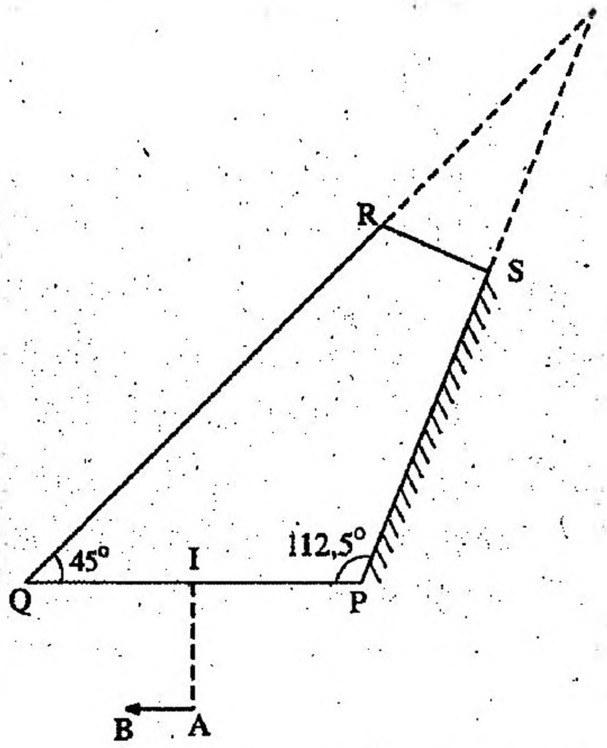
2.9. Lăng kính PQR trong bài 2.8 trên, bây giờ được đặt cho cạnh khúc xạ P nằm ngang, và cho mặt huyền QR thẳng đứng (H.2.12). Vật sáng ABC gồm hai mũi tên, $\overline{AB}$, nằm ngang, và $\overline{AC}$ thẳng đứng, đặt tại điểm A, cách mặt huyền QR một khoảng d = 12 cm, trên đường AI, qua trung điểm I của PQ.

Xác định bản chất, chiều và vị trí của hai ảnh $\overline{A'B'}$ và $\overline{A'C'}$ của hai mũi tên $\overline{AB}$, $\overline{AC}$. Kết luận.

2.10. Để làm lệch một chùm sáng một góc 45^o (trong kính hiển vi, chẳng hạn), người ta thường dùng một lăng kính thuỷ tinh, có tiết diện như hình 2.13 : hai góc P, Q lần lượt bằng $112,5^o$ và 45^o, và mặt PS được tráng bạc. Một vật phẳng nhỏ AB đặt song song với mặt PQ, cách mặt đó một khoảng AI = d. Cho biết chiết suất n của thuỷ tinh, và độ dài PQ = c.

a) Xác định bản chất, độ lớn và vị trí ảnh A'B' của AB cho bởi lăng kính.

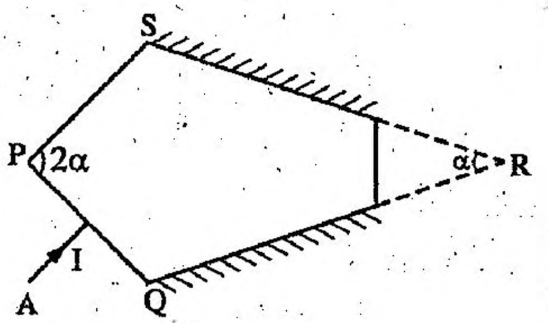
b) Vẽ đường đi của một chùm tia sáng hẹp, từ A qua lăng kính.



Hình 2.13

2.11. Một lăng kính thuỷ tinh, có tiết diện thẳng là một tứ giác PQRS (H.2.14), trong đó $\hat{S}$ và $\hat{Q}$ là hai góc tù, bằng nhau, còn góc $\hat{P} = 2\alpha$ lớn gấp đôi góc $\hat{R}$, và hai mặt RQ, RS được tráng bạc. Cho biết α nhỏ hơn 45^o.

Một tia sáng AI tới điểm I của mặt PQ dưới một góc nhỏ, khúc xạ qua mặt đó, phản xạ liên tiếp trên hai mặt RS, RQ, và cuối cùng ló ra khỏi mặt PS.



Hình 2.14

a) Vẽ đường đi của tia AI, trong trường hợp AI rọi vuông góc vào mặt PQ. Kết luận.

b) Chứng minh rằng tia sáng AI bất kì qua lăng kính đã quay một góc 2α. Hãy nêu rõ chiều quay của nó.

2.12. Lăng kính PQRS trong bài 2.11 trên có góc 2α là góc vuông.

a) Tác dụng của lăng kính, đối với một tia sáng như AI, là gì ? Ưu điểm của nó so với một lăng kính phản xạ toàn phần là gì ?

b) Vẽ đường đi của hai tia sáng, cùng rọi vào mặt PQ : một tia tới, dưới góc $i = 0^o$ và một tia, dưới một góc i nhỏ.

2.13. Một lăng kính bằng thuỷ tinh, chiết suất $n = 1,53$, có góc chiết quang $A = 60^\circ$.

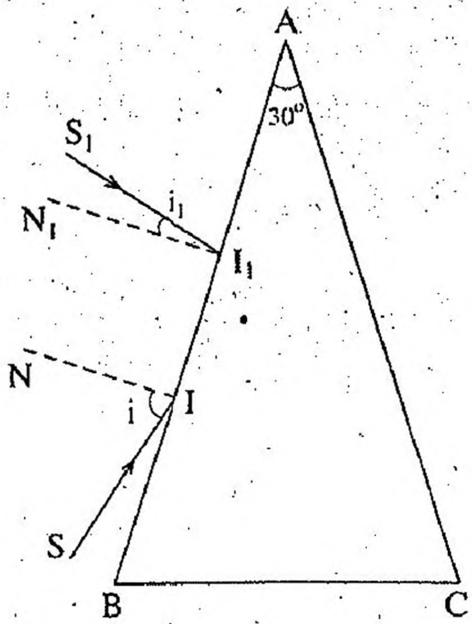
a) Tính góc lệch cực tiểu D_{min} của lăng kính.

b) Để một tia sáng khúc xạ liên tiếp được qua hai mặt bên của lăng kính, thì góc tới của tia sáng tối thiểu phải là bao nhiêu ?

2.14. Một lăng kính thuỷ tinh, chiết suất $n = 1,53$ có góc chiết quang $A = 30^\circ$. Một tia sáng SI tới mặt AB, từ phía đáy, dưới góc $i = 75^\circ$. (H.2.15).

a) Tính góc lệch D của tia sáng.

b) Tia sáng lệch về phía nào, phía đỉnh, hay phía đáy của lăng kính ?



Hình 2.15

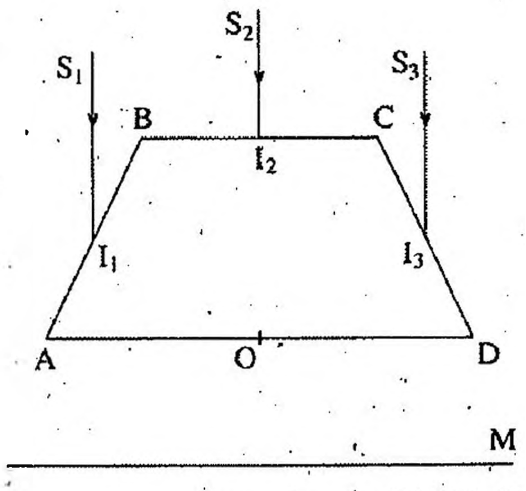
2.15. Một tia sáng S_1I_1 khác rọi vào mặt AB của lăng kính trong bài trên, nhưng từ phía đỉnh (H.2.15), dưới góc i_1.

a) Để tia sáng ló được ra khỏi mặt AC, thì góc i_1 không được vượt quá giới hạn nào ?

b) Cho $i_1 = 10^\circ$. Tính góc lệch của tia sáng. Tia sáng bị lệch về phía nào ?

2.16. Một lăng kính bằng thuỷ tinh, chiết suất $n = 1,732 \approx \sqrt{3}$, có tiết diện là một hình thang cân ABCD, với góc $A = 60^\circ$, và $AB = BC = CD = 3$ cm (H.2.16).

Ba chùm tia sáng đơn sắc, song song, rất hẹp, rọi vào trung điểm I_1, I_2, I_3 của ba mặt AB, BC, CD theo hướng vuông góc với đáy BC. Một màn M đặt song song với mặt AD, cách mặt đó một khoảng $d = 20$ cm.



Hình 2.16

a) Tính khoảng cách giữa ba vệt sáng do ba chùm tia tạo trên màn M.

b) Giữ cố định ba chùm sáng, cho lăng kính xoay một góc nhỏ quanh trung điểm O của AD, thì ba vệt sáng trên đây thay đổi thế nào ?

2.17. Một khối băng (thường gọi là nước đá) có dạng một hình lăng trụ sáu mặt đều, hai đáy vuông góc với các mặt bên. Một tia sáng cố định rọi vào khối băng. Cho khối băng xoay đủ mọi hướng có thể có, đối với tia sáng, thì thấy góc lệch của tia sáng có hai giá trị cực tiểu D_1, D_2. Hãy tính D_1 và D_2.

(Chiết suất của băng bằng chiết suất của nước)

2.18. *Hiện tượng cầu vồng* : Một tia sáng đơn sắc SI rọi vào một khối cầu trong suốt, đồng tính, chiết suất n, và khúc xạ trong khối cầu, theo IJ. Tới điểm J của mặt cầu, một phần tia sáng ló ra khỏi mặt cầu, và một phần phản xạ theo JK, rồi ló ra theo KR. Gọi i, r là góc tới và góc khúc xạ. Tính :

a) Góc lệch D của tia sáng.

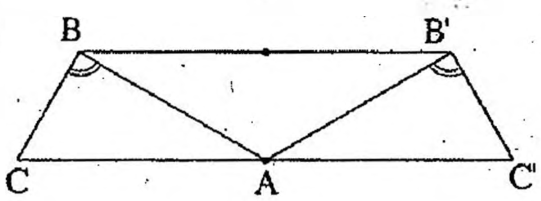
b) Chứng minh rằng, khi i biến thiên, thì góc lệch này qua một cực tiểu D_m, và tính giá trị D_m ấy.

c) Giả sử tia sáng tới K lại phản xạ một lần nữa trong khối cầu, theo KL, rồi mới ló ra theo LR. Tính góc lệch cực tiểu D'_m ứng với LR.

Áp dụng số : $n = 1,33 \approx \frac{4}{3}$.

2.19. ***Lăng kính A-mi-ci***

Một lăng kính bằng flin (thuỷ tinh có chiết suất lớn) có góc chiết quang $A = 120^o$ được dán với hai lăng kính crao (thuỷ tinh có chiết suất nhỏ) giống nhau ABC và A'B'C' (H.2.17), chiết suất $n_1 = 1,53$, có $B = B' \approx 100^o$.



Hình 2.17

Một tia sáng đơn sắc tới mặt bên BC theo phương song song với hai đáy, khúc xạ qua lăng kính ghép, rồi ló ra khỏi B'C' mà không bị lệch. Tính chiết suất n_2 của flin.

2.20. Một lăng kính thuỷ tinh có chiết suất n. Xác định góc chiết quang A của lăng kính, sao cho góc lệch cực tiểu D_m của lăng kính bằng nửa góc A.

Xét cụ thể hai trường hợp : $n = \sqrt{2}$ và $n = 1,45$.

Chủ đề 3

LƯỠNG CHẤT CẦU

Lí thuyết

3.1. Công thức cơ bản. Điều kiện tương điểm

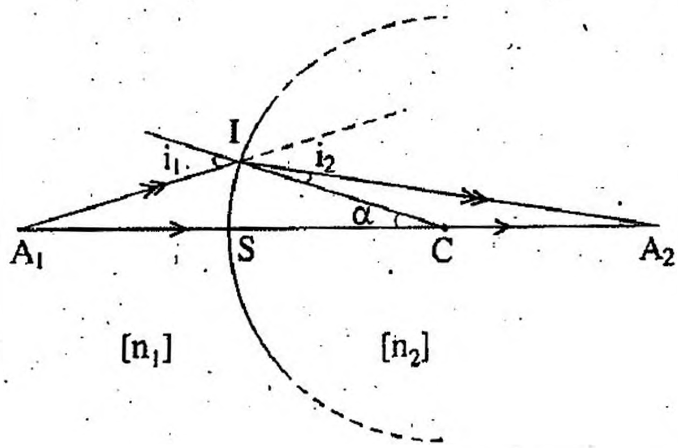
a) Định nghĩa

Lưỡng chất cầu là một tập hợp hai môi trường trong suốt, ngăn cách nhau bởi một phần (hoặc toàn bộ) mặt cầu.

Thông thường, lưỡng chất cầu là một chỏm cầu bằng thuỷ tinh, hai môi trường trong suốt là thuỷ tinh – không khí, hoặc một bình cầu thuỷ tinh, vỏ mỏng, chứa một chất lỏng trong suốt. Mỗi thấu kính cầu, chẳng hạn, là một tập hợp hai lưỡng chất cầu, hoặc một lưỡng chất cầu và một lưỡng chất phẳng.

b) Công thức cơ bản

Giả sử mặt cầu tâm C, bán kính $\overline{SC} = R$ (H.3.1) ngăn cách hai môi trường trong suốt, chiết suất n_1, n_2 khác nhau, và A_1 là một điểm sáng trong môi trường 1. Ta xét hai tia sáng truyền đi từ A_1 và khúc xạ qua mặt S :



Hình 3.1

Tia thứ nhất, A_1S, hướng theo bán kính CA_1, rọi vuông góc với mặt cầu, và tiếp tục truyền theo SC, không bị lệch.

Tia thứ hai, tới một điểm I của mặt S, dưới góc i_1, khúc xạ dưới góc i_2 và gặp A_1C tại A_2.

Nếu lưỡng chất cầu có tính tương điểm, thì ảnh của A_1 qua lưỡng chất chỉ có thể là A_2.

Đặt : $\overline{CA_1} = x_1$ và $\overline{CA_2} = x_2$

Hai tam giác CIA_1 và CIA_2 cho ta : $\dfrac{\overline{CA_1}}{\sin i_1} = \dfrac{\overline{IA_1}}{\sin\alpha}$ và $\dfrac{\overline{CA_2}}{\sin i_2} = \dfrac{\overline{IA_2}}{\sin\alpha}$.

do đó : $$\frac{\overline{CA_2}}{\overline{CA_1}}.\frac{\sin i_1}{\sin i_2}=\frac{\overline{IA_2}}{\overline{IA_1}}$$

hay là : $$\frac{n_2.x_2}{n_1.x_1}=\frac{\overline{IA_2}}{\overline{IA_1}}$$

hay là : $$\frac{n_1.x_1}{\overline{IA_1}}=\frac{n_2.x_2}{\overline{IA_2}} \tag{3.1}$$

Đó chính là công thức cơ bản của lưỡng chất cầu, với gốc toạ độ là tâm C của mặt cầu.

Công thức này đúng cả về độ lớn lẫn về dấu, cho mọi trường hợp (vật thật, ảo ; ảnh thật, ảo, ở gần hoặc xa vô cùng ; n_1 lớn hơn, hoặc nhỏ hơn n_2 ; mặt cầu lồi, hoặc lõm).

c) Điều kiện tương điểm hoàn toàn

Từ (3.1), ta suy ra : $$x_2=\frac{n_1}{n_2}.\frac{\overline{IA_2}}{\overline{IA_1}}.x_1$$

Để lưỡng chất cầu là một hệ tương điểm đối với cặp điểm A_1, A_2, thì x_2 phải có giá trị không đổi, khi điểm I dịch chuyển trên mặt cầu. Ta thấy ngay hai trường hợp hiển nhiên thoả mãn điều kiện này. Đó là :

1. Trường hợp 1. A_1 trùng với tâm mặt cầu

Khi đó $x_1 = 0$ và $x_2 = 0$, tức là A_2 cũng trùng với tâm C của mặt cầu, tức là :

"*Lưỡng chất cầu thoả mãn điều kiện tương điểm đối với tâm của nó*".

2. Trường hợp 2. A_1 trùng với điểm tới I, tức là A_1 ở trên mặt cầu.

Khi đó, $IA_1 = 0$, và vì $x_1 = CA_1 = R$, nên để x_2 có giá trị hữu hạn, thì x_2 cũng phải triệt tiêu, tức là $IA_2 = 0$. Vậy A_2 phải trùng với A_1, tức là :

"*Lưỡng chất cầu thoả mãn điều kiện tương điểm đối với mọi điểm trên mặt cầu*".

Trong hai trường hợp này, điểm A_1 đều trùng với ảnh của chính nó, nên không có ý nghĩa thực tiễn gì đáng chú ý.

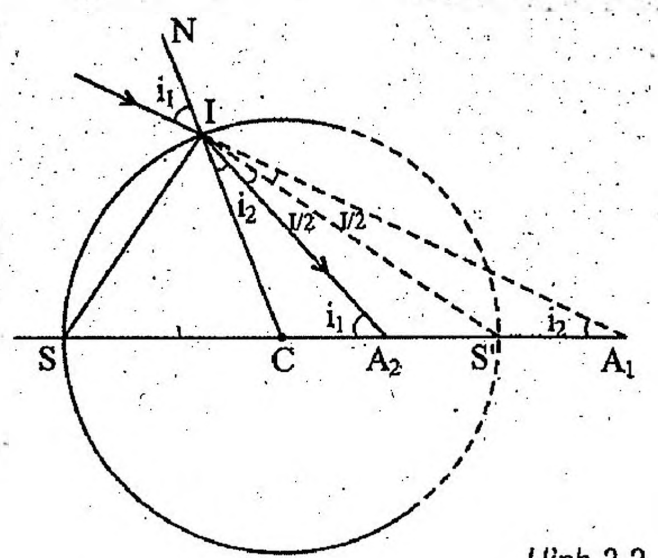
Ngoài hai trường hợp tầm thường này, ($x_1 = x_2 = 0$ và $\overline{IA_1} = \overline{IA_2} = 0$), để x_2 không phụ thuộc vào vị trí của điểm I, còn có thể xảy ra trường hợp thứ 3.

3. Trường hợp 3. Tỉ số $\frac{\overline{IA_2}}{\overline{IA_1}}$ giữ giá trị không đổi khi I dịch chuyển trên mặt cầu.

Khi I trùng với S, thì giá trị của tỉ số này là : $\frac{\overline{IA_2}}{\overline{IA_1}} = \frac{\overline{SA_2}}{\overline{SA_1}} = \frac{n_2x_2}{n_1x_1}$

Trong hình học phẳng, chúng ta đã biết rằng, trong một tam giác IA_1A_2, thì chân S' và S của hai đường phân giác trong và ngoài của góc I là hai điểm chia trong và chia ngoài đoạn thẳng A_1A_2 theo tỉ số độ dài của hai cạnh IA_1 và IA_2, tức là :

$$\frac{\overline{S'A_1}}{\overline{S'A_2}} = -\frac{IA_1}{IA_2} = -\frac{\overline{SA_1}}{\overline{SA_2}}$$



Hình 3.2

và, ngược lại :

"*Nếu hai điểm S' và S là hai điểm chia trong và chia ngoài đoạn thẳng A_1A_2 theo cùng một tỉ số k (với $k \neq +1$), thì quỹ tích các điểm I, mà tỉ số khoảng cách tới hai điểm A_1, A_2 bằng k, là đường tròn, có đường kính SS'* " (H.3.2).

Vậy, để tỉ số $\frac{\overline{IA_2}}{\overline{IA_1}}$ trên không đổi, khi I chuyển động trên mặt cầu tâm C đường kính SS', thì điều kiện cần và đủ là hai điểm liên hợp A_1 và A_2 thoả mãn điều kiện :

$$\frac{\overline{SA_2}}{\overline{SA_1}} = -\frac{\overline{S'A_2}}{\overline{S'A_1}} = \frac{n_2x_2}{n_1x_1}.$$

Ta hãy tính hoành độ x_1 và x_2 của hai điểm A_1, A_2

Ta có : $\overline{SA_1} = \overline{SC} + \overline{CA_1} = R + x_1$ và $\overline{SA_2} = \overline{SC} + \overline{CA_2} = R + x_2$

$\overline{S'A_1} = \overline{S'C} + \overline{CA_1} = -R + x_1$ và $\overline{S'A_2} = \overline{S'C} + \overline{CA_2} = -R + x_2$

Thế các giá trị này vào phương trình trên, ta được :

$$\frac{n_1x_1}{n_2x_2} = \frac{R + x_1}{R + x_2} = -\frac{-R + x_1}{-R + x_2} = \frac{R - x_1}{-R + x_2} = \frac{2R}{2x_2} = \frac{2x_1}{2R}$$

Từ đó : $x_1 = R\frac{n_2}{n_1}$ và $x_2 = R\frac{n_1}{n_2}$ (3.2)

Đối với mỗi lưỡng chất cầu xác định bởi ba giá trị R, n_1 và n_2, thì cặp điểm A_1, A_2 là hoàn toàn xác định. Đó là cặp điểm liên hợp độc nhất, không tầm thường, thoả mãn điều kiện tương điểm hoàn toàn. Vậy :

"*Lưỡng chất cầu thoả mãn điều kiện tương điểm đối với một cặp điểm ở cùng trên một đường kính, cách tâm mặt cầu những khoảng xác định bởi hai công thức (3.2)*".

Hai điểm này gọi là hai điểm Vai-e-xtra-xơ.

Chú ý. Hai công thức (3.2) cho thấy :

$$x_1.x_2 = \overline{CA_1}.\overline{CA_2} = R^2 \qquad (3.3)$$

Vậy : 1. Hai điểm A_1, A_2 ở cùng một phía, đối với tâm C.

2. Hai tam giác CIA_1 và CIA_2 đồng dạng, và hai góc A_1, A_2 (H.3.2) lần lượt bằng i_1 và i_2.

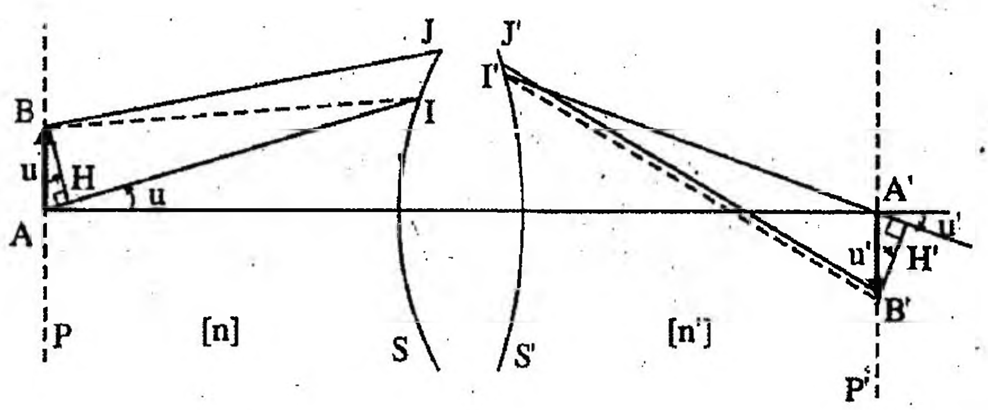
3.2. Tính tương phẳng và điều kiện tương phẳng

a) Tính tương phẳng. Giả sử hệ quang học của chúng ta có một trục đối xứng tròn xoay, và A, A' là một cặp điểm liên hợp trên trục ấy. Như vậy, một tia sáng AI sau khi qua hệ, sẽ ló ra theo một tia I'A' qua A'. Hai tia AI và I'A' cũng gọi là hai tia liên hợp.

Gọi B là một điểm vô cùng gần A, ở trên mặt phẳng qua A và vuông góc với trục của hệ. Nếu điều kiện tương điểm cũng thoả mãn đối với cặp điểm B, B', đồng thời B' lại ở trên mặt phẳng P' qua A' và vuông góc với trục, thì phần tử của mặt phẳng P' chứa hai điểm A', B' chính là ảnh của phần tử chứa hai điểm A, B của mặt phẳng P, và hệ quang học của ta được gọi là tương phẳng đối với cặp điểm A, A' (H.3.3).

b) Điều kiện sin của Áp-be

A và A' (H.3.3) là hai điểm liên hợp trên trục của hệ quang học SS', do vậy quang trình của mọi tia sáng từ A đến A' đều bằng nhau. B và B' cũng là hai điểm liên hợp, do vậy quang trình của mọi tia sáng từ B đến B' cũng bằng nhau.



Hình 3.3

Do đó, hiệu hai quang trình (BB') và (AA') phải không đổi, đối với mọi tia sáng đi từ B đến B' và từ A đến A'.

Giả sử AI là tia nghiêng một góc u đối với trục và I'A' là tia liên hợp của nó, lại nghiêng một góc u', đối với trục. Giả sử tia AI nằm trong mặt phẳng chứa trục và điểm B – gọi là mặt phẳng kinh tuyến qua B – thì tia liên hợp I'A' của nó cũng phải nằm trong mặt phẳng ấy. Ta xét tia BJ, vô cùng gần tia AI, và có tia liên hợp J'B'. Nối BI và I'B'.

Đường truyền BJ...J'B' là đường truyền thực sự của tia sáng, còn đường truyền BI...I'B' là đường cũng đi từ B đến B', vô cùng gần đường trên, nên quang trình (BI...I'B'), chỉ chênh lệch với quang trình (BJ...J'B') một vô cùng nhỏ bậc hai, (đối với vô cùng nhỏ bậc nhất IJ), thành thử hai quang trình ấy có thể coi là bằng nhau.

Vậy :

$$(BB') = (BJ...J'B') = (BI...I'B')$$
$$(BB') = n.BI + (II') + n'.I'B'$$

n và n' là chiết suất của hai môi trường trước và sau quang hệ.

Mặt khác, ta cũng có : $(AA') = n.AI + (II') + n'(I'A')$

và hiệu hai quang trình (AA') và (BB') là :

$$(AA') - (BB') = n(AI - BI) + n'(I'A' - I'B')$$

Lấy trên AI và I'A' hai điểm H, H', sao cho : IH = IB, I'H' = I'B'.

Khi đó : $AI - BI = AH$ và $I'A' - I'B' = -A'H'$

Theo giả thiết, AB và A'B' nằm trong hai mặt phẳng P, P' vuông góc với trục, vậy AB và A'B' đều vuông góc với trục. Hai tam giác cân vô cùng nhỏ BIH và B'I'H' có góc ở đỉnh I, I' vô cùng nhỏ, nên các góc ở đáy H và H' gần như vuông, và $\widehat{ABH} = u$; $\widehat{A'B'H'} = u'$

Do đó : $AH = AB.\sin u$ và $A'H' = A'B'.\sin u'$

Thành thử : $(AA') - (BB') = n.AB.\sin u - n'.A'B'.\sin u'$

Hai quang trình (AA') và (BB') đều không đổi, đối với mọi tia sáng đi từ A đến A', và từ B đến B', nên hiệu (AA') – (BB') của chúng cũng không phụ thuộc vào các tia AI, BJ, tức là không phụ thuộc các góc u, u' và ta phải có :

$$n.AB.\sin u - n'.A'B'.\sin u' = \text{const.}$$

Khi u = 0, tức là tia AI trùng với trục, thì tia liên hợp I'A' của nó cũng trùng với trục, tức là u' cũng triệt tiêu, và hằng số trên chính là bằng 0. Vậy, với mọi giá trị của u, ta phải có :

$$n.AB.\sin u = n'.A'B'.\sin u' \qquad (3.4)$$

Đây chính là điều kiện tương phẳng, hay điều kiện sin của Áp-be.

Điều kiện này cho thấy rằng :

"*Để ảnh một hình phẳng, nhỏ, đặt tại một điểm A trên trục và vuông góc với trục của một quang hệ, cũng là một hình phẳng, đặt tại một điểm A' trên trục và vuông góc với trục, thì quang hệ phải thoả mãn đồng thời hai điều kiện :*

1. Hệ là tương điểm đối với cặp điểm A, A'.

2. Góc nghiêng u của một tia sáng bất kì AI đối với trục và góc nghiêng u' của tia liên hợp I'A' với nó phải thoả mãn điều kiện tương phẳng.

Chú ý. Nếu hệ chỉ đơn thuần là tương điểm đối với một cặp điểm A, A', thì ảnh của một hình phẳng, dẫu đặt tại A và vuông góc với trục, cũng chưa chắc đã là một hình phẳng, đồng dạng, và giữa góc nghiêng của hai tia liên hợp không có mối liên hệ nào.

c) Tính tương phẳng của lưỡng chất cầu

Ta chứng minh rằng, đối với các cặp điểm mà lưỡng chất cầu thoả mãn điều kiện tương điểm, thì lưỡng chất cũng thoả mãn điều kiện tương phẳng.

1. Đối với tâm mặt cầu (H.3.4).

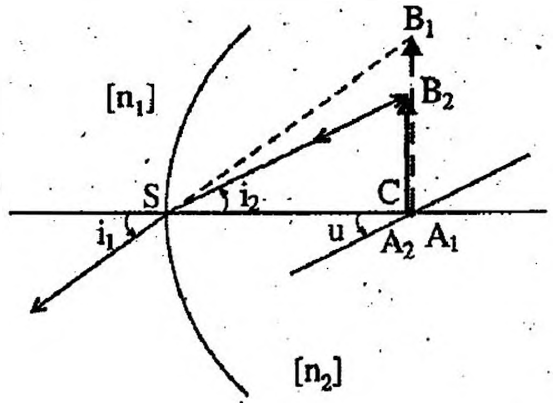
Do A_1 và A_2 trùng nhau tại C, nên A_1B_1 và A_2B_2 cùng vuông góc với SC và $\hat{u} = \hat{u}'$, nên điều kiện sin rút lại là

$$n_1.\overline{A_1B_1} = n_2.\overline{A_2B_2}$$

Hình 3.4 lại cho thấy :

$$\overline{A_1B_1} = \overline{SC}.\tan i_1 \text{ và } \overline{A_2B_2} = \overline{SC}.\tan i_2$$

Do đó : $n_1.\overline{SC}.\tan i_1 = n_2.\overline{SC}.\tan i_2$



Hình 3.4

Do cả hai góc i_1 và i_2 đều nhỏ, nên $\sin i_1 \approx i_1 \approx \tan i_1$ và $\sin i_2 \approx i_2 \approx \tan i_2$, đẳng thức trên thành :

$$n_1\sin i_1 = n_2\sin i_2$$

Đó chính là định luật khúc xạ Snel – Đề-các.

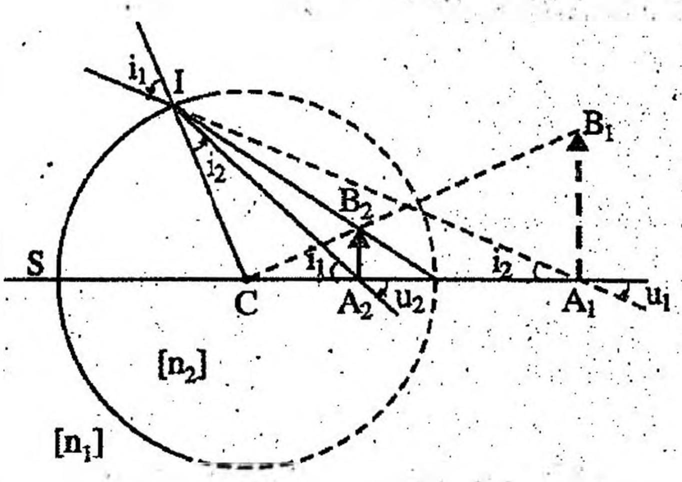
2. Đối với điểm trên mặt cầu

Coi phần mặt cầu vô cùng nhỏ tại A là trùng với mặt phẳng tiếp xúc tại A, thì A_1 trùng với A_2, B_1 trùng với B_2, $\overline{A_1B_1} = \overline{A_2B_2}$ và $u_1 = i_1$, $u_2 = i_2$, thì điều kiện sin rút lại thành : $n_1.\sin i_1 = n_2\sin i_2$; tức là định luật khúc xạ.

3. Đối với cặp điểm Vai-e-xtra-xơ (H.3.5)

A_1 và A_2 là hai điểm Vai-e-xtra-xơ, B_1 và ảnh tương điểm B_2 của nó qua lưỡng chất cầu đều nằm trong hai mặt phẳng P, P' vuông góc với trục SC tại A_1 và A_2. Tâm C của mặt cầu trùng với ảnh tương điểm của chính nó.

Tia sáng B_1C có tia liên hợp là CB_2. Mặt khác, tia B_1C khi qua mặt cầu không bị lệch, tức là trùng với tia liên hợp của chính nó, vậy trùng với CB_2 ; vậy, ba điểm C, B_1, B_2 thẳng hàng với nhau.



Hình 3.5

Hai tam giác đồng dạng CA_1B_1 và $C_2A_2B_2$ cho ta :

$$\frac{A_1B_1}{A_2B_2} = \frac{CA_1}{CA_2} = \frac{R\dfrac{n_2}{n_1}}{R\dfrac{n_1}{n_2}} = \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2$$

Do đó : $$n_1.A_1B_1 = n_2.A_2B_2.\frac{n_2}{n_1}$$

Theo định luật khúc xạ : $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$ thì $\dfrac{n_2}{n_1} = \dfrac{\sin i_1}{\sin i_2}$

Hình 3.5 lại cho : $u_1 = i_2$ và $u_2 = i_1$ do đó : $\dfrac{n_2}{n_1} = \dfrac{u_2}{u_1}$

Thế vào phương trình trên, ta thấy đó đúng là điều kiện sin của Áp-be.

Hai điểm Vai-e-xtra-xơ thoả mãn cả điều kiện tương điểm lẫn điều kiện tương phẳng, với cả những chùm tia có góc mở gần 180°. Đặt một vật phẳng nhỏ tại một trong hai điểm kia, ta được một ảnh tương điểm và phẳng một cách chặt chẽ. Tính chất này được lợi dụng trong kính hiển vi.

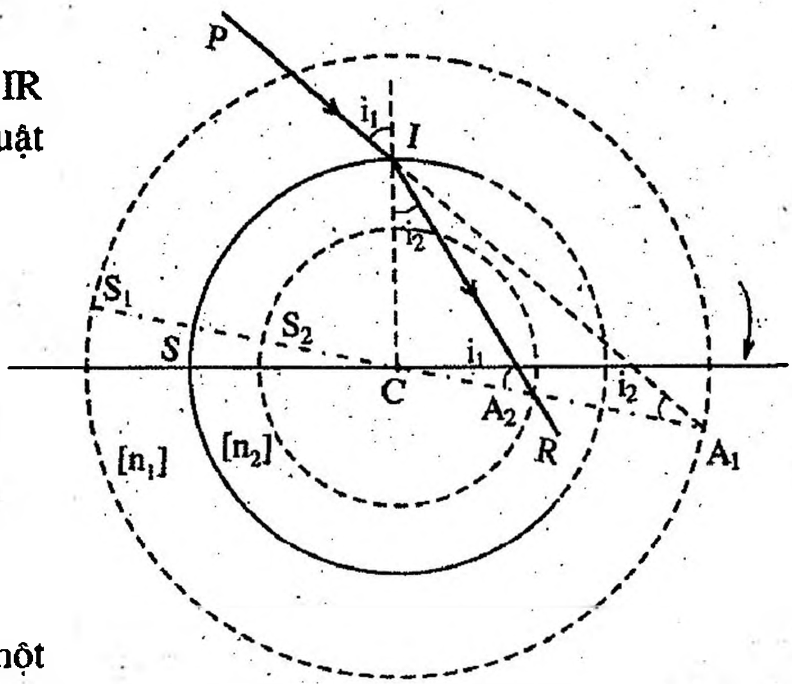
d) Cách vẽ tia khúc xạ ứng với một tia tới bất kì

Y-âng đã nêu phương pháp hình học đơn giản sau đây, để vẽ tia khúc xạ qua mặt cầu của lưỡng chất.

S (H.3.6) là đỉnh của lưỡng chất cầu, tâm C, bán kính R, gồm hai môi trường chiết suất n_1 và n_2. Tia sáng PI, đi trong môi trường n_1 gặp mặt cầu tại I.

Lấy C làm tâm, vẽ mặt cầu S_1, bán kính $R_1 = R\dfrac{n_2}{n_1}$ và mặt cầu S_2, bán kính $R_2 = R\dfrac{n_1}{n_2}$. Tia tới PI gặp mặt cầu S_1 tại A_1. Bán kính CA_1 gặp mặt cầu S_2 tại A_2. IA_2 là tia khúc xạ phải vẽ.

Ta kiểm nghiệm lại rằng tia IR vẽ như vậy đã thoả mãn định luật khúc xạ.



Hình 3.6

Do : $CA_1 = R\dfrac{n_2}{n_1} = CI.\dfrac{n_2}{n_1}$

và $CA_2 = R\dfrac{n_1}{n_2} = CI.\dfrac{n_1}{n_2}$,

nên : $\dfrac{CI}{CA_1} = \dfrac{n_1}{n_2} = \dfrac{CA_2}{CI}$

Hai tam giác CIA_1 và CIA_2 có một góc $\widehat{C}$ chung, lọt giữa hai cạnh tỉ lệ, vậy đồng dạng với nhau, và ta có :

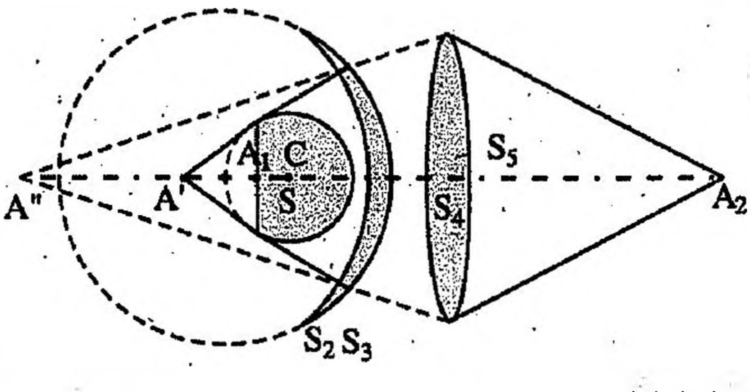
$$\widehat{CA_1I} = \widehat{CIA_2} = i_2 \quad \text{và} \quad \widehat{CA_2I} = \widehat{CIA_1} = i_1$$

Trong tam giác CIA_1, ta lại có : $\dfrac{CA_1}{\sin CIA_1} = \dfrac{CI}{\sin CA_2I}$ hay là $\dfrac{R\dfrac{n_2}{n_1}}{\sin i_2} = \dfrac{R}{\sin i_1}$

Do đó : $n_2 \sin i_2 = n_1 \sin i_1$.

e) Áp dụng cho vật kính hiển vi và cho kính tụ sáng

Lí thuyết nhiễu xạ ánh sáng cho thấy rằng khả năng phân li của kính hiển vi tăng theo góc mở của chùm sáng đi từ vật quan sát vào vật kính. Vì vậy, vật kính phải được cấu tạo sao cho có thể đón nhận những chùm sáng có góc mở lớn, mà vẫn cho ảnh tương điểm và tương phẳng của vật.



Hình 3.7

Lưỡng chất cầu với hai điểm Vai-e-xtra-xơ cho ta khả năng giải quyết vấn đề đó.

A_1 (H.3.7) là điểm Vai-e-xtra-xơ trong của khối cầu S. Khối cầu này được dùng làm thấu kính tiền đầu của vật kính, nên nó được cắt ngang bởi một mặt phẳng qua A_1, cách tâm C một khoảng $\frac{R}{n}$. Tiêu bản để quan sát được đặt đúng vào mặt phẳng này, nhưng chìm trong một chất lỏng trong suốt, có cùng chiết suất n với khối cầu. Ảnh của vật quan sát, do đó đúng là một hình phẳng, và hoàn toàn rõ nét, được đặt tại A', điểm Vai-e-xtra-xơ thứ hai, của khối cầu.

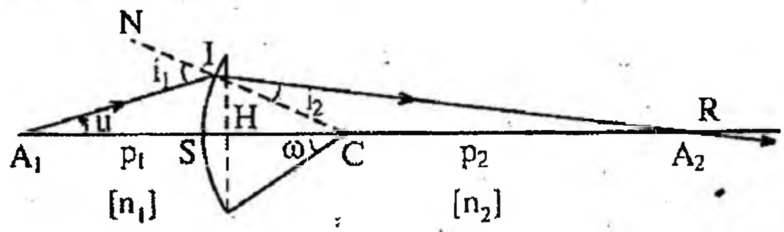
Thấu kính tiếp theo là một thấu kính lõm – lồi S_2S_3, được cấu tạo và bố trí như sau : mặt S_2 là một phần mặt cầu, tâm A', để A' trùng với ảnh của chính nó trong S_2. Mặt S_3 là một phần mặt cầu, mà A' là điểm Vai-e-xtra-xơ trong ; ảnh A" của A' cho bởi lưỡng chất cầu S_3 đã ở khá xa, để chùm sáng ló đã có góc mở đủ nhỏ, để có thể dùng một thấu kính thông thường, tạo một ảnh thật của vật, tại điểm A_2.

Vật kính của kính hiển vi, thực ra, phức tạp hơn nhiều, vì chúng còn phải được sửa nhiều sai sót khác, mà quan trọng nhất là sắc sai.

3.3. Lưỡng chất cầu khẩu độ nhỏ

a) Định nghĩa. Lưỡng chất cầu đỉnh S bị giới hạn ở một chỏm cầu nhỏ, có đáy là một đường tròn tâm H, bán kính r (H.3.8), được gọi là có khẩu độ nhỏ, khi nửa góc ω ở đỉnh C của hình nón đỉnh C, đáy là đường tròn H, có độ lớn không quá vài độ.

Giả sử điểm sáng A_1 trên trục của lưỡng chất chỉ gửi tới lưỡng chất những tia sáng chỉ nghiêng những góc u nhỏ (không quá vài độ) trên trục, thành thử cung SI có độ dài rất nhỏ so với SA_1. Những tia sáng làm với trục những góc nhỏ như vậy gọi là tia bàng trục.



Hình 3.8

b) Công thức liên hợp

Góc $\widehat{SCI}$ luôn bé hơn, hoặc cùng lắm là bằng ω, nên cung SI gần như một đoạn thẳng vuông góc với bán kính SC, và tam giác SIA_1 coi được như có góc S vuông. Góc A_1 = u lại nhỏ, nên cạnh huyền A_1I chỉ lớn hơn cạnh góc vuông A_1S một lượng vô cùng nhỏ bậc 2 so với vô cùng nhỏ bậc nhất SI. Do đó, ta có thể lấy gần đúng :

$$\overline{IA_1} = \overline{SA_1} \quad \text{và} \quad \overline{IA_2} = \overline{SA_2}$$

và công thức (3.1) thành :

$$\frac{n_1 x_1}{\overline{SA_1}} = \frac{n_2 x_2}{\overline{SA_2}} \quad \text{hay là} \quad n_1 \frac{\overline{CA_1}}{\overline{SA_1}} = n_2 \frac{\overline{CA_2}}{\overline{SA_2}} \tag{3.5}$$

1. Lấy gốc toạ độ là đỉnh S của lưỡng chất cầu, ta được :

$$n_1 \frac{\overline{SA_1} - \overline{SC}}{\overline{SA_1}} = n_2 \frac{\overline{SA_2} - \overline{SC}}{\overline{SA_2}}$$

Đặt : $\overline{SA_1} = p_1$, $\overline{SA_2} = p_2$, $\overline{SC} = R$

ta được : $$n_1\left(1 - \frac{R}{p_1}\right) = n_2\left(1 - \frac{R}{p_2}\right)$$

và cuối cùng : $$\frac{n_1}{p_1} - \frac{n_2}{p_2} = \frac{n_1 - n_2}{R} \tag{3.6}$$

Công thức này, gọi là công thức liên hợp, cho thấy rằng p_2 không phụ thuộc góc nghiêng u của tia sáng, tức là không phụ thuộc điểm tới I của tia sáng. Như vậy, mọi tia sáng đi từ A_1 sau khi khúc xạ trong lưỡng chất cầu đều cắt trục tại cùng một điểm A_2, là ảnh của A_1. Vậy :

"*Lưỡng chất cầu khẩu độ nhỏ có tính tương điểm gần đúng, đối với mọi điểm sáng trên trục chỉ gửi tới lưỡng chất những tia bàng trục*".

2. Nếu ta lấy gốc toạ độ là tâm C của mặt cầu, thì công thức (3.5) trở thành :

$$\frac{n_1 \overline{CA_1}}{\overline{CA_1} - \overline{CS}} = \frac{n_2 \overline{CA_2}}{\overline{CA_2} - \overline{CS}} \quad \text{hay là} \quad \frac{\overline{CA_1} - \overline{CS}}{n_1 \overline{CA_1}} = \frac{\overline{CA_2} - \overline{CS}}{n_2 \overline{CA_2}}$$

hay là : $$\frac{1}{n_1}\left(1 - \frac{\overline{CS}}{\overline{CA_1}}\right) = \frac{1}{n_2}\left(1 - \frac{\overline{CS}}{\overline{CA_2}}\right)$$

Đặt : $\overline{CA_1} = x_1$, $\overline{CA_2} = x_2$ và $\overline{CS} = \rho$

thì phương trình trên thành : $$\frac{1}{n_1 x_1} - \frac{1}{n_2 x_2} = \left(\frac{1}{n_1} - \frac{1}{n_2}\right)\frac{1}{\rho} \tag{3.7}$$

hay là : $$\frac{n_1}{x_2} - \frac{n_2}{x_1} = \frac{n_2 - n_2}{\rho} \tag{3.8}$$

c) Tiêu điểm chính

A. Tiêu điểm ảnh. Khi điểm A_1 xa dần ra vô cực, thì điểm liên hợp A_2 của nó dần tới một vị trí giới hạn F_2, gọi là tiêu điểm chính ảnh của lưỡng chất cầu.

Đặt : $\overline{SF_2} = f_2$, f_2 gọi là tiêu cự ảnh, ta được :

$$-\frac{n_2}{f_2} = \frac{n_1 - n_2}{R}$$

hay là : $$f_2 = \frac{-n_2 R}{n_1 - n_2} \qquad (3.9)$$

B. Tiêu điểm vật. Điểm ảnh A_2 xa dần ra vô cực, khi điểm vật A_1 dần tới điểm F_1, gọi là tiêu điểm chính vật của lưỡng chất cầu.

Đặt : $\overline{SF_1} = f_1$, f_1 gọi là tiêu cự vật, ta được :

$$\frac{n_1}{f_1} = \frac{n_1 - n_2}{R}$$

hay là : $$f_1 = \frac{n_1 R}{n_1 - n_2} \qquad (3.10)$$

C. Hệ thức giữa hai tiêu cự. Từ hai công thức (3.9) và (3.10), ta dễ dàng suy ra :

$$\frac{f_1}{f_2} = -\frac{n_1}{n_2} < 0 \quad \text{và} \quad f_1 + f_2 = R \qquad (3.11)$$

Hệ thức thứ nhất cho thấy rằng hai tiêu cự luôn luôn trái dấu, tức là hai tiêu điểm luôn luôn ở hai bên đỉnh S. Vậy, chúng đều thật cả (lưỡng chất hội tụ) hoặc ảo cả (lưỡng chất phân kì).

Hệ thức thứ hai có thể viết : $\overline{SF_1} + \overline{SF_2} = \overline{SC}$

Nhưng $\overline{SF_1} = \overline{SC} + \overline{CF_1}$

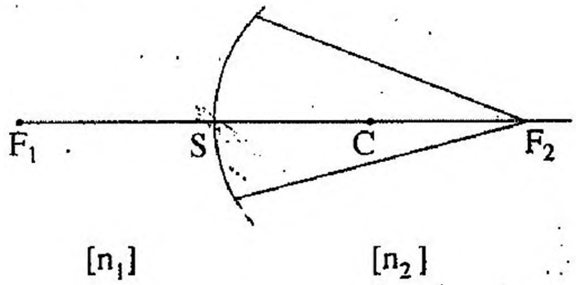
nên : $\overline{SF_1} - \overline{CF_1} = \overline{SC}$

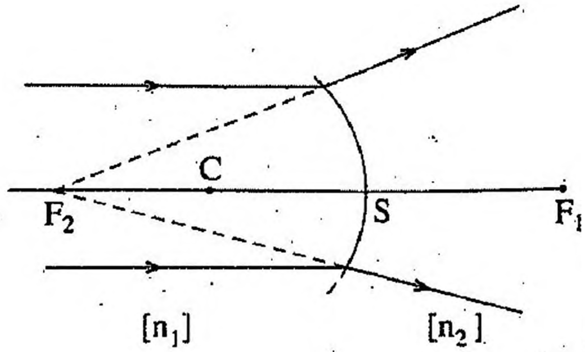
hay là : $\overline{SF_2} = -\overline{CF_1}$

và tương tự : $\overline{SF_1} = -\overline{CF_2}$

Tức là :

"*Hai tiêu điểm cách hai điểm C và S những khoảng bằng nhau, và chúng đều ở ngoài đoạn SC, vì chúng phải ở hai bên đỉnh S*" (H.3.9).

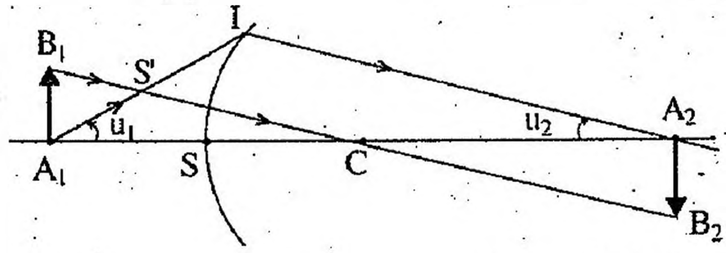




Hình 3.9

d) Ảnh của một vật phẳng, vuông góc với trục

Giả sử điểm sáng A_1 đặt trước và cách lưỡng chất cầu S một khoảng $\overline{SA_1} = p_1$ có một ảnh A_2 cách S một khoảng $\overline{SA_2} = p_2$ được xác định theo p_1 bằng công thức (3.6).



Hình 3.10

Ta cho A_1 dịch chuyển một cung nhỏ AB_1 trên đường tròn tâm C, bán kính CA_1, tới B_1 và coi B_1 là vật đối với lưỡng chất cầu S', thì ảnh A_2 của A_1 cũng dịch chuyển một cung $\overset{\frown}{A_2B_2}$ trên đường tròn tâm C, bán kính $CA_2 = p_2$, tới B_2. Và cung A_2B_2 là ảnh của cung A_1B_1. Vì hai cung này rất nhỏ, so với bán kính các đường tròn tương ứng, nên ta có thể coi chúng là hai đoạn thẳng vuông góc với SC. Như vậy, ta có hai tam giác vuông đồng dạng CA_1B_1 và CA_2B_2. Vậy :

"Ảnh của một vật phẳng, nhỏ, đặt trên trục chính và vuông góc với trục chính của một lưỡng chất cầu là một hình phẳng, nhỏ, đồng dạng với vật, cũng đặt trên trục chính và vuông góc với trục".

Độ phóng đại của ảnh, theo hình 3.10. là :

$$k = \frac{\overline{A_2B_2}}{\overline{A_1B_1}} = \frac{y_2}{y_1} = \frac{\overline{CA_2}}{\overline{CA_1}} = \frac{n_1}{n_2}.\frac{\overline{SA_2}}{\overline{SA_1}}$$

hay là :

$$k = \frac{n_1}{n_2}.\frac{p_2}{p_1} \qquad (3.12)$$

e) Công thức La-grăng – Hem-hôn

Ta xét một tia sáng A_1I (H.3.10) làm với trục SC một góc nhỏ u_1, để có thể coi SI là một đoạn thẳng. Tia liên hợp IA_2 của nó cũng làm với trục một góc nhỏ u_2. Ta có :

$$\tan u_1 \approx u_1 = \frac{\overline{SI}}{\overline{A_1S}} \quad ; \quad \tan u_2 \approx u_2 = \frac{\overline{SI}}{\overline{A_2S}}$$

Do đó : $$\frac{u_1}{u_2} = \frac{\overline{A_2S}}{\overline{A_1S}} = \frac{\overline{SA_2}}{\overline{SA_1}}$$

và $$k = \frac{y_2}{y_1} = \frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{\overline{SA_2}}{\overline{SA_1}} = \frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{u_1}{u_2}$$

hay là : $$n_1 y_1 u_1 = n_2 y_2 u_2 \qquad (3.13)$$

"Tích của chiết suất môi trường với độ lớn của vật (hoặc ảnh) và với góc nghiêng trên trục của một tia sáng qua chân của vật, (hoặc ảnh) có một giá trị không đổi, đối với hai môi trường".

Chú ý : Ta chú ý rằng công thức La-grăng – Hem-hôn này chỉ là một trường hợp riêng của điều kiện sin của Áp-be, áp dụng cho các tia bàng trục.

Bài tập ví dụ

3.1. Một cái bình hình cầu, bằng thuỷ tinh, đường kính D = 18 cm chứa đầy nước. Bỏ qua độ dày của vỏ bình.

a) Hãy xác định vị trí hai điểm Vai-e-xtra-xơ, trên một đường kính nằm ngang, của hình cầu.

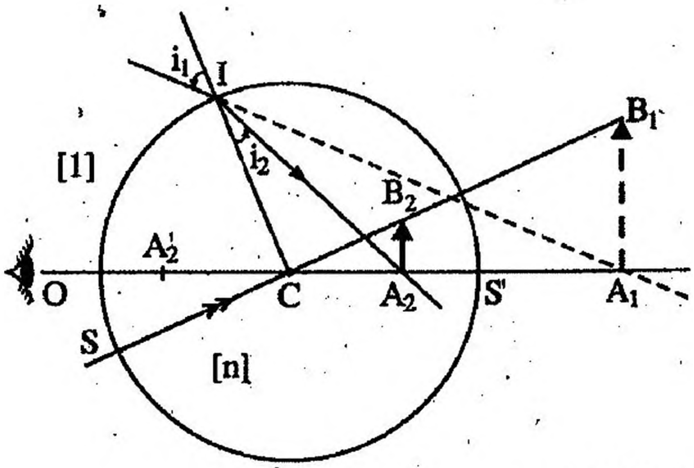
b) Một vật phẳng nhỏ A_1B_1 được đặt ở một trong hai điểm trên. Đó là điểm nào ? Ảnh A_2B_2 của nó ở đâu, có độ phóng đại bao nhiêu ? Để quan sát ảnh ấy, phải đặt mắt ở đâu ?

Giải.

a) Giả sử chiều truyền của ánh sáng là từ trái sang phải, như trên hình 3.11. Theo các công thức (3.2), ta có :

$$\overline{CA_1} = x_1 = R\frac{n_2}{n_1} = R\frac{n}{1} > 0$$

$$\overline{CA_2} = x_2 = R\frac{n_1}{n_2} = \frac{R}{n} > 0$$



Hình 3.11

Vậy, cả hai điểm A_1, A_2 đều ở bên phải của C, A_1 ở ngoài bình cầu, và là điểm ảo, còn A_2 ở trong bình cầu, và là điểm thật.

Tính bằng số, ta được :

$R = \frac{D}{2} = \frac{18}{2} = 9$ cm $\qquad \overline{CA_1} = 9.\frac{4}{3}$; $\qquad \overline{CA_1} = 12$ cm

$\overline{CA_2} = 9.\frac{3}{4}$; $\qquad \overline{CA_2} = 6{,}75$ cm

b) A_1 là điểm ảo, vậy không thể đặt vật thật ở đó. Vậy, vật A_1B_1 phải đặt ở điểm thật A_2, nhưng ánh sáng truyền qua lưỡng chất cầu, lại theo chiều từ phải sang trái. Và để quan sát ảnh ảo A_2B_2, thì mắt phải đặt sau đỉnh S của lưỡng chất cầu, mới đón được ánh sáng gửi từ vật A_1B_1 qua lưỡng chất cầu tới mắt (trên hình 3.11 bây giờ phải coi A_2B_2 là vật A_1B_1, còn A_1B_1 lại là ảnh).

Tuy nhiên, vì bình cầu lại có thể coi như lưỡng chất cầu đỉnh S' xuyên tâm đối với S nên ta có thể đặt vật tại điểm A'_2, đối xứng với A_2 qua C, là một điểm Vai-e-xtra-xơ của lưỡng chất cầu S'.

Khi đó, chiều truyền của ánh sáng vẫn là từ trái sang phải, và mắt người quan sát phải đặt sau S'.

Để tính độ phóng đại của ảnh (A_1B_1 trên hình 3.1), ta vẽ tia sáng CB_2 (qua điểm B_2 của vật) và qua tâm C. Tia này không bị lệch, nên cũng đi qua ảnh B_1 của B_2. Hai tam giác đồng dạng CA_1B_1 và CA_2B_2 cho ta :

$$k = \frac{A_2B_2\,(\text{ảnh})}{A_1B_1\,(\text{vật})} = \frac{\overline{CA_2}}{\overline{CA_1}} = \frac{R\dfrac{n_2}{n_1}}{R\dfrac{n_1}{n_2}} = \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2$$

$$k = \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{16}{9}$$

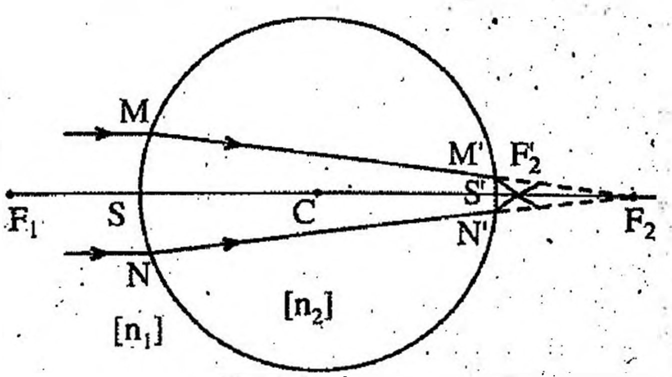
3.2. Một quả cầu bằng thuỷ tinh, chiết suất $n = 1{,}53$ đặt trong không khí, có bán kính $R = 5$ cm. Một đường kính của quả cầu gặp mặt cầu tại hai điểm S, S'. Xét các lưỡng chất cầu khẩu độ nhỏ, đỉnh S và S'.

a) Xác định vị trí hai tiêu điểm chính của lưỡng chất cầu S.

b) Cho một chùm sáng song song, có tiết diện thẳng là một đường tròn, đường kính $d = 1$ cm, truyền qua khối cầu, theo trục SS'. Xác định đường kính của vệt sáng do nó tạo ra tại S', và điểm hội tụ của chùm sáng ló.

Giải.

a) Hai tiêu cự ảnh f_2 và vật f_1 của lưỡng chất cầu S được tính bằng hai công thức (3.9) và (3.10).



Hình 3.12

$$f_2 = \frac{-n_2R}{n_1 - n_2} = \frac{-1,53.5}{1 - 1,53}$$

$$f_2 = 14,4339 \approx 14,43 \text{ cm}$$

Tiêu điểm ảnh F_2 ở ngoài mặt cầu, cách đỉnh chỏm cầu S' một đoạn $\overline{S'F_2} = 4,43$ cm, như ta thấy trên hình 3.12.

$$f_1 = \frac{n_1R}{n_1 - n_2} = \frac{5}{1 - 1,53} = -9,4339... \approx -9,43 \text{ cm}$$

Ta thấy f_1 âm, vậy tiêu điểm F_1 ở trước chỏm cầu S, cách đỉnh S một đoạn $SF_1 = 9,43$ cm.

b) Chùm sáng hình trụ, sau khi khúc xạ qua lưỡng chất cầu S, trở thành chùm sáng hình nón, đỉnh F_2, đáy là đường tròn tiết diện thẳng của chùm sáng hình trụ. Chùm sáng hình nón này cắt chỏm cầu S' theo một đường tròn, đường kính M'N'.

Hai tam giác đồng dạng $F_2M'N'$ và F_2MN cho ta :

$$\frac{M'N'}{MN} = \frac{F_2S'}{F_2S} = \frac{14,43 - 2.5}{14,43} = \frac{4,43}{14,43}$$

do đó : $$M'N' = MN.\frac{443}{1443} = \frac{1.443}{1443} = 0,30699 \approx 0,31 \text{ cm}$$

Vệt sáng do chùm sáng tạo ra tại chỏm cầu S' là một vòng tròn, tâm S', đường kính gần 0,31 cm.

Đối với lưỡng chất cầu S', F_2 là điểm sáng ảo, ở cách S' một khoảng $p_1 = S'F_2$ và được lưỡng chất đó cho một ảnh F'_2, ở cách S' một đoạn $p_2 = S'F'_2$ được tính bằng công thức (3.6) :

$$\frac{n_1}{p_1} - \frac{n_2}{p_2} = \frac{n_1 - n_2}{R} \Rightarrow \frac{1,53}{4,43} - \frac{1}{p_2} = \frac{1,53 - 1}{-5}$$

do đó : $$\frac{1}{p_2} = \frac{5.1,53 + 4,43.0,53}{4,43.5}$$

$$p_2 = \frac{4,43.5}{7,65 + 2,3479} = \frac{22,15}{9,9979} \approx 2,22 \text{ cm}$$

Chùm sáng ló hội tụ tại điểm F_2, sau quả cầu, cách đỉnh S' của chỏm cầu S' chừng 2,22 cm.

Đề bài tập

3.3. Một lưỡng chất cầu bằng thuỷ tinh, chiết suất n = 1,53, có bán kính R = 0,8 cm. Xác định hai điểm Vai-e-xtra-xơ của lưỡng chất cầu, trong hai trường hợp:

a) Môi trường trước lưỡng chất cầu là không khí.

b) Môi trường trước lưỡng chất cầu là nước.

3.4. Một khối thuỷ tinh hình bán cầu, có bán kính R = 4 mm và chiết suất n = 1,53. Một vật phẳng nhỏ AB đặt tại một điểm A, trên trục đối xứng của bán cầu, cho AB song song với mặt phẳng đáy của bán cầu.

Để ảnh A'B' của vật AB có tính tương điểm và tương phẳng đối với mọi tia sáng đi từ A thì phải đặt vật cách đáy của bán cầu bao nhiêu, trong ba trường hợp :

a) Môi trường trước bán cầu là dầu, có cùng chiết suất n = 1,53.

b) Môi trường trước bán cầu là không khí.

c) Môi trường trước bán cầu là nước.

Ta chấp nhận công thức lưỡng chất phẳng cho ba trường hợp này.

3.5. Một mặt phẳng cắt ngang một khối cầu, nếu không đi qua tâm khối cầu, thì chia khối cầu thành hai chỏm cầu. Chỏm cầu lớn hơn bán cầu, thì gọi là chỏm cầu lớn. Chỏm cầu kia, nhỏ hơn bán cầu, gọi là chỏm cầu nhỏ.

Một chỏm cầu lớn bằng thuỷ tinh, chiết suất n = 1,60 có đường kính D = 10 mm, bán kính đáy r = 4,6 mm.

a) Tính khoảng cách từ tâm khối cầu, đến đáy của chỏm cầu.

b) Một vật phẳng nhỏ AB được đặt tại điểm Vai-e-xtra-xơ trong của chỏm cầu. Xác định khoảng cách từ đáy chỏm cầu đến vật, trong hai trường hợp :

- Môi trường chứa vật là một lớp dầu, cùng chiết suất với thuỷ tinh
- Môi trường chứa vật là nước.

c) Tính độ phóng đại của ảnh A'B' của vật AB trong hai trường hợp ấy.

3.6. Chứng minh rằng hai tiêu điểm của một lưỡng chất cầu khẩu độ nhỏ đều thật cả (lưỡng chất hội tụ) khi tâm mặt cầu ở trong môi trường có chiết suất lớn hơn, và là ảo cả trong trường hợp trái lại.

3.7. Từ nguyên lí Féc-ma, hãy suy ra công thức liên hợp của lưỡng chất cầu khẩu độ nhỏ.

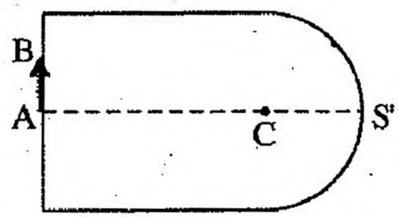
3.8. Một bình thuỷ tinh hình cầu, đường kính 10 cm chứa đầy nước. Trong bình có một bông hoa, coi như một vật phẳng, nhỏ AB.

a) Xác định vị trí và độ phóng đại của ảnh bông hoa, trong hai trường hợp sau đây :

- Cánh hoa đặt đúng tâm hình cầu.
- Cánh hoa đặt cách tâm hình cầu 1 cm : về phía người quan sát và ra xa người quan sát.

b) Hãy giải thích, tại sao ta vẫn áp dụng được công thức của lưỡng chất cầu khẩu độ nhỏ !

3.9. Một hình trụ bằng thuỷ tinh, chiết suất n = 1,53 có một đáy phẳng vuông góc với trục AC của hình trụ (H.3.13) đáy kia là một chỏm cầu, đỉnh S, cũng ở trên trục hình trụ và có bán kính cong R = 3 mm. Một hình AB rất nhỏ được in trên mặt đáy phẳng.



Hình 3.13

a) Đặt mắt ở S', ta trông thấy một ảnh ảo A'B' của vật AB, ở cách mắt một khoảng 30 cm. Tính chiều dài l = SA của hình trụ thủy tinh và độ phóng đại k của ảnh.

b) Thật ra, do phải mài lại, nên độ dài SA hơi nhỏ hơn giá trị tính trong câu a) một lượng Δl = 0,01 mm. Tính khoảng cách từ S tới ảnh A'B' khi đó và độ phóng đại của ảnh khi đó.

3.10. Một khối thuỷ tinh, chiết suất n = 1,5, hình trụ có một đáy phẳng, vuông góc với trục hình trụ, đầu kia là một chỏm cầu có đỉnh S ở trên trục hình trụ (xem H.3.13).

Khi đặt vật A_1B_1 phải quan sát (một tấm phim ảnh, một mẫu vải...) sát đáy phẳng và đặt mắt ở S để quan sát, ta trông thấy một ảnh ảo A_2B_2 ở xa vô cùng. Tính bán kính cong của chỏm cầu S, biết A_1S = 1,8 cm.

Đây là một kiểu kính lúp đơn giản có cường số lớn, gọi là kính lúp Xtan-hốp.

Chứng minh rằng tiêu cự của kính lúp ấy là : $f = \dfrac{SA}{n}$.

3.11. Một cái gạt tàn thuốc lá bằng thuỷ tinh, chiết suất $n = 1,53$ hình trụ cao 3 cm đáy phẳng, hình tròn, đáy trên được mài thành một hình chỏm cầu lõm, đỉnh S ở sâu 5 mm trên trục hình trụ, miệng lõm là một đường tròn, đường kính 3 cm.

Đặt cái gạt tàn trên một tấm kính phẳng, mang một hình A_1B_1 nhỏ. Hãy xác định bản chất, chiều, vị trí và độ phóng đại của ảnh A'B' của AB qua cái gạt tàn.

3.12. Một quả cầu bằng thuỷ tinh, chiết suất $n = 1,5$, bán kính $R = 5$ cm được đặt trong không khí. Trên một đường kính của quả cầu có một điểm sáng A. Chùm sáng hẹp đi từ A, sau khi qua quả cầu, lại hội tụ vào một điểm A', cũng ở trên đường kính ấy. Tính khoảng cách OA từ tâm khối cầu tới A, khi :

a) A và A' đối xứng nhau qua O.

b) OA' = 2.OA.

3.13. Một khối thuỷ tinh, chiết suất $n = 1,62$ có dạng một thấu kính phẳng lồi, mặt lồi hình chỏm cầu có bán kính cong $R = 5$ cm, mặt phẳng ở cách đỉnh chỏm cầu một khoảng $e = 3$ cm.

Cho một chùm sáng song song, hẹp qua khối thuỷ tinh, theo trục chính của thấu kính. Xác định khoảng cách từ mặt ra của chùm sáng, tới điểm hội tụ của chùm sáng ló.

3.14. Một khối thuỷ tinh, chiết suất $n = 1,53$, hình trụ thẳng, đường kính đáy $D = 70,4$ mm, chiều cao $h = 40$ mm, đáy trên được mài lõm thành một chỏm cầu lõm, đỉnh ở trên trục hình trụ, ở sâu 21 mm. Hình trụ được đặt thẳng đứng, và mặt lõm được đổ đầy nước. Cho một chùm sáng song song, hẹp qua khối thuỷ tinh, theo trục hình trụ. Xác định khoảng cách từ mặt ló của chùm sáng tới điểm gặp nhau của đường kéo dài các tia ló.

3.15. Vận dụng nguyên lí Féc-ma, hãy chứng minh hai công thức tiêu cự của lưỡng chất cầu khẩu độ nhỏ.

Chủ đề 4

HỆ TRỤC TÂM

Lí thuyết

4.1. Khái niệm tổng quát

a) Định nghĩa

Hệ quang học là một tập hợp nhiều môi trường trong suốt khác nhau, ngăn cách nhau bởi những mặt hình học xác định.

Hai mặt ngăn cách hệ với môi trường bên ngoài gọi là mặt ngoài của hệ. Mặt hướng về phía ánh sáng, để các tia sáng rọi vào rồi truyền qua hệ, gọi là mặt vào ; mặt mà từ đó, ánh sáng từ hệ ló ra môi trường ngoài gọi là mặt ra của quang hệ.

Phần không gian trước mặt vào của quang hệ gọi là không gian vật thật, vì những vật gửi ánh sáng vào quang hệ mà ở trong không gian đó, đều là vật thật sự, thông thường, phần không gian sau mặt vào gọi là không gian vật ảo.

Phần không gian ở sau mặt ra của quang hệ gọi là không gian ảnh thật, vì ảnh thu được tại mọi điểm trong đó (của các vật thật, hoặc ảo) đều có thể hứng được trên một màn ; phần không gian trước mặt ra gọi là không gian ảnh ảo, vì ảnh thu được của mọi vật, tại mọi điểm trong đó không thể hứng được trên một màn, tuy vẫn có thể quan sát được, khi mắt đặt sau mặt ra và hướng vào ảnh đó, qua mặt ra.

Hệ trục tâm khúc xạ là một hệ quang học, mà các mặt phân cách hai môi trường liên tiếp bất kì, là những mặt cầu, có tâm ở cùng trên một đường thẳng. Như vậy, đường thẳng đi qua tâm điểm mọi mặt cầu là trục đối xứng tròn xoay duy nhất của hệ và được gọi là trục chính hay quang trục của hệ.

Một số mặt ngăn cách hai môi trường liên tiếp có thể là một mặt phẳng. Khi đó, mặt phẳng phải vuông góc với quang trục.

Môi trường cuối cùng của hệ có thể giới hạn bởi một mặt phản xạ. Khi đó, hệ được gọi là hệ khúc phản.

Chú ý : Nếu một hoặc nhiều mặt khúc xạ của hệ quang học không phải là mặt cầu nhưng vẫn là một mặt đối xứng tròn xoay, và có trục đối xứng cũng là đường nối tâm các mặt cầu thì các mặt khúc xạ có cùng một trục, và hệ được gọi là hệ đồng trục, nhưng không phải hệ trực tâm. Tính chất các hệ ấy phụ thuộc vào từng mặt khúc xạ phi cầu, vừa phức tạp, vừa không theo quy tắc chung.

Ở đây, chúng ta chỉ xét "hệ trực tâm", chỉ gồm toàn lưỡng chất cầu, có chung một trục chính.

Trục của hệ là một đường thẳng đặc biệt, vì nó là đường thẳng độc nhất vuông góc với mọi lưỡng chất cầu. Do đó :

"Tia sáng truyền qua hệ trực tâm theo quang trục của hệ thì qua toàn bộ hệ theo một đường thẳng và là tia sáng độc nhất có tính chất ấy".

Mỗi mặt phẳng chứa quang trục đều là một mặt phẳng đối xứng của hệ, và được gọi là tiết diện chính.

"Nếu một tia sáng có hai điểm trong một tiết diện chính, thì nó nằm hoàn toàn trong tiết diện ấy" (trong và sau khi khúc xạ qua các lưỡng chất).

b) Điều kiện gần đúng của Gau-xơ

Ta giả định rằng mỗi điểm ở trong không gian vật, ở trên trục hoặc gần trục, chỉ gửi tới hệ một chùm tia sáng thoả mãn hai điều kiện – gọi là điều kiện gần đúng của Gau-xơ – sau đây :

1. Chùm tia trung bình của chùm làm với trục của hệ một góc đủ nhỏ, để có thể coi sin của một cung bằng cung ấy.
2. Mỗi tia sáng trong chùm chỉ làm với tia trung bình một góc đủ nhỏ, để có thể coi số đo sin của một góc bằng số đo góc ấy.

Ta nói vắn tắt là : "Chùm sáng, do mỗi điểm trong không gian vật gửi tới hệ, là một chùm sáng hẹp, nghiêng ít trên trục". Những chùm sáng như vậy chỉ gặp các lưỡng chất tại những điểm gần đỉnh lưỡng chất, như vậy, đều là những chùm tia bàng trục, và các lưỡng chất cầu trong hệ đều phải có khẩu độ nhỏ.

Do đó, mỗi lưỡng chất trong hệ đều thoả mãn điều kiện tương điểm và điều kiện tương phẳng gần đúng, và hệ trực tâm thoả mãn các điều kiện gần đúng của Gau-xơ cũng thoả mãn các điều kiện tương điểm và điều kiện tương phẳng gần đúng.

c) Điểm liên hợp. Tiêu điểm

Ta xét một điểm sáng A trên trục trong không gian vật, chỉ gửi tới hệ lưỡng chất những chùm tia hẹp, nghiêng ít trên trục. Lưỡng chất cầu thứ nhất cho một ảnh điểm A_1 của A, A_1 làm vật đối với lưỡng chất cầu thứ hai lại được lưỡng chất đó cho một ảnh điểm A_2, lưỡng chất cầu thứ ba lại cho một ảnh điểm A_3, cứ thế mãi, đến lưỡng chất cầu cuối cùng, và lưỡng chất này cho một ảnh A' trong không gian ảnh. Như vậy A' là ảnh của A qua hệ trực tâm ; A và A' được gọi là hai điểm liên hợp đối với hệ.

Cho điểm A di chuyển trên trục ra xa dần hệ, thì điểm A' cũng dịch chuyển trên trục tới một vị trí giới hạn F', gọi là *tiêu điểm ảnh* của hệ ấy.

"*Tiêu điểm ảnh F' của hệ trục tâm là điểm liên hợp của điểm ở vô cực, trên trục, trong không gian vật*".

Lập luận tương tự, khi cho điểm A' di chuyển trên trục, ra xa dần hệ, ta cũng được kết quả :

"*Tiêu điểm vật F của hệ trục tâm là điểm liên hợp của điểm ở vô cực, trên trục, trong không gian ảnh*".

Hai tiêu điểm F, F' ở trên trục chính được gọi là tiêu điểm chính, để phân biệt với các tiêu điểm khác, ở ngoài quang trục.

Một hệ trục tâm chỉ có tối đa một tiêu điểm chính vật, và một tiêu điểm chính ảnh, nhưng có thể có vô số tiêu điểm phụ.

d) Mặt phẳng liên hợp

Vì mỗi lưỡng chất cầu của hệ đều thoả mãn điều kiện tương phẳng, nên khi ta đặt một vật phẳng nhỏ AB vuông góc với trục chính tại A, thì các lưỡng chất cầu đều cho những ảnh cũng phẳng nhỏ, cũng vuông góc với trục chính, A_1B_1, A_2B_2... lần lượt đặt tại các điểm A_1, A_2... và lưỡng chất cuối cùng cho ảnh A'B', cũng phẳng, nhỏ và vuông góc với trục chính, đặt tại A'. Phần mặt phẳng P', vuông góc với trục chính tại A' và chứa ảnh A'B', có thể coi là ảnh qua hệ của mặt phẳng P, chứa vật AB. Hai mặt phẳng P, P', do đó cũng được gọi là hai mặt phẳng liên hợp, đối với hệ.

Đặc biệt, mặt phẳng vuông góc với trục chính, ở vô cực trong không gian vật, có mặt phẳng liên hợp là mặt phẳng vuông góc với trục chính tại tiêu điểm ảnh F'. Mặt phẳng này được gọi là mặt phẳng tiêu ảnh.

Lập luận tương tự, ta cũng được kết quả :

"*Mặt phẳng tiêu vật – tức là mặt phẳng vuông góc với trục chính tại tiêu điểm vật F, là mặt phẳng liên hợp với mặt phẳng vuông góc với trục chính, ở vô cực, trong không gian ảnh*".

Mặt phẳng tiêu có hai tính chất sau đây :

1. Một chùm tia hình nón, có đỉnh là một điểm trên mặt phẳng tiêu vật, sau khi qua hệ, thì trở thành một chùm tia song song.
2. Một chùm tia song song, sau khi qua hệ, thì hội tụ vào một điểm của mặt phẳng tiêu ảnh.

Dựa vào công thức của lưỡng chất cầu, ta dễ dàng chứng minh được rằng hai phần tử liên hợp – điểm hoặc mặt phẳng – đối với một lưỡng chất cầu luôn luôn chuyển động cùng chiều. Do đó, suy ra rằng :

"Hai điểm liên hợp, hai mặt phẳng liên hợp đối với hệ trực tâm bao giờ cũng chuyển động cùng chiều".

Chú ý : Đường thẳng nối hai điểm A, B trong không gian vật và đường thẳng nối hai điểm liên hợp A', B' của chúng trong không gian ảnh không phải bao giờ cũng liên hợp với nhau, chúng chỉ liên hợp với nhau, trong hai trường hợp.

1. A và B ở trên cùng một tia sáng ; khi đó, A'B' là tia liên hợp của AB.
2. A và B ở trên cùng một mặt phẳng P ; khi đó, A' và B' cũng ở trên cùng mặt phẳng P' là ảnh của P, và A'B' là ảnh của AB. Khi đó, độ phóng đại :

$$k = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$$

cũng gọi là độ phóng đại của mặt phẳng P'.

e) Công thức La-grăng – Hem-hôn

Giả sử n và n' là chiết suất của hai môi trường trước và sau quang hệ, $n_1, n_2 ... n_k$ là chiết suất các môi trường trong hệ, y và y' là độ lớn của vật AB và của ảnh A'B' cho bởi hệ ; $y_1, y_2 ... y_n$ là độ lớn của các ảnh trung gian. Từ chân A của vật, ta vẽ một tia sáng nghiêng một góc nhỏ u trên trục. Các tia khúc xạ liên tiếp của tia đó, lần lượt qua các lưỡng chất cầu, làm với trục chính những góc lần lượt bằng $u_1, u_2 ... u_k$, và u'.

Áp dụng công thức La-grăng – Hem-hôn cho mỗi lưỡng chất cầu, ta có thể viết :

$$n.y.u = n_1.y_1.u_1 = n_2.y_2.u_2 = ... n_k.y_k.u_{k'} = n'.y'.u'$$

Như vậy đối với hệ xét toàn bộ, ta có : $n.y.u = n'.y'.u'$

hay là
$$\frac{y'}{y}.\frac{u'}{u} = \frac{n}{n'} \qquad (4.1)$$

Tỉ số $k = \frac{y'}{y}$ chính là độ phóng đại dài, do hệ tạo ra, đối với cặp mặt phẳng liên hợp P, P' chứa vật AB và ảnh A'B' của nó.

Tỉ số $\gamma = \frac{u'}{u}$ gọi là độ phóng đại góc, cũng với cặp mặt phẳng ấy : công thức trên trở thành :

$$\gamma.k = \frac{n}{n'} \qquad (4.2)$$

"Tích hai độ phóng đại bằng tỉ số giữa chiết suất của môi trường trước và môi trường sau quang hệ".

Đặc biệt, khi quang hệ đặt trong không khí, thì n' = n và :

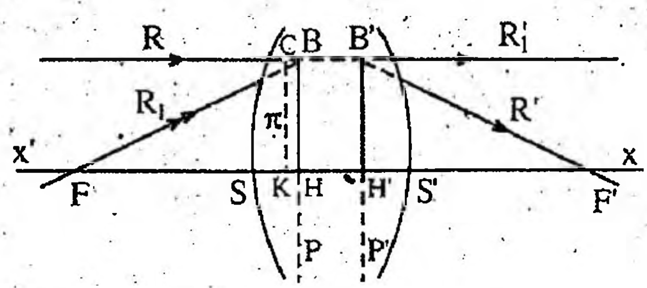
$$\gamma.k = 1 \qquad (4.2')$$

"Hai độ phóng đại nghịch đảo lẫn nhau".

4.2. Hệ trực tâm có tiêu điểm

a) Định nghĩa

Mặt phẳng chính là hai mặt phẳng liên hợp có độ phóng đại dài k = +1.



Hình 4.1

S và S' là mặt vào và mặt ra của hệ trực tâm có trục chính x'x và hai tiêu điểm vật và ảnh F, F' (H.4.1). Tia tới R, song song với quang trục, cho tia ló R' đi qua tiêu điểm ảnh F'. Tia ló R_1' nằm trên đường kéo dài của tia R (do đó cũng song song với quang trục) là tia liên hợp của tia tới R_1, tia đã đi qua tiêu điểm vật F_1. Hai tia R và R_1 cắt nhau ở B, hai tia R' và R_1' liên hợp với chúng cắt nhau ở B'. Vậy B' là điểm liên hợp của B, và đường vuông góc B'H', hạ từ B' xuống trục chính, là đường liên hợp của đường vuông góc BH, hạ từ B xuống trục chính. Hai đoạn thẳng HB và H'B' vừa bằng nhau, vừa cùng chiều, độ phóng đại $k = \dfrac{\overline{B'H'}}{\overline{BH}}$ của chúng bằng +1. Vậy hai mặt phẳng P và P' vuông góc với trục chính tại hai điểm H và H' đúng là hai mặt phẳng liên hợp, có độ phóng đại góc bằng +1, tức là :

"Hai mặt phẳng qua H và H' và vuông góc với quang trục là hai mặt phẳng chính của quang hệ".

P là mặt phẳng chính vật và P' là mặt phẳng chính ảnh.

Hai điểm H và H' cũng được gọi là điểm chính vật và điểm chính ảnh.

Bây giờ, ta chứng minh rằng cặp mặt phẳng P, P' trên là độc nhất.

Giả sử π (H.4.1) là một mặt phẳng chính khác, và C là giao điểm của tia R với π. Từ C, ta hạ đường CK vuông góc với quang trục, thì :

$$\overline{CK} = \overline{BH} = \overline{B'H'}$$

Tia sáng R' là tia liên hợp của R, mà B'H' lại bằng CH, tức là B'H' nằm trên mặt phẳng chính liên hợp với mặt phẳng π, và B' là điểm liên hợp của C. B và C có cùng một điểm liên hợp B', vậy phải trùng nhau, tức là mặt phẳng π phải trùng với mặt phẳng P.

B là giao điểm của tia tới R_1 đi qua tiêu điểm vật F_1, với tia ló tương ứng, B' cũng là giao điểm của tia tới song song với quang trục, với tia ló tương ứng qua tiêu điểm ảnh. Nói cách khác :

"*Mặt phẳng chính vật là quỹ tích các giao điểm của những tia tới qua tiêu điểm vật với tia ló tương ứng, song song với quang trục*".

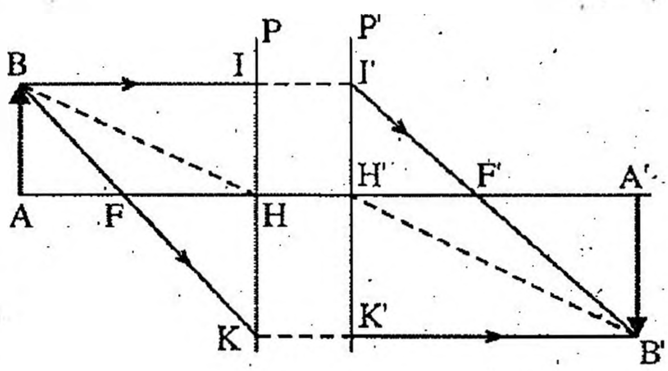
"*Mặt phẳng chính ảnh là quỹ tích các giao điểm của những tia tới song song với trục chính, với tia ló tương ứng* (tia này qua tiêu điểm ảnh)".

b) Cách vẽ ảnh một vật

Giả sử ta đã biết hai tiêu điểm chính, F, F' và hai mặt phẳng chính P, P'. Để vẽ ảnh của một đoạn thẳng nhỏ AB vuông góc với quang trục tại điểm A, ta chỉ cần vẽ ảnh của điểm B.

Từ B, ta vẽ hai tia sáng (H.4.2) :

Tia BI song song với quang trục ; BI gặp hai mặt phẳng chính P, P' lần lượt tại I và I'. Nối I'F', ta được tia ló ứng với tia tới BI.



Hình 4.2

Tia BF qua tiêu điểm chính vật F ; tia này gặp mặt phẳng chính vật tại K ; từ K, vẽ tia KK' song song với quang trục, đó chính là tia ló ứng với tia tới BK.

Hai tia I'F' và KK' cắt nhau tại B' : đó chính là ảnh của B.

Hạ đường B'A' vuông góc với quang trục, ta được ảnh A'B' của đoạn thẳng AB.

4.3. Công thức liên hợp

a) Gốc toạ độ ở tiêu điểm : Công thức Niu-tơn

Đối với vật, ta lấy gốc là tiêu điểm chính vật ; đối với ảnh, ta lấy gốc là tiêu điểm chính ảnh.

Đặt : $\overline{FA} = \pi$; $\overline{F'A'} = \pi'$; $\overline{HF} = f$ và $\overline{H'F'} = f'$

Hai cặp tam giác đồng dạng : A'B'F' và H'I'F' ; ABF và HKF cho ta :

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{H'I'}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'H'}} \quad \text{và} \quad \frac{\overline{HK}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{FH}}{\overline{FA}}$$

với $\quad \overline{H'I'} = \overline{AB}\ ;\ \overline{HK} = \overline{A'B'}$

hay là
$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{i}{0} = -\frac{f}{\pi} = -\frac{\pi'}{f'} \tag{4.3}$$

Do đó :
$$\pi.\pi' = f.f' \tag{4.4}$$

b) Gốc toạ độ ở điểm chính : Công thức Đề-các

Đối với vật, ta lấy gốc là điểm chính vật(*) H, và đối với ảnh, ta lấy gốc là điểm chính ảnh H'.

Đặt : $\quad \overline{HA} = p\ ;\ \overline{H'A'} = p'\ ;\ \overline{HF} = f \ \text{ và }\ \overline{H'F'} = f'$

Ta có : $\quad \pi = \overline{FA} = \overline{FH} + \overline{HA} = -f + p$

$$\pi' = \overline{F'A'} = \overline{F'H'} + \overline{H'A'} = -f' + p'$$

Thế vào (4.4), ta được :

$$(p - f)(p' - f') = ff'$$

$$pp' - pf' - p'f = 0$$

$$p'f + pf' = pp'$$

do đó :
$$\frac{f}{p} + \frac{f'}{p'} = 1 \tag{4.5}$$

và :
$$\frac{i}{0} = -\frac{f}{\pi} = -\frac{\pi'}{f'} = \frac{f}{f - p} = \frac{\frac{f}{p}}{\frac{f}{p} - 1} = \frac{\frac{f}{p}}{-\frac{f'}{p'}}$$

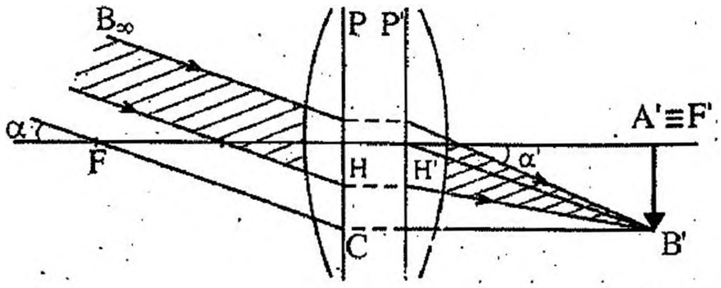
$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{i}{0} = -\frac{f}{f'}.\frac{p'}{p} \tag{4.6}$$

Nhận xét. Công thức Niu-tơn giúp ta nhanh chóng xác định được vị trí của ảnh. Còn công thức Đề-các lại giúp ta nhận biết ngay được bản chất của ảnh (và của vật).

(*) Ở trường phổ thông, ta thường lấy gốc là chân A của vật, và đặt d = AH, nên mỗi khi áp dụng công thức thấu kính, phải biết trước đâu là vật đâu là ảnh. Nay ta có công thức tổng quát hơn (xem thêm chú ý ở trang 24).

c) Vài trường hợp đặc biệt

– *Vật ở vô cực*. Giả sử từ tiêu điểm vật F, ta nhìn vật AB dưới góc α, thì ảnh A'B' của vật ở trên mặt phẳng tiêu ảnh. Đường vẽ từ F và làm với quang trục một góc α gặp mặt phẳng chính vật P tại C. Đường thẳng song song với trục chính, vẽ từ C, gặp mặt phẳng tiêu ảnh tại B'. Đó chính là ảnh của B (H.4.3).

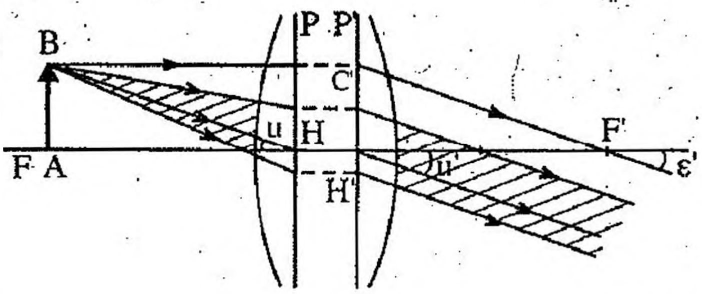


Hình 4.3

Ta có :

$$\overline{A'B'} = \overline{HC} = \overline{FH}\tan\alpha \approx f.\alpha \quad (4.7)$$

– *Vật ở trong mặt phẳng tiêu vật*. Ảnh B' của điểm B ở vô cực, theo phương Δ làm với quang trục một góc ε' (H.4.4).



Hình 4.4

Ta có : $\tan\varepsilon' \approx \varepsilon' = \dfrac{\overline{H'C'}}{\overline{F'H'}} = \dfrac{\overline{AB}}{f'}$

hay là : $\overline{AB} = f'\varepsilon'$ (4.7')

d) Hệ thức giữa tiêu cự và chiết suất

Đoạn thẳng H'C' (H.4.4) trên mặt phẳng chính ảnh là ảnh của đoạn HC trên mặt phẳng chính vật. Do đó :

$$\overline{H'C'} = \overline{HC}$$

Tia sáng BH qua chân H của vật HC làm với quang trục một góc u ; tia liên hợp của nó – vẽ từ H', song song với Δ – làm với trục chính góc u' = ε'. Áp dụng công thức La-grăng – Hem-hôn cho HC và H'C', ta được :

$$n.\overline{HC}.u = n'.\overline{H'C'}.u' \quad \text{hay là} \quad n.u = n'.u'$$

Hình 4.4 lại cho thấy :

$$u \approx \tan u = \frac{\overline{AB}}{\overline{HF}} = \frac{\overline{AB}}{f} \quad \text{và} \quad u' \approx \tan u' = \frac{\overline{AB}}{\overline{F'H'}} = -\frac{\overline{AB}}{f'}$$

Do đó : $$\frac{u'}{u} = \frac{f}{f'} = -\frac{n}{n'} \quad (4.8)$$

"Tỉ số hai tiêu cự của hệ bằng và trái dấu với tỉ số chiết suất của hai môi trường".

Nếu hai môi trường trước và sau hệ là đồng nhất, thì

$$f = -f' \quad \text{tức là} \quad \overline{HF} = -\overline{H'F'} \qquad (4.8')$$

4.4. Mặt phẳng đối chính. Điểm nút, điểm đối nút

a) Định nghĩa

Mặt phẳng đối chính là hai mặt phẳng liên hợp, có độ phóng đại dài $k = -1$.

Với hai mặt phẳng này, ta có :

$$k = \frac{i}{0} = -\frac{f}{\pi} = -\frac{\pi'}{f'} = -1$$

Do đó : $\pi = +f$ và $\pi' = +f'$ (4.9)

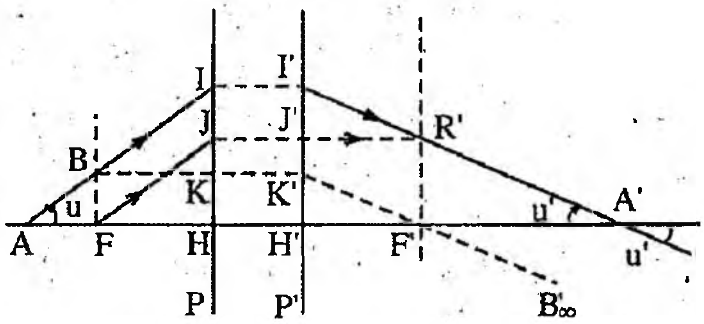
Trong khi đó, với hai mặt phẳng chính, ta lại có :

$$\pi = -f \quad \text{và} \quad \pi' = -f'$$

Vậy :

"Hai mặt phẳng đối chính đối xứng với hai mặt phẳng chính tương ứng, qua hai tiêu điểm tương ứng".

b) Giả sử tia tới AI gặp mặt phẳng chính P tại I. Để vẽ tia ló ứng với AI, ta vẽ tia FJ qua tiêu điểm vật F và song song với AI. Tia sáng vẽ từ J song song với trục chính là tia ló ứng với FJ cắt mặt phẳng tiêu ảnh tại R' – I'R' là tia ló ứng với tia tới AI, (vì R' là tiêu điểm phụ, điểm hội tụ của chùm tia song song với FI, sau khi qua hệ).



Hình 4.5

Tia tới AI cắt mặt phẳng tiêu vật tại B. Ảnh B' của B ở vô cực theo phương K'F' song song với tia ló I'R'.

Hai điểm I và I' ở trên hai mặt phẳng chính. Vậy : HI = H'I'.

Do đó, với : $p = \overline{HA}$ và $p' = \overline{HA'}$

thì : $\overline{HI} = \overline{HA}.\tan u \approx p.u$; $\overline{H'I'} = \overline{H'A'}.\tan u' \approx p'.u'$

và, cuối cùng : $p.u = p'.u'$

Độ phóng đại góc γ của hai tia liên hợp là :

$$\gamma = \frac{u'}{u} = \frac{p}{p'} \qquad (4.10)$$

"Độ phóng đại góc của hai tia liên hợp chỉ phụ thuộc vị trí của điểm A, giao điểm của tia tới với quang trục".

c) Điểm nút

Giả sử hai tia liên hợp có độ phóng đại góc bằng +1, tức là chúng song song với nhau. Ta chứng minh rằng, khi đó chúng cắt quang trục tai hai điểm cố định.

Lấy một điểm A trong mặt phẳng tiêu vật. Ảnh A' của A ở vô cực theo phương của I'F' (H.4.6). Tia sáng AR song song với I'F' cho ta một tia ló qua A', tức là song song với I'F', vậy cũng song song với AR. Tia AR cắt trục chính tại N, còn tia ló liên hợp của nó cắt trục đó tại N', điểm liên hợp của N.

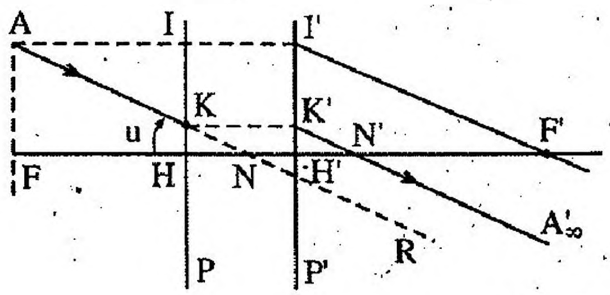
Hai tam giác bằng nhau FAN và H'I'F' cho ta :

$$\overline{FN} = \overline{H'F'}$$

Và hai tam giác bằng nhau HKN và H'K'N' cũng cho ta : $\overline{HN} = \overline{H'N'}$.

Do đó : $\overline{FH} = \overline{N'F'}$.

Vậy, hai điểm N, N' cố định và cách đều hai điểm chính tương ứng. Nếu hai môi trường trước và sau quang hệ là đồng nhất, thì f = –f' và hai điểm N, N' trùng với hai điểm chính.



Hình 4.6

N và N' được gọi là điểm nút vật và điểm nút ảnh. Chúng có tính chất là bất kì tia tới nào qua điểm nút vật cũng cho một tia ló đi qua điểm nút ảnh và song song với tia tới. Nói cách khác, hai điểm nút là hai điểm liên hợp ứng với độ phóng đại góc +1.

Từ : $\frac{u'}{u} = \frac{p}{p'}$

Ta suy ra : $p' = p$

Nhưng : $\frac{f}{p} + \frac{f'}{p'} = 1$

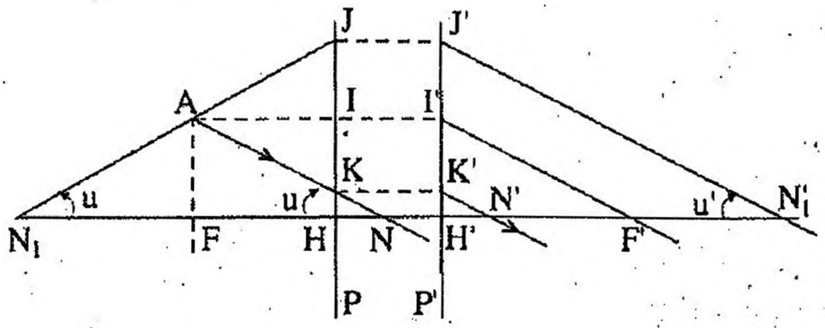
Nên : $p = p' = f + f'$ $(= HN = H'N')$

Tức là : $\overline{FN} = f'$; $\overline{F'N'} = f$ (4.11)

Ta thấy lại kết quả đã thu được bằng hình học.

d) Điểm đối nút

Điểm đối nút là cặp điểm liên hợp có độ phóng đại góc -1 ; như vậy, tia tới qua điểm đối nút vật thì cho ta tia ló qua điểm đối nút ảnh, nghiêng cùng một góc trên quang trục, nhưng ngược chiều.



Hình 4.7

A (H.4.7) là một điểm trên mặt phẳng tiêu vật. Tia tới AN cho tia ló K'N' song song với AN. Mọi tia tới phát đi từ A đều cho tia ló song song với K'N'. AJ là tia đối xứng với AK qua đường thẳng AI, AJ và AK cùng tạo một góc u với trục chính, nhưng ngược chiều nhau. Tia AJ cắt trục tại một điểm N_1, chính là điểm đối nút vật ; tia liên hợp của nó cắt trục chính tại điểm đối nút ảnh N'_1. Hình 4.7 cho thấy :

$$\overline{N'F'} = -\overline{N'_1F'} \quad \text{và} \quad \overline{N_1F} = -\overline{NF} \qquad (4.12)$$

"*Điểm đối nút đối xứng với điểm nút tương ứng, qua tiêu điểm chính tương ứng*".

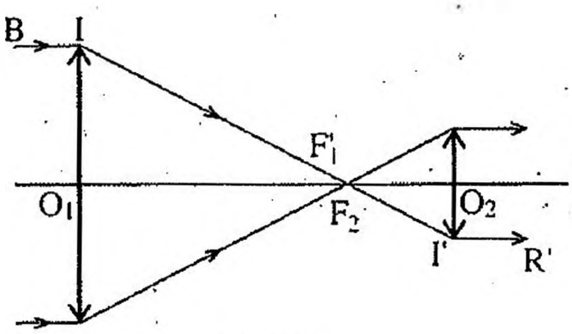
Tiêu điểm, điểm chính, điểm đối chính, điểm nút, điểm đối nút là năm cặp cơ điểm của mọi hệ quang học. Hệ quang học được xác định hoàn toàn bởi hai cặp cơ điểm không trùng nhau.

c) Hệ vô tiêu

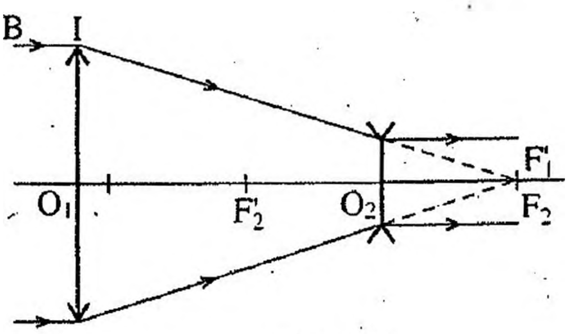
Hệ vô tiêu là một hệ quang học mà hai tiêu điểm ở vô cực. Như vậy, nếu một tia tới song song với quang trục, thì hệ cho một tia ló cũng song song với quang trục.

Không chỉ tiêu điểm, mà cả hai điểm chính cũng đều ở vô cực ; hệ vô tiêu không có tiêu điểm, điểm chính, mặt phẳng tiêu, mặt phẳng chính.

Giả sử một quang hệ chứa k lưỡng chất. Nếu tiêu điểm ảnh của hệ m lưỡng chất đầu tiên trùng với tiêu điểm vật của hệ (k – m) lưỡng chất còn lại, thì hệ là vô tiêu.



Hình 4.8



Hình 4.9

Những quang cụ dùng để quan sát các vật ở vô cực tức là kính viễn vọng, điều chỉnh cho người có thị giác bình thường quan sát một cách thoải mái, đều là hệ vô tiêu (H.4.8 và H.4.9). Vì vậy, hệ vô tiêu còn gọi là hệ viễn vọng.

Đặc điểm của hệ viễn vọng là có độ phóng đại dài và độ phóng đại góc không đổi. Thật vậy, tia sáng phát đi từ điểm B của vật, thì ló ra khỏi hệ theo tia I'R', song song với trục, và cách trục một khoảng A'B' bằng độ lớn của ảnh của vật AB. Khi vật AB dịch chuyển đối với hệ, thì hai tia BI và I'R' vẫn cố định, và độ phóng đại dài $k = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$ không thay đổi.

Vậy : "*Vật ở vô cực, qua một hệ vô tiêu có ảnh cũng ở vô cực, với độ phóng đại không đổi*".

4.5. Hệ khúc phản

Nếu môi trường cuối cùng của hệ chứa một mặt phản xạ, khiến các tia sáng gặp mặt đó, lại truyền ngược trở lại qua hệ, thì hệ được gọi là hệ khúc phản.

Người ta chứng minh rằng hệ khúc phản tương đương với một gương cầu, mà đỉnh và tâm là ảnh của đỉnh và tâm của gương ở cuối hệ, qua toàn bộ quang hệ trước gương.

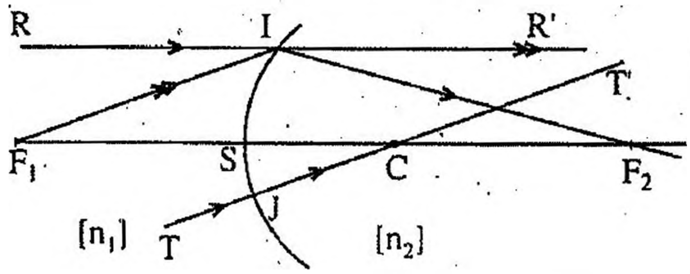
Do đó, ta chỉ cần xác định trước vị trí đỉnh và tâm của gương cầu tương đương. Sau đó, bài toán còn lại chỉ còn là bài toán với một gương cầu.

Bài tập ví dụ

4.1. Xác định các tiêu điểm, điểm chính, điểm nút, mặt phẳng chính của lưỡng chất cầu.

Giải.

– Ta xét lưỡng chất cầu, gồm hai môi trường, chiết suất n_1, n_2 ngăn cách nhau bằng mặt cầu tâm C, bán kính SC = R (H.4.10).



Hình 4.10

1. Tiêu điểm. Ta đã biết, hai tiêu điểm F_1, F_2 của lưỡng chất cầu này đều nằm trên trục chính SC, và có vị trí được xác định bởi hai công thức (4.9) và (4.10).

$$f_1 = \overline{SF_1} = \frac{n_1R}{n_1 - n_2} \quad \text{và} \quad f_2 = \overline{SF_2} = \frac{-n_2R}{n_1 - n_2}$$

2. Mặt phẳng chính. Xét tia sáng SI song song với trục chính. Tia này tới điểm I của mặt cầu, và khúc xạ trong môi trường $[n_2]$, rồi qua tiêu điểm F_2. Vậy I là giao điểm của tia tới song song với trục chính, với tia ló tương ứng. Do đó, I nằm trên mặt phẳng chính ảnh, mặt phẳng này chính là phần nhỏ của mặt cầu, tại đỉnh S.

Vậy mặt phẳng chính ảnh, là mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu tại đỉnh S của lưỡng chất cầu.

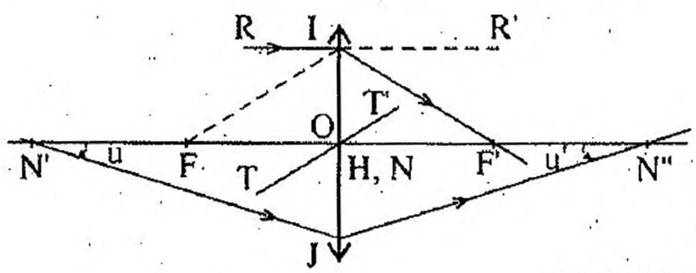
Lại xét tia F_1I, qua tiêu điểm vật F_1. Tia khúc xạ tương ứng IR' song song với trục chính. Vậy I cũng nằm trên mặt phẳng chính vật, tức là hai mặt phẳng chính vật và ảnh trùng nhau. Do đó, đỉnh S của lưỡng chất cầu cũng đồng thời là điểm chính vật và ảnh H, H'.

3. Điểm nút. Ta biết rằng bất kì tia sáng TJ nào qua tâm C của mặt cầu cũng đều đi qua khối cầu mà không khúc xạ, tức là trùng với tia ló ứng với nó. Do đó, C vừa là điểm nút vật, vừa là điểm nút ảnh N, N'.

Ta thấy ngay rằng $\overline{HN}$, hay $\overline{SC}$, đúng là bằng $(f_1 + f_2)$.

4.2. *Xác định các cơ điểm của thấu kính mỏng*

Thấu kính là một hệ hai lưỡng chất cầu có cùng trục chính. Cả hai lưỡng chất đều có góc mở nhỏ ; với các tia bàng trục thì hai mặt phẳng chính của mỗi lưỡng chất coi như trùng với mặt chỏm cầu ở đỉnh lưỡng chất.



Hình 4.11

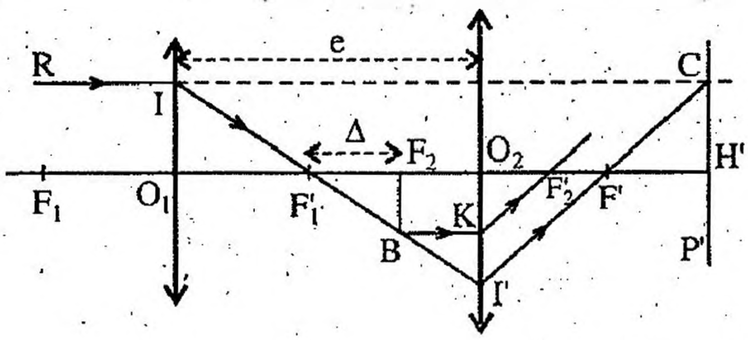
Thấu kính lại được coi là mỏng, thì hai mặt phẳng chính của hai lưỡng chất cầu lại nhập làm một, thành thử một thấu kính – coi như vô cùng mỏng, chỉ có một mặt phẳng chính, vừa vật, vừa ảnh – trùng với mặt phẳng của thấu kính (H.4.11).

Quang tâm O của thấu kính vừa là điểm chính vật, vừa là điểm chính ảnh, lại đồng thời là hai điểm nút vật và ảnh, vì mọi tia sáng qua quang tâm đều truyền qua thấu kính, không bị lệch.

Thấu kính có hai điểm đối nút N' và N" đối xứng với O, lần lượt qua hai tiêu điểm F và F'.

4.3. ***Xác định các cơ điểm và tiêu cự của hệ hai thấu kính mỏng***

Hai thấu kính O_1, O_2 cùng trục chính, có tiêu cự lần lượt $f_1 = \overline{O_1F_1'}$ và $f_2 = \overline{O_2F_2'}$ đặt cách nhau một khoảng $e = O_1O_2$. Hãy xác định tiêu cự và các cơ điểm của hệ.



Hình 4.12

a) Điểm chính ảnh H'. Vẽ tia RI song song với trục chính, và gặp thấu kính O_1 tại I. Tia này khúc xạ theo IF_1' và gặp thấu kính O_2 tại I'. Gọi B là giao điểm của $F_1'I'$ với mặt phẳng tiêu vật của O_2. Vẽ tia BK song song với trục chính. Qua O_2, tia này khúc xạ theo KF_2'. Từ I', vẽ tia song song với KF_2'. Tia này cắt trục chính tại F', và cắt đường kéo dài của tia tới RI tại C. Vậy C nằm trên mặt phẳng chính ảnh P' của hệ và chân H của đường vuông góc hạ từ C xuống trục chính chính là điểm chính ảnh H' ; còn F' chính là tiêu điểm ảnh của hệ và $f = \overline{H'F'}$ chính là tiêu cự ảnh của hệ.

b) Tiêu cự ảnh f. Hai tam giác đồng dạng F'H'C và $F_2'O_2K$ cho ta :

$$\frac{\overline{H'F'}}{\overline{O_2F_2'}} = \frac{\overline{H'C}}{\overline{O_2K}} \quad \text{do đó :} \quad \frac{f}{f_2} = \frac{\overline{H'C}}{\overline{O_2K}}$$

Hai tam giác đồng dạng $F_1'O_1I$ và $F_1'F_2B$ cũng cho ta :

$$\frac{\overline{O_1F_1'}}{\overline{F_2F_1'}} = \frac{\overline{O_1I}}{\overline{F_2B}} = \frac{\overline{H'C}}{\overline{O_2K}} \quad \text{do đó :} \quad \frac{f_1}{-\Delta} = \frac{f}{f_2}$$

Cuối cùng : $$\frac{1}{f} = -\frac{\Delta}{f_1 f_2} \tag{4.13}$$

hay là : $$C = \frac{1}{f} = -\frac{\Delta}{f_1 f_2} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{e}{f_1 f_2} \tag{4.13'}$$

với $\Delta = \overline{F_1'F_2}$ gọi là quang cự, hay khoảng cách quang học – ở các trường trung học phổ thông còn gọi là độ dài quang học – của hệ, và C là độ tụ của hệ.

c) Vị trí các điểm chính và điểm nút

Vì hai môi trường trước và sau quang hệ là đồng nhất, nên hai điểm nút trùng với hai điểm chính tương ứng. Ta chỉ cần xác định vị trí hai điểm chính H và H'.

Hình 4.12 cho thấy rằng F' chính là ảnh của F_1' cho bởi O_2. Áp dụng công thức Niu-tơn (4.4) cho F_1' và F', ta được :

$$\overline{F_2F_1'}.\overline{F_2'.F'} = -f_2^2$$

Do đó : $$\overline{F_2F'} = -\frac{f_2^2}{-\Delta} = \frac{f_2^2}{\Delta}$$

và : $$\overline{F_2H'} + \overline{H'F'} = \overline{F_2H'} + f = \frac{f_2^2}{\Delta}$$

hay là : $$\overline{F_2H'} = \frac{f_2^2}{\Delta} - f = \frac{f^2 + f_1 f_2}{\Delta} = \frac{f_2(f_1 + f_2)}{\Delta}$$

Để xác định – bằng cách vẽ hình học – vị trí của tiêu điểm vật và điểm chính vật, ta cũng làm như trong phần a), nhưng vẽ tia song song với trục chính, theo chiều từ phải sang trái ; tia ấy cho tia khúc xạ qua F_2 ; và ảnh F của F_2 qua O_1 chính là tiêu điểm vật.

Để tính toán tiêu cự f và khoảng cách $\overline{F_1H}$, ta chỉ cần hoán vị các chỉ số 1 và 2 trong các công thức trên, và được :

$$\overline{F_1F} = -\frac{f_1^2}{\Delta} \quad \text{và} \quad \overline{F_1H} = -\frac{f_1(f_1 + f_2)}{\Delta}$$

Đề bài tập

4.4. Xác định các cơ điểm và tiêu cự của một khối cầu trong suốt, bán kính R, chiết suất n. Áp dụng số : R = 3 cm ; n = 1,5.

4.5. Một thấu kính hai mặt lồi bằng thuỷ tinh, bán kính cong của cả hai mặt đều là R = 7,5 cm. Thấu kính được đặt cho một mặt tiếp xúc với nước, còn mặt kia, vẫn ở ngoài không khí. Biết chiết suất của nước và của thuỷ tinh là n_0 và n, hãy xác định hai tiêu cự và các cơ điểm của thấu kính. Áp dụng số : $n_0 = \frac{4}{3}$, n = 1,52.

4.6. Một quang hệ gồm hai thấu kính hội tụ mỏng O_1, O_2, tiêu cự lần lượt là $f_1 = 3a$, $f_2 = a$ đặt cách nhau một khoảng e = 2a. Xác định các cơ điểm và tiêu cự của hệ.

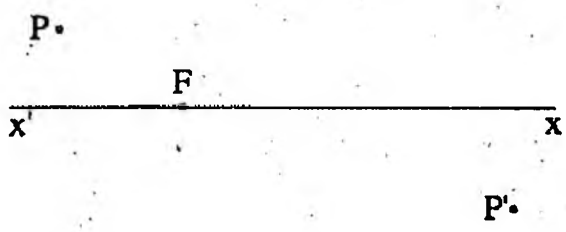
(Hai thấu kính O_1, O_2 thường có dạng phẳng lồi, và hệ trên chính là thị kính Huy-ghen, rất thông dụng trong kính hiển vi).

Nếu đặt mắt sau O_2 để quan sát ảnh của một vật mà không phải điều tiết, thì vật đó phải đặt ở đâu, và có đặc điểm khác thường gì ?

4.7. Một hệ quang học gồm một thấu kính hội tụ O_1, tiêu cự $f_1 = 6$ cm và một thấu kính phân kì O_2 tiêu cự $f_2 =$ 4 cm, đặt cách nhau một khoảng c = 3 cm. Xác định tiêu cự và các cơ điểm của hệ. Vẽ ảnh của vật AB, đặt trước O_1 và rất xa O_1.

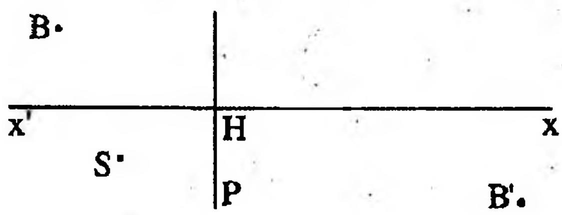
(Đây là mô hình đơn giản hoá của một vật kính chụp xa, mà phóng viên nhiếp ảnh thường sử dụng khi tác nghiệp).

4.8. Cho biết quang trục, tiêu điểm vật của một hệ quang học, và hai điểm liên hợp (H.4.13), hãy xác định các cơ điểm còn lại, và vẽ hai tia sáng đi từ P đến P'.



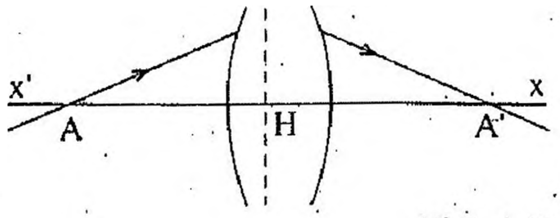
Hình 4.13

4.9. Cho biết quang trục và mặt phẳng chính vật của một hệ quang học và hai điểm liên hợp B, B', hãy xác định – bằng cách vẽ – điểm liên hợp S' của S (H.4.14).



Hình 4.14

4.10. Cho biết trục chính và mặt phẳng chính của một hệ quang, cùng các mặt vào, ra và hai tia liên hợp (H.4.15), hãy xác định các cơ điểm của hệ.



Hình 4.15

4.11. Một khối cầu trong suốt, bằng thuỷ tinh, chiết suất n = 1,52, có đường kính D = 24 mm. Một vật phẳng nhỏ, AB đặt trên một đường kính, vuông góc với đường đó và cách đỉnh chỏm cầu gần nhất, một khoảng d = 4 mm.

a) Vẽ và xác định bốn tính chất của ảnh của vật.

b) Có thể hứng ảnh đó lên một màn được không ? Muốn quan sát ảnh ấy, phải đặt mắt ở đâu ? Số bội giác thu được là bao nhiêu ?

4.12. Cho biết quang trục của một hệ trực tâm đặt trong không khí và vị trí hai điểm chính H, H' và hai tiêu điểm F, F'. Dùng cách vẽ, hãy xác định điểm liên hợp A' của một điểm A, đặt trên trục chính, đối với các vị trí tương đối sau đây của 5 điểm A, H, H', F và F'.

a) FAHH'F' ; b) HAF'FH' ;

c) H'AF'FH ; d) F'H'AHF.

4.13. Hai thấu kính hội tụ cùng tiêu cự f = 3a được đặt cách nhau một khoảng e = 2a. Xác định tiêu cự và các cơ điểm của hệ.

(Đây cũng là một kiểu thị kính, thường dùng trong kính thiên văn, và kính hiển vi chiếu, gọi là thị kính Ram-xđen).

4.14. Một vật kính chụp xa gồm một thấu kính hội tụ O_1, độ tụ D_1 = 10 dp, và một thấu kính phân kì O_2, độ tụ D_2 = −10 dp, đặt sau O_1, cách O_1 một khoảng d, thay đổi được. Hãy xác định :

a) Tiêu cự và các cơ điểm của hệ, khi d = 4 cm.

b) Khoảng cách d giữa hai thấu kính, sao cho tỉ số giữa tiêu cự f của hệ và khoảng cách *l* giữa O_1 và tiêu điểm chính sau, là cực đại. Tính tỉ số cực đại ấy.

4.15. Một hệ trực tâm có mặt trước tiếp xúc với một môi trường chiết suất n và mặt sau, với môi trường chiết suất n' ≠ n. Biết trục chính, hai tiêu điểm, và hai điểm chính của hệ. Vẽ ảnh của điểm sáng A, đối với vị trí tương đối sau đây :

FAHH'F'

Chủ đề 5

QUANG SAI CỦA HỆ TRỰC TÂM

Lí thuyết

5.1. Khái niệm về quang sai

Những hệ trực tâm mà chúng ta nghiên cứu trong chủ đề 4 chỉ tạo được ảnh tốt, khi chúng làm việc trong các điều kiện gần đúng của Gau-xơ :

1. Mặt phản xạ hoặc khúc xạ có khẩu độ nhỏ.

2. Vật quan sát là phẳng, nhỏ, đặt vuông góc với quang trục và có tâm trên quang trục (hoặc rất gần quang trục).

3. Ánh sáng phát đi từ mọi điểm của vật là ánh sáng đơn sắc.

Trong thực tế, những điều kiện này không mấy khi được thoả mãn đầy đủ. Có khi vật quan sát vẫn rất nhỏ, nhưng mỗi điểm của vật lại phát một chùm tia rộng, có nửa góc mở tới 75^o, như trong kính hiển vi chẳng hạn. Có khi, những chùm tia sáng phát đi từ các điểm khác nhau của vật vẫn là hẹp, nhưng lại nghiêng tới 50^o trên trục chính, như trong máy ảnh trường rộng chẳng hạn. Và trong hầu hết các trường hợp, vật quan sát đều phát ánh sáng trắng.

Hệ quang học hoạt động trong các điều kiện ấy thường bộc lộ nhiều sai sót, gọi là quang sai, khiến cho chất lượng của ảnh bị giảm sút.

Quang sai mà nguyên nhân là mặt cầu – khúc xạ hoặc phản xạ – chỉ thoả mãn điều kiện tương điểm gần đúng, gọi là cầu sai. Quang sai xuất hiện do hệ phải nhận các chùm tia hẹp, nghiêng nhiều trên quang trục, gọi là sự loạn thị. Quang sai, xuất hiện do hệ phải đón nhận những chùm sáng có thành phần phức tạp gọi là sắc sai.

Nghiên cứu nguyên nhân của các quang sai, ảnh hưởng của chúng đến sự tạo ảnh và các biện pháp để giảm đến tối thiểu các ảnh hưởng ấy là một vấn đề phức tạp và khó khăn, vừa mang tính kĩ thuật, vừa phần nào mang tính nghệ thuật nữa. Các chuyên gia của ngành kĩ thuật quang học, từ mấy trăm năm nay đã và vẫn đang miệt mài ra sức giải quyết nhiệm vụ khó khăn, phức tạp ấy và đã đạt được nhiều kết quả đáng kinh ngạc. Ở đây, chúng ta chỉ đề cập một vài nét sơ lược của vấn đề mà thôi.

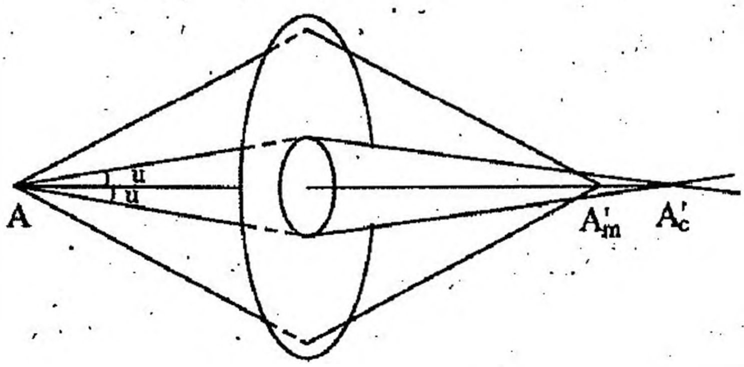
5.2. Quang sai gây ra bởi những chùm tia khẩu độ lớn : cầu sai

a) Điểm sáng trên quang trục

Giả sử một điểm sáng A, trên quang trục, gửi tới hệ một chùm sáng hình nón, có góc mở lớn. Các mặt sóng tới là những mặt cầu đồng tâm, nhưng sau một số lần phản xạ và khúc xạ, chúng không còn là mặt cầu nữa. Các tia sáng, là pháp tuyến của những mặt ấy không hội tụ vào một điểm nữa, tức là chúng không cho ta một ảnh điểm của điểm A, mà chỉ lại gần nhau, tại những điểm khác nhau. Tính toán chính xác cho thấy rằng các tia ló ấy chỉ tiếp xúc với một mặt phức tạp, gọi là *mặt tụ quang*.

Ta xét một ví dụ đơn giản : một thấu kính hai mặt lồi, bằng thuỷ tinh, đặt trong không khí (H.5.1).

Trước hết, ta xét những tia tới, nghiêng cùng một góc u trên quang trục ; các tia ấy nằm cùng trên một mặt nón tròn xoay, đỉnh A, nửa góc ở đỉnh u. Chúng cho những tia ló, cũng ở cùng trên một mặt nón tròn xoay, có đỉnh cũng ở trên quang trục, nhưng vị trí của đỉnh ấy lại phụ thuộc góc nghiêng u của các tia tới.

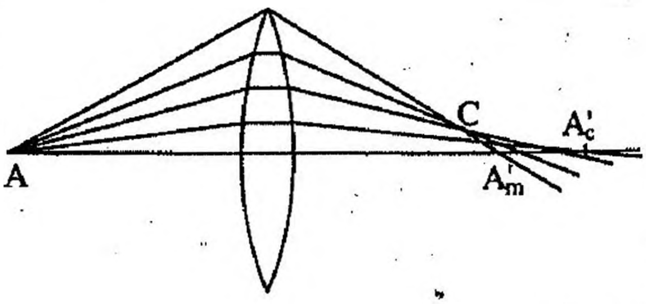


Hình 5.1

Những tia đi gần tâm thấu kính – gọi là tia giữa – thì hội tụ tại một điểm A'_c. Điểm này khá sáng, vì là điểm hội tụ của tất cả các tia trên cùng một mặt nón.

Góc nghiêng u của các tia tới tăng dần, thì điểm hội tụ A' của các tia ló cũng dịch chuyển dần về phía thấu kính. Những tia ngoài cùng ứng với các góc tới u lớn nhất, gọi là tia mép, hay tia bờ, thì hội tụ ở điểm A'_m, gần thấu kính hơn cả, trong khi A'_c lại xa nhất.

Đoạn thẳng $A'_cA'_m$ là tập hợp các điểm hội tụ ánh sáng, làm thành một lớp của mặt tụ quang. Đặt một màn theo một mặt phẳng tiết diện chính, ta trông thấy rõ đoạn thẳng khá sáng $A'_cA'_m$.

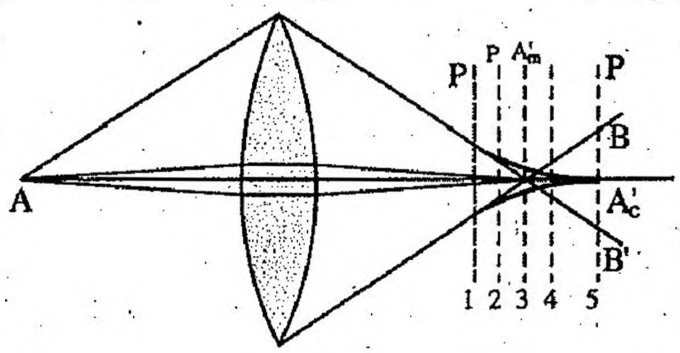


Hình 5.2

Bây giờ ta xét những tia tới ở trong một mặt phẳng tiết diện chính (H.5.2). Chúng cho những tia ló, cũng ở trong mặt phẳng ấy. Nhưng các tia này không đồng quy tại một điểm, mà cắt quang trục tại những điểm nằm trên đoạn thẳng $A'_cA'_m$. Chúng cùng tiếp xúc với một đường cong C. Cung của đường cong tạo bởi các tiếp điểm, như vậy, cũng là tập hợp những điểm tập trung ánh sáng. Cho mặt phẳng tiết diện chính nói trên quay quanh trục chính, thì đường cong C vẽ thành một mặt nón, mặt này là lớp thứ hai của mặt tụ quang. Mặt ấy trông giống như một cái loa, nên được gọi là mặt loa.

Vậy, mặt tụ quang của thấu kính hội tụ trong ví dụ vừa khảo sát gồm có hai lớp, một lớp là đoạn thẳng $A'_cA'_m$ của trục chính, một lớp là mặt nón tròn xoay, hình loa ; hai lớp này tiếp xúc với nhau tại đỉnh A'_c của mặt loa.

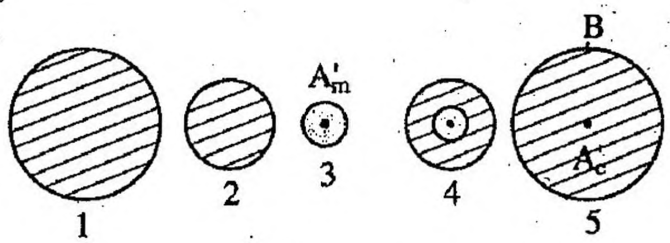
Đặt một màn P để hứng ảnh của điểm sáng A, lần lượt tại các vị trí 1, 2, 3, 4 và 5, ta lần lượt được các hình 1, 2, 3, 4 và 5 (H.5.3).



Hình 5.3a

Ở vị trí 1, trên màn có một vòng tròn sáng đều, nhưng sáng yếu (H.5.3b).

Ở vị trí 2, trên màn có một vòng tròn nhỏ hơn, sáng mạnh hơn, mép là một đường tròn sáng hơn hẳn, đó là tiết diện của lớp thứ hai của mặt tụ quang (H.5.3.b.2).



Hình 5.3b

Ở vị trí 3, ta lại được một vòng tròn nhỏ hơn và sáng hơn, nhưng mép và tâm còn sáng hơn hẳn, đó là tiết diện của cả hai lớp của mặt tụ quang.

Ở vị trí 4, ngoài tâm và một vành nhỏ rất sáng, còn một vòng lớn hơn, nhưng sáng yếu hơn rất nhiều.

Ở vị trí 5, ta có một chấm cực sáng, đó là chỗ hai mặt tụ quang tiếp xúc với nhau, bên ngoài có một vòng sáng rộng hơn nhưng sáng yếu hơn rất nhiều, so với chấm sáng ở giữa.

Lẽ tất nhiên, ta phải coi ảnh số 5 này là ảnh tốt nhất của điểm sáng A. Đó cũng là vị trí của ảnh tạo bởi các tia giữa.

Bán kính A'_cB' của vòng sáng mờ là số đo độ lớn ζ của cầu sai ngang, đối với điểm A. Độ dài $\overline{A'_cA'_m}$ là số đo độ lớn λ của cầu sai dọc.

Khi điểm A ở vô cực, thì mặt tụ quang và các cầu sai ζ, λ, được gọi là mặt tụ quang chính và cầu sai chính. Thông thường, người ta đặc trưng gương cầu và thấu kính bằng mặt tụ quang chính và cầu sai chính.

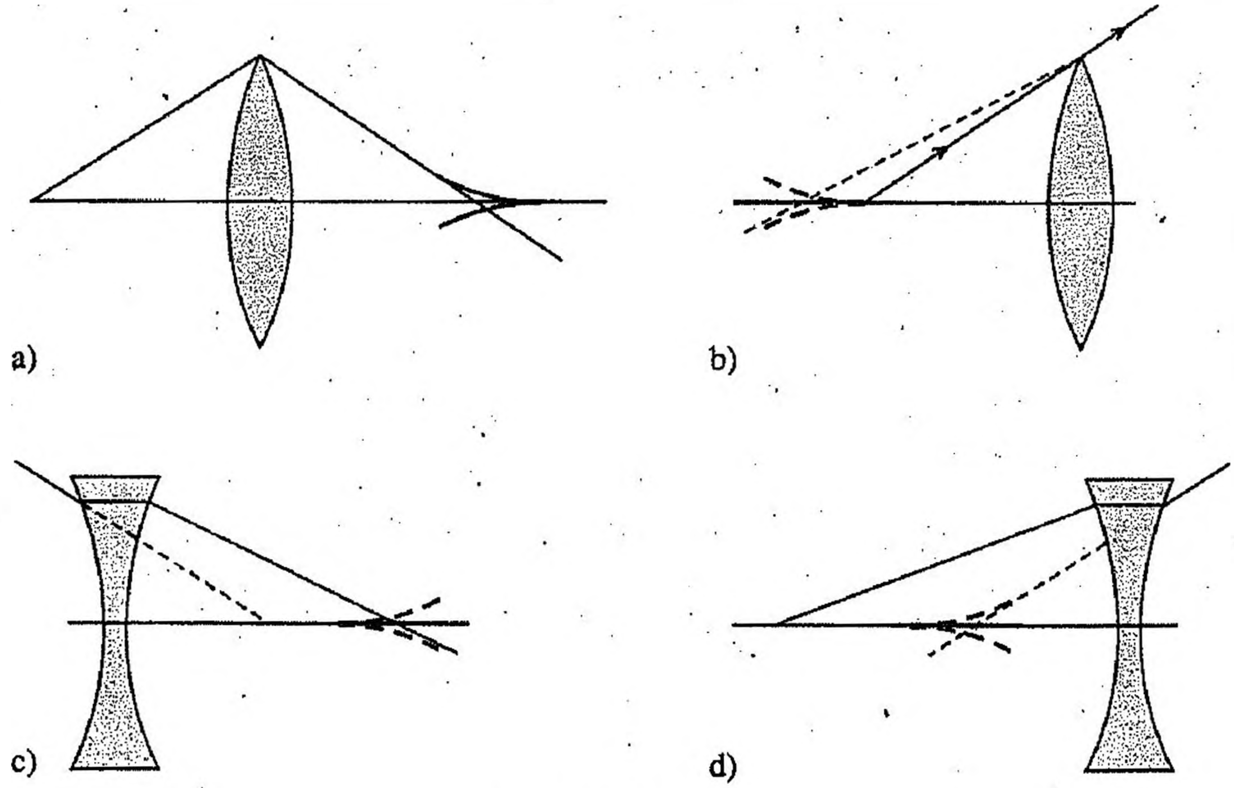
Một vài kết quả. Tính toán cho thấy rằng, đối với gương cầu và thấu kính, nếu góc nghiêng của các tia sáng không quá 10^0, thì ζ và λ là hàm của $u = \frac{2r}{f}$, 2r là đường kính của lỗ chắn sáng, f là tiêu cự của gương, hoặc thấu kính.

Với gương cầu, thì cầu sai dọc λ tỉ lệ với u^2, còn cầu sai ngang ζ tỉ lệ với u^3.

Với thấu kính mỏng, cầu sai còn phụ thuộc chiết suất của thấu kính, hình dạng của nó và cả chiều truyền ánh sáng lẫn vị trí của điểm sáng. Và λ cũng tỉ lệ với u^2, ζ với u^3, như với gương cầu.

Nếu ảnh A' thật thì mặt tụ quang cũng thật, ảnh A' ảo, thì mặt tụ quang cũng ảo. Mặt tụ quang, dù thật, dù ảo, cũng đều làm giảm chất lượng của ảnh.

Đối với thấu kính phẳng lồi, hoặc hai mặt lồi, cầu sai dọc λ bao giờ cũng âm : $\overline{A'_cA'_m} < 0$ và mặt tụ quang hướng theo chiều truyền của ánh sáng (H.5.4, a và b), còn với thấu kính phẳng lõm, hoặc lõm – lõm, thì λ dương (H.5.4, c và d).

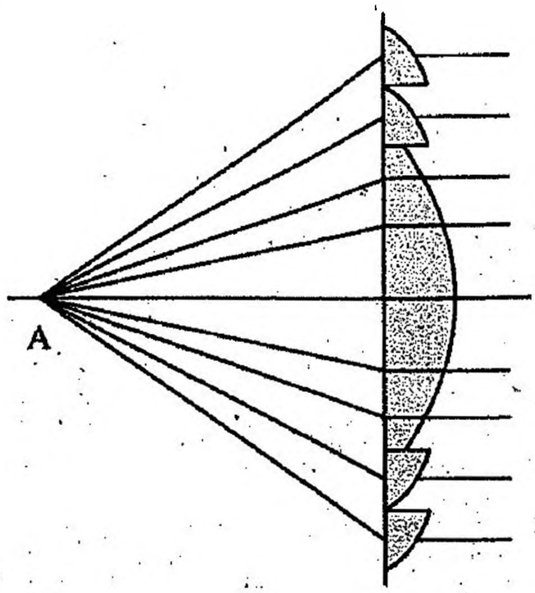


Hình 5.4

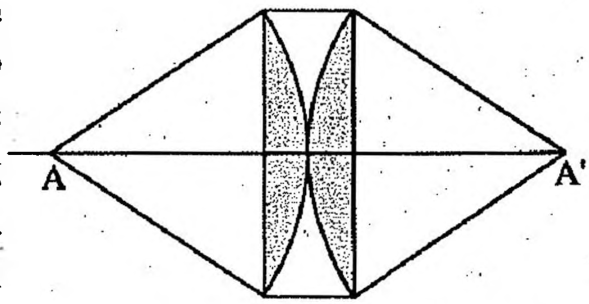
Bằng cách lựa chọn thích hợp chiết suất của thuỷ tinh, bán kính cong của hai mặt thấu kính và chiều truyền của ánh sáng có thể làm cho thấu kính có cầu sai nhỏ nhất. Chẳng hạn, người ta đã tính được rằng :

"Thấu kính có chiết suất n = 1,685 có cầu sai nhỏ nhất là thấu kính phẳng lồi, mặt lồi hướng về chùm sáng song song".

Như vậy, muốn tạo một chùm sáng song song, với một nguồn điểm, có thể dùng một thấu kính phẳng lồi, cho mặt phẳng hướng về phía nguồn sáng. Điều này được áp dụng trong các đèn pha, hải đăng, đèn tín hiệu giao thông. Để giảm cầu sai với thấu kính rộng hơn nữa, Fre-nen còn dùng thấu kính phẳng lồi gồm nhiều đới, có độ cong giảm dần, từ trong ra ngoài (H.5.5) gọi là thấu kính nhiều bậc, cho những hải đăng lớn. Kính tụ sáng, trong các đèn chiếu phim, đèn chiếu ảnh, máy phóng ảnh..., thường được làm bằng hai thấu kính phẳng lồi (H.5.6), đặt cho mặt lồi tiếp xúc với nhau. Một thấu kính tạo chùm sáng song song, để thấu kính kia hội tụ vào vật cần chiếu sáng.



Hình 5.5



Hình 5.6

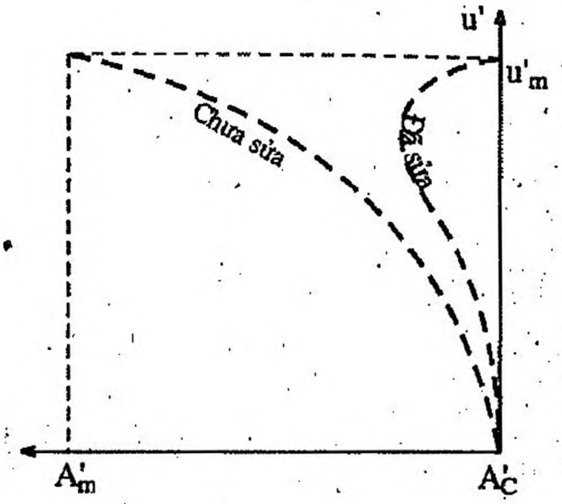
Cách sửa cầu sai

Trước hết, ta chú ý rằng, dù hệ quang học cấu tạo thế nào, thì khép bớt chùm sáng bằng một chấm sáng có một lỗ tròn đồng tâm với hệ, bao giờ ta cũng giảm được cầu sai một cách đáng kể. Nhà nhiếp ảnh luôn luôn cố tận dụng khả năng này ; tuy nhiên khi khép nhỏ chùm sáng, ta lại làm giảm độ rọi của ảnh, nên khi vật phải chụp không được chiếu sáng dồi dào, biện pháp này cũng khó áp dụng.

Ta vừa thấy rằng cầu sai dọc có giá trị âm đối với thấu kính hội tụ, và giá trị dương, đối với thấu kính phân kì. Do đó, không thể sửa cầu sai bằng cách ghép hai thấu kính cùng loại. Nhưng, ghép hai thấu kính khác loại, có sai sót ngược chiều nhau, thì cầu sai của thấu kính này có thể bù trừ cầu sai của thấu kính kia.

Vậy, nguyên tắc sửa cầu sai là : "*Ghép thấu kính khác loại với nhau*".

Lựa chọn một cách thích hợp chiết suất của chúng, bán kính cong các mặt của chúng, cùng độ dày và khoảng cách tương hỗ, có thể làm cho ảnh tạo bởi các tia mép trùng với ảnh tạo bởi các tia giữa. Khi đó, ảnh tạo bởi các tia trung bình, tuy không trùng nhau hoàn toàn, cũng chỉ còn cách nhau những khoảng rất nhỏ (H.5.7). Khoảng nhỏ ấy, gọi là cầu sai còn dư, có thể giảm nửa bằng các tổ hợp phức tạp hơn. Ta có nhiều tham số hơn, do đó, có thể thoả mãn đồng thời nhiều điều kiện hơn. Kĩ thuật quang học hiện đại còn cho phép sử dụng cả thấu kính phi cầu – thấu kính hypebolôit, chẳng hạn – vào mục đích này, nhờ đó, đã cải thiện được chất lượng các quang cụ một cách rất đáng kể.



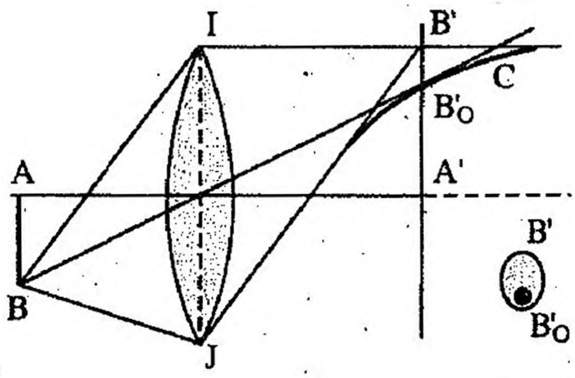
Hình 5.7

Ta cũng chú ý rằng hệ được sửa cầu sai cho một cặp điểm liên hợp, thì vẫn còn cầu sai đối với các cặp điểm khác. Vì vậy việc chọn cặp điểm liên hợp để sửa cầu sai cần phải làm một cách thận trọng, đối với mỗi quang cụ.

Chẳng hạn, kính viễn vọng – kính thiên văn, ống nhòm – cần được khử, hoặc sửa cầu sai cho điểm ở vô cực, trên trục và tiêu điểm ảnh. Vật kính máy ảnh chụp phong cảnh cũng cần được sửa cho điểm ở vô cực trên trục, và tiêu điểm ảnh. Nhưng vật kính máy ảnh dùng để chụp các bản in, ấn, hoặc tài liệu sách, báo lại cần được sửa cho hai điểm đối chính.

b) Điểm sáng ngoài quang trục : côma

Điểm sáng A bây giờ ở điểm B cách quang trục một khoảng nhỏ, AB. Chùm tia đi từ B vào thấu kính vẫn là một chùm tia có khẩu độ lớn, lại còn thêm một yếu tố bất lợi nữa, là chùm tia ló không còn tính đối xứng, tròn xoay, mà chỉ còn một mặt phẳng đối xứng. Mặt tụ quang, do đó, cũng mất tính đối xứng tròn xoay, tiết diện của nó trên mặt phẳng tiết diện chính qua B là một cung cong C (H.5.8). Vệt sáng (H.5.3.b(5)) bị kéo dài ra phía ngoài, vẫn gồm một chấm rất sáng, gần như tròn, B'_O, bao quanh bởi một vệt sáng nhạt hơn, kéo dài ra xa quang trục như một cái đuôi sao chổi.



Hình 5.8

Quang sai này được gọi là côma. Ảnh hưởng của côma lớn hơn cầu sai trên trục nhiều.

Hệ quang học, thoả mãn điều kiện tương phẳng – điều kiện sin của Áp-be – không có côma đối với những điểm gần trục.

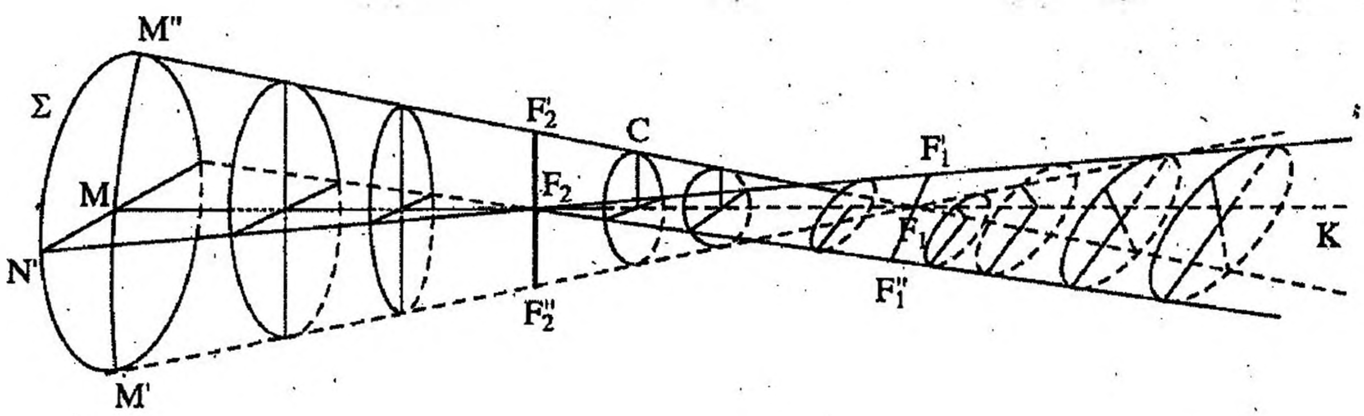
5.3. Quang sai của những chùm tia hẹp, nghiêng nhiều trên quang trục

a) Nguyên nhân

Một số quang cụ, như máy ảnh, máy chiếu phim, thị kính của kính hiển vi, ống nhòm... phải thu, hoặc tạo những ảnh có kích thước khá lớn (so với khoảng cách tới hệ quang học), do đó, phải nhận những tia sáng đi từ những điểm ở khá xa quang trục. Những dụng cụ như vậy được gọi là quang cụ trường rộng, tức là quang cụ có thị trường (hay trường nhìn) rộng. Với những quang cụ ấy, ta không thể đòi hỏi chúng tiếp nhận những chùm tia sáng có khẩu độ lớn, vì đối với những điểm sáng ở xa quang trục, sẽ xuất hiện quang sai côma. Vì vậy, trong quang cụ, thường người ta phải đặt một chắn sáng có một lỗ tròn, có tâm trên quang trục, có thể có đường kính thay đổi được, gọi là chắn sáng khẩu độ. Khi ấy, các chùm sáng đi từ những điểm khác nhau vào quang hệ, vẫn là những chùm sáng hẹp nhưng có độ nghiêng trên quang trục có thể chênh lệch nhau rất nhiều. Đối với những điểm ở xa trục, góc nghiêng ấy có thể đến 40^o, 50^o. Trong những điều kiện ấy lại xuất hiện những sai sót mới, không chỉ phụ thuộc vào cấu tạo của quang hệ, mà còn phụ thuộc cả vị trí của chắn sáng khẩu độ. Quang sai này gồm có ba loại : loạn thị, sự cong của thị trường, và méo ảnh.

b) Tính loạn thị của những chùm tia hẹp, không đồng tâm

Nếu một chùm tia hẹp tới hệ trực tâm dưới một góc nghiêng khá lớn, thì chùm tia ló không còn là một chùm tia đồng tâm, tức là không hội tụ vào một điểm nữa. Tính toán cho thấy rằng, do mặt sóng Σ không phải là mặt cầu, nên độ cong của



Hình 5.9

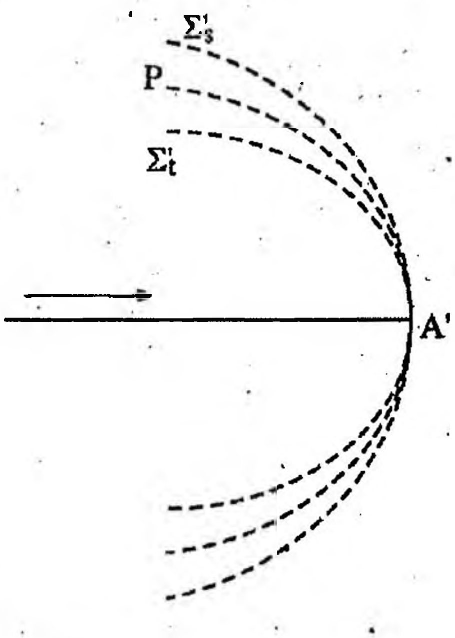
mặt, đo theo các tiết diện MM', NN'... khác nhau (H.5.9) là khác nhau, nên các pháp tuyến của mặt Σ rất nhỏ, tại điểm M không cắt nhau, mà chỉ lại rất gần nhau. Tâm cong F của cung tiết diện M'M" không cố định. Khi mặt tiết diện chính quay quanh pháp tuyến MK, thì F dịch chuyển trên một đoạn F_1F_2 của pháp tuyến, điểm F_1 là tâm cong của tiết diện có độ cong nhỏ nhất, và F_2 là tâm cong của tiết diện có độ cong lớn nhất. Tính toán cho thấy rằng các pháp tuyến lại gần nhau nhất tại các điểm nằm trên hai mẩu đường cong nhỏ coi được như hai đoạn thẳng vuông góc với nhau, đặt tại hai tâm cong F_1, F_2. Vì các tia sáng tại đó đi rất gần nhau, hầu như gặp nhau, nên hai mẩu đường thẳng ấy là nơi tập trung ánh sáng, nên rất sáng, và được gọi là hai tiêu hình. Tiêu hình $F_1'F_1''$ nằm trong mặt phẳng xích đạo của chùm tia, nên được gọi là tiêu hình xích đạo, hay tiêu hình ngang. Tiêu hình $F_2'F_2''$ nằm trong mặt phẳng kinh tuyến gọi là tiêu hình kinh tuyến hay tiêu hình hướng trục (H.5.9). Tiết diện của chùm tia, trong các mặt phẳng khác nhau là những đường elip, có trục lớn thẳng đứng, hoặc nằm ngang, như ta thấy trên hình 5.9. Giữa hai tiêu hình, có một vị trí đặc biệt, mà tại đó, tiết diện của chùm tia là một vòng tròn. Đặt một màn tại đó, ta thu được một vệt sáng, không những tròn, mà đường kính của nó lại nhỏ hơn trục lớn của mọi elip. Vì vậy vòng tròn đó được gọi là vòng nhoè ít nhất, và ta phải coi đó chính là ảnh tốt nhất của điểm đã phát chùm sáng ấy.

Khoảng cách giữa hai tiêu hình là số đo độ loạn thị của chùm tia. Khoảng cách đó càng lớn, thì hai tiêu hình cũng càng dài. Nếu hai tiêu hình trùng nhau, thì vòng nhoè ít nhất cũng trùng với chúng và cả ba rút lại thành một điểm sáng độc nhất, là ảnh tương điểm của điểm sáng đã phát chùm tia.

Độ loạn thị không phụ thuộc sự lớn, nhỏ của lỗ chắn sáng giới hạn chùm tia. Mở rộng hay thu hẹp lỗ chỉ làm tăng, hoặc giảm độ dài của hai tiêu hình, chứ không thay đổi được vị trí của chúng và của vòng nhoè ít nhất.

c) Sự cong của thị trường

Giả sử ta cho một điểm sáng A dịch chuyển trong một mặt phẳng P vuông góc với quang trục. Tính toán cho thấy rằng, hai tiêu hình xích đạo F_s và tiếp tuyến F_t' lại vẽ thành hai mặt tròn xoay, Σ_s' và Σ_t' có trục đối xứng là quang trục, và tiếp xúc với nhau tại điểm liên hợp A' của A (H.5.10). Đồng thời, vòng nhoè ít nhất



Hình 5.10

cũng vẽ thành một mặt P', lọt giữa hai mặt Σ'_s và Σ'_t, và cũng tiếp xúc với hai mặt ấy tại A'. Cả ba mặt P', Σ'_s và Σ'_t, nói chung đều là mặt cong, và P' phải được coi là ảnh của mặt phẳng P.

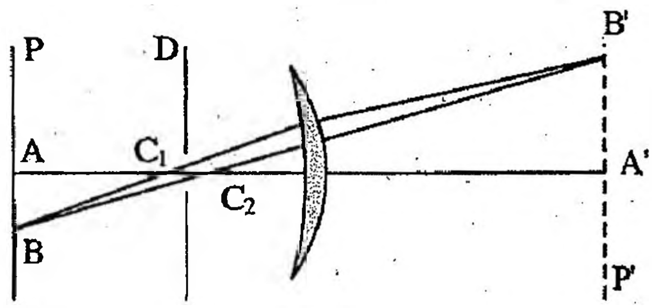
Vậy : "*Ảnh của một mặt phẳng cho bởi một hệ quang học, nói chung, không phải là một mặt phẳng, mà là một mặt cong*".

Ta nói là : "Quang hệ có thị trường cong" và hiện tượng này gọi là sự cong của thị trường.

Để khử loạn thị, thì phải làm thế nào cho F'_s trùng với F'_t, khi hai tiêu hình trùng nhau, thì vòng nhoè ít nhất sẽ trùng với chúng, và thu lại thành một điểm.

Để khử sự cong của thị trường, thì phải làm cho mặt P' trở thành mặt phẳng. Điều này chỉ có thể thực hiện được khi hai mặt Σ'_s và Σ'_t trùng nhau. Do đó, bao giờ ta cũng phải sửa loạn thị trước, rồi sau mới sửa sự cong của thị trường.

Ta chú ý rằng điều kiện để thị trường trở thành phẳng khác hẳn điều kiện tương phẳng. Trong trường hợp điều kiện tương phẳng được thoả mãn, mọi điểm của vật đều ở gần quang trục, và chùm tia sáng phát đi từ mọi điểm của vật đều có góc mở lớn. Còn ở đây, các điểm của vật có thể ở rất xa quang trục, song mỗi chùm tia gửi tới quang hệ chỉ là một chùm tia hẹp, nhưng góc nghiêng đối với quang trục lại rất lớn.



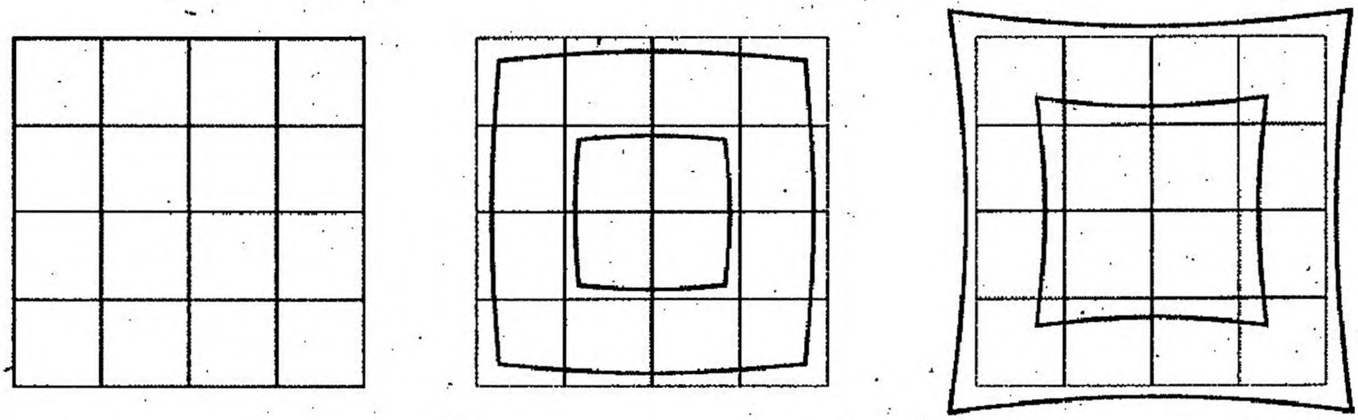
Hình 5.11

Trong trường hợp một thấu kính hội tụ đơn, loạn thị được sửa bằng cách dùng một thấu kính lõm – lồi (H.5.11) và đặt chắn sáng có lỗ D ở giữa hai tâm C_1, C_2 của hai mặt cầu. Khi đó, chùm tia sáng đi từ B, tuy có nghiêng nhiều, nhưng mọi tia trong chùm đều tới hai mặt cầu dưới góc rất nhỏ, và điều kiện tương điểm gần đúng luôn luôn được thoả mãn. Cách này được áp dụng trong một số máy ảnh loại rẻ tiền. Một loại máy như vậy, sử dụng phim khổ lớn và mỏng, còn ép cho phim uốn cong theo đúng mặt P', nhờ đó, ảnh chụp được với máy ấy có độ rõ nét không thua kém nhiều máy đắt tiền khác.

d) Méo ảnh

Nếu lỗ chắn sáng của quang hệ khá nhỏ, để tiết diện các chùm sáng đi từ một điểm B bất kì nào của vật vẫn là đủ nhỏ, thì dù màn ảnh không hoàn toàn trùng với mặt P' chứa các vòng nhoè. ít nhất, vệt sáng do chúng tạo trên màn vẫn còn đủ nhỏ, để ta vẫn có thể coi đó là ảnh của điểm ấy. Do đó, với một chắn sáng mà lỗ tròn D có kích thước đủ nhỏ, ta có thể thu được ảnh khá rõ nét của những vật có kích thước lớn ; nhà nhiếp ảnh chỉ cần có chút ít kinh nghiệm, là biết phải luôn luôn tận dụng điều này.

Tuy nhiên, dẫu đã thực hiện đúng như vậy, ảnh đó có thể vẫn còn một sai sót nữa. Tuy hệ đã được sửa loạn thị và cầu sai, mà ảnh của một đoạn thẳng không cắt quang trục lại không đúng là một đoạn thẳng, mà lại là một đoạn đường cong, tức là ảnh đã bị méo mó, không đúng đồng dạng với vật. Vì vậy, sai sót này gọi là sự méo ảnh.



a) b) c)

Hình 5.12

Nếu vật là một hình kẻ ô vuông (H.5.12a) thì ảnh của những đường giới hạn các ô vuông ấy – tuy vẫn tương đối rõ nét – lại là những đường cong, và ảnh của hình vuông lại là một hình bốn cạnh cong. Nếu đường cong quay phía lõm về phía quang trục, thì ta có sự méo ảnh hình chum (H.5.12b). Nếu phía lõm của đường cong hướng trở ra, thì sự méo ảnh gọi là sự méo hình gối (H.5.12c).

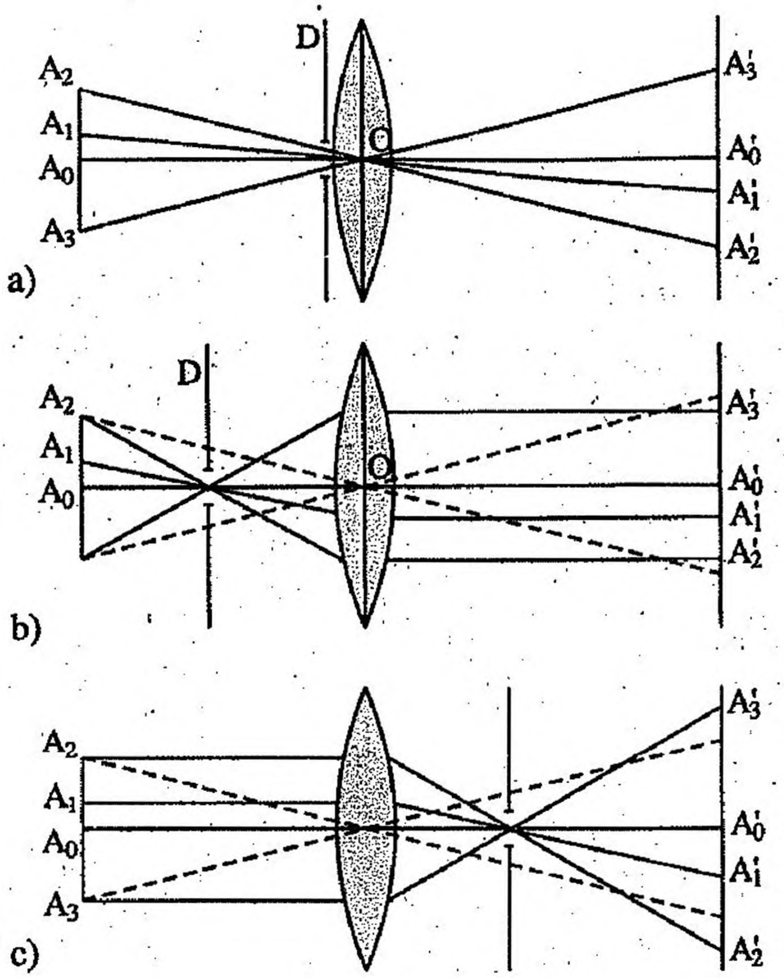
Méo ảnh thể hiện sự biến thiên độ phóng đại của ảnh, từ quang trục ra ngoài biên : sự méo ảnh hình chum ứng với sự giảm độ phóng đại, từ trong, ra ngoài, trái lại, sự méo ảnh hình gối thể hiện sự tăng độ phóng đại.

Nguyên nhân gây ra méo ảnh, là do mép thấu kính có độ tụ lớn hơn phần giữa, cộng với sự sai lệch về điểm tới của các chùm tia sáng, do vị trí của chắn sáng gây ra.

Ta xét thấu kính hội tụ O, và ba điểm A_0, A_1, A_2 trên đường vuông góc với quang trục, và một chắn sáng có lỗ tròn D nhỏ.

Ở hình 5.13a, lỗ D đặt sát thấu kính, ảnh của A_0 đúng là một điểm A_0', còn ảnh của A_1, A_2 là hai vòng tròn, sáng, nhỏ, ở trên hai trục phụ OA_1' và OA_2' ; ảnh không bị méo.

Ở hình 5.13b, chắn sáng đặt trước O, ảnh của A_0 vẫn là điểm sáng A_0'. Hai chùm sáng đi từ A_1 và A_2, sau khi qua lỗ D, không qua phần giữa của thấu kính, mà qua các phần tại những điểm ở xa quang trục, nên bị khúc xạ nhiều hơn. Ảnh không ở trên các trục phụ, mà ở các điểm ở gần trục hơn : sự méo ảnh là méo hình chum.



Hình 5.13

Ở hình 5.13c, các tia sáng đi từ A_1, A_2 cũng qua các phần của thấu kính ở xa quang trục, nhưng là các phần ở nửa trên của thấu kính, rồi mới qua lỗ D của chắn sáng ở sau O, thành thử các ảnh A_1', A_2' lại ở xa quang trục hơn : ta có sự méo ảnh hình gối.

Đối với một thấu kính đơn, để giảm sự méo ảnh, chỉ cần đặt chắn sáng ở sát thấu kính. Tuy nhiên, cách làm này lại làm tăng độ loạn thị và độ cong của thị trường.

Đối với một hệ thấu kính, có thể làm giảm méo ảnh bằng cách đặt chắn sáng ở giữa hệ, sao cho sự méo ảnh hình gối, do phần hệ ở trước chắn sáng gây ra, được bù trừ bằng sự méo ảnh hình chum, gây ra bởi phần quang hệ ở sau chắn sáng. Đặc biệt, nếu hệ là đối xứng, thì đặt chắn sáng ở đúng giữa hệ – tức là trên mặt phẳng đối xứng – thì có thể loại trừ hoàn toàn sự méo ảnh.

5.4. Sắc sai, hay quang sai gây ra do ánh sáng không đơn sắc

a) Định nghĩa

Tiêu cự f của một thấu kính mỏng, đặt trong không khí, và làm việc trong điều kiện gần đúng của Gau-xơ, được tính theo công thức :

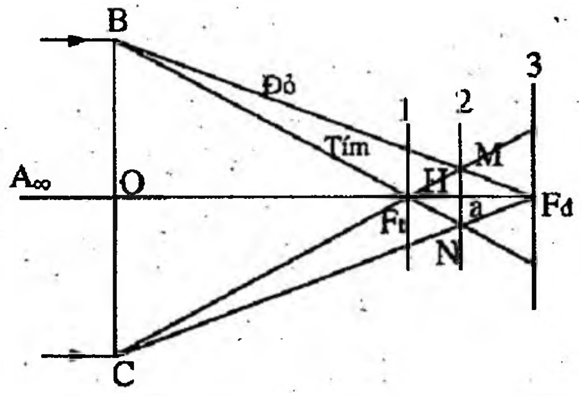
$$\frac{1}{f} = (n - 1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)^{*} \qquad (5.1)$$

Chiết suất n biến thiên theo bước sóng ánh sáng. Từ màu đỏ đến màu tím, n tăng dần, do đó tiêu cự của thấu kính giảm dần. Vị trí của quang tâm O của thấu kính không phụ thuộc bước sóng ánh sáng, nên tiêu điểm ứng với các bước sóng khác nhau không trùng nhau, mà trải dài trên một đoạn thẳng của quang trục thấu kính, từ điểm F_t, đối với màu tím, đến điểm $F_đ$ đối với màu đỏ ; điểm F_t ở gần thấu kính hơn so với điểm $F_đ$.

Như vậy, chùm ánh sáng trắng song song, sau khi qua thấu kính, sẽ biến thành vô số chùm ánh sáng hình nón, có màu sắc ; đỉnh các hình nón ấy không trùng nhau, mà trải dài trên đoạn thẳng $F_đF_t$ (H.5.14).

Đó là hiện tượng tán sắc các tiêu điểm của thấu kính.

Đặt một màn ảnh vuông góc với quang trục của thấu kính ta thấy rằng, ở vị trí nào cũng không thể thu được một ảnh điểm : điểm ở vô cực, trên quang trục mà phát ánh sáng trắng, thì không có ảnh rõ nét, tiết diện của chùm sáng trên màn ảnh là một vệt sáng tròn, màu trắng, mép có màu sắc.



Hình 5.14

Ở vị trí 1, vòng sáng viền đỏ ở mép ngoài, ở vị trí 3, vòng sáng lại viền tím. Ở vị trí 2, không những vết sáng có đường kính nhỏ nhất, mà mép còn ít viền màu sắc nhất. Ta coi vị trí ấy ứng với ảnh tốt nhất của điểm sáng trắng, ở vô cực.

Độ dài của đoạn thẳng $\overline{F_đF_t}$ là số đo độ lớn của sắc sai dọc, còn bán kính a của đường tròn MN là số đo của sắc sai ngang.

---

* Ở đây, ta vẫn áp dụng quy tắc về dấu đã dùng cho lưỡng chất cầu : R dương khi $\overline{SC}$ hướng theo chiều truyền của ánh sáng.

b) Độ tán sắc và năng suất tán sắc

Trong kĩ thuật quang học, để đặc trưng các loại thuỷ tinh, thường người ta xác định chiết suất của chúng, đối với các bức xạ sau đây :

Vạch D của natri, có bước sóng λ_D = 589 nm, để xác định chiết suất trung bình.

Vạch C và vạch F, ở hai bên vạnh D trên quang phổ, và là vạch đỏ da cam và vạch lục của hiđrô, có bước sóng lần lượt là : $\lambda_C = 656$ nm và $\lambda_F = 486$ nm.

Hai vạch đầu cùng của phổ khả kiến, là vạch A, màu đỏ của kali, và vạch G, màu chàm của hiđrô, có bước sóng lần lượt là $\lambda_A = 768$ nm và $\lambda_G = 434$ nm.

Hiệu số $(n_F - n_C)$ giữa hai chiết suất của thuỷ tinh, đối với hai bức xạ F và C gọi là độ tán sắc trung bình của thuỷ tinh. Thương số :

$$k = \frac{1}{\nu} = \frac{n_F - n_C}{n_D - 1} \tag{5.2}$$

gọi là năng suất tán sắc trung bình của thuỷ tinh.

Hiệu số $(n_G - n_A)$ gọi là độ tán sắc toàn phần và có trị số xấp xỉ gấp đôi độ tán sắc trung bình. Trong kĩ thuật, ít khi sử dụng độ tán sắc toàn phần này.

Thuỷ tinh thường được chia thành hai loại chính :

1. Crao, là silicat kép kali và canxi, có khối lượng riêng cỡ 3 kg/dm^3 và có năng suất tán sắc thông thường từ $\frac{1}{65}$ đến $\frac{1}{50}$.

2. Flin, là silicat kép kali và chì, có khối lượng riêng từ 3,6 kg/dm^3 đến 4 kg/dm^3, có năng suất tán sắc lớn, thường ở trong khoảng từ $\frac{1}{30}$ đến $\frac{1}{50}$.

Thuỷ tỉnh được gọi là "cũ" có chiết suất và năng suất tán sắc biến thiên cùng chiều. Thuỷ tinh "mới" có chiết suất và năng suất tán sắc biến thiên ngược chiều. Chẳng hạn, có thứ crao mới, tuy chiết suất vẫn nhỏ hơn flin, nhưng lại có năng suất tán sắc lớn hơn.

c) Độ lớn của sắc sai

* *Sắc sai dọc* – Lấy vi phân loga hai vế của phương trình (5.1) ta được :

$$-\frac{\Delta f}{f} = \frac{\Delta(n-1)}{n-1} = \frac{\Delta n}{n-1} \tag{5.3}$$

Lấy cho n giá trị n_D của chiết suất trung bình, cho f giá trị của tiêu cự ứng với bức xạ D và cho Δn giá trị của độ tán sắc trung bình $(n_F - n_C)$, ta được :

$$\Delta f = -f_D.\frac{n_F - n_C}{n_D - 1} = -kf_D$$

Vậy, sắc sai dọc có trị số : $\overline{F_CF_F} = \Delta f = -k.f_D$ (5.4)

"Sắc sai dọc tỉ lệ với tiêu cự trung bình, với năng suất tán sắc trung bình, và không phụ thuộc bán kính khẩu độ của thấu kính".

Như vậy, dùng chắn sáng có lỗ để giảm khẩu độ của thấu kính hoàn toàn không có ảnh hưởng tới sắc sai dọc của thấu kính.

* *Sắc sai ngang.* Gọi r là bán kính của thấu kính và a là bán kính của vòng tròn MN (H.5.14), tức là sắc sai ngang. Hai cặp tam giác đồng dạng F_dMN và F_dBC, F_tMN và F_tBC cho ta :

$$\frac{MN}{BC} = \frac{a}{r} = \frac{F_dH}{F_dO} = \frac{\overline{F_CH}}{\overline{F_CO}};\ \frac{MN}{BC} = \frac{a}{r} = \frac{F_tH}{F_tO} = \frac{\overline{F_FH}}{\overline{F_FO}}$$

Do đó :

$$\frac{a}{r} = \frac{F_CH + F_dH}{F_CO + F_FO} \approx \frac{\Delta f}{2f_D} = \frac{k}{2}$$

và : $$a = \frac{1}{2}kr \qquad (5.5)$$

"Sắc sai ngang chính tỉ lệ với năng suất tán sắc của thuỷ tinh và với bán kính của thấu kính, mà không phụ thuộc tiêu cự thấu kính".

* *Một số kết quả.* Ví dụ : một thấu kính có tiêu cự 40 cm, bán kính 5 cm, có sắc sai ngang :

a = 0,92 mm, với crao có $n_D = 1{,}571$ và $\Delta n = 0{,}019$

a = 1,65 mm, với flin $n_D = 1{,}710$ và $\Delta n = 0{,}047$

và sắc sai dọc :

$\overline{F_CF_F} = 13{,}40$ mm với crao trên

và $\overline{F_CF_F} = -26{,}50$ mm với flin trên.

Với vật kính thiên văn, có bán kính r = 50 cm, sắc sai ngang đạt tới 1 – 2 cm, nếu tiêu cự f = 10 m, thì sắc sai dọc có thể tới gần 20 cm. Việc sửa sắc sai trong trường hợp này trở thành đặc biệt quan trọng.

d) Cách sửa sắc sai

Hệ quang học được khử sắc sai, gọi là hệ tiêu sắc, phải thoả mãn ba điều kiện :

1. Mặt phẳng chính vật, đối với mọi bức xạ phải trùng nhau.
2. Mặt phẳng chính ảnh, đối với mọi bức xạ phải trùng nhau.
3. Tiêu cự đối với mọi bức xạ, phải bằng nhau.

Trong thực tế, rất khó thực hiện những hệ dày, hoàn toàn tiêu sắc, do đó, thường phải dùng những biện pháp sửa sắc sai gần đúng.

Trường hợp đơn giản nhất là trường hợp những hệ mỏng. Đối với những hệ mỏng này; do mặt phẳng chính vật và mặt phẳng chính ảnh trùng nhau, nên chỉ cần làm sao cho tiêu cự đối với các bức xạ khác nhau thành bằng nhau.

** Điều kiện tiêu sắc đối với hai bức xạ*

Giả sử ta muốn làm trùng hai tiêu điểm F_F và F_C, bằng cách ghép hai thấu kính mỏng.

Gọi R_1, R_2, R_1', R_2' là bán kính các mặt của hai thấu kính, và đặt :

$$A = \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \ ; \ A' = \frac{1}{R_1'} - \frac{1}{R_2'}$$

Đối với mỗi bức xạ, hai thấu kính có chiết suất n, n' và có tiêu cự :

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) = (n-1)A \quad ; \quad \frac{1}{f'} = (n'-1)A'$$

Hệ hai thấu kính này đặt sát nhau, có độ tụ :

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f} + \frac{1}{f'} = (n-1)A + (n'-1)A'$$

Khi chiết suất của hai thấu kính biến thiên các giá trị Δn và $\Delta n'$, thì độ tụ của hệ biến thiên giá trị :

$$\Delta\left(\frac{1}{F}\right) = \Delta n.A + \Delta n'.A'$$

Muốn làm trùng hai tiêu điểm F_F và F_C đối với hai bức xạ F và C, ta phải lấy :

$$\Delta n = n_F - n_C \quad \text{và} \quad \Delta n' = n_F' - n_C'$$

và lấy f_D và f_D' làm tiêu cự trung bình của thấu kính. Do đó :

$$\frac{\Delta n}{f_D(n_D - 1)} + \frac{\Delta n'}{f_D'(n_D' - 1)} = 0$$

hay là : $$\frac{k}{f_D} + \frac{k'}{f'_D} = 0 \qquad (5.6)$$

tức là : $$f_D.\nu + f'_D.\nu' = 0 \qquad (5.6')$$

Công thức (5.6) này cho thấy :

1. Vì hai năng suất tán sắc k và k' đều dương, nên muốn thoả mãn điều kiện này, phải lấy f_D và f'_D khác dấu, tức là hệ hai thấu kính phải gồm một thấu kính hội tụ và một thấu kính phân kì. Điều này là một thuận lợi, vì, ghép hai thấu kính khác loại, ta đồng thời sửa được cầu sai.

2. Hai thấu kính không thể làm bằng cùng một thứ thuỷ tinh, vì nếu k = k', ta sẽ phải lấy $f_D = -f'_D$, và hệ có độ tụ bằng 0. Vậy, hai thành phần của hệ phải được làm bằng hai loại thuỷ tinh có năng suất tán sắc khác nhau.

3. Tiêu cự của hai thấu kính tỉ lệ với năng suất tán sắc, vậy thấu kính nào có tiêu cự ngắn hơn – tức là có độ tụ lớn hơn – phải làm bằng thuỷ tinh có năng suất tán sắc nhỏ hơn, vậy phải làm bằng thuỷ tinh crao. Chính thấu kính này quyết định độ tụ của hệ. Ví dụ : một thấu kính hội tụ tiêu sắc phải gồm một thấu kính hội tụ bằng crao, ghép với một thấu kính phân kì bằng flin, có tiêu cự lớn hơn về trị tuyệt đối.

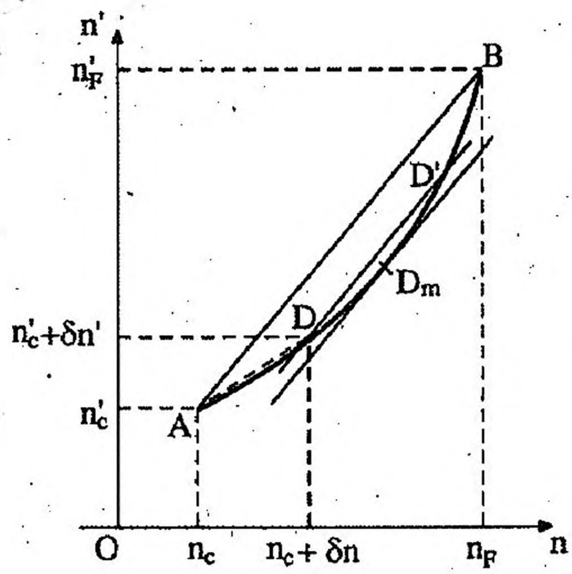
* *Điều kiện tiêu sắc đối với mọi bức xạ*

Giả sử hệ đã được sửa sắc sai đối với hai bức xạ F và C. Giả sử, đối với bức xạ λ, hai thuỷ tinh có chiết suất lần lượt là $(n_C + \delta n)$ và $(n'_C + \delta n')$. Để hệ cũng được sửa sắc sai đối với bức xạ này, thì phải có :

$$\delta n.A + \delta n'.A' = 0$$

hay là

$$\frac{\delta n'}{\delta n} = -\frac{A}{A'} = \frac{\Delta n'}{\Delta n} \qquad (5.7)$$



Hình 5.15

Vậy :

"Độ tán sắc riêng phần của hai loại thuỷ tinh phải tỉ lệ với nhau".

Để xem, điều kiện này có thể thoả mãn được hay không, ta dùng phương pháp đồ thị. Giả sử hệ gồm hai thấu kính bằng thuỷ tinh cũ. Ta đặt chiết suất của thấu kính crao trên trục hoành, của thấu kính flin trên trục tung. Với mỗi bức xạ λ, lại tương ứng một điểm M, có hoành độ n và tung độ n'. Và đường cong AB (H.5.15) là đặc trưng cho thấu kính này.

A và B là hai điểm ứng với hai bức xạ C và F đã được khử sắc sai. A có toạ độ n_C và n'_C. B có toạ độ n_F và n'_F, bằng $(n_C + \Delta n)$ và $(n'_C + \Delta n')$. Do đó, thương số $\dfrac{\Delta n'}{\Delta n}$ chính là độ dốc của đoạn thẳng AB.

Ứng với bức xạ λ là điểm D, có toạ độ $(n_C + \delta n)$ và $(n'_C + \delta n')$. Thương số $\dfrac{\delta n'}{\delta n}$ là độ dốc của đoạn thẳng AD. Thông thường, hai đường thẳng AB và AD không trùng nhau, hai thương số $\dfrac{\Delta n'}{\Delta n}$ và $\dfrac{\delta n'}{\delta n}$ không bằng nhau, và hệ không tiêu sắc đối với bức xạ λ.

Đường DD' vẽ từ D, song song với AB cắt đường cong tại điểm D', ứng với một bức xạ λ' khác và với các chiết suất $(n_C + \delta n_1)$ và $(n'_C + \delta n'_1)$ của hai thứ thuỷ tinh. Ta có :

$$\frac{\delta n'_1 - \delta n'}{\delta n_1 - \delta n} = \frac{\Delta n'}{\Delta n} - \frac{A}{A'}$$

tức là hệ được sửa sắc sai đối với hai bức xạ λ và λ' ; đối với hai bức xạ này, hệ có tiêu cự F' khác F_C hoặc F_F.

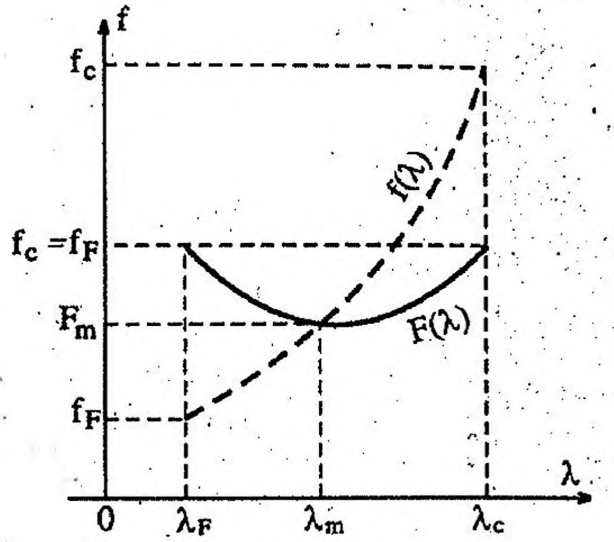
Vậy :

"Tiêu điểm ứng với các bức xạ khác nhau trùng nhau từng đôi một, nhưng không trùng nhau tất cả".

Ứng với bức xạ λ_m, ta có điểm D_m là tiếp điểm của đường cong AB với tiếp tuyến song song với AB. Tiêu cự tương ứng f_m là nhỏ nhất vì n_{λ_m} lớn hơn n_C và n_D. Nếu ta vẽ đường cong biểu diễn sự biến thiên của tiêu cự F (của hệ hai thấu kính) theo bước sóng, thì đường cong này phải có một cực tiểu, tại bước sóng λ_m hình 5.16).

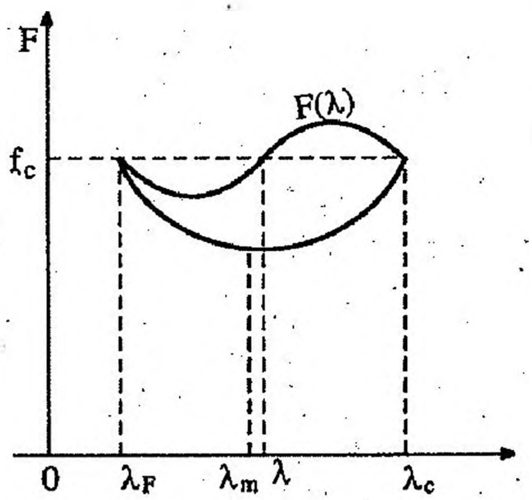
Đối với một thấu kính đơn, đường cong biểu diễn f theo λ có biến thiên đơn điệu, và biến thiên mạnh hơn nhiều (đường chấm chấm trên hình 5.16).

Muốn cho hệ hoàn toàn tiêu sắc, thì đường cong F(λ) này phải là một đường thẳng nằm ngang, và đường cong AB (H.5.15) phải trùng với đường thẳng AB, tức là hai loại thuỷ tinh phải có độ tán sắc riêng phần tỉ lệ với nhau. Với kĩ thuật nấu thuỷ tinh hiện đại, điều này tuy có thể thực hiện được (chẳng hạn, crao có phôtphat, hoặc flin có borax), nhưng thuỷ tinh chế tạo được lại không bền vững, nên thuỷ tinh này vẫn ít được dùng.



Hình 5.16

Thành thử, thấu kính tiêu sắc đối với hai bức xạ, thực tế vẫn còn sắc sai ; tuy nhiên, sắc sai này nhỏ hơn nhiều so với một thấu kính đơn, và được gọi là sắc sai còn dư. Thấu kính tiêu sắc đối với hai bức xạ, như thấu kính này, được gọi là acrômat hay thấu kính acrôm.



Hình 5.17

Muốn giảm sắc sai còn dư, người ta ghép thêm một thấu kính thứ ba, và cho ba tiêu điểm trùng nhau ứng với ba bức xạ khác nhau. Đường cong biểu diễn F theo λ lại có thêm một điểm nữa trên đường nằm ngang (H.5.17), do đó, nó uốn thành chữ S và độ chênh lệch của tiêu cự giữa các bức xạ lại giảm thêm một mức nữa. Thấu kính ghép với ba thành phần này, gọi là apôcrômat, hay thấu kính apôcrôm, được sử dụng rộng rãi, trong vật kính của kính hiển vi, máy ảnh...

* *Điều kiện tiêu sắc biểu kiến*

Thị kính của các quang cụ, như kính hiển vi, kính thiên văn, ống nhòm... thường là những hệ đôi, gồm hai thấu kính hội tụ làm bằng cùng một loại thuỷ tinh, vì với hai thấu kính, ảnh do hệ tạo ra tốt hơn, so với một thấu kính độc nhất.

Muốn cho một hệ đôi là hoàn toàn tiêu sắc, thì tốt nhất là mỗi thành phần của hệ là một thấu kính hoàn toàn tiêu sắc. Tuy nhiên, nếu nhìn ảnh một vật qua hệ, mà mắt điều tiết cùng một lúc vào mọi ảnh, ứng với mọi bức xạ khác nhau, để ảnh cuối cùng trên võng mạc trùng nhau, thì tuy hai thấu kính của hệ không tiêu sắc, mắt ta vẫn trông thấy một ảnh màu trắng (không viền màu sắc), và do đó có thể coi thị kính là tiêu sắc. Tính tiêu sắc này của thị kính gọi là *tính tiêu sắc biểu kiến.*

Tính tiêu sắc được thực hiện, nếu ảnh ứng với các bức xạ khác nhau được nhìn qua thị kính dưới những góc bằng nhau.

Giả sử vật kính của quang cụ hoàn toàn tiêu sắc và cho ảnh A_1B_1 của một vật AB. Ảnh A_1B_1 này dùng làm vật đối với thị kính không tiêu sắc, và thị kính cho ta một loạt ảnh có màu sắc A_dB_d, A_iB_i, A_tB_t.

Mắt đặt sau thị kính nhìn ảnh A_iB_i dưới góc α_i. Ta có :

$$\alpha_i = P_iA_iB_i$$

P_i là cường số của thị kính, đối với bức xạ λ_i. Nếu P_i không thay đổi theo bước sóng, thì α_i không đổi, và mắt nhìn mọi ảnh A_iB_i dưới cùng một góc, và điều kiện tiêu sắc biểu kiến được thực hiện.

Cường số của thị kính xấp xỉ bằng độ tụ của nó :

$$P \approx \frac{1}{f}$$

Gọi f_1, f_2 lần lượt là tiêu cự của hai thành phần của thị kính và e là khoảng cách giữa chúng, theo (4.13') ta có :

$$P = \frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{e}{f_1f_2}$$

Hai thấu kính được làm bằng cùng một loại thuỷ tinh, nên :

$$P = (n-1)A_1 + (n-1)A_2 - e(n-1)^2A_1A_2$$

Để P không thay đổi theo bước sóng, thì đạo hàm của P theo n phải triệt tiêu, tức là

$$\frac{dP}{dn} = A_1 + A_2 - 2e(n-1)A_1A_2 = 0$$

hay là $$(n-1)A_1 + (n-1)A_2 - 2e(n-1)^2A_1A_2 = 0$$

$$\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{2e}{f_1f_2} = 0$$

Do đó : $$f_1 + f_2 = 2e \qquad (5.8)$$

"Tổng tiêu cự của hai thành phần của thị kính phải bằng hai lần khoảng cách giữa chúng".

Điều kiện này được thực hiện trong thị kính Huy-ghen.

Bài tập ví dụ

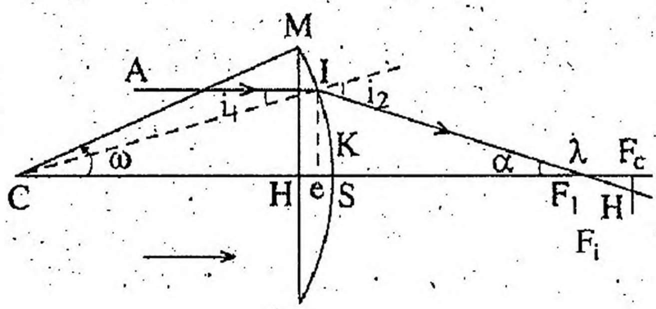
5.1. Một thấu kính phẳng lồi, bằng thuỷ tinh, chiết suất $n = 1,5$, có bán kính đáy (tức là mặt phẳng) $r = 3$ cm, và bán kính cong của mặt lồi $R = 30$ cm.

a) Tính độ dày e của thấu kính.

b) Xác định các cầu sai chính của thấu kính, khi ánh sáng rọi vào mặt phẳng.

Giải.

a) Tính e.



Hình 5.18

Gọi S' là điểm xuyên tâm đối với S trên mặt cầu tâm C. Trong tam giác vuông SMS', đỉnh M, thì đường cao MH = r là trung bình nhân của hai đoạn HS = e và HS' = (2R – e), tức là

$$r^2 = e(2R - e) \approx 2Re.$$

do đó : $e = \frac{r^2}{2R} = \frac{3^2}{2.30} = 0,15 \text{ cm} \Rightarrow \quad e = 1,5 \text{ mm}$

(Nếu tính chính xác, bằng cách giải phương trình bậc hai, $e^2 - 2Re + r^2 = 0$, ta sẽ được $e \approx 0,15037 \approx 1,504$ mm, chỉ lớn hơn giá trị trên $\frac{4}{1000}$ mm, không đáng kể so với e. Vậy, cách làm của ta là hoàn toàn hợp lí).

b) Ta xét một tia tới AI, song song với trục chính. Nó qua mặt phẳng của thấu kính, hoàn toàn không bị lệch, và tới I dưới góc i_1. Từ I, nó ló ra ngoài không khí, dưới góc i_2, và ta có : $\sin i_2 = n.\sin i_1$.

Góc nghiêng α của tia ló, trên quang trục là : $\alpha = i_2 - i_1$.

Tia ló cắt quang trục tại điểm F_i, gần thấu kính hơn F_C, tiêu điểm của thấu kính ứng với các tia giữa.

Khi I tới M, thì F_i tới điểm F_m, tiêu điểm ứng với các tia mép, và $\overline{F_C F_m} = \lambda$ là cầu sai dọc, chính. Lúc đó, thì $i_1 = \omega$, bằng nửa góc mở, hay khẩu độ của thấu kính.

Ta có : $\sin\omega = \frac{r}{R} = \frac{3}{30} = 0,1000$ do đó $\omega \approx 5^o45'$

$\sin i_2 = n.\sin\omega = 1,5.0,1$

$\sin i_2 = 0,1500$ do đó $i_2 \approx 8^o38'$

và $\alpha = 8^o38' - 5^o45' = 2^o53'$

Trong tam giác CMF_m, ta lại có : $r = MH = CM\sin\omega = F_mH.\tan\alpha$

do đó : $\overline{F_mH} = \frac{r}{\tan\alpha} = \frac{3}{0,05034} = 59,5947 \Rightarrow \overline{F_mH} \approx 59,6$ cm.

Mặt khác F_C lại là tiêu điểm ảnh của lưỡng chất cầu, đỉnh S. Do đó :

$$\overline{SF_C} = f' = \frac{-R}{n-1} = \frac{+30}{0,5} = 60 \text{ cm}$$

và $\overline{HF_C} = f + 0,15 = 60,15$ cm

Cuối cùng : $\lambda = \overline{F_CF_m} = \overline{HF_m} - \overline{HF_C} = 59,6 - 60,15$

$\lambda = -0,55$ cm

và $\zeta = \lambda.\tan\alpha \approx 0,55.0,05 = 0,0275$ cm ; $\zeta \approx 0,3$ mm

(Nếu chiếu một chùm sáng song song qua thấu kính, và đặt màn ảnh tại F_C, ta sẽ thu được một vệt sáng tròn, bán kính 0,3 mm, thay vì một chấm sáng).

5.2. Một thấu kính hai mặt lồi, đối xứng bằng crao, hai mặt có bán kính cong R = 50 cm, có bán kính khẩu độ r = 4 cm. Hãy xác định :

a) Tiêu cự thấu kính đối với ba bức xạ C, D và F.

b) Sắc sai dọc và sắc sai ngang của thấu kính.

Cho biết, chiết suất của crao đối với ba bức xạ C, D và F lần lượt là :

$n_C = 1,515$; $n_D = 1,521$; $n_F = 1,527$

Giải.

a) Áp dụng công thức (5.1), lần lượt với 3 giá trị của n, ta được :

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) = \frac{2(n-1)}{R} \Rightarrow f = \frac{R}{2(n-1)}$$

với $n_C = 1,515$, ta được : $f_C = \dfrac{50}{2.(1,515-1)} = 48,543 \quad \Rightarrow f_C \approx 48,54$ cm

$n_D = 1,521$ ta được : $f_D = \dfrac{50}{2.0,521} = 47,9846 \quad \Rightarrow f_D \approx 47,98$ cm.

$n_F = 1,527$ ta được : $f_F = \dfrac{50}{2.0,527} = 47,4383 \quad \Rightarrow f_F \approx 47,44$ cm

Năng suất tán sắc trung bình của crao là :

$$k = \frac{1}{\nu} = \frac{n_F - n_C}{n_D - 1} = \frac{1,527 - 1,515}{1,521 - 1} = \frac{0,012}{0,521} \approx \frac{1}{43,416}$$

$$\Rightarrow \nu \approx 43,4$$

Áp dụng (5.4) và (5.5), ta được :

Sắc sai dọc : $\overline{F_C F_F} = -\dfrac{f_D}{\nu} = -\dfrac{47,98}{43,3} = -1,105 \quad \Rightarrow \overline{F_C F_F} \approx -1,1$ cm

Sắc sai ngang : $a = \dfrac{1}{2}\dfrac{r}{\nu} = \dfrac{1}{2}.\dfrac{4}{43,4} = 0,0921 \quad \Rightarrow a \approx 0,09$ cm

Chú ý. Đã tính được f_C và f_F, ta có thể tính ngay được sắc sai dọc, bằng hiệu số $(f_C - f_F)$. Dụng ý ở đây, là kiểm nghiệm sự đúng đắn của công thức (5.4).

Đề bài tập

5.3. Một gương cầu lõm có tiêu cự f = 50 cm và bán kính khẩu độ r = 10 cm. Xác định các cầu sai dọc và ngang chính của gương.

5.4. Vật kính của một kính viễn vọng lớn có bán kính khẩu độ r = 60 cm và tiêu cự f = 720 cm.

a) Tính các cầu sai của gương này, nếu nó là hình cầu.

b) Có thể chấp nhận các sai sót ấy được không ? Nếu không, thì phải dùng biện pháp gì ?

5.5. Xác định các cầu sai chính của thấu kính trong bài 5.1, nhưng cho ánh sáng truyền theo chiều ngược lại.

5.6. Xác định các cầu sai dọc, ngang và chính của một thấu kính hai mặt lồi đối xứng, có bán kính cong hai mặt R = 30 cm, bán kính khẩu độ r = 3 cm, chiết suất n = 1,5.

5.7. Xác định các cầu sai dọc chính của một bán cầu thuỷ tinh, đặt lần lượt trong không khí và trong nước, theo cả hai phương truyền của ánh sáng. Cho biết : chiết suất của thuỷ tinh và nước lần lượt là $\frac{3}{2}$ và $\frac{4}{3}$.

5.8. Kính thiên văn khúc xạ lớn nhất thế giới (ở Đài Thiên văn Y-éc-xơ Chi-ca-gâu, Hoa Kì), có vật kính là một thấu kính hội tụ tiêu sắc, tiêu cự f = 18 m, đường kính 2r = 102 cm.

Tính sắc sai của thấu kính, nếu nó bằng crao và không được sửa sắc sai.

5.9. Một thấu kính lõm – lồi bằng crao, mặt lõm có bán kính R_1 = 24 cm, mặt lồi có R_2 = 60 cm và bán kính khẩu độ r = 2 cm. Xác định sắc sai dọc và sắc sai ngang của nó (xem bài tập 5.2, để có các số liệu cần thiết về crao).

5.10. Một lăng kính có góc chiết quang $A_1 = \frac{1}{20}$ rad bằng thuỷ tinh crao, mà chiết suất đối với hai bức xạ C và F là : $n_C = 1{,}524$ và $n_F = 1{,}532$.

Một chùm tia sáng trắng, hẹp rọi vào một mặt bên của lăng kính, dưới một góc tới nhỏ. Tính góc tạo bởi hai tia ló ứng với hai bức xạ C và F.

Người ta ghép sát với lăng kính này một lăng kính bằng flin, có góc chiết quang A_2, được lựa chọn sao cho, sau khi qua hệ hai lăng kính, hai tia ló ứng với các bức xạ C và F trở thành song song. Cho biết hai chiết suất của flin :

$n'_C = 1{,}780$ và $n'_F = 1{,}810$.

a) Hãy tính A_2, và cho biết A_2 phải đặt thế nào.

b) Tính góc lệch, do hệ hai lăng kính gây ra cho hai bức xạ.

5.11. Một vật kính tiêu sắc, đối với hai bức xạ C và F, được tạo bởi hai thấu kính mỏng L và M có tiêu cự đối với bức xạ D, là f_D = 30 cm.

Biết các chiết suất sau đây, của thuỷ tinh làm hai thấu kính :

Thấu kính L :	$n_C = 1,5134$	Thấu kính M :	$n_C = 1,6897$
	$n_D = 1,5160$		$n_D = 1,6960$
	$_F = 1,5221$		$n_F = 1,7121$

Hãy xác định tiêu cự của hai thấu kính, đối với bức xạ D.

5.12. Một nhà sản xuất có hai loại thuỷ tinh, mà chiết suất có thể biểu diễn theo bước sóng λ của bức xạ, lần lượt bằng hai công thức :

$$n_1 = 1,5 + \frac{0,005}{\lambda^2} \quad ; \quad n_2 = 1,6 + \frac{0,0125}{\lambda^2}$$

trong đó λ được tính bằng micrômét.

a) Dùng thuỷ tinh loại thứ nhất, ông ta làm một thấu kính hai mặt lồi đối xứng, có tiêu cự f = 30 cm, đối với bức xạ 0,55 μm. Tính bán kính cong hai mặt của thấu kính.

b) Ông ta lại làm một thấu kính bằng loại thuỷ tinh thứ hai, rồi dán vào thấu kính thứ nhất, thành một thấu kính tiêu sắc. Xác định bán kính cong của mặt thứ hai của thấu kính này, tiêu cự của nó, và tiêu cự của thấu kính ghép.

5.13. Một người có một thấu kính hai mặt lồi đối xứng, tiêu cự đối với vạch D là $f_1 = 100$ mm, làm bằng thuỷ tinh có ký hiệu C–20. Người đó lại có trong tay các loại thuỷ tinh, liệt kê dưới đây để làm một thấu kính rồi cho dán với thấu kính trên thành một hệ tiêu sắc, với tiêu cự f xấp xỉ 300 mm. Hỏi nên dùng loại thuỷ tinh nào và mặt kia của thấu kính phải có bán kính bao nhiêu ? Tiêu cự của thấu kính ghép là bao nhiêu ?

Thuỷ tinh	*Kí hiệu*	n_D	ν	$n_F - n_C$	$n_F - n_D$
Crao bo-silicat	C–20	1,5100	63,4	0,00805	0,00565
Crao baryt	C–6	1,5726	57,6	0,00995	0,00702
Flin nhẹ	C–16	1,5783	41,7	0,01387	0,00988
Flin	C–8	1,6129	36,9	0,01660	0,01184
Flin nặng	C–18	1,7550	27,5	0,02743	0,01975

5.14. Thị kính của một ống nhòm (kính Ga-li-lê) có tiêu cự f = –5 cm tiêu sắc đối với hai bức xạ C và F, gồm hai thấu kính dán với nhau, làm bằng hai loại thuỷ tinh C–20 và C–8 trên đây.

a) Xác định tiêu cự của hai thấu kính, và cho biết loại thuỷ tinh dùng cho mỗi thấu kính.

b) Giả sử thấu kính phân kì có hai mặt lõm, một mặt có bán kính cong lớn gấp 1,5 lần mặt kia. Hãy giải thích tại sao mặt lõm hơn lại được dán với thấu kính hội tụ và hãy tính bán kính cong của các mặt của hai thấu kính.

5.15. Một thấu kính hội tụ tiêu sắc, có tiêu cự xấp xỉ 360 mm, được ghép từ hai thấu kính, bằng hai thứ thuỷ tinh C–6 và C–18. Để thuận tiện cho quá trình mài, sau khi tính toán, bán kính cong các mặt của hai thấu kính được làm tròn đến mm. Biết rằng một mặt của thấu kính hội tụ có độ cong lớn gấp đôi mặt kia, hãy tính :

a) Bán kính cong các mặt của hai thấu kính.

b) Tiêu cự mỗi thấu kính, đối với bức xạ D.

c) Tiêu cự của thấu kính ghép, đối với các bức xạ C, D và F.

Phần hai

HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP SỐ

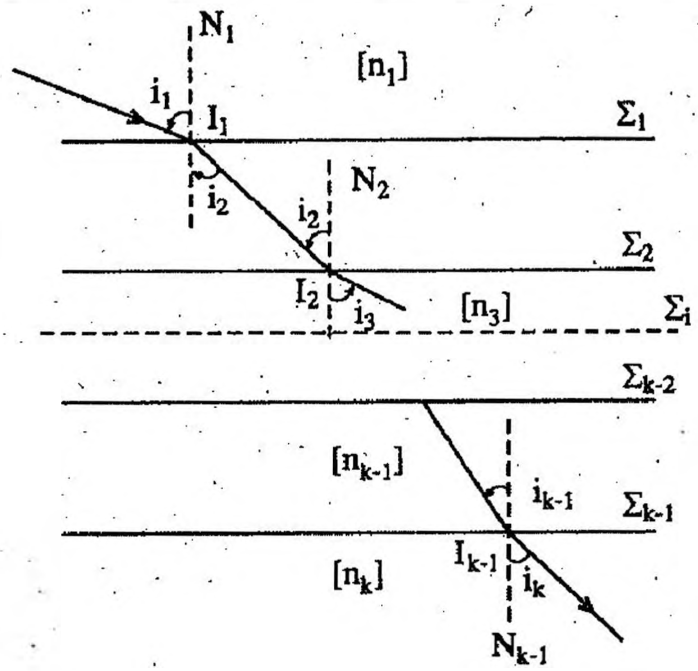
Chủ đề 1

1.3. Do các mặt phẳng Σ_1 song song với nhau, nên pháp tuyến của chúng tại các điểm I_k cũng song song với nhau và hai góc do tia sáng làm với hai pháp tuyến của hai mặt mỗi bản, đều bằng nhau. Do đó, theo định luật khúc xạ :

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$$
$$= n_3 \sin i_3 = ...$$

Tức là : $n_1 \sin i_1 = n_k \sin i_k$

tựa như không có các môi trường từ 2 đến (k – 1), và hai môi trường ngoài cũng tiếp xúc trực tiếp với nhau.



Hình 1.1G

Rõ ràng là, nếu $n_k = n_1$, thì $i_k = i_1$, tức là tia ló $I_{k-1}A'$ song song với tia tới AI.

1.4. a) $\sin i_2 = \dfrac{n_1 \sin i_1}{n_2} = \dfrac{1.\sin 30^o}{1,52} = \dfrac{0,5}{1,52} = 0,329$; $i_2 \approx 19^o21'$

b) Lấy vi phân hai vế của (1.5) : $n_1 \cos i_1 di_1 = n_2 \cos i_2 di_2$

Do đó : $$di_2 = \frac{n_1.\cos i_1 di_1}{n_2 \cos i_2}$$

Do $n_2 > n_1$ nên $i_2 < i_1$, $\cos i_2 > \cos i_1$, thành thử $n_2 \cos i_2 > n_1 \cos i_1$

và : $di_2 < di_1$ và cùng dấu

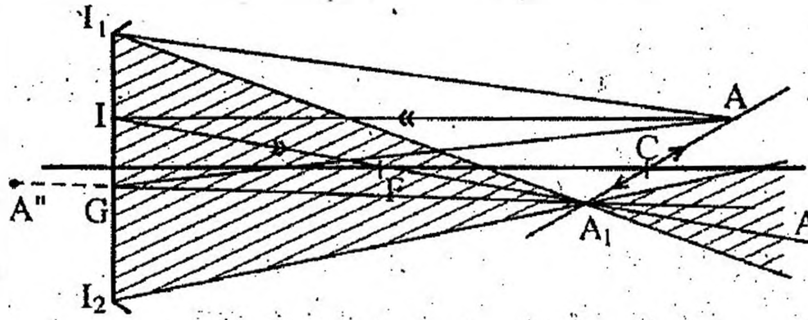
$$di_2 = \frac{1.0,8660}{1,52.0,9435} di_1 \approx 0,6039 di_1 \quad \Rightarrow di_2 \approx 12'$$

1.5. ***• Trước hết ta xét gương cầu G lõm***

A. *Hai điểm A, A' thật cả* (H.1.2G)

1. Vẽ ảnh A_1 của A, cho bởi gương. A_1 có thể thật, như hình vẽ, hoặc ảo.

2. A_1A' là tia phản xạ qua A'. Tia này gặp mặt gương tại I, thì AI là tia sáng phải vẽ.



Hình 1.2G

Trường hợp A' ảo (điểm A" trên hình 1.2G), ta cũng vẫn nối A" với A_1, nhưng phần A"I phải vẽ chấm chấm, vì là phần ảo của tia phản xạ.

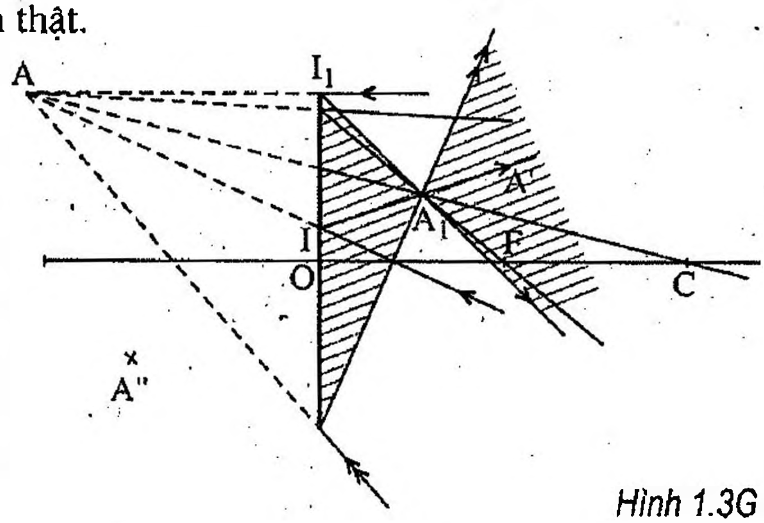
Phần gạch chéo trên hình 1.2G giới hạn chùm sáng hình nón, đỉnh A_1, đáy là mép gương, là chùm sáng đi từ A, sau khi phản xạ trên gương. Để vẽ được tia sáng AI, thì điểm A' phải nằm trong chùm ấy.

Để biết quang trình (AIA') cực đại, hay cực tiểu, ta vẽ đường elip có tiêu điểm là hai điểm A, A' và tiếp xúc với gương cầu tại điểm I tìm được. Nếu gương G, tiếp xúc ngoài với gương elipxôit, thì quang trình là cực tiểu. Nếu gương G tiếp xúc trong, thì quang trình cực đại. Nếu A' ảo, ta thay elip bằng hypebol.

B. *Điểm A ảo, A' thật* (H.1.3G)

1. Ảnh A_1 của A bây giờ là ảnh thật.

2. Tia phản xạ A_1A' gặp mặt gương tại I, nối IA, ta được tia tới. Phần IA là phần ảo của tia tới (vì A ảo), nên phải vẽ chấm chấm. Để vẽ được tia IA, thì điểm A' phải nằm trong phần gạch chéo trên hình 1.3G, tương tự như trong trường hợp trên.



Hình 1.3G

Trường hợp A' ảo, tức là ở sau gương, ta cũng vẫn nối nó với A_1, và chú ý vẽ chấm chấm, cho phần A"I ở sau gương, của tia phản xạ.

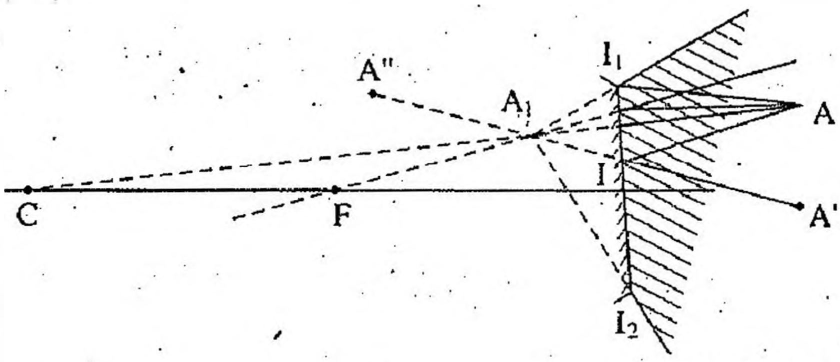
Để xem quang trình (AIA') cực tiểu hay cực đại, ta cũng làm như trong trường hợp 1. Nếu A' thật, thì A và A' ở hai bên gương ta phải vẽ hypebol, và gương G có thể tiếp xúc trong hoặc ngoài với hypebolôit, nên (AIA') có thể hoặc cực đại, hoặc cực tiểu. Nhưng nếu cả A và A' đều ảo, thì phải xét gương elipxôit, và vì hai gương hướng phía lồi vào nhau. nên quang trình (AIA') luôn luôn cực tiểu.

• ***Trường hợp gương cầu lồi***

C. *A và A' đều thật* (H.1.4G)

Trên hình vẽ, điểm A' là điểm thật, còn A" là điểm ảo.

Khi cả A và A' đều thật, ta phải vẽ mặt elipxôit tiếp xúc với gương G tại I. Vì G lồi, và elipxôit cũng lồi, nên chỉ tiếp xúc ngoài được với gương G, nên quang trình (AIA') luôn luôn cực tiểu.



Hình 1.4G

Khi A thật và A' ảo, ta phải vẽ hypebolôit, có tiêu điểm A, A'. Khi đó, gương G có thể tiếp xúc trong, làm cho quang trình (AIA') cực đại, hoặc tiếp xúc ngoài, và quang trình thành cực tiểu.

D. *Hai trường hợp A' thật, và A ảo,* mời bạn đọc tự vẽ dựa theo hình 1.3G.

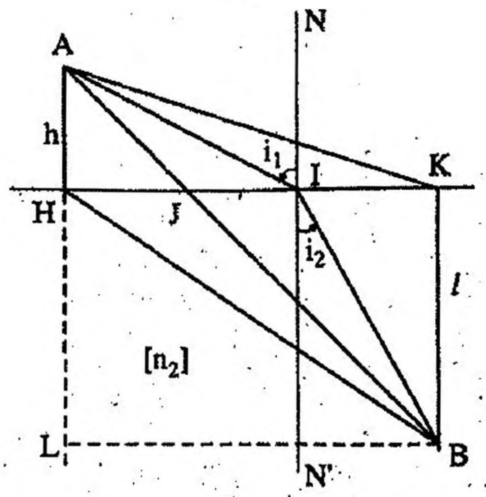
Cần chú ý rằng điểm sáng A có thể cho ảnh A_1 thật, hoặc ảnh ảo, tuỳ theo, nó ở gần, hoặc xa gương hơn, so với tiêu điểm (ảo) của gương. Nhưng, để vẽ tia phản xạ, ta vẫn cứ phải nối A_1 với A'. Với A' ở trước gương, hay ở sau gương, thì đường A_1A' vẫn biểu diễn tia phản xạ.

1.6. a) Tính quang trình AIB (H.1.5G) và t_0.

Ta tính góc i_2 : $\sin i_2 = \dfrac{n_1 \sin i_1}{n_2} = \dfrac{1.\sin 60^o}{1,732}$

$$\sin i_2 = \frac{0,8660}{1,732} = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow i_2 = 30^o$$

Ta lại có lần lượt :



Hình 1.5G

$$AI = \frac{AH}{\cos i_1} = \frac{h}{\cos 60^o} = \frac{30}{0,5}$$

$$AI = 60\,m$$

$$IB = \frac{BK}{\cos i_2} = \frac{l}{\cos 30^o} = \frac{90}{\frac{1}{2}\sqrt{3}} = 60\sqrt{3}$$

$$IB = 60\sqrt{3}\ m$$

$$c = \frac{3,10^8}{10^6} = 300\,m/\mu s = 3.10^4\ cm/\mu s$$

$$(AIB) = n_1AI + n_2IB = 1.60 + \sqrt{3}.60\sqrt{3}$$

$$(AIB) = 240\ m = 24.10^3\ cm$$

Thời gian truyền trên (AIB) : $t_0 = \frac{(AIB)}{c} = \frac{24.10^3}{3.10^4} \Rightarrow t_0 = 0,8\ \mu s$

b) Quang trình (AJB) và t_1

$$(AJB) = n_1AJ + n_2JB$$

Gọi L là chân đường vuông góc hạ từ B xuống AH. Ta có :

$$BL = KH = HI + IK = AI\sin i_1 + IB\sin i_2$$

$$LB = 60.\frac{\sqrt{3}}{2} + 60\sqrt{3}.\frac{1}{2} = 60\sqrt{3}$$

Hai tam giác đồng dạng AHJ và ALB cho ta :

$$\frac{AH}{AL} = \frac{HJ}{HK} \quad \text{do đó} \quad \frac{30}{30+90} = \frac{HJ}{HK} \quad \text{và} \quad HJ = \frac{1}{4}HK$$

Hay là : $HJ = \frac{60\sqrt{3}}{4} = 15\sqrt{3}\ m$

Do đó : $AJ = \sqrt{\overline{AH}^2 + \overline{HJ}^2} = \sqrt{30^2 + (15\sqrt{3})^2} = 15\sqrt{7} = 39,686\ m$

$$JB = 3AJ = 45\sqrt{7} \approx 3.39,686\,m$$

$$(AJB) = 15\sqrt{7} + 3.15.\sqrt{7}.\sqrt{3} = 15\sqrt{7}(3\sqrt{3}+1)$$

$(AJB) = 15.2{,}646.(3.1{,}732 + 1)$ $\Rightarrow AJB \approx 245{,}925$ m

$$t_1 = \frac{24{,}592{,}5}{3.10^4} = 0{,}8196 \quad \Rightarrow t_1 \approx 0{,}82\ \mu s.$$

Quang trình (AHB) và t_2 :

$$(AHB) = 1.AH + \sqrt{3}.HB = AH + \sqrt{3}\sqrt{\overline{HK}^2 + \overline{KB}^2}$$

$$(AHB) = 30 + \sqrt{3}\sqrt{(60\sqrt{3})^2 + 90^2} = 30 + 10\sqrt{3(108 + 81)}$$

$$(AHB) = 268{,}1176 \approx 268{,}12 \text{ m} = 2{,}6812.10^4 \text{cm}$$

$$t_2 = \frac{(AHB)}{c} = \frac{2{,}6812.10^4}{3.10^4} = 0{,}8937 \quad \Rightarrow t_2 \approx 0{,}89\ \mu s$$

Quang trình (AKB) và t_3 :

$$(AKB) = AK + n_2 KB = \sqrt{\overline{AH}^2 + \overline{HK}^2} + l\sqrt{3}$$

$$(AKB) = \sqrt{30^2 + (60\sqrt{3})^2} + \sqrt{3}.90 = 30\sqrt{1 + 4.3} + 90\sqrt{3}$$

$$(AKB) = 108{,}1665 + 155{,}8845 = 264{,}0511 \text{ m} \approx 2{,}6405.10^4 \text{ cm}$$

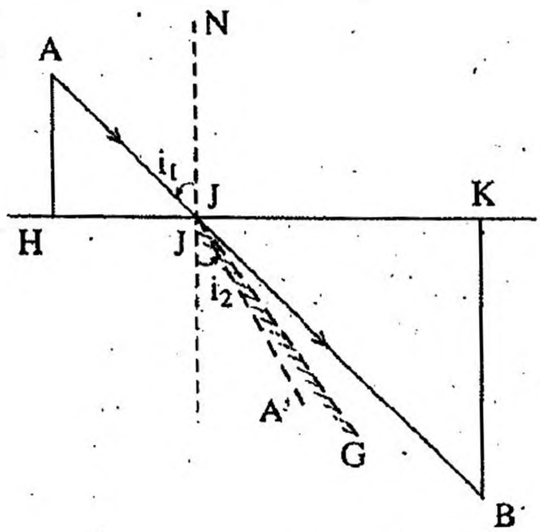
$$t_3 = \frac{(AKB)}{c} = \frac{2{,}6405.10^4}{3.10^4} = 0{,}88017 \quad \Rightarrow t_3 \approx 0{,}88\ \mu s$$

Kết luận :

Thời gian truyền thực sự của ánh sáng, đúng là cực tiểu, như Féc-ma đã khẳng định.

c) Để tia sáng AJ khi vào môi trường 2 phải đi theo phương AB, ta đặt gương phẳng G trong môi trường 2, hơi thấp hơn điểm J một chút, để hắt tia khúc xạ JA' theo JB. Do đó đầu tiên, ta tính i_1, theo công thức :

$$\sin i_1 = \frac{HJ}{AJ} = \frac{15\sqrt{3}}{15\sqrt{7}} = \sqrt{\frac{3}{7}} = 0{,}6546$$



Hình 1.6G

Do đó có i_2 :

$$\sin i_2 = \frac{1}{n_2}\sin i_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}\sqrt{\frac{3}{7}} = \frac{\sqrt{7}}{7} = 0{,}3779 \qquad \Rightarrow i_2 \approx 22^0 12'$$

Vậy : Phải đặt mặt gương G song song với đường phân giác của góc A'JB" (góc lệch $(i_1 - i_2)$ của tia sáng).

Để tia sáng khúc xạ theo HB, phải đặt gương G theo phân giác ngoài của góc AHB.

Với tia sáng khúc xạ theo KB, ta cũng làm như với tia JB, tức là tính góc tới i_1, góc khúc xạ i_2 rồi đặt gương cho mặt gương trùng với phân giác của góc i_2. Mời bạn đọc tự làm.

1.7. Bài tập này chính là nghịch đảo của bài 1.6 trên.

Ta có lần lượt (xem H.1.5G)

$$\sin i_1 = \frac{HI}{AI} = \frac{x}{\sqrt{h^2 + x^2}}$$

$$\sin i_2 = \frac{IK}{IB} = \frac{a - x}{\sqrt{l^2 + (a - x)^2}}$$

Theo định luật khúc xạ, ta có phương trình :

$$\frac{n_1 x}{\sqrt{h^2 + x^2}} = \frac{n_2(a - x)}{\sqrt{l^2 + (a - x)^2}}$$

Do đó : $\quad n_1^2 x^2\left[l^2 + (a - x)^2\right] = n_2^2(a - x)^2(h^2 + x^2)$

$$n_1^2 l^2 x^2 + n_1^2 x^2(x^2 + a^2 - 2ax) = n_2^2 x^2(x^2 + a^2 - 2ax) + n_2^2 h^2(x^2 + a^2 - 2ax)$$

$$(n_1^2 - n_2^2)x^4 - 2a(n_1^2 - n_2^2)x^3 + \left[n_1^2(l^2 + a^2) - n_2^2(h^2 + a^2)\right]x^2 + 2an_2^2h^2x - n_2^2h^2a^2 = 0$$

Phương trình bậc 4 dưới dạng tổng quát này không thể giải được bằng phương pháp đại số thông thường. Do đó, ta thế các dữ liệu bằng số vào các chữ, và thử giải phương trình bằng số.

Ta được :

$$\left[1 - (\sqrt{2})^2\right]x^4 - 2.2h\left[1 - (\sqrt{2})^2\right]x^3 + \left[1(3h^2 + 4h^2) - 2(h^2 + 4h^2)\right]x^2$$

$$+ 2.2h.2.h^2x - 2h^2.4h^2 = 0$$

$$-x^4 + 4hx^3 - 3h^2x^2 + 8h^3x - 8h^4 = 0$$

hay là : $$x^4 - 4hx^3 + 3h^2x^2 - 8h^3x + 8h^4 = 0$$

Ta thấy ngay phương trình này có một nghiệm hiển nhiên :

$$x = h$$

ứng với trường hợp rất đặc biệt, tam giác AHI cân, và I là trung điểm của đoạn HK.

Bài toán này hoàn toàn giống với một bài toán cơ học, với bề ngoài đơn giản : "Một vận động viên chạy việt dã phải chạy từ một điểm A, trên một bãi đất bằng phẳng, tới một điểm B trong một bãi đất lầy ngăn cách với bãi đất trước bằng một đường thẳng. Vận tốc của vận động viên trên bãi đất phẳng là v, trên bãi lầy là $\frac{v}{k}$. Để thời gian chạy ngắn nhất, vận động viên phải chạy theo đường nào ?".

Có thể trả lời ngay rằng : "Theo đường truyền của tia sáng, từ môi trường chiết suất $n_1 = 1$ sang môi trường chiết suất $n_2 = k$ ".

Tuy nhiên, bài toán này cho thấy rằng, xác định đúng được điểm I, trên đường giới hạn của bãi đất, để hướng đến, hoàn toàn không đơn giản, thậm chí hầu như không giải được trong một thời gian ngắn.

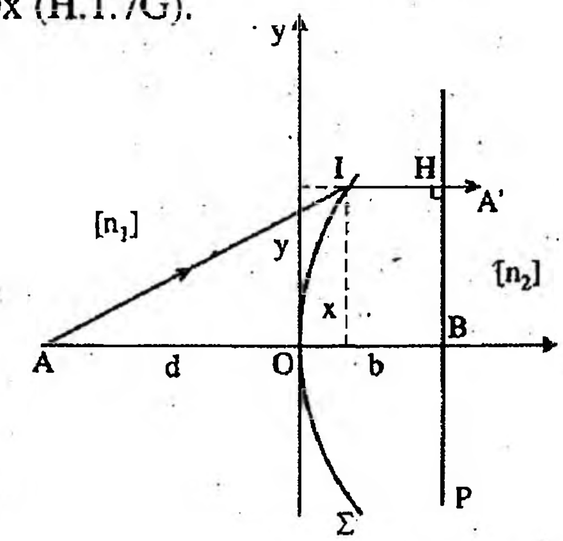
1.8. Ta lấy một mặt phẳng chứa trục đối xứng của mặt Σ làm mặt phẳng của hình và lấy trục đối xứng làm trục hoành, lấy giao điểm O của trục ấy với mặt Σ làm gốc toạ độ và trục Oy vuông góc với Ox (H.1.7G).

I là một điểm trên mặt Σ.

Tia sáng AI khúc xạ qua Σ rồi truyền trong môi trường 2, theo phương song song với trục Ox. Gọi P là một mặt phẳng vuông góc với chùm tia khúc xạ, và H là giao điểm của tia khúc xạ IA' với mặt phẳng P.

Quang trình của tia AIH là :

$$(AIH) = n_1\overline{AI} + n_2\overline{IH}$$



Hình 1.7G

Vì chùm tia khúc xạ là chùm song song và vuông góc với P, nên quang trình trên không phụ thuộc vào vị trí của điểm I trên Σ, và là một hằng số l, đối với mọi tia.

Ta có : $$n_1\overline{AI} + n_2\overline{IH} = l$$

Gọi x, y là toạ độ của I, và đặt OB = b là khoảng cách từ O tới mặt phẳng P.

Ta có : $$n_1\overline{AI} + n_2\overline{IH} = n_1\overline{AO} + n_2\overline{OB} = l$$

$$n_1\sqrt{(d+x)^2 + y^2} + n_2(b-x) = n_1 d + n_2 b = l$$

$$n_1\sqrt{(d+x)^2 + y^2} = n_1 d + n_2 x$$

$$n_1^2(d^2 + x^2 + 2dx) + n_1^2 y^2 = n_1^2 d^2 + n_2^2 x^2 + 2n_1 n_2 dx$$

$$(n_1^2 - n_2^2)x^2 + 2n_1 dx(n_1 - n_2) + n_1^2 y^2 = 0 \qquad (1)$$

Đây là phương trình của một đường cônic ; dạng cụ thể của nó (elip, hypebol hoặc parabol) phụ thuộc các giá trị của n_1, n_2.

A. *Trường hợp 1* : $n_1 > n_2$

Hệ số của x^2 : $\left(n_1^2 - n_2^2\right)$ là số dương, hệ số của y^2 cũng dương. Vậy phương trình trên là của một elip, và mặt Σ là một mặt elipxôit tròn xoay. Phương trình (1) có thể viết :

$$x^2 + \frac{2n_1 d(n_1 - n_2)}{n_1^2 - n_2^2}x + \frac{n_1^2 y^2}{n_1^2 - n_2^2} = 0$$

$$x^2 + \frac{2n_1 d}{n_1 + n_2} + \frac{n_1^2 y^2}{n_1^2 - n_2^2} = 0$$

Thêm và bớt $\left(\dfrac{n_1 d}{n_1 + n_2}\right)^2$ vào vế trái, ta được :

$$\left(x + \frac{n_1 d}{n_1 + n_2}\right)^2 + \frac{n_1^2 y^2}{n_1^2 - n_2^2} - \frac{n_1^2 d^2}{(n_1 + n_2)^2} = 0$$

Chia cả hai vế cho $\dfrac{n_1^2 d^2}{(n_1 + n_2)^2}$, ta được :

$$\frac{\left(x+\frac{n_1 d}{n_1+n_2}\right)^2}{\left(\frac{n_1 d}{n_1+n_2}\right)^2}+\frac{n_1^2 y^2}{(n_1^2-n_2^2)\left(\frac{n_1 d}{n_1+n_2}\right)^2}=1$$

hay là :

$$\frac{\left(x+\frac{n_1 d}{n_1+n_2}\right)^2}{\left(\frac{n_1 d}{n_1+n_2}\right)^2}+\frac{y^2}{\frac{d^2(n_1-n_2)}{n_1+n_2}}=1 \qquad (2)$$

Đây là phương trình của elip, quy về hai trục đối xứng của nó. Vậy, bán trục hướng theo Ox của nó, và bán trục kia lần lượt có độ dài :

$$a=\frac{n_1}{n_1+n_2}d \quad ; \quad b=\sqrt{\frac{(n_1-n_2)}{n_1+n_2}}\,d$$

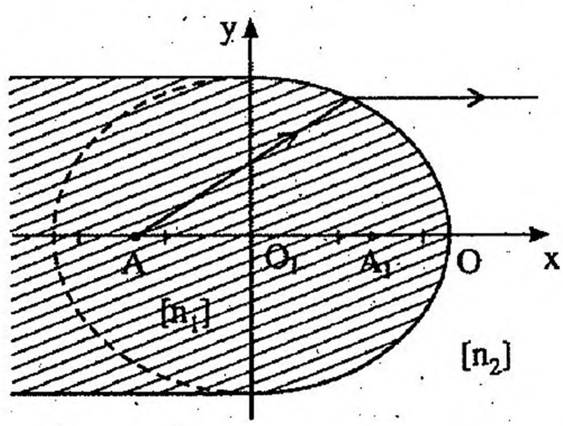
và tiêu cự 2c, với $c=\sqrt{a^2-b^2}=\frac{dn_2}{n_1+n_2}$; và tâm sai : $e=\frac{c}{a}=\frac{n_2}{n_1}$

Tâm O_1 của elip có hoành độ : $x_O=-\frac{n_1}{n_1+n_2}d=-a$

A cách O_1 một khoảng : $AO_1=d-a=d-\frac{n_1 d}{n_1+n_2}=\frac{n_2}{n_1+n_2}d=c$

Vậy, A là tiêu điểm ở xa O, còn tiêu điểm kia, A_1 ở gần O hơn, và elip có dạng vẽ trên hình 1.8G.

Nếu đặt một nguồn sáng điểm tại A, trong môi trường n_1, thì chùm sáng ló ra khỏi elipxôit là một chùm hoàn toàn song song.



Hình 1.8G

B. *Trường hợp 2* : $n_1 < n_2$

Phương trình (1) vẫn đúng cho trường hợp này. Tuy nhiên, bây giờ hai số hạng đầu, chứa hệ số $(n_1^2 - n_2^2)$ và $(n_1 - n_2)$ trở thành số âm. Đổi dấu cả ba số hạng, ta được :

$$(n_2^2 - n_1^1)x^2 + 2n_1d(n_2 - n_1)x - n_1^2y^2$$

Biến đổi tiếp như trên, cuối cùng, ta được :

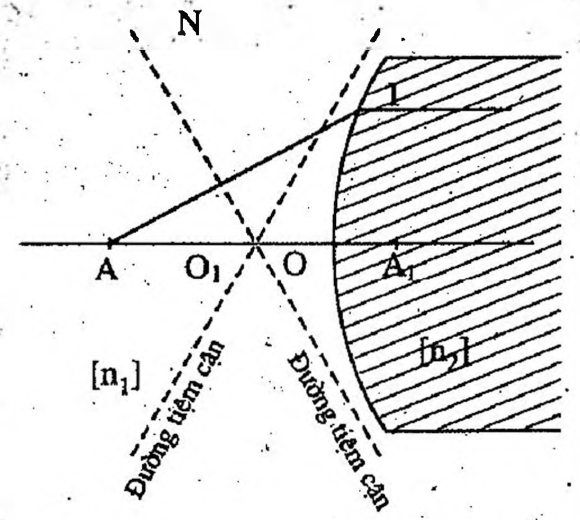
$$\frac{\left(x + \dfrac{n_1d}{n_1 + n_2}\right)^2}{\left(\dfrac{n_1d}{n_1 + n_2}\right)^2} - \frac{y^2}{\dfrac{(n_2 - n_1)d^2}{n_1 + n_2}} = 1 \qquad (2')$$

Đây là phương trình của một hypebol quy về hai trục đối xứng. Hai bán trục và nửa tiêu cự của nó, lần lượt là :

$$a = \frac{n_1d}{n_1 + n_2};$$

$$b = \sqrt{\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}d};$$

$$c = \frac{n_2d}{n_2 + n_1}$$



Hình 1.9G

Cũng như trường hợp trên, A là tiêu điểm xa đỉnh O của hypebol, còn tiêu điểm A_1 – ở trong môi trường n_2 – là tiêu điểm gần O (H.1.9G).

Thấu kính mặt hypebolôit này ngày nay khá thông dụng.

1.9. Xét hai tam giác vuông IA'H và IA_1H trên hình 1.10G, ta thấy ngay :

$$IH = IA'.\sin A' = IA'.\sin i_2 = n_2.\sin i_2$$

$$IH = IA_1.\sin A_1 = IA_1.\sin i_1 = n_1.\sin i_1$$

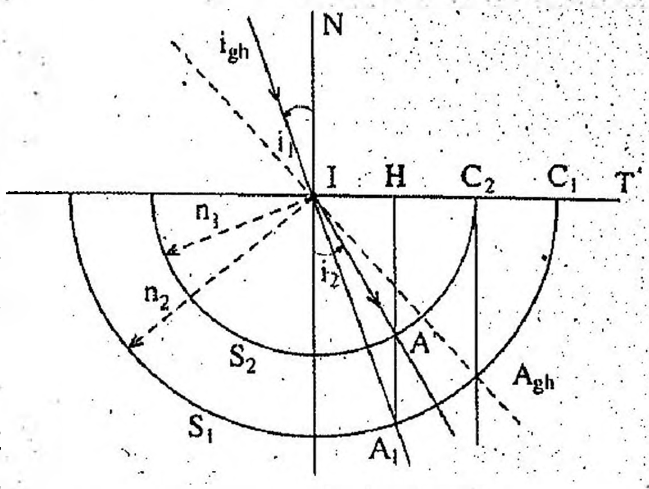
Cân bằng hai giá trị của IH, ta thấy đó chính là định luật Snel – Đề-các.

Cách vẽ này giúp ta nhanh chóng vẽ được tia khúc xạ một cách khá chính xác, đỡ phải tính góc i_2.

Trong trường hợp $n_1 > n_2$, thì đường tròn S_1 ở ngoài đường tròn S_2, chân H của đường vuông góc hạ từ A_1 xuống IT phải ở trong khoảng IC_2 (H.1.10G) thì A_1H mới gặp được C_2. Tiếp tuyến tại C_2 với đường tròn S_2 gặp đường S_1 tại A_{gh}. Và để có tia khúc xạ, thì góc tới i_1 phải nhỏ hơn góc $N'IA_{gh} = i_{gh}$.

Tam giác C_2IA_{gh} cho ta :

$$\sin\widehat{C_2A_{gh}I} = \sin i_{gh} = \frac{IC_2}{IA_{gh}} = \frac{n_2}{n_1}$$



Hình 1.10G

Vậy : "Để vẽ được tia khúc xạ, thì tia sáng phải tới mặt phân cách dưới một góc i_1 nhỏ hơn góc tới hạn i_{gh}".

Khi $i_1 = i_{gh}$ tia khúc xạ đi lướt mặt phân cách, và khó khẳng định dứt khoát, có, hay không có tia khúc xạ.

Ta lại chỉ có thể làm thí nghiệm với một chùm tia hẹp, chứa vô số tia sáng song song, nên khi cho $i_1 = i_{gh}$, ta vẫn đón nhận được tia khúc xạ, đó là điều chúng ta thường chấp nhận, khi giải các bài tập.

1.10. Trước khi thí nghiệm của Fu-cô xác minh giả thuyết của Huy-ghen, rằng tốc độ v của ánh sáng trong môi trường chiết suất n thì nhỏ hơn tốc độ ánh sáng trong chân không, các nhà vật lí đã chứng minh, bằng các thí nghiệm về giao thoa rằng, nếu đặt trên đường đi của một trong hai chùm sáng một bản mặt song song, độ dày l, chiết suất n, thì quang trình của chùm tia ấy đúng là đã tăng một giá trị :

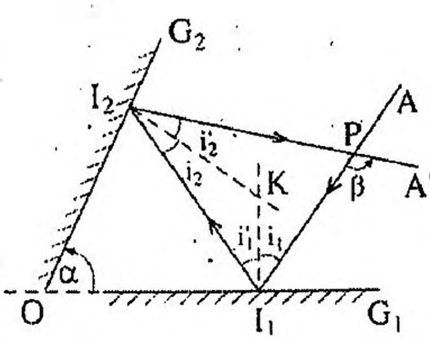
$$\delta = (n - 1)l \qquad (1)$$

Và làm cho hệ vân giao thoa bị dịch chuyển về phía chùm sáng ấy một số khoảng vân k, với :

$$k = \frac{\delta}{\lambda} = \frac{(n-1)l}{\lambda}$$

Vậy, công thức (1), đúng là đã xác minh rằng quãng truyền l trong môi trường chiết suất n, gây ra với hệ vân giao thoa một ảnh hưởng bằng quãng truyền $n.l$ trong chân không.

1.11. Gọi O là giao tuyến của hai gương, tức là cạnh của góc nhị diện $\widehat{G_1OG_2}$ (H.1.11G và H.1.12G).



Hình 1.11G

Tia sáng AI_1 phản xạ tại I_1 trên gương G_1, tia phản xạ I_1I_2 lại phản xạ tại I_2 trên G_2 và ló ra theo I_2A'. Hai hình vẽ cho thấy tia sáng AI_1 đã quay một góc β quanh giao điểm P.

Xét hình 1.11G. Trong tam giác PI_1I_2 thì β là góc ngoài, vậy :

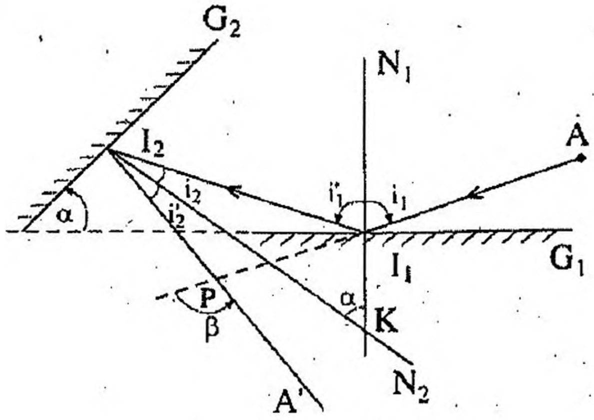
$$\beta = i_1 + i'_1 + i_2 + i'_2 = 2(i_1 + i_2)$$

Trong tam giác KI_1I_2, K cũng là góc ngoài, vậy :

$$K = i_1 + i_2$$

Nhưng K và góc α giữa hai gương lại có cạnh đôi một vuông góc với nhau, nên :

$$K = i_1 + i_2 = \alpha$$



Hình 1.12G

So sánh β và K, ta thấy : $\beta = 2K = 2\alpha$

Nếu ta cho gương G_1, là gương mà trên đó, ánh sáng phản xạ trước, quay ngược chiều kim đồng hồ (tức để giảm α) để tới chập vào G_2, thì tia phản xạ IA' cũng quay theo chiều giảm β, tức là theo chiều kim đồng hồ, nói cách khác, là tia sáng AI quay ngược chiều kim đồng hồ, hay là :

"*Hai gương phẳng mà mặt phản xạ hướng vào nhau có tác dụng làm cho tia sáng phản xạ liên tiếp trên mỗi gương một lần bị quay đi một góc lớn gấp đôi, theo chiều mà ta phải quay để đưa gương phản xạ trước, tới trùng với gương phản xạ sau*".

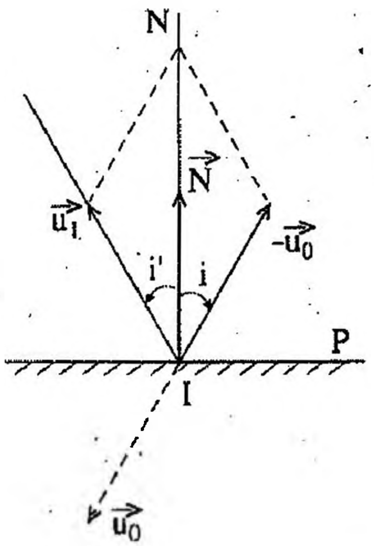
Nếu tia sáng phản xạ theo hình 1.12G, thì kết luận trên vẫn đúng, nhưng β và K bây giờ lần lượt bằng $2(i_1 - i_2)$ và $(i_2 - i_1) = \alpha$.

Trong trường hợp đặc biệt hai gương G_1, G_2 vuông góc với nhau, thì sau khi phản xạ một lần trên mỗi gương, tia sáng quay một góc 180^o, tức là sẽ truyền trở lại, theo phương song song với tia tới, nhưng ngược chiều.

1.12. Gọi $\vec{u}_0, \vec{u}_1$ là vectơ đơn vị của tia sáng tới và tia phản xạ, $\vec{N}$ là vectơ đơn vị của pháp tuyến mặt phản xạ (H.1.13G).

Ta biết rằng tích vô hướng của hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$, kí hiệu $(\vec{u}\,.\,\vec{v})$ là một số vô hướng có giá trị.

$$(\vec{u}\,.\,\vec{v}) = |\vec{u}|.|\vec{v}|.\cos(\vec{u},\vec{v})$$



Hình 1.13G

Nếu $\vec{u}$ và $\vec{v}$ là hai vectơ đơn vị thì $|\vec{u}| = |\vec{v}| = 1$, và $(\vec{u}.\vec{v}) = \cos(\vec{u}.\vec{v})$.

Để biểu thị định luật phản xạ, cần diễn đạt hai ý :

1) Ba vectơ $\vec{u}_1$, $\vec{u}_0$ và $\vec{N}$ đồng phẳng.

2) Hai góc i và i' bằng nhau.

Hình 1.13G cho thấy rằng, do $\vec{u}_0$ và $\vec{u}_1$ đều là vectơ đơn vị, nên chúng bằng nhau, và hiệu của chúng, tức là tổng của hai vectơ $\vec{u}_1$ và $(-\vec{u}_0)$ hướng theo đường chéo của hình thoi mà hai cạnh là $\vec{u}_1$ và $(-\vec{u}_0)$. Do đó, chỉ cần viết rằng tổng của hai vectơ $\vec{u}_1$ và $(-\vec{u}_0)$ hướng theo pháp tuyến $\vec{N}$ của mặt phản xạ, tức là viết :

$$\vec{u}_1 - \vec{u}_0 = k\vec{N} = 2\cos(\vec{N}, -\vec{u}_0)\vec{N}$$

hay là $$\vec{u}_1 - \vec{u}_0 = -2(\vec{N}.(-\vec{u}_0))\vec{N}$$

là biểu thị được cả hai điều khẳng định của định luật phản xạ.

1.13. Gọi $\vec{u}_0$, $\vec{u}_1$, $\vec{u}_2$, $\vec{u}_3$ là vectơ đơn vị của tia sáng tới và ba tia phản xạ lần lượt trên ba gương, và $\vec{N}_1$, $\vec{N}_2$, $\vec{N}_3$ lần lượt là vectơ đơn vị của ba pháp tuyến với các mặt gương. Ta có :

$$\vec{u}_1 - \vec{u}_0 = -2(\vec{N}_1.\vec{u}_0)\vec{N}_1$$

$$\vec{u}_2 - \vec{u}_1 = -2(\vec{N}_2.\vec{u}_1)\vec{N}_2$$

$$\vec{u}_3 - \vec{u}_2 = -2(\vec{N}_3.\vec{u}_2)\vec{N}_3$$

Nhân vô hướng hai vế của phương trình thứ nhất, lần lượt với $\vec{N}_2$ và $\vec{N}_3$ thì vế phải triệt tiêu, và ta được :

$$(\vec{N}_2.\vec{u}_1) = (\vec{N}_2.\vec{u}_0) \quad \text{và} \quad (\vec{N}_3.\vec{u}_1) = (\vec{N}_3.\vec{u}_0)$$

Lại nhân vô hướng hai vế của phương trình thứ hai với $\vec{N}_3$, ta cũng được :

$$(\vec{N}_3.\vec{u}_2) = (\vec{N}_3.\vec{u}_1) = (\vec{N}_3.\vec{u}_0)$$

Cộng từng vế ba phương trình trên, ta lại được :

$$\vec{u}_3 - \vec{u}_0 = -2(\vec{N}_1.\vec{u}_0)\vec{N}_1 - 2(\vec{N}_2.\vec{u}_1)\vec{N}_2 - 2(\vec{N}_3.\vec{u}_1)\vec{N}_3$$

$$\vec{u}_3 - \vec{u}_0 = -2(\vec{N}_1.\vec{u}_0)\vec{N}_1 - 2(\vec{N}_2.\vec{u}_0)\vec{N}_2 - 2(\vec{N}_3.\vec{u}_0)\vec{N}_3$$

hay là $$\vec{u}_3 - \vec{u}_0 = -2\vec{u}_0 \Rightarrow \vec{u}_3 = -\vec{u}_0$$

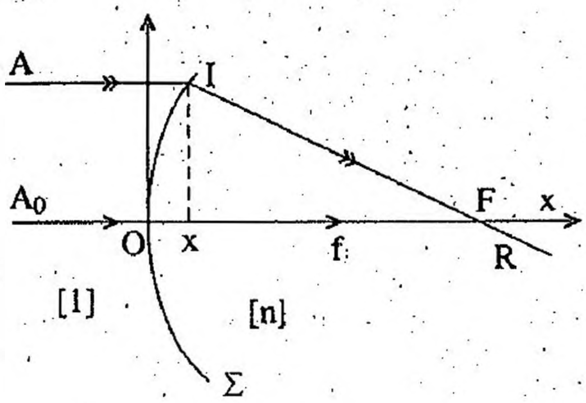
Chú ý : Các đẳng thức – chẳng hạn $(\vec{N}_2.\vec{u}_1) = (\vec{N}_2.\vec{u}_3)$ cho thấy rằng hình chiếu của các cặp tia phản xạ trên các mặt toạ độ cũng tuân theo định luật phản xạ.

1.14. Ta lấy đỉnh O của trục đối xứng trên mặt Σ làm gốc toạ độ, trục đối xứng của mặt làm trục hoành Ox, và trục Oy vuông góc với Ox trong một mặt kinh tuyến của Σ (H.1.14G).

Ta xét hai tia sáng :

1. Tia A_0O đi theo trục đối xứng của Σ, truyền qua Σ vào môi trường n, không bị lệch.

2. Tia AI, song song với A_0O, tới điểm I trên mặt Σ, khúc xạ theo IR và cắt tia Ox tại điểm F, cách O một khoảng $\overline{OF} = f$.



Hình 1.14G

Quang trình (OF) của tia thứ nhất, là :

$$(OF) = f.n$$

Và của tia thứ hai (với x, y là toạ độ của I), là :

$$(AIF) = AI + n.IF = x + n\sqrt{(f-x)^2 + y^2}$$

Quang trình của hai tia này phải bằng nhau, với mọi x, y trên mặt Σ. Ta có phương trình :

$$x + n\sqrt{(f-x)^2 + y^2} = n.f$$

hay là : $$n\sqrt{(f-x)^2 + y^2} = nf - x$$

do đó : $$n^2(f-x)^2 + n^2y^2 = (nf-x)^2$$

$$n^2f^2 + n^2x^2 - 2n^2fx + n^2y^2 = n^2f^2 + x^2 - 2nfx$$

$$(n^2-1)x^2 - 2nfx(n-1) + n^2y^2 = 0$$

$$x^2 - \frac{2(n-1)nf}{n^2-1}x + \frac{n^2y^2}{n^2-1} = 0 \Rightarrow x^2 - \frac{2nf}{n+1}x + \frac{n^2y^2}{n^2-1} = 0$$

Thêm bình phương của $\dfrac{nf}{n+1}$ vào hai vế của phương trình, ta được :

$$\left(x - \frac{nf}{n+1}\right)^2 + \frac{n^2y^2}{n^2-1} = \frac{n^2f^2}{(n+1)^2}$$

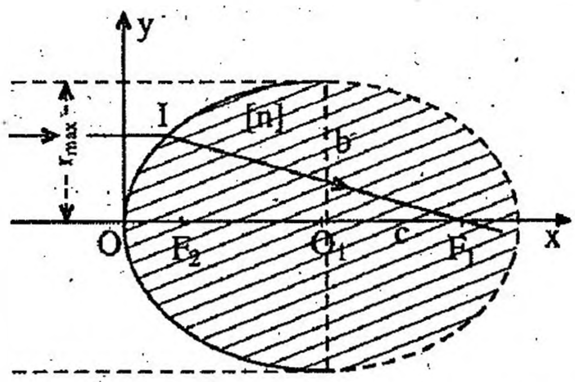
hay là : $$\frac{\left(x-\frac{nf}{n+1}\right)^2}{\frac{n^2f^2}{(n+1)^2}}+\frac{n^2y^2}{(n^2-1).\frac{n^2f^2}{(n+1)^2}}=1$$

$$\frac{\left(x-\frac{nf}{n+1}\right)^2}{\left(\frac{nf}{n+1}\right)^2}+\frac{y^2}{\left(f\sqrt{\frac{n-1}{n+1}}\right)^2}=1$$

Theo giả thiết ta có : $n > 1$, nên $\sqrt{\frac{n-1}{n+1}} > 0$.

Vậy, phương trình trên là phương trình của một elip, trục Ox, bán trục tiêu là $a = \frac{n}{n+1}f$, bán trục thứ hai, là $b = \sqrt{\frac{n-1}{n+1}}f$, và bán tiêu cự $c = \sqrt{a^2 - b^2} = \frac{f}{n+1}$; elip có tâm sai $e = \frac{c}{a} = \frac{1}{n}$.

Lập luận như trong bài 1.8, với giá trị $n > 1{,}5$, ta dễ dàng thấy được tiết diện của mặt Σ là một nửa hình elip, mà F_1 với $OF_1 = f$ là một tiêu điểm, còn tiêu điểm kia, F_2 ở gần O hơn (H.1.15G), ứng với $n = 1{,}5$ nên $a = OO_1 = 0{,}6f$, $c = OF_1 = OF_2 = 0{,}4f$ và $b = 0{,}447f$.



Hình 1.15G

Hình vẽ còn cho thấy rằng bán kính cực đại của tiết diện chùm tia chính bằng bán trục nhỏ của elip.

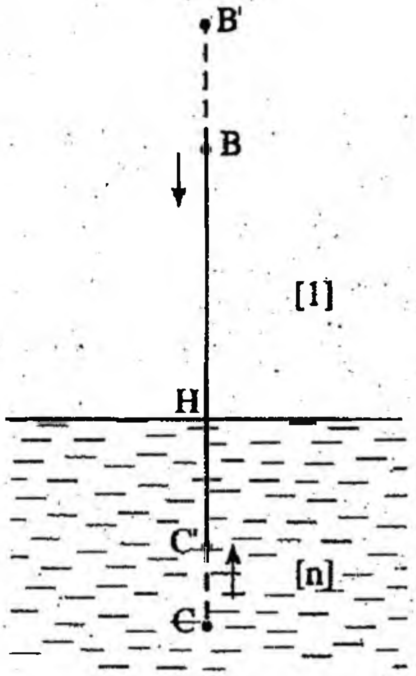
Nếu môi trường chứa chùm tia song song có chiết suất $N > n$, thì ta chỉ cần đảo chiều các tia sáng, là thấy ngay rằng ta lại trở lại bài toán 1.8, và kết luận rằng mặt Σ phải là một hypeboloit tròn xoay, mà F là một tiêu điểm.

Mặt khác, vì chiết suất tỉ đối của môi trường chứa các tia khúc xạ bây giờ là $\frac{n}{N}$, nhỏ hơn 1, nên trong phương trình của Σ, ở mẫu số của biểu thức thứ hai, ta phải đổi dấu $(n - 1)$ thành $(1 - n)$, do đó, phương trình của elip sẽ trở thành phương trình của hypebol, phù hợp với kết luận trên.

(Bài tập này là nghịch đảo của bài 1.8)

Chủ đề 2

2.3. **1.** Giả sử B (H.2.1G) là con bói cá và C là con cá. Con bói cá trông thấy ảnh của con cá (cho bởi lưỡng chất phẳng nước – không khí) ở điểm C' và thấy khoảng cách BC' = 1,6 m.



Hình 2.1G

a) Theo giả thiết : BH = 1,2 m.

Vậy : HC' = BC' – BH = 1,6 – 1,2 = 0,4 m.

Đối với con bói cá, ánh sáng truyền từ dưới lên, và lưỡng chất phẳng có $n_1 = n$, $n_2 = 1$, $p_1 = \overline{HC}$, $p_2 = \overline{HC'}$. Áp dụng công thức (2.2), ta được :

$$\frac{n}{\overline{HC}} - \frac{1}{\overline{HC'}} = 0$$

Do đó : $\overline{HC} = n.\overline{HC'} = \frac{4}{3}.(-0,4) \Rightarrow \overline{HC} \approx -0,53\,m.$

Chú ý. $\overline{HC}$ và $\overline{HC'}$ đều là số âm, vì đều hướng ngược chiều truyền của ánh sáng. $\overline{HC'}$ âm, vậy ảnh con cá là ảnh ảo.

Vậy : "Con bói cá phải lao xuống dưới mặt nước, chừng 0,53 m".

b) Con cá, trái lại, lại trông thấy con bói cá ở điểm B'. Đối với con cá, ánh sáng truyền từ trên xuống, và lưỡng chất phẳng có $n_1 = 1$, $n_2 = n$, $p_1 = \overline{HB}$, $p_2 = \overline{HB'}$. Vẫn áp dụng (2.2), ta được :

$$\frac{1}{\overline{HB}} - \frac{n}{\overline{HB'}} = 0$$

Do đó : $\overline{HB'} = n.\overline{HB} = \frac{4}{3}.(-1,2) \Rightarrow \overline{HB'} = -1,6\,m$

Và CB' = CH + HB' = 0,53 + 1,6 = 2,13 m.

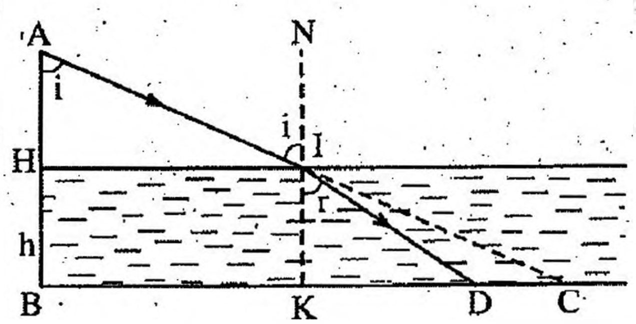
Vậy : "Con cá trông thấy con bói cá ở cách nó 2,13 m".

2. Để tránh cú vồ mồi của con bói cá, nếu con cá lặn sâu xuống theo đường thẳng đứng BH thì con bói cá chỉ cần tăng sức mạnh của cú lao sâu (mà thường, thì nó đã tăng sẵn cho "chắc ăn" rồi), mà không cần đổi hướng lao xuống, và có nhiều khả năng vẫn bắt được con cá.

Nếu con cá bơi nhanh theo một phương ngang, thì tia nhìn của con bói cá (luôn rõi theo con cá) không còn vuông góc với mặt nước, và do sự khúc xạ, con bói cá khó phán đoán hơn, hướng phải nhào trong nước. Đặc biệt, nếu con cá bơi theo hướng về phía đuôi con bói cá, thì khả năng thoát hiểm của nó còn lớn hơn, vì với con bói cá, nhào về phía trước, hoặc sang hai bên, thì dễ hơn là nhào về phía sau nhiều.

Vậy : "Để thoát hiểm, con cá nên bơi theo hướng tới đuôi con bói cá, và bơi chếch lên (tới gần mặt nước hơn), để đường thẳng BC xiên càng nhiều, càng tốt, đối với mặt nước".

2.4. Giả sử AB (H.2.2G) là cái gậy và BC là bóng của nó ở sân, thì C ở tia sáng AI, tới sân dưới góc i.



Hình 2.2G

Trong bể chứa nước tới độ cao HB = h, thì bóng của cái gậy là BD, D là giao điểm của tia khúc xạ ID với đáy bể.

Theo giả thiết, ta có :

AB = 2 m ; BC = 3 m ; BD = 2,4 m.

Do đó : $\tan i = \dfrac{BC}{AB} = \dfrac{3}{2}$ và $\sin i = \dfrac{BC}{AC} = \dfrac{3}{\sqrt{3^2 + 2^2}} = \dfrac{3}{\sqrt{13}}$

Theo định luật khúc xạ, ta lại có :

$$\sin i = n.\sin r, \quad \text{do đó : } \sin r = \frac{\sin i}{n}$$

và $$\tan r = \frac{\sin r}{\cos r} = \frac{\sin r}{\sqrt{1 - \sin^2 r}} = \frac{\sin i}{n.\sqrt{1 - \dfrac{\sin^2 i}{n^2}}} = \frac{\sin i}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}$$

Hình 2.2G cho thấy : DC = BC – BD = 3 – 2,4 = KC – KD = h.tani – h.tanr

Ta có phương trình h.(tani – tanr) = 0,6

$$h.\left(\frac{3}{2} - \frac{3}{\sqrt{13\left[\left(\dfrac{4}{3}\right)^2 - \dfrac{3^2}{13}\right]}}\right) = 0,6$$

$$h.\left(1,5 - \frac{3.3}{\sqrt{16.13 - 9.9}}\right) = h.\left(1,5 - \frac{9}{\sqrt{127}}\right) = 0,6$$

$$h \approx \frac{0,6}{0,7} = \frac{6}{7}\,\text{m} \text{ hay } h \approx 0,86 \text{ m}.$$

"Mực nước trong bể cao chừng 0,86 m".

2.5. Ta có thể dùng hình 2.2G, chỉ cần chú ý rằng HI = KD ; tức là :

$$AH.\tan i = HB.\tan r \qquad (1)$$

Trong bài 2.2, ta đã thấy : $\tan r = \dfrac{\sin i}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}$

Thế sini bằng giá trị tính theo tani : $\sin^2 i = \dfrac{\tan^2 i}{1 + \tan^2 i}$

Ta được :
$$\tan^2 r = \frac{\dfrac{\tan^2 i}{1+\tan^2 i}}{n^2 - \dfrac{\tan^2 i}{1+\tan^2 i}} = \frac{\tan^2 i}{n^2 + (n^2-1).\tan^2 i}$$

thay vào (1), ta được : $\overline{AH}^2.\tan^2 i = \overline{HB}^2.\dfrac{\tan^2 i}{n^2 + (n^2-1).\tan^2 i}$

với $\overline{HB}$ = 1,8 m ; AH = AB – HB = 3 – 1,8 = 1,2 m và đặt tani = t, ta được phương trình :

$$n^2 + (n^2-1).t^2 = \left(\frac{1,8}{1,2}\right)^2 = \frac{9}{4} \quad \text{suy ra} \quad t^2 = \frac{9-4n^2}{4(n^2-1)}$$

với $n = \dfrac{4}{3}$ ta được : $t^2 = \dfrac{9 - 4\left(\dfrac{4}{3}\right)^2}{4.\left[\left(\dfrac{4}{3}\right)^2 - 1\right]} = \dfrac{17}{18}$

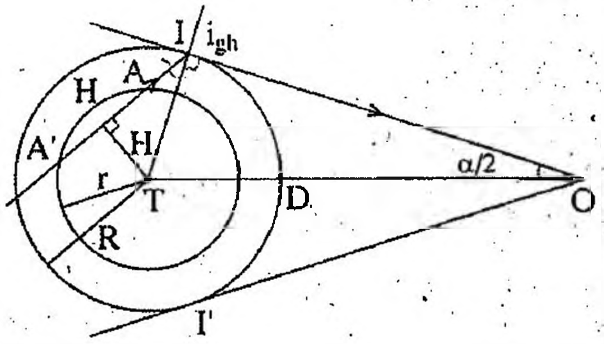
$$t = \pm\sqrt{\frac{17}{28}} = \pm 0,77991 \quad \text{hay} \quad \tan i \approx 0,78$$

và cuối cùng BD = 2.AH.tani = 2.1,2.0,78 = 1,87006 hay BD ≈ 1,87 m.

"Bóng của cái gậy dài 1,87 m".

2.6. Các tia sáng đi từ mọi điểm trong một tiết diện của ống tới mắt đặt ở O đều ở trong góc IOI' tạo bởi hai tiếp tuyến OI, OI' với đường tròn tâm T, bán kính R (H.2.3G).

Tia ngoài cùng IO ló ra khỏi ống theo góc vuông là tia ló ứng với tia AI, tới I dưới góc tới hạn i_{gh}, với :



Hình 2.3bG

$$\sin i_{gh} = \frac{1}{n}$$

Ta xét hai trường hợp sau :

a) IA cắt đường tròn bán kính r tại hai điểm A, A' (H.2.3G). Ta hạ đường TH vuông góc với AA' tại H. Ta có :

$$\sin i_{gh} = \frac{1}{n} = \frac{TH}{TI} = \frac{TH}{R} \text{ do } TH < TA = r\text{, nên } \frac{1}{n} < \frac{r}{R}$$

hay là $\qquad R < n.r$

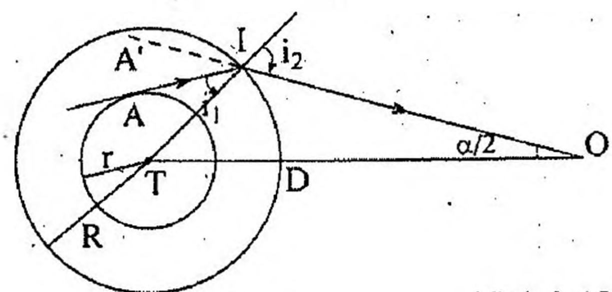
Trong trường hợp này, mắt đặt ở O nhận được tia sáng đi từ A, và mọi tia sáng đi từ các điểm của mặt trong của ống, và góc trông α được xác định bởi :

$$\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{TI}{TO} = \frac{R}{D}$$

Trong thực tế R thường chưa đến 1 cm, còn D ít nhất phải bằng khoảng thấy rõ ngắn nhất Đ của mắt, mà Đ thường lớn hơn 20 cm, nên góc α thường dưới $\frac{1}{10}$ rad. Do đó, ta có gần đúng : $\alpha \approx \sin\alpha = \frac{2R}{D}$.

Trong trường hợp này, góc trông α, chính là góc trông đường kính ngoài của ống, không phụ thuộc bán kính trong của ống. Đó là trường hợp của các chai, cốc hoặc ống mao dẫn có thành mỏng : nhìn vào ống, đặc biệt khi ống chứa thuỷ ngân hoặc một chất lỏng có màu, ta luôn luôn thấy ống tựa như không có thành, tức là chất lỏng ra tới tận thành ngoài của ống.

b) Trường hợp thứ hai : IA không cắt đường tròn bán kính r (H.2.4G). Trong trường hợp này, tia sáng ngoài cùng không tiếp xúc được với đường tròn tiết diện ngoài. Khi đó R > n.r.



Hình 2.4G

Gọi A là điểm của thành trong của ống (H.2.4G) cho tia sáng AIO làm với đường thẳng OT góc lớn nhất $\frac{\alpha}{2}$. Tia AI tới mặt ngoài của ống dưới góc i_1, và ló ra ngoài dưới góc i_2. Theo định luật khúc xạ, ta có $n_1.\sin i_1 = n_2.\sin i_2$ với $n_1 = n$ và $n_2 = 1$, phương trình trên thành : $n.\sin i_1 = \sin i_2$.

Trong tam giác IOT, ta có :

$$\frac{\sin i_2}{TO} = \frac{\sin\frac{\alpha}{2}}{TI} = \frac{\sin\frac{\alpha}{2}}{R} \quad \text{do đó} \quad \sin\frac{\alpha}{2} = \frac{R}{D}\sin i_2$$

Vì $\frac{\alpha}{2}$ là góc lớn nhất, nên theo phương trình này, i_2 cũng là góc lớn nhất, và i_1 cũng là góc lớn nhất giữa IT và IA. Theo hình 2.4G ta thấy ngay rằng góc i_1 lớn nhất, khi AI tiếp xúc với đường tròn bán kính r, tại A.

Do đó $\sin i_1 = \frac{r}{R}$ và $\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{R}{D}\sin i_2 = \frac{R}{D}.n.\sin i_1 = \frac{R}{D}.n.\frac{r}{R} = n.\frac{r}{D}$

Cũng như trên, với $R < \frac{1}{10}D$ có thể lấy gần đúng $\alpha \approx \sin\alpha \approx n.\frac{2r}{D}$.

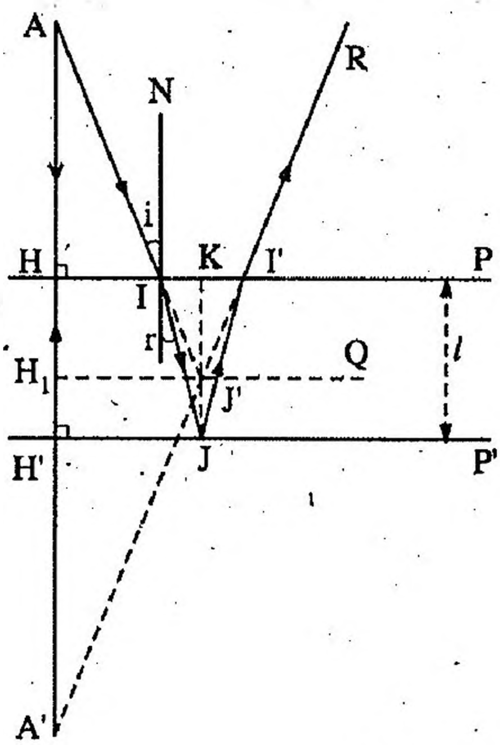
$\frac{2r}{D}$ chính là góc trông tiết diện trong của ống, khi không có thành thuỷ tinh.

Vậy : "Nhìn tiết diện trong của ống qua thành thuỷ tinh, góc trông tiết diện trong tăng gấp n lần so với khi nhìn trực tiếp không qua lớp thuỷ tinh".

2.7. Để vẽ ảnh của A, ta vẽ hai tia sáng đi từ A : tia thứ nhất AH, vuông góc với mặt trên P của bản mặt song song (H.2.5G), qua P lại rọi vuông góc với mặt dưới P' của bản tại H', và phản xạ trở lại theo H'A ; tia thứ hai, tới điểm I của P dưới góc i, khúc xạ dưới góc r theo IJ, phản xạ trên P' dưới góc r, theo JI', lại ló ra khỏi P theo I'R cũng dưới góc i.

Đường kéo dài của I'R gặp đường kéo dài của HA tại A', là ảnh của A.

Mặt khác, đường kéo dài của tia tới AI và của tia phản xạ I'R lại gặp nhau tại J', trên đoạn JK vuông góc với P và P'.



Hình 2.5G

Nói một cách chặt chẽ, giao điểm J' phụ thuộc góc tới i của tia sáng AI, tức là phụ thuộc tia tới AI, và J' càng xa P' khi góc i càng lớn, thành thử giao điểm A' của HA và I'R không cố định, tức là các tia phản xạ không cắt nhau tại một điểm độc nhất, mà đôi một cắt nhau tại nhiều điểm khác nhau.

Kết quả là ảnh của điểm A không phải là một điểm mà gồm nhiều điểm rất gần nhau, không hoàn toàn trùng nhau, tức là :

"Ảnh của mọi vật qua gương đều bị nhoè" (không thật rõ nét).

Nhưng nếu ta chỉ quan sát gần pháp tuyến AH của gương, để góc tới i của mọi tia sáng đều nhỏ, thì có thể coi mọi tia phản xạ đều có đường kéo dài qua J' và A', tức là coi ảnh A' đúng là một điểm. Khi đó, ta có :

$$KJ' = KJ.\frac{1}{n} = \frac{l}{n} = \frac{1,2}{1,53}\text{ cm}$$

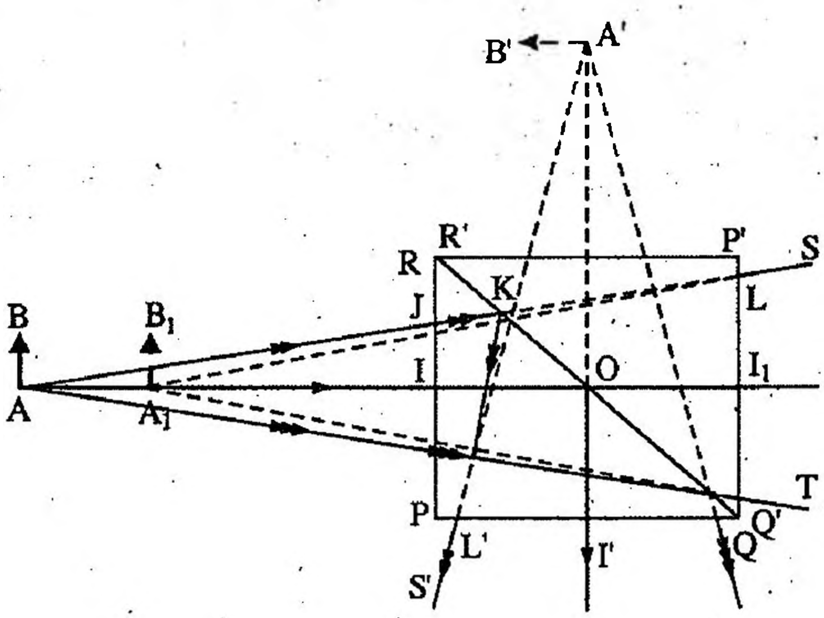
và ảnh A' đối xứng với A qua mặt phẳng Q qua J' và song song với P và P'.

Theo hình 2.5G, gọi H_1 là giao điểm của AH với mặt phẳng Q, thì :

$$HH_1 = KJ' = \frac{1,2}{1,53}\text{ cm} \quad \text{và} \quad AH_1 = AH + HH_1 = \left(5 + \frac{1,2}{1,53}\right)\text{ cm}$$

Từ đó : $AA' = 2AH_1 = 2.\left(5 + \frac{1,2}{1,53}\right) = 10 + 1,568$ hay $AA' \approx 11,57$ cm

Chú ý : Vì ảnh cho bởi gương mạ mặt sau luôn luôn bị nhoè, nên gương dùng trong các dụng cụ quang học chính xác bao giờ cũng phải được mạ bạc ở mặt trước (xem bài tập 2.8).



Hình 2.6G

2.8. a) Ta tưởng tượng có một lăng kính P'Q'R' giống hệt lăng kính PQR, đặt cho hai mặt huyền của hai lăng kính áp sát vào nhau để tạo thành một bản có hai mặt song song PR, P'O', cách nhau một khoảng a (H.2.6G). Vật thật AB đặt trước bản nên bản cho một ảnh ảo A_1B_1 bằng, cùng chiều vật, nhưng bị dịch chuyển theo chiều truyền của ánh sáng, tức là lại gần bản một đoạn:

$$\overline{AA_1} = a.\left(1 - \frac{1}{n}\right) = 4{,}5.\left(1 - \frac{1}{1{,}5}\right) = 1{,}5 \text{ cm}$$

Ảnh này cách mặt PR một đoạn :

$$IA_1 = IA - AA_1 = d - AA_1 = 12 - 1{,}5 = 10{,}5 \text{ cm}$$

và cách P'Q' : $I_1A_1 = I_1I + IA_1 = a + IA_1 = 10{,}5 + 4{,}5 = 15$ cm

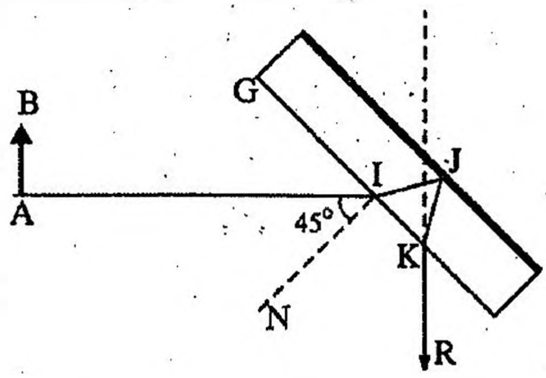
Bây giờ, ta bỏ lăng kính P' đi, thì các tia sáng AIO và AJK trên hình, đều tới mặt huyền RQ dưới những góc lớn hơn góc tới hạn i_{gh} (với $\sin i_{gh} = \frac{1}{n}$ $\approx \sin 42^o$), và bị phản xạ, tựa như phản xạ trên gương phẳng QR. Do lăng kính P đối xứng với lăng kính P' qua gương đó, nên tia AO cho tia phản xạ OI' đối xứng với OI_1 qua OR, (tức là vuông góc tại trung điểm I', với cạnh PQ), còn tia AJK cho tia phản xạ KL'S' đối xứng với tia KLS, qua QR. Hai tia ló OI' và L'S' có đường kéo dài gặp nhau tại A', là ảnh của A_1 qua QR, và A' đối xứng với A_1 qua QR. A_1 cách mặt P'Q' 15 cm, thì A' cũng cách mặt PQ 15 cm. Do A_1B_1 vuông góc với A_1O, nên ảnh A'B' cuối cùng cũng vuông góc với A'O, tức là song song với cạnh PQ. Vậy :

"Ảnh A'B' của vật AB cho bởi lăng kính là ảnh ảo, lớn bằng vật (nhưng không nhất thiết bằng vật), song song với mặt ra của lăng kính, và cách mặt đó 15 cm".

b) Để vẽ đường đi của tia sáng AJ, về nguyên tắc, ta phải đo góc tới i, rồi tính góc khúc xạ r, rồi vẽ đường JL làm với pháp tuyến tại J, một góc bằng r. Nhưng vì các góc i và r đều nhỏ, nên vẽ như vậy rất khó chính xác.

Do đã tính được độ dịch chuyển AA_1, nên ta vẽ được điểm A_1, rồi từ A_1, vẽ tia A_1S song song với AJ. Tia này gặp P'Q' tại L. JL cắt mặt huyền QR tại K. Ta lại lấy trên PQ một đoạn PL' = P'L. Nối KL', ta được đường đi của tia sáng JKL' trong lăng kính P. Ta lại lấy trên đường vuông góc tại O với OA một đoạn OA' = OA_1. Nối L' với A', ta được tia ló L'S'.

c) Để tạo ảnh A'B', thay cho lăng kính phản xạ toàn phần PQR, ta có thể dùng một gương phẳng G, đặt chếch 45^o – tức là đặt cho pháp tuyến IN của gương làm với tia tới AI một góc 45^o (H.2.7G).



Hình 2.7G

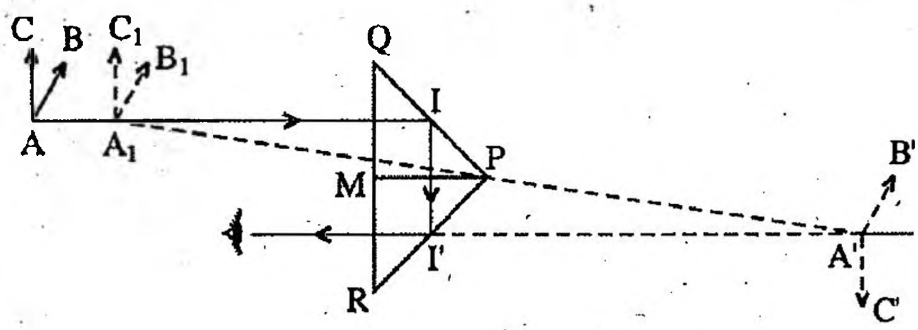
Nếu gương được mạ mặt sau, thì trong cả hai trường hợp, lăng kính và gương, ánh sáng trước và sau khi phản xạ đều phải đi qua một bản mặt song song, khá dày. Với lăng kính, các tia sáng đều tới bản dưới những góc nhỏ, nên ảnh cho bởi bản vẫn rõ nét. Trái lại với gương, các tia sáng đều tới bản dưới góc xấp xỉ 45^o, và như ta đã thấy trong bài toán 2.5, ảnh của AB sẽ bị nhoè. Vì vậy, nếu dùng một gương phẳng đặt chếch 45^o, ta phải dùng gương mạ mặt trước, nhưng gương mạ mặt trước khó bảo quản, vì lớp bạc không được bảo vệ, rất dễ tróc hoặc mốc, hoặc ít nhất cũng bị mờ nhanh chóng, nên khi cần làm lệch một chùm tia sáng một góc vuông, người ta thường dùng lăng kính phản xạ toàn phần. Lăng kính không những cho ảnh tốt hơn gương mạ mặt sau, mà lại không cần mạ bạc, dễ bảo quản, lau chùi.

Chú ý : Câu a) của bài này có thể giải, bằng cách xét ba quá trình tạo ảnh liên tiếp, bởi hai lưỡng chất phẳng và một gương phẳng. Lập luận theo cách trình bày trong bài này, ta rút ra được quy tắc đơn giản, dễ nhớ :

"Lăng kính phản xạ toàn phần tác dụng vừa như một gương phẳng đặt chếch 45^o, vừa như một bản mặt song song, độ dày a bằng cạnh bên của lăng kính".

2.9. a) Ảnh của $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$.

Trung tuyến PM của tam giác vuông PQR cho thấy ngay rằng lăng kính PQR gồm hai lăng kính phản xạ toàn phần giống hệt nhau, PMQ và PMR dán với nhau (H.2.8G).



Hình 2.8G

Trong bài 2.8, ta đã thấy rằng lăng kính phản xạ toàn phần có hai tác dụng : một tác dụng của bản mặt song song, có độ dày bằng cạnh của lăng kính, và một tác dụng của gương phẳng (đặt chếch 45^o đối với chùm sáng).

Vậy, hai lăng kính đặt nối tiếp PMQ và PMR có hai tác dụng.

a) Tác dụng như hai bản mặt song song, mỗi bản có độ dày bằng cạnh MQ của mỗi lăng kính, vậy tác dụng tổng hợp của chúng, là tác dụng của một bản dày gấp đôi, tức là bằng cạnh huyền QR của lăng kính PQR. Tác dụng của bản này, là tạo ảnh ảo $A_1B_1C_1$, bằng và cùng chiều vật ABC, nhưng dịch chuyển theo chiều truyền của ánh sáng, tức là lại gần lăng kính PQR hơn, một đoạn :

$$AA_1 = QR\left(1 - \frac{1}{n}\right) = PQ\sqrt{2}\left(1 - \frac{1}{n}\right)$$

Ảnh $A_1B_1C_1$ này cách cạnh chung P của hai lăng kính, đo theo phương truyền sáng, một đoạn :

$$d_1 = d - AA_1 + MP = d - PQ\sqrt{2}\left(1 - \frac{1}{n}\right) + \frac{PQ\sqrt{2}}{2} = d - PQ\sqrt{2}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{n}\right)$$

Với n = 1,5 ; PQ = α = 4,5 cm và d = 12 cm, ta được :

$$d_1 = 12 - 4,5.1,414\left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3}\right) = 12 + 1,0605 \qquad \Rightarrow d_1 \approx 13,1 \text{ cm}$$

b) Tác dụng của hai gương phẳng PQ và PR đặt vuông góc với nhau. Đối với hệ hai gương này, ảnh ảo $A_1B_1C_1$ đặt ở phía trước, nên $A_1B_1C_1$ lại là vật thật ; tác dụng của hai gương phẳng đặt vuông góc, là tạo một ảnh ảo A'B'C' của $A_1B_1C_1$, đối xứng với $A_1B_1C_1$ qua cạnh chung P của hai gương. Vậy, ảnh ảo A'B'C' ở sau hai gương, và cũng cách cạnh P của lăng kính một đoạn bằng d_1 (H.2.8G).

Do mũi tên AB song song với trục đối xứng nên ảnh A'B' của nó vẫn cùng chiều với nó, và chỉ ảnh A'C' của mũi tên AC mới ngược chiều. Rút cục, ảnh A'B'C' của ABC vẫn giữ nguyên chiều trái – phải của vật, và chỉ bị ngược chiều trên – dưới.

Kết luận. Nếu ABC là ảnh thật của một vật cho bởi một thấu kính hội tụ (vật kính của ống nhòm chẳng hạn) thì lăng kính phản xạ toàn phần PQR đã làm cho ảnh đó lật ngược lại theo chiều trên – dưới. Để ảnh hoàn toàn cùng chiều với vật, ta đặt tiếp một lăng kính nữa, nhưng cho cạnh khúc xạ thẳng đứng, để lật ngược ảnh theo chiều trái – phải. Hệ hai lăng kính phản xạ toàn phần đặt như vậy làm thành một hệ "lăng kính lật hình" được dùng rất rộng rãi trong ống nhòm, kính tiềm vọng...

2.10. a) Ta nhận xét rằng :

$$\widehat{R} = 180^\circ - \widehat{Q} - \widehat{P} = 180^\circ - 45^\circ - 112,5^\circ = 22,5^\circ = \frac{45^\circ}{2}$$

Vậy, nếu từ R ta hạ đường RH vuông góc với PQ, thì RP là đường phân giác của góc QRH của tam giác vuông cân QRH. Do đó, giống như bài 2.9 trên, ta có thể coi lăng kính PQR là một nửa của lăng kính phản xạ toàn phần

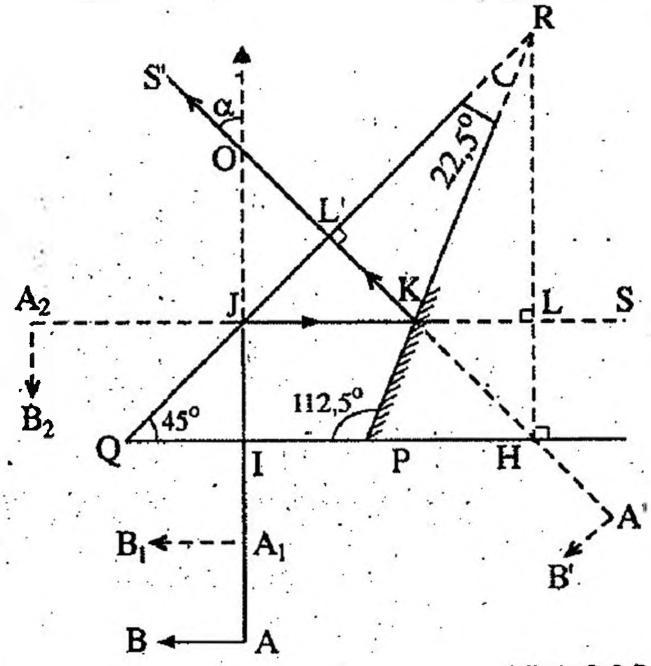
QRH và đầu tiên, hãy xác định ảnh A_2B_2 của AB, cho bởi lăng kính QRH. Ta hãy tính cạnh a = QH của lăng kính này. Trong tam giác vuông QRH (H.2.9G), đường phân giác RP chia cạnh đối QH thành hai đoạn QP và PH tỉ lệ với hai cạnh kề RQ và RH, tức là :

$$\frac{PQ}{PH} = \frac{RQ}{RH} = \frac{a\sqrt{2}}{a} = \sqrt{2}$$

hay $$\frac{PQ}{PQ + PH} = \frac{\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} = \frac{c}{a}$$

do đó $a = c.\dfrac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}}$

Lăng kính QRH trước hết tạo một ảnh ảo A_1B_1 của vật AB, ảnh này dịch chuyển theo chiều truyền của ánh sáng, tức là lại gần PQ một đoạn :



Hình 2.9G

$$AA_1 = a.\left(1 - \frac{1}{n}\right) = c.\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}}\left(1 - \frac{1}{n}\right) \qquad (1)$$

Mặt huyền QR lại cho một ảnh A_2B_2 của A_1B_1, đối xứng với A_1B_1 qua mặt phẳng QR.

Vậy, A_2B_2 vuông góc với JA_2, tức là song song với JI, và điểm A_2 cách J một đoạn $JA_2 = JA_1 = JI + IA_1$.

Đối với lăng kính QRH, tia sáng AJ, sau khi phản xạ toàn phần tại J, sẽ ló ra khỏi mặt RH, theo đường JS vuông góc với RH. Nhưng tia này lại gặp mặt RP mạ bạc, nên nó bị phản xạ tại K, và ló ra khỏi mặt RQ, theo KS'. Mặt RQ đối xứng với mặt RH qua RP, mà KS lại vuông góc với RH, nên KS' cũng vuông góc với RQ, và làm với phương của tia tới AI một góc α, bằng góc Q, tức là 45^o. Vậy, đúng là tia sáng AI, qua lăng kính, đã quay một góc 45^o (quanh điểm O). Gương RP cho ảnh cuối cùng A'B', đối xứng với A_2B_2 qua RP. Điểm A' cách điểm K một khoảng : $KA' = KA_2 = KJ + JA_2 = KJ + JI + IA_1$ và cách mặt RQ một khoảng : $L'A' = L'K + KA' = L'K + KJ + JI + IA_1$

Nhưng JI = QI và KL' = KL, do đó : $L'A' = QI + JK + KL + IA_1 = a + IA_1$.

Theo trên $$IA_1 = IA - AA_1 = d - a.\left(1 - \frac{1}{n}\right) = d - a + \frac{a}{n}$$

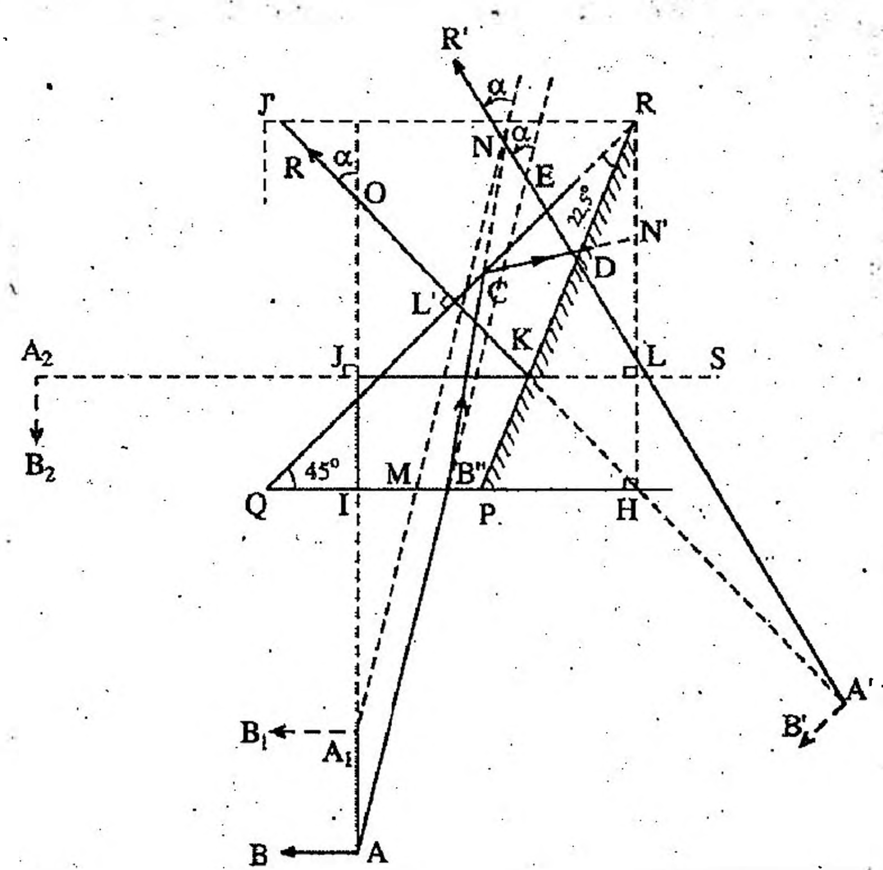
Do đó $\quad L'A' = a + IA_1 = a + d - a + \dfrac{a}{n} = d + \dfrac{a}{n}$

và $\quad L'A' = d + c.\dfrac{\sqrt{2}+1}{n\sqrt{2}}.$

"Ảnh A'B' là ảnh ảo, cách mặt QR một đoạn L'A' tính theo công thức trên, và suy được từ vật bằng một phép quay 45^o, theo chiều mà ta phải quay để đưa mặt RQ tới trùng với mặt RP".

Chú ý : Ta có thể áp dụng kết quả của bài 2.9, mà nói rằng tia AI phản xạ trên mặt RQ trước, rồi mới phản xạ trên mặt RP, nên đã quay quanh O một góc bằng hai lần góc QRP, tức là $\alpha = 2.22,5^{\circ} = 45^o$, theo chiều đưa RQ tới RP. Và kết quả này đúng với mọi tia sáng khúc xạ qua mặt QP.

b) Ta vẽ ảnh A_2B_2 theo cách đã làm trong bài 2.9 : vẽ điểm A_1 cách A một đoạn AA_1 tính theo a), rồi vẽ điểm A_2 đối xứng với A_1 qua RQ (chỉ cần lấy $JA_2 = JA_1$). Từ K hạ đường KL' vuông góc với RQ. Lấy trên KL' một đoạn $KA' = KA_2$. A' chính là ảnh của A (H.2.10G). Vẽ một tia sáng AB" bất kì. Từ A_1, vẽ đường song song với AB".



Hình 2.10G

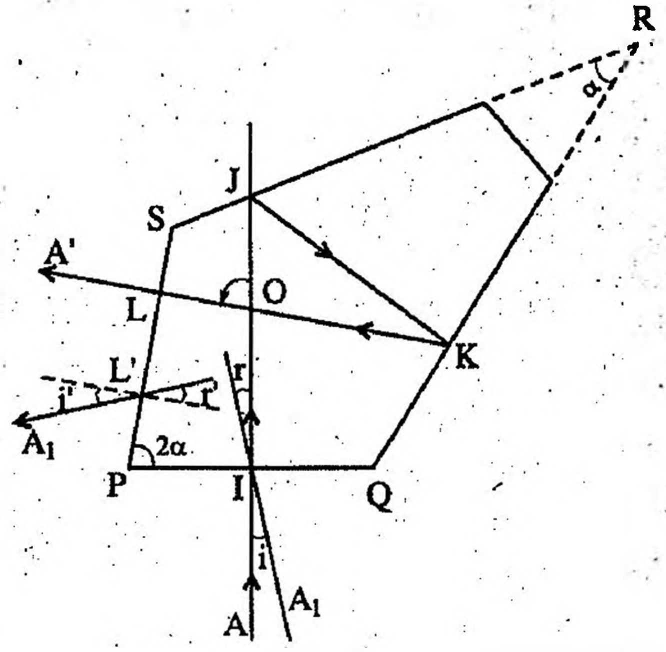
Đường này cắt QP và mặt phẳng qua R và song song với QP tại M và N. Nối B"N ta được tia khúc xạ trong lăng kính. Tia này cắt QR tại C.

Lấy trên RH một đoạn RN' = RN. Nối CN' ta được tia phản xạ tại C. Tia này cắt RP tại D. Lại lấy trên RQ một đoạn RE = RN'. Nối DE ta được tia phản xạ tại D. Nối EA' ta được tia ló ra khỏi lăng kính.

2.11. a) Vẽ tia sáng

Tia AI rọi vuông góc vào mặt PQ, qua PQ không bị lệch, gặp mặt RS tại J và phản xạ theo JK, lại phản xạ lần nữa trên mặt RQ, theo KL, rồi ló ra theo LA' qua mặt PS (H.2.11G).

Đường đi IJKL của tia sáng được thực hiện hoàn toàn trong thuỷ tinh, và trên đường đó, tia sáng phản xạ liên tiếp trên hai gương RS và RP làm với nhau một góc α. Do đó, theo bài 1.11 tia KL đã quay, đối với tia IJ một góc 2α, theo chiều mà ta phải quay để đưa mặt RS tới trùng với mặt RP (chiều ngược với kim đồng hồ, trên hình 2.11G). .



Hình 2.11G

Tứ giác PIOL có hai góc đối P và O bù nhau, vậy hai góc I, L cũng bù nhau. Do góc I vuông, nên góc L cũng vuông, tức là : "Tia ló ra khỏi mặt PS cũng vuông góc với mặt ấy".

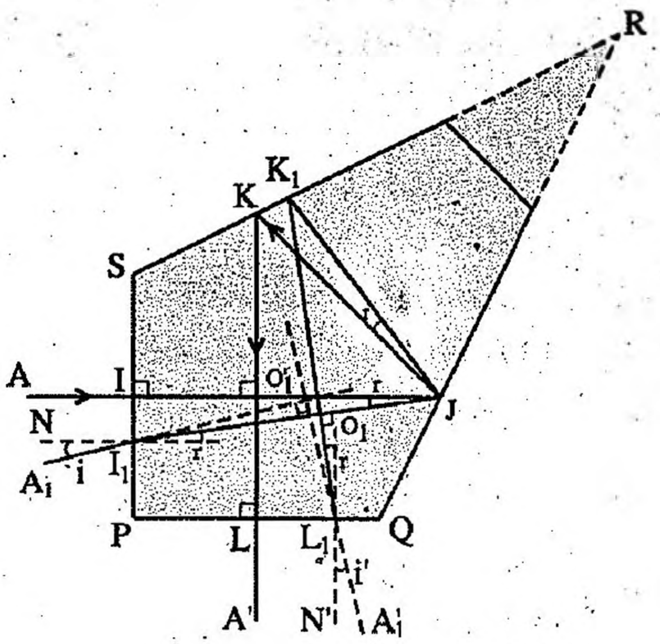
b) Xét tia sáng A_1I, tới điểm I của mặt PQ dưới một góc i nhỏ. Tia này khúc xạ qua mặt PQ, dưới góc r sau đó, cũng phản xạ liên tiếp tại J' và K' trên hai gương RS và RQ, rồi tới điểm L' của mặt PS. Trên đường đi IJ'K'L' tia sáng cũng chịu hai phản xạ, như tia trước, nên tia K'L' cũng làm một góc 2α với tia IJ', do đó cũng tạo với pháp tuyến của mặt PS một góc r, theo cùng một chiều. Do đó, cuối cùng, tia sáng cũng ló ra khỏi mặt PS dưới góc i, như tia tới A_1I, và cũng ở cùng một bên pháp tuyến L'N' như tia A_1I, tức là tia phản xạ cũng quay so với tia tới một góc 2α, theo chiều mà ta phải quay để đưa gương RS tới trùng với gương RP.

Tóm lại, lăng kính này có tác dụng làm cho mọi tia sáng vào một trong hai mặt PQ, hoặc PS, khi ló ra khỏi mặt kia, sau khi quay một góc 2α, bằng chính góc P.

2.12. a) Kết quả thu được trong bài 211 trên cho thấy rằng, nếu góc 2α bằng một góc vuông, thì một tia sáng bất kì AI, rọi vào một mặt của góc vuông, sẽ ló ra khỏi mặt kia, theo phương vuông góc với tia tới.

Lăng kính phản xạ toàn phần chỉ làm lệch một góc 90^o những tia sáng rọi vuông góc với mặt góc vuông, và nếu một vật đặt trước một mặt của góc vuông, thì lăng kính cho một ảnh đối xứng với vật qua mặt huyền của lăng kính, nên ảnh không cùng chiều hoàn toàn với vật. Với lăng kính này, thì không nhất thiết phải cho ánh sáng rọi vuông góc, và ảnh của mọi vật hoàn toàn bằng vật, tức là vừa bằng về độ lớn, vừa cùng cả mọi chiều.

b) Tia AI tới trung điểm I của mặt PS và có góc tới i = 0 ló ra khỏi mặt PQ sau khi quay 90^o cũng sẽ vuông góc với mặt đó. Vậy, tia sáng truyền một cách đối xứng qua lăng kính, tức là ló ra qua trung điểm L của PQ. Do đó, để vẽ tia sáng, ta chỉ việc vẽ hai đường lần lượt qua I, L và lần lượt vuông góc với PS và PR. Chúng gặp hai mặt RQ và RS lần lượt tại K và L. Nối KL, ta có đầy đủ tia sáng AIJKLA' (H.2.12G).



Hình 2.12G

Để vẽ tia A_1I_1 tới mặt PS dưới góc i, chúng ta nhận xét rằng tia này khúc xạ trong lăng kính dưới góc $r \approx \frac{i}{n}$, tức là tạo với tia trước chính góc r ấy. Do đó, từ điểm J, ta vẽ hai tia JI_1 và JK_1, đối xứng nhau qua pháp tuyến JO của mặt RS, và làm với hai tia JI và JK cùng một góc r. Từ K_1, ta lại hạ đường K_1H vuông góc với JI_1, đường này gặp mặt PQ tại L_1. Từ I_1 và L_1, lần lượt vẽ hai pháp tuyến IN và L_1N' của hai mặt PQ, PS, rồi vẽ hai tia I_1A_1 và L_1A_1' làm với hai pháp tuyến ấy cùng một góc i.

Vẽ thật cẩn thận, cho đúng, sẽ phải thấy đường kéo dài của I_1A_1 và L_1A_1' vuông góc với nhau.

2.13. a) Áp dụng công thức (2.11) ta được :

$$\sin\frac{D_{min}+A}{2} = n.\sin\frac{A}{2} \Leftrightarrow \sin\frac{D_{min}+60^o}{2} = 1,53.\sin\frac{60^o}{2} = 1,53.\frac{1}{2}$$

b) Góc tới hạn ở mặt tiếp xúc thuỷ tinh – không khí là i_{gh} có :

$$\sin i_{gh} = \frac{1}{n} = \frac{1}{1,53} = 0,6536$$

và $\quad i_{gh} \approx 40,49' \qquad$ do đó $\quad r' < 40^o49'$

và $\quad r \geq A - i_{gh}$

$$r \geq 60^o - 40^o49' \quad \Rightarrow r \geq 19^o11'$$

do đó : sini = 0,5027 và $i \simeq 30^o11'$.

"Góc tới của tia sáng tối thiểu phải là $30^o11'$ ".

2.14. Áp dụng các công thức (2.6), (2.7), (2.8) và (2.9) ta được :

$$\sin r = \frac{\sin i}{n} = \frac{\sin 75^o}{1,53} = \frac{0,9659}{1,53}$$

$$= 0,6313 \Rightarrow r \approx 39^o15'$$

Góc r bây giờ lại lớn hơn góc A. Ta chứng minh dễ dàng rằng công thức (2.8) bây giờ phải viết (H.2.13G) :

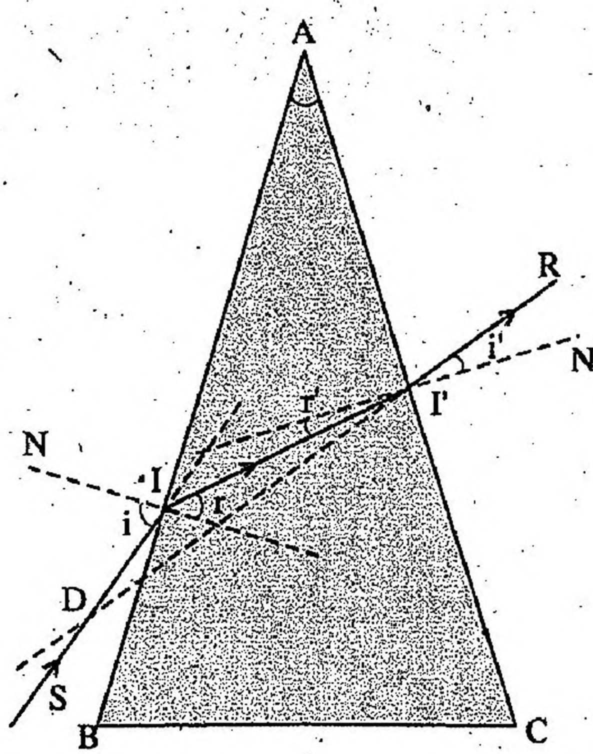
$$r - r' = A \Rightarrow r' = r - A$$

$$r' = 39^o15' - 30^o = 9^o15'$$

$$\sin i' = n.\sin r' = 1,53.\sin 9^o15'$$

$$\sin i' = 1,53.0,1607 = 0,2459$$

$$i' = 14^o14'$$



Hình 2.13G

Hình 2.13G lại cho thấy :

$$i - r = D + i' - r'$$

$$D = i - i' - (r - r') = i - i' - A$$

$$D = 75^o - 14^o,14' - 30^o \Rightarrow D = 40^o46'$$

Hình vẽ cho thấy rằng, tuy tia ló IN' lệch khỏi pháp tuyến về phía đỉnh lăng kính, nhưng so với tia tới AI, tia ló vẫn lệch về phía đáy lăng kính.

Chú ý. Đối với góc ló i', trong trường hợp này, ta có thể coi như công thức (2.8) vẫn áp dụng được, vì theo quy ước về dấu, góc i' và r' bây giờ phải có giá trị âm. Với góc lệch D cũng vậy.

2.15. a) Điều kiện đối với góc tới i_1 trong trường hợp này, vẫn là

$$i_1 < i_l \text{ với } \sin i_l = n.\sin(A - r_{gh})$$

$$\sin i_I = 1,53\sin(30^o - 40^o49') = -1,53.0,1877$$

$$\sin i_I = -0,2872 \quad \Rightarrow \quad i_I = -16^o42'$$

"Để tia sáng ló ra được khỏi mặt AC, khi tia tới mặt AB từ phía đỉnh lăng kính, thì góc tới i_1 không được lớn quá $16^o42'$ ".

b) $\sin r_1 = \dfrac{\sin i_1}{n} = \dfrac{\sin 10^o}{1,53} = \dfrac{0,1736}{1,53} = 0,1135$ $\qquad r_1 = 6^o31'$

$r_1' = r_1 + A = 6^o31' + 30^o$ $\qquad r_1' = 36^o31'$

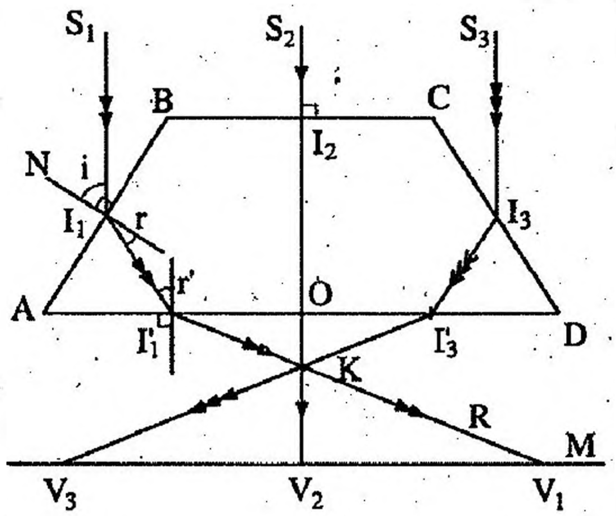
$\sin i_1' = n.\sin r_1' = 1,53.0,5951 = 0,9105$ $\qquad i_1' = 65^o34'$

$D = i_1' - i_1 - A = 65^o34' - 10^o - 30^o$ $\qquad D = 25^o34'$

"Tia sáng vẫn bị lệch về phía đáy của lăng kính".

Vậy : "Khi n > 1, thì với mọi góc A, và với mọi góc tới i – thoả mãn điều kiện có tia ló – thì tia ló đều lệch về phía đáy lăng kính".

2.16. a) Tia S_2I_2 qua bản mặt song song, theo phương vuông góc với mặt bản, vậy không bị lệch. Do đó, S_2I_2 sau khi qua O, lại rọi vuông góc với màn M. Vậy, vết sáng V_2 do tia này tạo trên màn ở chân đường vuông góc hạ từ O xuống màn (H.2.14G).



Hình 2.14G

Tia S_1I_1 qua lăng kính tam giác đều ABO dưới góc $i = NI_1S_1$. Hai cạnh của i vuông góc với hai cạnh của A, vậy $i = 60^o$. Góc khúc xạ r của tia S_1I_1 được tính theo sini = n.sinr.

$$\sin 60^o = 1,732.\sin r \quad \text{hay} \quad \frac{\sqrt{3}}{2} = 1,732.\sin r$$

Lấy $\sqrt{3} \approx 1,732$ ta được $r = 30^o$ và $r' = A - r = 30^o$.

r' bằng r, vậy tia S_1I_1 tới lăng kính dưới góc lệch cực tiểu, và I_1' là trung điểm của AO. Tia I_1R cũng ló ra khỏi AO dưới góc $i' = 60^o$, và làm với AO một góc 30^o, $I_1'R$ và OV_2 cắt nhau tại K và vết sáng V_1 do I_1R tạo trên màn M ở cách V_2 một khoảng :

$$V_2V_1 = V_2V_3 = KV_2.\tan 60^o = KV_2.\sqrt{3} = OV_2.\sqrt{3} - OI'_1$$

$$V_3V_2 = V'_2V_1 = d.\sqrt{3} - OI'_1 = 20\sqrt{3} - 1,5$$

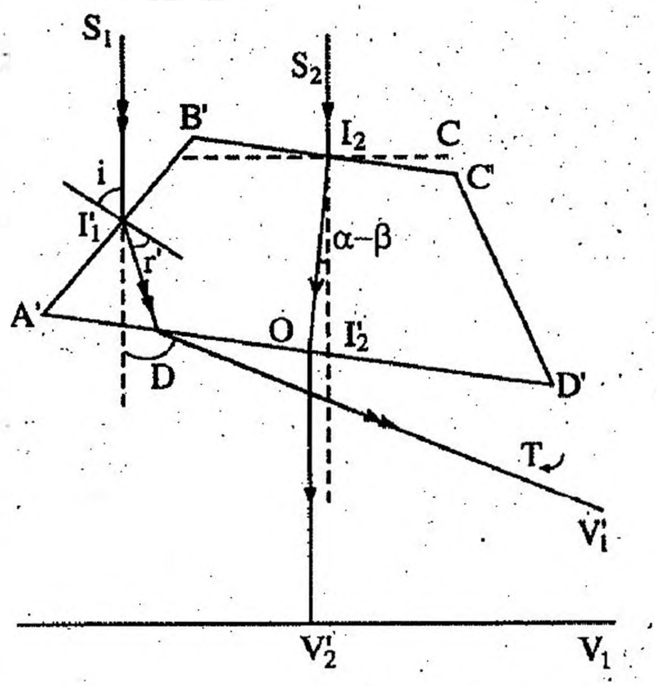
hay $$V_3V_2 = V_2V_1 \approx 33,14 \text{ cm}$$

b) Cho lăng kính xoay một góc nhỏ α, theo chiều mũi tên T, thì tia sáng S_2I_2 chỉ bị dịch chuyển ngang, tức là V_2 dịch chuyển theo chiều của T một đoạn (H.2.15G):

$$\Delta x = \frac{1,5\sqrt{3}.\sin(\alpha - \beta)}{\cos\beta}, \text{ với } \beta = \frac{\alpha}{n})$$

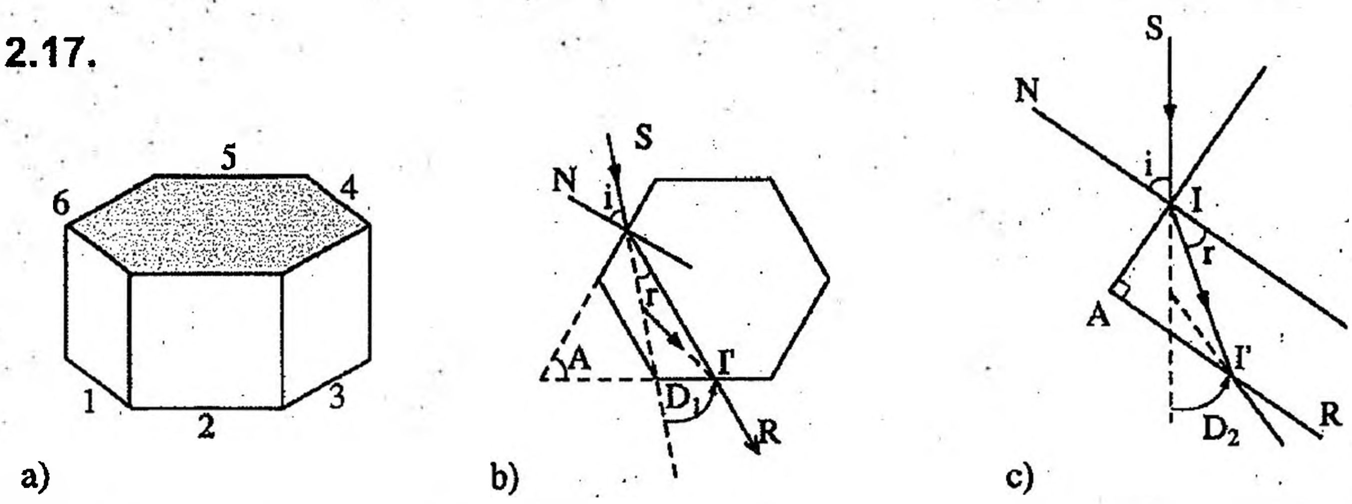
$$\approx 1,5\sqrt{3}\left(1 - \frac{1}{n}\right)\alpha \text{ cm}$$

Góc lệch D của hai tia S_1I_1 và S_3I_3, dù lăng kính quay theo chiều nào, cũng chỉ tăng (vì ban đầu D đã cực tiểu), và hai vết sáng V_1, V_3 đều dịch chuyển ra xa V_2.



Hình 2.15G

2.17.



Hình 2.16G

Góc tới hạn i_{gh} của nước đá được xác định bởi :

$$\sin i_{gh} = \frac{1}{n} = \frac{1}{\frac{4}{3}} = \frac{3}{4} = 0,75 \quad \Rightarrow \quad i_{gh} \approx 48^o35'.$$

Hình 2.16Ga là hình phối cảnh của khối nước đá. Theo hình này, ta thấy mặt số 1 làm với các mặt số 2 và số 6 một lăng kính có góc chiết quang 120^o, với các mặt số 3 và số 5 một lăng kính có góc chiết quang 60^o, với mặt số 4 một bản mặt song song và với hai đáy một lăng kính có góc chiết quang 90^o. Lăng kính 120^o có $120^o > 2.48^o35'$, không thể cho tia ló với bất kì góc tới nào. Do đó, khi xoay khối lăng trụ, ta chỉ có thể cho tia sáng SI hoặc qua lăng kính 60^o, hoặc qua lăng kính 90^o. Vậy ta được hai góc lệch cực tiểu khác nhau.

a) Với lăng kính 60^o, thì $r_{min} = \dfrac{A}{2} = 30^o$ và :

$$\sin i_{min} = \frac{4}{3}\sin 30^\circ = \frac{4}{3}.\frac{1}{2} = \frac{2}{3} \approx 0{,}6667 \quad \text{hay} \quad i_{min} \approx 41^o50'$$

Do đó $\quad D_1 = 2.(i_{min} - r_{min}) = 2.11^o50' \quad$ hay $\quad D_1 = 23^o40'$

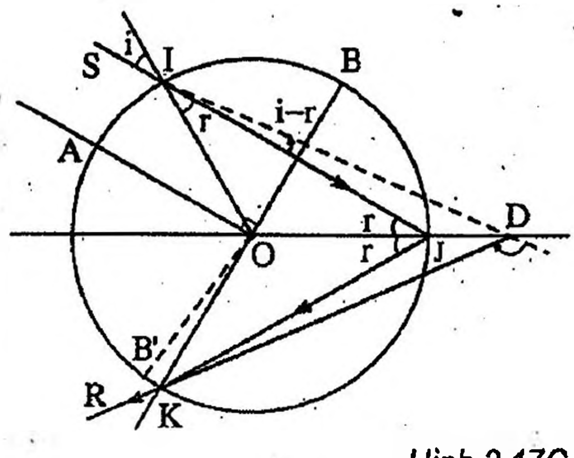
b) Với lăng kính 90^o, thì $r_{min} = \dfrac{90}{2} = 45^o$ và :

$$\sin i_{min} = \frac{4}{3}\sin 45^o = \frac{4}{3}.\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \approx 0{,}94280 \text{ hay } i_{min} = 70^o32'$$

Do đó $\quad D_2 = 2.(i_{min} - r_{min}) = 2.25^o32' \quad$ hay $\quad D_2 = 51^o04'$

Chú ý : Mây tích là những đám mây ở cao trên 10 – 20 km, nên hơi nước thường đóng thành những hạt băng nhỏ, có dạng trên. Khi một đám mây như vậy ở xen giữa Mặt Trời (hoặc Mặt Trăng) và mắt ta, thì các tia sáng Mặt Trời bị các hạt băng làm lệch theo mọi hướng. Số hạt băng rất lớn, lại định hướng một cách lộn xộn. Nhưng theo hai phương làm với tia sáng Mặt Trời hai góc D_1 và D_2 trên, các tia sáng được tập trung nhiều hơn, và nhìn theo hai hướng ấy, ta thấy nền trời sáng hơn. Các điểm sáng hơn ấy làm thành hai vòng tròn lớn, mà tâm là Mặt Trời. Đó là hai cái tán, và hiện tượng này cũng gọi là hiện tượng tán.

2.18. a) Hình 2.17G biểu diễn đường đi của tia sáng chịu một lần phản xạ. Hình vẽ cho thấy rằng tia sáng SI lần lượt quay một góc (i – r) tới J, lại quay tiếp một góc (π – 2r) tới K, và cuối cùng, một góc (i – r) nữa, để thành tia KR. Vậy, góc lệch D, hay góc quay toàn phần của tia sáng bằng tổng của ba góc quay trên, tức là :



Hình 2.17G

$$D = (i - r) + (\pi - 2r) + (i - r)$$

$$D = \pi + 2i - 4r \qquad (1)$$

b) Lấy đạo hàm của D theo i, ta có :

$$\frac{dD}{di} = 2 - 4\frac{dr}{di}$$

Từ công thức Snel – Đề-các : sini = n.sinr

ta suy ra : $\cos i.di = n.\cos r.dr$ do đó $\dfrac{dr}{di} = \dfrac{\cos i}{n.\cos r}$

$$\frac{dr}{di} = \frac{\cos i}{n.\sqrt{1 - \dfrac{\sin^2 i}{n^2}}} = \frac{\cos i}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}$$

và $$\frac{dD}{di} = 2 - \frac{4.\cos i}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}$$

Đạo hàm này triệt tiêu khi : $4.(n^2 - \sin^2 i) = 16.\cos^2 i \Rightarrow n^2 = 4 - 3\sin^2 i$

hay là $$\sin i_m = \sqrt{\frac{4 - n^2}{3}}$$

Dễ dàng thấy rằng, khi i tăng từ 0 đến 90^o, tức là khi điểm tới I của tia sáng SI dịch chuyển từ A (H.2.17G) đến B hoặc B', thì $\dfrac{dD}{di}$ ban đầu âm, triệt tiêu khi $i = i_m$, rồi dương, tức là D qua cực tiểu khi $i = i_m$.

Với $n = 1{,}333 \approx \dfrac{4}{3}$, ta được $\sin i_m = \sqrt{\dfrac{20}{27}} \approx 0{,}86066$

và $i_m = 59^o23'$ do đó $r_m \approx 40^o5'$

$$D_m = \pi + 2.59^o23' - 4.40^o25' \approx 138^o26'$$

hay $D_m \approx (\pi - 41^o34')$

c) Nếu tia sáng phản xạ thêm một lần nữa tại K, tức là nó quay thêm một góc $(\pi - 2r)$ nữa, thì góc lệch D thành :

$$D' = D + \pi - 2r = 2\pi + 2i - 6r$$

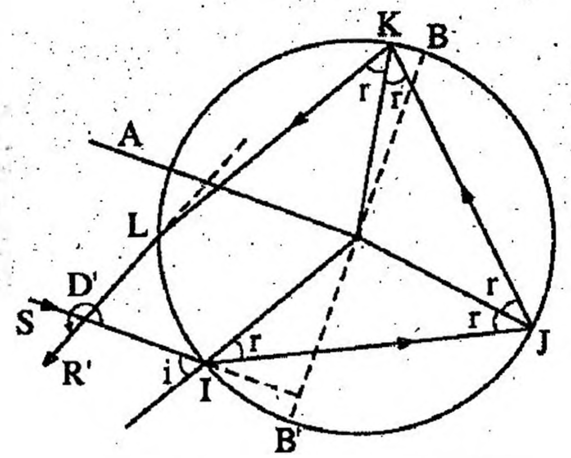
Tính tương tự như trên, ta được $\dfrac{dD'}{di} = 0$ khi $i = i'_m$

Với $\sin i'_m = \sqrt{\dfrac{9-n^2}{8}}$ do đó $\sin i'_m \approx 0{,}9501$

$$i'_m \approx 71^o50' \; ; \; r'_m \approx 45^o27'$$

và $D'_m \approx 180^o + 50^o58' \approx 51^o$

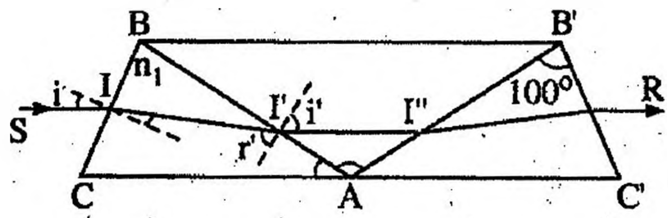
Trong trường hợp này, điểm tới I của tia sáng ở trên cung phần tư AB' (H.2.18G).



Hình 2.18G

Chú ý : Khi chùm ánh sáng Mặt Trời, coi như một chùm sáng song song, rọi theo phương SI vào các hạt nước nhỏ trong một đám mây, thì các tia sáng trong chùm bị các giọt nước phản xạ theo đủ mọi phương (vì điểm I phân bố đều khắp nửa mặt cầu BAB', nhưng theo hai phương ứng với hai góc lệch cực tiểu D_m và D'_m trên, các tia sáng được tập trung nhiều hơn, và nếu mắt nhìn theo hai hướng ấy, mắt sẽ nhận được nhiều ánh sáng hơn so với các hướng khác, và thấy nền trời sáng hơn. Các tia phản xạ KR và LR' từ vô vàn giọt nước ấy khi tới mắt, đều làm với phương SI của tia sáng Mặt Trời hai góc không đổi D_m và D'_m, tức là làm thành hai hình nón, mà đỉnh là mắt, và trục là đường vẽ từ mắt, song song với tia sáng Mặt Trời. Hai hình nón này cắt nền trời theo hai cung tròn, là cái cầu vồng và tay vịn của nó. Còn sự tạo thành 7 màu cầu vồng, là do ánh sáng Mặt Trời bị tán sắc khi khúc xạ qua mặt tiếp xúc nước – không khí.

2.19. Do lăng kính có một mặt phẳng đối xứng, và tia ló lại song song với tia tới, nên tia sáng phải truyền một cách đối xứng qua lăng kính ghép, tức là bên trong lăng kính A (lăng kính flin) tia sáng I'I" phải song song với đáy BB' của lăng kính (H.2.19G). Do đó :



Hình 2.19G

$$i' = \frac{A}{2} = \frac{120^o}{2} \quad \text{và} \quad \sin i' = \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0{,}8660$$

$$i = 90^\circ - \widehat{SIC} = 90^\circ - \hat{C} = 90^\circ - (180^\circ - \hat{B} - \widehat{BAC})$$

$$i = 90^\circ - 180^\circ + 100^\circ + 30^\circ = 40^\circ$$

Theo định luật khúc xạ, ta có :

$$\sin r = \frac{\sin i}{n_1} = \frac{\sin 40^\circ}{1,53} \approx \frac{0,6428}{1,53} = 0,4201 \quad \text{hay} \quad r \approx 24^\circ 50'$$

Trong lăng kính ABC, với góc chiết quang $B = 100^\circ$ ta cũng có :

$$r + r' = B \quad \text{suy ra} \quad r' = \hat{B} - r = 100^\circ - 24^\circ 50'$$

Áp dụng công thức Snel – Đề-các cho hai góc i' và r', ta được :

$$n_1 \sin r' = n_2 \sin i' \quad \text{do đó :} \quad n_2 = n_1 \frac{\sin r'}{\sin i'}$$

Với n = 1,53 ; sinr' = 0,9667 và sini' = 0,866, ta được :

$$n_2 = \frac{1,53.0,9667}{0,866} = 1,53.1,1628 = 1,7079 \quad \text{hay} \quad n_2 \approx 1,708$$

2.20. Góc lệch D của một tia sáng khi qua một lăng kính có góc chiết quang A được tính theo công thức :

$$D = i + i' - A \quad \text{với} \quad A = r + r'$$

Ở độ lệch cực tiểu, thì $r = r' = \dfrac{A}{2}$ và $i = i' = \dfrac{D_{min} + A}{2}$.

Theo định luật khúc xạ $\sin i = n.\sin r$

ta có $\sin \dfrac{D_m + A}{2} = n.\sin \dfrac{A}{2}$

Theo giả thiết $D_m = \dfrac{A}{2}$, và đẳng thức này thành :

$$\sin \frac{1}{2}\left(\frac{A}{2} + A\right) = n.\sin \frac{A}{2}$$

$$\sin\left(\frac{A}{2} + \frac{A}{4}\right) = n.\sin \frac{A}{2}$$

$$\sin \frac{A}{2}.\cos \frac{A}{4} + \cos \frac{A}{2}.\sin \frac{A}{4} = n.\sin \frac{A}{2}$$

$$2\sin\frac{A}{4}.\cos^2.\frac{A}{4}+\left(2\cos^2\frac{A}{4}-1\right).\sin\frac{A}{4}=2n.\sin\frac{A}{4}.\cos\frac{A}{4}$$

hay $$2\cos^2\frac{A}{4}+\cos\frac{A}{2}=2n.\cos\frac{A}{4}$$

thay $2\cos^2\frac{A}{4}=\left(1+\cos\frac{A}{2}\right)$, thì phương trình trở thành :

$$2\cos\frac{A}{2}+1=2n.\sqrt{\frac{1+\cos\frac{A}{2}}{2}}$$

Bình phương hai vế ta được : $\left(2\cos\frac{A}{2}+1\right)^2=2n^2.\left(1+\cos\frac{A}{2}\right)$

Đặt $\cos\frac{A}{2}=x$, ta được phương trình bậc hai :

$$4x^2+4x+1=2n^2(1+x)\Rightarrow 4x^2+(4-2n^2)x-(2n^2-1)=0$$

Biệt số của phương trình :

$$\Delta'=(2-n^2)^2+4(2n^2-1)=n^4+4n^2=n^2(n^2+4)$$

luôn luôn dương, và phương trình có hai nghiệm trái dấu. Do $\frac{A}{2}$ luôn nhỏ hơn 90°, nên $\cos\frac{A}{2}$ luôn luôn dương, và ta chỉ lấy nghiệm dương :

$$x=\cos\frac{A}{2}=\frac{n^2-2+n\sqrt{n^2+4}}{4}$$

a) Với $n^2=2$, $n=\sqrt{2}$, ta được :

$$x=\cos\frac{A}{2}=\frac{\sqrt{2}.\sqrt{2+4}}{4}=\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ suy ra } \frac{A}{2}=30^\circ \text{ hay } A=60^\circ$$

b) Với $n=1,45$; $n^2=2,1025$; $\sqrt{n^2+4}=\sqrt{6,1025}=2,470$ ta được :

$$x=\cos\frac{A}{2}=\frac{0,1025+1,45.2,47}{4}=\frac{3,6843}{4}=0,9211$$

Suy ra $A\approx 46^\circ$.

Chủ đề 3

3.3. Áp dụng hai công thức (3.2) :

a) $n_1 = 1$; $n_2 = 1{,}53$

$$x_1 = R\frac{n_2}{n_1} = 0{,}8.\frac{1{,}53}{1} = 1{,}224 \qquad x_1 = \overline{CA_1} = 1{,}224 \text{ cm}$$

$$x_2 = R\frac{n_1}{n_2} = \frac{0{,}8}{1{,}53} = 0{,}5228 \qquad x_2 = \overline{CA_2} = 0{,}52 \text{ cm}$$

b) $n_1 = \frac{4}{3}$; $n_2 = 1{,}53$

$$x_1 = 0{,}8.\frac{1{,}53}{\frac{4}{3}} = 0{,}2.3.1{,}53 = 0{,}918 \qquad x_1 = \overline{CA_1} \approx 0{,}92 \text{ cm}$$

$$x_2 = 0{,}8.\frac{\frac{4}{3}}{1{,}53} = \frac{0{,}8.4}{3.1{,}53} = 0{,}6971 \qquad x_2 = \overline{CA_2} \approx 0{,}70 \text{ cm.}$$

3.4. Trong cả ba trường hợp, để ảnh của vật vừa có tính tương điểm vừa có tính tương phẳng, phải đặt vật sao cho các tia sáng đi từ điểm A khi vào lưỡng chất phải tựa như đi từ điểm Vai-e-xtra-xơ trong của lưỡng chất, tức là : (xem bài 3.1).

$$\overline{CA_1} = R\frac{n_1}{n_2}$$

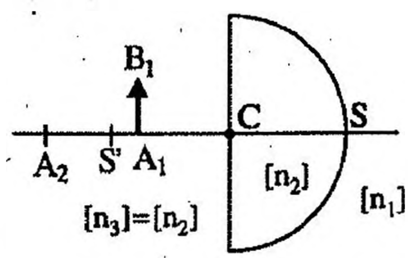
$n_1 = 1$ là chiết suất của môi trường tiếp xúc với chỏm cầu.

Do đó :

$$\overline{CA_1} = 4.\frac{1}{1{,}53} = 2{,}6143 \qquad CA_1 \approx 2{,}61 \text{ mm}$$

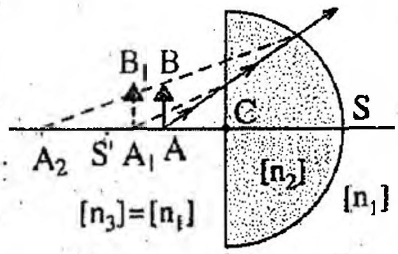
a) Môi trường chứa vật có cùng chiết suất với thuỷ tinh, nên về mặt quang học, ta có thể coi là vật được đặt trong thuỷ tinh. Vậy A_1 chính là điểm phải đặt vật, tức là :

"Phải đặt vật cách mặt phẳng đáy của bán cầu, chừng 2,61 mm" (H.3.1G).



Hình 3.1G

b) Môi trường chứa vật bây giờ có chiết suất $n_3 = 1$, các tia sáng đi từ A vào khối cầu phải khúc xạ qua mặt phẳng đáy, tức là qua một lưỡng chất phẳng, rồi mới tới lưỡng chất cầu. Để thoả mãn các điều kiện tương điểm và tương phẳng, thì ảnh của A qua lưỡng chất phẳng phải là điểm Vai-e-xtra-xơ A_1 (H.3.2G).



Hình 3.2G

Áp dụng công thức lưỡng chất phẳng :

$$\frac{n_1}{\overline{CA}} - \frac{n_2}{\overline{CA_1}} = 0$$

với $n_1 = 1$, $n_2 = 1{,}53$ và $\overline{CA_1} = -\frac{4}{1{,}53}$ ta được

$$\overline{CA} = \overline{CA_1}.\frac{n_1}{n_2} = -\frac{4}{1{,}53}.\frac{1}{1{,}53} = -1{,}7087 \qquad CA \approx 1{,}71 \text{ mm}$$

($\overline{CA}$ âm, vì A ở trước mặt phẳng đáy của bán cầu).

Vậy : "Phải đặt vật cách mặt phẳng đáy chừng 1,71 mm".

Chú ý : Chùm sáng đi từ A vào bán cầu là chùm sáng rộng, nên nói một cách thật chặt chẽ, thì không thể áp dụng công thức của lưỡng chất phẳng. Tuy nhiên, vì lớp môi trường n_1 mà ánh sáng phải đi qua trước khi vào bán cầu chỉ dày có vài milimét (với các vật kính của kính hiển vi còn ít hơn nữa), nên sai số trong các vị trí của A_1 không lớn, và có thể giảm bằng cách thu hẹp chùm sáng tới, nên cách tính đã làm là có thể chấp nhận được.

c) Môi trường chứa vật bây giờ là nước, có $n_3 = \frac{4}{3}$.

Thay n_1 bằng $\frac{4}{3}$ vào biểu thức của $\overline{CA}$ trên đây, ta được :

$$\overline{CA} = \overline{CA_1}.\frac{n_1}{n_2} = -\frac{4}{1{,}53}.\frac{4}{3.1{,}53} = -2{,}2783$$

$CA_1 \approx 2{,}28$ mm

3.5. a) Tam giác vuông CMH cho ta : $h = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{5^2 - 4{,}6^2}$

$$h = 1{,}9595 \approx 1{,}96 \text{ mm}$$

b) Giải như hai phần a) và c) trong bài 3.4 trên, ta được :

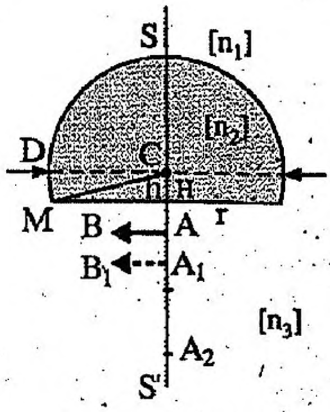
1. $CA_1 = R\dfrac{n_1}{n_2} = 5.\dfrac{1}{1,60} = 3,125$ mm

$HA_1 = CA_1 - CH = 3,125 - 1,96$

$HA_1 = 1,165$ mm

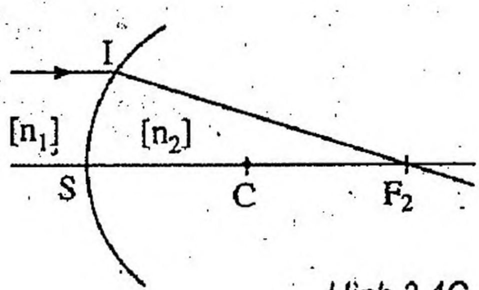
2. $HA = HA_1.\dfrac{n_3}{n_2} = 1,165.\dfrac{4}{3.1,6} = 0,9708$

$HA \approx 0,97$ mm.



Hình 3.3G

3.6. Vì hai tiêu điểm của lưỡng chất cầu đều thật cả, hoặc ảo cả nên ta chỉ cần chứng minh cho một tiêu điểm – tiêu điểm ảnh chẳng hạn – là đủ.



Hình 3.4G

1. *Trường hợp 1 :* $n_1 < n_2$.

Tiêu cự ảnh của lưỡng chất cầu được tính theo công thức (3.9) :

$$f_2 = \frac{-n_2 R}{n_1 - n_2}$$

Mẫu số của phân số là số âm, nên f_2 cùng dấu với R. Với lưỡng chất hội tụ, thì F_2 thật, f_2 dương, và R cũng dương. Tâm C của mặt cầu ở trên nửa dương của trục, tức là ở trong môi trường chiết suất $n_2 > n_1$ (H.3.4G).

Trái lại, với lưỡng chất cầu phân kì, thì F_2 ảo, f_2 âm và R cũng âm, tức là tâm C của mặt cầu ở trong môi trường có chiết suất $n_1 < n_2$.

2. *Trường hợp 2 :* $n_1 > n_2$

Mẫu số của phân số bây giờ là số dương và f_2 trái dấu với R. Ta chỉ cần đảo ngược hai kết quả trên.

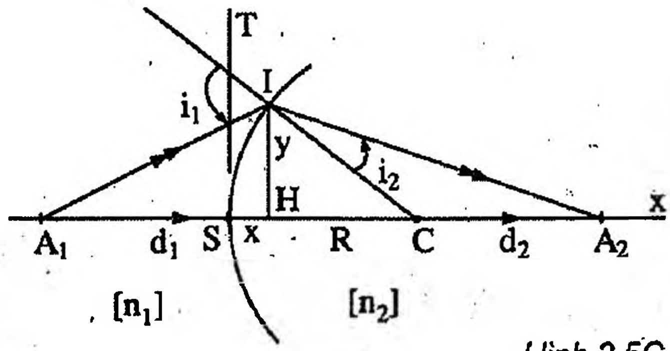
3.7. Chứng minh công thức liên hợp

S' (H.3.5G) là đỉnh của lưỡng chất cầu khẩu độ nhỏ, tâm C, bán kính R = SC. A_1 là một điểm sáng trên trục SC, trong môi trường chiết suất n_1. Ta vẽ hai tia sáng đi từ A_1 qua lưỡng chất cầu :

1. Tia AS qua mặt cầu, không bị lệch và tiếp tục truyền theo trục SC.

2. Tia AI, tới một điểm I của mặt cầu, dưới góc i_1 và khúc xạ trong môi trường chiết suất n_2, dưới góc i_2. Tia khúc xạ này gặp tia thứ nhất tại A_2.

Để A_2 là ảnh tương điểm của A_1 thì theo nguyên lí Féc-ma, quang trình của mọi tia sáng A_1IA_2, phải bằng nhau, khi I dịch chuyển trên chỏm cầu, và bằng quang trình của tia sáng đặc biệt A_1SA_2 tức là :



Hình 3.5G

$$(A_1IA_2) = (A_1SA_2)$$

Gọi d_1, d_2 là độ dài hình học của hai quãng truyền A_1S và SA_2, x, y là toạ độ của điểm I đối với hai trục SC và ST, thì ta có :

$$A_1I = \sqrt{(d_1 + x)^2 + y^2} \; ; \; IA_2 = \sqrt{(d_2 - x)^2 + y^2}$$

và ta có phương trình :

$$n_1A_1I + n_2IA_2 = n_1A_1S + n_2SA_2$$

hay là :

$$n_1\sqrt{(d_1 + x)^2 + y^2} + n_2\sqrt{(d_2 - x)^2 + y^2} = n_1d_1 + n_2d_2$$

$$n_1\sqrt{d_1^2 + 2d_1x + x^2 + y^2} + n_2\sqrt{d_2^2 - 2d_2x + x^2 + y^2} = n_1d_1 + n_2d_2 \quad (1)$$

I ở trên vòng tròn tâm C, bán kính R. Phương trình của vòng tròn này là :

$$(x - R)^2 + y^2 = R^2 \Rightarrow x^2 - 2Rx + R^2 + y^2 = R^2$$

$$x^2 + y^2 = 2Rx \qquad (2)$$

Thế giá trị này của $x^2 + y^2$ vào (1), ta được :

$$n_1\sqrt{d_1^2 + 2d_1x + 2Rx} + n_2\sqrt{d_2^2 - 2d_2x + 2Rx} = n_1d_1 + n_2d_2$$

$$n_1\sqrt{d_1^2 + 2x(d_1 + R)} + n_2\sqrt{d_2^2 - 2x(d_2 - R)} = n_1d_1 + n_2d_2 \quad (3)$$

Lưỡng chất cầu có khẩu độ nhỏ, tia sáng A_1I lại là tia bàng trục, nên I rất gần S, và x rất nhỏ so với d_1 và d_2, ta có thể khai hai căn trên bằng công thức gần đúng, và được :

$$n_1d_1\left[1 + \frac{x(d_1 + R)}{d_1^2}\right] + n_2d_2\left[1 - \frac{x(d_2 - R)}{d_2^2}\right] = n_1d_1 + n_2d_2$$

$$\frac{n_1x(d_1 + R)}{d_1} - \frac{n_2x(d_2 - R)}{d_2} = 0 \qquad (4)$$

Phương trình này cho thấy rằng, vì ta có thể đơn giản với x, nên sẽ được một hệ thức giữa d_1 và d_2 không phụ thuộc x, tức là "lưỡng chất cầu khẩu độ nhỏ có khả năng thoả mãn điều kiện tương điểm, với điểm sáng A_1 trên trục, chỉ gửi tới lưỡng chất những tia bằng trục".

Đơn giản với x, và bỏ hai dấu ngoặc, ta được :

$$n_1 + \frac{n_1 R}{d_1} - n_2 + \frac{n_2 R}{d_2} = 0$$

hay là : $$\frac{n_1}{d_1} + \frac{n_2}{d_2} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

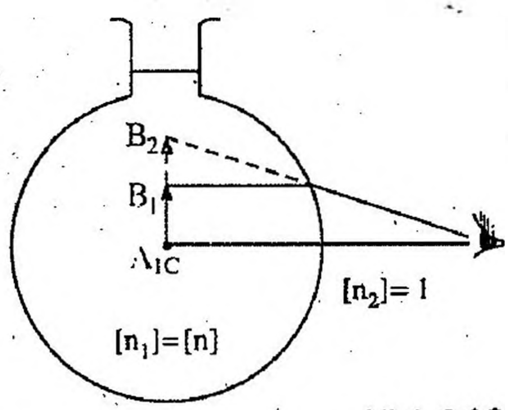
Lấy gốc toạ độ ở S, SC làm trục x, với chiều dương là chiều truyền của ánh sáng, và gọi p_1, p_2 lần lượt là hoành độ của A_1 và A_2 và $R = \overline{SC}$ là hoành độ của C thì $p_1 = -d_1$, $p_2 = d_2$; R vẫn được giữ nguyên, và phương trình trên thành :

$$-\frac{n_1}{p_1} + \frac{n_2}{p_2} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

hay là : $$\frac{n_1}{p_1} - \frac{n_2}{p_2} = \frac{n_1 - n_2}{R}$$

Đó chính là công thức (3.6) của lưỡng chất cầu.

3.8. 1. Dựa vào phần 1, trong mục 3.1c, ta có thể nói ngay rằng, vì A_1 ở tâm hình cầu, nên ảnh A_2 của nó cũng ở tâm hình cầu và ảnh A_2B_2 của cánh hoa A_1B_1 cũng đặt ở tâm hình cầu.



Hình 3.6G

Theo hình 3.6G, ta có $p_1 = p_2 = -R$, do đó độ phóng đại của ảnh A_2B_2 theo (3.12) là :

$$k = \frac{\overline{A_2B_2}}{\overline{A_1B_1}} = \frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{p_1}{p_2} = \frac{n_1}{n_2} = n \Rightarrow k = \frac{4}{3}.$$

2. a) Cánh hoa tiến 1 cm lại gần người quan sát.

Khi đó : $$p_1' = \overline{SA_1} = \overline{SC} = -5 + 1 = -4 \text{ cm}$$

Áp dụng công thức (3.6), ta được :

$$\frac{n_2}{p_2} = \frac{n_1}{p_1} - \frac{n_1 - n_2}{R} = \frac{4}{3(-4)} - \frac{\frac{4}{3} - 1}{-5} = -\frac{4}{15}$$

do đó : $p_2 = -\frac{15}{4} = -3{,}75 \qquad \Rightarrow p_2 = -3{,}75$ cm

p_2 âm, ảnh A_2B_2 vẫn là ảnh ảo.

Độ phóng đại của ảnh trong trường hợp này là :

$$k' = \frac{4}{3}.\frac{-3{,}75}{-4} = 1{,}25 \qquad \Rightarrow k' = 1{,}25 \text{ lần}$$

b) Cánh hoa ra xa thêm 1 cm : $p_1'' = -6$ cm

$$\frac{n_2}{p_2} = \frac{4}{3(-6)} + \frac{1}{15} = -\frac{2}{9} + \frac{1}{15} = -\frac{7}{45} \Rightarrow p_2 = -\frac{45}{7} = -6{,}428 \approx -6{,}43 \text{ cm}$$

$$k'' = \frac{4}{3}.\frac{-6{,}4286}{-6} = 1{,}4285 \qquad \Rightarrow k \approx 1{,}43 \text{ lần}$$

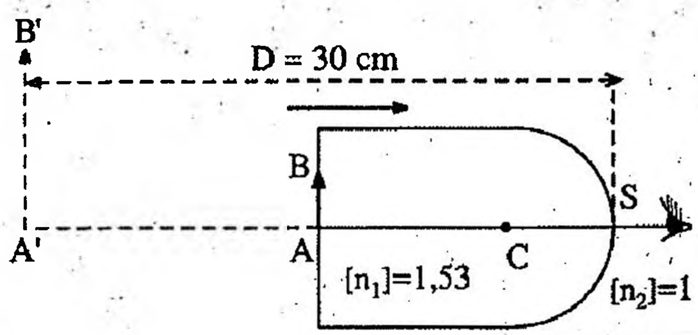
3.9. a) Áp dụng công thức (3.6) :

$$\frac{n_1}{p_1} - \frac{n_2}{p_2} = \frac{n_1 - n_2}{R}$$

với : $n_1 = n = 1{,}53$, $n_2 = 1$,

$p_2 = \overline{SA'} = -30$ cm,

$R = \overline{SC} = -3$ mm $= -0{,}3$ cm, ta được :



Hình 3.7G

$$\frac{1{,}53}{p_1} = \frac{1{,}53-1}{-0{,}3} + \frac{1}{-30}$$

$$\frac{1{,}53}{p_1} = -\frac{53}{30} - \frac{1}{30}$$

$$p_1 = -\frac{30.1{,}53}{54} = -0{,}85 \qquad \Rightarrow p_1 = \overline{SA} = -0{,}85 \text{ cm}$$

"Thanh thuỷ tinh có độ dài SA = l = 0,85 cm = 8,5 mm.

Độ phóng đại k của ảnh, theo (3.12) là

$$k = \frac{n_1}{n_2}.\frac{p_2}{p_1} = \frac{1{,}53}{1}.\frac{30}{0{,}85} = 54 \Rightarrow k = 54 \text{ lần}$$

b) Khi vật dịch chuyển một đoạn Δp_1, thì ảnh dịch chuyển một đoạn Δp_2, và ta vẫn có :

$$\frac{n_1}{p_1 + \Delta p_1} - \frac{n_2}{p_2 + \Delta p_2} = \frac{n_1 - n_2}{R}$$

Do đó : $$\frac{n_1}{p_1} - \frac{n_1}{p_1 + \Delta p_1} = \frac{n_2}{p_2 + \Delta p_2} - \frac{n_2}{p_2}$$

$$\frac{n_1.\Delta p_1}{p_1(p_1 + \Delta p_1)} = \frac{-n_2\Delta p_2}{p_2(p_2 + \Delta p_2)}$$

$$\Delta p_2 = -\frac{n_1}{n_2}.\frac{(p_2 + \Delta p_2)p_2}{(p_1 + \Delta p_1)p_1}.\Delta p_1$$

$$\Delta p_2 \approx -\frac{n_1}{n_2}.\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^2 \Delta p_1$$

Với $\Delta p_1 = -0{,}01$ mm, $p_2 = -30$ cm, $p_1 = -0{,}85$ cm, $n_2 = 1{,}53$; $n_1 = 1$, ta được :

$$\Delta p_2 = -1{,}53.(-0{,}01).\left(\frac{-30}{-0{,}85}\right)^2 = 19{,}0588 \text{ mm} \Rightarrow \Delta p_2 \approx 1{,}9 \text{ cm}$$

Δp_2 dương, tức là $p_2 + \Delta p_2 = -30 + 1{,}9 = -28{,}1$ cm, tức là ảnh lại gần S hơn. Độ phóng đại của ảnh bây giờ là

$$k' = \frac{n_1}{n_2}.\frac{(p_2 + \Delta p_2)}{(p_1 + \Delta p_1)} = 1{,}53.\frac{-28{,}1}{-0{,}849} = 50{,}63 \Rightarrow k' \approx 51 \text{ lần}$$

Chú ý. Tính trực tiếp p_2, với $p_1 = -0{,}849$ cm, ta được :

$p_2' = 28{,}2059 \approx 28{,}2$ cm, chỉ chênh lệch với giá trị trên đây 0,1 cm.

3.10. Về nội dung, bài này chỉ khác bài 3.9 trên ở một chi tiết, là ảnh A_2B_2 của vật A_1B_1 đặt ở vô cực. Như vậy, điểm A_1 phải trùng với tiêu điểm vật của lưỡng chất cầu. Vậy : $f_1 = \overline{SA_1} = -1{,}8$ cm.

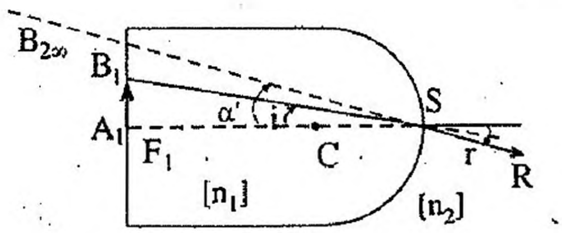
Từ công thức (3.10) : $$f_1 = \frac{n_1R}{n_1 - n_2}$$

ta suy ra : $$R = \frac{(n_1 - n_2)f}{n_1} = \frac{(1{,}5 - 1)(-1{,}8)}{1{,}5} = -0{,}6$$

$$\Rightarrow \quad R = -0{,}6 \text{ cm}$$

Gọi Đ là khoảng thấy rõ ngắn nhất của người quan sát, và A_1B_1 là độ dài của vật, thì góc trông vật là : $\alpha = \frac{A_1B_1}{Đ}$

Mắt đặt ở S trông thấy ảnh B_2 của điểm B_1 ở vô cực, theo hướng của tia ló SR, nhưng ngược chiều. Tia SR là tia ló ứng với tia B_1S, tới điểm S, dưới góc i, và ló ra khỏi S dưới góc r, nên :



Hình 3.8G

$$n_1\sin i = n_2\sin r = \sin r.$$

Do i và r đều nhỏ, nên ta có : $n.i = r$

Mà : $\tan i \approx i = \dfrac{A_1B_1}{SA_1} = \dfrac{A_1B_1}{|f|}$ do đó : $r \approx \dfrac{n.A_1B_1}{f}$

Hình 3.8G cho thấy rằng góc trông ảnh α' của A_2B_2 chính là r. Vậy, số bội giác thu được với kính lúp này là :

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} = n.\frac{AB}{f}.\frac{Đ}{A_1B_1} = \frac{nĐ}{f}$$

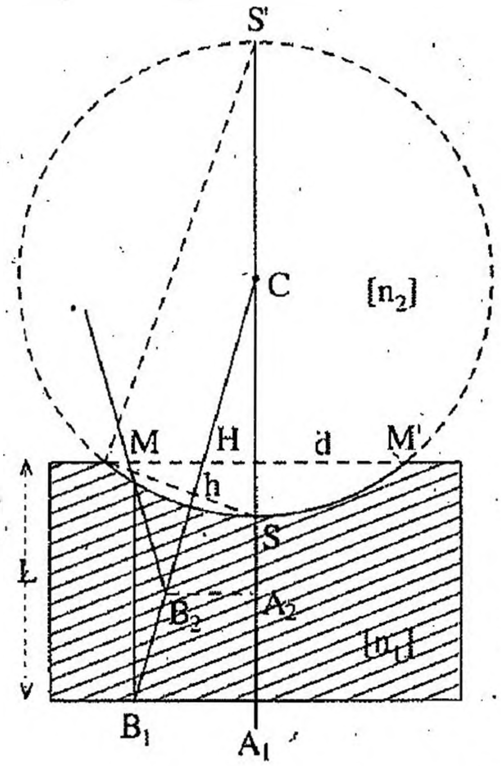
Nếu thay kính này bằng một kính lúp thường, có tiêu cự f_0, thì số bội giác thu được là : $$G_0 = \frac{Đ}{f_0}$$

Để $G_0 = G$, ta phải chọn : $$f_0 = \frac{f}{n}$$

tức là : "Kính lúp Stan-hốp tiêu cự f tương đương với một kính lúp thường, có cường số lớn gấp n lần".

3.11. Bài này chỉ khác hai bài 3.9 và 3.10 trên ở chỗ, chỏm cầu lồi được thay bằng một chỏm cầu lõm.

Hình 3.9G biểu diễn mặt cắt của cái gạt tàn. S là đỉnh của chỏm cầu lõm, H là chân đường vuông góc hạ từ S xuống mặt phẳng của miệng hõm, đồng thời cũng là tâm của đường tròn miệng hõm, có đường kính MM' = d = 3 cm. SH = h = 5 mm = 0,5 cm là độ sâu của hõm. A_1B_1 là vật sáng, đặt sát đáy cái gạt tàn, L = 3 cm là chiều cao của cái gạt tàn.



Hình 3.9G

Vậy cái gạt tàn là một lưỡng chất cầu, gồm hai môi trường, có chiết suất $n_1 = 1,53$ và $n_2 = 1$, ngăn cách bởi chỏm cầu đỉnh S, bán kính SC. Ta tính SC.

Tam giác MSS' có góc M vuông, và đường cao ứng với cạnh huyền MH. Hệ thức lượng trong tam giác vuông cho ta :

$$\overline{MH}^2 = \overline{SH}.\overline{HS}' \Rightarrow \left(\frac{d}{2}\right)^2 = h.S'H \quad \text{hay} \quad \overline{HS}' = \frac{d^2}{4h}$$

$$HS' = \frac{3.3}{4.0,5} = 4,5 \text{ cm}$$

Do đó : $$CS = \frac{1}{2}(SH + HS') = \frac{1}{2}(0,5 + 4,5) \Rightarrow SC = R = 2,5 \text{ cm}$$

Vật sáng A_1B_1 đặt trong môi trường $[n_1]$ cách đỉnh S của lưỡng chất cầu một khoảng $A_1S = A_1H - HS = 3 - 0,5 = 2,5$ cm. Lấy S làm gốc toạ độ, và chiều dương hướng lên, thì $\overline{SA_1} = p_1 = -2,5$. Vị trí A_2 của ảnh A_2B_2, xác định bởi $p_2 = \overline{SA_2}$ được tính theo công thức (3.6) :

$$\frac{n_1}{p_1} - \frac{n_2}{p_2} = \frac{n_1 - n_2}{R} \quad \text{hay là} \quad \frac{1,53}{-2,5} - \frac{1}{p_2} = \frac{1,53-1}{2,5}$$

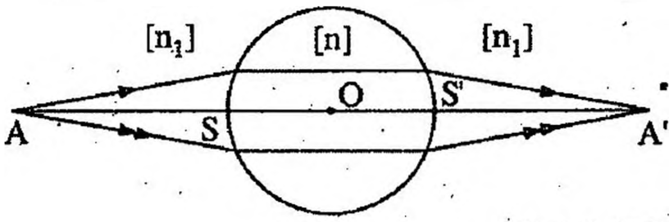
$$\frac{-1,53}{2,5} - \frac{0,53}{2,5} = \frac{1}{p_2} \Rightarrow p_2 = -\frac{2,5}{2,06} = -1,213 \quad \Rightarrow \quad p_2 \approx -1,21 \text{ cm}$$

Độ phóng đại của ảnh là :

$$k = \frac{n_1}{n_2}.\frac{p_2}{p_1} = \frac{1,53}{1}.\frac{(-1,21)}{(-2,5)} = 0,7405 \qquad \Rightarrow k \approx 0,74$$

Kết luận : "p_2 âm, vậy ảnh A_2B_2 ảo ở trước S, cách S một khoảng 1,21 cm. k dương, vậy ảnh cùng chiều vật, và cao bằng 0,74 vật".

3.12. a) Hai điểm A và A' (H.3.10G) đối xứng với nhau qua tâm O của khối cầu, nên các tia sáng truyền một cách đối xứng từ A đến A', tức là bên trong quả cầu, các tia sáng phải song song với đường kính AA' (H.3.10G).



Hình 3.10G

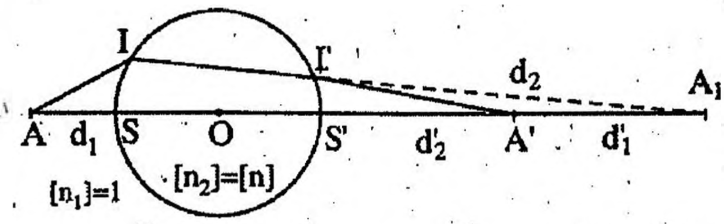
Như vậy, A là tiêu điểm vật của lưỡng chất cầu S, và A' là tiêu điểm ảnh của lưỡng chất cầu S'. Tiêu cự vật f_1 của lưỡng chất cầu S được tính theo công thức (3.10)

$$f_1 = \overline{SA} = \frac{n_1R}{n_1 - n_2} = \frac{1.R}{1-1,5} = -2R$$

và : $\quad \overline{OA} = \overline{OS} + \overline{SA} = -R - 2R = -3R = -15\text{ cm} \Rightarrow AO = 15\text{ cm}$

Do A' đối xứng với A, qua O, nên ta cũng có : $\overline{OA'} = -\overline{OA} = 15\text{ cm}$

b) OA' = 2OA, tức là A' ở xa khối cầu hơn A, vậy, so với trường hợp trên, A bây giờ ở gần khối cầu hơn.



Hình 3.11G

Đặt $x = \overline{OA}$, thì

$$p_1 = \overline{SA} = \overline{SO} + \overline{OA} = R + x = x + 5$$

Lưỡng chất cầu S cho một ảnh A_1 của A, ở cách S một khoảng p_2, xác định bằng công thức (3.6)

$$\frac{n_1}{p_1} - \frac{n_2}{p_2} = \frac{n_1 - n_2}{R} \qquad (1)$$

A_1 dùng làm vật đối với lưỡng chất cầu S' và ở cách S' một khoảng p_1', với :

$$p_1' = p_2 - SS' = p_2 - 2R \qquad (2)$$

Lưỡng chất cầu S' lại cho một ảnh A' của A_1, ở cách S' một khoảng p_2' tính theo :

$$\frac{n_2}{p_1'} - \frac{n_1}{p_2'} = \frac{n_2 - n_1}{-R} \qquad (3)$$

Ta lại có : $\quad \overline{OA'} = \overline{OS'} + \overline{S'A'} = R + p_2'$

Theo giả thiết : $\quad |\overline{OA'}| = 2|\overline{OA}|$. Vậy, ta có phương trình :

$$R + p_2' = -2x \quad \text{do đó} \quad p_2' = -2x - R \qquad (4)$$

Thế $p_1 = x + 5$ vào (1), rồi giải hệ 4 phương trình từ (1) đến (4), ta sẽ tính được x, theo các dữ kiện R, n_1 và n_2. Giải bằng chữ như vậy, tuy không khó về nguyên tắc, nhưng khá dài và không thật cần thiết, nên ta thế luôn các giá trị bằng số vào, để tính toán cho nhanh. Ta được lần lượt :

$$\frac{1}{x+5} - \frac{1,5}{p_2} = \frac{1-1,5}{5} = \frac{-0,5}{5} = \frac{-1}{10} \qquad (1')$$

$$p_1' = p_2 - 10 \qquad (2')$$

$$\frac{1,5}{p'_1} - \frac{1}{p'_2} = \frac{1,5-1}{-5} = -\frac{1}{10} \qquad (3')$$

$$p'_2 = -2x - 5 \qquad (4')$$

Từ (1'), ta rút ra : $\frac{1,5}{p_2} = \frac{1}{x+5} + \frac{1}{10} = \frac{15+x}{10(x+5)} \Rightarrow p_2 = \frac{15(x+5)}{x+15}$

$$p'_1 = p_2 - 10 = \frac{15(x+5)}{x+15} - 10 = \frac{5(x-15)}{x+15}$$

Thế giá trị này của p'_1 và giá trị của p'_2 lấy từ (4') vào (3') ta được phương trình :

$$\frac{1,5(x+15)}{5(x-15)} - \frac{1}{-2x-5} = -\frac{1}{10} \qquad (5)'$$

Khai triển, khử mẫu số và rút gọn, cuối cùng, ta được :

$$8x^2 + 90x = x(8x+90) = 0$$

Loại nghiệm tầm thường x = 0, phương trình này có một nghiệm :

$$x = \overline{OA} = -11,25.$$

Vậy OA = 11,25 cm.

"A phải đặt trước khối cầu, cách tâm O một khoảng 11,25 cm".

(Mời bạn đọc thử lại !)

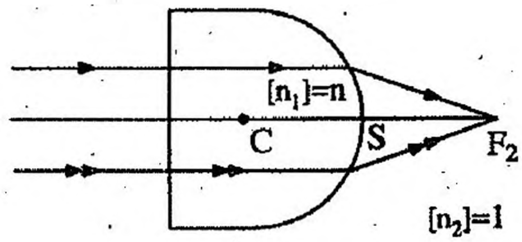
3.13. Ta phân biệt hai trường hợp :

a) Chùm sáng rọi vuông góc với mặt phẳng (H.3.12G). Chùm sáng qua lưỡng chất phẳng không bị khúc xạ, nên sau khi qua lưỡng chất cầu vẫn hội tụ tại tiêu điểm ảnh F_2 của lưỡng chất cầu, như khi lớp thuỷ tinh dày vô hạn. Vậy, ta có (theo 3.9) :

$$\overline{SF_2} = f_2 = \frac{-n_2 R}{n_1 - n_2}$$

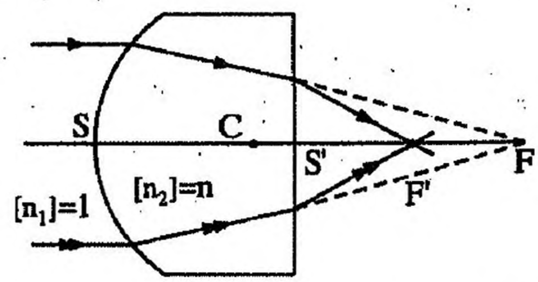
$$\overline{SF_2} = \frac{-(-5)}{1,62-1} = 8,0645$$

$$\overline{SF_2} \approx 8,06 \text{ cm}$$



Hình 3.12G

b) Chùm sáng rọi vào mặt cầu (H.3.13G). Nếu thấu kính đủ dày, để điểm hội tụ của chùm sáng vẫn nằm trong thuỷ tinh, thì điểm F ấy vẫn là tiêu điểm ảnh, nhưng của lưỡng chất cầu lồi với $n_1 = 1$ và $n_2 = n = 1,6$. Vẫn áp dụng công thức (3.9), nhưng bây giờ, ta được :



Hình 3.13G

$$SF = f_2 = \frac{-n_2R}{n_1 - n_2} = \frac{-1,62.5}{1 - 1,62} = 13,0645 \quad \Rightarrow \overline{SF} \approx 13,06 \text{ cm}$$

Nhưng lớp thuỷ tinh chỉ dày có e = 3 cm, nên chùm sáng ló lại bị khúc xạ qua lưỡng chất phẳng S'. Đối với lưỡng chất phẳng này, F là vật ảo, ở cách đỉnh S' của lưỡng chất một khoảng :

$$p_1 = SF - SS' = \frac{1,62.5}{0,62} - 3 = \frac{8,1 - 1,86}{0,62} = \frac{6,24}{0,62} = 10,0645 \text{ cm}$$

Do đó, F có một ảnh F', ở cách S' một khoảng p_2, với :

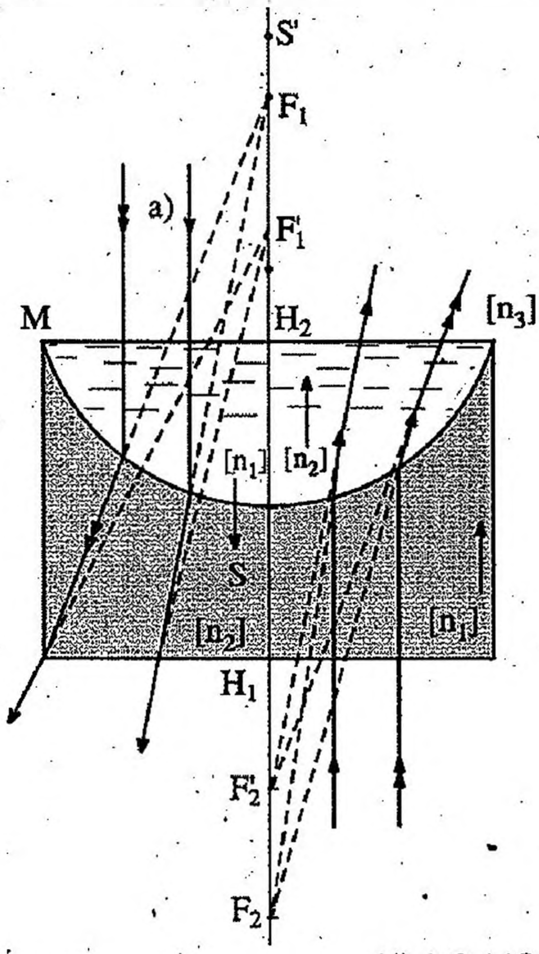
$$p_2 = \frac{n_2}{n_1}.p_1 = \frac{1}{1,62}.\frac{6,24}{0,62} = 6,2126 \quad \Rightarrow S'F' \approx 6,21 \text{ cm}$$

"Điểm hội tụ của chùm sáng cách mặt phẳng của thấu kính chừng 6,21 cm".

3.14. Bài này giống như trường hợp b) của bài trên, nhưng chỏm cầu thuỷ tinh lại là chỏm cầu lõm, và tiếp xúc với nước. Do đó cách làm cũng giống như với câu b) bài trên, trong cả hai trường hợp.

Ta cũng phân biệt hai trường hợp.

a) Chùm sáng đi từ trên xuống (xem nửa trái của hình 3.14G). Như ta đã thấy trong bài 3.13 trên, đối với chùm sáng này, thì lớp nước không có tác dụng gì. Lưỡng chất cầu hội tụ chùm sáng vào tiêu điểm ảnh F_1, F_1 lại dùng làm vật thật đối với lưỡng chất phẳng thuỷ tinh H_1, lưỡng chất này cho ta ảnh F_1' của F_1.



Hình 3.14G

Lấy chiều truyền của ánh sáng – từ trên xuống – làm chiều dương, thì trong công thức (3.9), ta phải lấy $n_1 = \frac{4}{3}$ (chiết suất nước) và $n_2 = 1,53$.

Trước hết ta tính bán kính R của mặt cầu. Lặp lại cách làm trong bài 3.11, và gọi S' là điểm xuyên tâm đối với S trên mặt cầu, ta có :

$$\overline{MH_2}^2 = \left(\frac{D}{2}\right)^2 = \overline{H_2S}.\overline{H_2S'} \quad \text{do đó :} \quad \left(\frac{70,4}{2}\right)^2 = 21.H_2S'$$

và : $\overline{H_2S'} = \dfrac{(35,2)^2}{21} = 59,0019$

do đó : $2R = \overline{SH_2} + \overline{H_2S'} = 21 + 59$ và $R \approx 40$ mm

Áp dụng công thức (3.9), ta được :

$$\overline{SF_1} = \frac{-n_2.R}{n_1 - n_2} = \frac{-1,53(-40)}{\frac{4}{3} - 1,53} \approx \frac{61,2}{-0,20} \Rightarrow \overline{SF_1} = -306 \text{ mm}$$

$\overline{SF_1}$ âm, vậy tiêu điểm F_1 ảo. Tuy là điểm ảo, nhưng đối với lưỡng chất phẳng H_1, nó lại phải coi như một điểm sáng thật, và ở cách mặt phẳng của lưỡng chất – tức là đáy dưới của khối trụ – một khoảng H_1F_1 với

$$\overline{H_1F_1} = p_1 = \overline{H_1H_2} + \overline{H_2F_1} = \overline{H_1H_2} + \overline{H_2S} + \overline{SF_1}$$

$$p_1 = -40 + 21 - 306 = -325 \text{ mm}$$

Áp dụng công thức lưỡng chất phẳng : $\dfrac{n_1}{p_1} - \dfrac{n_2}{p_2} = 0$

với : $n_1 = 1,53$; $n_2 = 1$; $p_1 = -325$, ta được :

$$p_2 = H_1F_1' = \frac{n_2}{n_1}p_1 = \frac{-325}{1,53} = -212,418 \quad \Rightarrow \quad \overline{H_1F_1'} \approx -212,5 \text{ mm}$$

Vậy F_1' ở cách mặt nước :

$$H_2F_1' = 212,5 - 40 = 172,5 \text{ mm} \qquad\qquad H_2F_1' = 172,5 \text{ mm}$$

"Chùm sáng song song, rọi từ trên xuống mặt nước, khi ló ra khỏi mặt thuỷ tinh, thì trở thành một chùm phân kì. Đường kéo dài của các tia ló gặp nhau tại điểm F_1' trên trục hình trụ, cao hơn mặt nước, cách mặt đó một khoảng 172,5 mm".

b) Chùm sáng đi từ dưới lên (H.3.14G, nửa bên phải)

Làm tương tự câu a) ta được lần lượt :

$$\overline{SF_2} = \frac{-\frac{4}{3}.40}{1,53 - 1,33} \approx \frac{-53,3}{0,20} \approx -266,6 \qquad SF_2 \approx 266,7 \text{ mm}$$

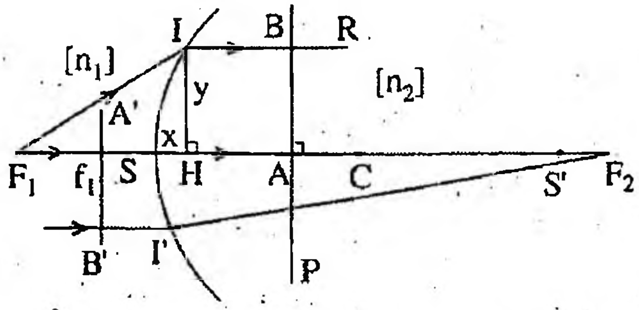
$$p_1 = \overline{H_2S} + \overline{SF_2} = -21 - 266,7 = -287,7$$

$$p_2 = \frac{n_2}{n_1}p_1 = -\frac{287,7}{\frac{4}{3}} = -215,77 \qquad H_2F_2' = p_2 \approx -215,8 \text{ mm}$$

Và : "F_2' cách đáy thuỷ tinh, về phía dưới 175,8 mm".

3.15. Chứng minh hai công thức cho tiêu cự của lưỡng chất cầu.

a) Tiêu cự vật f_1



Hình 3.15G

Từ tiêu điểm vật F_1 của lưỡng chất, ta vẽ hai tia sáng :

1. Tia F_1S đi theo trục của lưỡng chất (H.3.15G).

2. Tia F_1I tới điểm I bất kì trên chỏm cầu, và cho tia khúc xạ IR song song với trục SC.

Vẽ một mặt phẳng P vuông góc với hai tia sáng và cắt hai tia ấy lần lượt tại A và B. Quang trình của hai tia sáng ấy, từ P tới vô cực, là bằng nhau. Do đó, nếu F_1 là tiêu điểm vật của lưỡng chất cầu, thì theo nguyên lí Féc-ma, quang trình của hai tia sáng, từ F_1 tới mặt phẳng P phải bằng nhau, không phụ thuộc điểm I, tức là : $(F_1IB) = (F_1SA)$

$$n_1.F_1I + n_2.IB = n_1.F_1S + n_2.SA \qquad (1)$$

Trong bài 3.7, ta đã chứng minh được rằng :

– Nếu gọi x, y là hai toạ độ của điểm I, thì phương trình của mặt cầu, là

$$x^2 + y^2 = 2Rx$$

Ta lại có : $F_1I = \sqrt{\overline{F_1H}^2 + \overline{HI}^2} = \sqrt{(\overline{F_1S} + \overline{SH})^2 + \overline{HI}^2} = \sqrt{(x + f_1)^2 + y^2}$

với $\overline{F_1S} = |f_1|$.

Thế vào (1), ta được : $n_1\sqrt{(x + f_1)^2 + y^2} + n_2.\overline{IB} = n_1f_1 + n_2.SH + n_2.\overline{HA}$

Bỏ hai số hạng bằng nhau $n_2.\overline{IB}$ và $n_1.\overline{HA}$ ở hai vế, ta được :

$$n_1\sqrt{f_1^2 + 2f_1x + x^2 + y^2} = n_1f_1 + n_2x$$

$$n_1\sqrt{f_1^2 + 2Rx + 2f_1x} = n_1f_1 + n_2x$$

$$n_1f_1\sqrt{1 + \frac{2x(R + f_1)}{f_1^2}} = n_1f_1 + n_2x$$

Lưỡng chất cầu có khẩu độ nhỏ, các tia F_1I lại là tia bàng trục, nên I rất gần S, và x rất nhỏ so với R và f_1, ta có gần đúng :

$$n_1f_1\left[1+\frac{x(R+f_1)}{f_1^2}\right]=n_1f_1+n_2x \quad \text{và} \quad n_1\frac{(R+f_1)}{f_1}=n_2$$

do đó : $$f_1=\frac{-n_1R}{n_1-n_2}$$

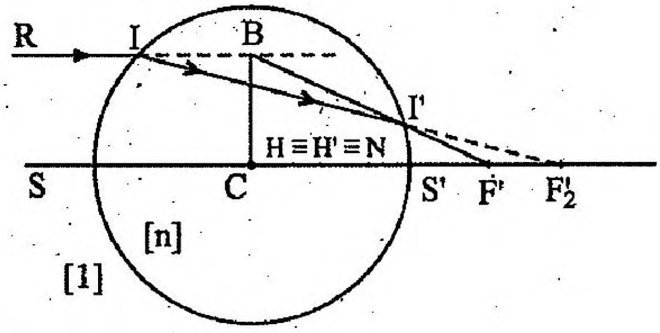
Khi tính các quang trình, ta chỉ xét các độ dài hình học, do đó, đã đặt $\overline{F_1S}=|f_1|$. Nhưng theo quy ước thông thường, ta định nghĩa tiêu cự vật f_1 là độ dài đại số của vectơ $\overline{SF_1}$. Vì vậy biểu thức trên, đúng với F_1S, phải đổi dấu mới đúng cho $\overline{SF_1}$.

b) Tiêu cự f_2

Với f_2, ta cũng làm như trên, nhưng phải vẽ mặt phẳng P' vuông góc với một tia tới song song với trục (xem H.3.15G, nửa dưới).

Chủ đề 4

4.4. Ta có thể trả lời ngay rằng, do một tia sáng bất kì nào qua tâm C của mặt cầu cũng cho tia ló thẳng hàng với tia tới ; nên hai góc u, u' do hai tia ấy tạo với trục chính SC luôn luôn bằng nhau, nên C chính là điểm nút N của quả cầu.



Hình 4.1G

Mặt khác, do hai môi trường trước và sau quả cầu cũng là không khí, nên C – do điểm nút N trùng với điểm chính – cũng đồng thời là điểm chính H.

Ta kiểm nghiệm lại kết quả này bằng cách giải, theo phương pháp tổng quát. Tìm tiêu điểm ảnh F' của hệ.

Vẽ một tia sáng RI song song với trục chính của lưỡng chất cầu có đỉnh S ; tia khúc xạ của nó cắt trục chính SC tại tiêu điểm ảnh F_2' của lưỡng chất cầu. Do đó (theo 3.9) :

$$\overline{SF_2'}=\frac{nR}{n-1}$$

Tia khúc xạ IF_2' gặp mặt cầu tại I' và ló ra khỏi quả cầu. Tia ló cắt trục chính SC tại điểm F', là tiêu điểm ảnh của hệ. Đồng thời F' cũng là ảnh của điểm vật ảo F_2' qua lưỡng chất cầu, đỉnh S'. Áp dụng công thức (3.6), ta được :

$$\frac{n}{\overline{S'F_2'}} - \frac{1}{\overline{S'F'}} = \frac{n-1}{\overline{S'C}} = \frac{n-1}{-R} \qquad (1)$$

Ta lại có : $\overline{S'F_2'} = \overline{SF_2'} - \overline{SS'} = \dfrac{nR}{n-1} - 2R = \dfrac{R(2-n)}{n-1}$

Thế vào (1) : $\dfrac{1}{\overline{S'F'}} = \dfrac{n}{\overline{S'F_2'}} + \dfrac{n-1}{R} = \dfrac{n(n-1)}{R(2-n)} + \dfrac{n-1}{R} = \dfrac{2(n-1)}{(2-n)R}$

$$\overline{S'F'} = \frac{(2-n)R}{2(n-1)} \qquad (2)$$

Xác định điểm chính.

Đường kéo dài của tia tới RI gặp đường kéo dài của tia ló I'F' tại B. Vậy B nằm trên mặt phẳng chính ảnh, và chân H' của đường vuông góc hạ từ B xuống trục chính, là điểm chính ảnh.

Ta tính S'H. Coi SI và S'I' là các đoạn thẳng, ta lần lượt xét hai cặp tam giác đồng dạng :

Cặp tam giác $F_2'S'I'$ và $F_2'SI$ cho ta :

$$\frac{\overline{S'I'}}{\overline{SI}} = \frac{\overline{F_2'S'}}{\overline{F_2'S}} = \frac{R\dfrac{2-n}{n-1}}{\dfrac{nR}{n-1}} = \frac{2-n}{n}$$

Cặp tam giác F'S'I' và F'HB cũng cho :

$$\frac{\overline{S'I'}}{\overline{HB}} = \frac{\overline{F'S'}}{\overline{F'H}} = \frac{(2-n)R}{2(n-1)\overline{F'H}} = \frac{2-n}{n} \quad (\text{do } \overline{HB} = \overline{SI})$$

Do đó :

$$\overline{F'H} = \frac{nR}{2(n-1)} = \frac{nR + 2R - 2R + nR - nR}{2(n-1)} = \frac{(2-n)R + 2(n-1)R}{2(n-1)}$$

$$\overline{F'H} = \frac{R(2-n)}{2(n-1)} + R = F'S' + R \qquad (3)$$

Đẳng thức này chứng tỏ rằng H trùng với tâm C của quả cầu.

Do tính đối xứng, nên tiêu điểm vật F là điểm đối xứng với F' qua C, và do $\overline{FH} = \overline{H'F'}$, nên H trùng với H'.

Tiêu cự của hệ : $f = \dfrac{nR}{2(n-1)}$ (4)

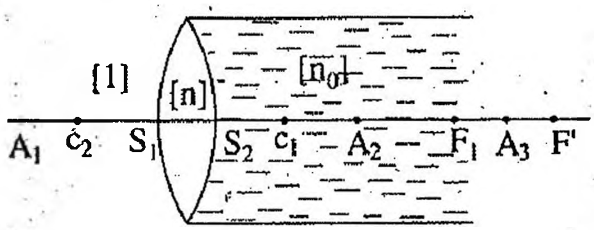
đúng bằng nửa tiêu cự ảnh của mỗi lưỡng chất cầu S, hoặc S'.

Ta có thể kết luận :

"Quả cầu trong suốt tương đương với một thấu kính mỏng, cùng trục chính, đặt tại tâm quả cầu và có tiêu cự lớn gấp n lần tiêu cự của thấu kính hai mặt lồi, có bán kính cong bằng bán kính quả cầu"

Áp dụng số ta được : $S'F_2' = R = 3$ cm ; $S_2'F' = \dfrac{R}{2} = 1{,}5$ cm ; $f = 4{,}5$ cm.

4.5. A_1 là một điểm sáng trên trục chính, trong môi trường 1, là không khí, có hoành độ $p_1 = \overline{S_1A_1}$; A_2 là ảnh của nó, cho bởi lưỡng chất cầu S_1 có bán kính R, chiết suất n. Theo công thức (3.6) ta có :



Hình 4.2G

$$\frac{1}{p_1} - \frac{n}{p_2} = \frac{1-n}{R} \qquad (1)$$

A_2 lại làm vật, đối với lưỡng chất cầu thứ hai gồm hai môi trường chiết suất n và n_0, ngăn cách bởi mặt cầu S_2 có bán kính R và được lưỡng chất cầu tạo ảnh A_3, cách S_2, tức cũng là S_1, một khoảng p_3, với :

$$\frac{n}{p_2} - \frac{n_0}{p_3} = \frac{n-n_0}{-R} \qquad (2)$$

Cộng từng vế hai phương trình (1) và (2), ta được :

$$\frac{1}{p_1} - \frac{n_0}{p_3} = \frac{1-n}{R} - \frac{n-n_0}{R} = \frac{n_0+1-2n}{R}$$

hay là

$$\frac{1}{p_1} - \frac{n_0}{p_3} = \frac{1-n_0}{R} \cdot \frac{n_0+1-2n}{1-n_0} \qquad (3)$$

Đây chính là công thức liên hợp của một lưỡng chất cầu, gồm hai môi trường không khí và nước, ngăn cách nhau bởi một mặt cầu, có bán kính :

$$R_{td} = R.\frac{1-n_0}{n_0+1-2n}$$

Với $n = 1{,}52$; $n_0 = \dfrac{4}{3}$; ta được : $R_{td} = \dfrac{R}{2{,}12}$

Áp dụng các công thức (3.9) và (3.10) cho lưỡng chất cầu tương đương này, ta được :

Tiêu cự vật : $$f = \frac{R_{td}}{1 - n_0} = \frac{R}{2,12.\left(-\frac{1}{3}\right)}$$

$$\Rightarrow f \approx -1,42R \Rightarrow f \approx -10,6 \text{ cm}$$

Tiêu cự ảnh : $$f' = -n_0 f = -\frac{4}{3}(-10,6) = 14,1313$$

$$f' \approx 14,1 \text{ cm}$$

Điểm chính và mặt phẳng chính

Thấu kính là một hệ hai lưỡng chất cầu, có đỉnh coi như trùng nhau, vì thấu kính được coi là mỏng. Đối với mỗi lưỡng chất, hai điểm chính vật và ảnh đều trùng với đỉnh lưỡng chất cầu, do đó, hai điểm chính của lưỡng chất cầu tương đương cũng trùng với đỉnh S chung của hai lưỡng chất cầu, – hay với quang tâm của thấu kính thì cũng thế – hai mặt phẳng chính trùng nhau, tại mặt phẳng qua quang tâm thấu kính và vuông góc với quang trục.

Điểm nút của hệ, tức điểm nút của lưỡng chất cầu tương đương nằm trong nước, cách tâm O của thấu kính :

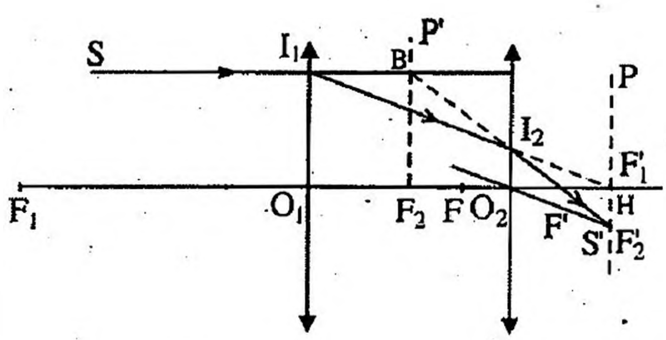
$$\overline{HN} = \overline{ON} = f + f' = -10,6 + 14,1 \qquad \Rightarrow \overline{ON} = 3,5 \text{ cm}$$

(N đúng là tâm của lưỡng chất cầu tương đương)

4.6. Hình 4.3G là sơ đồ của quang hệ.

• *Xác định tiêu điểm ảnh F'*

Vẽ tia tới SI_1 song song với trục chính. Tia khúc xạ I_1F_1' (phải qua tiêu điểm ảnh F_1' của O_1) gặp thấu kính O_2 tại I_2 lại khúc xạ một lần nữa, và cắt quang trục tại F', là tiêu điểm ảnh của hệ.



Hình 4.3G

Để xác định F' bằng cách vẽ, từ quang tâm O_2 vẽ tia sáng song song với I_2F_1' tia này gặp mặt phẳng tiêu – chứa tiêu điểm F_2' của O_2 – tại S' ; đó là tiêu điểm phụ ứng với phương của tia tới I_1I_2, vì vậy I_2S' là tia khúc xạ ứng với nó. Tứ giác $I_2F_2'S'O_2$ là hình bình hành, nên F' là trung điểm của O_2F_2',

do đó : $O_2F' = \frac{f_2}{2} = \frac{a}{2}$.

Đường kéo dài của tia tới SI_1 và của tia ló I_2F' cắt nhau tại điểm B, vậy B ở trên mặt phẳng chính ảnh, và đường BH' hạ từ B xuống quang trục cho ta điểm chính ảnh H'.

Hai tam giác đồng dạng $F_1'O_2I_2$ và $F_1'O_1I_1$ cho ta :

$$\frac{F_1'O_2}{F_1'O_1} = \frac{O_2I_2}{O_1I_1} = \frac{f_2}{f_1} = \frac{1}{3}$$

Hai tam giác đồng dạng $F'O_2I_2$ và F'H'B cũng cho ta :

$$\frac{F'O_2}{F'H'} = \frac{O_2I_2}{H'B} = \frac{O_2I_2}{O_1I_1} = \frac{1}{3} \quad \text{do đó} \quad \overline{H'F'} = 3F'O_2 = \frac{3}{2}a = f_{hệ}$$

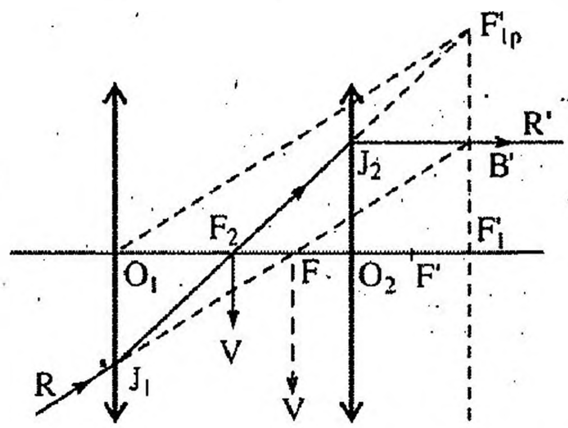
Vậy :

"Điểm chính ảnh H' là trung điểm của O_1O_2 và tiêu cự của hệ là $f = \frac{3}{2}a$".

• *Tiêu điểm vật F*

Vẽ tia J_2R' song song với trục chính. Tia liên hợp J_1J_2 (H.4.4G) của nó đối với O_2 phải đi qua tiêu điểm vật F_2 của O_2 (F_2 lại là trung điểm của O_1O_2). Tia liên hợp RJ_1 của J_1J_2 đối với O_1 cắt quang trục tại điểm F : đó chính là tiêu điểm vật của hệ. F ở sau O_1 là một điểm sáng ảo, ảnh của nó qua O_1 trùng với điểm F_2, do đó, ảnh của F qua hệ hai thấu kính O_1, O_2 đúng là ở vô cùng.

Để tìm F, ta nối J_2F_2, rồi kéo dài, cho nó gặp O_1 tại J_1 và gặp mặt phẳng tiêu qua F_1' tại F_{1p}', tiêu điểm phụ, ứng với phương của tia tới RJ_1 (tia liên hợp của J_1J_2). Do đó, nối F_{1p}' với O_1 để có trục phụ đó, rồi từ J_1, vẽ tia J_1R song song với nó ; RJ_1 kéo dài cắt trục tại F.



Hình 4.4G

Hai tam giác đồng dạng $F_2F'_{1p}O_1$ và F_2J_1F cho ta :

$$\frac{\overline{F_2F}}{\overline{F_2O_1}} = \frac{\overline{F_2J_1}}{\overline{F_2F'_{1p}}} = \frac{\overline{F_2O_1}}{\overline{F_2F'_1}} = \frac{1}{2} \text{ do đó : } \overline{F_2F} = \frac{a}{2}$$

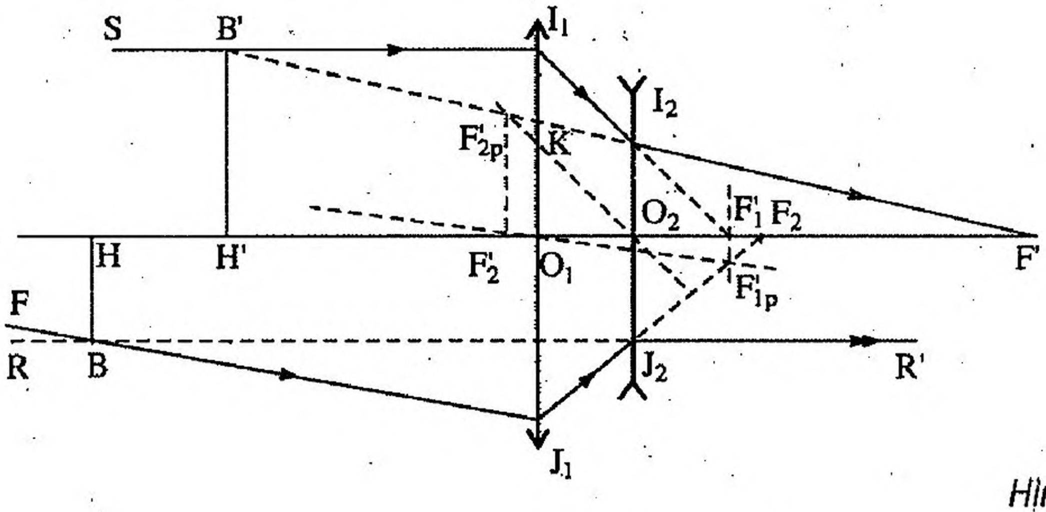
"Hai tiêu điểm F và F' đối xứng nhau qua O_2".

Đường kéo dài của tia tới RJ_1 gặp tia ló I_2R' tại điểm B'. Vậy B' nằm trên mặt phẳng chính vật. Do F_2 là trung điểm của J_1J_2, và J_2B' lại song song với F_2F, nên $J_2B' = 2F_2F = a$, tức là B ở trên mặt phẳng tiêu qua F'_1 ; nói cách khác F'_1 chính là điểm chính vật H.

Chú ý. F là tiêu điểm vật của hệ, vậy nếu đặt một vật phẳng, nhỏ V tại F, thì hệ sẽ cho một ảnh, ở xa vô cùng, mà mắt đặt sau O_2 có thể quan sát được không cần điều tiết. Nhưng F là một điểm ảo, nên vật V đặt được ở đó cũng phải là một vật ảo. Vật ảo này được tạo ra, nhờ một vật kính đặt trước hệ, chẳng hạn vật kính của một kính hiển vi, của một kính viễn vọng.

Do đó, thị kính Huy-ghen được gọi là thị kính âm, vì với tiêu điểm vật ở sau O_1, nó chỉ cho phép quan sát vật ảo.

4.7. Hình 4.5G là sơ đồ hệ quang học của ta.



Hình 4.5G

Để xác định tiêu điểm ảnh F' của hệ, ta vẽ tia tới SI_1 song song với quang trục. Tia liên hợp của nó đối với O_1 là $I_1F'_1$; tia này gặp O_2 tại I_2. Để vẽ tia ló, ta vẽ trục phụ O_2F_{2p} song song với tia I_1I_2. Giao điểm F'_{2p} của trục đó với mặt phẳng tiêu ảnh F_2' là tiêu điểm ảnh phụ, ứng với phương I_1I_2. Nối F_{2p}' với I_2, ta được tia ló, ứng với tia tới SI_1. Giao điểm của tia đó với trục chính là tiêu điểm ảnh F' của hệ. Còn giao điểm của nó với SI_1 là điểm B' ở trên mặt phẳng chính ảnh và đường B'H' hạ từ B' xuống quang trục là điểm chính ảnh H'.

Ta tính tiêu cự ảnh H'F' = f'. Hai tam giác đồng dạng $F_1'O_1I_1$ và $F_1'O_2I_2$ cho ta :

$$\frac{O_2I_2}{O_1I_1} = \frac{F_1'O_2}{F_1'O_1} = \frac{f_1' - e}{f_1'} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \quad \text{do đó : } \quad O_2I_2 = \frac{1}{2}O_1I_1$$

Trong tam giác $F_1'O_1I_1$, đường O_2F_{2p}' song song với I_1I_2, nên cắt O_1I_1 tại trung điểm K của O_1I_1, do đó : $O_1K = \frac{1}{2}O_1I_1$

Hai tam giác đồng dạng O_2O_1K và $O_2F_2'F_{2p}'$ cho ta :

$$\frac{O_1K}{F_2'F_{2p}'} = \frac{O_2O_1}{O_2F_2'} = \frac{e}{f_2} = \frac{3}{4} \quad \text{tức là} \quad O_1K = \frac{3}{4}F_2'F_{2p}'$$

So sánh hai giá trị của O_1K, ta được :

$$F_2'F_{2p}' = \frac{2}{3}O_1I_4 = \frac{4}{3}O_2I_2$$

Tỉ số đồng dạng của hai tam giác $F'F_2'F_{2p}'$ và $F'O_2I_2$ là :

$$\frac{F'F_2'}{F'O_2} = \frac{F_2'F_{2p}'}{O_2I_2} = \frac{4}{3} \quad \text{do đó : } \quad O_2F' = 3O_2F_2' = 3f_2$$

Hai tam giác đồng dạng F'H'B' và $F'O_2I_2$ cũng cho

$$H'F' = f' = 2O_2F' = 6f_2 \quad \text{tức là} \quad f' = \overline{H'F'} = 24 \text{ cm}$$

Ta có thể kiểm nghiệm lại giá trị này, bằng cách áp dụng công thức (4.13)

$$\frac{1}{f'} = -\frac{\Delta}{f_1f_2} = -\frac{F_1'F}{f_1f_2} = -\frac{1}{6(-4)} = \frac{1}{24} \Rightarrow f' = 24 \text{ cm}$$

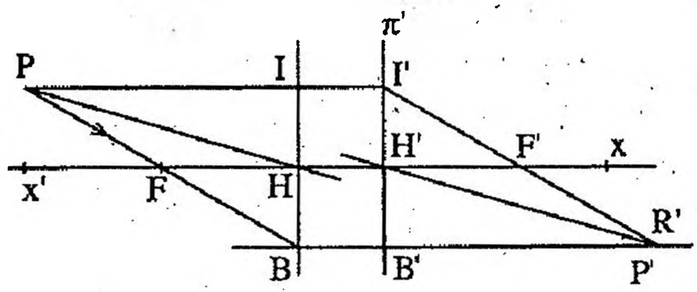
Để có tiêu điểm vật F và điểm chính vật H, ta vẽ tia ló J_2R' song song với trục chính, từ đó suy ra tia J_1J_2 liên hợp với nó qua O_2. Tia J_1J_2 gặp mặt phẳng tiêu ảnh F'_1 của O_1 tại F'_{1p}, là tiêu điểm phụ ứng với tia tới RJ_1. Do đó, từ J_1, vẽ tia RJ song song với $O_1F'_{1p}$. Tia này gặp trục chính tại tiêu điểm vật F, và gặp đường kéo dài của tia ló J_2R' tại điểm B, trên mặt phẳng chính vật.

Dễ dàng chứng minh rằng : $\overline{HF} = -\overline{H'F'} = -24$ cm.

Chú ý. Bài toán này cho thấy rằng, với vị trí này của O_2, tiêu cự của hệ đã lớn gấp 4 lần tiêu cự f_1, tuy khoảng cách từ O_1 đến F' chỉ bằng 15 cm. Đưa O_2 lại gần O_1 thêm, thì độ tăng ấy còn có thể tăng thêm. Đó là ưu điểm chủ yếu của vật kính chụp xa.

4.8. Vẽ tia sáng PF. Từ P' vẽ tia ló P'B' song song với trục chính. Giao điểm của PF với đường kéo dài của P'B' về phía trước, là một điểm B của mặt phẳng chính vật. Hạ BH vuông góc với trục chính tại H, H là điểm chính vật. Nối PH.

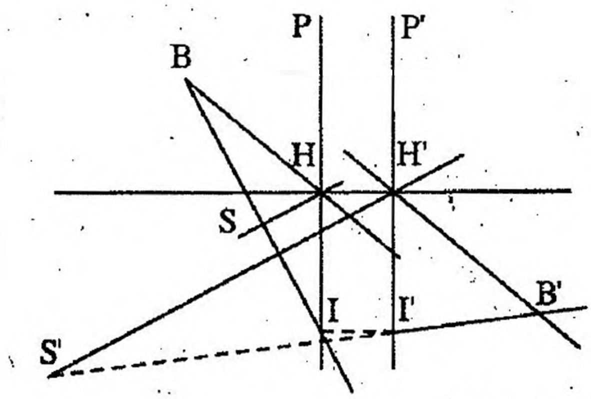
Vẽ tia P'H', song song với PH (H.4.6G), H' là điểm chính ảnh. Vẽ mặt phẳng chính ảnh π'. Vẽ tia PI song song với trục x'x. Nối giao điểm I' của PI và π với điểm P'. I'P' cắt x'x tại tiêu điểm ảnh F'.



Hình 4.6G

4.9. Có thể làm tương tự như bài 4.8 trên, để tìm hai tiêu điểm F, F' và mặt phẳng chính ảnh P', rồi mới vẽ ảnh S' của S.

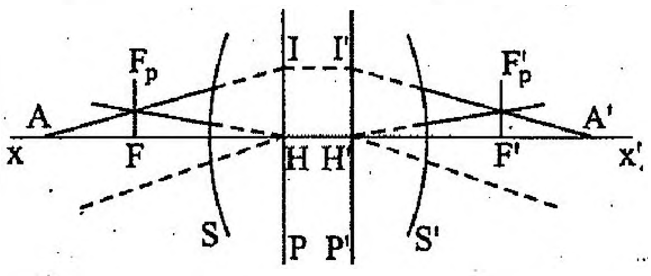
Tuy nhiên, có thể tìm trực tiếp S', không cần tìm F, F' bằng cách sau đây.



Hình 4.7G

Nối BH. Từ B', vẽ tia B'H' song song với BH (H.4.7G). Vẽ hai mặt phẳng chính P và P'. Nối BS. Tia BS gặp P tại I. Vẽ II' song song với x'x. I'B' là tia liên hợp của BS. Nối SH. Từ H', vẽ tia song song với HS. Giao điểm của nó với đường kéo dài của I'B' chính là ảnh S' của S.

4.10. Trước hết, ta nhận xét rằng hai mặt vào và ra, S và S' không có chút ảnh hưởng hữu ích, hoặc gây khó khăn gì cho việc tìm các cơ điểm của hệ. Để tìm điểm chính ảnh H', ta kéo dài tia tới AI qua mặt S, cho tới giao điểm I của nó với mặt phẳng chính vật. Từ I, vẽ tia song song với trục chính x'x'. Giao điểm I' của nó với tia ló qua A' phải nằm trên mặt phẳng chính ảnh P'. Do đó, chân H' của đường vuông góc hạ từ I' xuống x'x là điểm chính ảnh.



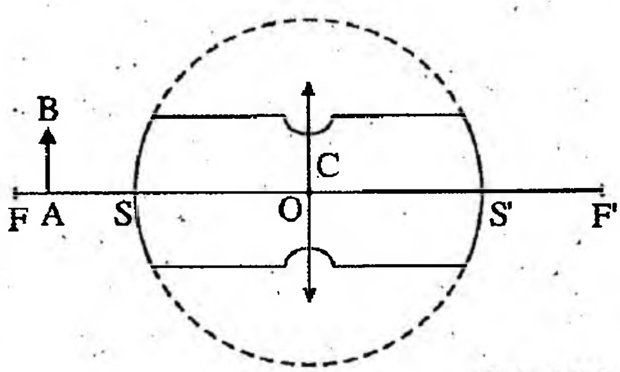
Hình 4.8G

Từ H, vẽ tia HF_p song song với tia ló I'A'. Giao điểm F_p của nó với tia tới AI, nằm trong mặt phẳng tiêu của F. Do đó, từ F_p hạ đường vuông góc với x'x, ta được tiêu điểm chính F. Sở dĩ như vậy, vì tia liên hợp của tia HF'_p phải vừa đi qua H', vừa song song với F_pH, mà F_pH lại song song với I'A', nên F_p phải là một tiêu điểm phụ.

Với tiêu điểm chính ảnh, ta cũng làm như vậy, tức là từ H', vẽ tia sáng song song với tia tới AI. Giao điểm của nó với tia ló I'A' là tiêu điểm ảnh phụ F'_p.

Tiêu điểm chính, ảnh F' là hình chiếu của F'_p trên x'x.

4.11. a) Áp dụng kết quả thu được ở bài 4.4, ta có thể nói ngay rằng khối cầu này tương đương với một thấu kính hội tụ mỏng, có quang tâm O đặt ở tâm C của quả cầu, có hai tiêu điểm F và F', đối xứng nhau qua O, và có tiêu cự :



Hình 4.9G

$$f = \frac{nR}{2(n-1)} = \frac{1,52.12}{2.0,52} = 17,538$$

$f \approx 17,54$ mm

Do đó : SF = f − R = 17,54 − 12 = 5,54 mm

Vậy, vật AB được đặt "ở trong tiêu điểm F", và thấu kính cho một ảnh ảo A'B', cùng chiều, lớn hơn vật, ở cách O một khoảng :

$$\overline{OA'} = d' = \frac{df}{d-f} = \frac{16.17,54}{16-17,54} = \frac{16.17,54}{-1,54}$$

$d' = -182,233$ mm $\Rightarrow d' \approx -18,23$ cm

Độ phóng đại của ảnh : $k = -\frac{d'}{d} = \frac{182,23}{16} = 11,38$ $\quad k \approx 11$ lần

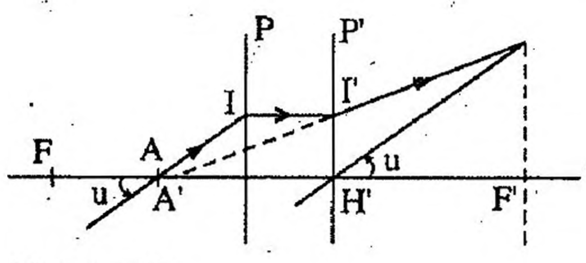
b) Ảnh A'B' là ảnh ảo, nên không thể hứng được trên một màn. Nhưng nếu đặt mắt sau S', và gần S', thì có thể quan sát được ảnh ảo ấy. Tuy nhiên, vì ảnh ấy chỉ ở cách mắt người quan sát chừng 200 mm, nên với người trưởng thành, cũng khó có thể điều tiết mắt để nhìn rõ được. Vì vậy, để quan sát được ảnh, phải dịch chuyển vật AB ra xa khối cầu thêm một chút, tốt nhất là đặt cho A trùng với tiêu điểm vật F. Khi đó, ảnh A'B' sẽ ở vô cực, và mắt có thể quan sát lâu mà không mỏi, vì không phải điều tiết. Số bội giác thu được trong trường hợp ấy, là :

$$G = \frac{Đ}{f} \approx \frac{250}{17{,}54} = 14{,}253 \qquad\qquad G \approx 14 \text{ lần}$$

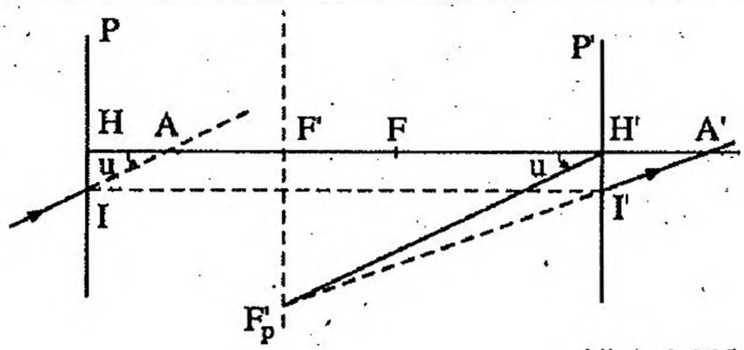
Chú ý. • Dụng cụ này là một kiểu kính lúp đơn giản, thường được làm theo dạng một hình trụ, cắt ra từ một quả cầu thuỷ tinh (H.4.9G). Để loại trừ bớt các tia sáng ở xa quang trục, phần giữa hình trụ thường được mài thành một rãnh sâu, vừa dùng làm chỗ đặt một cái vòng để gắn tay cầm.

• Trong bài này, ta vẫn sử dụng công thức học ở phổ thông : $\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{f}$.

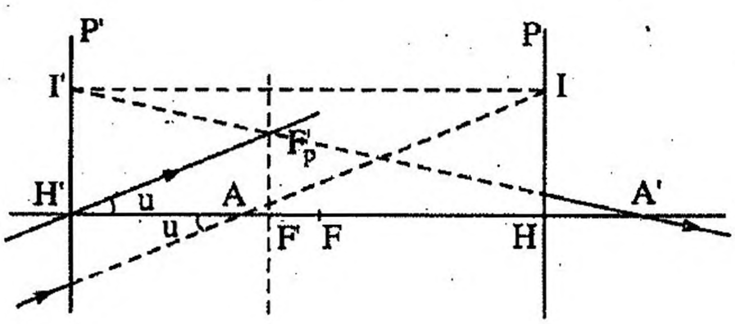
4.12. Để xác định điểm liên hợp của một điểm nằm trên trục chính của một hệ trục tâm, có thể dùng cách "láu cá", là đặt một vật phẳng, nhỏ AB, cho A ở đúng điểm đã cho, rồi vẽ ảnh của điểm B. Cách làm ấy, tuy không sai, nhưng không đáp ứng đúng yêu cầu của đề bài, là trực tiếp vẽ ảnh A' của điểm A, không thông qua sự trung gian của vật AB. Sau đây là hình minh hoạ cách vẽ, cho 4 vị trí của A.



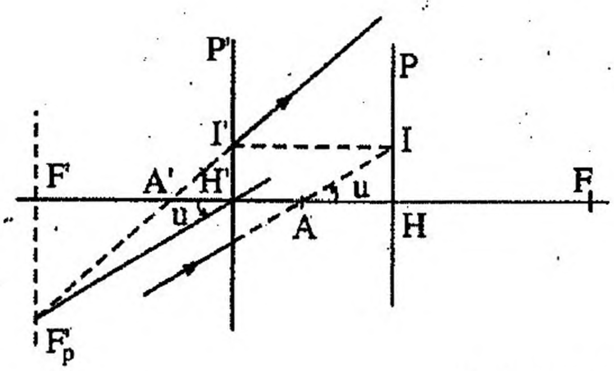
Hình 4.10G



Hình 4.11G



Hình 4.12G



Hình 4.13G

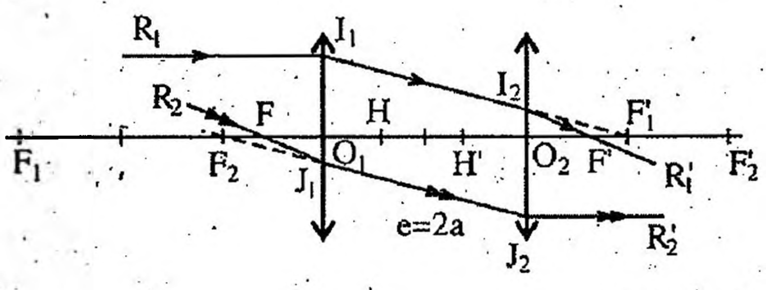
Trong cả bốn hình, ta đều vẽ trục phụ qua H', song song với tia tới (u' = u). Giao điểm F'_p của trục đó với mặt phẳng tiêu ảnh (chứa F') là một điểm của tia ló. Điểm kia, là điểm liên hợp I' (nằm trên mặt phẳng chính ảnh P') của giao điểm I giữa tia sáng đi qua A và mặt phẳng chính vật P.

4.13. Cách giải bài này giống như cách giải bài 4.6.

Hình 4.14G biểu diễn hai thấu kính, các tiêu điểm của chúng cùng hai tia sáng :

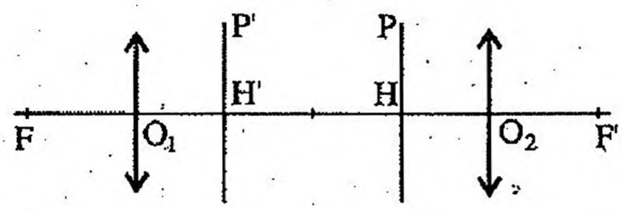
Tia R_1I_1 song song với quang trục, có tia ló $I_2R'_1$ cắt quang trục tại tiêu điểm ảnh F'.

Tia R_2J_1 qua tiêu điểm vật, có tia ló $J_2R'_2$ song song với quang trục.



Hình 4.14G

Hình 4.15G biểu diễn kết quả thu được :



Hình 4.15G

$$-\overline{O_1F} = \frac{3}{4}a = \overline{O_2F'} \;;\; \overline{O_1H} = \frac{3}{2}a = -\overline{O_2H'} \;;\quad f = \frac{9a}{4} = \overline{H'F'}$$

4.14. a) Cách giải phần này hoàn toàn giống cách giải bài 4.7. Kết quả, ta được :

$\overline{O_2F'} = 15$ cm $\qquad \overline{O_2H'} = -10$ cm $\qquad f = 25$ cm

$\overline{O_1F} = -35$ cm $\qquad \overline{O_1H} = -10$ cm

b) Ta có : $d_2 = d - f_1$; $d'_2 = \dfrac{(d - f_1)f_2}{d - f_1 - f_2} = \dfrac{(d - f_1)f_2}{d}$

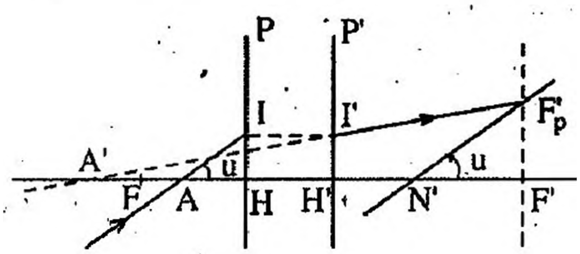
$$l = d + d'_2 = \frac{d^2 + (d - f_1)f_2}{d} = \frac{d^2 + df_2 - f_1f_2}{d}.$$

và
$$k = \frac{f}{l} = \frac{-\dfrac{f_1f_2}{d}}{\dfrac{d^2 + df_2 - f_1f_2}{d}} = \frac{-f_1f_2}{d^2 + df_2 - f_1f_2}$$

Tử số $(-f_1f_2)$ của phân số là một số dương, nên phân số sẽ cực đại khi mẫu số cực tiểu. Mẫu số là một hàm bậc 2 của d, với hệ số của d^2 là một số dương, nên có cực tiểu khi $d = -\frac{b}{2a} = -\frac{f_2}{2} = \frac{10}{2} = 5$ cm.

Vậy : "Khi khoảng cách giữa hai thấu kính có giá trị d = 5 cm, thì tỉ số $k = \frac{f}{l}$ có giá trị cực đại, bằng $\frac{4}{3}$".

4.15. Phép giải bài toán này giống như phép giải bài 4.12, chỉ khác một chi tiết ; trục phụ (cho ta điểm F'_p) không được vẽ từ điểm chính H', mà từ điểm nút N', được xác định bằng $\overline{F'N'} = \overline{HF}$.



Hình 4.16G

Chủ đề 5

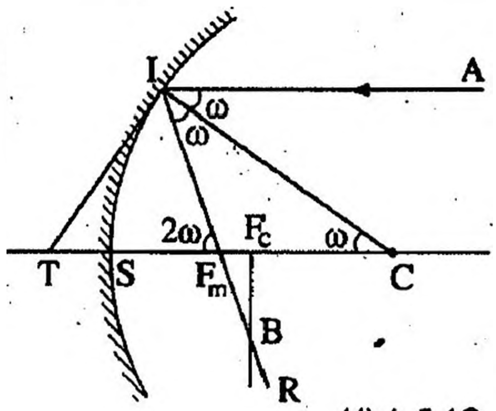
5.3. Đối với tia giữa, $\omega \approx 0$, tiêu điểm F_c đúng là trung điểm của SC, do đó :

$$\overline{CF_c} = -\frac{R}{2} = -f$$

Đối với tia mép AI, tia phản xạ IR làm với bán kính CI một góc ω và với quang trục, một góc 2ω và cắt quang trục tại F_m. Trong tam giác cân CIF_m, ta có :

$$CI = 2CF_m\cos\omega$$

do đó : $\overline{CF_m} = \frac{CI}{2.\cos\omega} = -\frac{R}{2\cos\omega} = -\frac{f}{\cos\omega}$



Hình 5.1G

và :

Cầu sai dọc : $\lambda = \overline{F_cF_m} = \overline{CF_m} - \overline{CF_c} = f - \dfrac{f}{\cos\omega} = -f\dfrac{1-\cos\omega}{\cos\omega}$

Cầu sai ngang : $\zeta = F_cB = |\lambda|\tan 2\omega$

Áp dụng số :

Ta có : $\tan\omega = \dfrac{r}{R} = \dfrac{10}{50} = 0{,}200$ do đó : $\cos\omega = \dfrac{1}{\sqrt{1+\tan^2\omega}}$

$$\cos\omega = \frac{1}{\sqrt{1+0{,}04}} = \frac{1}{1{,}0198} \approx \frac{1}{1{,}02}$$

$$\lambda = \frac{-50\left(1-\dfrac{1}{1{,}02}\right)}{\dfrac{1}{1{,}02}} = -50.0{,}02 \Rightarrow \lambda \approx -1 \text{ cm}$$

$$\tan 2\omega = \frac{2\tan\omega}{1-\tan^2\omega} = \frac{2.0{,}2}{1-0{,}04} = \frac{0{,}4}{0{,}96} = \frac{1}{24} \Rightarrow \zeta \approx \frac{1}{24} = 0{,}04 \text{ cm}$$

5.4. Áp dụng kết quả thu được ở bài 5.3 trên, ta được :

a) Cầu sai dọc : $\lambda = -f\dfrac{1-\cos\omega}{\cos\omega}$ và cầu sai ngang : $\zeta = \lambda.\tan 2\omega$

Nhưng, do góc ω, ở đây là nhỏ, vì : $\tan\omega = \dfrac{r}{2f} = \dfrac{60}{720.2} = \dfrac{1}{24}$ nên ta có thể dùng các công thức gần đúng :

$$\sin\omega \approx \omega \approx \tan\omega = \frac{1}{24} \quad \text{do đó : } \tan 2\omega \approx 2\omega = \frac{1}{12}$$

$$1-\cos\omega = 2\sin^2\frac{\omega}{2} \approx 2\left(\frac{\omega}{2}\right)^2 = 2\frac{\omega^2}{4} = \frac{\omega^2}{2}$$

$$\cos\omega = 1 - 2\sin^2\frac{\omega}{2} \approx 1 - \frac{\omega^2}{2}$$

Do đó : $\lambda = -f\dfrac{1-\cos\omega}{\cos\omega} \approx -f.\dfrac{\omega^2}{2}\left(1+\dfrac{\omega^2}{2}\right) = -f\left(\dfrac{\omega^2}{2}+\dfrac{\omega^4}{4}\right) \approx -f\dfrac{\omega^2}{2}$

$$\lambda = \frac{-720}{2}.\frac{1}{(24)^2} \qquad \Rightarrow |\lambda| = 0{,}624 \text{ cm}$$

$$\zeta = \lambda\tan 2\omega = \lambda.2\omega = 0{,}625.\frac{2}{24} \quad \Rightarrow \zeta \approx 0{,}05 \text{ cm}$$

b) Nếu ta dùng kính viễn vọng này để chụp ảnh một ngôi sao, nhất là một chùm sao, một tinh vân, thì mỗi vì sao sẽ hiện thành một vòng tròn sáng, đường kính 1 mm, điều này hoàn toàn không thể chấp nhận được.

Người ta sửa bằng hai cách :

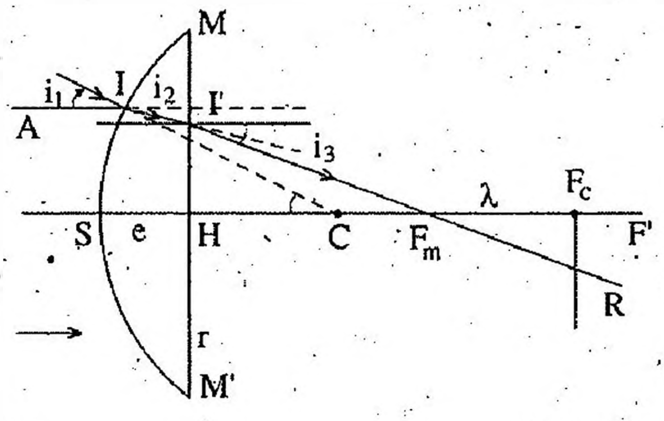
1) Với loại kính dùng để nghiên cứu từng thiên thể, người ta thay gương cầu bằng gương parabol ; thông thường người ta mài khối thuỷ tinh thành hình gương cầu, rồi chỉnh sửa dần, thành hình parabolôit.

2) Với loại kính dùng để chụp ảnh từng phần rộng của bầu trời, người ta ghép với gương cầu một thấu kính, được chế tạo sao cho hệ gương – thấu kính không còn cầu sai đáng kể. Ở Mỹ, thường dùng thấu kính Xmít, còn ở Nga, kính Mắc-xu-tốp.

5.5. Trở lại bài 5.1, ta vẫn có thấu kính phẳng lồi với $n = 1,5$; $R = SC = 30$ cm ; $r = HM = 3$ cm ; và ta đã tính được $e = SH = 0,15$ cm.

Ta xác định các cầu sai chính của thấu kính mà cho ánh sáng rọi vào mặt cầu.

Các tia giữa, sau khi qua mặt cầu, được lưỡng chất cầu hội tụ vào tiêu điểm ảnh F', ở cách đỉnh S một khoảng theo (3.9) :



Hình 5.2G

$$\overline{SF'} = f' = \frac{nR}{n-1} = \frac{1,5.30}{1,5-1} = 90 \text{ cm}$$

Chùm tia sáng đỉnh F' lại được lưỡng chất phẳng đỉnh H, ở cách S một khoảng e = 0,15 cm hội tụ vào điểm F_c, ta có :

$$\frac{n_1}{\overline{HF'}} - \frac{n_2}{\overline{HF_c}} = 0 \text{ do đó } \overline{HF_c} = \frac{\overline{HF'}}{n} = \frac{\overline{SF'} - \overline{SH}}{1,5} = \frac{90 - 0,15}{1,5}$$

$$\overline{HF_c} = 59,9 \text{ cm}$$

Tia sáng tới AI, song song với trục chính, tới mặt cầu dưới góc $i_1 = \widehat{SCI}$, khúc xạ theo II', dưới góc i_2. Ta có :

$$\sin i_2 = \frac{\sin i_1}{n} \qquad (1)$$

Tia II' tới mặt phẳng dưới góc $\alpha = (i_1 - i_2)$, và ló ra khỏi mặt phẳng theo I'R dưới góc i_3. Ta lại có :

$$\sin i_3 = n\sin\alpha \qquad (2)$$

Giao điểm F_i của tia I'R với trục chính là điểm hội tụ của các tia AI, tới mặt cầu dưới cùng một góc i_1. Góc i_1 càng tăng thì điểm F_i càng rời xa điểm F_c. Vị trí xa nhất F_m ứng với lúc I tới mép M của thấu kính. Khi đó, góc i_1, theo bài 5.1, bằng nửa khẩu độ của thấu kính ω với

$$\sin\omega = \frac{r}{R} = 0{,}100 \quad \text{do đó} \quad \omega \approx 5^o45'$$

Từ (1), ta được

$$\sin i_2 = \frac{\sin i_1}{n} = \frac{0{,}1000}{1{,}5} = 0{,}0666 \quad \text{do đó :} \quad i_2 \approx 3^o49'$$

$$\alpha = i_1 - i_2 = 5^o45' - 3^o49' = 1^o56' = -1{,}933^o$$

$$\sin i_3 = n.\sin\alpha = 1{,}5.0{,}033736 \approx 0{,}050605$$

do đó : $\quad i_3 = 2{,}9007^o \approx 2^o54' \ ; \quad \tan i_3 = 0{,}05067$

và $\quad HF_m = \dfrac{r}{\tan i_3} = \dfrac{3}{0{,}05067} = 59{,}2067$ cm

Vậy :

Cầu sai dọc : $\quad \lambda = \overline{F_cF_m} = \overline{HF_m} - \overline{HF_c} = 59{,}21 - 59{,}9$; $\lambda = -0{,}69$ cm

Cầu sai ngang : $\zeta = \lambda.\tan i_3 \approx 0{,}69.0{,}05 \Rightarrow \zeta \approx 0{,}035$ cm

Các cầu sai này hơi lớn hơn so với các giá trị thu được trong bài 5.1, vì cầu sai của thấu kính phụ thuộc chiều truyền của ánh sáng.

5.6. Thấu kính này có cùng chiết suất n = 1,5, cùng bán kính cong R = 30 cm và cùng bán kính khẩu độ r = 3 cm như thấu kính phẳng lồi trong bài 5.1, nhưng dày gấp đôi : e' = 2e = 1,5.2 = 3 mm.

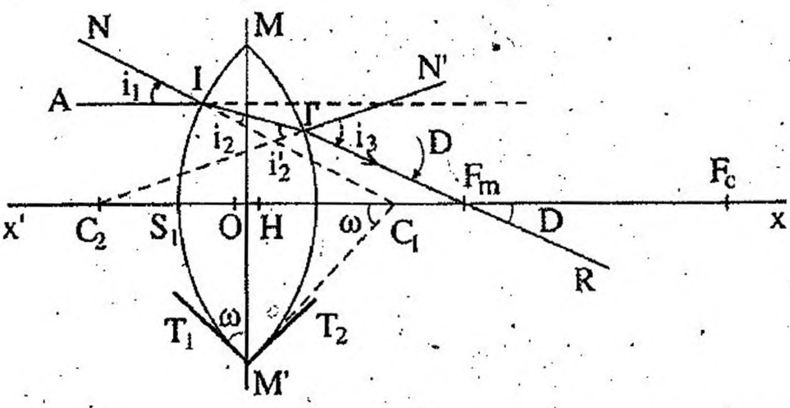
Do đó, ta vẫn có góc mở : $\omega = \arcsin\dfrac{r}{R} = 5^o45'$.

Hình 5.3G lại cho thấy rằng, góc giữa tiếp tuyến $M'T_1$ với mặt cầu C_1 tại M' và đường M'M cũng bằng ω (góc nhọn có cạnh tương ứng vuông góc) và do đó góc giữa hai tiếp tuyến $M'T_1$ và $M'T_2$ tại M' là $\widehat{T_1M'T_2} = 2\omega = 11^o30'$.

Ta xét tia tới AI, song song với trục chính, tới điểm I của mặt cầu C_1, dưới góc i_1. Tia đó khúc xạ theo II', dưới góc i_2 và :

$$\sin i_2 = \frac{\sin i_1}{n} \qquad (1)$$

Tia II' tới điểm I' của mặt C_2, dưới góc i'_2. Nếu ta vẽ hai mặt phẳng tiếp tuyến tại I và I' với hai mặt cầu C_1, C_2, thì hai mặt ấy tạo thành một góc nhị diện α. Tia sáng II' truyền trong thấu kính không khác gì trong lăng kính α, nên ta có :



Hình 5.3G

$$i_2 + i'_2 = \alpha \qquad (2)$$

Tới I', tia sáng ló ra khỏi chỏm cầu C_2, dưới góc i_3, và

$$\sin i_3 = n.\sin i'_2 \qquad (3)$$

Tia ló I'R lệch một góc D so với tia tới AI, và :

$$D = i_1 + i_3 - \alpha \qquad (4)$$

Do AI song song với trục chính, nên D cũng là góc do tia ló I'R làm với trục chính, do đó, ta tính được $\overline{OF_m}$.

Khi I tiến dần tới M, thì I' cũng tiến dần tới M, góc i_1 dần tới ω, và góc α của lăng kính dần tới góc $\widehat{T_1M'T} = 2\omega$ và các phương trình trên lần lượt cho ta :

$$\sin i_2 = \frac{\sin\omega}{1,5} = \frac{\sin 5^o75}{1,5} = \frac{0,100188}{1,5} = 0,06679 \quad \Rightarrow i_2 \approx 3^o50'$$

$$i'_2 = \alpha - i_2 = 11^o30' - 3^o50' \quad \Rightarrow i'_2 = 7^o40'$$

$$\sin i_3 = n.\sin i'_2 = 1,5.\sin 7,666^o = 1,5.0,13341 \approx 0,20011 \Rightarrow i_3 = 11^o33'$$

$$D = i_1 + i_3 - \alpha = 5^o45' + 11^o33' - 11^o30' \quad \Rightarrow D = 5^o48'$$

Cuối cùng : $\overline{OF_m} = \dfrac{r}{\tan D} = \dfrac{3}{0,10158} = 29,534$

$OF_m \approx 29,535$ cm

Tiêu cự f của thấu kính, bằng khoảng cách từ điểm chính H đến điểm hội tụ F_c của các tia giữa là :

$$f = \frac{R}{2(n-1)} = \frac{30}{2.0,5} \qquad \Rightarrow f = 30 \text{ cm}$$

Lí thuyết về thấu kính dày cho biết rằng, khoảng cách giữa hai điểm chính HH', với n = 1,5 là $\dfrac{e}{3} = \dfrac{3}{3} = 1$ mm, do đó : $\overline{OH} = 0,05$ cm.

và $\overline{OF_c} = \overline{OH} + \overline{HF_c} = 0,05 + 30$

$\Rightarrow \overline{OF_c} = 30,05$ cm

Cuối cùng, cầu sai dọc, chính của thấu kính là

$$\lambda = \overline{F_cF_m} = \overline{OF_m} - \overline{OF_c} \approx 29,54 - 30,05 \qquad \Rightarrow \lambda \approx -0,5 \text{ cm}$$

và cầu sai ngang chính là :

$$\zeta = \lambda \tan\alpha = 0,5.0,101 \qquad \Rightarrow \zeta \approx 0,05 \text{ cm}$$

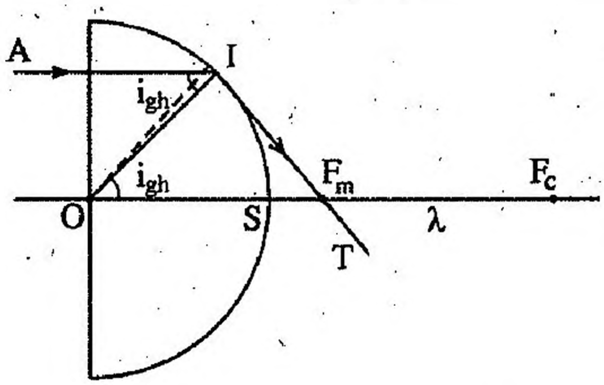
5.7. *Trường hợp 1.* Ánh sáng vào bán cầu từ mặt phẳng

A. Bán cầu trong không khí

Điểm hội tụ F_c của các tia giữa vẫn cách đỉnh S của bán cầu một khoảng bằng tiêu cự f' :

$$f' = \frac{R}{n-1} \qquad (1)$$

Ta xét một tia AI, tới bán cầu theo phương song song với trục chính. Tia này qua mặt phẳng, không bị lệch, và tới mặt cầu tại điểm I, dưới góc i_1. Tia sáng chỉ có thể ló ra khỏi mặt cầu, nếu góc i_1 đó nhỏ hơn, hay bằng góc tới hạn i_{gh}, với



Hình 5.4G

$$\sin i_{gh} = \frac{1}{n} \qquad (2)$$

Vậy, tia sáng xa trục chính nhất, cho tia ló cắt trục chính tại điểm F_m xa F_c nhất, là tia tới mặt cầu dưới góc i_{gh}, và cho tia ló IT, tiếp tuyến với mặt cầu tại I (H.5.4.G).

Trong tam giác vuông OIF_m, góc F_1OI cũng là góc i_{gh}, do đó, ta có

$$OF_m = \frac{R}{\cos i_{gh}} \quad \text{do đó : } \lambda = \overline{OF_m} - \overline{OF_c}$$

với $n = \frac{3}{2}$, ta có : $\quad \sin i_{gh} = \frac{2}{3} \approx 0,6667 \quad$ và $\quad i_{gh} \approx 41^o49'$

$$\cos i_{gh} = \sqrt{1 - \frac{1}{n^2}} = \frac{\sqrt{n^2 - 1}}{n} = \frac{\sqrt{1,25}}{1,5} = 0,74535$$

và $\quad OF_m = \frac{R}{0,7454} = 1,3415R \qquad \Rightarrow OF_m \approx 1,34R$

Ta lại có : $\quad f' = \frac{R}{1,5 - 1} = 2R$; $OF_c = R + f' = R + 2R$

$\Rightarrow \quad OF_c = 3R$

Do đó : $\quad \lambda = \overline{OF_m} - \overline{OF_c} = 1,34R - 3R \qquad \Rightarrow \lambda \approx -1,66R$

B. Bán cầu trong nước

Chiết suất tỉ đối của thuỷ tinh, đối với nước là :

$$n = \frac{n_{\text{thuỷ tinh}}}{n_{\text{nước}}} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{4}{3}} = \frac{3}{2}.\frac{3}{4} \qquad \Rightarrow n = \frac{9}{8}$$

do đó : $\quad f' = SF_c = \frac{R}{n-1} = \frac{R}{\frac{9}{8} - 1} \qquad \Rightarrow f' = 8R$

và $\quad OF_c = OS + SF_c = R + 8R \qquad \Rightarrow OF_c = 9R$

$$\sin i_{gh} = \frac{8}{9} \;;\; \cos i_{gh} = \sqrt{1 - \left(\frac{8}{9}\right)^2} = \frac{\sqrt{17}}{9}$$

$$OF_m = \frac{R}{\cos i_{gh}} = \frac{9R}{\sqrt{17}} = 2,182 \qquad \Rightarrow OF_m \approx 2,18R$$

Và cầu sai dọc chính, của bán cầu thuỷ tinh trong nước là

$$\lambda = \overline{OF_m} - \overline{OF_c} = (2,18 - 9)R \qquad \Rightarrow \lambda \approx -6,82R$$

Trường hợp 2. Ánh sáng vào bán cầu, từ mặt cầu

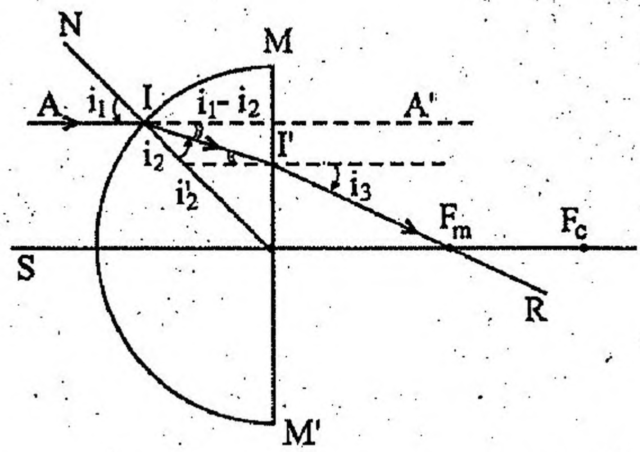
Các tia giữa được lưỡng chất cầu S hội tụ vào điểm F'_c cách S một khoảng :

$$f' = \frac{nR}{n-1}$$

F'_c lại dùng làm vật ảo đối với lưỡng chất phẳng C, cách mặt phẳng của lưỡng chất một khoảng p_1 :

$$p_1 = f' - R = \frac{nR}{n-1} - R$$

$$p_1 = \frac{R}{n-1}$$



Hình 5.5G

Lưỡng chất phẳng tạo một ảnh thật F_c, ở cách mặt phẳng một khoảng :

$$p_2 = \overline{CF}_c = \frac{p_1}{n} = \frac{R}{n(n-1)} \qquad (1)$$

Xét tia tới AI, song song với trục chính, và tới điểm I của mặt cầu, dưới góc i_1. Tia AI khúc xạ trong thuỷ tinh theo II', dưới góc i_2, với :

$$\sin i_2 = \frac{\sin i_1}{n} \qquad (2)$$

II' tới mặt phẳng của bán cầu, dưới góc i'_2 (H.5.5G)

$$i'_2 = i_1 - i_2$$

Để ló được ra khỏi bán cầu, thì góc i'_2 phải nhỏ hơn hay bằng góc tới hạn i_{gh},

với $$\sin i_{gh} = \frac{1}{n} \qquad (3)$$

Vậy, tia sáng xa trục chính nhất, có thể cho một tia ló, phải tới mặt cầu dưới góc i_1, sao cho : $i_1 - i_2 = i_{gh}$

hay là $i_1 - i_{gh} = i_2$

do đó : $$\sin(i_1 - i_{gh}) = \sin i_2 = \sin i_1 . \frac{1}{n}$$

$$\sin i_1 \cos i_{gh} - \cos i_1 \sin i_{gh} = \frac{\sin i_1}{n}$$

$$\sin i_1\left(\cos i_{gh} - \frac{1}{n}\right) = \cos i_1.\sin i_{gh} = \frac{\cos i_1}{n}$$

$$\tan i_1 = \frac{1}{n\cos i_{gh} - 1}$$

Ta lại có : $$\cos i_{gh} = \sqrt{1 - \sin^2 i_{gh}} = \frac{\sqrt{n^2 - 1}}{n}$$

Thế vào trên : $$\tan i_1 = \frac{1}{\sqrt{n^2 - 1} - 1}$$

Với giá trị này của i_1, thì tia ló I'R sẽ đi lướt mặt phẳng của bán cầu, và cắt trục chính ngay tại điểm C, và sắc sai dọc λ là

$$\lambda = \overline{F_cC} = -p_2 \quad \text{hay là} \quad \lambda = \frac{R}{n(n-1)}$$

A. Với bán cầu trong không khí :

$$\lambda = \frac{R}{1,5(1,5-1)} = \frac{R}{0,75} \qquad \Rightarrow \lambda = \frac{4R}{3}$$

$$\tan i_1 = \frac{1}{\sqrt{1,5^2 - 1} - 1} = \frac{1}{1,118034 - 1} = 8,472 \qquad \Rightarrow i_1 \approx 83^o16'$$

B. Với bán cầu trong nước :

$$n = \frac{3}{2}.\frac{3}{4} = \frac{9}{8}$$

$$\lambda = \frac{R}{\frac{9}{8}\left(\frac{9}{8} - 1\right)} = \frac{64R}{9} \qquad \lambda \approx 7,1R$$

$$\tan i_1 = \frac{1}{\sqrt{\frac{81}{64} - 1} - 1} = \frac{8}{\sqrt{17} - 8} < 0$$

Giá trị âm của $\tan i_1$ cho thấy rằng i_1 phải lớn hơn $\frac{\pi}{2}$, điều này không có ý nghĩa vật lí, tức là ngay cả tia sáng tới điểm M cũng vẫn cho được tia ló MR. Với $i_1 = 90^o$, ta lần lượt được :

$$\sin i_2 = \frac{1}{n} = \frac{8}{9} \qquad \Rightarrow i_2 = 62^\circ 44'$$

$$i'_2 = i_1 - i_2 = 90^\circ - 62^\circ 44' \qquad \Rightarrow i'_2 = 27^\circ 16'$$

$$\sin i_3 = n.\sin i'_2 = \frac{9}{8}.0,4581 \qquad \Rightarrow \sin i_3 \approx 0,5154$$

do đó : $i_3 \approx 31^\circ 01'$; $\tan i_3 \approx 0,6014$

và (xem bài 5.5) $\overline{CF_m} = \dfrac{R}{\tan i_3} = \dfrac{R}{0,6014} \approx 1,663R$

Cuối cùng : $\lambda = CF_m - CF_c \approx 1,163R - 7,1R \qquad \lambda \approx -5,467R$

5.8. $$\lambda = \overline{F_cF_f} = -\frac{f}{v} = \frac{-1800}{43,4} = -41,47 \qquad \lambda \approx -41,5 \text{ cm}$$

$$a = \frac{1}{2}\frac{r}{v} = \frac{1}{2}\cdot\frac{102}{2.43,4} = 0,587 \qquad a \approx 0,6 \text{ cm}$$

Với một dụng cụ dùng để quan sát các vì sao, có ảnh chỉ là một chấm sáng thì các sắc sai trên là hoàn toàn không thể chấp nhận được. Vì vậy, người ta đã phải dán cho thấu kính ấy một thấu kính phân kì bằng flin, cùng kích thước. Thế là phải mài 4 mặt thuỷ tinh, thành chỏm cầu, mà đáy là một đường tròn, đường kính 102 cm, trong khi dùng gương cầu, chỉ phải mài một mặt, vì gương không có sắc sai. Vì vậy, sau sự ra đời của cái kính khúc xạ này, không ai "dại" mà chế tạo những kính thiên văn khúc xạ lớn như vậy nữa. Nhờ đó, mà đài thiên văn Y-éc-xơ giữ mãi được kỉ lục về kính thiên văn khúc xạ lớn nhất.

5.9. $$\lambda = \overline{F_cF_f} = -\frac{-40}{0,521}\cdot\frac{1}{43,4} = 1,769 \qquad \Rightarrow \lambda = 1,8 \text{ cm}$$

$$a = \frac{1}{2}\cdot\frac{r}{v} = \frac{1}{2}\cdot\frac{2}{43,4} = 0,023 \qquad \Rightarrow a \approx 0,25 \text{ mm}$$

Chú ý. Thấu kính phân kì có λ dương, nhưng ảo.

5.10. Góc chiết quang của lăng kính này chỉ xấp xỉ 3°, nên ta có thể dùng công thức gần đúng : $D = (n - 1)A$. Vậy :

$$D_C = (1,524 - 1).\frac{1}{20} = \frac{0,524}{20} \qquad \Rightarrow D_C = 0,0262 \text{ rad}$$

$$D_F = (1,532 - 1).\frac{1}{20} = \frac{0,532}{20} \qquad \Rightarrow D_F = 0,0266 \text{ rad}$$

Góc tạo bởi hai tia : $\Delta D = D_F - D_C = 0,0266 - 0,0262$

$\Delta D = 0,0004$ rad

hay $\Delta D \approx 1'20''$

a) Tính A_2

$$D'_C = (1,780 - 1)A_2 = 0,780A_2$$

$$D'_F = (1,810 - 1)A_2 = 0,810A_2$$

$$\Delta D' = (0,810 - 0,780)A_2 = 0,030A_2$$

Để hai tia ứng với hai bức xạ C và F trở thành song song, ta phải chọn A_2 sao cho :

$$\Delta D' = \Delta D \quad \text{tức là} \quad 0,030A_2 = 0,0004 \text{ rad}$$

hay là : $A_2 = \frac{4}{300} = \frac{1}{75}$ rad $\qquad A_2 = \frac{1}{75}$ rad

đồng thời đặt A_2 ngược chiều A_1, tức là cho cạnh của A_2 tiếp xúc với đáy của A_1, và cho đáy của nó ở phía cạnh khúc xạ của A_1, để hai lăng kính làm cho hai tia sáng bị lệch theo hai góc trái chiều nhau.

b) Tuy nhiên, hai góc này không triệt tiêu nhau hoàn toàn, vì :

$$D'_C = 0,780A_2 = 0,780.\frac{1}{75} = 0,0104 \text{ rad}$$

và góc lệch của tia ứng với bức xạ C là :

$$\Delta D_C = 0,0262 - 0,0104 = 0,0158 \text{ rad} \qquad \Rightarrow \Delta D_C = 0,0158 \text{ rad}$$

còn với bức xạ F, thì :

$$D'_F = 0,810.\frac{1}{75} = 0,0108$$

và $\Delta D_F = 0,0266 - 0,0108 = 0,0158 \qquad \Rightarrow \Delta D_F = 0,0158$ rad

Ta thấy đúng là hai tia bị lệch cùng một góc, tức là sau khi khúc xạ qua hệ hai lăng kính, chúng vẫn song song với nhau, vì ta đã chọn góc A_2 nhằm mục đích ấy.

Thực tế cho thấy rằng, đối với các bức xạ khác, trên quang phổ khả kiến, góc lệch do hệ hai lăng kính gây ra, cũng có giá trị hầu như bằng giá trị trên. Và hệ hai lăng kính này, thực tế là một lăng kính tiêu sắc.

5.11. Công thức (5.6) hoặc (5.6') cho thấy rằng, thấu kính quyết định độ tụ của hệ phải được làm bằng crao. Mà vật kính lại là hệ hội tụ. Vậy, thấu kính L là thấu kính hội tụ.

Theo (5.6'), ta có : $f_L.v_L + f_M v_M = 0$

với : $v_L = \dfrac{n_D - 1}{n_F - n_c} = \dfrac{0,5160}{0,0087}$; $v_M = \dfrac{0,6960}{0,0224}$

$v_L = 59,310 \approx 59,3$ $\qquad v_M = 31,071 \approx 31,1$

do đó : $$\frac{f_L}{f_M} = -\frac{31,1}{59,3} = -\frac{C_M}{C_L} = 0,52 \approx -0,5 \qquad (1)$$

Ta lại có : $$C_{hệ} = \frac{1}{0,3} = 0,33 \text{ dp} = C_L + C_M \qquad (2)$$

Thế $C_L = -2C_M$ vào (2), ta được :

$$-2C_M + C_M = \frac{10}{3} \Rightarrow C_M = -\frac{10}{3}\text{ dp}$$

$$\Rightarrow \qquad f_M = -30 \text{ cm} \;;\; f_L = 15 \text{ cm}$$

5.12. a) Chiết suất của thuỷ tinh thứ nhất đối với bức xạ $\lambda = 0,55$ μm là

$$n_1 = 1,5 + \frac{0,005}{(0,55)^2} = 1,5 + 0,01652 \approx 1,5165$$

Ta lại có :

$$R = 2(n-1)f = 2.0,5165.30 = 30,99 \quad \Rightarrow R \approx 31 \text{ cm}$$

b) Ta phải tính chiết suất n_2 của thuỷ tinh thứ hai, cùng hai hiệu số $(n_F - n_c)$ đối với hai loại thuỷ tinh.

Ta có :

$$n_2 = 1,6 + \frac{0,0125}{(0,55)^2} = 1,6 + 0,04132 \qquad \Rightarrow n_2 \approx 1,6413$$

$$n_{1F} - n_{1C} = 0,005\left(\frac{1}{\lambda_F^2} - \frac{1}{\lambda_C^2}\right) = 0,005\frac{\lambda_C^2 - \lambda_F^2}{\lambda_C^2.\lambda_F^2}$$

$$n_{1F} - n_{1C} = 0{,}005.\frac{0{,}656^2 - 0{,}486^2}{0{,}486^2.0{,}656^2} = \frac{0{,}4303 - 0{,}2362}{0{,}10164}.0{,}005$$

$$n_{1F} - n_{1C} = 0{,}005.\frac{0{,}1941}{0{,}10164} \approx 0{,}005.1{,}90968 \approx 0{,}005.1{,}9097$$

$$n_{1F} - n_{1C} = 0{,}009548$$

và $n_{2F} - n_{2C} = 0{,}0125.1{,}9097 \quad \Rightarrow n_{2F} - n_{2C} = 0{,}02387$

Do đó :

$$v_1 = \frac{n_D - 1}{n_F - n_c} = \frac{0{,}5165}{0{,}00955} = 54{,}03 \qquad \Rightarrow v_1 \approx 54$$

$$v_2 = \frac{0{,}6413}{0{,}02387} = 26{,}86\ 27 \qquad \Rightarrow v_2 \approx 27$$

Ta thấy $v_1 \approx 2v_2$ do đó $f_2 \approx -2f_1$ $\Rightarrow f_2 \approx -60$ cm

Theo công thức tính tiêu cự của thấu kính mỏng :

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

Với $f = -60$ cm, $R_1 = -31$ cm, $n - 1 = 0{,}6413$, ta được :

$$\frac{n-1}{R_2} = \frac{n-1}{R_1} - \frac{1}{f} = \frac{0{,}6413}{-31} - \frac{1}{-60} = \frac{1}{60} - \frac{0{,}6413}{31}$$

$$\frac{0{,}6413}{R_2} = \frac{31 - 38{,}478}{60.31} = \frac{-7{,}478}{1860}$$

$$R_2 = -\frac{1860.0{,}6413}{7{,}478} = -159{,}5 \qquad \Rightarrow R_2 \approx -160 \text{ cm}$$

Vậy, mặt thứ hai của thấu kính phân kì không lõm mà là mặt lồi* và có bán kính 160 cm.

Tiêu cự f_h của thấu kính ghép được tính theo công thức :

$$\frac{1}{f_h} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{30} - \frac{1}{60} \qquad \Rightarrow f_h = 60 \text{ cm}$$

5.13. Thấu kính hội tụ có độ tụ : $C_1 = \dfrac{1}{f_1} = \dfrac{1}{100}$

Hệ có độ tụ : $C_0 = \dfrac{1}{f_0} = \dfrac{1}{300}$

---

* Xem bài 5.13.

Vậy, độ tụ của thấu kính phải ghép là

$$C_2 = C_0 - C_1 = \frac{1}{300} - \frac{1}{100} = -\frac{1}{150}$$

và tiêu cự của nó, là :

$$f_2 = \frac{1}{C_2} = -150 \text{ mm}$$

Năng suất tán sắc của crao, thuỷ tinh dùng cho thấu kính hội tụ :

$$k = \frac{n_F - n_c}{n_D - 1} = \frac{1}{\nu} = \frac{1}{63,4}$$

Để hệ được khử sắc sai đối với hai bức xạ C và F, thì hệ số ν của thuỷ tinh làm thấu kính phân kì phải thoả mãn điều kiện (5.6') :

$$\nu' = -\nu.\frac{f}{f'} = 63,4.\frac{100}{150} = 42,27$$

Trên bảng giới thiệu các loại thuỷ tinh, ta thấy flin nhẹ C–16 có $\nu = 41,7$, gần với giá trị $\nu' = 42,1$ này hơn cả. Vậy ta phải chọn thuỷ tinh C–16.

Với thuỷ tinh này, thì tiêu cự của thấu kính phân kì phải là

$$f' = -\frac{\nu.f}{\gamma'} = -\frac{63,4.100}{41,7} = -152,03 \qquad \Rightarrow f' \approx -152 \text{ mm}$$

Bán kính cong hai mặt của thấu kính hội tụ :

$$R_1 = 2(n-1)f_1 = 2.0,510.100 \qquad \Rightarrow R_1 = 102 \text{ mm}$$

Vậy, một mặt của thấu kính phân kì đã có bán kính cong $R_1' = -102$ mm.

Bán kính R_2 của mặt kia được tính theo công thức :

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

$$-\frac{1}{152} = 0,5783\left(-\frac{1}{102} - \frac{1}{R_2}\right)$$

$$\frac{0,5783}{R_2} = \frac{1}{152} - \frac{0,5783}{102} = \frac{102 - 152.0,5783}{152.102}$$

$$R_2 = \frac{0,5783.152.102}{102 - 87,9016} \approx \frac{8965,96}{14,1} = 635,88 \qquad \Rightarrow R_2 \approx 636 \text{ mm}$$

R_2 dương, có nghĩa là $\overrightarrow{SC_2}$ hướng theo chiều truyền của ánh sáng, tức là mặt cầu hướng phía lõm theo chiều dương, tức là "mặt thứ hai của thấu kính cũng lõm".

(Trái lại, trong bài 5.12 trên, ta được giá trị R_2 âm, nên mặt cầu tương ứng là mặt lồi).

5.14. Thị kính phân kì phải do một thấu kính phân kì bằng crao, ghép với một thấu kính hội tụ bằng flin.

Tiêu cự của hai thấu kính này phải thoả mãn điều kiện (5.6')

$$f_1\nu_1 + f_2\nu_2 = 0 \qquad (1)$$

Đồng thời lại phải thoả mãn yêu cầu thiết kế :

$$\frac{1}{-5} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \qquad (2)$$

Với $\nu_1 = 63{,}4$ và $\nu_2 = 36{,}9$, phương trình (1) thành :

$$63{,}4f_1 + 36{,}9f_2 = 0 \qquad (3)$$

Do đó :

$$f_2 = -\frac{63{,}4}{36{,}9}f_1 = -1{,}71815 \qquad \Rightarrow f_2 \approx -1{,}7182f_1$$

Thế vào (2), ta được :

$$-\frac{1}{5} = \frac{1}{f_1} - \frac{1}{1{,}7182f_1} = \frac{0{,}7182}{1{,}7182f_1}$$

do đó :

$$f_1 = -\frac{0{,}7182.5}{1{,}7182} = 2{,}089 \qquad \Rightarrow f_1 \approx -2{,}1 \text{ cm}$$

và $$f_2 = -1{,}7182.(-2{,}089) = 3{,}591 \qquad \Rightarrow f_2 \approx 3{,}6 \text{ cm}$$

Gọi R là bán kính cong của mặt lõm nhiều, thì 1,5R là bán kính mặt kia, và ta có :

$$\frac{1}{f_1} = \frac{(n-1)5}{3R} \quad \text{do đó: } R = \frac{5(n-1)f_1}{3}$$

$$R = \frac{5.0{,}51.|f_1|}{3} = \frac{5.0{,}51.2{,}1}{3} \qquad \Rightarrow R = 1{,}785 \text{ cm}$$

Thấu kính hội tụ f_2 có một mặt lồi, bán kính R_1 đúng bằng 1,785 cm để dán với thấu kính phân kì, còn bán kính R_2 của mặt kia, được tính theo :

$$\frac{1}{3,6} = 0,6129\left(\frac{1}{1,785} - \frac{1}{R_2}\right)$$

$$\frac{0,6129}{R_2} = \frac{0,6129}{1,785} - \frac{1}{3,6} = \frac{0,6129.3,6 - 1,785}{1,785.3,6}$$

$$R_2 = \frac{0,6129.1,785.3,6}{2,20644 - 1,785} \approx \frac{3,9385}{0,4} = 9,345$$

hay là $R_2 \approx 9,35$ cm.

R_2 dương, vậy mặt này chỉ lõm gần bằng $\frac{1}{3,5}$ mặt kia của thấu kính phân kì.

Tóm lại, thấu kính phân kì có hai mặt lõm, bán kính lần lượt là

$$R_1 = 1,785 \text{ cm} \quad \text{và} \quad R_2 \approx 2,68 \text{ cm}.$$

Còn thấu kính hội tụ có một mặt lồi, bán kính cũng là $R_1' = 1,785$ cm và một mặt lõm, bán kính $R_2 \approx 9,35$ cm.

Ta biết rằng cầu sai của thấu kính hội tụ và thấu kính phân kì trái dấu nhau, nên khi ghép các thấu kính để sửa sắc sai, ta cũng đồng thời giảm được cầu sai. Tuy nhiên, tính toán đầy đủ là rất phức tạp, nhưng không đi vào các chi tiết tính toán, ta cũng có thể nhận thấy rằng cầu sai của các thấu kính – hội tụ chẳng hạn – là do tia sáng khúc xạ tại các điểm ở mép bị lệch nhiều hơn các tia giữa, nên nếu hai môi trường ở hai bên mặt cầu có chiết suất chênh lệch nhau càng nhiều thì cầu sai càng lớn. Vì vậy, các mặt tiếp xúc với không khí có độ cong càng nhỏ – tức là bán kính càng lớn – càng giảm được cầu sai. Còn với các mặt ngăn cách hai môi trường có chiết suất chênh lệch ít – ví dụ, hai loại thuỷ tinh khác nhau – thì dù mặt ngăn cách có cong nhiều, thì cầu sai vẫn không đến mức quan trọng. Vì vậy, khi dán hai thấu kính, bao giờ người ta cũng dán các mặt cong nhiều với nhau, để các mặt tiếp xúc với không khí càng ít cong càng tốt.

5.15. Giống như phép giải bài trước, ta phải tính tiêu cự của mỗi thấu kính thành phần bằng cách giải hệ hai phương trình.

$$f_1v_1 + f_2v_2 = 0 \quad \text{hay là} \quad 57,6f_1 + 27,5f_2 = 0 \qquad (1)$$

$$\frac{1}{f_h} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \quad \text{hay là} \quad \frac{1}{360} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \qquad (2)$$

Từ (1), ta suy ra :

$$f_2 = -\frac{57,6}{27,5}f_1 = -2,0945f_1 \qquad \Rightarrow f_2 \approx -2,1f_1$$

Thế vào (2), ta được :

$$\frac{1}{360} = \frac{1}{f_1} - \frac{1}{2,1f_1} = \frac{1,1}{2,1f_1} = \frac{11}{21f_1}$$

Do đó :

$$f_1 = \frac{360.11}{21} = 188,57 \qquad \Rightarrow f_1 \approx 189 \text{ mm}$$

và $$f_2 = -2,1f_1 = -2,1.189 = -396,9 \qquad \Rightarrow f_2 \approx -397 \text{ mm}$$

Với hai giá trị này của f_1 và f_2 thì tiêu cự của thấu kính ghép sẽ là

$$f_{hệ} \approx 360,73 \text{ mm}$$

Nếu lấy hai giá trị làm tròn, $f_1 = 190$ mm và $f_2 = -400$ mm, thì tiêu cự của hệ sẽ là 361,90 mm ≈ 362 mm chỉ sai lệch so với dự tính chưa tới 2 mm. Vậy ta có thể lấy hai giá trị :

$$f_1 = 190 \text{ m và } f_2 = -400 \text{ mm}$$

a) Bán kính cong hai mặt của thấu kính hội tụ :

$$R = \frac{3(n-1)f_1}{2} = \frac{3(0,5726)190}{2} = 163,19 \qquad \Rightarrow R \approx 163,2 \text{ mm}$$

và $$2R \approx 326,4 \text{ mm}$$

Một mặt của thấu kính phân kì có bán kính :

$$R' = -R \text{ tức là mặt lõm ;} \qquad R' = -163,2 \text{ mm}$$

Bán kính mặt kia được tính theo công thức :

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) \text{ hay là } -\frac{1}{400} = (0,7550)\left(\frac{1}{-163,2} - \frac{1}{R_2}\right)$$

Do đó :

$$\frac{0,755}{R_2} = \frac{1}{400} - \frac{0,755}{163,2} = \frac{163,2 - 0,755.400}{400.163,2} = \frac{-138,8}{1632.40}$$

$$R_2 = -\frac{0,755.1632.40}{138,8} = -355,08 \qquad \Rightarrow R_2 \approx -355 \text{ mm}$$

R_2 âm. Vậy (xem bài 5.13 và 5.12), mặt này là mặt lồi, tức là thấu kính phân kì là một thấu kính lõm – lồi, mặt lõm có bán kính $R_1 = 163,2$ mm và mặt lồi có bán kính $R_2 = 355$ mm.

b) Tiêu cự hai thấu kính, đã tính ở trên, đối với bức xạ D, là :

$$f_1 = +190 \text{ mm và } f_2 = -400 \text{ mm}$$

c) Tiêu cự của thấu kính ghép, đối với bức xạ D, do đó sẽ là :

$$f_D = \frac{190.(-400)}{(-400) + 190} = 361,904 \qquad \Rightarrow f_D \approx 362 \text{ mm}$$

Để tính tiêu cự của thấu kính ghép đối với mỗi bức xạ, ta phải tính tiêu cự của mỗi thành phần, đối với bức xạ ấy.

Chiết suất của thuỷ tinh C–6 làm thấu kính hội tụ đối với bức xạ F là

$$n_F = n_D + (n_F - n_D) = 1,5726 + 0,00702 = 1,57962$$

Tiêu cự f_{1F} của thấu kính hội tụ, đối với bức xạ F, được tính theo :

$$\frac{1}{f_{1F}} = 0,5796\left(\frac{1}{163,2} + \frac{1}{2.163,2}\right) = \frac{0,5796}{0,5726.190}$$

$$f_{1F} = \frac{5726.190}{5796} = 187,705 \qquad \Rightarrow f_{1F} \approx 187,7 \text{ mm}$$

Chiết suất của thuỷ tinh C–18 làm thấu kính phân kì là :

$$n_{2F} = 1,7550 + 0,01975 = 1,77475$$

và tiêu cự thấu kính phân kì, đối với bức xạ F, được tính theo :

$$\frac{1}{f_{2F}} = 0,77475\left(\frac{1}{355} - \frac{1}{163,2}\right) = \frac{0,77475}{0,755.400}$$

do đó :

$$f_{2F} = -\frac{75500.400}{77475} = -389{,}803 \qquad \Rightarrow f_{2F} \approx -390 \text{ mm}$$

Và tiêu cự của hệ, đối với bức xạ F, là

$$f_F = \frac{187{,}7.(-389{,}80)}{187{,}7 - 389{,}80} = +\frac{187{,}7.389{,}80}{202{,}1}$$

$$f_F \approx 362{,}026 \approx 362 \text{ mm}$$

So với giá trị f_D tính ở trên, f_F chỉ lớn hơn chừng 0,1 mm. Đó là sắc sai còn dư. So với hiệu số $(f_{1F} - f_{1D}) = 187{,}7 - 190 \sim 2{,}5$ mm hoặc $f_{2F} - f_{2D} = 389{,}80 - 400 \sim 10$ mm, thì sắc sai còn dư này thật không đáng kể. Do đó, có thể coi là, thực tế, thấu kính ghép này không còn sắc sai.

Tính tiêu cự của hệ, đối với bức xạ C, chắc chắn ta cũng sẽ được giá trị rất gần f_F, vì đó chính là điểm xuất phát trong các phép tính của ta. Xin mời bạn đọc thử kiểm nghiệm !

MỤC LỤC

Chịu trách nhiệm xuất bản :
Chủ tịch Hội đồng Thành viên NGUYỄN ĐỨC THÁI
Tổng Giám đốc HOÀNG LÊ BÁCH
Chịu trách nhiệm nội dung :
Tổng biên tập PHAN XUÂN THÀNH

Tổ chức và chịu trách nhiệm bản thảo:
Phó Tổng biên tập NGUYỄN HIỀN TRANG
Giám đốc CTCP Dịch vụ xuất bản Giáo dục Hà Nội PHẠM THỊ HỒNG

Biên tập lần đầu :
PHẠM THỊ NGỌC THẮNG
Biên tập tái bản và sửa bản in :
ĐINH THỊ THÁI QUỲNH
Thiết kế sách :
NGUYỄN KIM TOÀN
Trình bày bìa :
TẠ THANH TÙNG
Chế bản :
PHÒNG CHẾ BẢN – CTCP DỊCH VỤ XUẤT BẢN GIÁO DỤC HÀ NỘI

BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI VẬT LÍ THPT - QUANG HỌC 1

Mã số : C3L07h9 - CPD
In 1.000 bản (QĐ in 37-STK), khổ 17x24cm,
In tại Công ty CP In và Dịch vụ Thừa Thiên Huế, 57 Bà Triệu - TP. Huế.
Số ĐKXB : 2692-2019/CXBIPH/6-927/GD
Số QĐXB : 1024/QĐ-GD-ĐN ngày 13 tháng 08 năm 2019
In xong và nộp lưu chiểu tháng 8 năm 2019
Mã ISBN : 978-604-0-19123-6