

TÔ GIANG – VŨ THANH KHIẾT – NGUYỄN THẾ KHÔI

TÀI LIỆU CHUYÊN VẬT LÝ

VẬT LÝ 12

TẬP MỘT



NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

TÔ GIANG - VŨ THANH KHIẾT - NGUYỄN THẾ KHÔI

TÀI LIỆU CHUYÊN VẬT LÝ VẬT LÝ 12

TẬP MỘT

(Tái bản lần thứ nhất)

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

LỜI NÓI ĐẦU

Bộ sách *Tài liệu chuyên Vật lí* bao gồm 10 cuốn (6 cuốn lí thuyết, 3 cuốn bài tập và 1 cuốn thực hành, được ghi cụ thể ở bìa sau của cuốn sách) được viết theo *Chương trình Dạy học chuyên sâu môn Vật lí* do Bộ Giáo dục và Đào tạo quy định từ năm 2009, nhằm thống nhất trên toàn quốc nội dung dạy học môn Vật lí cho các trường THPT Chuyên và nội dung bồi dưỡng học sinh giỏi cấp THPT.

Chương trình Dạy học chuyên sâu môn Vật lí bao gồm hai phần :

- *Nội dung Vật lí nâng cao* (đúng như nội dung chương trình Vật lí nâng cao THPT).
- *Nội dung Vật lí chuyên sâu*.

Hai phần này trong bộ sách *Tài liệu chuyên Vật lí* được kết hợp thống nhất trong một hệ thống các bài học nối tiếp nhau theo thứ tự dạy học trong từng phân môn.

Để thuận tiện cho việc dạy học, một số nội dung trong sách giáo khoa của ban cơ bản và ban nâng cao được đưa vào các tài liệu này sau khi đã được tinh giản và bổ sung một cách thích hợp.

Phần chữ nhỏ trong tài liệu là một số tư liệu, hoặc một số lập luận chi tiết, không phải là nội dung chủ yếu.

Bộ sách *Tài liệu chuyên Vật lí* sẽ là tài liệu tốt dành cho học sinh và giáo viên các trường chuyên.

Cuốn *Tài liệu chuyên Vật lí. Vật lí 12 - Tập một* gồm năm chương :

Chương I, II, III do tác giả Tô Giang biên soạn.

Chương IV do tác giả Nguyễn Thế Khôi, Vũ Thanh Khiết biên soạn.

Chương V do tác giả Vũ Thanh Khiết biên soạn.

Cuốn sách được in lần đầu nên khó tránh khỏi thiếu sót. Chúng tôi mong nhận được sự góp ý của quý độc giả, mọi ý kiến góp ý xin gửi về :

Ban biên tập sách Vật lí – Công ty Cổ phần Dịch vụ xuất bản Giáo dục Hà Nội – Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam, 187B Giảng Võ, Hà Nội.

CÁC TÁC GIẢ

Chương I

ĐỘNG LỰC HỌC VẬT RẮN

A. CHUYỂN ĐỘNG QUAY CỦA VẬT RẮN QUANH MỘT TRỤC CỐ ĐỊNH

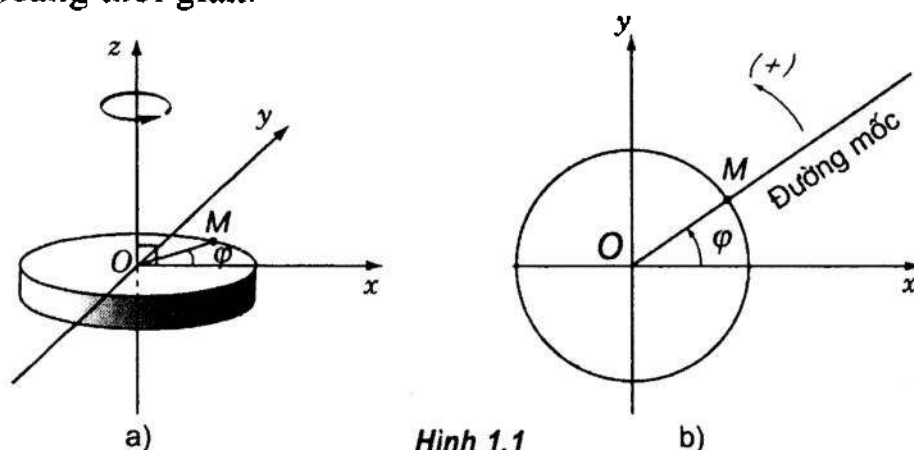
1 KHẢO SÁT CHUYỂN ĐỘNG QUAY VỀ MẶT ĐỘNG HỌC

Khi khảo sát chuyển động quay của một vật rắn quanh một trục cố định, như cánh cửa, bánh xe, ròng rọc..., một vấn đề được đặt ra trước tiên là làm thế nào xác định được vị trí của vật trong chuyển động quay và những đại lượng nào đặc trưng cho chuyển động quay ?

I – CÁCH XÁC ĐỊNH VỊ TRÍ CỦA MỘT VẬT RẮN QUAY QUANH TRỤC CỐ ĐỊNH

1. Xét một vật rắn quay quanh một trục z (Hình 1.1a). Chuyển động này có hai đặc điểm sau đây :

- Mọi điểm của vật đều vạch những đường tròn trong các mặt phẳng vuông góc với trục quay và có tâm nằm trên trục.
- Mọi điểm của vật chuyển động trên đường tròn được cùng một góc trong cùng một khoảng thời gian.



Hình 1.1

2. Dựa vào hai đặc điểm trên, ta có thể xác định vị trí của vật rắn trong chuyển động quay như sau :

Chọn một đường mốc cố định trên vật và vuông góc với trục quay, chẳng hạn như đường OM nằm trong tiết diện thẳng trùng với mặt phẳng xOy (Hình 1.1b). Chọn một chiều quay làm chiều dương. *Vị trí của vật được xác định bằng góc φ mà đường mốc làm với trục Ox.* Góc φ gọi là *toạ độ góc* của vật.

II – VẬN TỐC GÓC

Vận tốc góc là một đại lượng đặc trưng cho chuyển động quay nhanh hay chậm của vật rắn.

1. Vận tốc góc trung bình

Gọi $\Delta\varphi$ là góc mà vật quay được trong khoảng thời gian Δt . Vận tốc góc trung bình của vật là :

$$\omega_{tb} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \quad (1.1)$$

Đối với chuyển động quay có đổi chiều trong khoảng thời gian Δt thì vận tốc góc trung bình ít có ý nghĩa vật lí.

2. Vận tốc góc tức thời

Giả sử sau một khoảng thời gian rất ngắn Δt tính từ thời điểm t , vật quay được một góc rất nhỏ $\Delta\varphi$, thì đại lượng xác định bằng thương số $\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$, được gọi là *vận tốc góc tức thời* ω của vật tại thời điểm t .

Về mặt toán học ta viết :

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \varphi'(t) \quad (1.2)$$

Vận tốc góc tức thời của một vật rắn quay quanh một trục là đạo hàm theo thời gian của toạ độ góc của vật.

Đơn vị của vận tốc góc là rad/s.

3. Vận tốc góc có thể dương hoặc âm tùy theo vật quay theo chiều dương hay ngược lại.

Nếu vật quay đều thì ω không đổi. Nếu vật quay không đều thì ω biến thiên. Giá trị tuyệt đối của vận tốc góc gọi là *tốc độ góc*.

III – GIA TỐC GÓC

1. Gia tốc góc trung bình

Gọi $\Delta\omega$ là độ biến thiên vận tốc góc trong khoảng thời gian Δt . Gia tốc góc trung bình của vật là :

$$\gamma_{tb} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \quad (1.3)$$

2. Gia tốc góc tức thời

Giả sử sau một khoảng thời gian rất ngắn Δt kể từ thời điểm t , vận tốc góc biến thiên một lượng là $\Delta\omega$, thì đại lượng được xác định bằng thương số $\frac{\Delta\omega}{\Delta t}$ được gọi là *gia tốc góc tức thời* γ của vật tại thời điểm t .

Về mặt toán học ta viết :

$$\gamma = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \omega'(t) \quad (1.4)$$

Gia tốc góc tức thời (gọi tắt là gia tốc) của một vật rắn quay quanh một trục là đạo hàm theo thời gian của vận tốc góc.

Đơn vị của gia tốc góc là rad/s^2 .

- Nếu $\gamma = 0$ thì vật quay đều.
- Nếu γ cùng dấu với ω thì vật quay nhanh dần.
- Nếu γ trái dấu với ω thì vật quay chậm dần.

Dưới đây ta chỉ xét chuyển động quay biến đổi đều, tức là có γ không đổi.

IV – CÁC CÔNG THỨC CỦA CHUYỂN ĐỘNG QUAY BIẾN ĐỔI ĐỀU

Các công thức của chuyển động quay biến đổi đều có dạng toán học giống như các công thức của chuyển động thẳng biến đổi đều.

Chọn chiều quay làm chiều dương.

$$1. \quad \gamma = \text{hằng số} \quad (1.5)$$

$$2. \quad \omega = \omega_0 + \gamma t \quad (1.6)$$

(ω_0 là vận tốc góc ban đầu)

$$3. \quad \varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \gamma t^2 \quad (1.7)$$

(φ_0 là toạ độ góc ban đầu)

$$4. \omega^2 - \omega_0^2 = 2\gamma(\varphi - \varphi_0) \quad (1.8)$$

Khi $\gamma = 0$, ta thu được các công thức của chuyển động quay đều :

$$\omega = \text{hằng số}$$

$$\varphi = \varphi_0 + \omega t$$

V – VẬN TỐC VÀ GIA TỐC CỦA CÁC ĐIỂM CỦA MỘT VẬT RẮN QUAY

1. Vận tốc

Khi một vật rắn quay, mỗi điểm của nó chuyển động tròn. Vector vận tốc của mỗi điểm luôn tiếp tuyến với quỹ đạo tròn và có giá trị đại số là :

$$v = \omega r$$

trong đó ω và v luôn cùng dấu.

2. Gia tốc

a) Khi một vật rắn quay đều, thì mọi điểm của nó chuyển động tròn đều.

$$\gamma = 0$$

$$v = \omega r = \text{không đổi}$$

Vector vận tốc của mỗi điểm chỉ thay đổi về hướng chứ không thay đổi về độ lớn. Khi ấy, vector gia tốc của mỗi điểm *vuông góc* với vector vận tốc và hướng vào tâm của đường tròn, nên gọi là gia tốc hướng tâm. Về độ lớn, ta có :

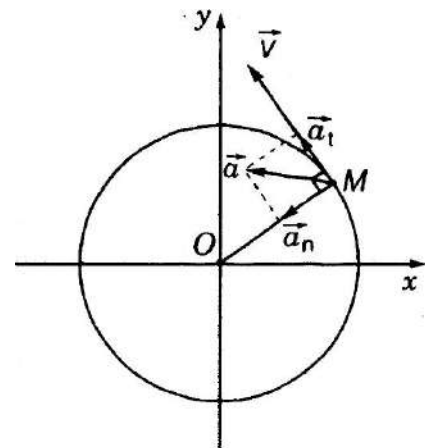
$$a_{ht} = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$$

b) Khi một vật rắn quay không đều quanh một trục cố định, thì mọi điểm của nó chuyển động tròn không đều. Vector vận tốc của mỗi điểm thay đổi cả về hướng lẫn độ lớn. Khi ấy, vector gia tốc của mỗi điểm *không còn vuông góc* mà làm thành một góc α với vector vận tốc.

Ta phân tích vector gia tốc $\vec{a}$ thành hai thành phần vuông góc (Hình 1.2) :

Gia tốc pháp tuyến hay gia tốc hướng tâm. Nó đặc trưng cho sự thay đổi về hướng của vector $\vec{v}$.

$$a_n = a_{ht} = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$$



Hình 1.2

Gia tốc tiếp tuyến. Nó đặc trưng cho sự thay đổi về độ lớn của vectơ $\vec{v}$.

$$a_t = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \gamma r$$

- Nếu vectơ $\vec{a}_t$ cùng chiều với $\vec{v}$ thì vật quay nhanh dần.
- Nếu vectơ $\vec{a}_t$ ngược chiều với $\vec{v}$ thì vật quay chậm dần.

Tổng $\vec{a} = \vec{a}_{ht} + \vec{a}_t$ là gia tốc của một điểm của một vật quay không đều.

VI – BÀI TẬP VÍ DỤ

Một đĩa mài quay với gia tốc góc không đổi $\gamma = 0,35 \text{ rad/s}^2$.

a) Đĩa bắt đầu quay từ trạng thái nghỉ với toạ độ góc ban đầu $\varphi_0 = 0$. Hỏi vận tốc góc và số vòng quay được sau $t = 18 \text{ s}$?

b) Giả sử lúc đầu đĩa đã có vận tốc góc $\omega_0 = 4,6 \text{ rad/s}$. Hỏi vào thời điểm nào thì đĩa dừng lại ?

Giải

Chọn chiều dương là chiều quay.

a) Vận tốc góc của đĩa tại $t = 18 \text{ s}$ là :

$$\omega = \gamma t = 0,35 \cdot 18 = 6,3 \text{ rad/s}$$

Góc quay được sau $t = 18 \text{ s}$ là :

$$\varphi = \frac{1}{2} \gamma t^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,35 \cdot (18)^2 = 56,7 \text{ rad}$$

Số vòng quay được là :

$$n = \frac{\varphi}{2\pi} = \frac{56,7}{2\pi} \approx 9,0 \text{ vòng}$$

b) Vì $\omega_0 = 4,6 \text{ rad/s}$ và $\gamma = -0,35 \text{ rad/s}^2$ (vì đĩa quay chậm dần đều). Gọi t_1 là thời điểm đĩa dừng lại, ta có :

$$t_1 = \frac{\omega - \omega_0}{\gamma} = \frac{0 - 4,6}{-0,35} \approx 13 \text{ s}$$



CÂU HỎI

1. Nêu những đặc điểm của chuyển động quay của một vật rắn quanh một trục cố định. Từ đó nêu ra cách xác định vị trí của vật trong chuyển động này.
2. Nêu định nghĩa của vận tốc góc tức thời và gia tốc góc tức thời.
3. Viết các công thức của chuyển động quay biến đổi đều.



BÀI TẬP

1. Trong các chuyển động quay dưới đây, chuyển động nào quay chậm dần ?
A. $\omega = 0$; $\gamma = 0,5 \text{ rad/s}^2$.
B. $\omega = -1,5 \text{ rad/s}$; $\gamma = 0,5 \text{ rad/s}^2$.
C. $\omega = -1,5 \text{ rad/s}$; $\gamma = -0,5 \text{ rad/s}^2$.
D. $\omega = 1,5 \text{ rad/s}$; $\gamma = 0$.
2. Một vật quay quanh một trục với gia tốc góc không đổi. Sau thời gian t kể từ lúc bắt đầu quay, số vòng quay được tỉ lệ với
A. $\sqrt{t}$. B. t . C. t^2 . D. t^3 .
3. Một bánh xe quay nhanh dần đều từ trạng thái nghỉ, sau 10 s đạt tốc độ góc 20 rad/s . Trong 10 s đó bánh xe quay được một góc bằng
A. $2\pi \text{ rad}$. B. 100 rad . C. $4\pi \text{ rad}$. D. $200\pi \text{ rad}$.
4. Một cái đĩa bắt đầu quay quanh trục của nó với gia tốc góc không đổi. Sau $t = 5,0 \text{ s}$ nó quay được một góc $\varphi = 25 \text{ rad}$. Chọn chiều quay làm chiều dương.
a) Gia tốc góc của đĩa là bao nhiêu ?
b) Vận tốc góc trung bình trong thời gian ấy là bao nhiêu ?
c) Vận tốc góc tức thời của đĩa tại thời điểm $t = 0,5 \text{ s}$ là bao nhiêu ?

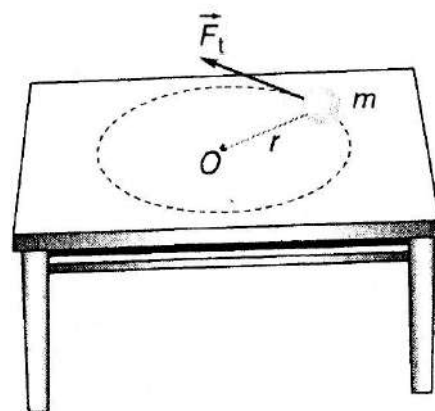
2

PHƯƠNG TRÌNH ĐỘNG LỰC HỌC CỦA CHUYỂN ĐỘNG QUAY CỦA VẬT RẮN QUANH MỘT TRỤC CỐ ĐỊNH

Ta đã biết, trong chuyển động của chất điểm, giữa lực và gia tốc có mối liên hệ được diễn tả bằng định luật II Niu-ơn : $\vec{F} = m\vec{a}$. Một câu hỏi đặt ra là trong chuyển động quay của vật rắn, giữa momen lực và gia tốc góc có mối liên hệ nào tương tự như vậy không ?

I – MỐI LIÊN HỆ GIỮA MOMEN LỰC VÀ GIA TỐC GÓC

1. Trước hết ta xét trường hợp đơn giản nhất : Vật rắn gồm một quả cầu nhỏ khối lượng m gắn vào đầu một thanh rất nhẹ, dài r . Vật chỉ có thể quay trên một mặt bàn nằm ngang, nhẵn xung quanh một trục thẳng đứng đi qua đầu O của thanh (Hình 2.1).



Hình 2.1

Giả sử ta tác dụng vào quả cầu một lực $\vec{F}_t$ theo phương tiếp tuyến với quỹ đạo tròn của quả cầu. Vì lực $\vec{F}_t$ cùng phương với vận tốc $\vec{v}$ của quả cầu nên nó không làm thay đổi hướng mà chỉ làm thay đổi độ lớn của vectơ vận tốc, tức là chỉ gây ra gia tốc tiếp tuyến a_t cho quả cầu, làm cho quả cầu chuyển động nhanh dần trên quỹ đạo tròn. (Khi quả cầu chuyển động tròn, nó còn chịu lực hướng tâm là lực căng $\vec{T}$ của thanh).

Lực F_t gây ra cho vật một momen quay :

$$M = F_t r \quad (2.1)$$

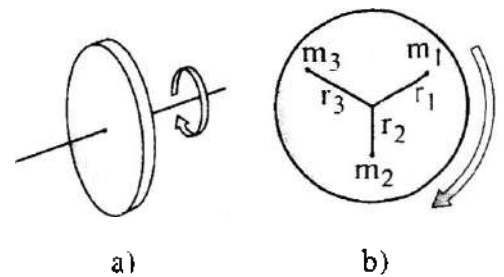
Thay $F_t = ma_t$ và $a_t = r\gamma$ vào (2.1), ta được :

$$M = mr^2\gamma \quad (2.2)$$

Phương trình $M = mr^2\gamma$ đúng cho cả trường hợp lực $\vec{F}$ có phương bất kì vì chỉ có thành phần $\vec{F}_t$ của lực $\vec{F}$ mới gây ra momen quay.

2. Bây giờ ta xét một đĩa phẳng quay quanh trục của nó (Hình 2.2a). Đĩa gồm nhiều chất điểm, khối lượng m_i , ở cách trục quay những khoảng cách r_i khác nhau (Hình 2.2b). Momen lực tác dụng lên mỗi chất điểm liên hệ với gia tốc góc bằng phương trình (2.2). Vì các chất điểm có cùng gia tốc góc nên tổng các momen lực tác dụng lên tất cả các chất điểm liên hệ với gia tốc góc bằng phương trình sau :

$$M = \left(\sum_i m_i r_i^2 \right) \gamma \quad (2.3)$$



Hình 2.2

Trong số các lực tác dụng lên các chất điểm chỉ có một số ít là ngoại lực, còn lại là nội lực, tức là lực liên kết giữa các hạt. Vì các nội lực luôn xuất hiện từng cặp trực đối nhau nên tổng đại số momen của các nội lực luôn bằng không. Do đó, ở vế trái phương trình (2.3), M chỉ là *tổng đại số momen của các ngoại lực*.

II – PHƯƠNG TRÌNH ĐỘNG LỰC HỌC CỦA CHUYỂN ĐỘNG QUAY MOMEN QUÁN TÍNH

1. Momen quán tính

So sánh phương trình (2.3) với phương trình $F = ma$ của định luật II Niu-ơn, ta thấy gia tốc góc của chuyển động quay liên hệ với momen lực giống như gia tốc của chuyển động tịnh tiến liên hệ với lực. Nếu khối lượng m là đại lượng đặc trưng cho mức quán tính của vật trong chuyển động tịnh tiến, thì :

$$I = \sum_i m_i r_i^2 \quad (2.4)$$

là đại lượng đặc trưng cho *mức quán tính của vật trong chuyển động quay* và được gọi là *momen quán tính của vật*.

Momen quán tính là một đại lượng dương và có tính chất cộng giống như khối lượng. Đơn vị của nó là kg.m^2 .

2. Phương trình động lực học của chuyển động quay

Với đại lượng momen quán tính, ta viết lại phương trình (2.3) như sau :

$$M = I\gamma \quad (2.5)$$

Phương trình (2.5) đúng cho cả vật rắn có hình dạng bất kì. Nó được gọi là *phương trình động lực học của chuyển động quay* (hay định luật II Niu-tơn cho chuyển động quay).

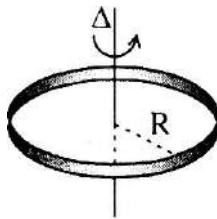
3. Momen quán tính của một số vật rắn đồng chất

- Vật là một vành tròn hay một hình trụ rỗng, có khối lượng m và bán kính R , có trục quay là trục của nó (Hình 2.3).

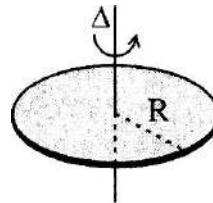
$$I = mR^2 \quad (2.6)$$

- Vật là một đĩa tròn hay hình trụ đặc, có khối lượng m , bán kính R , có trục quay là trục của nó (Hình 2.4).

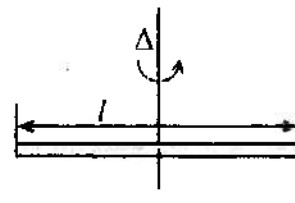
$$I = \frac{1}{2}mR^2 \quad (2.7)$$



Hình 2.3



Hình 2.4



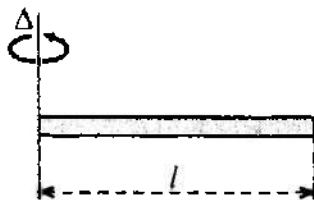
Hình 2.5

- Vật là một thanh mảnh có độ dài l và khối lượng m , có trục quay là đường trung trục của thanh (Hình 2.5).

$$I = \frac{1}{12}ml^2 \quad (2.8)$$

- Vật là một thanh mảnh có độ dài l và khối lượng m , có trục quay đi qua một đầu thanh và vuông góc với thanh (Hình 2.6).

$$I = \frac{1}{3}ml^2 \quad (2.9)$$



Hình 2.6



Hình 2.7

- Vật là một hình cầu đặc, có khối lượng m và bán kính R , có trục quay đi qua tâm (Hình 2.7).

$$I = \frac{2}{5}mR^2 \quad (2.10)$$

III – BÀI TẬP VÍ DỤ

Một ròng rọc có bán kính R và momen quán tính I . Một dây không giãn vắt qua ròng rọc, hai đầu treo hai vật có khối lượng m_1 và m_2 ($m_1 < m_2$). Biết rằng dây không trượt trên ròng rọc và trục quay không có ma sát (Hình 2.8). Tính :

- Gia tốc của mỗi vật.
- Lực căng của mỗi nhánh dây.

Giải

Chọn chiều dương cho chuyển động tịnh tiến và cho chuyển động quay như hình 2.9.

Áp dụng định luật II Niu-tơn cho mỗi vật, ta được :

$$T_1 = m_1 g = m_1 a \quad (1)$$

$$m_2 g - T_2 = m_2 a \quad (2)$$

Áp dụng phương trình động lực học của chuyển động quay cho ròng rọc, ta được :

$$(T_2 - T_1)R = I\gamma \quad (3)$$

Vì dây không trượt trên ròng rọc, nên gia tốc của dây bằng gia tốc tiếp tuyến của một điểm trên vành ngoài của ròng rọc :

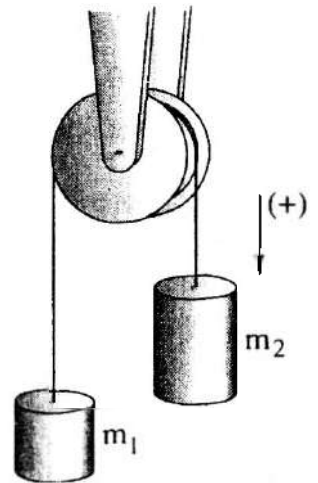
$$a = R\gamma \quad (4)$$

Giải hệ phương trình, ta được :

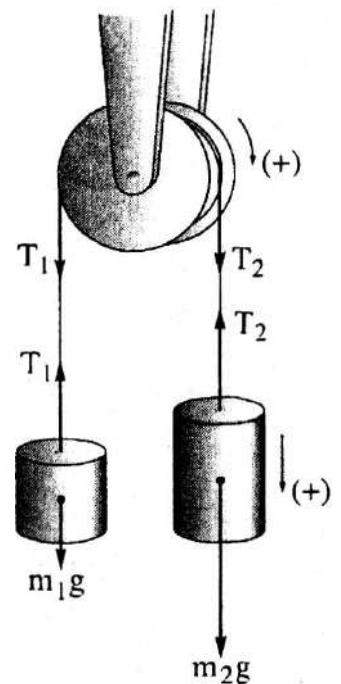
$$a = \frac{(m_2 - m_1)g}{m_2 + m_1 + \frac{I}{R^2}}$$

$$T_2 = \frac{m_2 g (2m_1 R^2 + I)}{R^2 (m_2 + m_1) + I} ; T_1 = \frac{m_1 g (2m_2 R^2 + I)}{R^2 (m_2 + m_1) + I}$$

Chú ý : Do momen quán tính I của ròng rọc khác không, nên $T_2 > T_1$. Nếu bỏ qua khối lượng của ròng rọc, tức là bỏ qua momen quán tính của nó, thì theo phương trình (3) : $T_2 = T_1$.



Hình 2.8



Hình 2.9



CÂU HỎI

1. Viết biểu thức và nêu ý nghĩa của momen quán tính của một vật rắn trong chuyển động quay.
2. Viết phương trình động lực học của chuyển động quay của một vật rắn.
3. Cho biết momen quán tính của một số vật rắn đồng chất.



BÀI TẬP

1. Một momen lực không đổi tác dụng vào một vật có trục quay cố định. Trong những đại lượng dưới đây, đại lượng nào **không phải** là một hằng số ?
A. Momen quán tính. B. Gia tốc góc.
C. Khối lượng. D. Tốc độ góc.
2. Hai chất điểm có khối lượng 1 kg và 2 kg được gắn ở hai đầu của một thanh nhẹ có chiều dài 1 m. Momen quán tính của hệ đối với trục quay đi qua trung điểm của thanh và vuông góc với thanh có giá trị
A. $1,5 \text{ kg.m}^2$. B. $0,75 \text{ kg.m}^2$.
C. $0,5 \text{ kg.m}^2$. D. $1,75 \text{ kg.m}^2$.
3. Momen quán tính của một vật rắn **không** phụ thuộc vào
A. khối lượng của vật. B. tốc độ góc của vật.
C. kích thước và hình dạng của vật. D. vị trí trục quay của vật.
4. Phát biểu nào sau đây **không đúng** đối với chuyển động quay đều của vật rắn quanh một trục ?
A. Tốc độ góc là một hàm bậc nhất đối với thời gian.
B. Gia tốc góc của vật bằng 0.
C. Trong những khoảng thời gian bằng nhau, vật quay được những góc bằng nhau.
D. Phương trình chuyển động là một hàm bậc nhất đối với thời gian.
5. Một vật có dạng là một vỏ mỏng hình trụ, bán kính $R = 2,00 \text{ m}$. Một momen lực 960 N.m tác dụng vào vật gây ra cho vật một gia tốc góc $\gamma = 6,29 \text{ rad/s}^2$ quanh trục của nó. Tính :
a) Momen quán tính của vật.
b) Khối lượng m của vật.
6. Một ròng rọc có bán kính $R = 10 \text{ cm}$, có momen quán tính $I = 1,0.10^{-3} \text{ kg.m}^2$ đối với trục của nó. Ròng rọc chịu một lực không đổi $F = 1,2 \text{ N}$ tiếp tuyến với vành. Tính :
a) Gia tốc của ròng rọc.
b) Tốc độ góc của ròng rọc sau $t = 3 \text{ s}$, biết rằng lúc đầu ròng rọc đứng yên.

3

ĐỘNG NĂNG CỦA VẬT RẮN QUAY QUANH MỘT TRỤC CỐ ĐỊNH

Một vật rắn quay quanh một trục có động năng. Câu hỏi đặt ra là có thể dựa vào công thức tính động năng của một chất điểm để tìm công thức cho động năng của một vật rắn quay quanh một trục được không ?

I – ĐỘNG NĂNG CỦA MỘT VẬT RẮN QUAY QUANH MỘT TRỤC CỐ ĐỊNH (gọi tắt là động năng quay)

1. Trước hết ta xét vật có dạng đơn giản được miêu tả ở hình 2.1 (Bài 2). Khi thanh quay với vận tốc góc ω thì quả cầu có vận tốc dài $v = r\omega$ và có động năng là $W_d = \frac{1}{2}mr^2\omega^2$. Vì mr^2 là momen quán tính I của quả cầu đối với trục quay nên ta có thể viết $W_d = \frac{1}{2}I\omega^2$.

2. Bây giờ ta xét một vật rắn mỏng, phẳng quay quanh trục Oz vuông góc với mặt phẳng của vật (Hình 3.1). Ta coi vật như gồm nhiều chất điểm hợp thành, mỗi chất điểm có khối lượng m_i , cách trục quay một khoảng r_i .

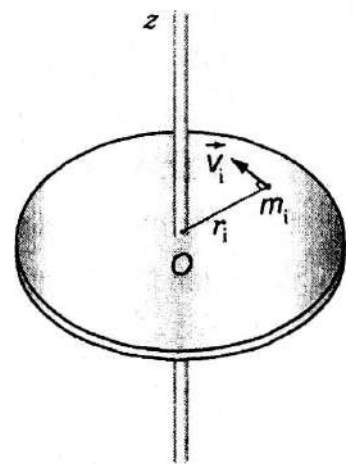
Động năng của vật rắn là tổng động năng của tất cả các chất điểm tạo nên vật :

$$W_d = \sum_i \frac{1}{2}m_i v_i^2 = \frac{\omega^2}{2} \sum_i m_i r_i^2$$

hay $W_d = \frac{1}{2}I\omega^2 \quad (3.1)$

trong đó I là momen quán tính của vật đối với trục quay.

3. Công thức (3.1) đúng cho cả vật rắn có hình dạng bất kì.



Hình 3.1

II – ĐỊNH LÝ BIẾN THIÊN ĐỘNG NĂNG

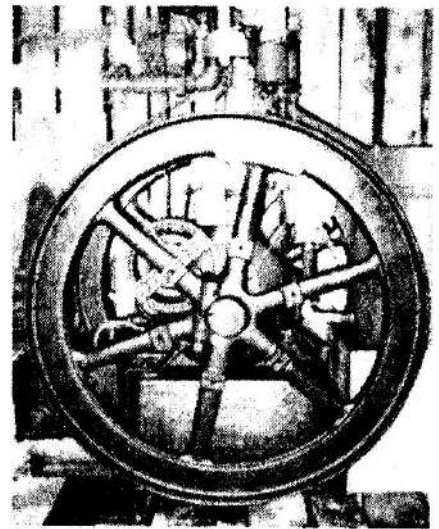
Người ta đã chứng minh được rằng, định lý biến thiên động năng của một chất điểm áp dụng được cho một vật rắn quay quanh một trục. Trong trường hợp này nó được viết thành :

$$\Delta W_d = \frac{1}{2} I \omega_2^2 - \frac{1}{2} I \omega_1^2 = A_{12} \quad (3.2)$$

trong đó A_{12} là công toàn phần thực hiện trên vật.

III – ỨNG DỤNG

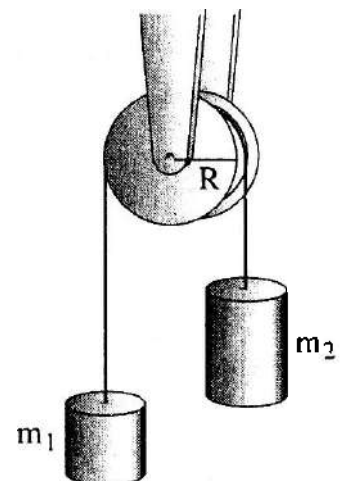
Trong kĩ thuật, người ta dùng bánh đà để tích trữ và cung cấp động năng quay. Bánh đà là một bánh xe bằng thép có momen quán tính đối với trục khá lớn. Nếu nó quay với tốc độ góc lớn thì nó dự trữ một động năng rất lớn. Chẳng hạn, động cơ đốt trong bốn kì thì chỉ có một kì sinh công nhưng vẫn chạy đều là nhờ ghép trục khuỷu với một bánh đà (Hình 3.2). Trong kì sinh công, công này làm tăng động năng của bánh đà. Trong ba kì kia, bánh đà cung cấp động năng quay nó đã dự trữ cho trục khuỷu để các pit-tông vượt qua được điểm chết và động cơ chạy êm.



Hình 3.2

IV – BÀI TẬP VÍ DỤ

Một máy A-tút gồm hai vật có khối lượng $m_1 = 18,0$ kg và $m_2 = 26,5$ kg được nối với nhau bằng một sợi dây mảnh vắt qua một ròng rọc (Hình 3.3). Ròng rọc là một hình trụ đồng chất có bán kính $R = 0,26$ m và khối lượng $m = 7,5$ kg. Lúc đầu vật 1 ở mặt đất, vật 2 ở cách mặt đất 3,00 m. Thả cho hai vật bắt đầu chuyển động. Hãy sử dụng định luật bảo toàn cơ năng để xác định tốc độ của vật 2 ngay trước lúc chạm đất. Giả sử ròng rọc quay không ma sát và dây không trượt trên ròng rọc. Lấy $g = 9,8$ m/s².



Hình 3.3

Giải

Chọn mốc thế năng tại mặt đất.

Thế năng ban đầu của hệ hai vật : $W_{t_1} = m_2gh$

Thế năng lúc cuối của hệ hai vật : $W_{t_2} = m_1gh$

Độ giảm thế năng của hệ hai vật : $-\Delta W_t = (m_2 - m_1)gh$

Động năng của hệ hai vật lúc cuối : $W_{d_1} = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2$

Động năng quay của ròng rọc : $W_{d_2} = \frac{1}{2}I\omega^2$

Thay $I = \frac{1}{2}mR^2$ và $\omega = \frac{v}{R}$ vào ta được :

$$W_{d_2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}mR^2 \cdot \frac{v^2}{R^2} = \frac{1}{4}mv^2$$

Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng :

$$\Delta W_d = -\Delta W_t$$

$$\frac{1}{2}v^2 \left(m_1 + m_2 + \frac{m}{2} \right) = (m_2 - m_1)gh$$

$$v^2 = \frac{2(m_2 - m_1)gh}{m_1 + m_2 + \frac{m}{2}} = \frac{2(26,5 - 18,0)9,8 \cdot 3,00}{26,5 + 18,0 + \frac{7,50}{2}} = 10,37$$

$$v = 3,22 \approx 3,2 \text{ m/s}$$

CÂU HỎI

- Viết biểu thức của động năng quay của một vật rắn. Định lý biến thiên động năng áp dụng cho một vật rắn quay được viết như thế nào ?
- Nêu vai trò của bánh đà đối với một động cơ đốt trong bốn kì.

BÀI TẬP

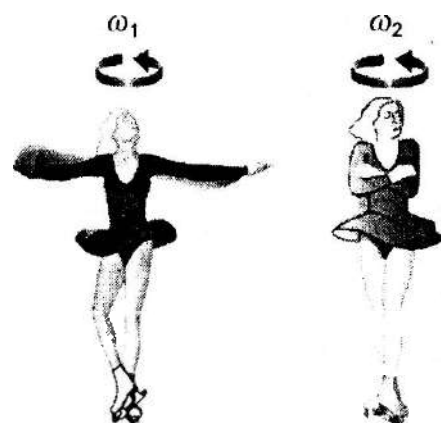
- Trong các công thức tính động năng quay của một vật dưới đây, công thức nào đúng ?
A. $\frac{1}{2}mv^2$. B. $\frac{1}{2}m\omega^2$. C. $\frac{1}{2}I\omega$. D. $\frac{1}{2}I\omega^2$.

2. Đại lượng nào **không** liên quan trực tiếp đến chuyển động quay ?
A. Khối lượng. B. Momen quán tính.
C. Momen lực. D. Động năng quay.
3. Một bàn quay hình trụ, có khối lượng 50 kg, đường kính 1,5 m. Bàn quay đều cứ sau 15 s được một vòng. Động năng quay của bàn bằng bao nhiêu ?
A. 2,46 J. B. 0,22 J.
C. 1,23 J. D. 2,95 kJ.
4. Công để tăng tốc một cánh quạt từ trạng thái nghỉ đến khi có tốc độ góc 200 rad/s là 3000 J. Hỏi momen quán tính của cánh quạt bằng bao nhiêu ?
A. 3 kg.m². B. 0,075 kg.m².
C. 0,3 kg.m². D. 0,15 kg.m².
5. Một bánh đà hình trụ đặc có khối lượng 480 kg, đường kính 0,25 m. Tính công cần thiết để bánh đà bắt đầu quay cho đến khi đạt được tốc độ góc 80 rad/s.
6. Một sàn quay hình trụ đặc có khối lượng 80 kg, bán kính 1,50 m. Sàn bắt đầu quay nhờ một lực không đổi, nằm ngang, có độ lớn 50,0 N tác dụng vào sàn theo phương tiếp tuyến với mép sàn. Tìm động năng của sàn sau 3,0 s.

4

MOMEN ĐỘNG LƯỢNG

Tại sao vận động viên trượt băng muốn thực hiện động tác quay thân người thật nhanh thì phải thu tay và chân lại sát thân người (Hình 4.1) ?



Hình 4.1

I – MOMEN ĐỘNG LƯỢNG

1. Phương trình $M = I\gamma$ có thể viết dưới dạng khác như sau :

$$M = I \frac{d\omega}{dt} = \frac{d}{dt}(I\omega) \text{ (vì } I \text{ là một hằng số)}$$

Đặt $L = I\omega$. Để hiểu L là đại lượng nào, ta hãy xét trường hợp đơn giản nhất của vật có trục quay (Hình 2.1, Bài 2). Thay $I = mr^2$ và $\omega = \frac{v}{r}$ vào ta được $L = rmv$. Ta nhận thấy mv là động lượng của vật. Vectơ động lượng $m\vec{v}$ có phương tiếp tuyến với quỹ đạo tròn của vật, còn bán kính r là *cánh tay đòn* của vectơ động lượng. Vì thế, đại lượng $L = I\omega$ được gọi là *momen động lượng* của vật.

2. Định nghĩa

Đại lượng bằng tích của momen quán tính của một vật rắn và vận tốc góc của nó trong chuyển động quay quanh một trục được gọi là momen động lượng của vật đối với trục đó.

$$L = I\omega \quad (4.1)$$

Momen động lượng có đơn vị là $\text{kg.m}^2/\text{s}$.

Momen động lượng là đại lượng dương nếu vật quay theo chiều dương mà ta chọn và ngược lại.

II – ĐỊNH LÝ BIẾN THIÊN MOMEN ĐỘNG LƯỢNG

1. Với khái niệm momen động lượng, ta viết lại phương trình $M = I\gamma$ như sau :

$$M = I \frac{d\omega}{dt} = \frac{d(I\omega)}{dt} = \frac{dL}{dt} \quad (4.2)$$

Nếu vật chịu các xung lực tác dụng trong khoảng thời gian rất ngắn Δt , thì phương trình (4.2) được viết dưới dạng khác như sau :

$$\Delta L = M\Delta t \quad (4.3)$$

trong đó tích $M\Delta t$ được gọi là *xung lượng của momen lực*.

2. Phương trình (4.3) phát biểu rằng, *độ biến thiên momen động lượng của một vật rắn trong một khoảng thời gian bằng tổng đại số các xung lượng của momen ngoại lực tác dụng lên vật trong khoảng thời gian đó*.

Phát biểu trên đây được gọi là *định lý biến thiên momen động lượng*.

III – ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN MOMEN ĐỘNG LƯỢNG

1. Định luật

Nếu $M = 0$ thì $\Delta L = 0$ và $L = \text{const}$. Như vậy ta có thêm một định luật bảo toàn nữa, gọi là *định luật bảo toàn momen động lượng*.

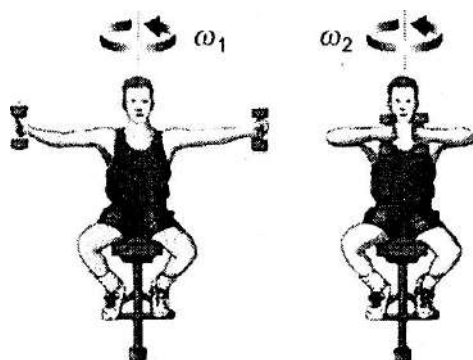
Nếu tổng các momen lực tác dụng lên một vật (hay hệ vật) bằng không thì momen động lượng của vật (hay hệ vật) được bảo toàn.

$$I_1\omega_1 = I_2\omega_2 \quad \text{hay} \quad I\omega = \text{hằng số} \quad (4.4)$$

(lúc đầu) (lúc cuối)

2. Ví dụ

Một người ngồi trên một chiếc ghế quay, hai tay cầm hai quả tạ giống nhau. Bỏ qua ma sát ở trục quay (Hình 4.2). Xét hệ gồm người và mặt ghế (phần quay). Trọng lực của hệ bị khử bởi phản lực của chân ghế (phần đứng yên). Cho người và ghế quay với tốc độ góc ω_1 thì hệ có một momen động lượng ban đầu là $L_1 = I_1\omega_1$. Momen động lượng này không đổi trong khi hệ quay vì tổng momen của các



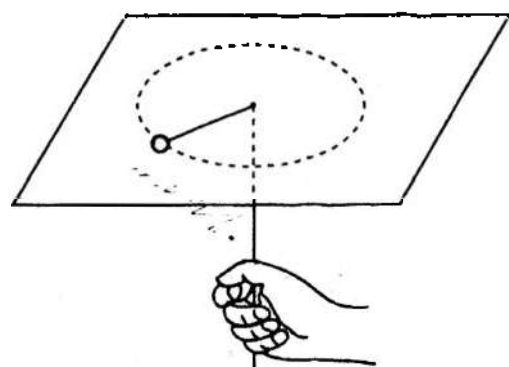
Hình 4.2

ngoại lực tác dụng lên hệ bằng không. Nếu lúc đầu người ấy dang tay (Hình 4.2a) và khi đang quay co tay lại (Hình 4.2b), thì hệ "người + ghế" sẽ quay nhanh hơn. Tại sao vậy ? Khi người co tay lại thì momen quán tính của người và ghế giảm đi, do đó $I_2 < I_1$. Theo định luật bảo toàn momen động lượng thì tốc độ góc ω_2 của hệ phải tăng lên để $I_2\omega_2 = I_1\omega_1$.

3. *Chú ý* : Nếu tổng đại số các momen lực tác dụng lên vật (hay hệ vật) khác không nhưng khoảng thời gian tác dụng Δt của momen lực nhỏ đến mức có thể bỏ qua xung lượng của momen lực $M\Delta t$, thì ta có thể coi momen động lượng của vật (hay hệ vật) là bảo toàn trong khoảng thời gian Δt đó.

IV – BÀI TẬP VÍ DỤ

Một quả cầu có khối lượng 0,12 kg được buộc vào một sợi dây luôn qua một lỗ thủng nhỏ ở mặt bàn (Hình 4.3). Lúc đầu quả cầu chuyển động trên đường tròn, bán kính 40,0 cm, với vận tốc 80,0 cm/s. Sau đó dây được kéo qua lỗ xuống dưới 15,0 cm. Bỏ qua ma sát với bàn. Hãy xác định :



Hình 4.3

- Vận tốc góc của quả cầu trên đường tròn mới.
- Công của lực kéo dây.

Giải

- Vận tốc góc lúc đầu của quả cầu :

$$\omega_1 = \frac{v_1}{r_1} = \frac{80,0}{40,0} = 2,00 \text{ rad/s}$$

Vì lực căng của dây có giá đi qua tâm của đường tròn (lỗ thủng nhỏ), nên momen lực đối với tâm bằng không. Ta suy ra momen động lượng của quả cầu đối với tâm được bảo toàn.

$$L_2 = L_1$$

$$I_2\omega_2 = I_1\omega_1$$

$$\omega_2 = \frac{I_1}{I_2}\omega_1 = \frac{mr_1^2\omega_1}{mr_2^2} = \frac{r_1^2\omega_1}{r_2^2}$$

$$= \frac{40^2 \cdot 2,00}{(40 - 15)^2} = 5,12 \text{ rad/s}$$

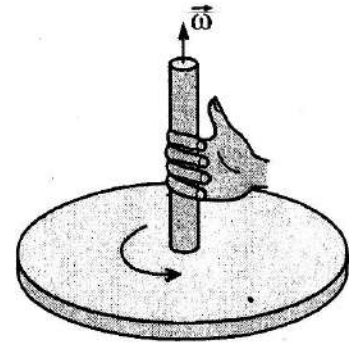
$$\begin{aligned} \text{b)} \quad A &= \Delta W_d = \frac{1}{2} I_2 \omega_2^2 - \frac{1}{2} I_1 \omega_1^2 = \frac{1}{2} m (r_2^2 \omega_2^2 - r_1^2 \omega_1^2) \\ &= \frac{1}{2} \cdot 0,12 \left[(0,25 \cdot 5,12)^2 - (0,40 \cdot 2)^2 \right] = 0,06 \text{ J} \end{aligned}$$

V – CÁC VECTƠ TRỤC

Để viết các phương trình (2.5), (4.2) dưới dạng vectơ ta phải biểu diễn các đại lượng vận tốc góc, gia tốc góc, momen lực dưới dạng vectơ.

1. Vectơ vận tốc góc

Chọn trục quay làm phương của vectơ $\vec{\omega}$, chiều của $\vec{\omega}$ được xác định bằng quy tắc nắm tay phải (Hình 4.4) hay quy tắc cái đinh ốc thuận. Vectơ $\vec{\omega}$ được gọi là *vectơ trục*. Trong chuyển động phẳng, *vectơ trục* luôn vuông góc với mặt phẳng O.



Hình 4.4

2. Vectơ gia tốc góc

Vectơ gia tốc góc là đạo hàm theo thời gian của vectơ vận tốc góc.

$$\vec{\gamma} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \vec{\omega}' \quad (4.5)$$

Vectơ $\vec{\gamma}$ cũng là một vectơ trục.

- $\vec{\gamma}$ cùng chiều với $\vec{\omega}$ nếu vật quay nhanh dần.
- $\vec{\gamma}$ ngược chiều với $\vec{\omega}$ nếu vật quay chậm dần.

3. Vectơ momen lực

Với vectơ $\vec{\gamma}$ ta có thể biểu diễn phương trình đại số $M = I\gamma$ dưới dạng vectơ như sau :

$$\vec{M} = I\vec{\gamma} \quad (4.6)$$

Vectơ $\vec{M}$ là một vectơ trục, luôn cùng chiều với vectơ $\vec{\gamma}$.

4. Vectơ momen động lượng

Với vectơ $\vec{\omega}$ ta có thể viết lại biểu thức đại số của momen động lượng $L = I\omega$ dưới dạng vectơ như sau :

$$\vec{L} = I\vec{\omega} \quad (4.7)$$

Vectơ momen động lượng cũng là một vectơ trục, luôn cùng chiều với vectơ $\vec{\omega}$.

Tương tự, phương trình đại số $M = \frac{dL}{dt}$ được viết dưới dạng vectơ như sau :

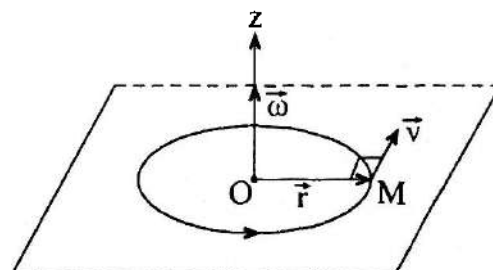
$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt} \quad (4.8)$$

5. Mối liên hệ giữa vectơ vận tốc dài và vectơ vận tốc góc

Giả sử một chất điểm chuyển động tròn quanh trục Oz (Hình 4.5). Vectơ vận tốc $\vec{v}$ của chất điểm liên hệ với vectơ vận tốc góc $\vec{\omega}$ bằng hệ thức sau đây :

$$\vec{v} = \vec{\omega} \wedge \vec{OM} = \vec{\omega} \wedge \vec{r} \quad (4.9)$$

trong đó $\vec{\omega} \wedge \vec{r}$ là một tích vectơ.



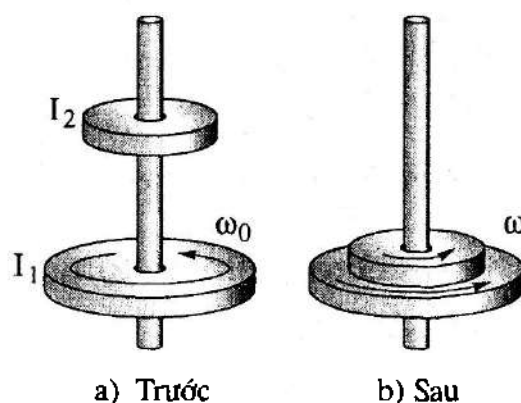
Hình 4.5

❓ CÂU HỎI

1. Nêu định nghĩa và viết biểu thức của momen động lượng.
2. Phát biểu định luật bảo toàn momen động lượng.
3. Tại sao các vận động viên nhảy cầu phải thực hiện động tác gập người và bó gối lúc ở trên không ?

📖 BÀI TẬP

1. Momen động lượng của một vật rắn quay quanh một trục cố định
 - A. luôn luôn không đổi.
 - B. thay đổi khi có ngoại lực tác dụng.
 - C. thay đổi khi có momen ngoại lực tác dụng.
 - D. thay đổi hay không dưới tác dụng của momen ngoại lực thì còn phụ thuộc vào chiều tác dụng của momen ngoại lực.
2. Hai đĩa nằm ngang, có cùng trục quay. Đĩa 1, có momen quán tính I_1 , quay với tốc độ góc ω_0 . Đĩa 2, có momen quán tính I_2 , lúc đầu đứng yên (Hình 4.6). Cho đĩa 2 rơi nhẹ xuống đĩa 1.



Hình 4.6

Do các mặt tiếp xúc nhám nên cả hai đĩa sau khi thôi trượt trên nhau thì có cùng tốc độ góc ω . Tỷ số $\frac{\omega}{\omega_0}$ là

- A. $\frac{I_1}{I_2}$. B. $\frac{I_2}{I_1}$. C. $\frac{I_1}{I_1 + I_2}$. D. $\frac{I_2}{I_1 + I_2}$.

3. Tính momen động lượng của Trái Đất trong chuyển động quay quanh trục của nó. Cho biết Trái Đất (coi là quả cầu) có khối lượng $M = 6,0 \cdot 10^{24}$ kg và có bán kính $R = 6,4 \cdot 10^6$ m.

- A. $0,89 \cdot 10^{34}$ kg.m²/s. B. $0,71 \cdot 10^{34}$ kg.m²/s.
C. $0,356 \cdot 10^{34}$ kg.m²/s. D. $42,6 \cdot 10^{34}$ kg.m²/s.

4. Một thanh cứng, mảnh, nhẹ, dài 1,00 m, quay xung quanh một trục vuông góc với thanh và đi qua tâm (Hình 4.7). Hai quả cầu (coi là những hạt) có khối lượng 2,00 kg và 1,5 kg được gắn vào hai đầu thanh. Tính momen động lượng của hệ, biết tốc độ dài của mỗi quả cầu là 5,00 m/s.

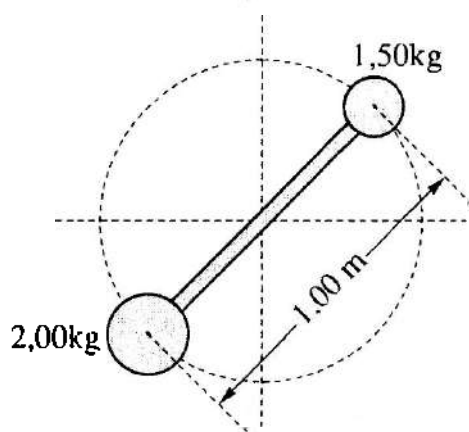
- A. $8,75$ kg.m²/s. B. $4,375$ kg.m/s².
C. $17,5$ kg.m²/s. D. 35 kg.m²/s.

5. Một vận động viên trượt băng nghệ thuật có thể tăng tốc độ quay từ 0,5 vòng/giây lên đến 3 vòng/giây bằng cách thu chân và tay sát thân người (tức là sát trục quay). Nếu momen quán tính của người lúc đầu là $4,5$ kg.m² thì lúc sau bằng bao nhiêu ?

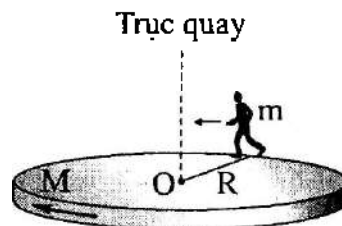
- A. $0,38$ kg.m². B. $0,19$ kg.m².
C. $0,77$ kg.m². D. $0,13$ kg.m².

6. Một đĩa trẻ, khối lượng m , đứng ở mép một sàn quay của trò chơi ngựa gỗ chạy vòng quanh. Sàn có khối lượng M , bán kính R . Cả đĩa trẻ và sàn lúc đầu đứng yên. Đĩa trẻ đi quanh chu vi của sàn với tốc độ v so với đất (Hình 4.8). Hỏi tốc độ góc của sàn quay đối với đất bằng bao nhiêu ?

- A. $\omega = 0$. B. $\omega = \frac{v}{R}$
C. $\omega = \frac{mRv}{\left(\frac{1}{2}M + m\right)R^2}$. D. $\omega = \frac{2mv}{MR}$.



Hình 4.7



Hình 4.8

B. CHUYỂN ĐỘNG PHẪNG CỦA VẬT RẮN

5

CÁC PHƯƠNG TRÌNH ĐỘNG LỰC HỌC CỦA CHUYỂN ĐỘNG PHẪNG

I – CHUYỂN ĐỘNG PHẪNG

1. Định nghĩa

Chuyển động phẳng của một vật rắn là chuyển động trong đó mọi điểm của vật chuyển động song song với một mặt phẳng cố định cho trước.

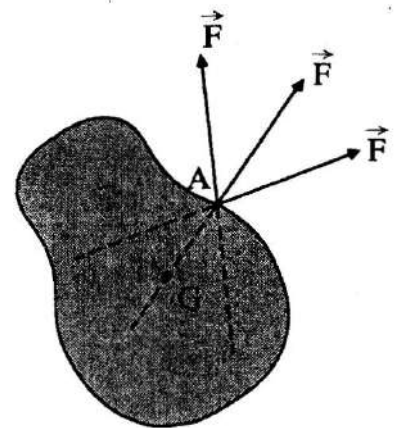
2. Quy ước

Khi khảo sát về chuyển động phẳng, ta quy ước như sau :

- Gọi mặt phẳng cố định là mặt phẳng O. Hệ quy chiếu (HQC) gắn với mặt phẳng O là HQC O.
- Vật rắn mà ta xét chuyển động là một bản mỏng, phẳng, song song với mặt phẳng O (Vật rắn bất kì có thể xem là gồm nhiều bản này ghép lại).
- Hệ lực tác dụng vào vật là hệ lực phẳng song song với mặt phẳng O.
- Khi nói "vật quay quanh một điểm" thì phải hiểu điểm này là giao điểm của trục quay với mặt phẳng O.

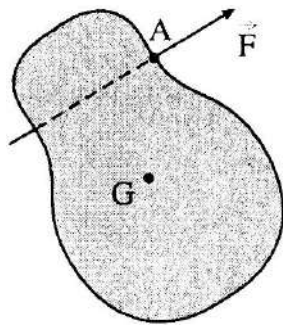
II – TÁC DỤNG CỦA MỘT LỰC ĐỐI VỚI MỘT VẬT RẮN

1. Đặt một vật mỏng, phẳng có khối tâm G đã biết lên một mặt bàn nằm ngang và nhấn (mặt phẳng O). Buộc sợi chỉ vào một điểm A ở mép vật rồi kéo dây theo các phương khác nhau (Hình 5.1). Thí nghiệm cho thấy, nếu kéo dây theo phương AG thì vật chuyển động tịnh tiến, còn nếu kéo dây theo các phương khác thì vật vừa quay vừa tịnh tiến.

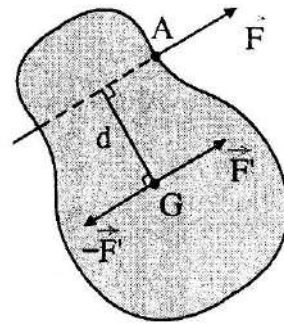


Hình 5.1

2. Ta có thể chứng minh rằng trong thí nghiệm trên, tác dụng của lực $\vec{F}$ có giá không đi qua khối tâm (Hình 5.2) tương đương với một lực đặt tại khối tâm và một ngẫu lực.



Hình 5.2



Hình 5.3

Thật vậy, vật sẽ không chịu thêm một tác dụng nào nữa (xét về mặt chuyển động) nếu ta đặt thêm vào khối tâm một cặp lực cân bằng $\vec{F}'$ và $-\vec{F}'$, trong đó lực $\vec{F}'$ song song, cùng chiều và cùng độ lớn với $\vec{F}$ (Hình 5.3). Như vậy, *tác dụng của lực $\vec{F}$ tương đương với một lực $\vec{F}'$ đặt tại khối tâm và một ngẫu lực $(\vec{F}', -\vec{F}')$. Momen của ngẫu lực này bằng momen của lực $\vec{F}$ đối với khối tâm : $M_{(G)} = Fd$.*

III – CÁC PHƯƠNG TRÌNH ĐỘNG LỰC HỌC CỦA CHUYỂN ĐỘNG PHẪNG

1. Giả sử vật chịu một hệ lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots$ đặt vào các chất điểm $m_1, m_2, \dots$. Theo mục I.2 ở trên, tác dụng của hệ lực này tương đương với một lực $\vec{F}'$ đặt tại khối tâm và một ngẫu lực có momen $\vec{M}$.

Hợp lực $\vec{F}'$ của các lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots$ đặt tại khối tâm được gọi là *tổng của các lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots$* và được kí hiệu là $\Sigma \vec{F}$. Sở dĩ gọi như vậy là vì tổng các lực $\Sigma \vec{F}$ chỉ gây ra gia tốc của chuyển động tịnh tiến giống như toàn bộ khối lượng của vật tập trung tại khối tâm. Vì thế, định luật II Niu-tơn cho chuyển động tịnh tiến được viết như sau :

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a}_G \quad (5.1a)$$

$$\text{hay} \quad \begin{cases} \Sigma F_x = ma_{Gx} \\ \Sigma F_y = ma_{Gy} \end{cases} \quad (5.1b)$$

(Công thức (5.1a, b) đã được học ở lớp 10.

2. Ngẫu lực có momen M bằng tổng các momen đối với khối tâm của các lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots$

Như đã biết, ngẫu lực không làm cho khối tâm chuyển động mà chỉ làm cho vật quay quanh khối tâm với gia tốc góc $\vec{\gamma}$. Vì thế phương trình động lực học của chuyển động quay (còn gọi là định luật II Niu-ơn cho chuyển động quay) được viết như sau :

$$\sum \vec{M}_{(G)} = I_{(G)} \vec{\gamma} \quad (5.2a)$$

trong đó I_G là momen quán tính của vật đối với khối tâm.

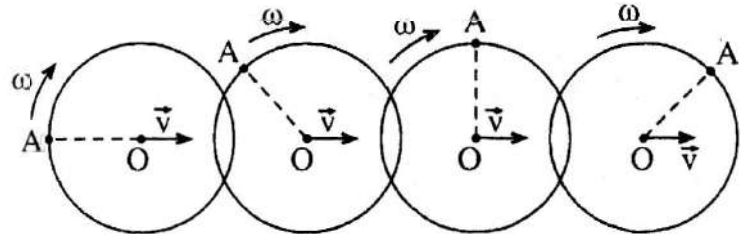
hay viết dưới dạng đại số :

$$\sum M_{(G)} = I_{(G)} \gamma \quad (5.2b)$$

Biết hệ lực tác dụng vào vật, ta xác định được gia tốc $\vec{a}_G$ của chuyển động tịnh tiến theo khối tâm G và gia tốc γ của chuyển động quay quanh khối tâm.

3. Từ (5.1) và (5.2) ta suy ra : Nếu vật rắn không chịu ngoại lực nào tác dụng hoặc các ngoại lực cân bằng nhau thì khối tâm của vật sẽ đứng yên hoặc chuyển động thẳng đều, còn các điểm khác quay đều quanh khối tâm.

Hình 5.4 minh hoạ chuyển động của một đĩa mỏng phẳng trên một đệm không khí khi không chịu ngoại lực tác dụng sau những khoảng thời gian Δt bằng nhau.



Hình 5.4

IV – HAI CHUYỂN ĐỘNG THÀNH PHẦN CỦA CHUYỂN ĐỘNG PHẪNG TỔNG QUÁT

1. Theo mục II và III, dưới tác dụng của một hệ lực phẳng, một vật sẽ vừa chuyển động tịnh tiến theo khối tâm, vừa quay quanh khối tâm. Như vậy, chuyển động phẳng tổng quát có thể xem là chuyển động tổng hợp của hai chuyển động thành phần sau đây :

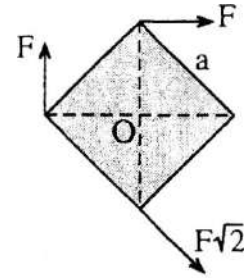
- Chuyển động tịnh tiến với gia tốc bằng gia tốc của khối tâm
- Chuyển động quay quanh khối tâm (coi là đứng yên).

Đây là hai chuyển động thành phần đơn giản nhất và độc lập với nhau mà một chuyển động phẳng tổng quát có thể phân tích ra được.

2. Để tìm gia tốc $\vec{a}$ và gia tốc góc $\vec{\gamma}$ của hai chuyển động thành phần, ta chuyển các phương trình vectơ $\sum \vec{F} = m\vec{a}_G$ và $\sum \vec{M}_{(G)} = I\vec{\gamma}$ thành hệ các phương trình đại số và giải hệ phương trình.

V – BÀI TẬP VÍ DỤ

Một bản mỏng đồng chất, hình vuông cạnh a , được đặt trên một mặt phẳng ngang không ma sát (Hình 5.5). Bản có khối lượng m , momen quán tính I đối với tâm O . Đặt vào vật ba lực như hình vẽ. Tìm :



Hình 5.5

- Gia tốc $\vec{a}$ của chuyển động tịnh tiến của bản.
- Gia tốc góc $\vec{\gamma}$ của chuyển động quay quanh khối tâm của bản.
- Miêu tả chuyển động thực của bản.

Giải

Chọn chiều dương cho chuyển động tịnh tiến và cho chuyển động quay như hình vẽ (Hình 5.6).

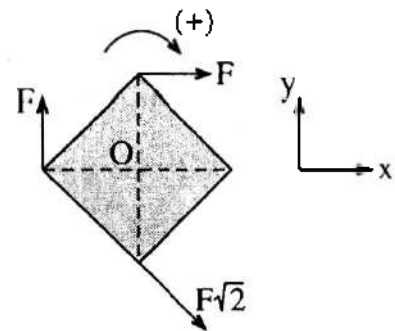
- Áp dụng định luật II Niu-tơn cho chuyển động tịnh tiến :

$$\sum F_x = F + F\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = ma_x$$

$$\sum F_y = F - F\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = ma_y$$

Suy ra :

$$\begin{cases} a_x = \frac{2F}{m} \\ a_y = 0 \end{cases}$$



Hình 5.6

Vectơ $\vec{a}$ hướng theo trục x và có độ lớn bằng $a = \frac{2F}{m}$.

- Áp dụng định luật II Niu-tơn cho chuyển động quay :

$$\sum M_{(O)} = I\gamma$$

$$F \frac{a}{\sqrt{2}} + F \frac{a}{\sqrt{2}} - F\sqrt{2} \cdot \frac{a}{2} = I\gamma$$

Suy ra : $\gamma = \frac{Fa}{I\sqrt{2}} (> 0)$

Vectơ $\vec{\gamma}$ có phương vuông góc với mặt phẳng và hướng từ mặt trước ra mặt sau.

c) Bản chuyển động tịnh tiến theo trục x với gia tốc $a = \frac{2F}{m}$, đồng thời quay quanh tâm O theo chiều kim đồng hồ với gia tốc góc $\gamma = \frac{Fa}{I\sqrt{2}}$.

CÂU HỎI

1. Chứng minh rằng một lực đặt vào một vật có giá không đi qua khối tâm, có tác dụng tương đương với một lực đặt tại khối tâm và một mô men lực.
2. Nêu cách biểu diễn các đại lượng vận tốc góc, gia tốc góc, mô men lực bằng một vectơ. Tại sao lại gọi các vectơ này là các vectơ trục?
3. Nêu hai chuyển động thành phần của chuyển động phẳng tổng quát.
Viết phương trình động lực học áp dụng cho từng chuyển động thành phần này.

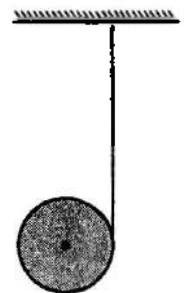
BÀI TẬP

Một sợi dây có một đầu treo vào giá đỡ, đầu kia được quấn vào một ròng rọc. Ròng rọc được thả cho lăn không trượt trên dây (Hình 5.7).
Hỏi :

a) Lực căng T của dây.

b) Vận tốc của trục ròng rọc khi chuyển động xuống được 1,0 m.

Cho biết ròng rọc có khối lượng $m = 1,0 \text{ kg}$, có $I_0 = \frac{1}{2}mR^2$ và lấy $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.



Hình 5.7

6

MỐI LIÊN HỆ VỀ VẬN TỐC GIỮA HAI ĐIỂM CỦA MỘT VẬT RẮN. CHUYỂN ĐỘNG QUAY THUẦN TUYỆTÂM QUAY TỨC THỜI

I – MỐI LIÊN HỆ VỀ VẬN TỐC GIỮA HAI ĐIỂM CỦA MỘT VẬT RẮN

1. Sau khi xác định được $\vec{a}_G$ và $\vec{\gamma}$ của vật, ta có thể suy ra $\vec{v}_G$ và $\vec{\omega}$ của vật nếu biết thêm điều kiện ban đầu ($\vec{v}_{G0}$ và $\vec{\omega}_0$). Vấn đề đặt ra là nếu biết được $\vec{v}_G$ và $\vec{\omega}$ thì có biết được vận tốc của các điểm khác của vật hay không? Đối với vật rắn thì câu trả lời là có.

Xét một vật chuyển động trong HQC O. Tại thời điểm xét, khối tâm có vận tốc $\vec{v}_G$ và toàn thể vật có vận tốc góc chung là $\vec{\omega}$. Gọi A là một điểm bất kỳ của vật. Ta hãy xét xem vận tốc $\vec{v}_A$ liên hệ với $\vec{v}_G$ và $\vec{\omega}$ như thế nào.

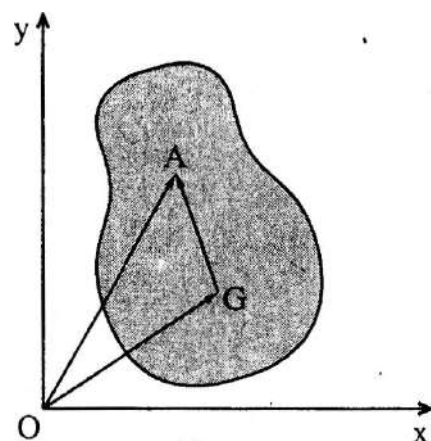
Theo hình 6.1, ta có :

$$\vec{OA} = \vec{OG} + \vec{GA}$$

Lấy đạo hàm theo thời gian ta được :

$$\frac{d\vec{OA}}{dt} = \frac{d\vec{OG}}{dt} + \frac{d\vec{GA}}{dt}$$

hay $\vec{v}_A = \vec{v}_G + \frac{d\vec{GA}}{dt}$ (a)



Hình 6.1

trong đó $\frac{d\vec{GA}}{dt} = \vec{v}_A - \vec{v}_G$ là vận tốc tương đối của điểm A đối với G. Nó cũng là vận tốc của điểm A trong chuyển động tròn với tâm là G và với bán kính là GA. Vì thế ta có :

$$\frac{d\vec{GA}}{dt} = \vec{v}_{A/G} = \vec{\omega} \wedge \vec{GA} \quad (b)$$

Thay (b) vào (a) ta được : $\vec{v}_A = \vec{v}_G + \vec{\omega} \wedge \vec{GA}$ (6.1)

Nếu A, B là hai điểm bất kì của vật, thì bằng cách xét như trên ta được :

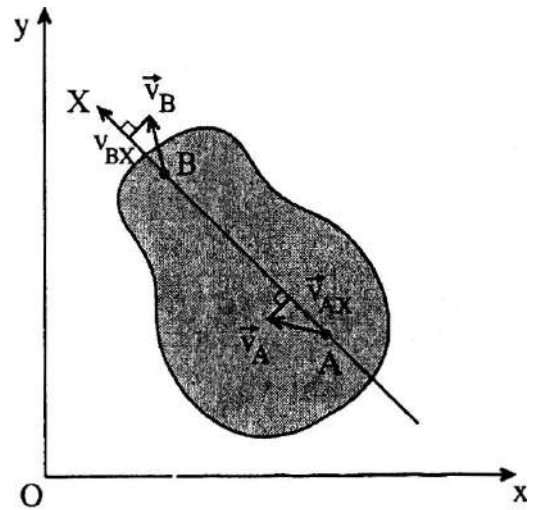
$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{\omega} \wedge \overrightarrow{AB} \quad (6.2)$$

2. Hệ quả

Công thức (6.2) cho thấy, *hình chiếu của vectơ vận tốc của hai điểm lên một trục X đi qua hai điểm ấy luôn bằng nhau* (Hình 6.2).

$$v_{AX} = v_{BX} \quad (6.3)$$

Thật vậy, chiếu công thức (6.2) lên trục X thì hình chiếu của vectơ thành phần $\vec{\omega} \wedge \overrightarrow{AB}$ bằng 0 vì vectơ $\vec{\omega} \wedge \overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AB}$ tức là $\perp$ trục X.

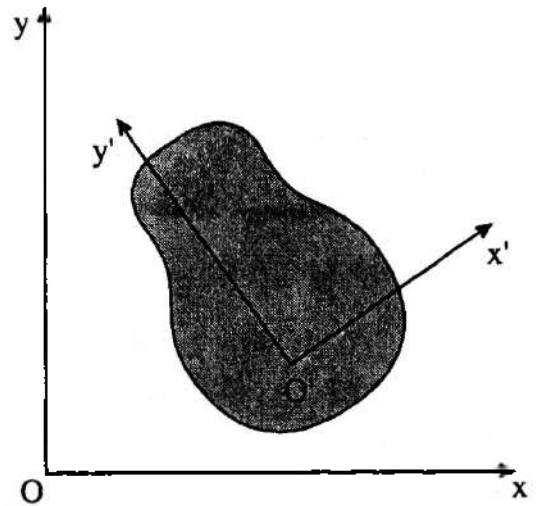


Hình 6.2

II – CHUYỂN ĐỘNG QUAY THUẦN TUYỆT

1. Tâm quay (hay trục quay) tức thời

Ta tưởng tượng có một mặt phẳng O' gắn với vật và cùng chuyển động với vật (Hình 6.3). Tại mỗi thời điểm ta đều có thể tìm thấy một điểm K của mặt phẳng O' này có vận tốc bằng 0 (nhưng $a_K \neq 0$), còn các điểm khác có vận tốc khác 0. Tại thời điểm xét, mặt phẳng O' (bao gồm cả vật) quay quanh điểm K. Ta gọi điểm này là *tâm quay tức thời*, còn trục đi qua tâm quay tức thời và vuông góc với mặt phẳng O gọi là *trục quay tức thời*. Tâm quay tức thời có thể nằm trong vật hoặc nằm ngoài vật, nhưng thuộc mặt phẳng O' .



Hình 6.3

Gọi K là điểm cần tìm ($v_K = 0$). Theo công thức (6.2), ta viết :

$$\vec{v}_A = \vec{v}_K + \vec{\omega} \wedge \overrightarrow{KA} = \vec{\omega} \wedge \overrightarrow{KA} \quad (a)$$

$$\vec{v}_B = \vec{v}_K + \vec{\omega} \wedge \overrightarrow{KB} = \vec{\omega} \wedge \overrightarrow{KB} \quad (b)$$

.....

Các điểm A, B, C... của vật đều quay quanh K với vận tốc góc $\vec{\omega}$.

Như vậy, *chuyển động phẳng tổng quát còn có thể xem là chuyển động quay thuần túy quanh tâm quay tức thời*.

2. Cách xác định tâm quay tức thời

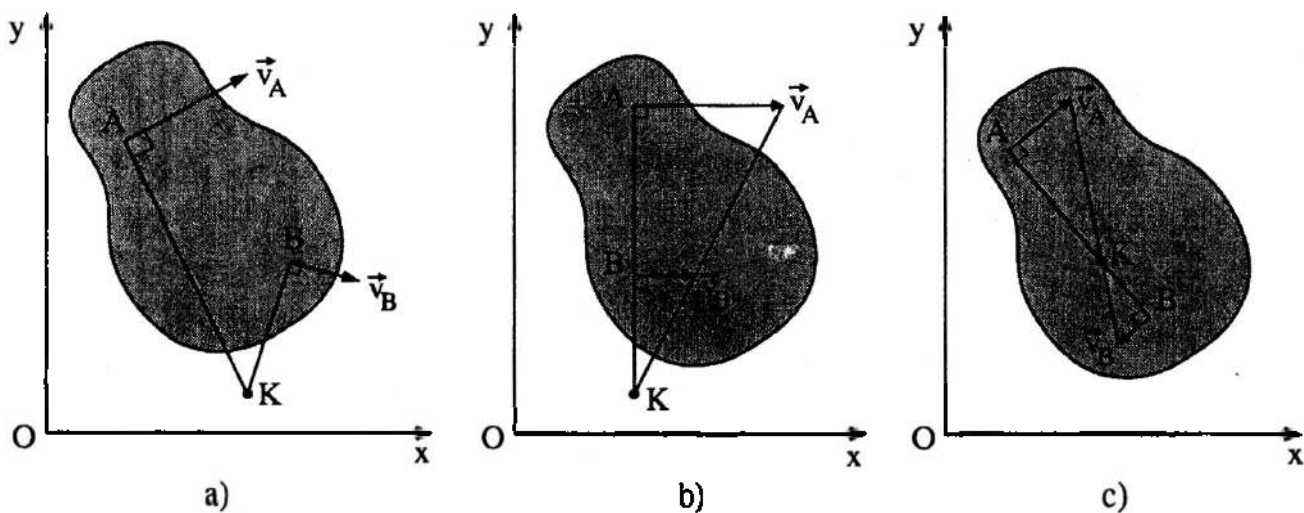
Nếu biết vận tốc của hai điểm của vật, A và B chẳng hạn, thì theo hai công thức (a) và (b), ta suy ra :

$$\overline{KA} \perp \vec{v}_A, \overline{KB} \perp \vec{v}_B, \frac{KA}{KB} = \frac{v_A}{v_B}$$

Từ đó, ta có thể xác định được tâm quay tức thời K bằng cách vẽ.

a) *Trường hợp 1* : Hai vectơ $\vec{v}_A$ và $\vec{v}_B$ khác phương (Hình 6.4a).

b) *Trường hợp 2* : Hai vectơ $\vec{v}_A$ và $\vec{v}_B$ song song với nhau và vuông góc với đoạn thẳng AB (Hình 6.4b và c).



Hình 6.4

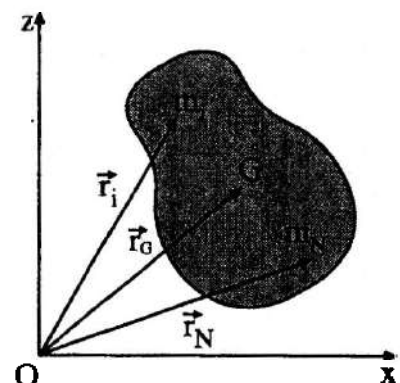
3. Định lí về trục song song (còn gọi là định lí Stê-nơ – Huy-ghe)

Đối với những vật đồng chất và có dạng hình học đối xứng thì trục đối xứng đi qua khối tâm. Ta đã biết momen quán tính của một số vật này đối với trục của nó (xem bài 2).

Vấn đề đặt ra là tìm công thức cho phép tính momen quán tính của một vật đối với một trục bất kì không đi qua khối tâm nếu biết momen quán tính I_G của vật.

a) Vị trí của khối tâm

Ta coi vật rắn là một hệ chất điểm $m_1, m_2, \dots, m_N$ có vị trí được các định bằng các vectơ $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_N$ (Hình 6.5). Như đã học ở lớp 10, vị trí của khối tâm của hệ chất điểm được xác định bằng công thức sau đây :



Hình 6.5

$$\vec{r}_G = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + \dots + m_N \vec{r}_N}{m_1 + m_2 + \dots + m_N}$$

hay
$$\vec{r}_G = \frac{1}{m} \sum m_i \vec{r}_i \quad (6.4)$$

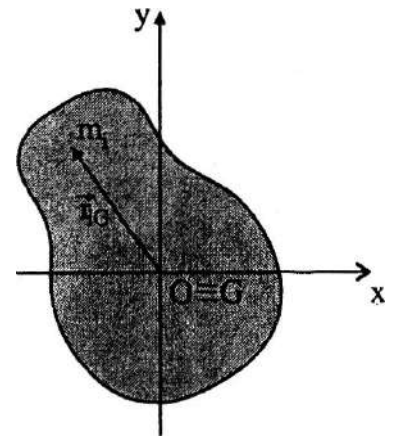
trong đó $\vec{r}_G$ là vectơ vị trí của khối tâm, còn $n = \sum m_i$ là khối lượng của vật.

Nếu vật nằm trong mặt phẳng O thẳng đứng (Hình 6.5) thì ta có hai phương trình đại số :

$$\begin{cases} x_G = \frac{1}{m} \sum m_i x_i \\ z_G = \frac{1}{m} \sum m_i z_i \end{cases} \quad (6.5)$$

Nếu ta chọn gốc tọa độ trùng với khối tâm (Hình 6.6) thì $\vec{r}_G = \vec{0}$, $\vec{r}_i = \vec{r}_{iG}$ và công thức (6.4) trở thành :

$$\sum m_i \vec{r}_{iG} = \vec{0} \quad (6.6)$$



Hình 6.6

b) Giả sử vật quay quanh tâm O mà ta chọn làm gốc tọa độ (Hình 6.7).

Xét chất điểm m_i của vật, ta có :

$$\vec{r}_i = \vec{OG} + \vec{r}_{iG}$$

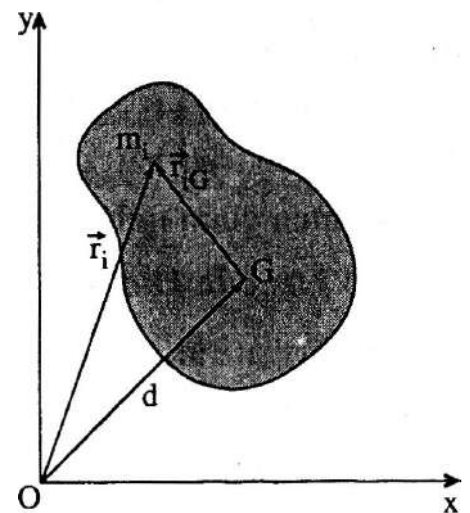
$$r_i^2 = OG^2 + 2\vec{OG} \cdot \vec{r}_{iG} + r_{iG}^2$$

$$\begin{aligned} I &= \sum m_i r_i^2 \\ &= \left(\sum m_i \right) OG^2 + 2\vec{OG} \cdot \sum m_i \vec{r}_{iG} + \sum m_i r_{iG}^2 \end{aligned}$$

Đặt $d = OG$ và kết hợp với (6.6) ta được :

$$I_O = I_G + md^2 \quad (6.7)$$

Vì d là khoảng cách giữa hai trục quay song song đi qua G và O, nên công thức (6.7) được gọi là *định lý về trục song song*.



Hình 6.7

4. Chú ý

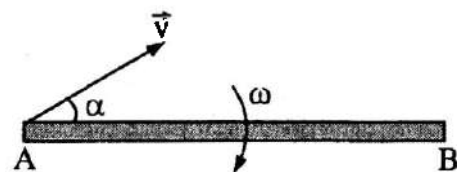
Dù chuyển động phẳng còn có thể xem là chuyển động quay thuần túy quanh tâm quay tức thì K, nhưng công thức $\sum \vec{M}_K = I_K \vec{\gamma}$ lại chỉ đúng trong một số trường hợp. Nó không có tính chất tổng quát như công thức $\sum \vec{M}_G = I_G \vec{\gamma}$. Đó là vì tâm quay tức thời có giá trị khác 0.

? CÂU HỎI

1. Viết công thức liên hệ giữa hai vận tốc của hai điểm bất kì của một vật rắn. Công thức này cho ta một hệ quả gì ?
2. Thế nào là tâm quay (hay trục quay) tức thời ? Thế nào là chuyển động quay thuần túy của một vật rắn ? Tại sao tâm quay tức thời lại có giá trị khác 0 ?
3. Viết công thức diễn tả định lý về trục song song.

📖 BÀI TẬP

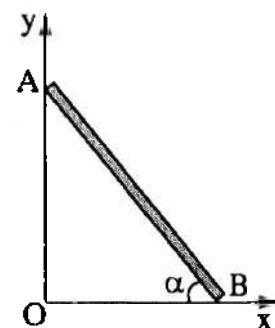
1. Một thanh AB, dài l , chuyển động trong mặt phẳng nằm ngang. Tại một thời điểm nào đó vận tốc của đầu A có độ lớn là v và nghiêng một góc $\alpha = 30^\circ$ đối với thanh và thanh có vận tốc góc $\omega = \frac{v}{l}$ (Hình 6.8).



Hình 6.8

Tìm vận tốc của đầu B.

2. Một thanh đồng chất dài l được giữ sao cho đầu A tựa vào tường Oy, đầu B tựa lên sàn Ox (Hình 6.9). Bỏ qua ma sát với tường và với sàn. Thả tay cho thanh rơi xuống trong mặt phẳng đứng Oxy. Trong khi rơi đầu A luôn luôn tựa vào tường.



Hình 6.9

Tại thời điểm khi thanh hợp với sàn một góc α , hãy xác định :

- a) Tâm quay tức thời K.
- b) Momen quán tính I_K .
- c) Mối liên hệ giữa các độ lớn của vận tốc v_A , v_B và v_G .

7

CHUYỂN ĐỘNG LĂN KHÔNG TRƯỢT

Một trường hợp quan trọng của chuyển động phẳng là chuyển động lăn không trượt.

I – ĐỊNH NGHĨA

Một vật rắn (hình cầu hoặc hình trụ) lăn không trượt trên bề mặt S của một vật rắn khác, nếu tại mỗi thời điểm vận tốc của điểm K (v_K) của vật rắn tiếp xúc với S bằng 0 (xét trong HQC gắn với S).

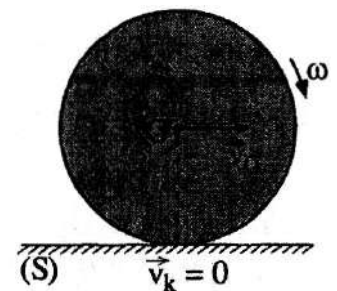
Nếu $v_K \neq 0$ thì vận tốc này được gọi là vận tốc trượt.

Ví dụ : Bánh xe, thùng phuy, quả bóng lăn không trượt trên mặt đường. Các viên bi lăn không trượt trong các ổ bi.

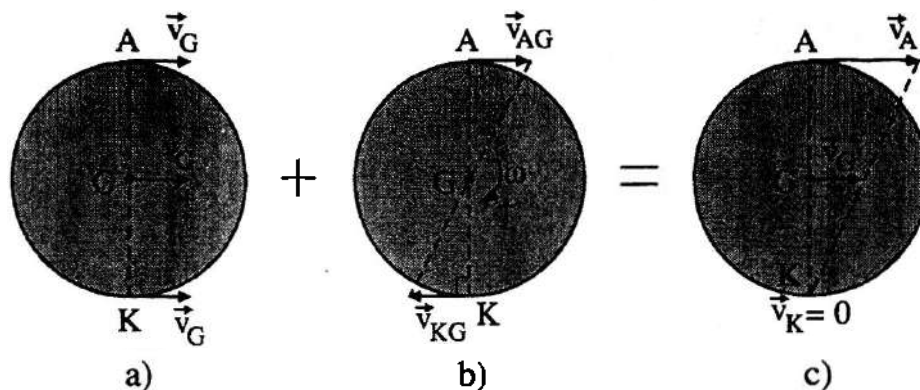
II – ĐIỀU KIỆN LĂN KHÔNG TRƯỢT

Ta hãy xét một bánh xe có khối tâm G và bán kính R , lăn không trượt trên mặt đường (Hình 7.1).

1. Trước hết, chuyển động của bánh xe có thể xem là chuyển động tổng hợp của chuyển động tịnh tiến với vận tốc $\vec{v}_G$ và chuyển động quay quanh G với vận tốc góc $\vec{\omega}$ (Hình 7.2a, b).



Hình 7.1



Hình 7.2

Theo công thức (6.1), ta có : $\vec{v}_K = \vec{v}_G + \vec{v}_{KG} = \vec{0}$

$$\vec{v}_K = \vec{v}_G + \vec{\omega} \wedge \overline{GK} = \vec{0}$$

hay viết dưới dạng đại số (chọn chiều dương là chiều của $\vec{v}_G$)

$$v_K = v_G - \omega R = 0$$

Suy ra : $v_G = \omega R$ (7.1)

trong đó ω luôn cùng dấu với v_G .

Lấy đạo hàm theo thời gian (7.1), ta được :

$$a_G = \gamma R$$
 (7.2)

trong đó γ luôn cùng dấu với a_G

Các công thức (7.1) và (7.2) được gọi là *điều kiện lăn không trượt*.

Từ công thức (7.1) và từ hình 7.1, ta suy ra, *trong chuyển động lăn không trượt, đường đi được của khối tâm bằng đường đi được quanh khối tâm của các điểm tiếp xúc của vật với mặt đường*.

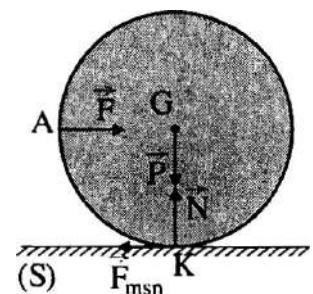
2. Ta có thể tìm ra các công thức trên đây nếu ta coi chuyển động lăn không trượt là *chuyển động quay thuận tuý quanh điểm tiếp xúc K*. Khi đó các điểm khác, kể cả khối tâm, đều *quay quanh K* với cùng ω và γ như trong *chuyển động thành phần quay quanh G*.

Thật vậy, ta vẫn có $\omega = \frac{v_G}{R}$ và $\gamma = \frac{a_G}{R}$ (Hình 7.2c).

III – CÁC PHƯƠNG TRÌNH ĐỘNG LỰC HỌC

1. Khi vật chuyển động lăn không trượt trên mặt của một vật khác S_0 , thì phản lực của bề mặt của S bao gồm *một phản lực vuông góc $\vec{N}$ và lực ma sát nghỉ $\vec{F}_{msn}$* . Còn lực ma sát lăn rất nhỏ nên bỏ qua.

Ví dụ : Ta đẩy một thùng phuy cho chuyển động bằng một lực $\vec{F}$ nằm ngang có giá đi qua khối tâm. Lực $\vec{F}$ chỉ có tác dụng làm cho vật chuyển động tịnh tiến nếu như mặt đường nhẵn. Nhưng vì mặt đường nhám nên nó tác dụng vào thùng phuy một lực ma sát nghỉ giữ cho điểm tiếp xúc K đứng yên và thùng phuy quay quanh nó (Hình 7.3).



Hình 7.3

2. Vì chuyển động lăn không trượt chỉ là trường hợp riêng của chuyển động phẳng, nên ta vẫn áp dụng được các phương trình $\sum \vec{F} = m\vec{a}_G$ và $\sum \vec{M}_G = I_G \vec{\gamma}$. Tuy nhiên, nếu vật lăn không trượt có khối tâm trùng với tâm đối xứng của vật (như quả cầu bánh xe hình trụ) thì ta áp dụng được công thức $\sum \vec{M}_K = I_K \vec{\gamma}$ cho tâm quay tức thời K.

IV – BÀI TẬP VÍ DỤ

Một viên bi có khối lượng m , bán kính R , lăn không trượt, không vận tốc đầu từ đỉnh của một mặt phẳng nghiêng với góc nghiêng α so với phương ngang (Hình 7.4). Hệ số ma sát nghỉ là μ_n . Hệ số ma sát lăn coi như bằng 0.

- Hỏi góc nghiêng α_m lớn nhất bằng bao nhiêu để viên bi lăn không trượt ?
- Khi $\alpha \leq \alpha_m$, tìm gia tốc a và gia tốc góc γ của viên bi.

Giải

- Coi chuyển động của viên bi là chuyển động vừa tịnh tiến vừa quay.

Chọn chiều dương cho chuyển động tịnh tiến và quay như hình 7.4. Các lực tác dụng vào vật là $\vec{P}$, $\vec{N}$, $\vec{F}_{msn}$.

- Định luật II Niu-tơn cho chuyển động tịnh tiến :

$$Ox : ma = mg \sin \alpha - F_{msn} \quad (1)$$

$$Oy : 0 = N - mg \cos \alpha \quad (2)$$

- Định luật II Niu-tơn cho chuyển động quay :

$$I_O \gamma = F_{msn} R \quad (3)$$

- Điều kiện lăn không trượt :

$$a = R \gamma \quad (4)$$

Giải hệ phương trình

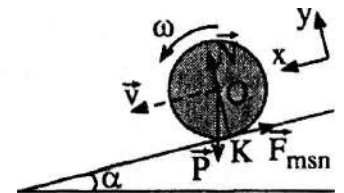
$$\text{Từ (3) và (4) ta được : } \frac{2}{5} m R^2 \cdot \frac{a}{R} = F_{msn} R$$

$$ma = \frac{5 F_{msn}}{2} \quad (5)$$

$$\text{Thay vào (1) ta được : } F_{msn} = \frac{2}{7} mg \sin \alpha \leq \mu_n N$$

$$\text{Kết hợp với (2) : } \frac{2}{7} mg \sin \alpha \leq \mu_n mg \cos \alpha$$

$$\text{Suy ra : } \tan \alpha \leq 3,5 \mu_n.$$



Hình 7.4

b) Từ (5) suy ra $F_{msn} = \frac{2ma}{5}$. Thay vào (1) ta được :

$$ma = mg \sin \alpha - \frac{2ma}{5}$$

Suy ra : $a = \frac{5}{7} g \sin \alpha$

$$\gamma = \frac{a}{R} = \frac{5}{7R} g \sin \alpha$$

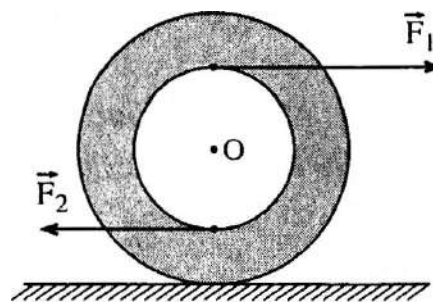
Chú ý : Ta còn có thể tìm γ bằng cách áp dụng công thức $\sum M_K = I_K \gamma$.

CÂU HỎI

1. Thế nào là chuyển động lăn không trượt ?
2. Nêu điều kiện lăn không trượt của một bánh xe, quả bóng... trên một mặt phẳng cố định.
3. Tại sao lực ma sát (nếu có) tác dụng vào điểm tiếp xúc của vật với mặt phẳng trong chuyển động lăn không trượt lại là lực ma sát nghỉ ?

BÀI TẬP

1. Một hình trụ có bán kính R và khối lượng m , có lõi hình trụ bán kính $r < R$. Người ta quấn dây vào lõi và kéo hai đầu dây bằng những lực nằm ngang trái chiều $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ ($F_1 > F_2$) (Hình 7.5). Hình trụ lăn không trượt trên mặt phẳng nằm ngang. Tính gia tốc của chuyển động tịnh tiến và gia tốc góc của chuyển động quay của hình trụ. Cho biết momen quán tính của hình trụ đối với trục đối xứng là I .



Hình 7.5

2. Một viên bi, khối lượng m , bán kính R , đang lăn không trượt trên một mặt phẳng ngang với vận tốc $\vec{v}_0$ thì gặp một mặt phẳng nghiêng với góc nghiêng α (Hình 7.6). Xét chuyển động lăn không trượt của viên bi trên mặt phẳng nghiêng. Hãy xác định :

a) Các lực tác dụng vào viên bi. Cho biết chiều của lực ma sát nghỉ khi viên bi đi lên và giải thích tại sao.



Hình 7.6

- b) Gia tốc của viên bi.
- c) Thời gian chuyển động của viên bi (cả đi lên và đi xuống).

8 CƠ NĂNG. ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN CƠ NĂNG ĐỘNG LƯỢNG. ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN ĐỘNG LƯỢNG

I – CƠ NĂNG. ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN CƠ NĂNG

1. Thế năng của một vật rắn

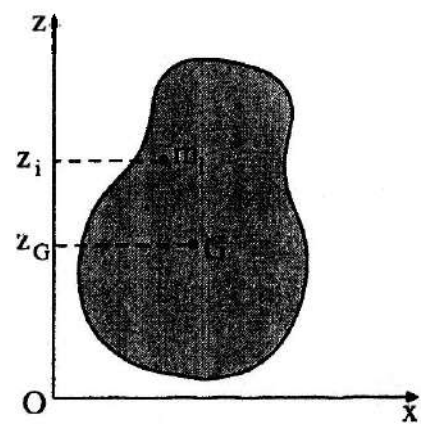
Xét một vật chuyển động phẳng song song với một mặt phẳng O thẳng đứng (Hình 8.1). Chọn mốc thế năng tại $z = 0$. Thế năng của vật bằng tổng thế năng của các chất điểm tạo nên vật.

$$W_t = \sum m_i g z_i = g \sum m_i z_i$$

Theo công thức (6.5), ta suy ra :

$$W_t = m g z_G = m g h_G \quad (8.1)$$

Thế năng của một vật rắn bằng thế năng của toàn bộ khối lượng của vật tập trung tại khối tâm.



Hình 8.1

2. Động năng của một vật rắn chuyển động phẳng tổng quát

a) Động năng của một vật rắn bằng tổng động năng của các chất điểm tạo nên vật.

$$\begin{aligned} W_d &= \frac{1}{2} \sum m_i v_i^2 = \frac{1}{2} \sum m_i (\vec{v}_G + \vec{v}_{iG})^2 \\ &= \frac{1}{2} v_G^2 \sum m_i + \frac{1}{2} \sum m_i v_{iG}^2 + \vec{v}_G \sum m_i \vec{v}_{iG} \end{aligned}$$

Đạo hàm công thức (6.6) theo thời gian ta được :

$$\sum m_i \vec{v}_{iG} = \vec{0} \quad (8.2)$$

Kết quả là :
$$W_d = \frac{1}{2}mv_G^2 + \frac{1}{2}\sum m_i (r_{iG}\omega)^2$$

hay
$$W_d = \frac{1}{2}mv_G^2 + \frac{1}{2}\sum I_{iG}\omega^2 \quad (8.3)$$

Như vậy, *động năng của một vật rắn gồm động năng của chuyển động tịnh tiến với vận tốc của khối tâm và động năng của chuyển động quay quanh khối tâm.*

Mặt khác, nếu ta coi chuyển động của vật là chuyển động quay thuần túy quanh tâm quay tức thời K thì động năng của vật được tính bằng công thức :

$$W_d = \frac{1}{2}I_K\omega^2 \quad (8.4)$$

b) Định lí biến thiên động năng

Độ biến thiên động năng của một vật rắn bằng công của các ngoại lực tác dụng lên vật :

$$\Delta W_d = \sum A_{\text{ngoại lực}} \quad (8.5)$$

3. Cơ năng. Định luật bảo toàn cơ năng

a) Cơ năng của vật

$$W = W_t + W_d$$

$$W = mgh_G = \frac{1}{2}mv_G^2 + \frac{1}{2}I_G\omega^2 \quad (8.6a)$$

hay
$$W = mgh_G + \frac{1}{2}I_K\omega^2 \quad (8.6b)$$

b) Điều kiện để cơ năng của vật được bảo toàn là :

- Không có ma sát và lực cản của môi trường.
- Nếu có ma sát thì phải là ma sát nghỉ.

Khi ấy, cơ năng của vật được bảo toàn. Nó chỉ biến đổi từ thế năng sang động năng và ngược lại.

$$W = W_t + W_d = \text{const} \quad (8.7a)$$

hay
$$\Delta W_d = -\Delta W_t \quad (8.7b)$$

II – ĐỘNG LƯỢNG. ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN MOMEN ĐỘNG LƯỢNG

Vì vật rắn là một hệ chất điểm, nên các kiến thức liên quan đến động lượng của một hệ chất điểm mà ta học ở lớp 10 cũng áp dụng được cho vật rắn.

1. Động lượng của một vật rắn

$$\vec{p} = m\vec{v}_G \quad (8.8)$$

Động lượng của một vật rắn chuyển động phẳng bằng động lượng của chuyển động tịnh tiến theo khối tâm.

2. Định lý biến thiên động lượng

Theo định luật II Niu-tơn áp dụng cho chuyển động tịnh tiến ta viết :

$$\sum_{(\text{ngoại lực})} \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad (8.9)$$

Nếu vật chịu tác dụng của các xung lực trong thời gian Δt thì ta viết lại công thức trên thành :

$$\Delta \vec{p} = m\Delta \vec{v}_G = \sum_{(\text{ngoại lực})} \vec{F} \Delta t \quad (8.10)$$

Độ biến thiên động lượng của một vật rắn bằng tổng xung lượng của các ngoại lực tác dụng lên vật.

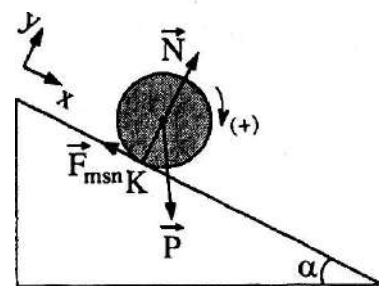
3. Định luật bảo toàn động lượng

Từ công thức (8.9), ta suy ra, nếu không có ngoại lực tác dụng vào vật rắn hoặc khi tổng các ngoại lực bằng 0 thì động lượng của vật được bảo toàn :
 $\vec{p} = m\vec{v}_G = \text{const.}$

Khi ấy, khối tâm của vật chuyển động thẳng đều, còn các điểm khác thì quay đều quanh khối tâm.

III – BÀI TẬP VÍ DỤ

Một quả cầu đặc lăn không trượt, không vận tốc đầu từ đỉnh của một mặt phẳng nghiêng có góc nghiêng α so với phương ngang và có chiều dài l (Hình 8.2). Xác định vận tốc của tâm quả cầu tại chân mặt phẳng nghiêng bằng phương pháp năng lượng.



Hình 8.2

Giải

Vì lực ma sát nghỉ không thực hiện công, còn ma sát lăn thì bỏ qua, nên ta áp dụng được định luật bảo toàn cơ năng.

Chọn mốc thế năng ở chân dốc, ta có :

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{1}{2}I_G\omega^2 \quad (1)$$

$$\text{Điều kiện lăn không trượt : } \omega = \frac{v}{R} \quad (2)$$

$$I_G = \frac{2}{5}mR^2 \quad (3)$$

Thay (2) và (3) vào (1), ta được :

$$mgh = \frac{7}{10}mv^2$$

$$\text{Suy ra : } v = \sqrt{\frac{10gh}{7}} = \sqrt{\frac{10g/\sin \alpha}{7}}$$

Chú ý : Có thể thay phương trình (1) bằng phương trình sau :

$$mgh = \frac{1}{2}I_K\omega^2$$

với

$$I_K = \frac{7}{5}mR^2$$



CAU HỎI

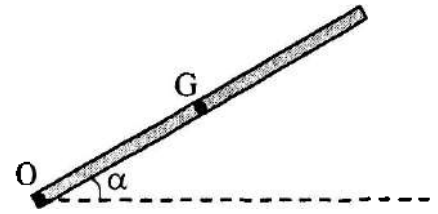
1. Viết các công thức tính thế năng, động năng và cơ năng của một vật rắn.
2. Nêu điều kiện để cơ năng của vật được bảo toàn.
3. Viết công thức tính động lượng của một vật rắn chuyển động phẳng tổng quát.
4. Phát biểu định lí biến thiên động lượng của vật. Phát biểu định luật bảo toàn động lượng cho vật rắn hoặc hệ vật.



BÀI TẬP

1. Một thanh cứng đồng chất, khối lượng m , dài l , có thể quay tự do trong mặt phẳng thẳng đứng, xung quanh trục nằm ngang đi qua một đầu thanh (Hình 8.3). Nhấc thanh lên cao

hơn đường nằm ngang một góc $\alpha = 30^\circ$ rồi thả rơi không vận tốc đầu. Hãy tính vận tốc góc của thanh và vận tốc của đầu tự do của thanh vào lúc thanh rơi qua đường nằm ngang.



Hình 8.3

Gợi ý : Thế năng của thanh bằng thế năng của toàn bộ khối lượng tập trung tại khối tâm.

2. Một quả bóng cao su đặc, bán kính 10 cm, lăn không trượt trên mặt bàn nằm ngang với vận tốc $v_0 = 2 \text{ m/s}$ rồi rơi xuống sàn nhà.
 - a) Mô tả chuyển động của quả bóng khi đang rơi.
 - b) Tính vận tốc góc và vận tốc của tâm O của quả bóng lúc sắp chạm sàn. Cho biết bàn cao $h = 1,2 \text{ m}$. Lấy $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.
 - c) Tính số vòng quay được trong thời gian quả bóng rơi.

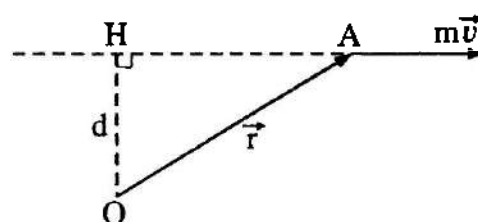
9

MOMEN ĐỘNG LƯỢNG ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN MOMEN ĐỘNG LƯỢNG

I – MOMEN ĐỘNG LƯỢNG

1. Các định nghĩa

a) Giả sử tại thời điểm t , một chất điểm m ở vị trí A đang chuyển động với vận tốc $\vec{v}$ (Hình 9.1). Momen động lượng của chất điểm đối với điểm cố định bất kì O chọn làm gốc là một đại lượng được xác định bằng tích vectơ sau đây :



Hình 9.1

$$\vec{L}_O = \vec{OA} \wedge m\vec{v} = \vec{r} \wedge m\vec{v} \quad (9.1)$$

b) Momen động lượng của một hệ chất điểm hay của một vật rắn đối với điểm cố định bất kì O chọn làm gốc là tổng các momen động lượng của các chất điểm m_i đối với O .

$$\vec{L}_O = \sum \vec{r}_i \wedge m_i \vec{v}_i \quad (9.2)$$

c) Momen động lượng của một hệ chất điểm hay của một vật rắn đối với khối tâm (đứng yên hay chuyển động) được xác định bằng biểu thức sau đây :

$$\vec{L}_G = \sum \vec{r}_{iG} \wedge m_i \vec{v}_{iG} \quad (9.3)$$

trong đó, $\vec{r}_{iG}$ là vectơ vị trí tương đối của chất điểm i đối với khối tâm (Hình 6.6), $\vec{v}_{iG} = \vec{v}_i - \vec{v}_G$ là vận tốc tương đối của chất điểm i so với khối tâm.

Trong chuyển động phẳng, các vectơ $\vec{L}_O$ hay $\vec{L}_G$ vuông góc với mặt phẳng O và cũng là vectơ trục.

2. Như đã học ở bài 4, momen động lượng của một vật rắn đối với một trục quay cố định O được tính bằng công thức :

$$L_O = I_O \omega$$

hay dưới dạng vectơ :

$$\vec{L}_O = I_O \vec{\omega} \quad (9.4)$$

Trong chuyển động phẳng, vật rắn quay với vận tốc góc $\vec{\omega}$ quanh khối tâm hoặc quanh tâm quay tức thời K, nên ta có các công thức :

$$\vec{L}_G = I_G \vec{\omega} \quad (9.5)$$

$$\vec{L}_K = I_K \vec{\omega} \quad (9.6)$$

II – ĐỊNH LÝ KƠ-NIC (Koënic)

$$\begin{aligned} \vec{L}_O &= \sum \vec{r}_i \wedge m_i \vec{v}_i = \sum (\vec{r}_{iG} + \vec{r}_G) \wedge (\vec{v}_{iG} + \vec{v}_G) \\ &= \vec{r}_G \wedge \left(\sum m_i \right) \vec{v}_G + \vec{r}_G \wedge \sum m_i \vec{v}_{iG} + \left(\sum m_i \vec{r}_{iG} \right) \wedge \vec{v}_G + \sum \vec{r}_{iG} \wedge m_i \vec{v}_{iG} \end{aligned}$$

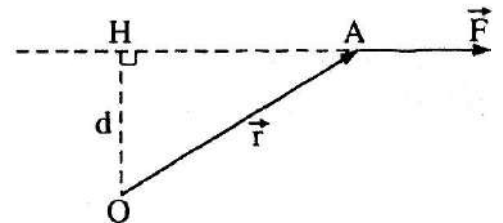
Theo các công thức (8.3), (8.5), (9.5), công thức trên được viết thành :

$$\vec{L}_O = \vec{L}_G + \vec{OG} \wedge m \vec{v}_G \quad (9.7)$$

Công thức (9.7) được gọi là *định lý Kơ-nic*. Nó cho phép tìm momen động lượng của vật (hay của hệ chất điểm) đối với điểm cố định bất kì O nếu biết momen động lượng đối với khối tâm.

III – MỐI LIÊN HỆ GIỮA MOMEN ĐỘNG LƯỢNG VÀ MOMEN LỰC

1. Giả sử có một lực $\vec{F}$ tác dụng vào chất điểm A (Hình 9.2). Momen của lực $\vec{F}$ đối với một điểm cố định bất kì O chọn làm gốc, theo định nghĩa, là đại lượng được xác định bằng tích vectơ sau đây :



Hình 9.2

$$\vec{M}_O = \vec{OA} \wedge \vec{F} = \vec{r} \wedge \vec{F} \quad (9.8)$$

2. Lấy đạo hàm theo thời gian biểu thức (9.1), ta được :

$$\frac{d\vec{L}_O}{dt} = \frac{d}{dt} (\vec{r} \wedge m \vec{v}) = \left(\frac{d\vec{r}}{dt} \wedge m \vec{v} \right) + \left(\vec{r} \wedge m \frac{d\vec{v}}{dt} \right) = (\vec{v} \wedge m \vec{v}) + (\vec{r} \wedge \vec{F})$$

Vì $(\vec{v} \wedge m \vec{v}) = \vec{0}$, nên ta được công thức :

$$\frac{d\vec{L}_O}{dt} = \vec{M}_O \quad (9.9)$$

3. Mở rộng ra cho hệ chất điểm bao gồm cả vật rắn :

$$\frac{d\vec{L}_O}{dt} = \sum_{(\text{ngoại lực})} \vec{M} + \sum_{(\text{nội lực})} \vec{M}$$

vì $\sum_{(\text{nội lực})} \vec{M} = \vec{0}$ nên ta được công thức :

$$\frac{d\vec{L}_O}{dt} = \sum_{(\text{ngoại lực})} \vec{M}_O \quad (9.10)$$

IV – ĐỊNH LÝ BIẾN THIÊN MOMEN ĐỘNG LƯỢNG

Nếu vật rắn (hay hệ chất điểm) chịu các xung lực tác dụng trong thời gian Δt , thì công thức (9.10) được viết thành :

$$\Delta \vec{L}_O = \sum_{(\text{ngoại lực})} \vec{M}_O \cdot \Delta t \quad (9.11)$$

Độ biến thiên momen động lượng của một vật rắn hay hệ chất điểm bằng tổng các momen xung lượng của các ngoại lực.

V – ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN MOMEN ĐỘNG LƯỢNG

Từ công thức (9.10) ta suy ra, nếu $\sum \vec{M}_O = \vec{0}$ thì $\vec{L} = \text{const}$. Định luật bảo toàn momen động lượng được phát biểu như sau :

Nếu không có ngoại lực tác dụng hoặc nếu tổng momen xung lượng của các ngoại lực bằng 0 thì momen động lượng của vật rắn (hay của hệ chất điểm) được bảo toàn.

VI – BÀI TẬP VÍ DỤ

Đặt trên một mặt phẳng nằm ngang, nhẵn, một vòng đệm nhỏ và một thanh mảnh, đồng chất, dài l . Khối lượng của thanh lớn hơn khối lượng của vòng đệm n lần. Sau đó, truyền cho vòng đệm một vận tốc $\vec{v}_0$ theo phương vuông góc với thanh (Hình 9.3). Vòng đệm



Hình 9.3

va chạm đàn hồi với một đầu thanh. Tìm vận tốc của vòng đệm và của thanh. Với giá trị nào của n thì vận tốc của vòng đệm sau va chạm sẽ bằng 0, sẽ đổi chiều ?

Giải

Hệ vật gồm vòng đệm và thanh là hệ cô lập.

Gọi m và nm là khối lượng của vòng đệm và của thanh. Gọi vận tốc sau va chạm của vòng đệm là v , của thanh là v_G và ω . Chọn chiều dương cho v và ω như hình 9.4.

Áp dụng định luật bảo toàn động lượng :

$$mv_0 = mv + nmv_G$$

Áp dụng định luật bảo toàn momen động lượng đối với điểm cố định O trùng với G của thanh trước va chạm :

$$mv_0 \frac{l}{2} = mv \frac{l}{2} + \frac{1}{12} nml^2 \omega$$

Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng :

$$\frac{1}{2} mv_0^2 = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} nmv_G^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{12} nml^2 \omega^2$$

Đơn giản các phương trình trên, ta được :

$$v_0 = v + nv_G \quad (1)$$

$$v_0 = v + \frac{1}{6} nl^2 \omega \quad (2)$$

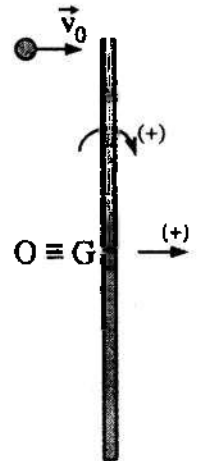
$$v_0^2 = v^2 + nv_G^2 + \frac{1}{12} nl^2 \omega^2 \quad (3)$$

Giải hệ phương trình (1), (2), (3) ta được :

$$v_G = \frac{l\omega}{6} ; \omega = \frac{12v_0}{(4+n)l}$$

$$v = \frac{v_0(4-n)}{4+n}$$

Với $n = 4$ thì $v = 0$; với $n < 4$ thì $v < 0$, vòng đệm bị bật trở lại.



Hình 9.4

CÂU HỎI

- Viết các biểu thức của momen động lượng
 - của một chất điểm đối với một điểm cố định O chọn làm gốc.
 - của một hệ chất điểm (hay của một vật rắn) đối với điểm cố định O làm gốc.
 - của một hệ chất điểm (hay của một vật rắn) đối với khối tâm của hệ.
- Viết công thức diễn tả định lý Kơ-nic.
- Viết công thức liên hệ momen động lượng với momen lực.
- Viết công thức diễn tả định lý biến thiên momen động lượng.
- Phát biểu định luật bảo toàn momen động lượng.

BÀI TẬP

- Một thanh đồng chất OA , dài l khối lượng M , quay không ma sát xung quanh đầu O cố định của nó. Lúc đầu thanh được giữ nằm ngang, sau được thả rơi không vận tốc đầu. Khi thanh rơi tới vị trí thẳng đứng, đầu A của nó đập vuông góc vào một vật B có kích thước nhỏ và có khối lượng m đặt trên một giá đỡ (Hình 9.5) Hãy xác định vận tốc của hai vật sau va chạm. Xét hai trường hợp :

- Va chạm mềm.
- Va chạm đàn hồi.

Hình 9.5



- Hai quả cầu, mỗi quả có khối lượng $M = 2,00$ kg được gắn ở hai đầu một thanh mảnh, khối lượng không đáng kể, dài $50,0$ cm. Thanh có thể quay không ma sát trong mặt phẳng thẳng đứng, quanh một trục nằm ngang đi qua tâm O của nó. Khi thanh đang nằm ngang (Hình 9.6) thì một cục matit, khối lượng m , rơi vào một quả cầu với vận tốc $3,00$ m/s và dính vào đó. Hỏi :

- Vận tốc góc của hệ ngay sau khi cục matit dính vào ?
- Tỉ số giữa động năng của toàn hệ sau va chạm và động năng của cục matit ngay trước va chạm ?



Hình 9.6

- Hệ quay được một góc bao nhiêu, cho đến lúc nó tạm thời dừng lại ?

I – TRẠNG THÁI CÂN BẰNG

1. Nếu vật chuyển động tịnh tiến thẳng đều, tức là có vectơ $\vec{v}$ không đổi, thì ta nói rằng vật ở *trạng thái cân bằng tịnh tiến*.

Ví dụ : Trái banh của môn học-cây trượt thẳng đều trên mặt băng.

2. Nếu vật quay đều quanh một điểm cố định nào đó, tức là có vectơ $\vec{\omega}$ không đổi, thì ta nói rằng vật ở *trạng thái cân bằng quay*.

Ví dụ : Cánh quạt của chiếc quạt trần đang quay đều.

3. Nếu vật vừa chuyển động tịnh tiến thẳng đều, vừa quay đều quanh khối tâm, tức là có các vectơ $\vec{v}_G$ và $\vec{\omega}$ không đổi, thì ta bảo rằng vật ở *trạng thái cân bằng tổng quát*.

Ví dụ :

– Bánh xe của xe đạp chuyển động thẳng đều trên đường.

– Con tàu vũ trụ trôi với vận tốc $\vec{v}_G$ không đổi qua khoảng không vũ trụ không có trường hấp dẫn đồng thời quay với vận tốc góc $\vec{\omega}$ quanh một trục đi qua khối tâm của nó.

II – ĐIỀU KIỆN CÂN BẰNG TỔNG QUÁT

1. Điều kiện cân bằng thứ nhất

Chuyển động tịnh tiến của vật bị chi phối bởi định luật II Niu-tơn :

$$\sum_{(\text{ngoại lực})} \vec{F} = m\vec{a}_G = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

$$\text{Muốn } \vec{a}_G = \vec{0} \text{ thì } \sum_{(\text{ngoại lực})} \vec{F} = \vec{0}.$$

Vậy, điều kiện cân bằng thứ nhất là *tổng vectơ của các lực tác dụng lên vật phải bằng không*.

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots = \vec{0} \quad (10.1)$$

hay dưới dạng đại số :

$$O_x : \sum F_x = F_{1x} + F_{2x} + \dots = 0 \quad (10.1a)$$

$$O_y : \sum F_y = F_{1y} + F_{2y} + \dots = 0 \quad (10.1b)$$

2. Điều kiện cân bằng thứ hai

Chuyển động quay quanh khối tâm bị chi phối bởi phương trình động lực học của chuyển động quay :

$$\sum \vec{M}_G = I_G \vec{\gamma} = \frac{d\vec{L}_G}{dt}$$

$$\text{Muốn } \vec{\gamma} = \vec{0} \text{ hay } \frac{d\vec{L}_G}{dt} = \vec{0} \text{ thì } \sum \vec{M}_G = \vec{0}$$

Nhưng khi $\sum \vec{M}_G = \vec{0}$ và $\vec{a}_G = \vec{0}$ (điều kiện 1) thì $\sum \vec{M}_O = \vec{0}$ đối với điểm cố định bất kì cũng bằng không.

Thật vậy, theo các công thức (9.7) và (9.10) ta viết :

$$\begin{aligned} \sum \vec{M}_O &= \frac{d\vec{L}_O}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{L}_G + \vec{OG} \wedge m\vec{v}_G) \\ &= \frac{d\vec{L}_G}{dt} + (\vec{v}_G \wedge m\vec{v}_G) + (\vec{OG} \wedge m\vec{a}_G) \end{aligned}$$

Vì cả ba số hạng ở vế phải đều bằng không nên ta suy ra $\sum \vec{M}_O = \vec{0}$.

Vậy điều kiện cân bằng thứ hai là *tổng vectơ của các momen lực tác dụng lên vật đối với điểm cố định bất kì O phải bằng không*.

$$\sum \vec{M}_O = \vec{0} \quad (10.2a)$$

hay dưới dạng đại số :

$$\sum M_O = 0 \quad (10.2b)$$

III – SỰ CÂN BẰNG TĨNH

Trong bài này chúng ta quan tâm chủ yếu đến những vật đứng yên tức là những vật có $v_G = 0$ và $\omega = 0$. Những vật như vậy ở *trạng thái cân bằng tĩnh*. Và hiển nhiên là hai điều kiện cân bằng trên đây cũng là hai điều kiện của cân bằng tĩnh.

Phân tích sự cân bằng tĩnh là rất quan trọng trong kĩ thuật thực hành. Người kĩ sư thiết kế phải xác định được mọi lực và mọi momen lực tác dụng lên một công trình kiến trúc. Bằng một bản thiết kế tốt và một sự lựa chọn khôn ngoan các vật liệu, người kĩ sư có thể tin chắc rằng công trình kiến trúc đó chịu được các tải trọng ấy. Những phân tích như vậy là cần thiết để chắc chắn rằng các cây cầu chẳng hạn sẽ không bị đổ vì lưu lượng xe cộ qua cầu và vì gió thổi mạnh.

IV – BÀI TẬP VÍ DỤ

Một tấm ván đồng chất, tiết diện đều, khối lượng m , dài l , được đặt dựa vào một bức tường thẳng đứng không ma sát. Tấm ván làm với sàn một góc α (Hình 10.1). Hệ số ma sát nghỉ giữa tấm ván và sàn là μ_n . Hỏi góc α nhỏ nhất bằng bao nhiêu để tấm ván đứng yên ?

Giải

Các lực tác dụng vào tấm ván như hình 10.1.

Áp dụng điều kiện cân bằng thứ nhất :

$$Ox : -N_A + F_{msn} = 0 \Rightarrow F_{msn} = N_A \quad (1)$$

$$Oy : N_B - P = 0 \Rightarrow N_B = P = mg \quad (2)$$

Áp dụng điều kiện cân bằng thứ hai cho điểm cố định B. Chọn chiều dương là chiều ngược chiều quay của kim đồng hồ.

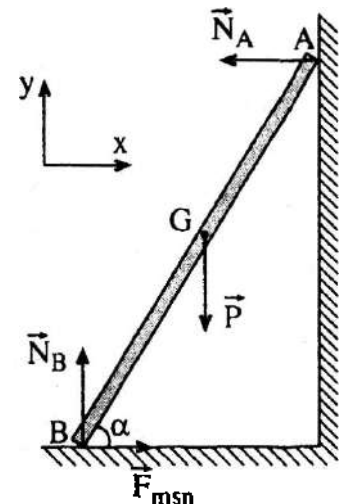
$$N_A \cdot l \sin \alpha = mg \frac{l}{2} \cos \alpha = 0$$

$$\Rightarrow N_A = \frac{1}{2} mg \cot \alpha \quad (3)$$

Thay (1) vào (3), ta được :

$$F_{msn} = \frac{1}{2} mg \cot \alpha \leq \mu_n mg \Rightarrow \cot \alpha \leq 2\mu_n \text{ hay } \tan \alpha \geq \frac{1}{2\mu_n}.$$

$$\text{Góc } \alpha \text{ nhỏ nhất là : } \alpha_{\min} = \tan^{-1} \left(\frac{1}{2\mu_n} \right)$$



Hình 10.1



CÂU HỎI

Phát biểu và viết điều kiện cân bằng tổng quát.



BÀI TẬP

1. Một chiếc thang đơn giản (có thể coi là một đoạn thẳng) có trọng lượng P và dài $2l$, tựa vào tường. Hệ số ma sát nghỉ giữa thang với sàn là μ_1 , giữa thang với tường là μ_2 .

Hỏi góc α nhỏ nhất mà thang làm với sàn bằng bao nhiêu ?

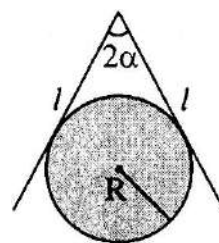
Áp dụng bằng số : $\mu_1 = 0,5$ và $\mu_2 = 0,34$.

2. Người ta dùng băng dính dán hai cạnh của hai tấm các tông giống nhau hình vuông, để tạo thành một "bìa sách", rồi úp nó lên một khúc gỗ nhẵn, nằm ngang (Hình 10.2). Mỗi cạnh của tấm các tông dài $l = 40$ cm, bán kính của khúc gỗ $R = \frac{l}{4}$.

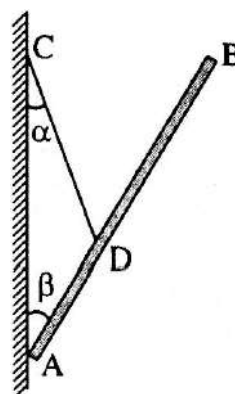
Hỏi khi cân bằng góc mở 2α của hai tấm bìa là bao nhiêu ?

3. Một thanh AB đồng chất, tiết diện đều, dài l , khối lượng m , đầu dưới A dựa vào tường và được giữ ở tư thế nghiêng nhờ sợi dây (Hình 10.3). Dây được buộc vào tường tại điểm C và với thanh tại D. Cho $AD = \frac{1}{3}AB$, góc mà thanh hợp với tường và góc mà dây hợp với tường là α . Hãy tìm hệ số ma sát nghỉ giữa thanh và tường. Xét hai trường hợp :

- Lực ma sát nghỉ hướng lên.
- Lực ma sát nghỉ hướng xuống.



Hình 10.2



Hình 10.3

Chương II

DAO ĐỘNG CƠ

11

DAO ĐỘNG ĐIỀU HOÀ

I – DAO ĐỘNG CƠ

1. Thế nào là dao động cơ?

Chiếc thuyền nhấp nhô tại chỗ neo, dây đàn ghita rung động, màng trống rung động,... là những ví dụ về vật *dao động* mà ta thường gặp trong đời sống hằng ngày.

Quan sát chuyển động của các vật ấy, ta thấy chúng đều chuyển động qua lại quanh một vị trí đặc biệt, gọi là *vị trí cân bằng*. Đó thường là vị trí của vật khi đứng yên. Chuyển động như vậy gọi là *dao động cơ*.

2. Dao động tuần hoàn

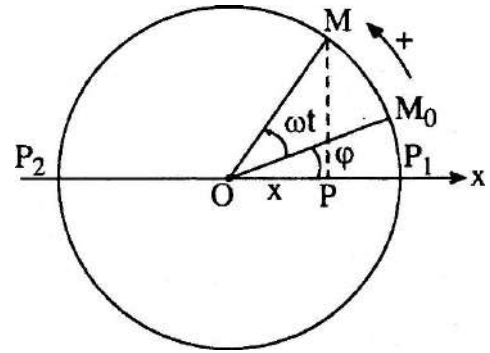
Dao động cơ của một vật có thể là *tuần hoàn* hoặc không tuần hoàn. Nếu sau những khoảng thời gian bằng nhau, vật trở lại vị trí cũ theo hướng cũ thì dao động của vật đó là tuần hoàn. Con lắc đồng hồ dao động tuần hoàn, trong khi chiếc thuyền thì dao động không tuần hoàn.

Dao động tuần hoàn có thể có mức độ phức tạp khác nhau tùy theo vật hay hệ vật dao động. Dao động tuần hoàn đơn giản nhất là *dao động điều hoà*.

II – PHƯƠNG TRÌNH CỦA DAO ĐỘNG ĐIỀU HOÀ

1. Ví dụ

Xét một điểm M chuyển động tròn đều theo chiều dương (ngược chiều quay của kim đồng hồ) với vận tốc góc ω (Hình 11.1). Gọi P là hình chiếu của điểm M trên trục Ox trùng với một đường kính của đường tròn và có gốc trùng với tâm O của đường tròn. Ta thấy điểm P dao động trên trục Ox quanh gốc toạ độ O. Ta hãy xét xem dao động của điểm P có những đặc điểm gì.



Hình 11.1

Giả sử tại thời điểm ban đầu ($t = 0$), điểm M ở vị trí M_0 được xác định bằng góc $\widehat{P_1OM_0} = \varphi$ (rad). Sau t giây, tức là tại thời điểm t , nó chuyển động đến vị trí M được xác định bởi góc $\widehat{P_1OM} = (\omega t + \varphi)$ (Hình 11.1). Khi ấy, toạ độ $x = \overline{OP}$ của điểm P có phương trình là :

$$x = OM \cos(\omega t + \varphi)$$

Đặt $OM = A$, phương trình của toạ độ x được viết thành :

$$x = A \cos(\omega t + \varphi) \quad (11.1a)$$

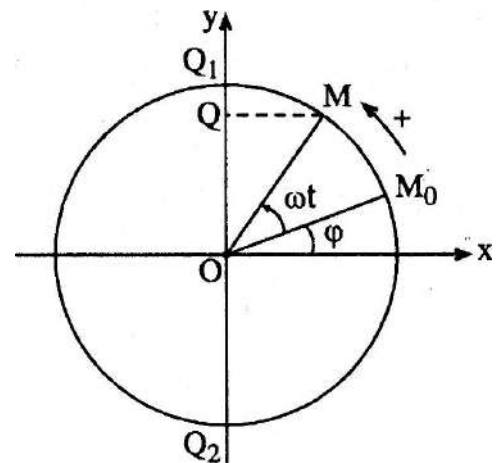
trong đó A , ω và φ là các hằng số.

Gọi Q là hình chiếu của M lên trục y (Hình 11.2). Ta thấy, điểm Q dao động trên trục Oy quanh gốc toạ độ O. Khi ấy, toạ độ $y = OQ$ có phương trình :

$$y = OM \sin(\omega t + \varphi)$$

$$\text{hay} \quad y = A \sin(\omega t + \varphi) \quad (11.1b)$$

Vì hàm sin hay cosin là một hàm điều hoà, nên dao động của điểm P được gọi là *dao động điều hoà*.



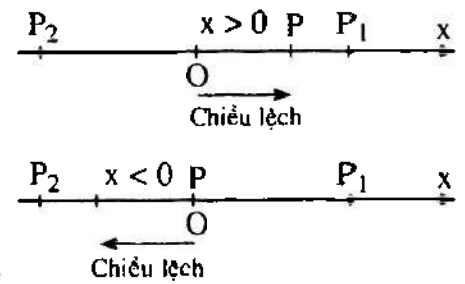
Hình 11.2

2. Định nghĩa

Bây giờ ta xét một vật nhỏ chịu tác dụng của các lực và chuyển động giống hệt điểm P. Khi ấy, ta nói vật dao động quanh gốc toạ độ O. Còn toạ độ x được

gọi là *li độ* x của vật, vì nó cho biết độ lệch và chiều lệch của vật ra khỏi gốc toạ độ (Hình 11.3). Từ đó ta có định nghĩa :

Dao động điều hoà là dao động trong đó li độ của vật là một hàm cosin (hay sin) của thời gian.



Hình 11.3

3. Phương trình

Phương trình $x = A\cos(\omega t + \varphi)$ được gọi là *phương trình của dao động điều hoà*.

Trong phương trình này, người ta gọi :

- A là *biên độ dao động* (tức là độ lệch cực đại của vật). Nó tương ứng với bán kính của chuyển động tròn đều. Vì thế biên độ dao động là một số dương. Điểm P dao động qua lại giữa hai vị trí biên P_1 (có $x = A$) và P_2 (có $x = -A$).

- ω là *tần số góc*. Nó tương ứng với vận tốc góc của chuyển động tròn đều theo chiều dương. Vì thế nó là một số dương.

- φ là *pha ban đầu* của dao động. Nó tương ứng với toạ độ góc ban đầu của điểm M . Vì thế φ có đơn vị là rad và có giá trị nằm trong khoảng từ $-\pi$ đến $+\pi$.

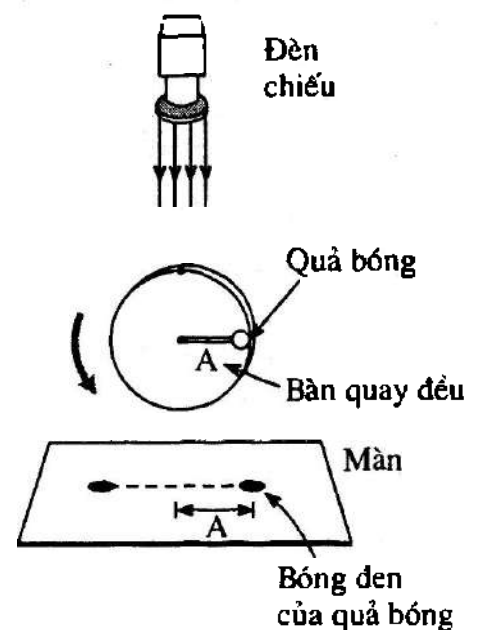
- $(\omega t + \varphi)$ là *pha của dao động* tại thời điểm t . Nó tương ứng với toạ độ góc của điểm M tại thời điểm t .

Với một biên độ đã cho thì pha là đại lượng xác định vị trí và chiều chuyển động của vật tại thời điểm t .

4. Chú ý

a) Ta nhận thấy, giữa dao động điều hoà và chuyển động tròn đều có một mối liên hệ, thể hiện như sau : *Điểm P dao động điều hoà trên một đoạn thẳng luôn luôn có thể được coi là hình chiếu của một điểm M chuyển động tròn đều lên đường kính là đoạn thẳng đó.*

b) Đối với phương trình dao động điều hoà $x = A\cos(\omega t + \varphi)$ ta quy ước chọn trục x làm gốc để tính pha của dao động và chiều tăng của pha tương ứng với chiều tăng của góc $\widehat{P_1OM}$ trong chuyển động tròn đều (tức là ngược chiều quay của kim đồng hồ (Hình 11.4)).



Hình 11.4

III – CHU KÌ. TẦN SỐ. TẦN SỐ GÓC CỦA DAO ĐỘNG ĐIỀU HOÀ

1. Chu kì và tần số

Giống như chuyển động tròn đều, dao động điều hoà cũng có tính chất *tuần hoàn*. Thật vậy, cứ sau một khoảng thời gian gọi là chu kì, thì điểm M chuyển động được một vòng, còn điểm P thực hiện được *một dao động toàn phần* và lại trở về vị trí cũ theo hướng cũ (Hình 11.1). Từ đó, ta có các định nghĩa :

Chu kì (kí hiệu là T) của dao động điều hoà là khoảng thời gian để vật thực hiện một dao động toàn phần.

Đơn vị của chu kì là giây (s).

Tần số (kí hiệu là f) của dao động điều hoà là số dao động toàn phần thực hiện được trong một giây.

Đơn vị của tần số là một trên giây (1/s), gọi là héc (kí hiệu là Hz).

2. Tần số góc

Như đã biết trong chuyển động tròn đều, giữa vận tốc góc ω , chu kì T và tần số f có mối liên hệ :

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

Trong dao động điều hoà, ω được gọi là *tần số góc*. Nó cũng có đơn vị là raddian trên giây (rad/s) như tốc độ góc.

Giữa tần số góc, chu kì và tần số cũng có mối liên hệ tương tự :

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \quad (11.2)$$

IV – VẬN TỐC VÀ GIA TỐC CỦA VẬT DAO ĐỘNG ĐIỀU HOÀ ĐỒ THỊ CỦA DAO ĐỘNG ĐIỀU HOÀ

1. Vận tốc

Vận tốc là đạo hàm của li độ theo thời gian :

$$v = x' = -\omega A \sin(\omega t + \varphi) = -v_{\max} \sin(\omega t + \varphi) \quad (11.3)$$

với $v_{\max} = \omega A \quad (11.4)$

- Ở vị trí biên, $x = \pm A$ thì vận tốc bằng 0.
- Ở vị trí cân bằng $x = 0$ thì vận tốc có độ lớn cực đại : $v_{\max} = \omega A$.

2. Gia tốc

Gia tốc là đạo hàm của vận tốc theo thời gian :

$$a = v' = -\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi)$$

$$a = -\omega^2 x \quad (11.5)$$

với $a_{\max} = \omega^2 A \quad (11.6)$

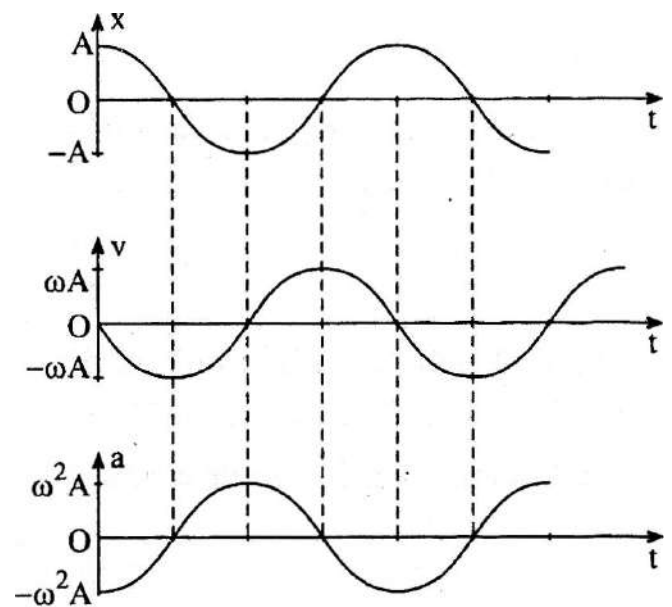
Công thức (11.5) cho thấy :

- Gốc toạ độ O là vị trí cân bằng của vật vì khi $x = 0$ thì $a = 0$ và hợp lực $F = 0$.

– Gia tốc luôn luôn ngược dấu với li độ (hay vectơ gia tốc luôn luôn hướng về vị trí cân bằng) và có độ lớn tỉ lệ với độ lớn của li độ (Hình 11.5).

3. Đồ thị của dao động điều hoà

Hình 11.5 là đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của li độ x vận tốc v và gia tốc a vào thời gian (với $\varphi = 0$). Nó là một đường hình sin, vì thế người ta còn gọi dao động điều hoà là *dao động hình sin*.



Hình 11.5

V – PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN CỦA DAO ĐỘNG ĐIỀU HOÀ

1. Phương trình (11.5) được viết lại thành :

$$x'' + \omega^2 x = 0 \quad (11.7)$$

Phương trình (11.5) được gọi là *phương trình vi phân của dao động điều hoà*. Nó có nghiệm là $x = A \cos(\omega t + \varphi)$ hay $x = A \sin(\omega t + \varphi)$.

2. Phương trình (11.7) là phương trình đặc trưng của dao động điều hoà. Sở dĩ gọi như vậy là vì người ta thường dùng phương trình này để xác định xem một đại lượng nào đó có phải là điều hoà hay không.

Một đại lượng X nào đó nếu thoả mãn phương trình (11.7) thì X là đại lượng điều hoà, còn nếu không thì X không phải là đại lượng điều hoà.

Bằng cách xét như vậy ta thấy li độ x , vận tốc v và gia tốc a của hình chiếu P (Hình 11.1) là những đại lượng điều hoà. Còn đại lượng $X = A \cos(\omega t + \varphi) + C$ (C là một hằng số) thì sao? Nó không phải là đại lượng điều hoà vì $X'' + \omega^2 X \neq 0$. Tuy nhiên, $X - C = A \cos(\omega t + \varphi)$ là đại lượng điều hoà. Vì thế có thể nói, X biến thiên điều hoà (biến thiên hình sin) quanh giá trị C .

VI – BÀI TẬP VÍ DỤ

Một chất điểm dao động điều hoà trên trục x với chu kỳ $T = 0,4$ s và biên độ $A = 5$ cm. Chọn gốc toạ độ O tại vị trí cân bằng và gốc thời gian là lúc chất điểm qua vị trí cân bằng theo chiều dương. Tìm :

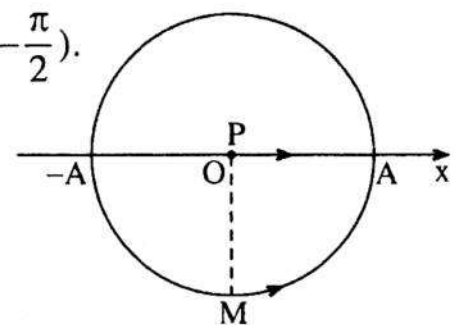
- Phương trình dao động của chất điểm.
- Vận tốc và gia tốc của chất điểm tại thời điểm ban đầu ($t = 0$) và tại thời điểm $t = \frac{T}{4}$.
- Thời gian nhỏ nhất để chất điểm đi từ điểm có li độ $x_1 = -2,5$ cm đến điểm có li độ $x_2 = 2,5$ cm.

Giải

- a) • Tìm pha ban đầu.

Coi chất điểm (điểm P) dao động điều hoà là hình chiếu của điểm chuyển động tròn đều (điểm M). (Theo đầu bài thì tại $t = 0$, điểm tương ứng M có vị trí và chiều chuyển động như hình 11.6. Ta suy ra $\varphi = -\frac{\pi}{2}$).

- $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,4} = 5\pi$ (rad/s)
- $x = 5 \cos\left(5\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$ (cm).



Hình 11.6

$$b) \bullet v = -\omega A \sin(\omega t + \varphi) = -25\pi \sin\left(5\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ (cm/s)}$$

$$\text{Tại } t = 0 : v = 25\pi \text{ (cm/s)}$$

$$\text{Tại } t = \frac{T}{4} : v = 0$$

$$\bullet a = -\omega^2 x = -125\pi^2 \cos\left(5\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ (cm/s}^2\text{)}$$

$$\text{Tại } t = 0 : a = 0$$

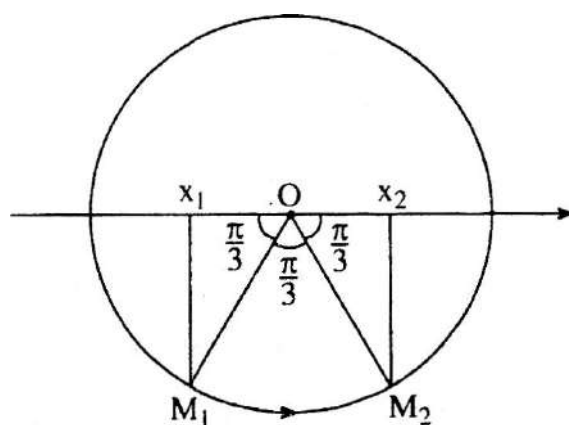
$$\text{Tại } t = \frac{T}{4} : a = -125\pi^2 \text{ (cm/s}^2\text{)}$$

c) Thời gian để chất điểm đi từ x_1 đến x_2 bằng thời gian của điểm M tương ứng đi từ M_1 đến M_2 (Hình 11.7).

$$\text{Vì } x_1 = -\frac{A}{2} \text{ và } x_2 = \frac{A}{2} \text{ nên góc}$$

$$\widehat{M_1 O M_2} = \frac{\pi}{3}$$

$$\text{Suy ra } \Delta t = \frac{\pi}{3\omega} = \frac{1}{15} \text{ s.}$$



Hình 11.7

❓ CÂU HỎI

1. Phát biểu định nghĩa của dao động điều hoà.

Viết phương trình của dao động điều hoà và giải thích các đại lượng trong phương trình.

2. Mối liên hệ giữa dao động điều hoà và chuyển động tròn đều thể hiện ở chỗ nào ?

3. Nêu định nghĩa chu kì và tần số của dao động điều hoà.

Giữa chu kì, tần số và tần số góc có mối liên hệ như thế nào ?

4. Một vật dao động điều hoà theo phương trình $x = A \cos(\omega t + \varphi)$.

a) Lập công thức tính vận tốc và gia tốc của vật.

b) Ở vị trí nào thì vận tốc bằng 0 ? Ở vị trí nào thì gia tốc bằng 0 ?

c) Ở vị trí nào thì vận tốc có độ lớn cực đại ? Ở vị trí nào thì gia tốc có độ lớn cực đại ?

Ở bài trên, ta đã khảo sát dao động điều hoà về mặt động học. Trong bài này, ta sẽ khảo sát tiếp dao động điều hoà về mặt động lực học. Muốn thế, ta hãy dùng con lắc lò xo làm mô hình để nghiên cứu.

I – CON LẮC Lò XO NẰM NGANG

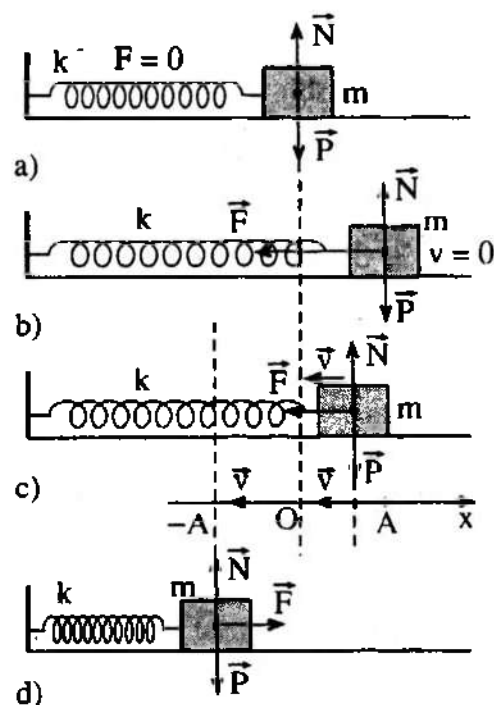
1. Thế nào là con lắc lò xo nằm ngang ?

Xét một con lắc lò xo gồm một vật nhỏ có khối lượng m gắn vào đầu của một lò xo có độ cứng k và có khối lượng không đáng kể ; đầu kia của lò xo được giữ cố định (Hình 12.1). Vật m có thể trượt trên một mặt phẳng nằm ngang không có ma sát.

Vị trí cân bằng của vật là vị trí khi lò xo không biến dạng (Hình 12.1a). Vật sẽ đứng yên mãi ở vị trí này nếu lúc đầu nó đứng yên.

Kéo vật ra khỏi vị trí cân bằng cho lò xo dãn ra một đoạn nhỏ rồi buông tay (Hình 12.1b), ta thấy vật dao động trên một đoạn thẳng quanh vị trí cân bằng (Hình 12.1c và d).

Ta hãy xét xem dao động của vật m (hay của con lắc lò xo) có phải là dao động điều hoà hay không.



Hình 12.1

2. Khảo sát dao động của con lắc lò xo nằm ngang về mặt động lực học

a) Chọn trục toạ độ x song song với trục của lò xo, chiều dương là chiều tăng độ dài l của lò xo. Chọn gốc toạ độ O tại vị trí cân bằng. Giả sử vật có li độ x .

Vì trọng lực $\vec{P}$ của phản lực $\vec{N}$ của mặt phẳng tác dụng vào vật cân bằng nhau, nên hợp lực $\vec{F}$ tác dụng vào vật chỉ là lực đàn hồi của lò xo. Hơn nữa, ở vị trí vật có li độ x thì độ biến dạng của lò xo cũng bằng x ($\Delta l = x$). Do đó lực đàn hồi của lò xo $\vec{F} = -k\Delta \vec{l}$ có thể viết dưới dạng đại số như sau :

$$F = -kx \quad (12.1)$$

b) Áp dụng định luật II Niu-tơn, ta được :

$$a = -\frac{k}{m}x \quad (12.2)$$

c) Đặt $\omega^2 = \frac{k}{m}$ và so sánh công thức (12.2) với công thức (11.5) ta rút ra kết luận :

Dao động của con lắc lò xo là dao động điều hoà theo phương trình (11.1a)

3. Tần số góc và chu kì của con lắc lò xo lần lượt là :

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (12.3)$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad (12.4)$$

4. Lực kéo về

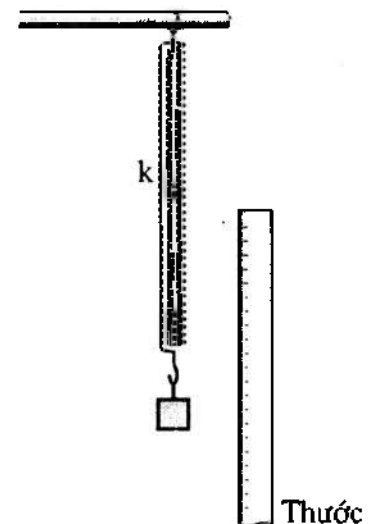
Lực luôn hướng về vị trí cân bằng gọi là *lực kéo về*. Lực kéo về có độ lớn tỉ lệ với li độ là lực gây ra gia tốc cho vật dao động điều hoà : $F = -kx$

II – CON LẮC LÒ XO THẲNG ĐỨNG

1. Thế nào là con lắc lò xo thẳng đứng ?

Con lắc lò xo thẳng đứng gồm một lò xo có độ cứng k và có khối lượng không đáng kể, được treo vào một điểm cố định, còn vật có khối lượng m , được móc vào đầu tự do của lò xo. Con lắc sẽ đứng yên mãi ở vị trí cân bằng (VTCB) nếu lúc đầu nó đứng yên (Hình 12.2).

Kéo vật theo phương thẳng đứng khỏi vị trí cân bằng một đoạn nhỏ rồi buông tay, ta thấy con lắc dao động theo phương thẳng đứng quanh vị trí cân bằng.



Hình 12.2

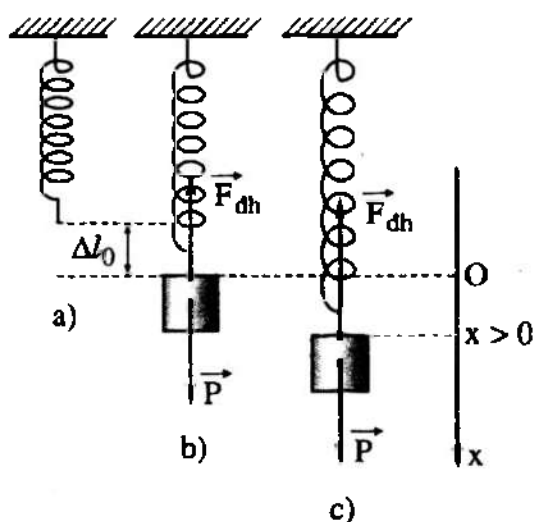
2. Khảo sát dao động của con lắc lò xo thẳng đứng về mặt động lực học

a) Xác định vị trí cân bằng

Trong quá trình dao động, vật chịu tác dụng của trọng lực $\vec{P}$ và lực đàn hồi $\vec{F}_{dh}$ của lò xo. Khi vật ở vị trí cân bằng O (Hình 12.3b) ta có :

$$\vec{P} + \vec{F}_{dh} = \vec{0}$$

Chọn trục x có gốc tọa độ tại VTCB, có phương thẳng đứng, chiều từ trên xuống (Hình 12.3).



Hình 12.3

Chiếu hệ thức vectơ này lên trục x, ta được :

$$mg - k\Delta l_0 = 0 \quad (12.5)$$

trong đó Δl_0 là độ dãn của lò xo khi vật ở vị trí cân bằng (Hình 12.3a, b).

Công thức (12.5) xác định vị trí cân bằng của vật.

b) Xác định hợp lực tác dụng vào vật

Giả sử vật ở vị trí có li độ x (Hình 12.3c). Hợp lực $\vec{F}_{hl}$ tác dụng vào vật được viết dưới dạng đại số như sau :

$$F_{hl} = mg - k(\Delta l_0 + x)$$

$$F_{hl} = mg - k\Delta l_0 - kx$$

Kết hợp với (12.5) thành :

$$F_{hl} = -kx \quad (12.6)$$

Hợp lực F_{hl} gây cho vật một gia tốc :

$$a = -\frac{k}{m}x = -\omega^2 x \quad (12.7)$$

Công thức (12.6) và (12.7) cho thấy, hợp lực F_{hl} và gia tốc a có dạng giống hệt như con lắc lò xo nằm ngang.

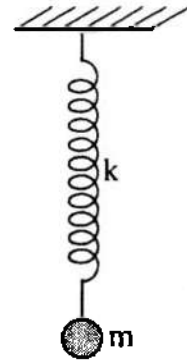
Do đó ta kết luận :

– Con lắc lò xo thẳng đứng dao động điều hoà với tần số góc $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ giống hệt như con lắc lò xo nằm ngang.

– Hợp lực tác dụng vào vật là lực kéo về, có độ lớn tỉ lệ với li độ : $F_{hl} = -kx$.

III – BÀI TẬP VÍ DỤ

Một quả cầu, khối lượng $m = 150 \text{ g}$, được treo vào một lò xo có độ cứng $k = 30 \text{ N/m}$, đầu kia của lò xo gắn chặt vào một giá đỡ nằm ngang (Hình 12.4).



Hình 12.4

a) Ở vị trí cân bằng, lò xo giãn ra một đoạn bằng bao nhiêu? Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

b) Kéo quả cầu ra khỏi vị trí cân bằng theo phương thẳng đứng xuống dưới một đoạn bằng 3 cm , rồi thả không vận tốc đầu. Viết phương trình dao động của vật.

c) Tìm lực kéo về và lực của lò xo tác dụng vào vật ở vị trí biên trên.

Giải

Chọn trục x hướng thẳng đứng xuống dưới. Chọn gốc tọa độ tại VTCB. Chọn gốc thời gian là lúc thả vật.

a) Quả cầu chịu tác dụng của hai lực là $\vec{P}$ và $\vec{F}_{dh}$. Ở vị trí cân bằng ta có :

$$mg - k\Delta l_0 = 0$$

$$\Delta l = \frac{mg}{k} = \frac{0,15 \cdot 10}{30} = 0,05 \text{ m}$$

$$b) \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{30}{0,15}} = 10\sqrt{2} \text{ rad/s}$$

$$x = a \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\text{tại } t = 0 \begin{cases} x = A \cos \varphi = 3 \text{ cm} \Rightarrow \cos \varphi > 0 \\ v = -A\omega \sin \varphi = 0 \Rightarrow \sin \varphi = 0 \end{cases}$$

Suy ra : $\varphi = 0$ và $A = 3 \text{ cm} = 0,03 \text{ m}$.

c) Vị trí biên trên có li độ $x = -A$.

$$\bullet \quad F_{(kéo về)} = -kx = -k(-A) = kA = 30 \cdot 0,03 = 0,9 \text{ N (hướng xuống)}$$

$$\bullet \quad F_{dh} = -k\Delta l = -k(\Delta l_0 - A) = -30(0,05 - 0,03) = -0,6 \text{ N (hướng lên)}$$

? CÂU HỎI

1. Nêu công thức của lực gây ra dao động điều hoà của con lắc lò xo. Tại sao lại gọi lực này là lực kéo về?
2. Nêu công thức tính chu kì dao động của con lắc lò xo.

BÀI TẬP

- Một vật, khối lượng 5 kg, treo vào một lò xo và dao động theo phương thẳng đứng với chu kì 0,5 s. Hỏi độ dãn của lò xo khi vật qua VTCB là bao nhiêu ? Lấy $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.
A. 0,75 cm. B. 1,50 cm.
C. 3,13 cm. D. 6,20 cm.
- Một con lắc lò xo treo thẳng đứng, dao động điều hoà với biên độ 4 cm. Lò xo có độ cứng $k = 30 \text{ N/m}$. Lực đàn hồi nhỏ nhất của lò xo trong quá trình dao động là bao nhiêu ? Cho biết ở VTCB lò xo dãn một đoạn 10 cm.
A. 4,2 N. B. 1,2 N.
C. 1,8 N. D. 2,4 cm
- Một lò xo có độ cứng $k = 20 \text{ N/m}$, treo thẳng đứng. Đầu dưới của nó treo một vật có khối lượng $m = 200 \text{ g}$. Từ VTCB, vật được nâng lên 5 cm theo phương thẳng đứng rồi thả nhẹ. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$. Chọn trục x hướng thẳng đứng xuống dưới. Chọn gốc tọa độ tại VTCB.
a) Viết phương trình dao động của vật.
b) Viết công thức của vận tốc của vật.
Vận tốc cực đại của vật bằng bao nhiêu ?
c) Trong quá trình dao động, lực đàn hồi của lò xo lớn nhất và nhỏ nhất bằng bao nhiêu ?

13

KHẢO SÁT DAO ĐỘNG CỦA CON LẮC Lò XO VỀ MẶT NĂNG LƯỢNG

I – CON LẮC Lò XO NẪM NGANG

1. Động năng của con lắc lò xo

Động năng của con lắc lò xo là động năng của vật m :

$$W_d = \frac{1}{2}mv^2 \quad (13.1)$$

2. Thế năng của con lắc lò xo

Ở lớp 10 ta đã biết, khi lò xo bị biến dạng thì hệ gồm lò xo và vật nhỏ, tức là con lắc lò xo, có thế năng đàn hồi $W_t = \frac{1}{2}k(\Delta l)^2$.

Thay $\Delta l = x$ vào, ta có công thức tính thế năng của con lắc lò xo như sau :

$$W_t = \frac{1}{2}kx^2 \quad (13.2)$$

3. Cơ năng của con lắc lò xo. Sự bảo toàn cơ năng

a) Cơ năng của con lắc lò xo là tổng động năng và thế năng của con lắc.

$$W = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 \quad (13.3)$$

b) Ta có thể chứng minh rằng khi không có ma sát thì cơ năng của con lắc được bảo toàn. Nó chỉ biến đổi từ dạng thế năng sang động năng và ngược lại. Thật vậy, thay v từ công thức (11.3) và thay x từ công thức (11.1a) vào công thức (13.3) ta được :

$$W = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \varphi) + \frac{1}{2}kA^2 \cos^2(\omega t + \varphi)$$

Kết hợp với công thức (12.3), ta được :

$$W = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 = \text{hằng số} \quad (13.4)$$

Công thức (13.4) cho thấy :

Cơ năng của con lắc tỉ lệ với bình phương của biên độ dao động.

Cơ năng của con lắc được bảo toàn nếu bỏ qua mọi ma sát.

II – CON LẮC Lò XO THẲNG ĐỨNG

1. Thế năng của con lắc lò xo treo thẳng đứng

Khi con lắc lò xo dao động theo phương thẳng đứng, thì lực đàn hồi của lò xo và trọng lực của vật m đều thực hiện công. Vì thế, thế năng của con lắc *bao gồm thế năng đàn hồi của lò xo và thế năng trọng trường của vật m .*

Để tìm biểu thức của thế năng của con lắc ta dựa vào mối liên hệ giữa công của lực thế và độ biến thiên thế năng (đã học ở lớp 10) :

$$\begin{aligned} dA_{12} &= -dW_t \\ -kx dx &= -dW_t \\ -\int_0^x kx dx &= -\int_0^x dW_t \\ -\frac{1}{2}kx^2 &= -[W_t(x) - W_t(0)] \\ \Rightarrow W_t(x) - W_t(0) &= \frac{1}{2}kx^2 \end{aligned}$$

Nếu chọn mốc thế năng cho cả hai loại đều ở vị trí cân bằng (VTCB), thì thế năng của con lắc lò xo treo thẳng đứng có dạng giống như thế năng của con lắc lò xo nằm ngang.

$$W_t = \frac{1}{2}kx^2$$

trong đó x là li độ của vật tính từ VTCB, k là độ cứng của lò xo.

2. Cơ năng của con lắc lò xo treo thẳng đứng

$$W = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$$

Khi không có ma sát thì cơ năng của con lắc lò xo thẳng đứng được bảo toàn. Nó chỉ biến đổi từ thế năng sang động năng và ngược lại.

$$W = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 = \text{hằng số}$$

3. Đồ thị biểu diễn sự biến đổi của thế năng và động năng của con lắc theo thời gian

$$\begin{aligned} a) \quad W_t &= \frac{1}{2}kA^2 \cos^2(\omega t + \varphi) \\ &= \frac{1}{2}kA^2 \left(\frac{1 + \cos 2(\omega t + \varphi)}{2} \right) \\ &= \frac{1}{4}kA^2 + \frac{1}{4}kA^2 \cos 2(\omega t + \varphi) \end{aligned}$$

Thay $k = m\omega^2$ ta được :

$$W_t = \frac{1}{4}m\omega^2 A^2 + \frac{1}{4}m\omega^2 A^2 \cos 2(\omega t + \varphi)$$

Hình 13.1 là đồ thị biểu diễn sự biến đổi của thế năng theo thời gian.

$$\begin{aligned} b) \quad W_d &= \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t) \\ &= \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \left(\frac{1 - \cos 2(\omega t + \varphi)}{2} \right) \end{aligned}$$

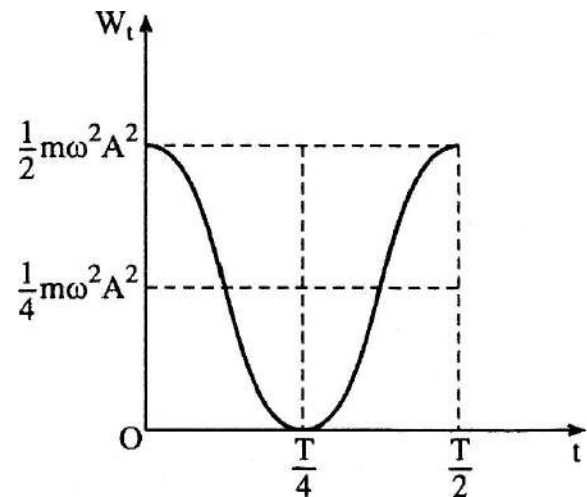
$$W_d = \frac{1}{4}m\omega^2 A^2 - \frac{1}{4}m\omega^2 A^2 \cos 2(\omega t + \varphi)$$

Hình 13.2 là đồ thị biểu diễn sự biến đổi của động năng theo thời gian.

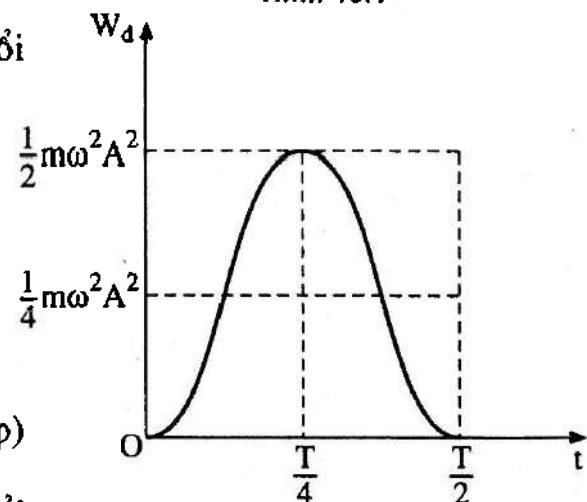
c) Thế năng và động năng của con lắc lò xo có dạng $X = A\cos(\omega t + \varphi) + C$, nên là đại lượng tuần hoàn. Nó không phải là đại lượng điều hoà, nhưng biến thiên điều hoà quanh giá trị bằng một nửa giá trị cực đại của chúng (xem bài 11).

III – BÀI TẬP VÍ DỤ

Một vật có khối lượng $m = 100 \text{ g}$, được gắn vào một đầu của một lò xo có độ cứng k , đầu kia của lò xo được giữ cố định. Vật trượt không ma sát trên một

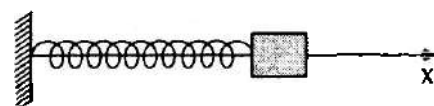


Hình 13.1



Hình 13.2

thanh nằm ngang (Hình 13.3). Chọn trục x dọc theo thanh, gốc toạ độ tại vị trí cân bằng của vật. Đẩy vật ra khỏi VTCB đến vị trí có li độ $x_1 = -2 \text{ cm}$, rồi thả không vận tốc đầu. Hãy xác định :



Hình 13.3

- Cơ năng của con lắc lò xo.
- Động năng và tốc độ của vật khi qua VTCB.
- Thế năng của lò xo và động năng của vật khi qua vị trí có li độ $x_2 = -1 \text{ cm}$.

Giải

a) Chọn mốc thế năng tại VTCB. Vị trí $x_1 = -2 \text{ cm}$ là vị trí biên của vật vì tại đó vận tốc của vật bằng 0. Ta suy ra : $A = 2 \text{ cm} = 0,02 \text{ m}$.

$$W = \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot (0,02)^2 = 4 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

b) Khi qua VTCB, thế năng của con lắc bằng 0, động năng của vật cực đại và bằng cơ năng.

$$W_{d(\max)} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

$$W_d = \frac{1}{2} m v^2$$

$$v = \sqrt{\frac{2W_d}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 4 \cdot 10^{-3}}{0,1}} = 0,28 \text{ m/s}$$

c) Tại $x_2 = -1 \text{ cm}$.

$$W_t = \frac{1}{2} k x_2^2 = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 1 \cdot 10^{-4} = 1 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

$$W_d = W - W_t = (4 - 1) \cdot 10^{-3} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

? CAU HỎI

- Viết công thức của động năng, thế năng và cơ năng của con lắc lò xo.
- Khi con lắc lò xo dao động điều hoà thì động năng và thế năng của con lắc biến đổi qua lại như thế nào ? So sánh chu kì biến đổi của động năng (hoặc thế năng) với chu kì dao động của con lắc.



BÀI TẬP

1. Một con lắc lò xo dao động điều hoà. Lò xo có độ cứng $k = 40 \text{ N/m}$. Khi vật m của con lắc qua vị trí có li độ $x = -2 \text{ cm}$ thì thế năng của con lắc bằng bao nhiêu ?
A. $-0,016 \text{ J}$.
B. $-0,008 \text{ J}$.
C. $0,016 \text{ J}$.
D. $0,008 \text{ J}$.
2. Một con lắc lò xo gồm một vật có khối lượng $m = 0,4 \text{ kg}$ và một lò xo có độ cứng $k = 80 \text{ N/m}$. Con lắc dao động điều hoà với biên độ bằng $0,1 \text{ m}$. Hỏi tốc độ của vật khi qua VTCB ?
A. 0 m/s .
B. $1,4 \text{ m/s}$.
C. $2,0 \text{ m/s}$.
D. $3,4 \text{ m/s}$.
3. Một con lắc lò xo treo thẳng đứng gồm một vật có $m = 0,50 \text{ kg}$ gắn vào đầu một lò xo có độ cứng $k = 20 \text{ N/m}$. Con lắc dao động dọc theo trục x , có gốc toạ độ tại VTCB.
 - a) Lấy mốc thế năng tại VTCB. Tính cơ năng của con lắc và tốc độ cực đại của vật, biết rằng biên độ dao động là $3,0 \text{ cm}$.
 - b) Tại li độ $x = 2,0 \text{ cm}$. Tìm :
 - Thế năng và động năng của con lắc.
 - Tốc độ của vật.
 - c) Tại vị trí nào thì tốc độ của vật bằng $0,10 \text{ m/s}$?

14

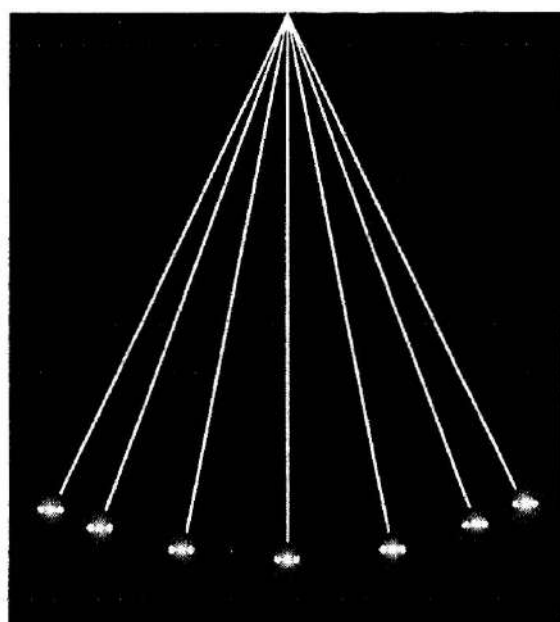
CON LẮC ĐƠN

I – THẾ NÀO LÀ CON LẮC ĐƠN ?

1. Con lắc đơn gồm một vật nhỏ, khối lượng m , treo ở đầu của một sợi dây không giãn, khối lượng không đáng kể, dài l (Hình 14.1).

2. Vị trí cân bằng tĩnh của con lắc là vị trí mà dây treo có phương thẳng đứng. Con lắc sẽ đứng yên mãi ở vị trí này nếu lúc đầu nó đứng yên. Kéo nhẹ quả cầu cho dây treo lệch khỏi vị trí cân bằng một góc rồi thả ra, ta thấy con lắc dao động quanh vị trí cân bằng trong mặt phẳng thẳng đứng đi qua điểm treo và vị trí ban đầu của vật (Hình 14.1).

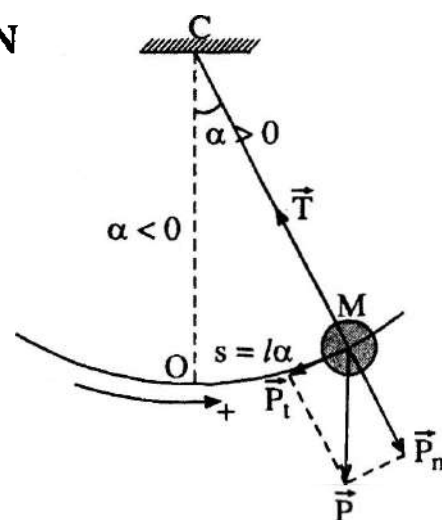
Ta hãy xét xem dao động của con lắc đơn có phải là dao động điều hòa hay không.



Hình 14.1
Ảnh chụp hoạt nghiệm dao động của con lắc đơn

II – KHẢO SÁT DAO ĐỘNG CỦA CON LẮC ĐƠN VỀ MẶT ĐỘNG LỰC HỌC

1. Chọn chiều dương từ trái sang phải, gốc tọa độ tại vị trí cân bằng O . Khi ấy, vị trí của vật m được xác định bởi li độ góc $\alpha = \widehat{OCM}$ hay bởi li độ cong $s = \widehat{OM} = l\alpha$ (Hình 14.2). α và s có giá trị dương khi con lắc ở bên phải đường cân bằng CO và ngược lại.



Hình 14.2

2. Trong khi dao động, vật chịu tác dụng của trọng lực $\vec{P}$ và lực căng $\vec{T}$. Ta phân tích trọng lực $\vec{P}$ thành hai phần : Lực thành phần $\vec{P}_n$ theo phương vuông góc với quỹ đạo và lực thành phần $\vec{P}_t$ theo phương tiếp tuyến với quỹ đạo.

Lực căng $\vec{T}$ và lực thành phần $\vec{P}_n$ vuông góc với đường đi nên không làm thay đổi tốc độ của vật. Hợp lực của chúng là lực hướng tâm giữ cho vật chuyển động trên cung tròn.

$$T - P_n = T - mg \cos \alpha = \frac{mv^2}{l} \quad (14.1)$$

Lực thành phần $\vec{P}_t$ là lực kéo về và có giá trị đại số như sau :

$$P_t = -mg \sin \alpha \quad (14.2)$$

Công thức (14.2) cho thấy dao động của con lắc đơn nói chung không phải là dao động điều hòa.

Nếu li độ góc α nhỏ thì $\sin \alpha \approx \alpha$ (rad). Khi ấy, lực kéo về có độ lớn tỉ lệ với li độ. Thật vậy :

$$P_t = -mg\alpha = -mg \frac{s}{l} \quad (14.3)$$

So sánh công thức (14.3) với công thức (12.1), ta thấy $\frac{mg}{l}$ có vai trò của k .

Do đó $\frac{l}{g}$ có vai trò của $\frac{m}{k}$ trong công thức tính chu kỳ của con lắc.

Vậy, khi dao động nhỏ ($\sin \alpha \approx \alpha$ (rad)), con lắc đơn dao động điều hòa theo phương trình :

$$\alpha = \alpha_0 \cos(\omega t + \varphi) \quad (14.4a)$$

$$\text{hay} \quad s = s_0 \cos(\omega t + \varphi) \quad (14.4b)$$

$$\text{với} \quad \omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \quad (14.5)$$

$$\text{hay với chu kỳ :} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad (14.6)$$

trong đó α_0 là biên độ góc dao động, còn $s_0 = l\alpha_0$ là biên độ dao động của con lắc.

III – KHẢO SÁT DAO ĐỘNG CỦA CON LẮC ĐƠN VỀ MẶT NĂNG LƯỢNG

1. Động năng của con lắc đơn là động năng của vật (coi là chất điểm).

$$W_d = \frac{1}{2}mv^2 \quad (14.7)$$

2. Thế năng của con lắc đơn là thế năng trọng trường của vật. Nếu chọn mốc tính thế năng là vị trí cân bằng thì thế năng của con lắc đơn ở li độ góc α là :

$$W_t = mgl(1 - \cos \alpha) \quad (14.8)$$

Khi α nhỏ ($\sin \alpha \approx \alpha$ (rad)) thì từ (14.8) ta suy ra :

$$W_t = \frac{mgl}{2}\alpha^2 = \frac{1}{2}\frac{mg}{l}s^2$$

hay

$$W_t = \frac{1}{2}m\omega^2 s^2 \quad (14.9)$$

3. Nếu bỏ qua mọi ma sát thì cơ năng của con lắc (bao gồm thế năng và động năng của vật) được bảo toàn. Nó chỉ biến đổi từ dạng thế năng sang dạng động năng và ngược lại.

$$W = \frac{1}{2}mv^2 + mgl(1 - \cos \alpha) = \text{hằng số} \quad (14.10)$$

Công thức (14.10) đúng đối với mọi li độ góc $\alpha \leq 90^\circ$.

IV – ỨNG DỤNG : XÁC ĐỊNH GIA TỐC RƠI TỰ DO

Trong lĩnh vực địa chất, các nhà địa chất quan tâm đến những tính chất đặc biệt của lớp bề mặt Trái Đất và thường xuyên phải đo gia tốc trọng trường ở một nơi nào đó. Sau đây là một ví dụ.

Dùng một con lắc đơn có chiều dài l tính đến tâm của quả cầu. Đo thời gian của một số dao động toàn phần, từ đó suy ra chu kì T . Sau đó ta tính g theo công thức $g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$. Lập lại thí nghiệm nhiều lần, mỗi lần rút ngắn chiều dài con lắc đi một đoạn. Lấy giá trị trung bình g ở các lần đo, ta được gia tốc rơi tự do tại nơi đó.

V – BÀI TẬP VÍ DỤ

Một con lắc đơn gồm một vật nhỏ, khối lượng $m = 50 \text{ kg}$ treo ở đầu một sợi dây dài l . Con lắc thực hiện những dao động nhỏ tại một nơi có $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ với chu kì $T = \frac{2\pi}{5} \text{ (s)}$.

a) Tính độ dài l của con lắc.

b) Viết phương trình dao động của con lắc. Cho biết tại $t = 0$ con lắc ở vị trí biên, có biên độ góc α_0 với $\cos\alpha_0 = 0,98$. Bỏ qua lực cản của không khí.

c) Tính lực căng của dây khi $\alpha = \alpha_0$.

Giải

$$a) \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$l = \frac{gT^2}{4\pi^2} = \frac{9,8 \cdot 4\pi^2}{25 \cdot 4\pi^2} \approx 0,39 \text{ m}$$

b) Chọn gốc tọa độ tại VTCB. Chọn chiều dương sao cho lúc đầu vật có li độ cực đại dương.

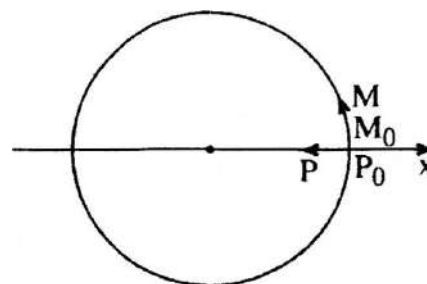
$$s = l\alpha_0 \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 5 \text{ rad/s}$$

$$\alpha_0 = 0,2 \text{ rad}$$

$$s_0 = l\alpha_0 = 7,8 \text{ cm}$$

Để tìm φ ta sử dụng mối liên hệ giữa dao động điều hòa với chuyển động tròn đều (Hình 14.3).



Hình 14.3

Ta suy ra $\varphi = 0$

Cuối cùng $s = 7,8\cos 5t$ (cm)

c) Tại vị trí biên ($v = 0$) :

$$T = mg \cos \alpha = 50 \cdot 10^{-3} \cdot 9,8 \cdot 0,98 \approx 0,48 \text{ N}$$



CÂU HỎI

1. Thế nào là con lắc đơn ? Khảo sát dao động của con lắc đơn về mặt động lực học. Chứng minh rằng khi dao động nhỏ ($\sin \alpha \approx \alpha$ (rad)), dao động của con lắc đơn là dao động điều hòa.
2. Viết biểu thức của động năng, thế năng và cơ năng của con lắc đơn ở vị trí có góc lệch α bất kì ($\alpha < \alpha_0 \leq 90^\circ$).
Khi con lắc dao động thì động năng và thế năng của con lắc biến đổi như thế nào ?
3. Viết công thức tính chu kì của con lắc đơn khi dao động nhỏ.



BÀI TẬP

1. Một con lắc đơn dao động với biên độ góc nhỏ ($\sin \alpha \approx \alpha$ (rad)). Câu nào sau đây là **sai**?
 - A. Chu kì con lắc phụ thuộc chiều dài con lắc.
 - B. Chu kì con lắc không phụ thuộc khối lượng của con lắc.
 - C. Chu kì con lắc phụ thuộc vào biên độ góc.
 - D. Chu kì con lắc phụ thuộc vào gia tốc rơi tự do nơi có con lắc.
2. Trong khi con lắc đơn dao động, lực căng $\vec{T}$ của dây tác dụng vào quả cầu và trọng lực $\vec{P}$ của quả cầu cân bằng nhau tại vị trí nào?
 - A. Tại mọi vị trí.
 - B. Tại VTCB.
 - C. Tại vị trí biên.
 - D. Không có vị trí nào.
3. Một con lắc đơn gồm một quả cầu nhỏ, khối lượng $m = 50$ g treo vào đầu một sợi dây dài $l = 1,0$ m ở một nơi có gia tốc trọng trường $g = 9,8$ m/s². Bỏ qua mọi ma sát.
 - a) Con lắc dao động với góc lệch cực đại so với phương thẳng đứng $\alpha_0 = 30^\circ$. Tính tốc độ và lực căng của dây tại:
 - vị trí cân bằng.
 - vị trí có li độ góc $\alpha = 10^\circ$.
 - b) Cho con lắc dao động với biên độ góc nhỏ. Tính chu kì dao động của con lắc.
4. Một con lắc đơn gồm một quả cầu nhỏ, khối lượng 50 g, được treo vào một sợi dây dài 1 m. Lấy $g = 9,8$ m/s².
 - a) Tính chu kì dao động nhỏ của con lắc.
 - b) Kéo con lắc ra khỏi VTCB đến vị trí có biên độ góc $\alpha_0 = 30^\circ$ rồi buông ra. Tính động năng và vận tốc của quả cầu khi qua VTCB. Bỏ qua mọi ma sát.
 - c) Khi tới VTCB, sợi dây vấp phải một chiếc đinh nằm trên đường cân bằng và ở dưới điểm treo một đoạn bằng 50 cm. Hãy mô tả chuyển động của con lắc ở hai bên đường cân bằng và tính tỉ số lực căng của dây ứng với hai vị trí biên.

I – ĐỊNH NGHĨA

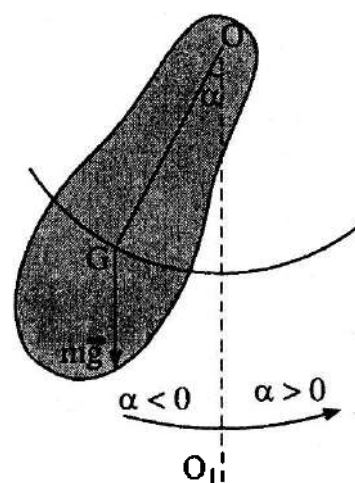
Con lắc vật lí là một vật rắn dao động quanh một trục cố định không đi qua khối tâm và vuông góc với mặt phẳng trên đó vật dao động.

II – PHƯƠNG TRÌNH DAO ĐỘNG

1. Lập phương trình dao động bằng phương pháp động lực học

a) Chọn VTCB OO_1 làm gốc để tính li độ góc α , chiều dương từ trái sang phải. Khi con lắc lệch sang trái thì $\alpha < 0$, lệch sang phải thì $\alpha > 0$. Trong cả hai trường hợp thì momen của trọng lực đối với trục quay O đều làm cho vật quay trở về VTCB (Hình 15.1).

b) Áp dụng phương trình cơ bản của chuyển động quay, ta viết :



Hình 15.1

$$M_{\vec{r}_{OG}} = I_O \alpha''$$

$$-mgd \sin \alpha = I_O \alpha'' \quad (15.1)$$

trong đó d là khoảng cách OG.

Khi α nhỏ, $\sin \alpha \approx \alpha$ (rad), phương trình (15.1) trở thành :

$$-mgd\alpha = I_O \alpha''$$

hay
$$\alpha'' + \frac{mgd}{I_O} \alpha = 0$$

Đặt $\omega^2 = \frac{mgd}{I}$, ta được : $\alpha'' + \omega^2 \alpha = 0 \quad (15.2)$

Phương trình (15.2) là phương trình vi phân của DĐĐH với tần số góc

$$\omega = \sqrt{\frac{mgd}{I_O}} \text{ hay với chu kì } T = 2\pi \sqrt{\frac{I_O}{mgd}}.$$

2. Lập phương trình dao động bằng phương pháp năng lượng

a) Chọn mốc thế năng ở VTCB. Thế năng của vật ở li độ góc α là :

$$W_t = mgd(1 - \cos \alpha)$$

b) Động năng của con lắc ở li độ góc α là :

$$W_d = \frac{1}{2} I_O \omega^2 = \frac{1}{2} I_O (\alpha')^2$$

c) Nếu bỏ qua mọi ma sát thì cơ năng của con lắc được bảo toàn :

$$W = \frac{1}{2} I_O (\alpha')^2 + mgd(1 - \cos \alpha) = \text{const} \quad (15.3)$$

Nếu góc α nhỏ, phương trình (2.18) trở thành :

$$W = \frac{1}{2} I_O (\alpha')^2 + \frac{1}{2} mgd \alpha^2 = \text{const} \quad (15.4)$$

Phương trình (15.4) chứng tỏ con lắc DDDH. Để tìm ω ta lấy đạo hàm theo thời gian của phương trình (15.4) :

$$\frac{dW}{dt} = I_O \alpha' \alpha'' + mgd \alpha \alpha' = 0$$

$$\alpha'' + \frac{mgd}{I_O} \alpha = 0 \quad (15.5)$$

Phương trình (15.5) cho ta $\omega = \sqrt{\frac{mgd}{I_O}}$

Như vậy, khi biên độ góc nhỏ thì dao động của con lắc vật lí là dao động điều hòa.

III – ỨNG DỤNG

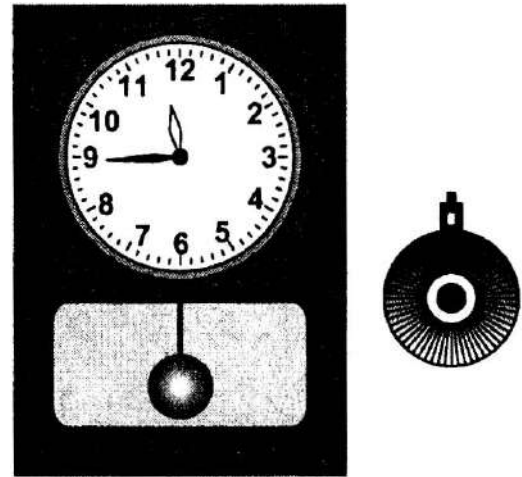
a) Đo gia tốc g

Dầu mỏ và khoáng sản nằm dưới bề mặt Trái Đất có thể gây ra giá trị bất thường về gia tốc rơi tự do. Vì thế các nhà địa chất thường sử dụng một con lắc được thiết kế một cách cẩn thận để đo gia tốc g.

b) Đồng hồ quả lắc

Loại đồng hồ này dùng một con lắc làm bằng một hợp kim có hệ số nở dài rất nhỏ và có chiều dài đã được chỉnh đúng tại nơi sản xuất. Tuy nhiên đồng hồ

lại được sử dụng tại các nơi có gia tốc rơi tự do khác nhau. Vì thế, con lắc còn có một ốc vít có thể dịch chuyển lên xuống trên một đoạn thanh ngắn, mảnh, có rãnh xoắn ốc gắn ở đáy quả lắc để điều chỉnh chiều dài hiệu dụng của con lắc, nhằm bù trừ cho sự thay đổi về gia tốc g (Hình 15.2).



Hình 15.2

IV – BÀI TẬP VÍ DỤ

Một con lắc vật lí khi treo tại A có chu kỳ dao động nhỏ là T . Lộn ngược con lắc lại và treo nó vào điểm B nằm trên đường thẳng nối điểm A với trọng tâm G. Dịch chuyển điểm B cho đến khi con lắc lại có chu kỳ T . Khi ấy khoảng cách $AB = l$. Chứng minh rằng gia tốc rơi tự do được cho bởi công thức $g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$.

Giải (xem Hình 15.3)

$$I_A = I_G + md^2$$

$$I_B = I_G + m(l - d)^2$$

Suy ra : $I_B = I_A + m(l - 2d)$

Theo đầu bài, ta có :

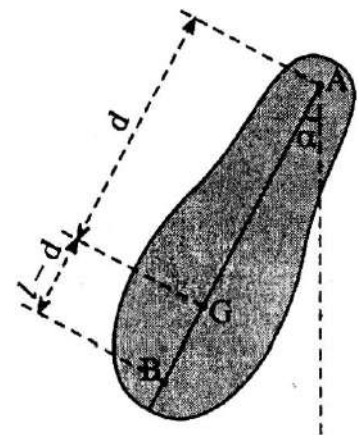
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I_A}{mgd}} = 2\pi\sqrt{\frac{I_B}{mg(l - d)}}$$

$$\frac{I_A}{mgd} = \frac{I_B}{mg(l - d)} = \frac{I_A + m(l - 2d)}{mg(l - d)}$$

Suy ra : $\frac{I_A}{mgd} = \frac{l}{g}$

hay $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

Cuối cùng : $g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$



Hình 15.3

Chú ý : Có thể đo g bằng cách này mà không cần biết đến momen quán tính của vật rắn dùng làm con lắc.



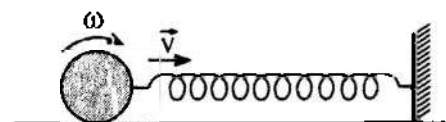
CÂU HỎI

1. Lập phương trình dao động của con lắc vật lí bằng phương pháp động lực học và viết công thức tính chu kì dao động của con lắc.
2. Lập phương trình dao động của con lắc vật lí bằng phương pháp năng lượng.



BÀI TẬP

1. Một cái thước có chiều dài l , dao động nhỏ quanh một trục đi qua O, cách trọng tâm G một đoạn x .
 - a) Tìm chu kì dao động của thước theo l và x .
 - b) Với giá trị nào của $\frac{x}{l}$ thì chu kì là cực tiểu ?
 - c) Nếu $l = 1,00 \text{ m}$ và $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ thì chu kì có giá trị cực tiểu bằng bao nhiêu ?
2. Một xilanh đặc, khối lượng m , được gắn vào đầu tự do của một lò xo có độ cứng k . Xilanh có thể lăn không trượt trên một mặt phẳng nằm ngang (Hình 15.4). Kéo xilanh cho lò xo giãn ra một đoạn là a rồi thả ra không vận tốc đầu.
 - a) Chứng minh rằng xilanh dao động điều hòa và tìm tần số góc của dao động.
 - b) Viết phương trình dao động của xilanh.



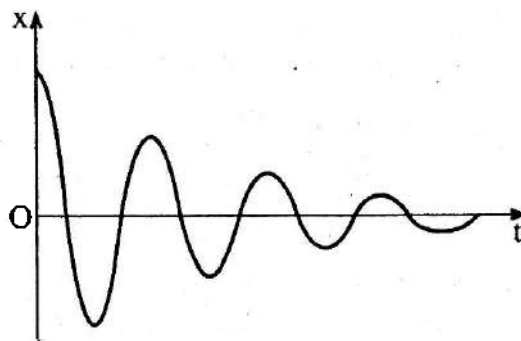
Hình 15.4

- Tại sao các đồng hồ cổ lại có bộ phận lên giây cót ?
- Tại sao ô tô, xe máy lại có thiết bị giảm xóc ?

I – DAO ĐỘNG TẮT DẦN

Trong các bài trước ta đã giả thiết không có lực tác dụng vào con lắc. Con lắc dao động *tự do* với biên độ và *tần số riêng* (kí hiệu là f_0) không đổi. Gọi là tần số riêng vì nó chỉ phụ thuộc vào các đặc tính của hệ dao động.

Trong thực tế, con lắc nào cũng dao động trong một môi trường như không khí, nước, dầu... Vì thế người ta coi môi trường cũng thuộc về hệ dao động. Khi kéo con lắc ra khỏi vị trí cân bằng rồi thả ra cho nó dao động tự do, ta thấy biên độ dao động của nó giảm dần đến không (Hình 16.1).



Hình 16.1

1. Định nghĩa

Dao động có biên độ giảm dần theo thời gian gọi là dao động tắt dần.

Trong thực tế, mọi dao động tự do đều là dao động tắt dần với tần số riêng không chỉ phụ thuộc vào độ cứng k và khối lượng m của con lắc mà còn phụ thuộc vào độ nhớt của môi trường.

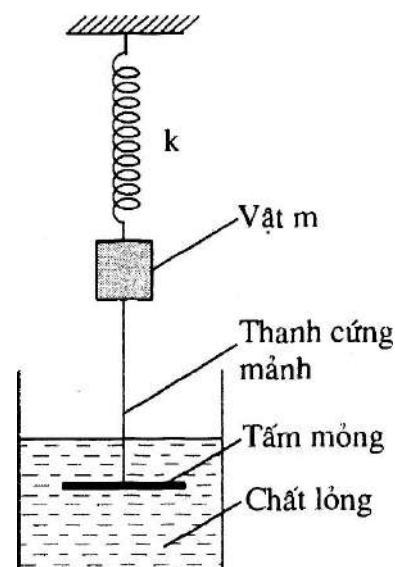
2. Giải thích

Tại sao dao động tự do lại tắt dần ? Khi con lắc dao động nó chịu lực cản của môi trường. Lực cản này cũng là một loại lực ma sát làm tiêu hao cơ năng của con lắc, chuyển hóa cơ năng dần dần thành nhiệt năng. Vì thế, biên độ của con lắc giảm dần và cuối cùng con lắc dừng lại.

3. Ảnh hưởng của lực cản của môi trường

Trong môi trường có lực cản nhỏ như không khí, con lắc có thể thực hiện được nhiều dao động trước khi ngừng hẳn. Do đó, nếu chỉ xét trong một khoảng thời gian ngắn thì sự giảm biên độ dao động là không đáng kể và ta có thể coi một cách gần đúng dao động của con lắc là điều hòa.

Trong môi trường có lực cản lớn như dầu nhớt, con lắc không thể dao động được (Hình 16.2). Khi kéo con lắc ra khỏi vị trí cân bằng rồi thả ra, con lắc từ từ trở về vị trí cân bằng mà không đi quá sang bên kia.



Hình 16.2

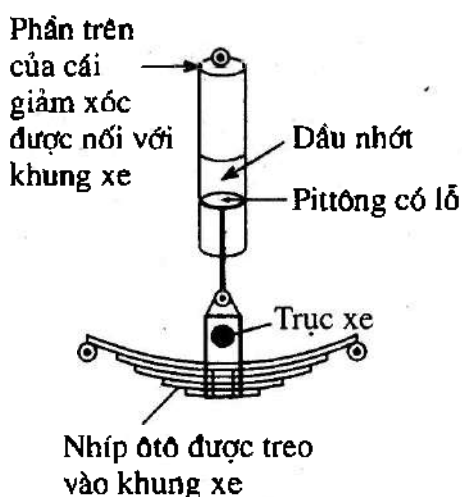
4. Ứng dụng

Có những dao động kéo dài gây nên tác dụng không có lợi, người ta tìm cách làm cho nó chóng tắt. Sau đây là hai ví dụ.

a) Bộ phận giảm xóc của ô tô, xe máy

Ô tô đi trên đường, gặp chỗ mấp mô thì xe bị nảy lên và rơi xuống đột ngột (bị xóc), làm phát sinh lực va chạm lớn.

Người ta tránh xóc bằng cách nối khung xe với trục bánh xe bằng một hệ thống lò xo là những lá thép ghép lại (gọi là nhíp ô tô). Vì có hệ thống lò xo này nên mỗi lần xe đi qua chỗ mấp mô thì khung xe, thay vì bị nảy lên, bắt đầu dao động như một con lắc lò xo. Nếu dao động của khung xe kéo dài sẽ gây khó chịu cho người ngồi trên xe, người ta lại phải dùng một cái giảm rung để làm tắt nhanh dao động.



Hình 16.3

Cái giảm rung gồm một pittông có những lỗ thủng, chuyển động được theo chiều thẳng đứng trong một xilanh chứa đầy dầu nhớt. Xilanh gắn với khung xe, pittông gắn với trục bánh xe. Khi khung xe dao động đối với trục bánh xe thì pittông cũng dao động trong xilanh và dầu nhớt chảy qua các lỗ thủng ở pittông tạo nên một lực ma sát lớn làm tắt nhanh dao động (Hình 16.3).

Lò xo cùng với cái giảm rung gọi chung là bộ phận giảm xóc.

b) Thiết bị đóng cửa tự động

Khi một người đẩy loại cửa tự khép để đi vào, cánh cửa dao động như một con lắc. Nhờ có thiết bị sinh ra lực làm dao động tắt dần mà cánh cửa tự đóng lại.

II – DAO ĐỘNG DUY TRÌ

1. Muốn giữ cho biên độ dao động của con lắc không đổi mà không làm thay đổi chu kỳ dao động riêng của nó, người ta dùng một thiết bị nhằm cung cấp cho nó sau mỗi chu kỳ một phần năng lượng đúng bằng phần năng lượng tiêu hao do ma sát. Dao động của con lắc được *duy trì* theo cách như vậy gọi là *dao động duy trì*.

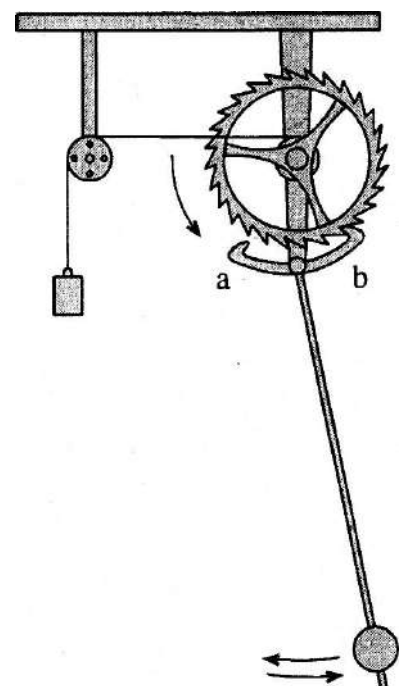
2. Dao động của con lắc đồng hồ là dao động duy trì. Với loại đồng hồ cũ dùng dây cót, khi lên dây cót, ta đã tích lũy vào dây cót một thế năng nhất định. Dây cót cung cấp năng lượng cho con lắc thông qua một cơ cấu trung gian. Cơ cấu này cho phép chính con lắc điều khiển sự cung cấp năng lượng theo chu kỳ riêng của nó. Ngày nay, người ta thường dùng loại đồng hồ điện tử. Loại đồng hồ này được cung cấp năng lượng bằng pin.

Có thể em chưa biết ?

CÁCH DUY TRÌ DAO ĐỘNG CỦA ĐỒNG HỒ QUẢ LẮC

Các đồng hồ cổ dùng quả lắc để đếm giây, có một cơ cấu vừa làm cho kim đồng hồ quay theo nhịp của quả lắc vừa cung cấp năng lượng cho quả lắc trong từng chu kỳ như sau (Hình 16.4).

Một quả nặng làm quay một bánh xe có răng cưa xiên. Quả lắc gắn vào một cái cá hình cung ab. Nhờ có cá này mà quả lắc điều khiển được sự quay của bánh xe răng cưa (bánh xe này làm quay kim đồng hồ). Cứ mỗi chu kỳ dao động của quả lắc thì bánh xe quay được một răng, còn cá ab thì va chạm hai lần vào răng cưa : một lần ở đầu b, một lần ở đầu a. Nhờ có va chạm trong khi bánh xe quay mà quả lắc gắn với con cá nhận được thêm năng lượng và nó có thể dao động không tắt dần với tần số bằng tần số dao động tự do nếu ma sát nhỏ.



Hình 16.4. Cơ chế duy trì dao động của con lắc

Trong các đồng hồ để bàn, đeo tay (cơ học) thì dây cót thay cho quả nặng, con lắc xoắn (bánh xe gắn vào một đầu lò xo xoắn tít) thay cho con lắc treo (quả lắc), còn cơ cấu duy trì dao động thì cũng giống như cơ cấu nói trên.

Trong các đồng hồ điện tử thì con lắc thay bằng tinh thể thạch anh, dây cót thay bằng pin và dùng mạch điện tử làm cơ cấu duy trì dao động.

CAU HỎI

1. Nêu định nghĩa và đặc điểm của dao động tắt dần.
2. Nêu đặc điểm của dao động duy trì.

BÀI TẬP

1. Một con lắc dao động tắt dần. Cứ sau mỗi chu kì, biên độ giảm 3%. Phần năng lượng của con lắc bị mất đi trong một dao động toàn phần là bao nhiêu ?
A. 3%. B. 9%. C. 4,5%. D. 6%.
2. Hai con lắc làm bằng hai hòn bi có bán kính bằng nhau, treo trên hai sợi dây có cùng độ dài. Khối lượng của hai hòn bi khác nhau. Hai con lắc cùng dao động trong một môi trường với li độ ban đầu như nhau và vận tốc ban đầu đều bằng 0. Dao động của con lắc nào tắt nhanh hơn : con lắc nặng hay con lắc nhẹ ?
3. Một đứa trẻ muốn chơi đu. Người mẹ đặt đứa trẻ ngồi lên tấm ván của chiếc đu, kéo đu ra khỏi vị trí cân bằng rồi thả nhẹ. Cứ mỗi lần đu trở lại vị trí ở sát người mẹ, thì đu dừng lại tức thời và người mẹ lại đẩy nhẹ một cái. Loại dao động của chiếc đu là loại gì ?
A. Dao động tự do tắt dần.
B. Dao động điều hòa.
C. Dao động duy trì.
D. Không thuộc ba loại trên.

- Tại sao một đoàn quân đi đều bước qua cầu có thể làm sập cầu ?
- Tại sao giọng hát cao và khỏe của nam ca sĩ người Ý En-ri-cô Ca-ru-xô lại có thể làm vỡ chiếc cốc thủy tinh để gần ?

I – DAO ĐỘNG CƯỜNG BỨC

1. Thế nào là dao động cưỡng bức ?

Cách đơn giản nhất làm cho một hệ dao động không tắt là tác dụng vào nó một ngoại lực cưỡng bức tuần hoàn. Lực này cung cấp năng lượng cho hệ để bù lại phần năng lượng mất mát do ma sát. Khi ấy, dao động của hệ được gọi là *dao động cưỡng bức*.

Thực ra khi ta tác dụng vào hệ một lực cưỡng bức biến thiên điều hòa $F = F_0 \cos \omega t$ thì hệ chưa dao động cưỡng bức ngay. Trong khoảng thời gian đầu, dao động của hệ không ổn định vì biên độ dao động thay đổi. Chỉ sau khoảng thời gian này, dao động của hệ mới ổn định và mới gọi là dao động cưỡng bức. Nói một cách hình ảnh, sau khoảng thời gian đó, hệ mới “học” được cách dao động với tần số góc ω của lực cưỡng bức khác với tần số góc ω_0 riêng của mình.

2. Ví dụ

Khi đến mỗi bên, xe buýt chỉ tạm dừng nên không tắt máy. Hành khách trên xe nhận thấy thân xe dao động. Đó là dao động cưỡng bức dưới tác dụng của lực cưỡng bức tuần hoàn gây ra bởi chuyển động của pittông trong xilanh của máy nổ.

3. Đặc điểm

Khác với dao động tắt dần, dao động cưỡng bức có những đặc điểm sau đây :

a) Dao động cưỡng bức có biên độ không đổi và có tần số bằng tần số của lực cưỡng bức.

b) Biên độ của dao động cưỡng bức không chỉ phụ thuộc vào biên độ của lực cưỡng bức mà còn phụ thuộc cả vào độ chênh lệch giữa tần số của lực cưỡng bức và tần số riêng của hệ dao động. Khi tần số của lực cưỡng bức càng gần tần số riêng thì biên độ dao động cưỡng bức càng lớn.

II – HIỆN TƯỢNG CỘNG HƯỞNG

1. Định nghĩa

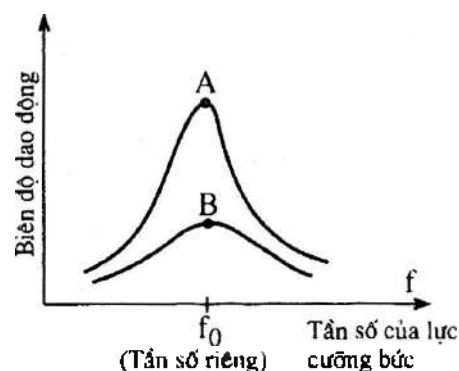
Hiện tượng biên độ dao động cưỡng bức tăng đến giá trị cực đại khi tần số f của lực cưỡng bức tiến đến bằng tần số riêng f_0 của hệ dao động gọi là hiện tượng cộng hưởng.

Đường cong trên đồ thị hình 17.1 gọi là đồ thị cộng hưởng. Nó càng nhọn khi lực cản của môi trường càng nhỏ.

Điều kiện $f = f_0$ gọi là *điều kiện cộng hưởng*.

2. Giải thích

Khi tần số của lực cưỡng bức bằng tần số riêng của hệ dao động thì hệ được cung cấp năng lượng một cách nhịp nhàng đúng lúc, do đó biên độ dao động của hệ tăng dần lên. Biên độ dao động đạt tới giá trị không đổi và cực đại khi tốc độ tiêu hao năng lượng do ma sát bằng tốc độ cung cấp năng lượng cho hệ.



Hình 17.1. Đường cong A ứng với lực cản của môi trường nhỏ. Đường cong B ứng với lực cản của môi trường lớn.

III – PHÂN BIỆT DAO ĐỘNG CƯỖNG BỨC VỚI DAO ĐỘNG DUY TRÌ

Dao động cưỡng bức là dao động xảy ra dưới tác dụng của ngoại lực tuần hoàn có tần số góc ω bất kì. Sau giai đoạn chuyển tiếp thì *dao động cưỡng bức có tần số góc bằng tần số góc của ngoại lực*.

Dao động duy trì cũng xảy ra dưới tác dụng của ngoại lực, nhưng ở đây *ngoại lực được điều khiển để có tần số góc ω bằng tần số góc ω_0 của dao động tự do của hệ*.

Dao động cưỡng bức khi cộng hưởng có điểm giống với dao động duy trì : cả hai đều có tần số góc gần đúng bằng tần số góc riêng ω_0 của hệ dao động. Tuy vậy, vẫn có sự khác nhau : dao động cưỡng bức xảy ra trong hệ dưới tác dụng của ngoại lực độc lập đối với hệ, còn dao động duy trì là dao động riêng của hệ được bù thêm năng lượng do một lực được điều khiển bởi chính dao động ấy qua một cơ cấu nào đó.

IV – TẦM QUAN TRỌNG CỦA HIỆN TƯỢNG CỘNG HƯỞNG

1. Trong một số trường hợp hiện tượng có hại

Những hệ dao động như tòa nhà, cầu, bộ máy, khung xe,... đều có tần số riêng. Phải cẩn thận không để cho các hệ ấy chịu tác dụng của các lực cưỡng bức mạnh có tần số bằng tần số riêng ấy. Nếu không, nó làm cho các hệ ấy dao động mạnh, dẫn đến đổ hoặc gãy. Câu chuyện về một giọng hát opera cao và khỏe có thể làm vỡ cái cốc uống rượu làm ta nghĩ đến hiện tượng cộng hưởng.

2. Trong một số trường hợp khác, hiện tượng cộng hưởng lại có lợi

Ví dụ :

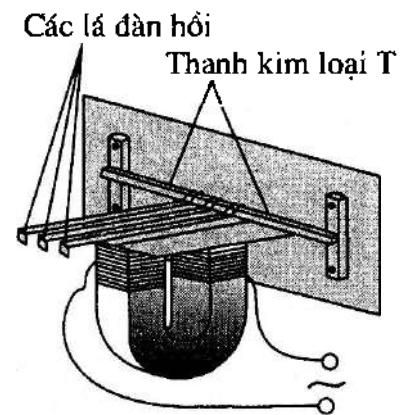
- Hộp đàn của các đàn ghita, violon,... là những hộp cộng hưởng được cấu tạo sao cho không khí trong hộp có thể dao động cộng hưởng với nhiều tần số dao động khác nhau của dây đàn (xem chương sau).

- Tần số kế

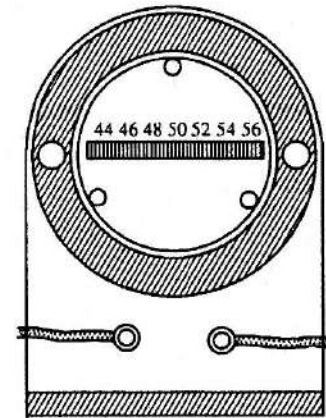
Tần số kế là một máy để đo tần số dòng điện xoay chiều. Tần số kế gồm có một loạt lá đàn hồi bằng thép có tần số dao động riêng khác nhau và đã biết, các lá này cùng gắn vào một thanh kim loại T (Hình 17.2). Dòng điện xoay chiều có tần số f mà ta muốn đo chạy qua một nam châm điện, nam châm điện tác dụng lực hút có tần số $2f$ lên các lá thép, làm cho các lá này dao động cưỡng bức. Lá nào có tần số riêng trùng với tần số $2f$ của lực thì sẽ có biên độ dao động lớn nhất. Dựa vào đó, ta biết được tần số của dòng điện.

V – BÀI TẬP VÍ DỤ

Hai con lắc đơn giống nhau A và B, được treo vào một sợi dây căng ngang (Hình 17.3). Kéo con lắc A ra khỏi vị trí

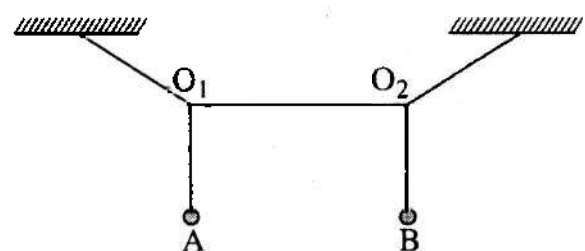


a) Sơ đồ cấu tạo



b) Hình dạng bên ngoài

Hình 17.2. Tần số kế



Hình 17.3

cân bằng theo phương vuông góc với đoạn dây căng ngang. Giữ cho sợi dây treo con lắc A căng rồi thả nhẹ.

1. Mô tả chuyển động của hai con lắc.
2. Giải thích sự chuyển động của hai con lắc :
 - a) Về phương diện động lực học.
 - b) Về phương diện năng lượng.

Giải

1. Lúc đầu con lắc B dao động mạnh dần lên, còn con lắc A dao động yếu dần đi. Đến khi con lắc B có biên độ dao động gần bằng biên độ dao động của con lắc A, thì con lắc A ngừng dao động. Sau đó hiện tượng diễn ra ngược lại với trước. Sau một thời gian thì cả hai con lắc đều dừng lại.

2. a) Xét về mặt lực, con lắc A đã tác dụng vào đoạn dây ngang O_1O_2 một lực biến thiên điều hòa với tần số bằng tần số của con lắc A. Đến lượt mình, đoạn dây ngang lại tác dụng vào con lắc B một lực cưỡng bức có tần số đúng bằng tần số của con lắc B, làm cho con lắc B dao động cưỡng bức ở tần số cộng hưởng.

b) Xét về mặt năng lượng thì năng lượng ban đầu của con lắc A truyền dần sang cho con lắc B qua đoạn dây O_1O_2 , làm con lắc B dao động với biên độ lớn dần. Trong khi đó, con lắc A mất dần năng lượng nên dao động với biên độ giảm dần. Đến khi con lắc B có biên độ cực đại thì con lắc A gần như đứng yên. Sau đó đến lượt con lắc B truyền năng lượng sang con lắc A.

Do có lực cản của không khí mà cơ năng của hệ dao động giảm dần đến không và cuối cùng cả hai con lắc đều dừng lại.

Có thể em chưa biết ?

Một cây cầu bắc ngang sông Phô-tan-ka ở Xanh Pê-tec-bua (Nga) được thiết kế và xây dựng đủ vững chắc cho 300 người đồng thời đứng trên cầu. Năm 1906, có một trung đội bộ binh (36 người) đi đều bước qua cầu làm cho cầu gãy!

Một cây cầu khác được xây dựng năm 1940 qua eo biển Ta-kô-ma (Mĩ) chịu được tải trọng của nhiều xe ô tô nặng chạy qua. Sau bốn tháng, một cơn gió mạnh tạo nên áp lực biến đổi tuần hoàn theo thời gian lên mặt cầu. Biên độ của áp lực nhỏ hơn nhiều lần tải trọng mà cầu chịu được. Cầu rung đưa và gãy!

Trong hai sự cố trên đã xảy ra hiện tượng cộng hưởng. Những lực biến đổi tuần hoàn có biên độ nhỏ nhưng có tần số bằng tần số dao động riêng của cầu đã gây nên hiệu quả lớn làm gãy cầu.

Sau sự cố thứ nhất, trong điều lệnh của quân đội Nga có đưa thêm vào nội dung “Bộ đội không được đi đều bước qua cầu”. Sau sự cố thứ hai, một số cầu treo ở Mĩ có cấu trúc giống cầu Ta-ka-ma được sửa chữa theo hướng thay đổi tần số dao động riêng cho khác xa tần số dao động mà gió bão có thể gây ra cho cầu.

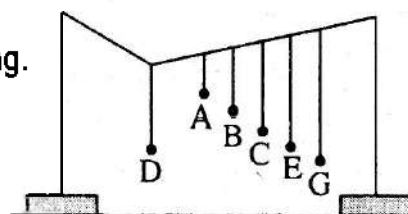
CÂU HỎI

1. Thế nào là dao động cưỡng bức ? Nêu đặc điểm của dao động cưỡng bức.
2. Hiện tượng cộng hưởng là gì ? Nêu điều kiện để có cộng hưởng.

BÀI TẬP

1. Biên độ của dao động cưỡng bức không phụ thuộc
 - A. pha ban đầu của ngoại lực tuần hoàn tác dụng lên vật.
 - B. biên độ ngoại lực tuần hoàn tác dụng lên vật.
 - C. tần số ngoại lực tuần hoàn tác dụng lên vật.
 - D. hệ số lực cản (của ma sát nhớt) tác dụng lên vật dao động.

2. Hãy làm thí nghiệm như hình 17.4. Con lắc điều khiển D được kéo sang một bên rồi thả ra cho dao động.



Hình 17.4

- a) Các con lắc khác có dao động không ?
 - b) Con lắc nào dao động mạnh nhất ? Tại sao ?
3. Một con lắc dài 44 cm được treo vào trần của một toa xe lửa. Con lắc bị kích động mỗi khi bánh của toa xe gặp chỗ nối nhau của đường ray. Hỏi tàu chạy thẳng đều với tốc độ bằng bao nhiêu thì biên độ dao động của con lắc sẽ lớn nhất ? Cho biết chiều dài của mỗi đường ray là 12,5 m. Lấy $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.

A. 10,7 km/h.	B. 34 km/h.
C. 106 km/h.	D. 45 km/h.

18

TỔNG HỢP HAI DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA CÙNG PHƯƠNG, CÙNG TẦN SỐ PHƯƠNG PHÁP GIẢN ĐỒ FRE-NEN

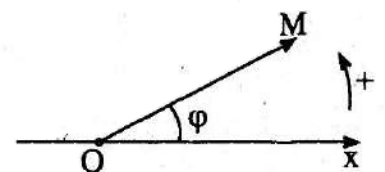
Trong chương sau, ta sẽ gặp nhiều trường hợp một vật chịu tác động đồng thời của nhiều dao động. Chẳng hạn như màng nhĩ của tai, màng rung của micrô,... thường xuyên nhận được nhiều dao động gây ra bởi các sóng âm. Hay như khi các sóng cùng truyền tới một điểm của môi trường thì điểm đó nhận được cùng một lúc các dao động gây ra bởi các sóng. Trong những trường hợp ấy, vật sẽ dao động như thế nào ?

Trong bài này, ta chỉ xét hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số.

I – VECTO QUAY

Ở bài 11 ta đã biết, khi điểm M chuyển động tròn đều thì vectơ vị trí $\overline{OM}$ quay đều với cùng tốc độ góc ω . Khi ấy $x = A\cos(\omega t + \varphi)$ là phương trình của hình chiếu của vectơ quay $\overline{OM}$ lên trục x. Dựa vào đó người ta đưa ra cách biểu diễn phương trình của dao động điều hòa bằng *một vectơ quay được vẽ tại thời điểm ban đầu* (Hình 18.1). Vectơ quay có những đặc điểm sau đây :

- Có gốc tại gốc toạ độ của trục Ox ;
- Có độ dài bằng biên độ dao động, $OM = A$;
- Hợp với trục Ox một góc bằng pha ban đầu (chọn chiều dương là chiều dương của đường tròn lượng giác).



Hình 18.1

II – PHƯƠNG PHÁP GIẢN ĐỒ FRE-NEN

1. Đặt vấn đề

Giả sử ta phải tìm li độ của dao động tổng hợp của hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số sau đây :

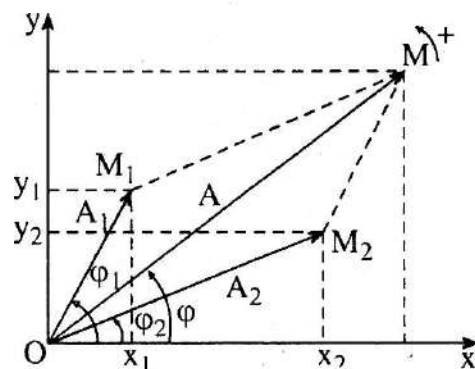
$$x_1 = A_1\cos(\omega t + \varphi_1)$$

$$x_2 = A_2\cos(\omega t + \varphi_2)$$

Ta có thể tìm được li độ của dao động tổng hợp bằng cách tính tổng đại số hai li độ của hai dao động thành phần : $x = x_1 + x_2$. Cách tính này chỉ dễ dàng nếu $A_1 = A_2$. Vì thế trong trường hợp $A_1 \neq A_2$, người ta thường dùng một phương pháp khác thuận tiện hơn, gọi là *phương pháp giản đồ Fre-nen*, do nhà vật lí Fre-nen đưa ra.

2. Phương pháp giản đồ Fre-nen

a) Ta lần lượt vẽ hai vectơ quay $\overline{OM}_1$ và $\overline{OM}_2$ biểu diễn hai li độ $x_1 = A_1 \cos(\omega + \varphi_1)$ và $x_2 = A_2 \cos(\omega + \varphi_2)$ tại thời điểm ban đầu. Sau đó ta vẽ vectơ $\overline{OM}$ là tổng của hai vectơ trên. Vì hai vectơ $\overline{OM}_1$ và $\overline{OM}_2$ có cùng một tốc độ góc ω nên hình bình hành OM_1MM_2 không biến dạng và quay với tốc độ góc ω . Vectơ đường chéo $\overline{OM}$ cũng là một vectơ quay với tốc độ góc ω quanh gốc tọa độ O (Hình 18.2).



Hình 18.2

Vì tổng các hình chiếu của hai vectơ $\overline{OM}_1$ và $\overline{OM}_2$ lên trục Ox bằng hình chiếu của vectơ tổng $\overline{OM}$ lên trục đó, nên vectơ quay $\overline{OM}$ biểu diễn phương trình dao động điều hòa tổng hợp $x = A \cos(\omega + \varphi)$.

Vậy, *dao động tổng hợp của hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số là một dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số với hai dao động đó.*

b) Độ lớn của vectơ quay $\overline{OM}$ bằng biên độ dao động tổng hợp, còn góc φ mà vectơ $\overline{OM}$ hợp với trục Ox là pha ban đầu của dao động tổng hợp.

Trong trường hợp tổng quát, biên độ và pha ban đầu được tính bằng các công thức sau đây :

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \quad (18.1)$$

$$\tan \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2} \quad (18.2)$$

III – ĐỘ LỆCH PHA. ẢNH HƯỞNG CỦA ĐỘ LỆCH PHA

1. Độ lệch pha (hay hiệu số pha)

Tại thời điểm t bất kì, độ lệch pha hai dao động thành phần là :

$$(\omega t + \varphi_2) - (\omega t + \varphi_1) = \varphi_2 - \varphi_1 = \Delta\varphi$$

Như vậy. Tại thời điểm bất kì, độ lệch pha của hai dao động thành phần cùng tần số bằng *độ lệch pha ban đầu*.

Dao động nào có pha ban đầu lớn hơn (xét theo chiều pha tăng) thì gọi là *sớm pha* so với dao động kia. Dao động nào có pha ban đầu nhỏ hơn thì gọi là *trễ pha* so với dao động kia.

2. Ảnh hưởng của độ lệch pha

Từ công thức (18.1) ta thấy biên độ của dao động tổng hợp phụ thuộc vào các biên độ A_1, A_2 và *độ lệch pha ban đầu* $(\varphi_2 - \varphi_1)$ của các dao động thành phần.

- Nếu $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = 0$ thì các dao động thành phần *cùng pha*. Khi ấy, biên độ dao động tổng hợp là lớn nhất và bằng tổng hai biên độ : $A = A_1 + A_2$.

- Nếu $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \pi$ thì hai dao động thành phần *ngược pha*. Khi ấy, biên độ dao động tổng hợp là nhỏ nhất và bằng trị tuyệt đối của hiệu hai biên độ : $A = |A_1 - A_2|$.

- Nếu $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \pm \frac{\pi}{2}$ thì hai dao động thành phần *vuông pha* với nhau. Khi ấy biên độ dao động tổng hợp $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$.

IV – VÍ DỤ

Cho hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số :

$$x_1 = 3\cos(5\pi t) \text{ (cm)}$$

$$x_2 = 4\cos\left(5\pi t + \frac{\pi}{3}\right) \text{ (cm)}$$

Tìm phương trình của dao động tổng hợp.

Giải

Ta vẽ hai vectơ $\overline{OM_1}$ và $\overline{OM_2}$ biểu diễn hai dao động thành phần tại thời điểm ban đầu (Hình 18.3).

Áp dụng hai công thức (18.1) và (18.2), ta được :

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

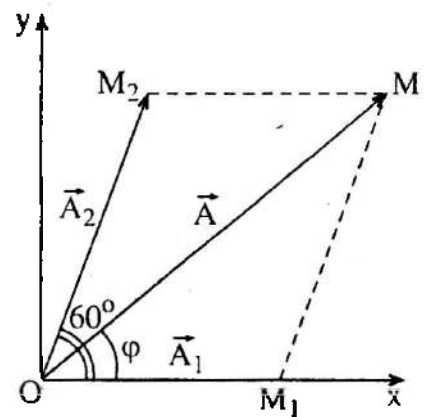
$$A = \sqrt{3^2 + 4^2 + 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \cos 60^\circ} = 6,08 \approx 6,1 \text{ cm}$$

$$\tan \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2} = \frac{0 + 4 \sin 60^\circ}{3 + 4 \cos 60^\circ} = 0,6928$$

$$\Rightarrow \varphi = 34,7^\circ \approx 0,19\pi$$

Vậy phương trình của dao động tổng hợp là :

$$x = 6,1 \cos(5\pi t + 0,19\pi) \text{ (cm)}$$



Hình 18.3



CÂU HỎI

1. Nêu cách biểu diễn một dao động điều hòa bằng một vectơ quay.
2. Trình bày phương pháp giản đồ Fre-nen để tìm dao động tổng hợp của hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số.
3. Nêu ảnh hưởng của độ lệch pha $(\varphi_2 - \varphi_1)$ đến biên độ của dao động tổng hợp trong các trường hợp :
 - a) Hai dao động thành phần cùng pha.
 - b) Hai dao động thành phần ngược pha.
 - c) Hai dao động thành phần vuông pha.



BÀI TẬP

1. Chọn đáp án đúng.
Hai dao động là ngược pha khi :
 - A. $\varphi_2 - \varphi_1 = 2n\pi$.
 - B. $\varphi_2 - \varphi_1 = n\pi$.
 - C. $\varphi_2 - \varphi_1 = (n - 1)\pi$.
 - D. $\varphi_2 - \varphi_1 = (2n - 1)\pi$.

2. Xét một vectơ quay $\overline{OM}$ có những đặc điểm sau :

- Có độ lớn bằng hai đơn vị chiều dài.
- Quay quanh O với tốc độ góc 1 rad/s.
- Tại thời điểm $t = 0$, vectơ $\overline{OM}$ hợp với trục Ox một góc 30° .

Hỏi vectơ quay $\overline{OM}$ biểu diễn phương trình của dao động điều hòa nào ?

A. $x = 2\cos\left(t - \frac{\pi}{3}\right)$.

B. $x = 2\cos\left(t + \frac{\pi}{6}\right)$.

C. $x = 2\cos(t - 30^\circ)$.

D. $x = 2\cos\left(t + \frac{\pi}{3}\right)$.

3. Cho hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số góc $\omega = 5\pi$ (rad/s), với các biên độ :

$A_1 = \sqrt{\frac{3}{2}}$ cm ; $A_2 = \sqrt{3}$ cm và các pha ban đầu tương ứng $\varphi_1 = \frac{\pi}{2}$; $\varphi_2 = \frac{5\pi}{6}$.

Tìm phương trình dao động tổng hợp của hai dao động trên.

Chương III

SÓNG CƠ VÀ SÓNG ÂM

19

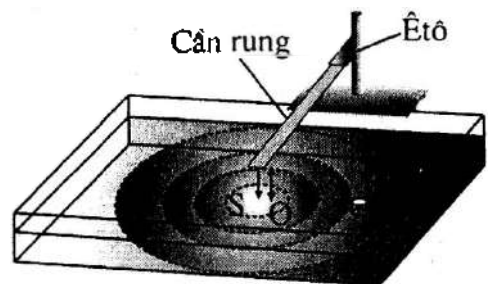
SÓNG CƠ. PHƯƠNG TRÌNH SÓNG

Đi tám biển chẳng ai là không thích thú trước các con sóng bạc đầu từ ngoài khơi chạy xô vào bờ. Nhưng mấy ai đã biết sóng được hình thành như thế nào và có những đặc điểm gì.

I – SÓNG CƠ

1. Thí nghiệm

Một cần rung, tạo bởi một thanh thép mỏng, đàn hồi, một đầu được kẹp chặt bằng êtô, đầu kia có gắn một mũi nhọn S (Hình 19.1). Dưới cần rung có một chậu nước rộng.



Hình 19.1

a) Ban đầu, đặt cần rung cho mũi S cao hơn mặt nước. Gõ nhẹ cho cần rung dao động nhưng mũi S không chạm mặt nước, ta thấy mẩu nút chai nhỏ ở M vẫn bất động.

b) Hạ cần rung thấp xuống, cho mũi S vừa chạm vào mặt nước tại O. Lại gõ nhẹ cho cần rung dao động, ta thấy mặt nước tại O bị *biến dạng thành những gợn hình tròn tâm O lan rộng ra mọi phía*. Ta còn thấy sau một thời gian ngắn mẩu nút chai cũng dao động. Ta nói, đã có *sóng* trên mặt nước và O là *nguồn sóng*. Sóng truyền đến điểm M làm mẩu nút chai ở đó dao động.

2. Định nghĩa

Sóng cơ là dao động cơ lan truyền trong một môi trường.

Sóng cơ là biến dạng cơ lan truyền trong một môi trường.

Ta thấy các gợn sóng phát đi từ nguồn O đều là những đường tròn tâm O. Vậy, sóng nước truyền theo các phương khác nhau trên mặt nước với cùng một tốc độ v .

3. Sóng ngang

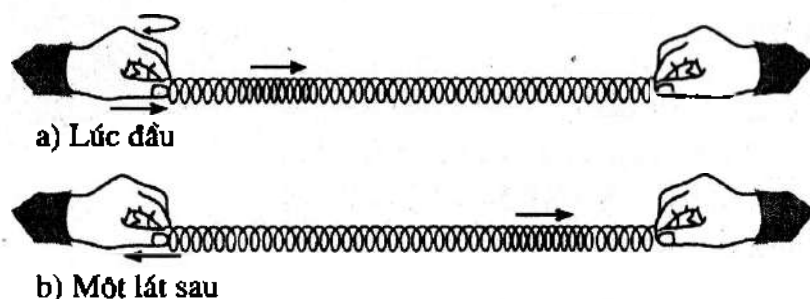
Trong thí nghiệm ở hình 19.1, các phần tử của mặt nước tại O, rồi tại M dao động lên, xuống theo phương thẳng đứng, trong khi sóng truyền từ O tới M theo phương nằm ngang.

Sóng trong đó các phần tử của môi trường dao động theo phương vuông góc với phương truyền sóng gọi là sóng ngang.

Vậy, sóng mặt nước là sóng ngang.

4. Sóng dọc

Ta hãy quan sát sự truyền sóng trên một lò xo ống dài và mềm. Đặt lò xo trên mặt bàn nằm ngang, không ma sát, sao cho các vòng lò xo có thể trượt dễ dàng trên mặt bàn. Một tay giữ cố định một đầu lò xo, một tay nén và dãn nhanh đầu kia của lò xo rồi giữ yên. Ta thấy xuất hiện các biến dạng nén và dãn lan truyền dọc theo trục lò xo (Hình 19.2). Đó là sóng dọc.



Hình 19.2

Ta còn thấy rằng, mỗi vòng lò xo chỉ dao động quanh vị trí cân bằng của mình theo phương song song với trục lò xo, trong khi sóng thì tiếp tục truyền đi đến đầu kia của lò xo.

Sóng trong đó các phần tử của môi trường dao động theo phương trùng với phương truyền sóng gọi là sóng dọc.

5. Giải thích sự tạo thành sóng

Ta hãy giải thích sự tạo thành sóng trên một lò xo dài. Mỗi vòng lò xo là một phần tử. Khi lò xo chưa biến dạng, giữa các phần tử liên kế chưa xuất hiện lực đàn hồi. Khi dịch đầu lò xo về bên phải làm cho phần tử 1 tiến đến sát phần tử 2, tạo ra biến dạng nén. Lực đàn hồi xuất hiện đẩy phần tử 2 đến sát phần tử 3,... chừng nào mà phần tử kế tiếp của lò xo còn đẩy phần tử kế sau nó sang phải thì biến dạng nén còn dịch chuyển dọc theo lò xo về phía đầu kia. Cũng trong thời gian đó, phần tử 1 được kéo trở lại vị trí ban đầu, làm cho phần tử 1 ra xa phần tử 2, tạo ra biến dạng giãn. Lực đàn hồi đổi chiều kéo phần tử 2 về vị trí ban đầu làm phần tử 2 ra xa phần tử 3,... Biến dạng giãn xuất hiện truyền dọc theo lò xo về phía đầu kia.

Các sóng cơ khác (sóng trên mặt nước, sóng trên một sợi dây dài,...) được tạo ra và lan truyền trong môi trường theo một cách tương tự.

Như vậy, sóng cơ được tạo thành nhờ lực liên kết giữa các phần tử của môi trường. Vì thế sóng cơ không truyền được trong chân không.

Sóng ngang và sóng dọc đều có thể truyền trong chất rắn, vì các nguyên tử hay phân tử của chất rắn có thể dao động quanh vị trí cân bằng về bất kì hướng nào. Nhưng trong chất lỏng hoặc chất khí thì chỉ có sóng dọc là có thể truyền được vì bất kì một chuyển động ngang nào cũng không chịu một lực kéo về do các chất này có thể chảy. Sóng địa chấn sinh ra khi có động đất gồm cả sóng ngang và sóng dọc. Sóng địa chấn ngang lan truyền dọc theo bề mặt của Trái Đất, làm rung chuyển nhà cửa, cầu đường, có thể dẫn đến đổ nhà, sập cầu,...

6. Các đặc điểm của chuyển động sóng

Sự lan truyền của biến dạng trong một môi trường gọi là *chuyển động sóng*. Chuyển động sóng có những đặc điểm sau đây.

a) Các phần tử của môi trường chỉ chuyển động trong một phạm vi không gian rất hẹp trong khi sóng thì truyền đi rất xa.

b) Tốc độ của chuyển động sóng chỉ phụ thuộc vào tính chất của môi trường chứ không phụ thuộc vào tốc độ của nguồn hay của các phần tử của môi trường có sóng truyền qua.

Ví dụ, tốc độ truyền sóng trên một dây được kéo căng là $v = \sqrt{\frac{T}{\rho}}$ (19.1)

trong đó T là lực căng của dây còn ρ là khối lượng của một đơn vị chiều dài.

c) Sóng truyền năng lượng của nguồn cho các phần tử của môi trường mà sóng truyền tới.

d) Các sóng có thể đi qua nhau mà không ảnh hưởng đến nhau.

II – CÁC ĐẶC TRƯNG CỦA MỘT SÓNG HÌNH SIN

1. Sự truyền của một sóng hình sin

Dùng một sợi dây mềm, dài, căng ngang, đầu Q gắn vào tường, còn đầu P gắn vào một cần rung có tần số thấp mà ta không vẽ trên hình (Hình 19.3). Cho cần rung dao động, làm đầu P của dây dao động điều hòa theo phương thẳng đứng. Trên dây xuất hiện một biến dạng hình sin lan truyền theo phương ngang về đầu Q.

Ta gọi đó là sóng hình sin. Hình 19.3 biểu diễn sự biến dạng của sợi dây tại các thời điểm :

$$t = 0, t = \frac{T}{4}, t = \frac{2T}{4}, t = \frac{3T}{4} \dots$$

với T là chu kỳ dao động của P.

Hình 19.3e cho thấy rằng, sau thời gian T, dao động của điểm P đã truyền tới điểm P₁, ở cách P một đoạn :

$$PP_1 = \lambda = vT$$

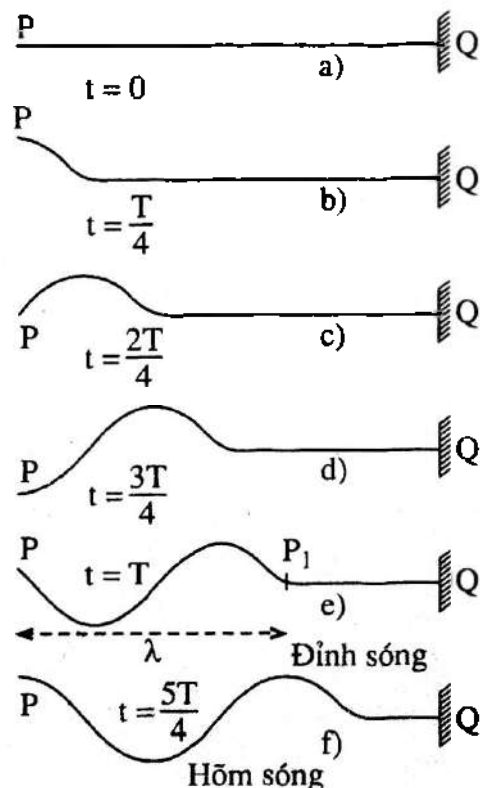
và P₁ bắt đầu dao động hoàn toàn giống như P.

Dao động từ P₁ lại tiếp tục truyền xa hơn, thành thử dây bị biến dạng thành một đường hình sin, với các đỉnh không cố định mà dịch chuyển theo phương truyền sóng với tốc độ v.

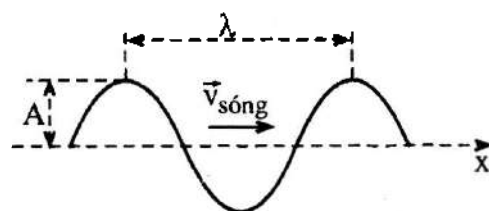
2. Các đặc trưng của một sóng hình sin (Hình 19.4)

Sóng hình sin được đặc trưng bằng các đại lượng sau đây :

a) *Biên độ của sóng* : Biên độ A của sóng là biên độ dao động của một phần tử của môi trường có sóng truyền qua.



Hình 19.3



Hình 19.4

b) *Chu kì của sóng* : Chu kì T của sóng là chu kì dao động của một phần tử của môi trường có sóng truyền qua.

Đại lượng $f = \frac{1}{T}$ gọi là *tần số của sóng*.

c) *Tốc độ truyền sóng* : Tốc độ truyền sóng v là tốc độ lan truyền dao động trong môi trường.

d) *Bước sóng* : Bước sóng λ là quãng đường mà sóng truyền được trong một chu kì.

$$\lambda = vT = \frac{v}{f} \quad (19.2)$$

Hai phần tử cách nhau một bước sóng thì dao động đồng pha với nhau.

e) *Năng lượng sóng* : Năng lượng sóng là năng lượng dao động của các phần tử của môi trường có sóng truyền qua.

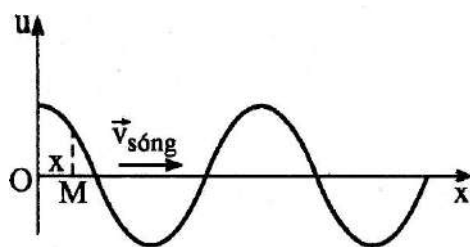
Chú ý : Còn có định nghĩa khác về những đặc trưng của sóng dựa trên quan niệm sóng cơ là biến dạng cơ lan truyền (Xem cơ học 2, NXBGDVN của cùng tác giả).

III – PHƯƠNG TRÌNH SÓNG

1. Lập phương trình

Xét một sóng hình sin đang lan truyền trong một môi trường theo chiều dương của trục x , sóng này phát ra từ một nguồn đặt tại điểm O (Hình 19.5). Chọn gốc tọa độ tại O và chọn gốc thời gian sao cho phương trình dao động tại O là :

$$u_O = A \cos \omega t \quad (19.3)$$



Hình 19.5

Sóng hình sin tại thời điểm t

trong đó u_O là li độ tại O vào thời điểm t , còn t trong vế phải của (19.3) là thời gian dao động của nguồn (Hình 19.5).

Sau khoảng thời gian Δt , dao động từ O truyền đến M cách O một khoảng $x = v\Delta t$ (v là tốc độ truyền sóng) làm phần tử tại M dao động. Do dao động tại M muộn hơn dao động tại O một khoảng thời gian Δt nên thời gian dao động tại M vào thời điểm t là $(t - \Delta t)$. Vì thế phương trình dao động tại M là :

$$u_M = A \cos \omega(t - \Delta t) \quad (19.4)$$

trong đó u_M là li độ tại M vào thời điểm t. Còn $(t - \Delta t)$ là thời gian dao động của phần tử tại M.

Thay $\Delta t = \frac{x}{v}$ và $\lambda = vT$ vào (19.4), ta được :

$$u_M = A \cos \omega \left(t - \frac{x}{v} \right) = A \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \quad (19.5a)$$

Nếu ta đưa vào đại lượng gọi là *số sóng* :

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (19.6)$$

thì phương trình (19.5a) sẽ có dạng đối xứng hơn :

$$u_M = A \cos(\omega t - kx) \quad (19.5b)$$

Nếu sóng truyền theo chiều âm của trục x thì ta thay $\Delta t = -\frac{x}{v}$ và $\lambda = vT$ vào (19.4), ta được :

$$u_M = A \cos \left(t + \frac{x}{v} \right) = A \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right) \quad (19.7a)$$

hay :
$$u_M = A \cos(\omega t + kx) \quad (19.7b)$$

Các phương trình (19.5a) và (19.7a) gọi là *phương trình của một sóng hình sin truyền theo trục x*. Nó cho biết li độ u của phần tử có tọa độ x vào thời điểm t. Còn $(\omega t \mp kx)$ gọi là *pha của sóng*.

2. Các phương trình (19.5a) và (19.7a) là những hàm vừa tuần hoàn theo thời gian, vừa tuần hoàn theo không gian. Thật vậy, cứ sau mỗi chu kỳ T thì dao động tại một điểm trên trục x lại lặp lại giống như trước. Và cứ cách nhau một bước sóng λ trên trục x thì dao động tại các điểm lại giống hệt nhau (tức đồng pha với nhau).

3. *Chú ý* : Có thể lập phương trình sóng dựa trên quan niệm sóng cơ là biến dạng cơ lan truyền.

Khi ấy, phương trình sóng là :

$$u_M = A \cos(kx - \omega t) \text{ (sóng truyền theo chiều dương của trục x)}$$

hay :

$$u_M = A \cos(kx + \omega t) \text{ (sóng truyền theo chiều âm của trục x)}$$

(Xem Cơ học 2 ; NXBGDVN của cùng tác giả)



CÂU HỎI

1. Sóng cơ là gì ?
2. Thế nào là sóng ngang ? Thế nào là sóng dọc ?
3. Bước sóng là gì ?
4. Viết phương trình sóng.
5. Tại sao có thể nói sóng vừa có tính tuần hoàn theo thời gian, vừa có tính tuần hoàn theo không gian ?



BÀI TẬP

1. Sóng cơ là gì ?
 - A. Là dao động cơ lan truyền trong một môi trường.
 - B. Là dao động của mọi điểm trong một môi trường.
 - C. Là một dạng chuyển động đặc biệt của môi trường.
 - D. Là sự truyền chuyển động của các phần tử trong một môi trường.
2. Chọn phát biểu đúng.
 - A. Sóng dọc là sóng truyền dọc theo một sợi dây.
 - B. Sóng dọc là sóng truyền theo phương thẳng đứng, còn sóng ngang là sóng truyền theo phương nằm ngang.
 - C. Sóng dọc là sóng trong đó phương dao động (của các phần tử của môi trường) trùng với phương truyền sóng.
 - D. Sóng dọc là sóng truyền theo trục tung, còn sóng ngang là sóng truyền theo trục hoành.
3. Trong thí nghiệm ở hình 19.1, cần rung dao động với tần số 50 Hz. Ở một thời điểm t, người ta đo được đường kính 5 gợn sóng hình tròn liên tiếp lần lượt bằng : 12,4 ; 14,3 ; 16,35 ; 18,3 và 20,45 cm. Tính tốc độ truyền sóng.
4. Một sóng ngang truyền trên một sợi dây rất dài có phương trình :

$$u = 6 \cos(4\pi t + 0,02\pi x) \text{ (cm)}$$

Hãy xác định :

- a) Biên độ.
- b) Bước sóng.
- c) Tần số.
- d) Tốc độ truyền sóng.
- e) Độ dời u tại $x = 16,6 \text{ cm}$ lúc $t = 4 \text{ s}$.
- f) Sóng truyền theo chiều nào ?

I – NGUYÊN LÝ CHỒNG CHẬP

Nhiều thí nghiệm chứng tỏ rằng các sóng có thể đi qua nhau mà không ảnh hưởng đến nhau, không tương tác với nhau. Nói một cách khác, chuyển động sóng tuân theo *nguyên lý chồng chập* sau đây :

Khi hai hay nhiều sóng đồng thời có mặt tại một điểm của môi trường, thì li độ của phân tử tại điểm đó bằng tổng đại số các li độ gây ra bởi từng sóng truyền riêng rẽ :

$$u = u_1 + u_2 + \dots$$

Nguyên lý chồng chập giúp ta giải thích được hiện tượng giao thoa và sóng dừng.

II – HIỆN TƯỢNG GIAO THOA CỦA HAI SÓNG MẶT NƯỚC

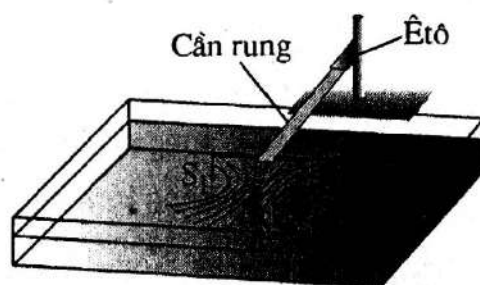
1. Thí nghiệm

Ta làm lại thí nghiệm ở hình 19.1, nhưng thay một mũi nhọn ở đầu cần rung bằng một cặp hai mũi nhọn S_1, S_2 cách nhau vài xentimét (Hình 20.1).

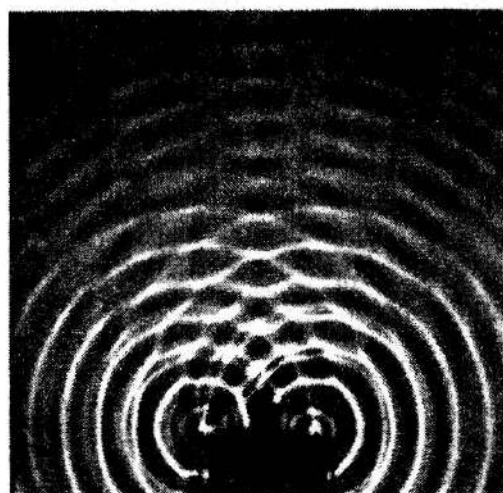
Gõ nhẹ cần rung cho nó dao động, ta thấy trên mặt nước xuất hiện một loạt gợn sóng *ổn định* có hình các đường hypebol và có tiêu điểm là S_1, S_2 (Hình 20.2).

2. Giải thích

Mỗi nguồn sóng phát ra một sóng có những gợn sóng là những đường tròn lan truyền giống



Hình 20.1

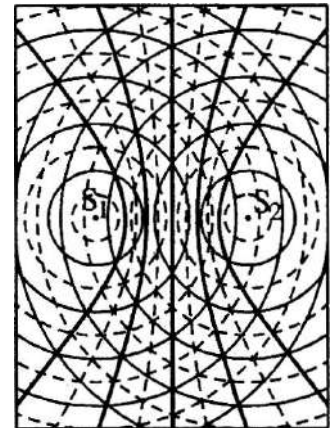


Hình 20.2

Ảnh chụp mặt nước nhìn từ trên xuống khi có giao thoa của hai sóng

hệ như khi không có nguồn sóng khác bên cạnh. Những đường tròn nét liền miêu tả đỉnh sóng, còn những đường tròn nét đứt miêu tả hõm sóng (Hình 20.3).

Ở trong miền hai sóng gặp nhau, có những điểm đứng yên, do hai sóng gặp nhau ở đó triệt tiêu nhau. Có những điểm dao động rất mạnh, do hai sóng gặp nhau ở đó tăng cường lẫn nhau. Hình 20.3 cho thấy những điểm đứng yên hợp thành những đường hypebol nét đứt và những điểm dao động rất mạnh hợp thành những đường hypebol nét liền.



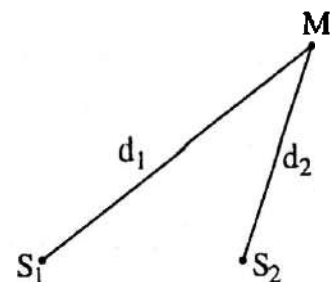
Hình 20.3

Hiện tượng hai sóng gặp nhau tạo nên các gợn sóng ổn định gọi là *hiện tượng giao thoa của hai sóng*. Các gợn sóng có hình các đường hypebol gọi là các *vân giao thoa*.

III – PHƯƠNG TRÌNH DAO ĐỘNG CỦA MỘT ĐIỂM TRONG VÙNG GIAO THOA. VỊ TRÍ CÁC VÂN GIAO THOA

1. Phương trình dao động của một điểm trong vùng giao thoa

Gọi M là một điểm trong vùng giao thoa, M lần lượt cách S_1, S_2 những khoảng $d_1 = S_1M$ và $d_2 = S_2M$ (Hình 20.4). d_1, d_2 gọi là đường đi của mỗi sóng tới M. Chọn gốc thời gian sao cho phương trình dao động của hai nguồn là :



Hình 20.4

$$u_{s_1} = u_{s_2} = A \cos \frac{2\pi t}{T}$$

Để cho đơn giản, ta coi biên độ của các sóng truyền tới M là bằng nhau và bằng biên độ của nguồn.

Sóng truyền từ S_1 đến M làm cho phần tử tại M dao động theo phương trình là :

$$u_{1M} = A \cos \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{d_1}{v} \right) = A \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d_1}{\lambda} \right)$$

Sóng truyền từ S_2 đến M làm cho phần tử tại M dao động theo phương trình là :

$$u_{2M} = A \cos \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{d_2}{v} \right) = A \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d_2}{\lambda} \right)$$

Theo nguyên lí chồng chập thì dao động của phần tử tại M là tổng hợp của hai dao động điều hòa cùng phương, cùng chu kỳ nêu trên :

$$u_M = u_{1M} + u_{2M} = A \left[\cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d_1}{\lambda} \right) + \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d_2}{\lambda} \right) \right]$$

Biến đổi tổng hai cosin thành tích, ta được :

$$u_M = 2A \cos \frac{\pi(d_2 - d_1)}{\lambda} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d_1 + d_2}{2\lambda} \right) \quad (20.1)$$

Phương trình (20.1) là phương trình dao động của một điểm trong vùng giao thoa.

Theo phương trình (20.1), dao động của phần tử tại M là dao động điều hòa cùng chu kỳ với hai nguồn và có biên độ dao động là :

$$A'_M = 2A \left| \cos \frac{\pi(d_2 - d_1)}{\lambda} \right| \quad (20.2)$$

Công thức (20.2) cho thấy tùy thuộc vào hiệu đường đi $d_2 - d_1$ mà khi hai sóng đến gặp nhau tại M có thể luôn luôn tăng cường nhau làm cho phần tử tại M dao động mạnh lên, hoặc triệt tiêu nhau làm cho phần tử tại M đứng yên.

2. Vị trí các vân giao thoa

a) Vị trí các điểm dao động với biên độ cực đại

Đó là những điểm ứng với :

$$\left| \cos \frac{\pi(d_2 - d_1)}{\lambda} \right| = 1 ; \text{ suy ra } \cos \frac{\pi(d_2 - d_1)}{\lambda} = \pm 1$$

hay $\frac{\pi(d_2 - d_1)}{\lambda} = k\pi$

$$\text{Suy ra : } d_2 - d_1 = k\lambda ; (k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (20.3)$$

Những điểm dao động với biên độ cực đại là những điểm mà hiệu đường đi của hai sóng từ nguồn truyền tới bằng một số nguyên lần bước sóng λ .

Quỹ tích của những điểm này là những đường hypebol có hai tiêu điểm là S_1 và S_2 . Chúng được gọi là những vân giao thoa cực đại.

b) Vị trí các điểm đứng yên

Đó là những điểm ứng với :

$$\cos \frac{\pi(d_2 - d_1)}{\lambda} = 0 \quad \text{hay} \quad \frac{\pi(d_2 - d_1)}{\lambda} = k\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$\text{Suy ra : } d_2 - d_1 = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda ; (k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (20.4)$$

Những điểm tại đó dao động triệt tiêu là những điểm mà hiệu đường đi của hai sóng từ nguồn truyền tới bằng một số bán nguyên lần bước sóng λ .

Quỹ tích của các điểm này là những đường hypebol mà hai tiêu điểm là S_1, S_2 và được gọi là những vân giao thoa cực tiểu.

IV – ĐIỀU KIỆN GIAO THOA. SÓNG KẾT HỢP

Để có các vân giao thoa ổn định trên mặt nước thì hai nguồn sóng phải :

- Dao động cùng phương, cùng chu kì (hay tần số).
- Có hiệu số pha không đổi theo thời gian.

Hai nguồn như vậy gọi là *hai nguồn kết hợp*. Hai sóng do hai nguồn kết hợp phát ra gọi là *hai sóng kết hợp*.

Trong thí nghiệm ở hình 20.1 ta sử dụng hai nguồn *đồng bộ*. Đó là hai nguồn kết hợp có cùng pha.

Hiện tượng giao thoa là một *hiện tượng đặc trưng của sóng*, tức là mọi quá trình sóng đều có thể gây ra hiện tượng giao thoa. Ngược lại, quá trình vật lí nào gây ra được hiện tượng giao thoa cũng tất yếu là một quá trình sóng. Sau này ta sẽ học sự truyền ánh sáng là quá trình sóng vì nó gây ra hiện tượng giao thoa ánh sáng.

V – BÀI TẬP VÍ DỤ

Trong hiện tượng giao thoa của hai sóng mặt nước, hai nguồn sóng S_1, S_2 cách nhau 25 cm. Bước sóng $\lambda = 10$ cm. Hỏi số vân giao thoa cực đại là bao nhiêu ?

Xét hai trường hợp :

- a) Hai nguồn dao động đồng pha.
- b) Hai nguồn dao động ngược pha.

Giải

a) Mọi vân giao thoa là những đường hypebol đi qua đoạn thẳng S_1S_2 , nên số vân giao thoa bằng số điểm M trên đoạn S_1S_2 dao động với biên độ cực đại. Các điểm này phải thoả mãn hai điều kiện sau đây :

- Điều kiện để M dao động với biên độ cực đại :

$$MS_2 - MS_1 = k\lambda \quad (k = 0, \pm 1, \pm 2 \dots) \quad (a)$$

- Điều kiện để M nằm trên đoạn S_1S_2 :

$$MS_2 + MS_1 = S_1S_2 \quad (b)$$

Suy ra : $MS_2 = 5k + 12,5 \text{ (cm)}$

Vì nguồn là tiêu điểm nên không nằm trên vân giao thoa, ta có :

$$0 < MS_2 < S_1S_2$$

hay $0 < MS_2 < 25 \text{ (cm)}$

Suy ra $-2,5 < k < 2,5$

k có các giá trị, -2, -1, 0, 1, 2.

Vậy có 5 vân giao thoa cực đại.

b) Lập luận tương tự như câu a, nhưng vì hai nguồn dao động ngược pha nên hệ vân giao thoa cực đại ở trường hợp b trùng với hệ vân giao thoa cực tiểu ở trường hợp a.

$$MS_2 - MS_1 = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda$$

$$MS_2 + MS_1 = S_1S_2$$

Suy ra $MS_2 = 5\left(k + \frac{1}{2}\right) + 12,5$

$$0 < 5\left(k + \frac{1}{2}\right) + 12,5 < 25$$

$$-3 < k < 2$$

k có giá trị -2, -1, 0, 1.

Vậy có 4 vân giao thoa cực đại.



CÂU HỎI

1. Hiện tượng giao thoa của hai sóng là gì ?
2. Nêu công thức xác định vị trí các cực đại giao thoa.
3. Nêu công thức xác định vị trí các cực tiểu giao thoa.
4. Nêu điều kiện giao thoa.



BÀI TẬP

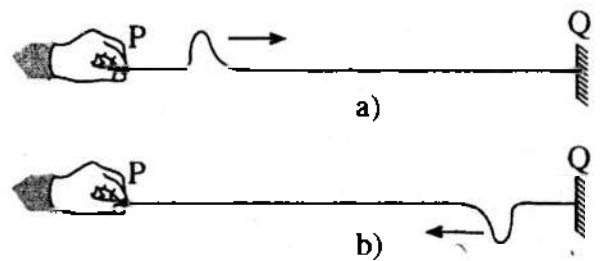
1. Chọn phát biểu đúng.
Hiện tượng giao thoa là hiện tượng
A. giao nhau của hai sóng tại một điểm của môi trường.
B. tổng hợp của hai dao động.
C. tạo thành các gợn lồi, lõm.
D. hai sóng khi gặp nhau, có những điểm chúng luôn luôn tăng cường nhau, có những điểm chúng luôn luôn triệt tiêu nhau.
2. Chọn phát biểu đúng.
Hai nguồn kết hợp là hai nguồn có
A. cùng biên độ.
B. cùng tần số.
C. cùng pha ban đầu.
D. cùng tần số và hiệu số pha không đổi theo thời gian.
3. Trong thí nghiệm ở hình 20.1, tốc độ truyền sóng là 0,5 m/s, cần rung có tần số 40 Hz.
Tính khoảng cách giữa hai điểm cực đại giao thoa cạnh nhau trên đoạn thẳng S_1S_2 .
4. Trong thí nghiệm ở hình 20.1, khoảng cách giữa hai điểm S_1, S_2 là $d = 11$ cm. Cho cần rung, ta thấy hai điểm S_1, S_2 gần như đứng yên và giữa chúng còn 10 điểm đứng yên không dao động. Biết tần số cần rung là 26 Hz, hãy tính tốc độ truyền của sóng.

I – SỰ PHẢN XẠ CỦA SÓNG

Khi sóng gặp một vật cản hay truyền tới điểm cuối của môi trường trong đó có sóng truyền, thì bao giờ cũng có một phần phản xạ lại. Sóng nước phản xạ từ tảng đá hay bờ hồ, bờ sông. Ta thường nghe thấy tiếng vang, đó là sóng âm phản xạ lại.

1. Sự phản xạ của sóng trên vật cản cố định

a) Ta hãy quan sát một sóng xung truyền trên một sợi dây mềm và dài, có một đầu buộc vào một điểm cố định (Hình 21.1). Cầm đầu P của dây kéo hơi mạnh cho dây căng ngang, giật mạnh đầu đó lên rồi hạ ngay tay về chỗ cũ. Bằng cách như vậy, ta tạo ra một biến dạng hướng lên ở đầu P. Biến dạng này



Hình 21.1

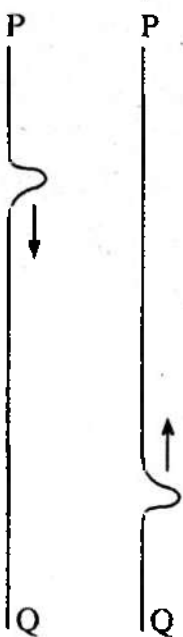
lan truyền từ P đến Q. Đó là *sóng tới*. Khi tới Q biến dạng hướng xuống, tức là bị đổi dấu và truyền từ Q trở lại P. Đó là *sóng phản xạ*.

b) Nếu cho P dao động điều hòa theo phương vuông góc với dây thì ta được một sóng tới hình sin truyền từ P đến Q. Sóng tới gặp vật cản cố định Q thì phản xạ trở lại. Sóng phản xạ tại Q ngược pha với sóng tới tại Q.

2. Sự phản xạ của sóng trên vật cản tự do

a) Bây giờ cầm đầu P và buông đầu Q để sợi dây thông xuống (Hình 21.2).

Giật mạnh đầu P sang phải rồi trở về ngay chỗ cũ. Trên dây xuất hiện một biến dạng hướng sang phải, biến dạng này truyền



Hình 21.2

đến đầu Q. Tại Q biến dạng phản xạ trở lại nhưng vẫn hướng sang phải, tức là không bị đổi dấu.

b) Nếu ta tạo ra một sóng tới hình sin truyền từ P đến Q, thì sóng phản xạ tại Q luôn đồng pha với sóng tới tại Q.

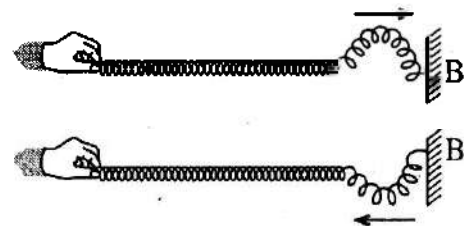
3. Kết luận

- Khi phản xạ trên vật cản cố định, sóng phản xạ luôn ngược pha với sóng tới ở điểm phản xạ.

- Khi phản xạ trên vật cản tự do, sóng phản xạ luôn cùng pha với sóng tới ở điểm phản xạ.

Chú ý :

Nếu dùng một lò xo ống, dài ta có thể làm hai thí nghiệm trên với cả sóng ngang lẫn sóng dọc. Kết quả thu được trên dây cũng hoàn toàn đúng đối với sóng dọc (Hình 21.3).

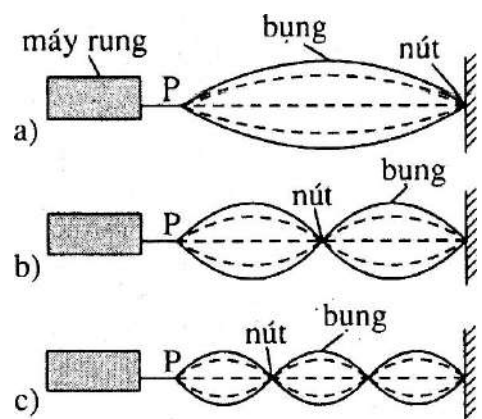


Hình 21.3

II – SÓNG DỪNG

1. Thế nào là sóng dừng ?

Nếu dùng một máy rung điều khiển một đầu dây còn đầu kia của dây được buộc vào giá đỡ, thì có một sóng hình sin sinh ra, lan truyền đến đầu cố định và phản xạ trở lại. Nếu máy tiếp tục rung thì trên dây sẽ xuất hiện các sóng lan truyền theo hai chiều ngược nhau. Các sóng này giao thoa với nhau và thường tạo ra một trạng thái lộn xộn. Tuy nhiên, nếu máy rung sợi dây với một tần số thích hợp nào đó thì sự giao thoa của các sóng ngược chiều nhau trên dây sẽ tạo ra một **sóng dừng** với biên độ lớn (Hình 21.4).



Hình 21.4

Thuật ngữ “sóng dừng chỉ rằng sóng tổng hợp hình như đứng yên. Những điểm trên dây, tại đó các sóng triệt tiêu nhau thì không dao động và được gọi là **nút**. Những điểm tại đó các sóng đồng pha với nhau thì dao động với biên độ cực đại và được gọi là **bụng**. Thí nghiệm cho thấy biên độ dao động của các bụng lớn gấp nhiều lần biên độ dao động của nguồn nên đầu P có thể coi là một nút.

2. Phương trình dao động của một điểm trên dây khi có sóng dừng

Để đơn giản ta xét một sóng dừng sinh ra do sự giao thoa của một sóng tới và một sóng phản xạ.

Giả sử sóng tới chạy theo chiều dương của trục x . Chọn gốc tọa độ tại P, phương trình của sóng tới là :

$$u_1 = a \cos(\omega t - kx)$$

Sóng phản xạ chạy theo chiều âm và ngược pha với sóng tới. Phương trình của sóng phản xạ là :

$$u_2 = -a \cos(\omega t + kx)$$

Trong miền hai sóng gặp nhau, li độ u của sóng tổng hợp là :

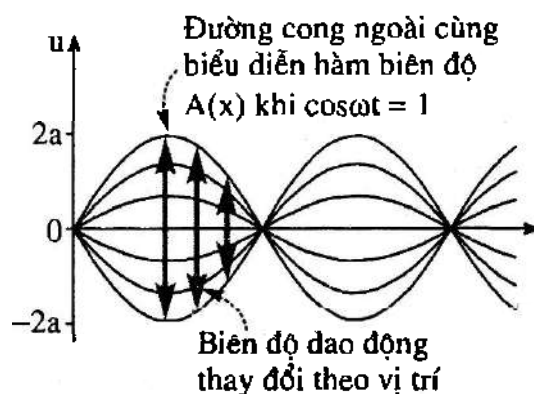
$$u = a \cos(\omega t - kx) - a \cos(\omega t + kx)$$

$$u = 2a \sin kx \sin \omega t \quad (21.1)$$

hay $u = A(x) \sin \omega t$

trong đó $A(x) = 2a \sin kx \quad (21.2)$

Hình 21.5 là đồ thị biểu diễn phương trình (21.1) tại những thời điểm khác nhau.



Hình 21.5

c) Những đặc điểm của sóng dừng

- Phương trình (21.1) cho thấy li độ u không phải là một hàm của $(\omega t - kx)$ hay $(\omega t + kx)$, như vậy *sóng tổng hợp không phải là một sóng chạy*. Việc tách ra một thừa số $\sin \omega t$ không phụ thuộc x cho thấy *không có sự truyền pha từ điểm này sang điểm khác*.

- Hàm $A(x) = 2a \sin kx$ xác định biên độ dao động của mỗi phần tử tại vị trí x . Các nút của sóng dừng là những điểm có biên độ bằng không.

$$A(x) = 2a \sin kx = 2a \sin \frac{2\pi}{\lambda} x = 0$$

$$\Rightarrow kx_n = \frac{2\pi}{\lambda} x_n = n\pi \quad (n = 0, 1, 2, 3, \dots)$$

Như vậy nút thứ n có tọa độ :

$$x_n = n \frac{\lambda}{2} \quad (n = 0, 1, 2, 3, \dots) \quad (21.3)$$

Ta thấy các nút cạnh nhau cách nhau $\frac{\lambda}{2}$.

Việc tồn tại những nút là đặc điểm quan trọng nhất của sóng dừng.

Các phần tử nằm trong khoảng giữa hai nút liên tiếp thì dao động đồng pha với nhau vì tại đó hàm $A(x)$ không đổi dấu (hoặc dương hoặc âm). Các phần tử nằm ở hai phía của một nút thì dao động ngược pha vì hàm $A(x)$ đổi dấu khi qua một nút (Hình 21.6).



Hình 21.6

d) Điều kiện để có sóng dừng. Các tần số cộng hưởng

Đối với một dây có hai đầu cố định thì khi có sóng dừng, hai đầu dây phải là nút, tức là biên độ $A = 0$ tại $x = 0$ và tại $x = l$.

Tại $x = 0$ thì $A = 0$.

Tại $x = l$ thì $\sin kl = 0$ khi $kl = n\pi$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) hay $\frac{2\pi}{\lambda}l = n\pi$. Suy ra điều kiện để có sóng dừng là :

$$\left\{ \begin{array}{ll} l = n \frac{\lambda}{2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots) & (a) \\ \text{hoặc} \quad \lambda = \frac{2l}{n} & (b) \\ \text{hoặc} \quad f = \frac{nv}{2l} & (c) \end{array} \right. \quad (21.4)$$

Tại sao các tần số có giá trị cho bởi công thức (21.4c) lại được gọi là *tần số cộng hưởng* ?

Vì biên độ dao động của các bụng lớn gấp nhiều lần biên độ dao động của nguồn nên hiện tượng sóng dừng giống như hiện tượng cộng hưởng của con lắc và ta có thể xem một dây khi có sóng dừng là một ví dụ về *một vật dao động ở tần số cộng hưởng*.

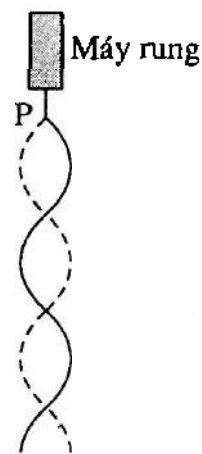
Tần số cộng hưởng thấp nhất $f_1 = \frac{v}{2l}$ gọi là *tần số cơ bản của dây*. Các sóng dừng ở tần số cao hơn gọi là *hoạ ba* (ba là từ Hán – Việt, có nghĩa là sóng). Sóng dừng ở tần số $f_2 = 2f_1$ gọi là *hoạ ba bậc hai*, sóng dừng ở tần số $f_3 = 3f_1$ gọi là *hoạ ba bậc ba*,...

Đối với một dây có một đầu cố định, một đầu tự do thì đầu tự do luôn luôn là một bụng sóng (Hình 21.7). Khi ấy điều kiện để có sóng dừng là :

$$l = n \frac{\lambda}{4} \quad (n = 1, 3, 5, \dots)$$

hoặc $\lambda = \frac{4l}{n}$ (21.5)

hoặc $f = n \frac{v}{4l} = nf_1$



Hình 21.7

e) Xét về mặt năng lượng thì thuật ngữ "sóng dừng" cũng có ý nghĩa. Vì các điểm nút luôn luôn đứng yên nên không có năng lượng truyền qua các điểm này. Vì thế năng lượng không truyền đi dọc theo dây mà "dừng" tại chỗ trong dây. Xét từng đoạn dây hay xét cả đoạn dây, năng lượng chỉ biến đổi từ dạng thế năng (năng lượng của biến dạng) sang dạng động năng và ngược lại.

Tuy nhiên trong thực tế, do có ma sát giữa dây dao động và không khí mà biên độ của sóng phản xạ luôn nhỏ hơn biên độ của sóng tới tại các điểm hai sóng gặp nhau. Vì vậy nút không thật sự đứng yên mà hơi dao động và năng lượng có thể truyền qua được nút. Còn biên độ của bụng sóng đạt tới một giá trị không đổi khi tốc độ tiêu hao năng lượng của dây do ma sát với môi trường bằng tốc độ cung cấp năng lượng của nguồn cho dây.

III – BÀI TẬP VÍ DỤ

Một sợi dây, dài l , được giữ chặt ở một đầu, còn đầu kia là nguồn dao động với biên độ nhỏ.

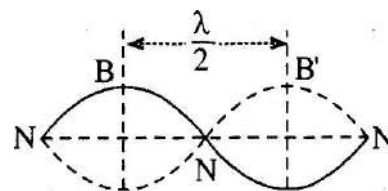
a) Người ta quan sát thấy trên dây xuất hiện hai bụng và một nút (trừ hai đầu dây). Tính bước sóng λ .

b) Tại thời điểm mà dây được trông thấy là thẳng thì vận tốc tức thời của các điểm dọc theo dây sẽ như thế nào ? Hãy vẽ một hình miêu tả sự phân bố vận tốc đó.

Giải (Hình 21.8)

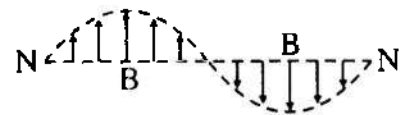
a) $l = 2 \frac{\lambda}{2}$

$\lambda = l$



Hình 21.8

b) Vận tốc của các điểm trên dây phụ thuộc vào vị trí của từng điểm. Hai điểm của dây ở hai bên một nút và cách đều nút đó luôn dao động ngược pha nhau. Chúng cùng đi qua vị trí cân bằng với tốc độ lớn nhất (Hình 21.9).



Hình 21.9

CAU HỎI

1. Sự phản xạ của sóng trên vật cản cố định có đặc điểm gì ?
2. Sự phản xạ của sóng trên vật cản tự do có đặc điểm gì ?
3. Sóng dừng được tạo thành vì nguyên nhân gì ?
4. Nút, bụng của sóng dừng là gì ?
5. Nêu điều kiện để có sóng dừng trên một sợi dây có hai đầu cố định.
6. Nêu điều kiện để có sóng dừng trên một sợi dây có một đầu cố định, một đầu tự do.

BÀI TẬP

1. Chọn phát biểu đúng.
Tại điểm phản xạ thì sóng phản xạ
A. luôn ngược pha với sóng tới.
B. ngược pha với sóng tới nếu vật cản là cố định.
C. ngược pha với sóng tới nếu vật cản là tự do.
D. cùng pha với sóng tới nếu vật cản là cố định.
2. Chọn phát biểu đúng.
Trong hệ sóng dừng trên một sợi dây, khoảng cách giữa hai nút hoặc hai bụng liên tiếp bằng
A. một bước sóng.
B. hai bước sóng.
C. một phần tư bước sóng.
D. một nửa bước sóng.
3. Một dây đàn dài 0,6 m hai đầu cố định dao động với một bụng độc nhất (ở giữa dây).
a) Tính bước sóng λ của sóng trên dây.
b) Nếu dây dao động với ba bụng thì bước sóng là bao nhiêu ?
4. Trên một sợi dây dài 1,2 m có một hệ sóng dừng. Kể cả hai đầu dây, thì trên dây có tất cả bốn nút. Biết tốc độ truyền sóng trên dây là $v = 80 \text{ m/s}$, tính tần số dao động của dây.

I – SỰ NHIỄU XẠ CỦA SÓNG

1. Ta làm lại thí nghiệm hình 19.1 (Bài 19) nhưng đặt thêm một màn chắn, có một lỗ khá lớn, trước nguồn S (Hình 22.1). Ta thấy rằng, màn đã chắn mất một phần mặt sóng và phần mặt sóng còn lại, sau khi qua lỗ vẫn là mặt cầu tâm S. Sóng truyền từ S đến M vẫn theo đường thẳng SM và không truyền được tới điểm N ở sau màn.

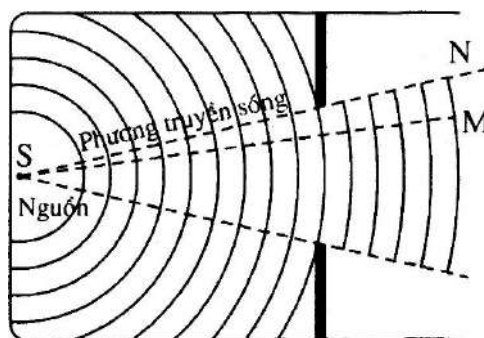
Bây giờ, ta thay màn trên bằng một màn có một lỗ khá nhỏ (Hình 22.2). Ta thấy rằng sóng qua lỗ có dạng các đường tròn, có tâm ở trên lỗ, do đó, lại truyền được tới điểm M ở sau màn. Như vậy, sóng từ S đã truyền được tới M, nhưng không theo đường thẳng SM.

2. Định nghĩa

Hiện tượng sóng không truyền theo đường thẳng mà đi quanh ra phía sau một vật cản, gọi là sự nhiễu xạ của sóng.

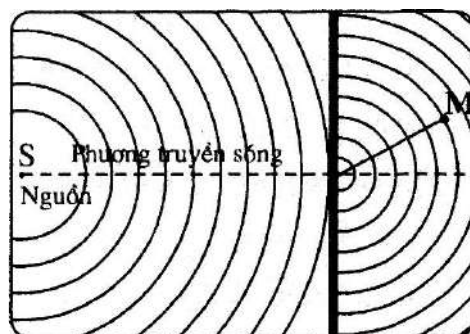
Hiện tượng nhiễu xạ càng rõ khi lỗ nhiễu xạ càng nhỏ và cũng là một hiện tượng đặc trưng của sóng.

3. Cách thức mà sóng mang năng lượng đằng sau các vật cản bằng cách uốn quanh các vật này hoàn toàn trái ngược với cách thức mà các hạt mang năng lượng. Ví dụ, nếu ta nấp sau một bức tường sẽ không bị ném trúng bởi



Hình 22.1

Lỗ rộng, sóng vẫn truyền theo đường thẳng từ S đến M



Hình 22.2

Lỗ nhỏ : sóng qua lỗ là sóng cầu, tâm tại lỗ, do đó truyền được tới điểm M ở sau màn

một quả bóng từ phía bên kia tường, nhưng ta có thể nghe được tiếng nói từ hướng đó do có sự nhiễu xạ của sóng âm trên các bờ mép tường.

II – KHẢO SÁT SÓNG VỀ PHƯƠNG DIỆN NĂNG LƯỢNG MẬT ĐỘ NĂNG LƯỢNG VÀ CÔNG SUẤT TRUYỀN

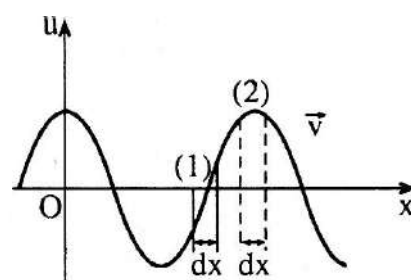
Các sóng truyền năng lượng từ phần tử này cho phần tử khác của môi trường là do có lực liên kết giữa các phần tử liên kề. Mỗi phần tử khi thực hiện công để làm phần tử đứng sau nó dịch chuyển, đã truyền cho phần tử này một năng lượng.

Để miêu tả sự phân bố năng lượng theo không gian tại một thời điểm cho trước, người ta dùng một đại lượng gọi là *mật độ năng lượng* $\frac{dW}{dx}$. Để miêu tả sự truyền năng lượng theo thời gian qua một điểm cho trước, người ta dùng một đại lượng gọi là *công suất truyền* $\frac{dW}{dt}$.

1. Trước hết xét sóng một chiều, ví dụ sóng hình sin chạy trên một dây dài.

a) *Mật độ năng lượng* $\frac{dW}{dx}$

Mỗi phần tử của dây khi có sóng truyền qua thì nhận được năng lượng và dao động điều hòa theo phương vuông góc với dây (Hình 22.3). Tại thời điểm xét, phần tử (1) có động năng và thế năng đều cực đại vì nó ở VTCB và bị kéo căng nhiều nhất. Còn phần tử (2) có động năng và thế năng đều bằng 0 vì nó ở vị trí biên và không bị kéo căng. Như vậy, *động năng và thế năng của mỗi phần tử của dây luôn đồng pha*. Đó là sự khác biệt về mật năng lượng giữa một phần tử của dây khi có sóng truyền qua với một con lắc.



Hình 22.3

Gọi ρ là khối lượng của một đơn vị độ dài, dx là độ dài của một phần tử. Mỗi phần tử có năng lượng là :

$$dW = dW_d + dW_t = 2dW_d = 2 \cdot \frac{1}{2}(dm) \left(\frac{du}{dt} \right)^2$$

Thay $dm = \rho dx$; $u = A \cos(\omega t - kx)$ vào, ta được :

$$dW = (\rho dx) \omega^2 A^2 \sin^2(\omega t - kx)$$

$$\frac{dW}{dx} = \rho \omega^2 A^2 \sin^2(\omega t - kx) \quad (22.1)$$

Như vậy, tại một thời điểm cho trước, mật độ năng lượng phân bố dọc theo dây theo quy luật của hàm $\sin^2 kx$.

Chú thích : Sóng truyền trên một dây dài có thể xem là mô hình cơ học của sóng điện từ. Mật độ năng lượng từ trường và mật độ năng lượng điện trường tại mỗi điểm trên phương truyền sóng biến thiên cùng pha. Suy ra vectơ $\vec{E}$ và $\vec{B}$ trong sóng điện từ biến thiên cùng pha (xem chương sóng điện từ).

b) Công suất truyền : Công suất truyền là năng lượng truyền qua một điểm của dây trong một giây.

$$\overline{\mathcal{P}} = \frac{dW}{dt} = \rho \left(\frac{dx}{dt} \right) \omega^2 A^2 \sin^2(kx - \omega t) = \rho v \omega^2 A^2 \sin^2(kx - \omega t)$$

Công suất truyền trung bình :

$$\overline{\mathcal{P}} = \frac{dW}{dt} = \rho v \omega^2 A^2 \overline{\sin^2(kx - \omega t)}$$

$$\overline{\mathcal{P}} = \frac{1}{2} \rho v \omega^2 A^2 \quad (22.2)$$

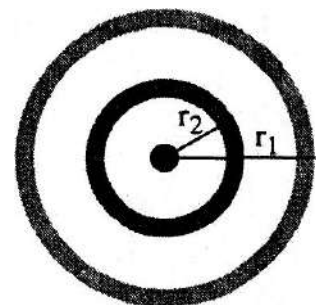
2. Đối với sóng ba chiều, ví dụ sóng phát ra từ một nguồn âm. Khi môi trường đồng tính và đẳng hướng, thì *mặt đầu sóng*, tức là mặt chứa các điểm dao động đồng pha, là các mặt cầu có tâm tại nguồn (Hình 22.4). Trong trường hợp này thì công suất truyền trung bình là năng lượng trung bình truyền qua diện tích S của mặt cầu trong một đơn vị thời gian.

Lập luận tương tự như trên, ta có :

$$\overline{\mathcal{P}} = \frac{dW}{dt} = \rho \left(\frac{dV}{dt} \right) \omega^2 A^2 \overline{\sin^2(kr - \omega t)}$$

Thay $dV = S dr$ và $\frac{dr}{dt} = v$ vào ta được :

$$\overline{\mathcal{P}} = \frac{dW}{dt} = \frac{1}{2} \rho S v \omega^2 A^2 \quad (22.3)$$



Hình 22.4

Cuối cùng, *cường độ sóng I* là công suất truyền qua một đơn vị diện tích mặt cầu :

$$I = \frac{\overline{\mathcal{P}}}{S} = \frac{1}{2} \rho v \omega^2 A^2 \quad (22.4)$$

3. Đối với sóng một chiều như sóng ngang truyền trên dây hay sóng xung dọc truyền trong một thanh kim loại dài, đồng chất, có tiết diện ngang không đổi, thì biên độ sóng cũng như cường độ sóng không giảm theo khoảng cách

đến nguồn. Còn đối với sóng cầu thì càng ở xa nguồn, biên độ dao động của các phần tử cũng như cường độ sóng càng giảm.

Thật vậy, ta hãy xét hai mặt cầu S_1, S_2 ở cách nguồn r_1, r_2 . Theo định luật bảo toàn năng lượng, công suất truyền qua hai mặt cầu bằng nhau. Ta có :

$$\mathcal{P} = \frac{1}{2} \rho S_1 v \omega^2 A_1^2 = \frac{1}{2} \rho S_2 v \omega^2 A_2^2$$

$$S_1 A_1^2 = S_2 A_2^2 \Rightarrow 4\pi r_1^2 A_1^2 = 4\pi r_2^2 A_2^2$$

hay
$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{r_2}{r_1} \quad (22.5)$$

Biên độ sóng giảm, tỉ lệ nghịch với khoảng cách đến nguồn.

Mặt khác, từ $\mathcal{P} = I_1 S_1 = I_2 S_2$ ta suy ra :
$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2} \quad (22.6)$$

Cường độ sóng giảm tỉ lệ nghịch với bình phương của khoảng cách đến nguồn.

Trong thực tế, do có ma sát nên một phần năng lượng dao động chuyển thành nhiệt năng. Vì thế, biên độ và cường độ của sóng một chiều giảm theo khoảng cách đến nguồn còn đối với sóng ba chiều thì sự giảm này còn rõ rệt hơn.

CÂU HỎI

1. Thế nào là hiện tượng nhiễu xạ của sóng ?
2. Hãy giải thích tại sao động năng và thế năng của một phần tử của dây khi có sóng truyền qua lại biến thiên cùng pha ?
3. Nêu định nghĩa của công suất truyền và cường độ sóng.
4. Viết công thức tính công suất truyền và cường độ sóng đối với sóng cầu phát ra từ một nguồn âm. Chứng minh rằng cường độ sóng giảm tỉ lệ nghịch với khoảng cách đến nguồn.

BÀI TẬP

Phương trình của một sóng chạy trên một dây là :

$$u(x, t) = 0,05 \cos(40\pi t - 3\pi x) \text{ (m)}$$

Hãy xác định công suất truyền tại một vị trí cho trước trên dây như một hàm của thời gian.

Cho biết khối lượng tính trên một đơn vị độ dài $\rho = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ kg/m}$.

I – THẾ NÀO LÀ SÓNG ÂM ?

1. Ta đã biết các vật phát ra âm đều dao động và được gọi là *nguồn âm*. Ví dụ như màng loa dao động, nén dãn không khí một cách tuần hoàn và phát ra một sóng dọc truyền trong không khí. Đó là *sóng âm*.

Nhưng sóng âm cũng có thể được nhìn từ quan điểm áp suất. Thật vậy, ở chỗ nén các phần tử không khí ở gần nhau nhất, nên áp suất ở đó cao hơn so với mức bình thường khi chưa có sóng âm đi qua. Còn ở chỗ dãn các phần tử không khí ở xa nhau, nên áp suất ở đó thấp hơn mức bình thường. Vì thế, sóng âm còn được gọi là *sóng áp suất*.

2. Sóng âm truyền qua không khí đến tai ta, tác dụng lên màng nhĩ một áp suất biến thiên, làm cho màng nhĩ dao động. Dao động của màng nhĩ được truyền đến đầu các dây thần kinh thính giác làm cho ta có cảm giác về âm.

Sóng âm có thể truyền đi trong tất cả các môi trường chất (chất khí, chất rắn, chất lỏng) và không truyền được trong chân không. Về sau, khái niệm sóng âm đã được mở rộng cho các sóng cơ, bất kể tai người ta có nghe được hay không.

Bởi vậy, *sóng âm là những sóng cơ truyền trong các môi trường khí, lỏng, rắn*.

Trong chất khí và chất lỏng, sóng âm là sóng dọc vì trong các chất này lực đàn hồi chỉ xuất hiện khi có biến dạng nén, dãn.

Trong chất rắn, sóng âm gồm cả sóng ngang và sóng dọc, vì lực đàn hồi xuất hiện cả khi có biến dạng lệch và biến dạng nén, dãn.

3. Các khái niệm như bước sóng, tần số và tốc độ truyền sóng cũng được dùng để đặc trưng cho một sóng âm. Cụ thể là :

- Bước sóng là khoảng cách giữa hai chỗ nén (hay hai chỗ dãn) liên tiếp.

Bảng tốc độ truyền âm trong một số chất

Chất	$v(m/s)$
Không khí ở $0^{\circ}C$	331
Không khí ở $25^{\circ}C$	346
Nước ở $15^{\circ}C$	1500
Sắt	5850
Nhôm	6260

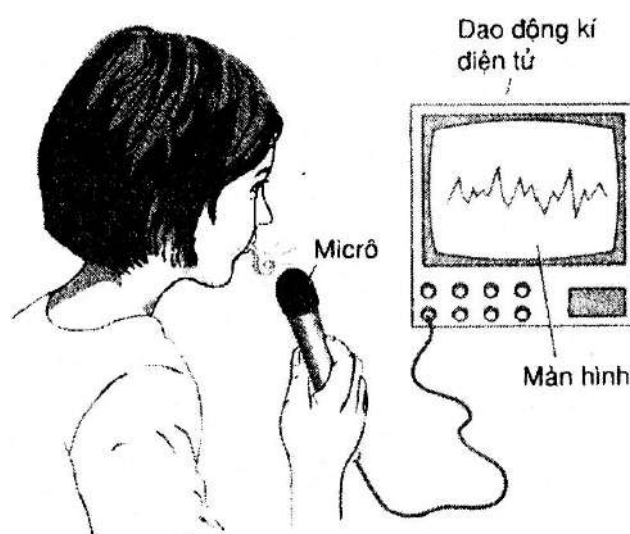
- Tần số của sóng âm là số lần chỗ nén đi qua một điểm đã cho trong 1 giây. Nó bằng tần số dao động của nguồn âm.

- Tốc độ của sóng âm là tốc độ truyền những chỗ nén (Xem bảng).

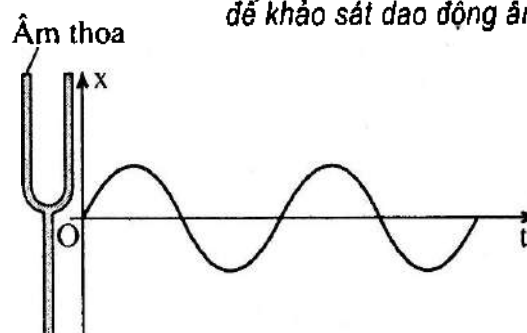
II – PHƯƠNG PHÁP KHẢO SÁT THỰC NGHIỆM NHỮNG TÍNH CHẤT CỦA ÂM

Muốn cho dễ khảo sát bằng thực nghiệm, người ta chuyển dao động âm thành dao động điện.

Mắc hai đầu dây của micro với chốt tín hiệu vào của một dao động kí điện tử. Sóng âm đập vào màng micro làm cho màng dao động, khiến cho cường độ dòng điện qua micro biến đổi theo cùng quy luật với dao động âm. Trên màn hình của dao động kí sẽ xuất hiện một đường cong sáng biểu diễn sự biến đổi cường độ dòng điện theo thời gian. Căn cứ vào đó, ta biết được quy luật biến đổi của sóng âm truyền tới theo thời gian (Hình 23.1). Ví dụ, ta để một âm thoa đang dao động phát ra âm trước micro, trên màn hình xuất hiện một đường cong dạng sin. Điều đó chứng tỏ dao động của âm thoa là một dao động điều hòa. Trục tung biểu diễn li độ của dao động, trục hoành biểu diễn thời gian (Hình 23.2).



Hình 23.1
Dùng dao động kí điện tử để khảo sát dao động âm



Hình 23.2
Đồ thị dao động của âm do âm thoa phát ra

III – NHỮNG ĐẶC TRƯNG VẬT LÝ CỦA ÂM

Những âm có một tần số xác định, thường do các nhạc cụ phát ra, gọi là các *nhạc âm*. Những âm như tiếng búa đập, tiếng sấm, tiếng ồn ở đường phố, ở chợ,... không có một tần số xác định thì gọi là các *tạp âm*. Dưới đây, ta chỉ xét những đặc trưng vật lý tiêu biểu nhất của nhạc âm.

1. Tần số âm

Tần số âm là một trong những đặc trưng vật lý quan trọng nhất của âm.

Âm nghe được có tần số nằm trong khoảng từ 16 Hz đến 20 000 Hz.

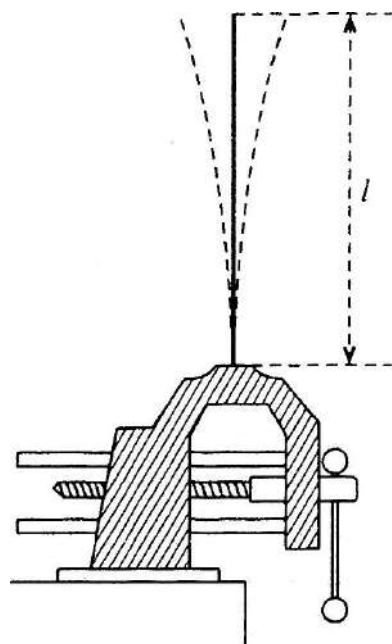
Âm có tần số nhỏ hơn 16 Hz, thì tai người không nghe được và gọi là *hạ âm*. Tuy nhiên, một số loài vật như voi, chim bồ câu,... lại "nghe" được hạ âm.

Âm có tần số lớn hơn 20 000 Hz thì tai người cũng không nghe được và gọi là *siêu âm*. Một số loài vật như dơi, chó, cá heo,... có thể "nghe" được siêu âm.

Có thể làm một thí nghiệm đơn giản để minh họa các loại âm nói trên bằng dụng cụ vẽ trên hình 23.3.

Dùng một êtô kẹp chặt đầu một lưỡi cưa mỏng, có chiều dài l , rồi bập mạnh cho lưỡi cưa dao động.

Chú ý rằng chiều dài l của lưỡi cưa càng nhỏ thì tần số dao động càng lớn. Khi l nhỏ hơn một giá trị nào đó, ta mới nghe được âm do lưỡi cưa phát ra.



Hình 23.3

2. Cường độ âm và mức cường độ âm

a) Cường độ âm

Cường độ âm I tại một điểm là đại lượng đo bằng lượng năng lượng mà sóng âm tải qua một đơn vị diện tích đặt tại điểm đó, vuông góc với phương truyền sóng trong một đơn vị thời gian.

Đơn vị cường độ âm là oát trên mét vuông, kí hiệu là W/m^2 .

Tai con người có thể nghe được âm có cường độ nhỏ nhất bằng $1,0 \cdot 10^{-12} \text{ W/m}^2$, gọi là *ngưỡng nghe*, và âm có cường độ âm lớn nhất bằng 10 W/m^2 , gọi là *ngưỡng đau* (vì nó gây ra cảm giác đau đớn, nhức nhối).

Trong vật lí người ta lấy âm có cường độ $1,0 \cdot 10^{-12} \text{ W/m}^2$ và có tần số 1000 Hz làm cường độ âm chuẩn gọi là I_0 .

b) Mức cường độ âm

Âm càng to khi cường độ âm I càng lớn. Nhưng độ to của âm lại không tỉ lệ với cường độ âm. Vì thế, để so sánh độ to của các âm khác nhau người ta dùng một đại lượng gọi là *mức cường độ âm*, kí hiệu là L và được định nghĩa bằng công thức :

$$L = 10 \lg \frac{I}{I_0} \quad (23.1)$$

Đơn vị của mức cường độ âm là *ben*, kí hiệu là B. Âm có mức cường độ 2 B sẽ có cường độ là $I = 100I_0 = 10^{-10} \text{ W/m}^2$.

Đơn vị ben lớn, nên trong thực tế, người ta thường dùng đơn vị *đêxiben* (dB) :

$$1 \text{ dB} = \frac{1}{10} \text{ B}$$

Công thức tính mức cường độ âm theo đơn vị *đêxiben* sẽ là :

$$L(\text{dB}) = 10 \lg \frac{I}{I_0} \quad (23.2)$$

Bảng bên cho ta biết một vài mức cường độ âm.

Bảng một vài mức độ cường âm

Nguồn âm	L(dB)
Ngưỡng nghe	0
Ngưỡng đau	130
Lá rơi, tiếng thì thầm cách 1 m	10
Vườn vắng vẻ, phòng im lặng	20
Nhạc nhẹ, tiếng ồn trong nhà ở	40
Tiếng nói chuyện cách 1 m	60
Tiếng ồn ngoài phố	80
Máy bay phản lực lúc cất cánh	130

3. Đồ thị dao động âm

a) Âm cơ bản và họa âm

Khi cho một nhạc cụ phát ra một âm có tần số f_0 thì bao giờ nhạc cụ đó cũng đồng thời phát ra một loạt âm có tần số $2f_0 ; 3f_0 ; 4f_0, \dots$ có cường độ khác nhau. Âm có tần số f_0 gọi là *âm cơ bản* hay *họa âm thứ nhất*. Các âm có tần số $2f_0 ; 3f_0 ; 4f_0 \dots$ gọi là các *họa âm thứ hai, thứ ba, thứ tư...* Biên độ của các họa âm lớn, nhỏ không như nhau, tùy thuộc vào chính nhạc cụ đó. Tập hợp các họa âm tạo thành *phổ* của nhạc âm nói trên.

Phổ của cùng một âm (như âm *la* chẳng hạn) do các nhạc cụ khác nhau phát ra thì hoàn toàn khác nhau.

b) Tổng hợp đồ thị dao động của tất cả các hoạ âm trong một nhạc âm ta được *đồ thị dao động* của nhạc âm đó (Hình 23.4).

IV – NHỮNG ĐẶC TRƯNG SINH LÝ CỦA ÂM

1. Độ cao

Thực nghiệm cho thấy âm có tần số càng lớn thì nghe càng cao ; âm có tần số càng nhỏ thì nghe càng trầm.

Vậy, *độ cao của âm là một đặc trưng sinh lý của âm gắn liền với tần số âm.*

Chú ý rằng, tần số 880 Hz chẳng hạn, thì gấp đôi tần số 440 Hz nhưng không thể nói âm có tần số 880 Hz cao gấp đôi âm có tần số 440 Hz được.

2. Độ to

Phếch-ne và Vê-be đã chứng minh rằng cảm giác về độ to của âm lại không tăng theo cường độ âm, mà tăng theo mức cường độ âm. Tai con người chỉ có thể phân biệt được hai âm có mức cường độ âm chênh lệch nhau ít nhất là 1dB.

Cảm giác âm to hay nhỏ không chỉ phụ thuộc vào mức cường độ âm mà còn phụ thuộc cả vào tần số của âm. Với cùng một mức cường độ âm, tai nghe được âm có tần số cao to hơn âm có tần số thấp. Do đó phát thanh viên nữ nói nghe rõ hơn phát thanh viên nam.

Khi sóng âm đến tai có mức cường độ âm là 130 dB thì sẽ gây cho ta cảm giác nhức nhối đau đớn. Vì thế mức cường độ âm 130 dB gọi là *ngưỡng đau*.

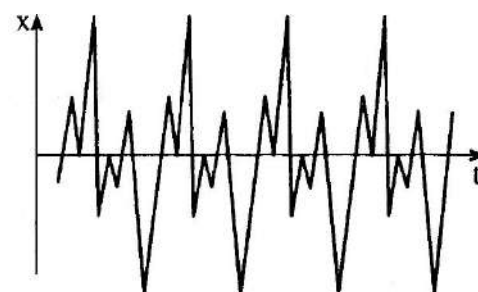
Như vậy, *độ to chỉ gần đúng là một đặc trưng sinh lý của âm gắn liền với mức cường độ âm.*

3. Âm sắc

a) Một chiếc đàn ghita, một chiếc đàn viôlon, một chiếc kèn sácxô cùng phát ra một nốt *la* chẳng hạn, ở cùng một độ cao. Khi nghe, ta dễ dàng phân biệt âm nào do đàn ghita phát ra, âm nào do đàn viôlon phát ra, âm nào do kèn phát ra.



a) Sáo



b) Kèn sácxô

Hình 23.4

Người ta nói rằng, sở dĩ ta phân biệt được ba âm đó vì chúng có *âm sắc* khác nhau.

b) Nếu ghi đồ thị dao động của ba âm đó, ta sẽ được ba đồ thị dao động khác hẳn nhau. Các đồ thị dao động đó có dạng khác nhau, nhưng có cùng chu kì.

Ví dụ, trên hình 23.4, có đồ thị dao động của cùng một nốt *a* của một chiếc sáo và một chiếc kèn saxô.

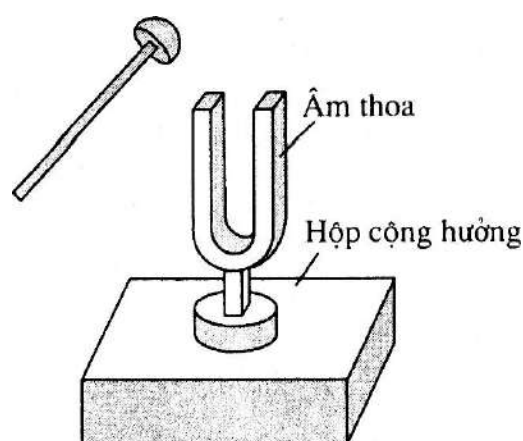
c) Để thấy rõ sự liên quan mật thiết giữa âm sắc và đồ thị dao động âm, ta hãy xét cơ chế hoạt động của chiếc đàn oocgan.

Trong đàn oocgan có những mạch điện tử có thể tạo ra dao động điện từ có đồ thị dao động giống hệt đồ thị dao động âm của các thứ đàn và kèn như pianô, violon, ghita, kèn saxô, sáo,... Khi đưa các dao động điện từ đó ra loa thì đàn oocgan có thể phát ra âm giống hệt âm của các nhạc cụ nói trên.

Vậy, *âm sắc là một đặc trưng sinh lí của âm, giúp ta phân biệt âm do các nguồn khác nhau phát ra. Âm sắc có liên quan mật thiết với đồ thị dao động âm.*

V – HỘP CỘNG HƯỞNG

1. Cầm cán của một âm thoa rồi dùng vỏ cao su gõ nhẹ vào một nhánh của âm thoa, âm thoa sẽ phát ra một âm nghe rất khẽ. Nếu cho cán của âm thoa đang phát âm chạm vào vỏ một hộp gỗ, hay kim loại (Hình 23.5) một đầu kín, một đầu hở, có kích thước thích hợp thì âm phát ra sẽ giữ nguyên độ cao nhưng cường độ âm tăng lên rõ rệt. Lúc đó có hiện tượng *cộng hưởng âm* và hộp đó gọi là *hộp cộng hưởng*.



Hình 23.5

Âm thoa gắn trên hộp cộng hưởng

Có thể giải thích hiện tượng cộng hưởng âm như sau. Mỗi hộp cộng hưởng coi như một ống có một đầu kín một đầu hở. Khi âm thoa dao động, nó truyền dao động này cho cột khí trong hộp, tạo ra sóng âm. Sóng âm, phản xạ ở hai đầu hộp tạo ra sóng dừng.

Nếu tần số của âm thoa gần bằng tần số riêng f của hộp thì sóng dừng sẽ mạnh lên và cường độ âm được tăng lên nhiều lần. Lúc đó, ta gọi là có cộng hưởng âm.

Mỗi cây đàn dây thường có dây được căng trên một hộp đàn có hình dạng và kích thước khác nhau. Hộp đàn có tác dụng như một hộp cộng hưởng sẽ tăng cường âm cơ bản và một số họa âm khiến cho âm tổng hợp phát ra vừa to, vừa có một âm sắc riêng đặc trưng cho đàn đó.



CAU HỎI

1. Thế nào là sóng âm ?
2. Nêu những đặc trưng vật lí của âm. Nêu định nghĩa của cường độ âm và mức cường độ âm.
3. Nêu những đặc trưng sinh lí của âm và mối liên hệ mật thiết của chúng với các đặc trưng vật lí của âm.



BÀI TẬP

1. Chọn phát biểu đúng.
Siêu âm là âm
A. có tần số lớn.
B. có cường độ rất lớn.
C. có tần số trên 20 000 Hz.
D. truyền trong mọi môi trường nhanh hơn âm.
2. Chọn phát biểu đúng.
Độ cao của âm
A. là một đặc trưng vật lí của âm.
B. là một đặc trưng sinh lí của âm.
C. vừa là đặc trưng vật lí, vừa là đặc trưng sinh lí của âm.
D. là tần số của âm.
3. Chọn phát biểu đúng.
Âm sắc là
A. màu sắc của âm.
B. một tính chất của âm giúp ta nhận biết các nguồn âm.
C. một đặc trưng sinh lí của âm.
D. một đặc trưng vật lí của âm.

4. Chọn phát biểu đúng.
Độ to của âm gắn liền với
- A. cường độ âm.
 - B. biên độ dao động của âm.
 - C. mức cường độ âm.
 - D. tần số âm.
5. Đối với âm cơ bản và họa âm thứ 2 do cùng một dây đàn phát ra thì
- A. họa âm thứ 2 có cường độ lớn hơn cường độ âm cơ bản.
 - B. tần số họa âm thứ 2 gấp đôi tần số âm cơ bản.
 - C. tần số âm cơ bản lớn gấp đôi tần số họa âm thứ 2.
 - D. tốc độ âm cơ bản gấp đôi tốc độ họa âm thứ 2.
6. Hộp cộng hưởng có tác dụng
- A. làm tăng tần số của âm.
 - B. làm giảm bớt cường độ âm.
 - C. làm tăng cường độ của âm.
 - D. làm giảm độ cao của âm.
7. Tiếng la hét 80 dB có cường độ lớn gấp bao nhiêu lần tiếng nói thầm 20 dB ?
8. Một dây đàn violon hai đầu cố định, dao động, phát ra âm cơ bản ứng với nốt nhạc la có tần số 440 Hz. Tốc độ sóng trên dây là 250 m/s. Hỏi độ dài của dây bằng bao nhiêu ?

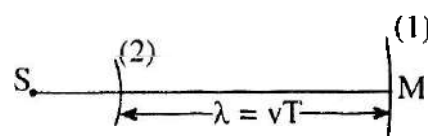
I – NHẬN XÉT

Ta đang đạp xe trên đường thì gặp một xe cứu thương phóng ngược lại, vừa phóng vừa rú còi. Sau khi hai xe gặp nhau rồi rời xa nhau, ta nghe thấy tiếng còi của xe cứu thương trầm hẳn xuống. Âm mà ta nghe được lúc hai xe rời xa nhau có tần số nhỏ hơn so với lúc hai xe lại gần nhau.

Những thay đổi tần số của âm liên quan đến chuyển động gọi là hiệu ứng Đốp-ple.

II – CÔNG THỨC ĐỐP-PLE

Giả sử không khí đứng yên trong HQC của chúng ta. Tại $t = 0$, nguồn âm S đứng yên phát ra một ngọn sóng (1). Sau thời gian bằng một chu kỳ T, tức là tại thời điểm $t = t$, thì nguồn lại phát ra ngọn sóng (2). Trong thời gian đó ngọn sóng (1) đã đi được đoạn đường bằng một bước sóng λ (Hình 24.1).



Hình 24.1

$$\lambda = vT$$

Một người quan sát đứng yên tại M sẽ nhận được hai ngọn sóng liên tiếp cách nhau λ sau một khoảng thời gian là một chu kỳ T. Người quan sát nghe thấy một âm có tần số f bằng tần số của nguồn.

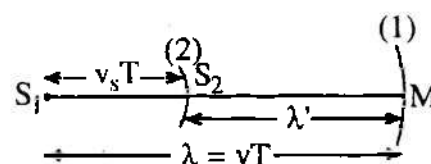
1. Người quan sát (máy thu) đứng yên, nguồn âm S chuyển động theo phương đi qua người quan sát.

a) Nguồn âm S chuyển động lại gần người quan sát M với vận tốc v_s :

Khi ngọn sóng (1) trong một chu kỳ đi được đoạn đường $\lambda = vT$ (v là tốc độ của âm) thì nguồn âm đi được đoạn đường $S_1S_2 = v_sT$ và ở vị trí S_2 nó phát ra ngọn sóng thứ (2) (Hình 24.2). Do đó khoảng cách giữa hai ngọn sóng liên tiếp mà người quan sát ở M nhận được là :

$$\lambda' = vT - v_sT = T(v - v_s) \Rightarrow \lambda' = (v - v_s) \frac{\lambda}{v}$$

$$\lambda' = \left(1 - \frac{v_s}{v}\right) \lambda$$



Hình 24.2

$$\text{hay :} \quad f' = \frac{v}{v - v_S} f \left(\begin{array}{c} S \xrightarrow{v_S} M \\ \text{đứng yên} \end{array} \right) \quad (24.1)$$

b) Nguồn chuyển động ra xa người quan sát

Lập luận tương tự ta được :

$$\lambda' = \left(1 + \frac{v_S}{v} \right) \lambda$$

$$\text{hay :} \quad f' = \frac{v}{v + v_S} f \left(\begin{array}{c} \xleftarrow{v_S} S \quad M \\ \text{đứng yên} \end{array} \right) \quad (24.2)$$

Kết luận : Khi nguồn âm chuyển động lại gần người quan sát đứng yên, theo phương đi qua người quan sát thì người quan sát nghe thấy âm có tần số f' lớn hơn tần số f của âm phát ra. Ngược lại, khi nguồn âm chuyển động ra xa người quan sát đứng yên thì người quan sát nghe thấy âm có tần số f' nhỏ hơn tần số f của âm phát ra.

2. Nguồn đứng yên và người quan sát chuyển động theo phương đi qua nguồn

Trong trường hợp này, khoảng cách giữa hai ngọn sóng (tức bước sóng) không thay đổi nhưng vận tốc của ngọn sóng đối với người quan sát thay đổi.

a) Khi người quan sát lại gần nguồn

$$v' = v + v_M$$

$$f' = \frac{v'}{\lambda}$$

$$f' = \frac{v + v_M}{v} f \left(\begin{array}{c} S \quad \xleftarrow{v_M} M \\ \text{đứng yên} \end{array} \right) \quad (24.3)$$

b) Tương tự, khi người quan sát chuyển động ra xa nguồn

$$f' = \frac{v - v_M}{v} f \left(\begin{array}{c} S \quad M \xrightarrow{v_M} \\ \text{đứng yên} \end{array} \right) \quad (24.4)$$

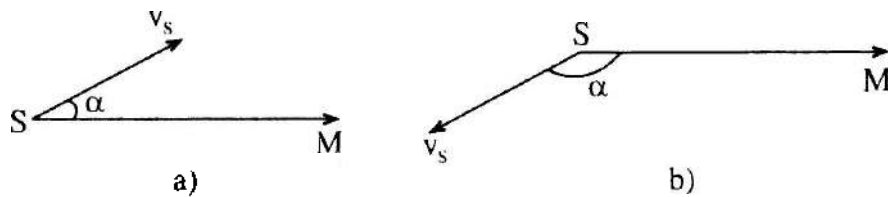
3. Cả nguồn và người quan sát đều chuyển động theo phương qua chúng

$$f' = f \left(\frac{v \pm v_M}{v \mp v_S} \right) \quad \left\{ \begin{array}{l} + : \text{lại gần} ; \quad - : \text{ra xa.} \\ + : \text{ra xa} ; \quad - : \text{lại gần.} \end{array} \right.$$

Ta có thể chọn một *chiều dương là chiều từ S đến M*, khi ấy ta có công thức đại số :

$$f' = f \left(\frac{v - v_M}{v - v_S} \right) \quad \begin{cases} v_M > 0 ; v_S > 0 : \text{cùng chiều dương;} \\ v_M < 0 ; v_S < 0 : \text{ngược chiều dương.} \end{cases} \quad (24.5)$$

4. Khi nguồn âm chuyển động theo hướng làm với hướng $\overline{SM}$ một góc α (Hình 24.3a, b) thì trong công thức đại số (24.5) ta thay v_S bằng $v_S \cos \alpha$.



Hình 24.3

Còn khi người quan sát chuyển động thì ta thay v_M bằng $v_M \cos \alpha$.

III – ỨNG DỤNG

Hiệu ứng Dopple được ứng dụng rộng rãi trong kĩ thuật để đo tốc độ của những vật mà ta không tiếp cận được : một số máy thăm dò dùng siêu âm còn có thêm một bộ phận để đo tần số của sóng phản xạ, rồi tự động tính vận tốc của vật phản xạ sóng ấy. Chẳng hạn, máy dò siêu âm của tàu thủy, tàu ngầm vừa có thể xác định khoảng cách tới các con tàu, đàn cá ở xa, vừa có thể xác định vận tốc của chúng. Bằng máy dò siêu âm dùng hiệu ứng Dopple, các bác sĩ đo được tốc độ chảy của máu trong động mạch.

Hiệu ứng Dopple với sóng cực ngắn được ứng dụng để đo tốc độ của máy bay, xe tăng, của ô tô, xe máy trong việc kiểm soát giao thông, của quả bóng tennis, quả tạ, cái lao, trong các cuộc thi điền kinh.

Hiệu ứng Dopple đối với sóng ánh sáng nhìn thấy đã cho phép các nhà thiên văn xác định sự chuyển động của các ngôi sao, thiên hà đối với Trái Đất. Sự dịch chuyển về phía đỏ, tức là về phía bước sóng dài, tần số lớn, chứng tỏ các thiên hà đang chuyển động ra xa Trái Đất và càng ra xa chúng chuyển động càng nhanh.

Đối với sóng ánh sáng $v = c = 3.10^8$ m/s ta phải áp dụng công thức Dopple tương đối tính :

$$f' = \sqrt{\frac{1 + \beta}{1 - \beta}}, \quad \text{với } \beta = \frac{u}{c} \quad \begin{cases} u > 0 : \text{lại gần} \\ u < 0 : \text{ra xa} \end{cases} \quad (24.6)$$

hay gần đúng : $f' = f_0 \left(1 + \frac{u}{c} \right)$, u là vận tốc tương đối của nguồn đối với người quan sát.

CÂU HỎI

1. Thế nào là hiệu ứng Đốp-ple ? Cho một ví dụ.
2. Viết công thức liên hệ tần số f' của âm mà máy thu ghi được với tần số f của âm do nguồn phát ra trong các trường hợp :
 - a) Máy thu đứng yên, nguồn âm chuyển động lại gần
 - b) Máy thu đứng yên, nguồn âm chuyển động ra xa.
 - c) Nguồn âm đứng yên, máy thu chuyển động lại gần.
 - d) Nguồn âm đứng yên, máy thu chuyển động ra xa.



BÀI TẬP

1. Hiệu ứng Đốp-ple gây ra hiện tượng gì sau đây ?
 - A. Thay đổi cường độ âm khi nguồn âm chuyển động so với người nghe.
 - B. Thay đổi độ cao của âm khi nguồn âm chuyển động so với người nghe.
 - C. Thay đổi âm sắc của âm khi người nghe chuyển động lại gần nguồn âm.
 - D. Thay đổi cả độ cao và cường độ âm khi nguồn âm chuyển động.
2. Trong trường hợp nào sau đây thì âm do máy thu ghi nhận được có tần số lớn hơn tần số của âm do nguồn âm phát ra ?
 - A. Nguồn âm chuyển động ra xa máy thu đứng yên.
 - B. Máy thu chuyển động ra xa nguồn âm đứng yên.
 - C. Máy thu chuyển động lại gần nguồn âm đứng yên.
 - D. Máy thu chuyển động cùng chiều và cùng tốc độ với nguồn âm.
3. Một cái còi phát sóng âm có tần số 1000 Hz, chuyển động đi ra xa một người đứng bên đường về phía một vách đá với tốc độ 10 m/s. Lấy tốc độ âm trong không khí là 330 m/s. Hãy tính :
 - a) Tần số của âm người đó nghe trực tiếp từ cái còi.
 - b) Tần số của âm người đó nghe được khi âm phản xạ lại từ vách đá.

Chương IV

DAO ĐỘNG ĐIỆN TỪ VÀ SÓNG ĐIỆN TỪ

25

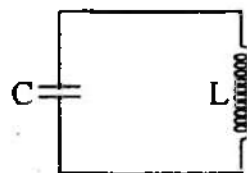
DAO ĐỘNG ĐIỆN TỪ

I – DAO ĐỘNG ĐIỆN TỪ TRONG MẠCH LC

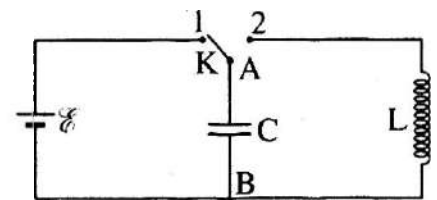
Mạch LC là một mạch điện kín gồm có một tụ điện có điện dung C mắc nối tiếp với một cuộn cảm có độ tự cảm L (Hình 25.1a). Nếu điện trở của mạch rất nhỏ, coi như bằng không, thì mạch là một *mạch LC lí tưởng*.

1. Thí nghiệm với mạch LC

a) Mắc mạch LC lí tưởng vào mạch điện có sơ đồ như trên hình 25.1b. Đầu tiên, đóng cái chuyển mạch K vào (1) để nạp điện cho tụ điện C từ nguồn điện $\mathcal{E}$. Sau đó, chuyển K sang (2) để tụ điện



a)



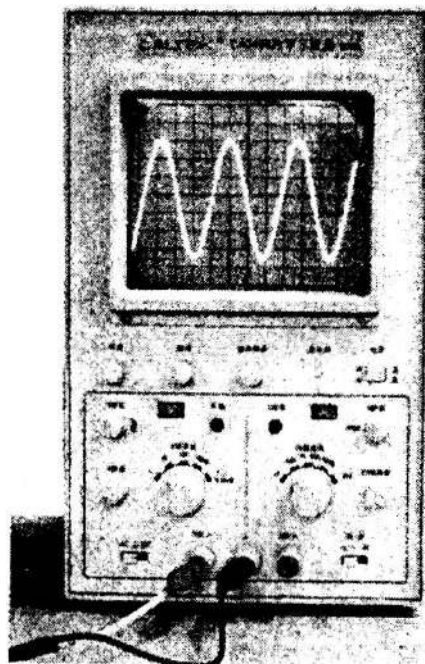
b)

Hình 25.1

C phóng điện qua cuộn cảm L . Ban đầu, cường độ dòng điện trong mạch tăng, gây ra suất điện động tự cảm. Suất điện động tự cảm này làm chậm sự phóng điện của tụ điện. Khi tụ điện hết điện tích thì dòng tự cảm lại nạp điện cho tụ điện,

làm cho tụ điện lại được tích điện, nhưng theo chiều ngược lại. Sau đó, tụ điện lại phóng điện theo chiều ngược với ban đầu. Hiện tượng cứ lặp đi lặp lại.

b) Nối hai bản tụ điện với lối vào của dao động kí điện tử, ta thấy sự biến thiên theo thời gian của hiệu điện thế giữa hai bản tụ điện (cũng là hiệu điện thế giữa hai đầu cuộn cảm) được biểu diễn bằng một hình sin trên màn hình (Hình 25.2), giống như đồ thị của dao động cơ điều hòa. Sau đó, nối với lối vào của dao động kí điện tử một cuộn cảm L_1 ghép cảm ứng (liên kết cảm ứng, xem *Vật lí 11, tập một, bài 30*) với cuộn cảm L của mạch LC ta cũng thấy một hình sin trên màn hình biểu diễn đồ thị của cường độ dòng điện chạy qua cuộn cảm của mạch LC. Từ đó, có thể nhận xét là : trong mạch LC, hiệu điện thế giữa hai bản tụ điện (và do đó, điện tích của tụ điện) và cường độ dòng điện chạy qua cuộn cảm biến thiên điều hoà theo thời gian. Vì vậy, mạch LC được gọi là *mạch dao động*.



Hình 25.2

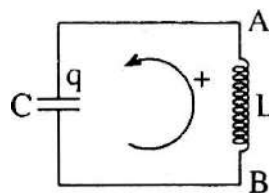
Ngoài ra, cường độ điện trường trong tụ điện (tỉ lệ thuận với điện tích tụ điện) và cảm ứng từ của từ trường trong cuộn cảm (tỉ lệ thuận với cường độ dòng điện) cũng biến thiên điều hoà theo thời gian.

Sự biến thiên điều hoà theo thời gian của điện tích của tụ điện và cường độ dòng điện chạy qua cuộn cảm (hoặc của cường độ điện trường trong tụ điện và cảm ứng từ của từ trường trong cuộn cảm) trong mạch dao động được gọi là dao động điện từ.

2. Khảo sát định lượng dao động điện từ

a) Chọn chiều dương trong mạch là chiều đi qua cuộn cảm từ B đến A. (Hình 25.3) Nếu dòng điện đi theo chiều ấy thì cường độ của nó là số dương, $i > 0$; nếu ngược lại thì $i < 0$.

Gọi q là điện tích của bản nối với A (gọi là bản A) của tụ điện. q biến đổi theo thời gian và có thể có giá trị dương hoặc âm, điện tích của bản kia sẽ là $-q$. Hiệu điện thế giữa hai bản tụ điện là $u_{AB} = \frac{q}{C}$.



Hình 25.3

Gọi Δq là độ biến thiên điện tích (dương hoặc âm) của bản A trong khoảng thời gian rất nhỏ Δt , độ biến thiên điện tích đó do dòng điện i chuyển tới trong cùng thời gian. Vậy :

$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t} \quad (\Delta t \text{ rất nhỏ})$$

hay
$$i = \frac{dq}{dt} = q' \quad (25.1)$$

Vào thời điểm t , nếu $i > 0$ thì $q' > 0$ tức là q tăng ; nếu $i < 0$ thì $q' < 0$ tức là q giảm.

b) Dòng điện i chạy qua cuộn cảm sinh ra suất điện động tự cảm $e = -L \frac{di}{dt}$.
Hiệu điện thế giữa hai đầu cuộn cảm có thể tính được theo định luật Ôm :

$$u_{AB} = e - ri$$

(chiều AB ngược với chiều dương của dòng điện). Vì điện trở r của cuộn cảm không đáng kể, nên :

$$u_{AB} = e = -L \frac{di}{dt} \quad (25.2)$$

Mặt khác, u_{AB} cũng là hiệu điện thế giữa hai bản tụ điện :

$$u_{AB} = \frac{q}{C} \quad (25.3)$$

Cuối cùng, từ (25.1), (25.2) và (25.3) ta suy ra phương trình vi phân cho sự biến đổi điện tích q của bản A của tụ điện theo thời gian :

$$\frac{q}{C} = -L \frac{di}{dt} = -Lq''$$

hay
$$q'' + \frac{1}{LC}q = 0 \quad (25.4)$$

Đặt $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, ta có :

$$q'' + \omega^2 q = 0 \quad (25.5)$$

Phương trình (25.5) tương tự như phương trình động lực học của vật nặng trong con lắc lò xo. Nghiệm của (25.5) có dạng :

$$q = q_0 \cos(\omega t + \varphi) \quad (25.6)$$

$$\text{Từ đó } i = q' = -\omega q_0 \sin(\omega t + \varphi) = I_0 \cos\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right) \quad (25.7)$$

với $I_0 = q_0 \omega$

$$\text{và } u_{AB} = \frac{q}{C} = \frac{q_0}{C} \cos(\omega t + \varphi) \quad (25.8)$$

Các phương trình (25.6), (25.7) và (25.8) cho thấy các đại lượng điện q , i , u đều biến thiên điều hòa theo thời gian với tần số góc $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$.

Nếu chọn gốc thời gian ($t = 0$) là lúc tụ điện bắt đầu phóng điện trong thí nghiệm trên, thì lúc $t = 0$, $q = C\xi = q_0$ và $i = 0$, ta suy ra $\varphi = 0$. Từ đó :

$$q = q_0 \cos \omega t \text{ và } i = I_0 \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

3. Dao động điện từ tự do

Nếu không có tác động điện hoặc từ từ bên ngoài, thì dao động điện từ trong mạch dao động LC gọi là *dao động điện từ tự do*. Chu kỳ và tần số của dao động điện từ tự do trong mạch dao động gọi là *chu kỳ và tần số dao động riêng của mạch dao động*. Công thức tính chu kỳ, tần số và tần số góc dao động riêng của mạch dao động gọi là *công thức Tôm-xơn*, có dạng :

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (25.9)$$

$$T = 2\pi\sqrt{LC} \quad (25.10)$$

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (25.11)$$

Nếu L vào cỡ milihenry, C vào cỡ picôfara thì tần số riêng của mạch dao động vào cỡ megahéc.

II – NĂNG LƯỢNG ĐIỆN TỪ TRONG MẠCH DAO ĐỘNG

Nếu không có sự tiêu hao năng lượng thì trong quá trình dao động điện từ, năng lượng được tập trung ở tụ điện và ở cuộn cảm. Tại một thời điểm bất kì, ta có :

Năng lượng điện trường tập trung trong tụ điện :

$$W_C = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{q_0^2}{2C} \cos^2(\omega t + \varphi)$$

Năng lượng từ trường tập trung trong cuộn cảm :

$$W_L = \frac{1}{2} Li^2 = \frac{L\omega^2 q_0^2}{2} \sin^2(\omega t + \varphi) = \frac{q_0^2}{2C} \sin^2(\omega t + \varphi)$$

Ta suy ra năng lượng điện từ toàn phần của mạch LC là :

$$W = W_C + W_L = \frac{q_0^2}{2C} = \text{hằng số} \quad (25.12)$$

Vậy, trong quá trình dao động của mạch, năng lượng từ trường và năng lượng điện trường luôn chuyển hóa cho nhau, nhưng tổng năng lượng điện từ là không đổi.

III – DAO ĐỘNG ĐIỆN TỪ TẮT DẦN

1. Trong các mạch dao động thực, luôn có tiêu hao năng lượng, ví dụ do điện trở R của cuộn cảm, dây dẫn. Vì vậy, năng lượng điện từ trong mạch bị giảm dần do có sự tỏa nhiệt trên điện trở, và, cuối cùng, dao động điện từ trong mạch sẽ dừng lại sau khi năng lượng bị tiêu hao hết. Chính vì vậy mà sự biến thiên theo thời gian của cường độ dòng điện cũng như của điện tích của tụ điện, hiệu điện thế giữa hai bản tụ điện,... không theo quy luật hình sin nữa. Biên độ của chúng giảm dần theo thời gian, và khi đó, dao động điện từ trong mạch là *dao động điện từ tắt dần*.

2. Ta hãy thiết lập *phương trình dao động điện từ tắt dần* trong mạch LC có $R \neq 0$. Ta biết trong quá trình dao động điện từ tắt dần, một phần năng lượng của dao động biến thành nhiệt toả trên điện trở R . Giả sử trong khoảng thời gian dt , năng lượng của dao động giảm một lượng $-dW$ và nhiệt toả trên điện trở R là $RI^2 dt$. Theo định luật bảo toàn năng lượng, ta có :

$$-dW = RI^2 dt \quad (25.13)$$

Nhưng $W = W_C + W_L = \frac{q^2}{2C} + \frac{Li^2}{2}$, nên phương trình (25.13) được viết thành :

$$\begin{aligned} -d\left(\frac{q^2}{2C} + \frac{Li^2}{2}\right) &= RI^2 dt \quad \text{hay} \quad \frac{d}{dt}\left(\frac{q^2}{2C} + \frac{Li^2}{2}\right) = -RI^2 \\ \Rightarrow \frac{q}{C} \frac{dq}{dt} + Li \frac{di}{dt} &= -RI^2 \end{aligned}$$

Vì $i = \frac{dq}{dt}$ nên ta có thể viết :

$$\frac{q}{C}i + Li \frac{di}{dt} = -Ri^2 \text{ hay } \frac{q}{C} + L \frac{di}{dt} = -Ri$$

Lấy đạo hàm hai vế phương trình này theo thời gian ta được :

$$L \frac{d^2i}{dt^2} + R \frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = 0 \text{ hay } \frac{d^2i}{dt^2} + 2\beta \frac{di}{dt} + \omega_0^2 i = 0$$

$$\Rightarrow i'' + 2\beta i' + \omega_0^2 i = 0 \quad (25.14)$$

trong đó ta đặt $\frac{R}{L} = 2\beta$ và $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$, với ω_0 là tần số góc riêng của mạch dao động.

• Phép tính chi tiết cho kết quả sau :

Khi $\omega_0 > \beta$ hay $\frac{1}{LC} > \left(\frac{R}{2L}\right)^2$ (hay $R < 2\sqrt{\frac{L}{C}}$) nghiệm của phương trình (25.14) có dạng :

$$i = I_0 e^{-\beta t} \sin(\omega' t + \varphi) \quad (25.15)$$

Phương trình này chính là *phương trình của dao động điện từ tắt dần*. Các đại lượng I_0 và φ được xác định từ điều kiện ban đầu, còn ω' là tần số góc của dao động tắt dần, có giá trị :

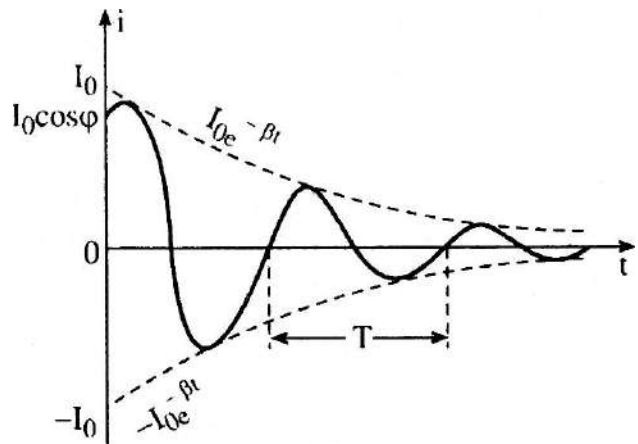
$$\omega' = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2} \quad (25.16)$$

Từ đó, chu kì của dao động điện từ tắt dần bằng :

$$T = \frac{2\pi}{\omega'} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}} \quad (25.17)$$

Đại lượng $I_0 e^{-\beta t}$ trong biểu thức (25.15) chính là biên độ của dao động tắt dần. Ta thấy *biên độ dao động giảm dần với thời gian theo quy luật hàm mũ*.

Đường biểu diễn của i theo thời gian t trên hình 25.4 cho thấy rõ tính chất đó (đường này nằm nội tiếp giữa hai đường cong $-I_0 e^{-\beta t}$ và $I_0 e^{-\beta t}$).



Hình 25.4

• Để đặc trưng cho mức độ tắt dần của dao động điện từ người ta đưa vào đại lượng gọi là *giảm lượng lôgarit*, kí hiệu là δ , có trị số bằng lôgarit tự nhiên (cơ số e) của tỉ số giữa hai trị số liên tiếp của biên độ dao động cách nhau một khoảng thời gian bằng một chu kì T, nghĩa là :

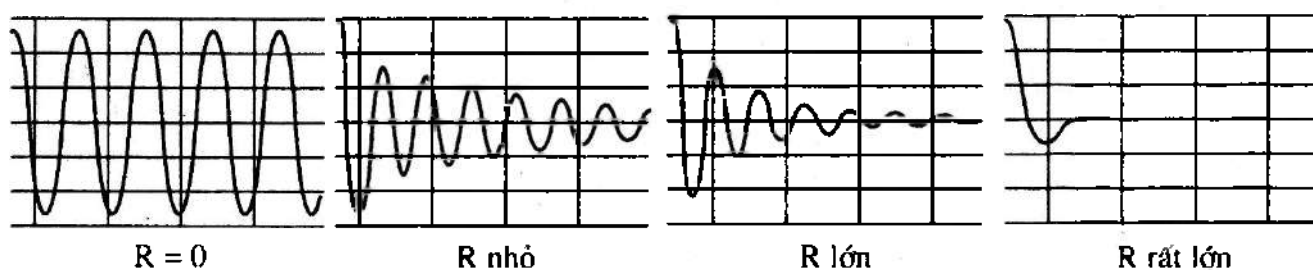
$$\delta = \ln \left[\frac{I_0 e^{-\beta t}}{I_0 e^{-\beta(t+T)}} \right]$$

hay
$$\delta = \beta T = \sqrt{\frac{R}{2L}} \cdot \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}} \quad (25.18)$$

• Ta thấy *chu kì dao động điện từ tắt dần lớn hơn chu kì riêng* $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$ của dao động điện từ riêng của mạch.

3. Cần chú ý rằng dao động điện từ trong mạch LCR ghép nối tiếp chỉ xảy ra khi $\omega_0 > \beta$ hay $R < 2\sqrt{\frac{L}{C}}$. Trị số điện trở $R_0 = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ được gọi là *điện trở tới hạn của mạch*. Nếu $R \geq R_0$ ($\omega_0 \leq \beta$) thì trong mạch không có hiện tượng dao động. Khi đó, cường độ dòng điện biến thiên theo quy luật hàm mũ.

Tùy thuộc vào giá trị của điện trở R của mạch, quan sát trên màn hình dao động kí điện tử ta thấy sự giảm dần của biên độ dao động điện từ trong mạch dao động như trên hình 25.5.

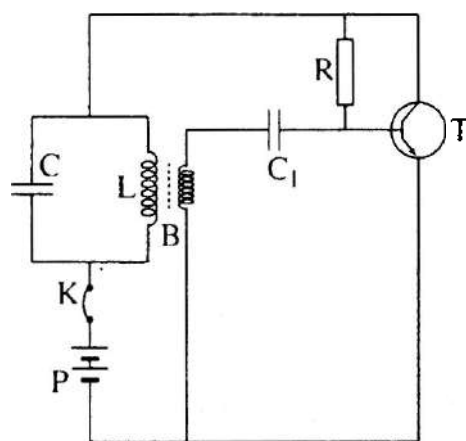


Hình 25.5

IV – DAO ĐỘNG ĐIỆN TỪ DUY TRÌ. HỆ TỰ DAO ĐỘNG

Muốn duy trì dao động, ta phải bù đủ và đúng phần năng lượng bị tiêu hao trong mỗi chu kì. Muốn làm việc này, có thể dùng tranzito để điều khiển việc bù năng lượng từ pin cho mạch dao động LC ăn nhịp với từng chu kì dao động của mạch.

Trong sơ đồ hình 25.6, mạch điện duy trì dao động cho mạch LC, gồm có biến áp B chuyển các dao động của mạch LC tác động vào cực gốc của tranzito qua tụ điện C_1 . Tác động này điều khiển sự đóng mở của tranzito sao cho dòng điện từ pin P *bổ sung* cho mạch LC đúng với phần năng lượng mà mạch LC bị mất trong từng chu kì. Dao động trong mạch LC được duy trì ổn định với tần số riêng ω_0 của mạch. Người ta gọi đây là một *hệ tự dao động*.

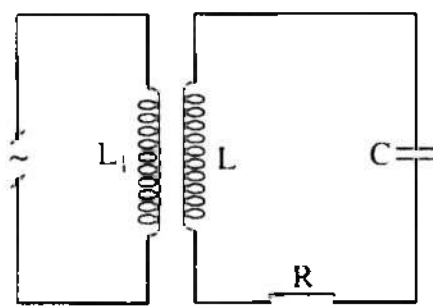


Hình 25.6

V – DAO ĐỘNG ĐIỆN TỪ CƯỜNG BỨC. SỰ CỘNG HƯỞNG

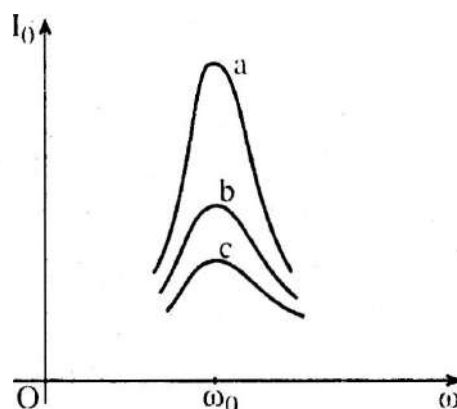
Xét một mạch dao động LC với R là điện trở thuần của cuộn cảm. Nếu ta tích điện cho tụ điện và để cho mạch dao động, thì dao động sẽ tắt dần. Nếu R rất nhỏ thì tần số góc của dao động trong mạch xấp xỉ bằng tần số góc của dao động riêng $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$.

Giả sử trong mạch LC đang không có dao động điện từ. Ta đặt gần cuộn cảm L một cuộn dây L_1 và cho một dòng điện biến thiên hình sin với tần số góc ω chạy qua L_1 , như trên hình 25.7. Khi đó, do hiện tượng cảm ứng điện từ, trong mạch LC có *dao động điện từ cưỡng bức* với tần số góc bằng tần số góc ω của dòng điện trong cuộn L_1 .



Hình 25.7

Nếu ta giữ cho biên độ của dòng điện trong cuộn L_1 (gọi là dòng điện ngoài) không đổi, nhưng thay đổi tần số góc ω của nó, thì biên độ I_0 của dòng điện trong mạch LC đạt cực đại khi tần số góc của dòng điện ngoài (gần đúng) bằng tần số góc riêng của mạch dao động. Đó là *hiện tượng cộng hưởng*.



Hình 25.8

Hiện tượng cộng hưởng càng rõ nếu điện trở R càng nhỏ. Hình 25.8 là đồ thị cộng hưởng; các đường cong a, b, c lần lượt ứng với các giá trị của R tăng dần.

Hiện tượng cộng hưởng được ứng dụng rất nhiều trong các mạch lọc, mạch chọn sóng, mạch khuếch đại,...

VI – SỰ TƯƠNG TỰ GIỮA DAO ĐỘNG ĐIỆN TỪ VÀ DAO ĐỘNG CƠ

Trong *Bài 11* và mục I ở trên, chúng ta đã khảo sát hai loại dao động tách riêng : dao động cơ và dao động điện từ. Tuy vậy, trong phần nghiên cứu về dao động điện từ ta đã có những kết quả giống với kết quả về dao động cơ. Sau đây, ta nhìn lại toàn bộ hai loại dao động trên và nêu lên những đặc điểm giống nhau của hai loại dao động đó.

1. Sự giống nhau về quy luật biến đổi

Ta đối chiếu các đặc điểm chính của dao động cơ của con lắc lò xo và dao động điện từ trong mạch dao động LC.

	Dao động cơ (của con lắc lò xo)	Dao động điện từ (của mạch LC)
Phương trình động lực học hoặc điện động lực học	$x'' + \frac{k}{m}x = 0$ (1.a)	$q' + \frac{1}{LC}q = 0$ (1.b)
Tần số góc riêng	$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ (2.a)	$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ (2.b)
Nghiệm của phương trình	$x = A \cos(\omega t + \varphi)$ (3.a)	$q = q_0 \cos(\omega t + \varphi)$ (3.b)
Năng lượng dao động	$W = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mv^2$ $= \frac{1}{2}kA^2$ (4.a)	$W = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} + \frac{1}{2}Li^2$ $= \frac{1}{2}\frac{q_0^2}{C}$ (4.b)

Điều cơ bản nhất là : các phương trình (vi phân) điện động lực học và động lực học của hai loại dao động có cùng một dạng. Dao động cơ là chuyển động của một vật nặng tuân theo định luật Niu-ơn, dao động điện từ là quá trình biến đổi của điện tích của tụ điện trong mạch điện tuân theo các định luật điện từ. Thế nhưng phương trình chi phối chúng lại đồng nhất về dạng. Sự đồng nhất này không phải chỉ là hình thức, mà là *đồng nhất về quy luật biến đổi theo thời gian*, chẳng hạn như (3.a) và (3.b). Điều này lại dẫn đến một loạt các đặc tính giống nhau của hai loại dao động : tính tuần hoàn, chu kỳ dao động, sự bảo toàn năng lượng, sự chuyển hóa qua lại giữa hai dạng năng lượng, sự tắt dần của dao động, việc duy trì dao động,...

Sự giống nhau về quy luật biến đổi theo thời gian giữa hai loại dao động điện từ và cơ nói trên gọi là *sự tương tự điện – cơ*.

2. Sự tương tự giữa các đại lượng điện và cơ

Các đại lượng trong từng cặp tương ứng sau đây đóng vai trò giống nhau trong các phương trình mô tả hai loại dao động đó. Ta coi chúng là các đại lượng tương tự.

Đại lượng cơ			Đại lượng điện
(Tọa độ)	x	$\leftrightarrow$	q (Điện tích)
(Vận tốc)	$v = x'$	$\leftrightarrow$	$i = q'$ (Cường độ dòng điện)
(Khối lượng)	m	$\leftrightarrow$	L (Độ tự cảm)
(Độ cứng lò xo)	k	$\leftrightarrow$	$\frac{1}{C}$ (Nghịch đảo điện dung)
(Lực)	F	$\leftrightarrow$	u (Hiệu điện thế)
(Hệ số ma sát)	η	$\leftrightarrow$	R (Điện trở)
(Thế năng)	W_t	$\leftrightarrow$	W_C (Năng lượng điện trường)
(Động năng)	W_d	$\leftrightarrow$	W_L (Năng lượng từ trường)

Trạng thái cân bằng của hệ cơ học là lúc vật đứng yên tại vị trí cân bằng, tức là $x = 0$, $v = 0$.

Tương tự, trạng thái cân bằng của mạch LC là lúc tụ điện không tích điện và không có dòng điện trong mạch $q = 0$, $i = 0$.

Đối với hệ dao động tắt dần thì còn có thêm sự tương tự của hai đại lượng khác mà ta sẽ chứng tỏ sau đây.

Trong hệ cơ, nguyên nhân của sự tắt dần là lực ma sát động $F' = -\eta v$ ngược chiều và tỉ lệ với vận tốc, hệ số tỉ lệ η gọi là hệ số ma sát động. Công suất tiêu hao do ma sát là :

$$\mathcal{P} = F'v = -\eta v^2$$

Trong mạch dao động, nguyên nhân của tắt dần là điện trở R của mạch. Công suất tiêu hao do tỏa nhiệt trong mạch là :

$$\mathcal{P} = -Ri^2$$

Đối chiếu hai biểu thức của công suất tiêu hao, và chú ý rằng $v \leftrightarrow i$, ta có thể kết luận :

$$\eta \leftrightarrow R$$

điện trở R của mạch dao động tương tự với hệ số ma sát động η của môi trường đối với vật dao động.

3. Vai trò của sự tương tự điện – cơ

a) Nếu sử dụng sự tương tự điện – cơ thì việc nghiên cứu dao động sẽ dễ dàng hơn. Người ta chỉ dùng một phương pháp chung mà có thể tìm ra kết quả

vận dụng cho nhiều quá trình khác nhau. Ví dụ bằng cách giải phương trình (vi phân) dạng $x'' + \frac{k}{m}x = 0$ (1.a), ta đã tìm ra được quy luật biến đổi dạng sin cho cả hai loại dao động đó.

Hơn thế nữa, trong nghiên cứu khoa học, người ta có thể dùng các phương pháp tính toán và phân tích hệ dao động điện để khảo sát các tính chất của một hệ cơ, hoặc ngược lại, và bằng cách ấy ta có thể tìm ra các kết quả mới.

b) Trong việc khảo sát thực nghiệm, nhiều khi người ta chuyển một quá trình dao động cơ thành một quá trình dao động điện, để quan sát và xử lý hơn. Ví dụ, âm thanh truyền đến một vật tạo nên dao động cơ với tần số hàng trăm héc và biên độ rất nhỏ, rất khó quan sát trực tiếp bằng mắt một dao động như vậy. Nhưng nếu chuyển nó thành một dao động điện, thì có thể nhìn thấy rõ ràng đường biểu diễn dao động trên màn hình của dao động kí điện tử. Lại còn có thể dễ dàng truyền âm thanh ấy đi xa dưới dạng dao động điện. Thực hiện được sự chuyển như vậy cũng là vì có sự tương tự điện – cơ.

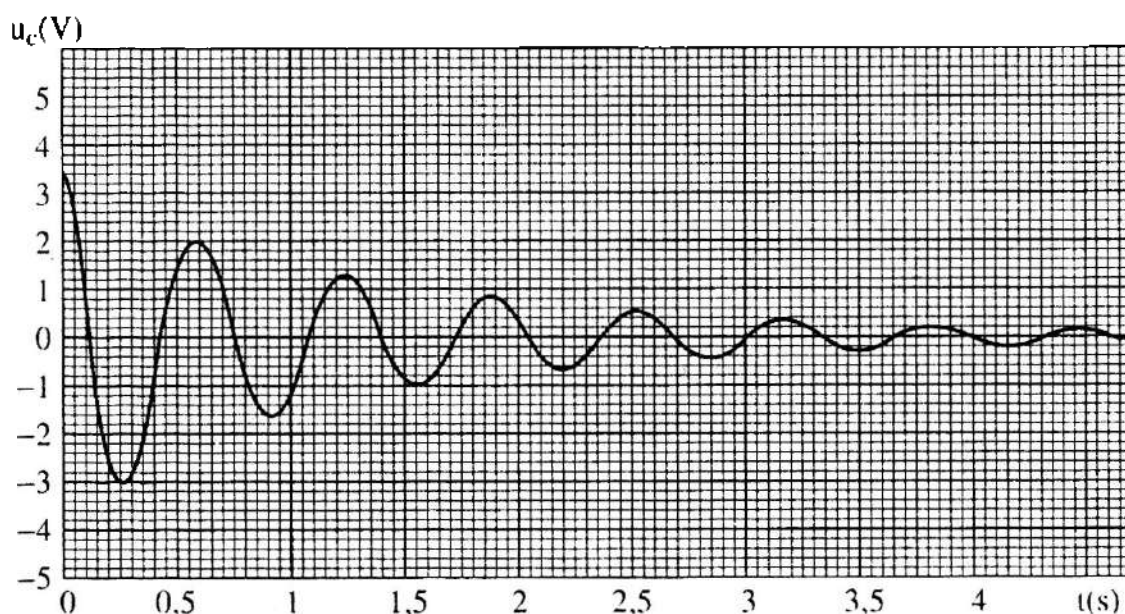
CÂU HỎI

1. Tại sao người ta lại coi độ tự cảm trong dao động điện từ đóng vai trò tương tự như khối lượng trong dao động cơ?
2. Để duy trì dao động trong mạch LC, bạn Lan đã mắc thêm một pin nối tiếp vào mạch nhằm liên tục bổ sung điện năng cho mạch. Giải pháp này có duy trì được dao động không? Tại sao?
3. Tại sao lại nói sóng điện từ là sóng ngang? Sóng điện từ khác sóng cơ ở điểm nào?



BÀI TẬP

1. Dao động điện từ trong mạch dao động LC là quá trình
 - A. biến đổi không tuần hoàn của điện tích trên tụ điện.
 - B. biến đổi theo hàm mũ của cường độ dòng điện.
 - C. chuyển hoá tuần hoàn giữa năng lượng từ trường và năng lượng điện trường.
 - D. bảo toàn hiệu điện thế giữa hai cực tụ điện.
2. Hình 25.9 cho thấy sự biến thiên theo thời gian của hiệu điện thế giữa hai bản của tụ điện có điện dung C, trong một mạch dao động LC.
Từ hình 25.9 một bạn học sinh có các nhận xét sau:
 - A. Đây là một dao động điện có biên độ giảm dần đều sau mỗi chu kì.
 - B. Điện năng ban đầu là 4,5 mJ.
 - C. Tại thời điểm $t = 3$ s thì năng lượng từ trường trong cuộn dây là cực đại.
 - D. Tần số riêng của dao động điện từ này là cỡ 2,5 Hz.Hãy cho biết nhận xét nào đúng.



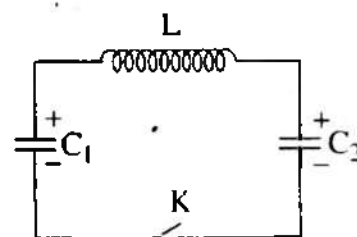
Hình 25.9. Đồ thị biến thiên của u_C theo thời gian t .

3. Một mạch dao động LC có tụ điện 25 pF và cuộn cảm 10^{-4} H . Biết ở thời điểm ban đầu của dao động, cường độ dòng điện có giá trị cực đại và bằng 40 mA . Tìm biểu thức của cường độ dòng điện, của điện tích trên bản của tụ điện và biểu thức của hiệu điện thế giữa hai bản của tụ điện.

4. Một mạch dao động có tụ điện $50 \text{ }\mu\text{F}$ và cuộn cảm 5 mH .

Hãy tính năng lượng toàn phần của mạch và điện tích cực đại trên bản của tụ điện khi hiệu điện thế (điện áp) cực đại giữa hai bản của tụ điện bằng 6 V . Hãy tính năng lượng điện trường, năng lượng từ trường và cường độ dòng điện trong mạch ở thời điểm mà hiệu điện thế giữa hai bản của tụ điện bằng 4 V . Coi điện trở thuần của cuộn cảm không đáng kể.

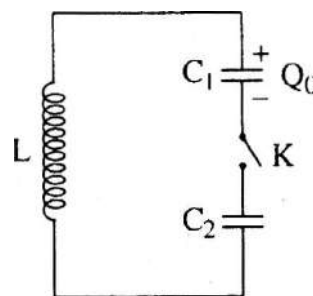
5. Có một mạch điện như hình 25.10. Tụ điện C_1 được tích điện đến hiệu điện thế U_1 , tụ điện C_2 được tích điện đến hiệu điện thế U_2 ($U_1 > U_2$). Cuộn dây có độ tự cảm L và có điện trở không đáng kể. Tìm biểu thức của cường độ dòng điện trong mạch sau khi đóng khóa K .



Hình 25.10

6. Có mạch điện như hình 25.11 : $C_1 = C_2 = C$.

Khi K mở, tụ điện C_1 có điện tích Q_0 (bản trên tích điện dương), tụ điện C_2 chưa tích điện. Hỏi sau khi đóng K , điện tích của các bản của hai tụ điện và cường độ dòng điện trong mạch biến thiên theo thời gian như thế nào ?

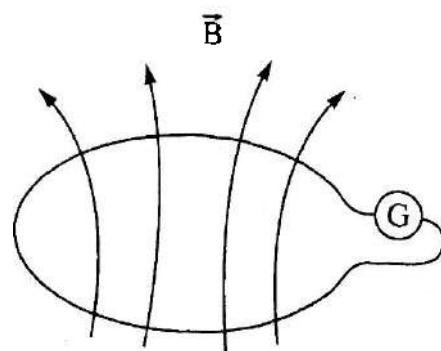


Hình 25.11

I – LIÊN HỆ GIỮA ĐIỆN TRƯỜNG BIẾN THIÊN VÀ TỪ TRƯỜNG BIẾN THIÊN

1. Từ trường biến thiên làm xuất hiện điện trường xoáy

Khi nghiên cứu về hiện tượng cảm ứng điện từ (xem *Vật lí 11*, tập một) ta đã biết rằng, nếu một mạch điện được đặt trong từ trường biến thiên thì trong mạch xuất hiện suất điện động cảm ứng. Bây giờ ta hãy phân tích kĩ một trường hợp cảm ứng điện từ rất đơn giản. Ta nối hai đầu một vòng dây dẫn với một điện kế G và đặt vòng dây dẫn đó vào trong một từ trường $\vec{B}$ có các đường sức từ xuyên qua mặt giới hạn bởi vòng dây dẫn đó (Hình 26.1). Khi cảm ứng từ B biến thiên thì trong mạch xuất hiện một suất điện động cảm ứng và gây ra một dòng điện trong mạch (kim điện kế lệch đi).

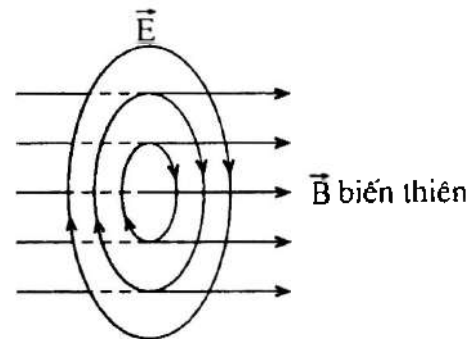


Hình 26.1

Thoạt nhìn, ta thấy, hình như trong trường hợp cảm ứng điện từ này, vòng dây dẫn giữ một vai trò rất quan trọng. Nhưng sự thực, theo Mắc-xoen, thì không phải như thế. Mắc-xoen cho rằng vòng dây dẫn chỉ có tác dụng cho ta thấy được hiện tượng cảm ứng điện từ, chứ nó không có tác dụng nào khác. Theo Mắc-xoen, bản chất của hiện tượng này là : trong không gian của từ trường biến thiên đã xuất hiện một điện trường. Nhưng điện trường này có đặc tính khác với điện trường tĩnh (điện trường của các điện tích đứng yên, xem *Vật lí 11*, tập một). Đó là : đường sức của điện trường này là các đường cong khép kín, giống như những đường sức từ của từ trường. Mắc-xoen gọi điện trường này là *điện trường xoáy*. Nếu ta đặt một vòng dây dẫn vào trong không gian có từ trường biến thiên như ở thí nghiệm trên, thì chính điện trường xoáy này đã buộc các điện tích tự do (electron tự do) phải chuyển động trong vòng dây dẫn kín. Đó là nguyên nhân làm xuất hiện dòng điện trong vòng dây dẫn kín mà ta đã quan sát thấy. Còn nếu vòng dây dẫn hở, thì ở hai đầu của nó sẽ xuất hiện một hiệu điện thế. Như vậy có nghĩa là, vòng dây dẫn đặt tại nơi có

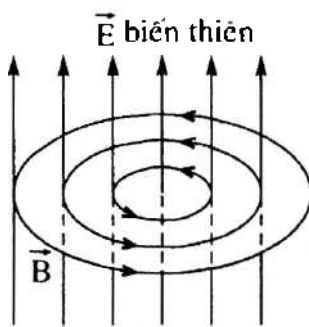
từ trường biến thiên chỉ có tác dụng làm cho ta thấy rõ được sự tồn tại của điện trường xoáy trong không gian mà thôi. Vì vậy, Mắc-xoen đã giả thiết rằng :

Trong vùng không gian có từ trường biến thiên theo thời gian thì trong vùng đó xuất hiện một điện trường xoáy. Nói khác đi, từ trường biến thiên làm xuất hiện điện trường xoáy (Hình 26.2).



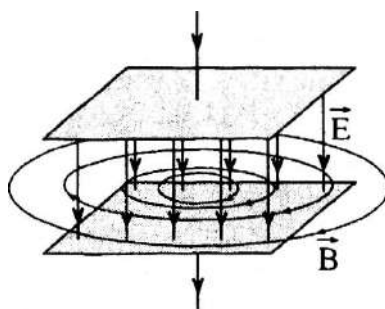
Hình 26.2

2. Điện trường biến thiên làm xuất hiện từ trường



Hình 26.3

Tiếp theo ta có thể đặt câu hỏi : "Liệu điện trường biến thiên theo thời gian có làm xuất hiện từ trường hay không ?" Mắc-xoen cho rằng, quá trình này cũng xảy ra trong tự nhiên, tức là *điện trường biến thiên theo thời gian sẽ làm xuất hiện từ trường*. Các đường sức của từ trường này bao quanh các đường sức của điện trường (vì từ trường là xoáy, có các đường sức luôn khép kín), (Hình 26.3). Nhiều thí nghiệm sau đó đã chứng tỏ giả thuyết của Mắc-xoen là đúng. Khi một tụ điện đang tích điện hay phóng điện, thì giữa hai bản của tụ điện có một điện trường biến thiên. Điện trường biến thiên này sinh ra một từ trường. Hình 26.4 minh họa điện trường biến thiên giữa hai bản tụ điện và từ trường do nó sinh ra trong trường hợp tụ điện đang tích điện, cường độ điện trường đang tăng.



Hình 26.4

Vì vậy, theo Mắc-xoen, điện trường biến thiên theo thời gian tương đương với một dòng điện, gọi là *dòng điện dịch*, và chính dòng điện này đã gây ra từ trường.

II – ĐIỆN TỪ TRƯỜNG

1. Kết hợp hai nhận định trên (gọi là *giả thuyết Mắc-xoen*), Mắc-xoen đã đi đến kết luận là : giữa điện trường và từ trường có mối liên quan mật thiết :

Mỗi biến thiên theo thời gian của từ trường đều sinh ra trong không gian xung quanh một điện trường xoáy biến thiên theo thời gian, và ngược lại, mỗi biến thiên theo thời gian của điện trường cũng sinh ra một từ trường biến thiên theo thời gian trong không gian xung quanh.

Từ trường biến thiên càng nhanh (tức là tốc độ biến thiên $\frac{dB}{dt}$ càng lớn) thì cường độ điện trường xoáy $\vec{E}$ càng lớn. Ngược lại, điện trường biến thiên càng nhanh (tức là tốc độ biến thiên $\frac{dE}{dt}$ càng lớn) thì cảm ứng từ $\vec{B}$ càng lớn.

2. Như vậy, từ trường và điện trường không tồn tại riêng biệt, độc lập với nhau. Không thể có từ trường biến thiên mà ở không gian xung quanh không xuất hiện điện trường. Ngược lại, điện trường biến thiên không thể tồn tại tách rời với từ trường.

Hai trường biến thiên này liên quan mật thiết với nhau và là hai thành phần của một trường thống nhất, gọi là điện từ trường.

Chú ý : Trên cơ sở các giả thuyết nêu trên, Mắc-xoen đã thiết lập được một hệ phương trình, gọi là *hệ phương trình Mắc-xoen*, diễn tả mối liên hệ chặt chẽ giữa sự biến thiên của từ trường theo thời gian và điện trường xoáy, và giữa sự biến thiên của điện trường theo thời gian và từ trường. Hệ phương trình Mắc-xoen là nền tảng cơ bản của *thuyết điện từ Mắc-xoen*. Nhiều công trình nghiên cứu thực nghiệm đã xác nhận các kết quả thu được từ thuyết điện từ Mắc-xoen là hoàn toàn chính xác.

Thuyết điện từ Mắc-xoen không những đã giúp giải thích các hiện tượng điện từ đã biết, mà còn cho phép tiên đoán nhiều điều quan trọng khác. Đặc biệt đáng chú ý là, kết luận về *tính hữu hạn của tốc độ truyền tương tác điện từ và sự tồn tại của sóng điện từ*.

Theo thuyết tương tác xa, lực Cu-lông giữa hai điện tích sẽ thay đổi ngay tức khắc, nếu một điện tích rời khỏi vị trí của nó. Như vậy, tương tác giữa các điện tích truyền đi một cách tức thời. Điện tích này chịu tác dụng trực tiếp của điện tích kia qua khoảng chân không giữa chúng. Theo quan điểm của Mắc-xoen, hiện tượng xảy ra theo cách khác và phức tạp hơn. Khi một điện tích dịch chuyển, điện trường ở gần nó thay đổi. Điện trường biến thiên này gây ra từ trường biến thiên ở khu vực lân cận. Từ trường biến thiên đến lượt nó lại gây ra điện trường biến thiên... Như vậy điện tích dịch chuyển đã gây nên một điện từ trường lan truyền đi và dần dần chiếm khoảng không gian rộng hơn quanh điện tích. Trên đường đi, điện từ trường này làm thay đổi điện trường đã có từ trước lúc điện tích dịch chuyển. Cuối cùng, điện từ trường đó đã lan truyền đến vị trí của điện tích thứ hai, và làm cho lực tác dụng lên điện tích này thay đổi. Điều này không phải xảy ra ở ngay thời điểm mà điện tích thứ nhất dịch chuyển, mà xảy ra sau đó một khoảng thời gian nhất định. Như vậy là, quá trình lan truyền của điện từ trường đã xảy ra với tốc độ hữu hạn, tuy rằng tốc độ này rất lớn.

Bằng tính toán lí thuyết, Mắc-xoen đã chứng minh được rằng, tốc độ lan truyền của quá trình trên đây bằng tốc độ của ánh sáng trong chân không. Điều này về sau đã được thực nghiệm xác nhận.

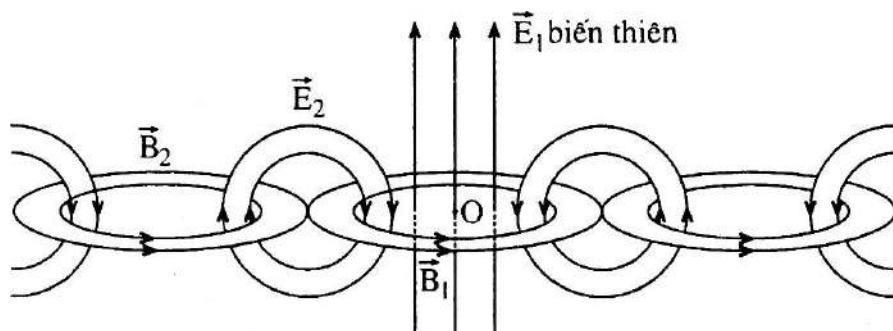
III – SÓNG ĐIỆN TỪ

1. Sự hình thành sóng điện từ

a) Giả sử tại một điểm O trong không gian có một điện trường $\vec{E}_1$ biến thiên tuần hoàn theo thời gian. Điện trường $\vec{E}_1$ làm xuất hiện một từ trường $\vec{B}_1$ biến thiên tuần hoàn theo thời gian tại vùng lân cận. Từ trường $\vec{B}_1$ lại làm xuất hiện

điện trường $\vec{E}_2$ biến thiên tuần hoàn theo thời gian ở vùng lân cận khác, rồi tương tự, lại xuất hiện từ trường $\vec{B}_2$ biến thiên tuần hoàn theo thời gian,... (Hình 26.5).

Hình 26.5



Quá trình lan truyền trong không gian của điện từ trường biến thiên tuần hoàn theo thời gian là một quá trình sóng, gọi là sóng điện từ.

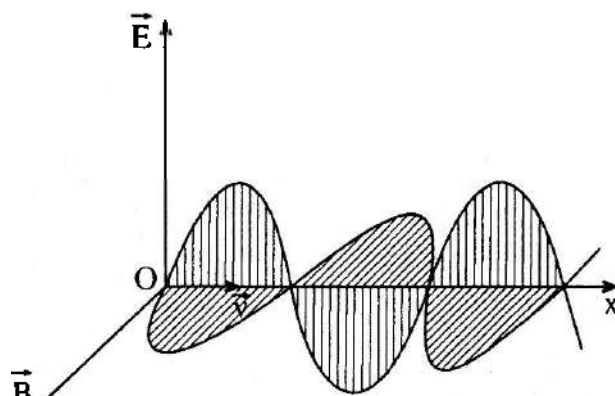
b) Mắc-xoen là người đầu tiên đã tiên đoán sự tồn tại của sóng điện từ. Tuy nhiên, phải 10 năm sau khi Mắc-xoen từ trần, sóng điện từ mới được Héc, người Đức, phát hiện bằng thực nghiệm nhờ mạch dao động hở (xem mục 2, Bài 27).

2. Đặc điểm và tính chất của sóng điện từ

– Sóng điện từ có tốc độ rất lớn. Bằng tính toán lí thuyết, Mắc-xoen đã chứng minh được rằng tốc độ của sóng điện từ bằng tốc độ của ánh sáng ; trong chân không nó bằng $c = 300\,000\text{ km/s}$.

– Sóng điện từ mang năng lượng. Mật độ năng lượng của trường điện từ tạo nên bởi sóng tại mỗi điểm trong không gian bằng tổng mật độ năng lượng của điện trường và từ trường ở điểm đó tại thời điểm đang xét.

– Trong quá trình truyền sóng điện từ, vectơ cường độ điện trường $\vec{E}$ và vectơ cảm ứng từ $\vec{B}$ luôn vuông góc với nhau và cùng vuông góc với phương lan truyền của sóng, nghĩa là sóng điện từ là sóng ngang. Hình 26.6 là đồ thị biểu diễn cường độ điện trường $\vec{E}$ và cảm ứng từ $\vec{B}$ trong sóng điện từ truyền theo hướng Ox tại một thời điểm nào đó. Ở mỗi điểm của không gian, điện trường và từ trường biến thiên một cách tuần hoàn theo thời gian và luôn đồng pha. Sự sắp xếp các vectơ $\vec{E}$, $\vec{B}$, $\vec{Ox}$ phù hợp với quy tắc cái đinh ốc : khi vận cái đinh ốc theo chiều từ $\vec{E}$ đến $\vec{B}$ thì mũi đinh ốc sẽ tiến theo hướng truyền sóng.



Hình 26.6

– Sóng điện từ truyền đi trong mọi môi trường và cả trong chân không (khác với sóng cơ).

Trong chân không sóng điện từ có bước sóng :

$$\lambda = cT \quad (26.1)$$

trong đó T là chu kì của dao động điện từ :

$$T = \frac{1}{f} \quad (26.2)$$

với f là tần số của dao động điện từ.

– Khi sóng điện từ gặp mặt phân cách giữa hai môi trường thì nó cũng phản xạ và khúc xạ như ánh sáng. Hiện tượng giao thoa, nhiễu xạ cũng xảy ra với sóng điện từ.

– Nguồn phát sóng điện từ rất đa dạng, có thể là bất cứ vật thể nào tạo ra một điện trường hoặc từ trường biến thiên, chẳng hạn như tia lửa điện, dây dẫn có dòng điện xoay chiều, cầu dao khi đóng ngắt mạch điện,...



CAU HỎI

1. Điện từ trường khác điện trường, từ trường ở những điểm cơ bản nào ?
2. Có ý kiến cho rằng không gian bao quanh một điện tích có thể chỉ có điện trường nhưng cũng quanh điện tích đó có thể có điện từ trường. Ý kiến này đúng hay sai ? Vì sao ?



BÀI TẬP

1. Phát biểu nào sau đây là đúng khi nói về sóng điện từ ?
 - A. Khi một điện tích điểm dao động thì sẽ có điện từ trường lan truyền trong không gian dưới dạng sóng.
 - B. Điện tích dao động không thể bức xạ ra sóng điện từ.
 - C. Tốc độ của sóng điện từ trong chân không nhỏ hơn nhiều lần so với tốc độ ánh sáng trong chân không.
 - D. Tần số của sóng điện từ bằng nửa tần số của điện tích dao động.
2. Trong quá trình lan truyền sóng điện từ, vectơ $\vec{B}$ và vectơ $\vec{E}$ luôn luôn
 - A. trùng phương với nhau và vuông góc với phương truyền sóng.
 - B. dao động cùng pha.
 - C. dao động ngược pha.
 - D. biến thiên tuần hoàn theo không gian, không tuần hoàn theo thời gian.

I – SÓNG VÔ TUYẾN ĐIỆN

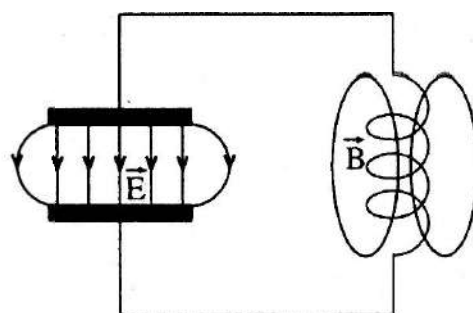
Những sóng điện từ có bước sóng từ vài mét đến vài kilômét được dùng trong thông tin liên lạc vô tuyến gọi là *sóng vô tuyến điện*. Người ta chia các sóng vô tuyến điện thành các dải sóng : *sóng cực ngắn* (có bước sóng từ 0,01 m đến 10 m) ; *sóng ngắn* (có bước sóng từ 10 m đến 100 m) ; *sóng trung* (có bước sóng từ 100 m đến 1000 m) và *sóng dài* (có bước sóng lớn hơn 1000 m).

II – MẠCH DAO ĐỘNG HỞ. ANTEN

1. Mạch dao động hở

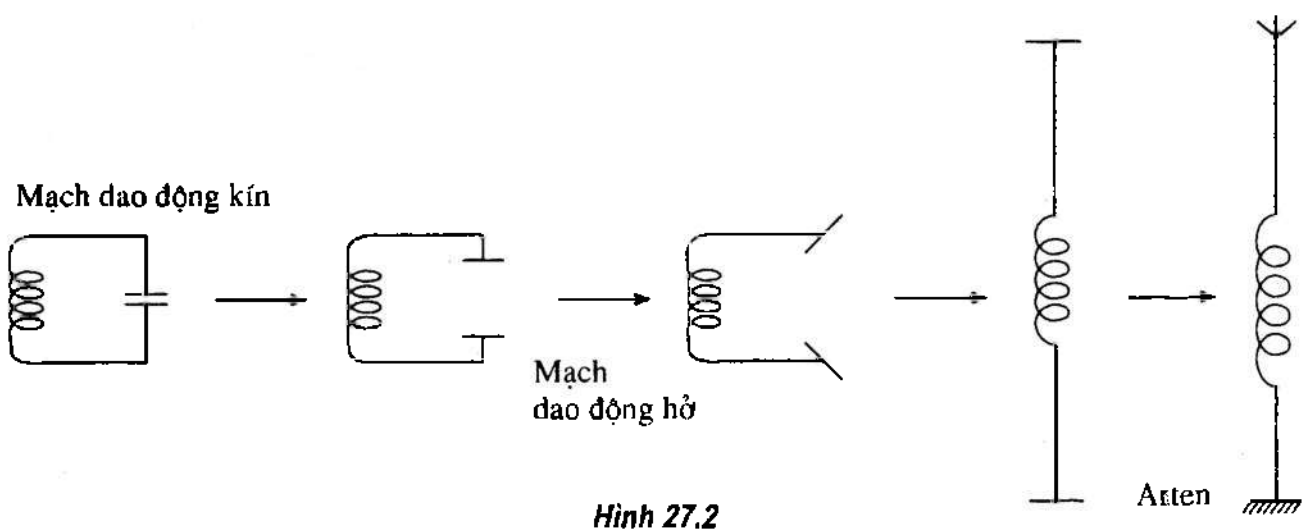
Ở bài 25 ta đã khảo sát mạch dao động LC.

- Trong quá trình dao động điện từ diễn ra ở mạch dao động LC thì điện trường biến thiên tập trung hầu hết trong tụ điện, còn từ trường biến thiên tập trung hầu hết trong cuộn dây. Do đó, điện từ trường hầu như không bức xạ ra bên ngoài (Hình 27.1). Mạch dao động như vậy gọi là *mạch dao động kín*.



Hình 27.1

- Nếu ta tách xa hai bản của tụ điện C, đồng thời tách xa các vòng của cuộn cảm L thì vùng không gian có điện trường biến thiên và từ trường biến thiên được mở rộng dần (Hình 27.2). Khi đó mạch dao động trở thành một *mạch dao động hở*. Điện từ trường không còn bị giới hạn trong khuôn khổ mạch LC mà lan tỏa trong không gian thành sóng điện từ và có khả năng truyền đi rất xa.



2. Anten phát và anten thu

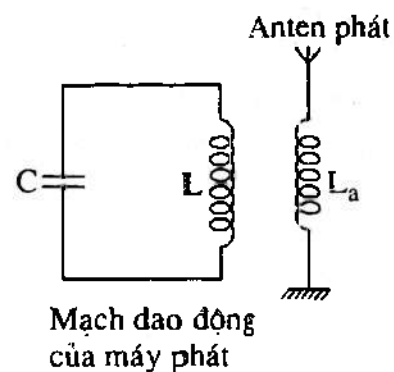
a) Anten chính là một dạng mạch dao động hở (Hình 27.2), là một công cụ hữu hiệu để bức xạ sóng điện từ. Anten có nhiều dạng khác nhau tùy theo tần số sóng và nhu cầu sử dụng, ví dụ như hệ thống anten với dây trời và dây đất, anten với chấn tử phát sóng là thanh kim loại, anten có gương phản xạ bằng kim loại để định hướng truyền sóng hay thu sóng,...

b) Anten phát

Khi trong anten có dao động điện từ, thì các điện tích tự do dao động dọc theo anten.

Các điện tích này gây ra xung quanh anten một điện từ trường biến thiên, lan truyền ra không gian dưới dạng sóng điện từ.

Như đã biết, muốn có dao động điện từ duy trì, ta thường dùng máy phát dao động dùng tranzito (Hình 25.6). Để cho dao động điện từ này bức xạ ra không gian dưới dạng sóng điện từ, ta phải dùng anten. Vì vậy, cạnh cuộn dây L của mạch dao động trong máy phát dao động điện từ, ta đặt một cuộn dây L_a xen trong anten, để cho anten liên kết (ghép) cảm ứng với cuộn dây L của máy phát (Hình 27.3). Muốn cho dao động điện từ trong anten có biên độ cực đại, thì anten phải có kích thước và cấu tạo sao cho nó cộng hưởng với dao động điện từ do máy phát tạo ra (xem mục V bài 25). Anten này là *anten phát*.



Hình 27.3

c) Anten thu

Sóng điện từ do anten phát bức xạ ra sẽ lan truyền trong không gian. Nếu trên đường đi của nó, sóng điện từ gặp vật dẫn, thì nó gây ra trong vật dẫn một

dòng điện biến thiên cùng tần số với sóng điện từ. Trong trường hợp đó, một phần năng lượng của điện từ trường biến thành năng lượng của dòng điện cảm ứng xuất hiện trong vật dẫn. Những vật dẫn như vậy chính là những *anten thu*, dùng để “bắt” những sóng điện từ đi qua nó.

III – NGUYÊN TẮC THÔNG TIN LIÊN LẠC (TRUYỀN THÔNG) BẰNG SÓNG VÔ TUYẾN ĐIỆN

1. Để truyền được các thông tin như âm thanh, hình ảnh... đến những nơi xa, ta phải biến các âm thanh (hoặc hình ảnh,...) đó thành các dao động điện, gọi là *tín hiệu âm tần* (hoặc *tín hiệu thị tần*). Nhưng các tín hiệu này không tạo nên điện từ trường mạnh để có thể phát xạ từ anten dưới dạng sóng điện từ lan truyền đi xa. Ta đã biết chỉ những điện trường và từ trường biến thiên nhanh (tức là các dao động điện từ có tần số lớn, gọi là *dao động điện từ cao tần*) mới có thể làm xuất hiện điện từ trường mạnh có thể lan truyền đi xa. Vì vậy, ở máy phát, người ta dùng dao động điện từ cao tần để có thể truyền đi xa, còn những tín hiệu âm tần hoặc thị tần thì được dùng để biến đổi dao động điện từ cao tần đó, hay như người ta thường nói, để *biến điệu* dao động điện từ cao tần đó. Kết quả là ta có *dao động điện từ cao tần biến điệu* có thể truyền đi xa. Chẳng hạn, có thể làm biến đổi biên độ của dao động điện từ cao tần theo tần số của tín hiệu cần truyền (gọi là *biến điệu biên độ*). Dao động điện từ cao tần khi được phát xạ từ anten dưới dạng sóng điện từ thì chúng đã có tín hiệu cần truyền “lồng” vào đó rồi. Như vậy, sóng điện từ cao tần làm nhiệm vụ “mang” tín hiệu âm tần (hoặc tín hiệu thị tần), lan truyền đi xa trong không gian, nên nó được gọi là *sóng mang*. Ở nơi thu, để có được tín hiệu âm tần (hoặc tín hiệu thị tần) người ta tách tín hiệu ra khỏi sóng cao tần nhờ *mạch tách sóng*.

2. Việc thông tin liên lạc bằng sóng điện từ được thực hiện theo một quy trình chung là :

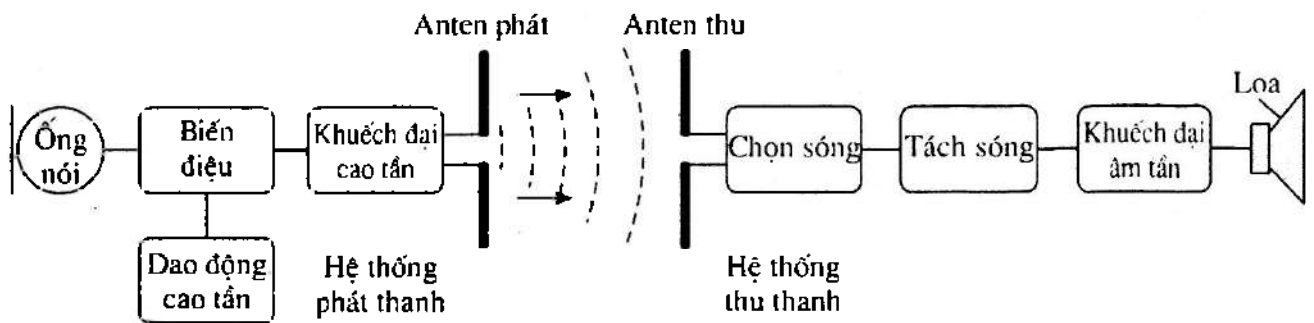
- Biến các âm thanh (hoặc hình ảnh,...) muốn truyền đi thành các dao động điện gọi là các tín hiệu âm tần (hoặc thị tần).

- Dùng sóng điện từ tần số cao (cao tần), gọi là *sóng mang*, để truyền các tín hiệu âm tần (hoặc thị tần) đi xa qua anten phát.

- Dùng máy thu với anten thu để thu lấy sóng điện từ cao tần và chọn sóng cần thu.

- Tách tín hiệu ra khỏi sóng cao tần rồi dùng loa để nghe âm thanh đã truyền tới (hoặc dùng màn hình để xem hình ảnh).

3. Sơ đồ khối của hệ thống phát thanh và hệ thống thu thanh dùng sóng vô tuyến điện được vẽ trên hình 27.4.



Hình 27.4

a) **Hệ thống phát thanh** gồm các khối sau (Hình 27.4) :

- Dao động cao tần : tạo ra sóng mang (Hình 27.5a).

- Ống nói (microphôn) : biến âm thanh thành dao động điện âm tần (Hình 27.5b).

- Biến điệu : trộn dao động âm tần và dao động cao tần thành dao động cao tần biến điệu (trên Hình 27.5c là dạng dao động cao tần biến điệu có biên độ biến đổi phù hợp với tín hiệu âm tần).

- Khuếch đại cao tần : khuếch đại dao động cao tần biến điệu để đưa ra anten phát.

- Anten phát : phát xạ sóng cao tần biến điệu ra không gian.

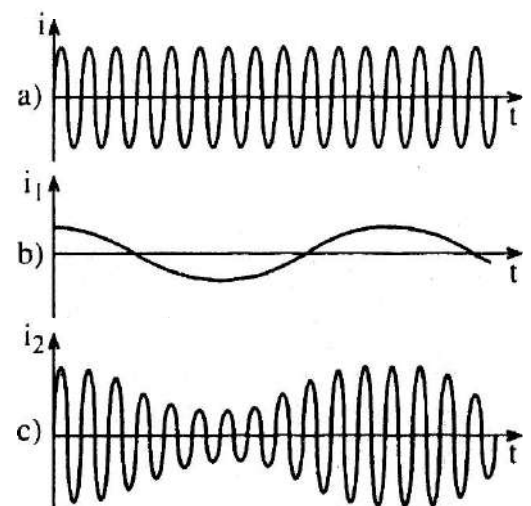
b) **Hệ thống thu thanh** gồm các khối sau (Hình 27.6) :

- Anten thu : cảm ứng với nhiều sóng điện từ.

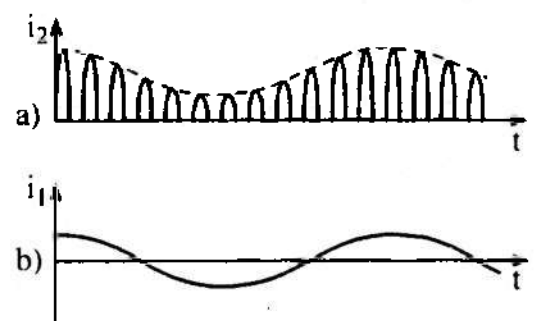
- Chọn sóng : chọn lọc sóng muốn thu nhờ mạch cộng hưởng.

- Tách sóng : lấy ra dao động âm tần từ dao động cao tần biến điệu đã thu được (Hình 27.6a, b).

- Khuếch đại âm tần : làm cho dao động âm tần mạnh lên, rồi đưa ra loa tái lập âm thanh.



Hình 27.5

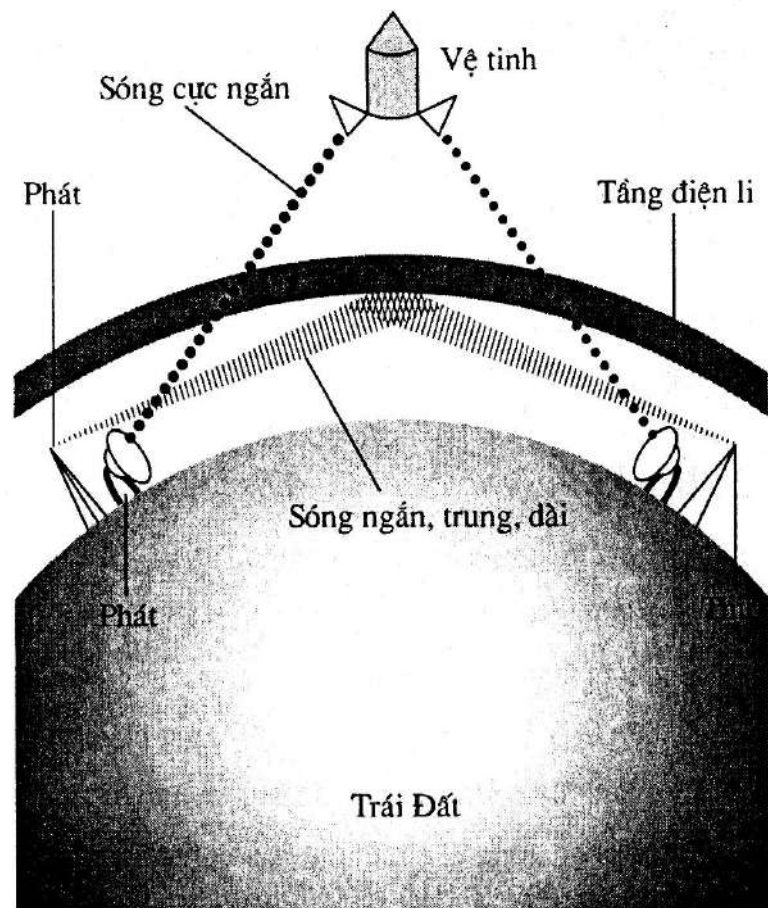


Hình 27.6

IV – SỰ TRUYỀN SÓNG VÔ TUYẾN ĐIỆN TRONG KHÍ QUYỂN

1. Khi sử dụng sóng vô tuyến điện (VTĐ) vào mục đích thông tin liên lạc, người ta thường đặt các máy phát cũng như máy thu ở gần mặt đất. Hình dạng và tính chất vật lí của mặt đất, trạng thái của khí quyển, có ảnh hưởng lớn đến sự lan truyền sóng VTĐ và đến việc thu phát sóng. Ở tầng cao của khí quyển, cách mặt đất từ 100 đến 300 km có một lớp khí bị ion hóa bởi các bức xạ điện từ của Mặt Trời và các hạt mang điện từ Mặt Trời bắn vào, bởi các tia vũ trụ,... Lớp này của khí quyển được gọi là *tầng điện li* (hay tầng ion). Tầng điện li là môi trường dẫn điện, nên nó phản xạ những sóng điện từ có bước sóng $\lambda > 10 \div 15$ m (giống như một mặt kim loại). Tính chất phản xạ và hấp thụ sóng VTĐ của tầng điện li thay đổi rõ rệt theo thời gian trong một ngày đêm và theo mùa trong một năm.

2. Qua việc nghiên cứu ảnh hưởng của các yếu tố khác nhau lên sự lan truyền của sóng VTĐ, người ta đã tìm cách sử dụng một cách hợp lí các dải sóng VTĐ vào mục đích thông tin liên lạc (Hình 27.7).



Hình 27.7

– Những *sóng dài* ($\lambda > 3000$ m) và *sóng trung* ($\lambda = 100 \div 1000$ m) được dùng để liên lạc ở khoảng cách trung bình trên mặt đất, giữa những điểm không nằm trong tầm nhìn thẳng. Đó là vì : những sóng này bị phản xạ ở tầng điện li và lại có khả năng đi vòng quanh các vật cản trên mặt đất (do hiện tượng nhiễu xạ của sóng). Bước sóng càng dài, khả năng đi vòng vật cản càng lớn. Tuy nhiên, do bị hấp thụ đáng kể ở tầng điện li và ở mặt đất, nên sóng dài không thích hợp cho việc liên lạc ở khoảng cách quá lớn. Khoảng cách liên lạc bằng sóng dài và sóng trung tăng lên vào ban đêm và về mùa đông.

– *Sóng ngắn* ($\lambda = 10 \div 100 \text{ m}$) có thể lan truyền đến những khoảng cách rất xa nhờ sự phản xạ nhiều lần giữa tầng điện li và mặt đất. Vì vậy, bằng cách dùng sóng ngắn, có thể thực hiện thông tin liên lạc được giữa hai điểm bất kì trên Trái Đất.

Người ta hay dùng các loại sóng dài, sóng trung và sóng ngắn trong truyền thanh, truyền hình trên mặt đất.

– *Sóng cực ngắn* không bị phản xạ mà đi xuyên qua tầng điện li, hoặc chỉ có khả năng truyền thẳng từ nơi phát đến nơi thu. Vì vậy sóng cực ngắn hay được dùng để thông tin trong cự li vài chục kilômét, hoặc truyền thông qua vệ tinh (Hình 27.7).



CÂU HỎI

1. Tại sao người ta có thể dùng mạch dao động LC để chọn sóng trong các máy thu ?
2. Nếu mạch dao động hở không có điện trở thuần thì dao động điện từ tự do trong đó có bị tắt dần không ? Tại sao ?



BÀI TẬP

1. Với mạch dao động hở thì ở vùng không gian
 - A. quanh dây dẫn chỉ có từ trường biến thiên.
 - B. quanh dây dẫn chỉ có điện trường biến thiên.
 - C. bên trong tụ điện không có từ trường biến thiên.
 - D. quanh dây dẫn có cả từ trường biến thiên và điện trường biến thiên.
2. Mạch chọn sóng của một máy thu có một cuộn cảm $L = 1 \text{ mH}$ và một tụ điện biến thiên từ $9,7 \text{ pF}$ đến 92 pF . Hỏi máy thu này có thể thu được các sóng điện từ có bước sóng trong khoảng nào ?

Chương V

DÒNG ĐIỆN XOAY CHIỀU

28

DÒNG ĐIỆN XOAY CHIỀU

GIÁ TRỊ HIỆU DỤNG

I – DÒNG ĐIỆN XOAY CHIỀU. ĐIỆN ÁP XOAY CHIỀU

1. Dòng điện xoay chiều

Khi xét dao động điện từ trong mạch LC, ta đã thấy dòng điện trong mạch có cường độ biến thiên tuần hoàn với thời gian theo quy luật của hàm số sin hay cosin (theo định luật dạng sin). Các dòng điện trong mạng điện dân dụng, trong các thiết bị điện tử,... hầu hết cũng biến thiên tuần hoàn theo quy luật dạng sin như vậy. Người ta gọi đó là *dòng điện xoay chiều dạng sin* hay vắn tắt hơn, gọi là *dòng điện xoay chiều*.

Dòng điện xoay chiều là dòng điện có cường độ biến thiên tuần hoàn với thời gian theo quy luật của hàm số sin hay cosin, với dạng tổng quát :

$$i = I_0 \cos(\omega t + \varphi) \quad (28.1)$$

trong đó i là giá trị cường độ dòng điện ở thời điểm t (giá trị tức thời), gọi là *cường độ tức thời* của dòng điện xoay chiều :

I_0 là *cường độ cực đại* (biên độ), có giá trị dương ;

ω là tần số góc, $T = \frac{2\pi}{\omega}$ là chu kì và $f = \frac{\omega}{2\pi}$ là tần số của dòng điện xoay chiều ;

$\omega t + \varphi$ là pha của i và φ là pha ban đầu của i .

Mạch điện có dòng điện xoay chiều gọi tắt là *mạch điện xoay chiều*.

2. Điện áp xoay chiều

a) Để tạo ra dòng điện xoay chiều người ta dùng máy phát điện xoay chiều hoạt động dựa trên hiện tượng cảm ứng điện từ (xem *Bài 25 Vật lí 11*, tập một, và *Bài 35* dưới đây).

b) Nối hai cực của máy phát điện xoay chiều với một mạch điện thì trong mạch có dao động điện cường bức với tần số bằng tần số của dòng điện do máy phát điện tạo ra. Giữa hai đầu mạch điện đó có một hiệu điện thế biến thiên theo thời gian theo quy luật dạng sin, gọi là *hiệu điện thế xoay chiều* hay *điện áp xoay chiều*, với dạng tổng quát :

$$u = U_0 \cos(\omega t + \varphi') \quad (28.2)$$

trong đó :

u là điện áp tức thời ;

U_0 là điện áp cực đại ;

ω là tần số góc của u ;

φ' là pha ban đầu của u .

c) Trong trường hợp tổng quát, khi đặt vào hai đầu một mạch điện bất kì một điện áp xoay chiều có dạng :

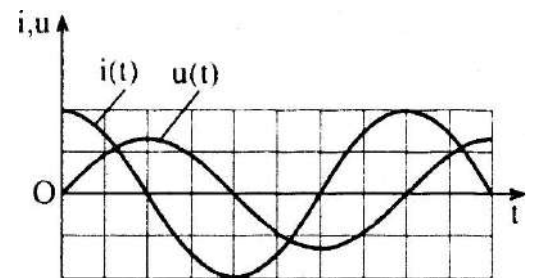
$$u = U_0 \cos(\omega t + \varphi_1) \quad (28.3)$$

thì cường độ dòng điện xoay chiều qua mạch có dạng :

$$i = I_0 \cos(\omega t + \varphi_2) \quad (28.4)$$

Đồ thị biểu diễn sự biến thiên theo thời gian của cường độ dòng điện và điện áp giữa hai đầu mạch điện xoay chiều vẽ trên

hình 28.1 (với $\varphi_1 = \frac{\pi}{2}$, $\varphi_2 = 0$).



Hình 28.1

d) Đại lượng $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ gọi là *độ lệch pha của u so với i*.

Nếu $\varphi > 0$ thì u sớm pha so với i ;

Nếu $\varphi < 0$ thì u trễ pha so với i ;

Nếu $\varphi = 0$ thì u đồng pha với i.

Chú ý :

- Thông thường : có thể gọi tắt điện áp tức thời u, cường độ dòng điện tức thời i,... là *điện áp, cường độ dòng điện,...*

- Tại mỗi thời điểm, cường độ dòng điện tức thời có giá trị không như nhau tại các điểm khác nhau trên mạch điện mắc nối tiếp. Sở dĩ như vậy là vì : tác động điện từ của điện áp đặt vào mạch không truyền đi tức thời mà với tốc độ hữu hạn bằng tốc độ ánh sáng trong dây dẫn của mạch. Tuy nhiên, nếu trên một phần của đoạn mạch nào đó, sự sai khác của cường độ dòng điện ở những điểm khác nhau là không đáng kể, thì ta có thể coi cường độ dòng điện có giá trị tức thời như nhau ở mọi tiết diện dây dẫn của mạch. Muốn cho giá trị tức thời của cường độ dòng điện tại mọi điểm trên đoạn mạch mắc nối tiếp có chiều dài l có giá trị như

nhau, thì trong suốt thời gian $t = \frac{l}{v}$ (t là thời gian truyền tác động điện từ giữa hai điểm xa nhất của đoạn mạch, v là tốc độ truyền), sự biến thiên của cường độ dòng điện phải là không đáng kể. Những dòng điện biến thiên với thời gian thoả mãn điều kiện như vậy gọi là *dòng điện chuẩn dừng*. Đối với những dòng điện có cường độ biến thiên tuần hoàn với chu kì T, thì điều kiện về dòng điện chuẩn dừng là $t = \frac{l}{v} \ll T$. Ví dụ, với mạch điện dài 3 m và coi v bằng tốc độ truyền ánh sáng trong chân không, thì $t = 10^{-8}$ s. Điều đó có nghĩa là, ngay cả với những dòng điện có chu kì $T = 10^{-6}$ s (tần số $f = \frac{1}{T} = 10^6$ Hz) ta vẫn có thể coi chúng là chuẩn dừng. Còn với dòng điện xoay chiều dừng trong đời sống và kĩ thuật (có tần số $f = 50$ Hz) thì nó là chuẩn dừng đối với mạch điện dài hàng trăm kilômét.

II – GIÁ TRỊ HIỆU DỤNG CỦA CƯỜNG ĐỘ DÒNG ĐIỆN VÀ ĐIỆN ÁP XOAY CHIỀU

Thực nghiệm chứng tỏ rằng, dòng điện xoay chiều cũng có tác dụng nhiệt Jun – Len-xơ như dòng điện một chiều.

1. Cho dòng điện xoay chiều có cường độ $i = I_0 \cos \omega t$ chạy qua một dây dẫn có điện trở thuần R. Công suất tỏa nhiệt tức thời (công suất tiêu thụ ở thời điểm t bất kì) được tính bằng công thức :

$$p = Ri^2 = RI_0^2 \cos^2 \omega t = \frac{RI_0^2}{2} + \frac{RI_0^2}{2} \cos 2\omega t \quad (28.5)$$

Công suất tức thời biến thiên theo thời gian, nên đại lượng có ý nghĩa thực tế không phải là công suất tức thời, mà chính là giá trị trung bình của công suất trong một khoảng thời gian lớn, bằng nhiều lần chu kỳ của dòng điện. Tuy nhiên, vì các đại lượng đặc trưng cho dòng điện xoay chiều, như điện áp u , cường độ dòng điện i , đều biến thiên điều hòa với chu kỳ dòng điện, nên ta chỉ cần xác định giá trị trung bình của công suất trong một chu kỳ, giá trị này là như nhau trong mọi chu kỳ.

Ta thấy số hạng thứ nhất của p ở (28.5) không phụ thuộc thời gian nên giá trị trung bình của nó bằng chính nó. Còn số hạng thứ hai biến thiên tuần hoàn, nên dễ dàng thấy giá trị trung bình của nó trong một chu kỳ bằng không. Do đó, công suất tỏa nhiệt trung bình của dòng điện xoay chiều trong một chu kỳ, gọi tắt là *công suất tỏa nhiệt trung bình*, có giá trị là :

$$\mathcal{P} = \bar{p} = \overline{RI_0^2 \cos^2 \omega t} = \frac{RI_0^2}{2} \quad (28.6)$$

Đó cũng là công suất tỏa nhiệt trung bình trong khoảng thời gian t rất lớn so với chu kỳ, vì phần thời gian lẻ so với chu kỳ, rất nhỏ so với t , gây sai lệch không đáng kể. Vậy nhiệt lượng tỏa ra trên điện trở R trong thời gian t là :

$$Q = \frac{RI_0^2}{2} t$$

2. Nếu cho dòng điện không đổi cường độ I chạy qua điện trở R nói trên trong cùng thời gian t sao cho nhiệt lượng tỏa ra cũng bằng Q , nghĩa là :

$$Q = RI^2 t \quad (28.7)$$

thì ta có :

$$I = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \quad (28.8)$$

Đại lượng I xác định như trên được gọi là giá trị hiệu dụng của cường độ dòng điện xoay chiều hay *cường độ hiệu dụng của dòng điện xoay chiều*.

Cường độ hiệu dụng của dòng điện xoay chiều bằng cường độ của một dòng điện không đổi, nếu cho hai dòng điện đó lần lượt đi qua cùng một điện trở trong những khoảng thời gian bằng nhau đủ dài thì nhiệt lượng tỏa ra bằng nhau.

3. Tương tự như vậy, người ta cũng xác định được suất điện động hiệu dụng của một nguồn điện xoay chiều :

$$E = \frac{E_0}{\sqrt{2}} \quad (28.9)$$

và điện áp hiệu dụng ở hai đầu mạch điện xoay chiều :

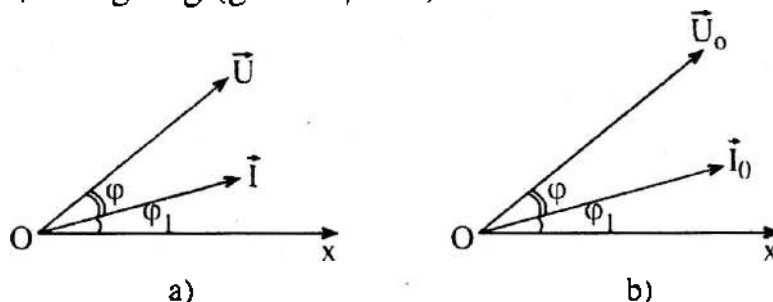
$$U = \frac{U_0}{\sqrt{2}} \quad (28.10)$$

4. Sử dụng các giá trị hiệu dụng để tính toán các mạch điện xoay chiều rất thuận tiện, vì đa số các công thức đối với dòng điện xoay chiều sẽ có cùng một dạng như các công thức tương ứng của dòng điện không đổi. Do đó, các số liệu ghi trên các thiết bị điện đều là các giá trị hiệu dụng. Thông thường, trong đời sống, mỗi khi nói về cường độ dòng điện, hoặc điện áp xoay chiều, là nói về giá trị hiệu dụng của các đại lượng ấy. Ví dụ, trên một bóng đèn có ghi 220 V – 3 A nghĩa là điện áp hiệu dụng (định mức) là $U = 220$ V, cường độ hiệu dụng (định mức) là $I = 3$ A.

Để đo điện áp hiệu dụng và cường độ hiệu dụng của dòng điện xoay chiều, người ta dùng vôn kế và ampe kế xoay chiều. Nguyên tắc cấu tạo của các dụng cụ này dựa trên những tác dụng không phụ thuộc vào chiều của dòng điện.

III – BIỂU DIỄN CƯỜNG ĐỘ DÒNG ĐIỆN VÀ ĐIỆN ÁP XOAY CHIỀU BẰNG VECTO QUAY

Tương tự như đối với các dao động cơ, người ta cũng biểu diễn các đại lượng đặc trưng cho dòng điện xoay chiều bằng vectơ quay. Cường độ dòng điện và điện áp u được biểu diễn bằng các vectơ quay tương ứng : $i \leftrightarrow \vec{I}$ (hoặc $i \leftrightarrow \vec{I}_0$) và $u \leftrightarrow \vec{U}$ (hoặc $u \leftrightarrow \vec{U}_0$). Các vectơ $\vec{I}$, $\vec{U}$ (hoặc $\vec{I}_0$, $\vec{U}_0$) có độ dài tương ứng tỉ lệ với các giá trị hiệu dụng I , U (hoặc tỉ lệ với các giá trị cực đại I_0 , U_0) và quay ngược chiều kim đồng hồ (quy ước là chiều dương) quanh gốc O với tốc độ góc bằng tần số góc ω của dòng điện. Ở thời điểm $t = 0$, chúng có phương hợp với trục Ox (trục pha) một góc bằng pha ban đầu của các đại lượng tương ứng. Ví dụ, trong trường hợp đoạn mạch xoay chiều với u và i có biểu thức (28.3) và (28.4), thì các vectơ quay $\vec{I}$, $\vec{U}$, và $\vec{I}_0$, $\vec{U}_0$, được biểu diễn trên hình 28.2, a và b, tương ứng (giả sử $\varphi > 0$).



Hình 28.2



CÂU HỎI

1. Thế nào là điện áp xoay chiều ? Dòng điện xoay chiều ?
2. Điện áp tức thời và cường độ dòng điện tức thời trên một đoạn mạch biến thiên giống nhau và khác nhau ở điểm nào ?

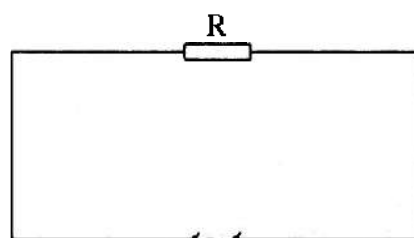


BÀI TẬP

1. Các giá trị hiệu dụng của dòng điện xoay chiều
 - A. được xác định dựa trên tác dụng nhiệt của dòng điện.
 - B. chỉ được đo bằng các ampe kế xoay chiều.
 - C. bằng giá trị trung bình chia cho $\sqrt{2}$.
 - D. bằng giá trị cực đại chia cho 2.
2. Phát biểu nào sau đây đúng khi nói về dòng điện xoay chiều ?
 - A. Có thể dùng dòng điện xoay chiều để mạ điện.
 - B. Điện lượng chuyển qua tiết diện của dây dẫn trong một chu kì của dòng điện bằng 0.
 - C. Điện lượng chuyển qua tiết diện của dây dẫn trong mọi khoảng thời gian bất kì đều bằng 0.
 - D. Công suất tỏa nhiệt tức thời trên một đoạn mạch có giá trị cực đại bằng công suất tỏa nhiệt trung bình nhân với $\sqrt{2}$.
3. Dòng điện chạy trên một đoạn mạch có biểu thức $i = 4 \cos 100\pi t$ (A). Viết biểu thức của điện áp u giữa hai đầu đoạn mạch, biết điện áp này sớm pha $\frac{\pi}{3}$ đối với cường độ dòng điện và có giá trị hiệu dụng là 24 V.

I – ĐOẠN MẠCH XOAY CHIỀU CHỈ CÓ ĐIỆN TRỞ THUẦN

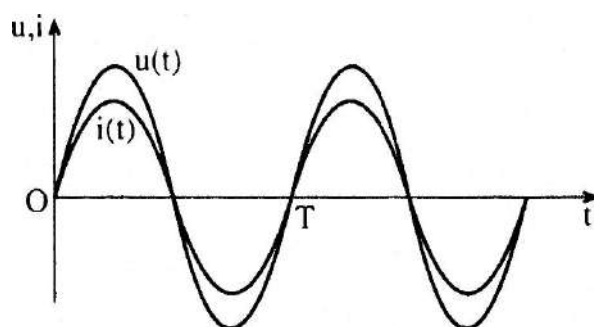
1. Đặt một điện áp xoay chiều $u = U_0 \cos \omega t$ vào hai đầu đoạn mạch chỉ có điện trở thuần R (Hình 29.1). Trong từng khoảng thời gian rất nhỏ, điện áp và cường độ dòng điện coi như không đổi, ta có thể áp dụng định luật Ôm như đối với dòng điện không đổi chạy trên đoạn mạch có điện trở R :



Hình 29.1

$$i = \frac{U}{R} = \frac{U_0}{R} \cos \omega t = I_0 \cos \omega t \quad (29.1)$$

Như vậy, cường độ dòng điện trong đoạn mạch chỉ có điện trở thuần biến thiên *đồng pha* với điện áp đặt vào điện trở. Đồ thị biểu diễn $u(t)$ và $i(t)$ như trên hình 29.2.



Hình 29.2

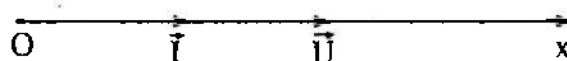
2. Từ (29.1) ta có :

$$I_0 = \frac{U_0}{R}$$

hay $I = \frac{U}{R} \quad (29.2)$

Đó là công thức của *định luật Ôm đối với đoạn mạch xoay chiều chỉ có điện trở thuần*.

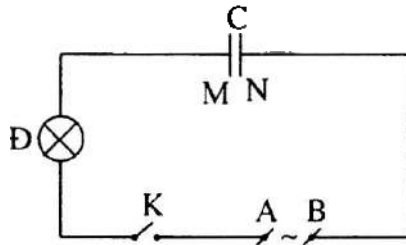
3. *Biểu diễn bằng vector quay* : các vector quay $\vec{I}$ và $\vec{U}$ có cùng hướng (Hình 29.3).



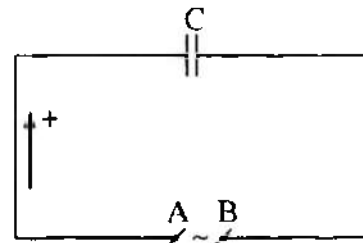
Hình 29.3

II – ĐOẠN MẠCH XOAY CHIỀU CHỈ CÓ TỤ ĐIỆN

1. Mắc mạch điện như ở hình 29.4. Sau khi đóng khóa K, ta thấy đèn sáng. Vậy tụ điện đã cho dòng điện xoay chiều đi qua. Thay đổi điện dung của tụ điện ta thấy độ sáng của đèn thay đổi. Điều đó chứng tỏ tụ điện có tác dụng cản trở dòng điện và tác dụng cản trở này phụ thuộc vào điện dung của tụ điện.



Hình 29.4



Hình 29.5

2. Đặt vào đoạn mạch AB chỉ có tụ điện C (Hình 29.5) một điện áp xoay chiều :

$$u = U_0 \cos \omega t \quad (29.3)$$

Điện tích trên bản tụ điện nối với A (bản A) ở thời điểm t là :

$$q = Cu = CU_0 \cos \omega t$$

Quy ước chiều dương của dòng điện trong mạch như trên hình 29.5 thì cường độ dòng điện là :

$$i = \frac{dq}{dt} = -\omega CU_0 \sin \omega t = \omega CU_0 \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right)$$

$$\text{hay} \quad i = I_0 \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) \quad (29.4)$$

$$\text{với} \quad I_0 = \omega CU_0 \quad (29.5)$$

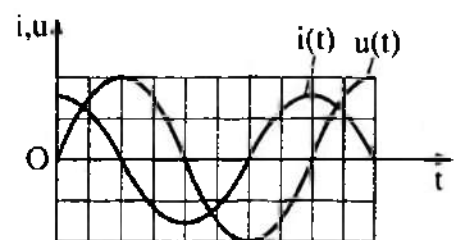
3. Đối chiếu (29.3) với (29.4) ta thấy cường độ dòng điện qua tụ điện biến thiên sớm pha $\frac{\pi}{2}$ so với điện áp giữa hai bản tụ điện. Đồ thị biểu diễn u(t) và i(t) như trên hình 29.6.

Hơn nữa, từ (29.5) ta có :

$$I = \omega CU$$

$$\text{Đặt} \quad Z_C = \frac{1}{\omega C} \quad (29.6)$$

$$\text{Ta có :} \quad I = \frac{U}{Z_C} \quad (29.7)$$

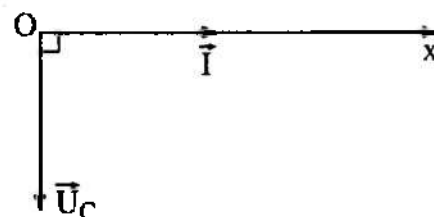


Hình 29.6

Đó là công thức của *định luật Ôm đối với đoạn mạch xoay chiều chỉ có tụ điện*. Đối với dòng điện xoay chiều tần số góc ω , đại lượng Z_C đóng vai trò tương tự như điện trở đối với dòng điện không đổi và được gọi là *dung kháng* của tụ điện. Đơn vị của dung kháng cũng là đơn vị của điện trở (ôm).

4. Biểu diễn bằng vectơ quay

Biểu diễn điện áp giữa hai bản tụ điện bằng vectơ quay $\vec{U}_C$ thì vectơ $\vec{U}_C$ lập với vectơ $\vec{I}$ góc $\left(-\frac{\pi}{2}\right)$ (Hình 29.7).



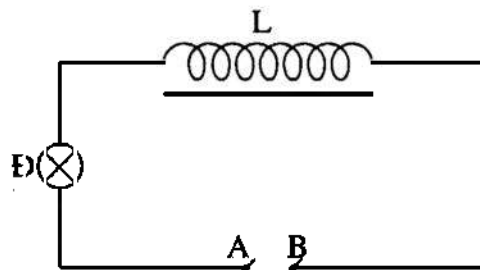
Hình 29.7

Chú ý : Có thể kiểm tra độ lệch pha giữa u và i bằng cách dùng dao động kí điện từ hai chùm tia. Khi đó trên màn hình ta thấy đồ thị như trên hình 29.6.

III – ĐOẠN MẠCH XOAY CHIỀU CHỈ CÓ CUỘN CẢM THUẦN

1. Cuộn cảm thường là một cuộn dây dẫn hoặc ống dây dẫn hình trụ thẳng, hình xuyến có nhiều vòng dây. *Cuộn cảm thuần* là cuộn cảm có độ tự cảm L , nhưng có điện trở thuần rất nhỏ, không đáng kể. Độ tự cảm của cuộn cảm có giá trị lớn khi đặt một lõi sắt từ vào trong lòng nó. Khi đó, độ tự cảm L của cuộn cảm đó có thể thay đổi nhờ dịch chuyển lõi sắt từ trong cuộn cảm. Cuộn cảm có lõi sắt từ được kí hiệu như trên hình 29.8.

2. Mắc mạch điện như ở hình 29.8. Thay đổi độ tự cảm của cuộn cảm ta thấy độ sáng của đèn thay đổi. Điều đó chứng tỏ cuộn cảm có tác dụng cản trở dòng điện và tác dụng này phụ thuộc vào độ tự cảm của cuộn cảm.

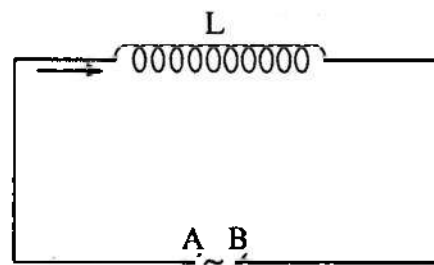


Hình 29.8

3. Đặt vào đoạn mạch AB chỉ có cuộn cảm thuần L (Hình 29.9) một điện áp xoay chiều. Giả sử cường độ dòng điện chạy qua cuộn cảm là :

$$i = I_0 \cos \omega t \quad (29.8)$$

Chiều dương của dòng điện chạy qua cuộn cảm được quy ước là chiều chạy từ A đến B như trên hình 29.9. Dòng điện i gây ra trong cuộn cảm một suất điện động tự cảm :



Hình 29.9

$$e = -L \frac{di}{dt} = \omega LI_0 \sin \omega t$$

Điện áp giữa hai đầu A và B là : $u = iR_{AB} - e$; với R_{AB} là điện trở của đoạn mạch. Ở đây $R_{AB} = 0$, do đó :

$$u = -e = -\omega LI_0 \sin \omega t$$

hay
$$u = U_0 \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) \quad (29.9)$$

với
$$U_0 = \omega LI_0 \quad (29.10)$$

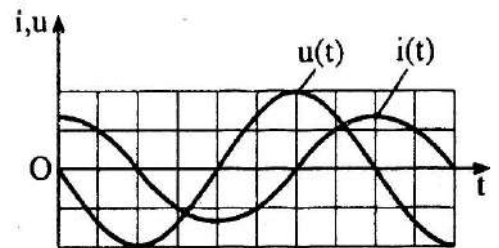
4. Đối chiếu (29.8) với (29.9) ta thấy cường độ dòng điện qua cuộn cảm thuần biến thiên trễ pha $\frac{\pi}{2}$ so với điện áp giữa hai đầu cuộn cảm. Đồ thị biểu diễn $i(t)$ và $u(t)$ như trên hình 29.10.

Hơn nữa, từ (28.10) ta có :

$$U = \omega LI$$

Đặt $Z_L = \omega L \quad (29.11)$

Ta có $I = \frac{U}{Z_L} \quad (29.12)$



Hình 29.10

Đó là công thức của định luật Ôm đối với đoạn mạch xoay chiều chỉ có cuộn cảm thuần.

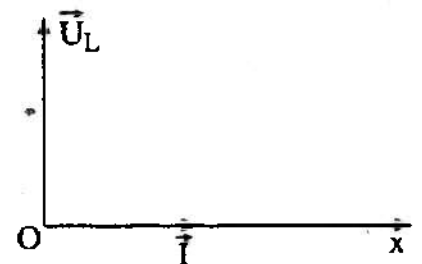
Đối với dòng điện xoay chiều tần số góc ω , đại lượng ωL đóng vai trò tương tự như điện trở đối với dòng điện không đổi và được gọi là cảm kháng. Đơn vị của cảm kháng cũng là đơn vị của điện trở (ôm).

5. Biểu diễn bằng vectơ quay

Biểu diễn điện áp giữa hai đầu cuộn cảm thuần bằng vectơ quay $\vec{U}_L$, thì vectơ

$\vec{U}_L$ lập với vectơ $\vec{I}$ góc $\left(+\frac{\pi}{2} \right)$ (Hình 29.11).

Chú ý : Có thể kiểm tra độ lệch pha giữa u và i bằng cách dùng dao động kí điện từ hai chùm tia. Khi đó trên màn hình ta thấy đồ thị như trên hình 29.10.



Hình 29.11

CÂU HỎI

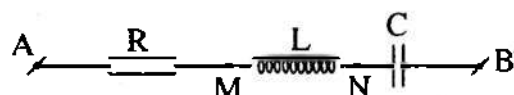
1. Nêu các tác dụng chính của tụ điện đối với dòng điện xoay chiều.
2. Chứng minh rằng cường độ dòng điện xoay chiều qua cuộn cảm thuần biến thiên trễ pha $\frac{\pi}{2}$ đối với điện áp giữa hai đầu cuộn cảm.

BÀI TẬP

1. Để tăng dung kháng của một tụ điện phẳng có điện môi là không khí, ta cần
 - A. tăng tần số của điện áp đặt vào hai bản tụ điện.
 - B. tăng khoảng cách giữa hai bản tụ điện.
 - C. giảm điện áp hiệu dụng giữa hai bản tụ điện.
 - D. đưa bản điện môi vào trong lòng tụ điện.
2. Phát biểu nào sau đây đúng đối với cuộn cảm ?
 - A. Cuộn cảm có tác dụng cản trở đối với dòng điện xoay chiều, không có tác dụng cản trở dòng điện một chiều.
 - B. Điện áp tức thời giữa hai đầu cuộn cảm thuần và cường độ dòng điện qua nó có thể đồng thời bằng một nửa các biên độ tương ứng của chúng.
 - C. Cảm kháng của một cuộn cảm thuần tỉ lệ nghịch với chu kì của dòng điện xoay chiều.
 - D. Cường độ dòng điện qua cuộn cảm tỉ lệ thuận với tần số dòng điện.
3. Cường độ dòng điện xoay chiều qua đoạn mạch chỉ có tụ điện hoặc chỉ có cuộn cảm thuần giống nhau ở chỗ :
 - A. Luôn biến thiên trễ pha $\frac{\pi}{2}$ so với điện áp ở hai đầu đoạn mạch.
 - B. Luôn có giá trị hiệu dụng tỉ lệ với điện áp hiệu dụng giữa hai đầu đoạn mạch.
 - C. Luôn có giá trị hiệu dụng tăng khi tần số dòng điện tăng.
 - D. Luôn có giá trị hiệu dụng giảm khi tần số dòng điện tăng.
4. Mắc tụ điện có điện dung $5 \mu\text{F}$ vào mạng điện xoay chiều có điện áp 220 V , tần số 50 Hz . Xác định cường độ hiệu dụng của dòng điện qua tụ điện.
5. Mắc cuộn cảm thuần có độ tự cảm $L = 0,4 \text{ H}$ vào hai cực của ổ cắm điện xoay chiều $220 \text{ V} - 50 \text{ Hz}$.
Tính cường độ hiệu dụng của dòng điện qua cuộn cảm.

I – ĐIỆN ÁP TỨC THỜI TRONG MẠCH ĐIỆN RLC NỐI TIẾP

Xét mạch điện AB (Hình 30.1) gồm một điện trở thuần R, một cuộn cảm thuần có độ tự cảm L và một tụ điện có điện dung C mắc nối tiếp. Ta gọi đó là mạch điện có R, L, C mắc nối tiếp, hoặc gọi tắt là mạch RLC nối tiếp.



Hình 30.1

Đặt vào hai đầu A, B của mạch điện đó một điện áp xoay chiều u tần số góc ω . Trong mạch có dao động điện cường bức với tần số góc bằng tần số góc của điện áp u .

Giả sử cường độ dòng điện chạy trong mạch điện AB có biểu thức :

$$i = I_0 \cos \omega t \quad (30.1)$$

Điện áp tức thời giữa hai đầu của điện trở R, giữa hai đầu của cuộn cảm thuần L, và giữa hai bản của tụ điện C, có biểu thức sau (Bài 29) :

$$u_R = u_{AM} = I_0 R \cos \omega t = U_{0R} \cos \omega t \quad (30.2)$$

$$u_L = u_{MN} = \omega L I_0 \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) = U_{0L} \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) \quad (30.3)$$

$$u_C = u_{NB} = \frac{I_0}{\omega C} \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) = U_{0C} \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) \quad (30.4)$$

Điện áp tức thời giữa hai đầu của mạch RLC nối tiếp bằng tổng đại số các điện áp tức thời giữa hai đầu của từng phần tử của mạch :

$$u = u_R + u_L + u_C \quad (30.5)$$

II – PHƯƠNG PHÁP GIẢN ĐỒ FRE-NEN

QUAN HỆ GIỮA ĐIỆN ÁP ĐẶT VÀO MẠCH RLC NỐI TIẾP VÀ CƯỜNG ĐỘ DÒNG ĐIỆN TRONG MẠCH

1. Phương pháp giản đồ Fre-nen

Để tìm biểu thức của u tính theo (30.5), ta có thể dùng phương pháp giản đồ Fre-nen.

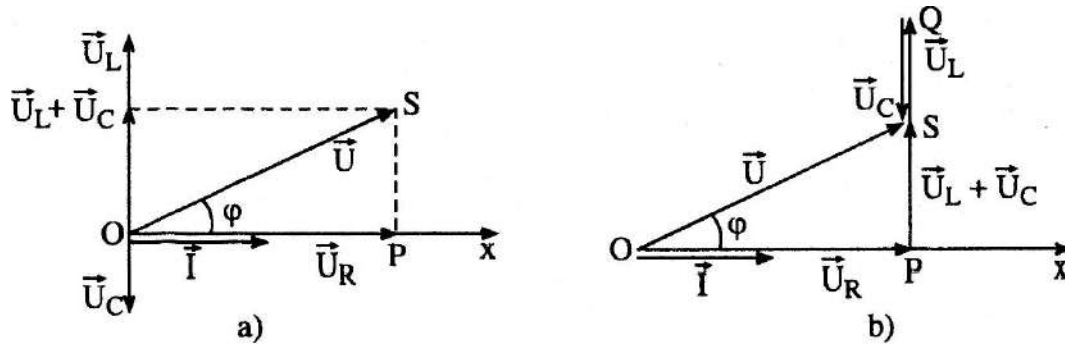
Ta biểu diễn cường độ dòng điện i và các điện áp xoay chiều u_R, u_L, u_C (có các biểu thức (30.1) ÷ (30.4)) bằng các vectơ quay tương ứng :

$$i \leftrightarrow \vec{I}; u_R \leftrightarrow \vec{U}_R; u_L \leftrightarrow \vec{U}_L; u_C \leftrightarrow \vec{U}_C$$

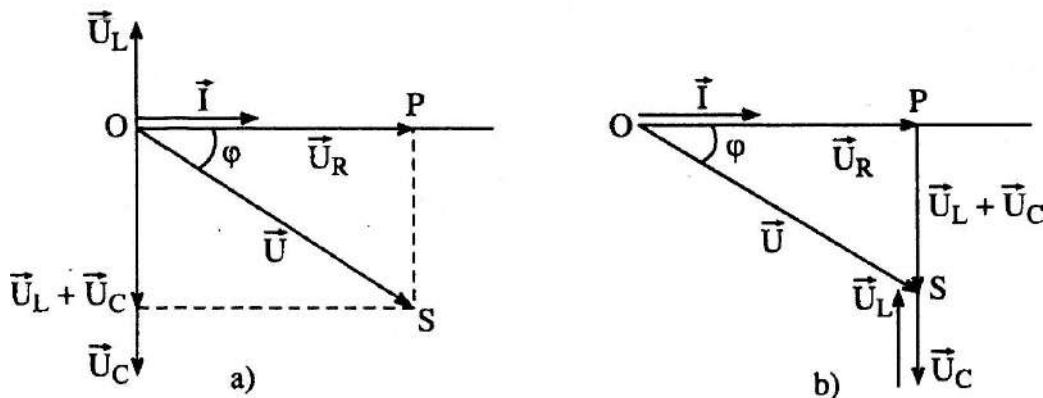
Góc hợp bởi các vectơ $\vec{I}, \vec{U}_R, \vec{U}_L$ và $\vec{U}_C$ với trục Ox vào thời điểm $t = 0$ lần lượt là : $0; 0; \frac{\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}$. Theo (30.5), vectơ quay $\vec{U}$ biểu diễn điện áp u là tổng các vectơ quay $\vec{U}_R, \vec{U}_L$ và $\vec{U}_C$:

$$\vec{U} = \vec{U}_R + \vec{U}_L + \vec{U}_C \quad (30.6)$$

Việc tổng hợp các vectơ quay có thể tiến hành theo quy tắc hình bình hành (Hình 30.2a và 30.3a), hoặc theo quy tắc đa giác (Hình 30.2b và 30.3b). Các giản đồ Fre-nen ở hình 30.2 vẽ cho trường hợp $U_L > U_C$ (hay $Z_L > Z_C$) ; còn các giản đồ Fre-nen ở hình 30.3 vẽ cho trường hợp $U_L < U_C$ (hay $Z_L < Z_C$).



Hình 30.2



Hình 30.3

2. Định luật Ôm cho đoạn mạch RLC nối tiếp. Tổng trở

- Xét tam giác vuông OPS trên giản đồ Fre-nen, ta có :

$$\overline{OS} = U ; \overline{OP} = U_R ; \overline{PS} = U_L - U_C$$

$$\overline{OS} = \sqrt{\overline{OP}^2 + \overline{PS}^2}$$

$$U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} \quad (30.7)$$

Thay $U = IR$; $U_L = I\omega L$; $U_C = \frac{I}{\omega C}$ vào công thức (30.7) ta tìm được cường độ dòng điện hiệu dụng :

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} \quad (30.8)$$

$$\text{Đặt } Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2} \quad (30.9)$$

$$\text{thì ta có } I = \frac{U}{Z} \quad (30.10)$$

Đó là công thức của *định luật Ôm đối với đoạn mạch xoay chiều có R, L, C mắc nối tiếp*. Đối với dòng điện xoay chiều tần số góc ω , đại lượng Z đóng vai trò tương tự như điện trở đối với dòng điện không đổi và được gọi là *tổng trở* của đoạn mạch.

• Từ giản đồ Fre-nen ta cũng tìm được độ lệch pha của u so với i . Xét tam giác vuông OPS trên giản đồ ta có :

$$\tan \varphi = \frac{\overline{PS}}{\overline{OP}} = \frac{U_L - U_C}{U_R} = \frac{Z_L - Z_C}{R} \quad (30.11a)$$

$$\tan \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \quad (30.11b)$$

với φ là *độ lệch pha của u so với i* .

Ta thấy nếu $Z_L > Z_C$ (đoạn mạch có tính cảm kháng) thì $\varphi > 0$ tức là cường độ dòng điện trễ pha so với điện áp giữa hai đầu đoạn mạch (Hình 30.2). Còn nếu $Z_L < Z_C$ (đoạn mạch có tính dung kháng) thì $\varphi < 0$, tức là cường độ dòng điện sớm pha so với điện áp giữa hai đầu đoạn mạch (Hình 30.3).

Chú ý :

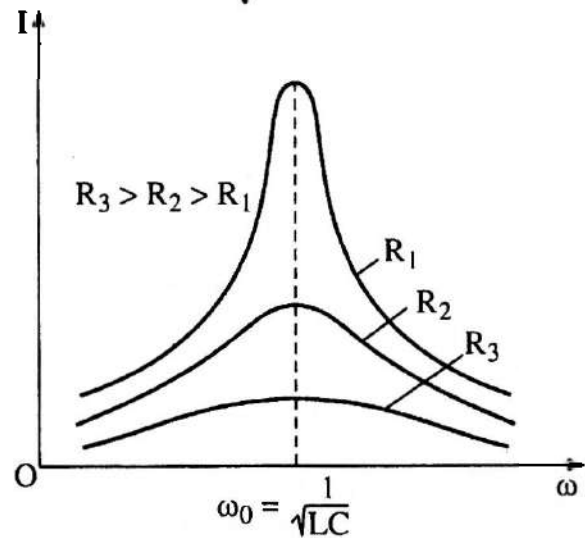
– Cuộn cảm có điện trở r được biểu diễn bằng một đoạn mạch gồm cuộn cảm thuần L và điện trở r mắc nối tiếp.

– Nếu một phần tử nào đó (R , L , hoặc C) không có trong mạch điện ta xét, thì đại lượng đặc trưng cho phần tử đó sẽ không có mặt trong các công thức (30.7) ÷ (30.11).

III – CỘNG HƯỞNG ĐIỆN

1. Hiện tượng cộng hưởng điện

a) Nếu giữ nguyên giá trị của điện áp hiệu dụng U giữa hai đầu đoạn mạch RLC nối tiếp và giữ không đổi L và C , thay đổi R , thì lý thuyết (dựa vào công thức (30.8)) và thực nghiệm chứng tỏ sự biến đổi theo tần số góc ω của cường độ dòng điện trong mạch RLC nối tiếp được biểu diễn trên hình 30.4. Điện trở R của mạch càng nhỏ thì I càng lớn và đường cong càng nhọn.



Hình 30.4

b) Từ đồ thị ở hình 30.4, ta thấy khi $\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, tức là khi $Z_L = Z_C$, thì cường độ dòng điện hiệu dụng có giá trị lớn nhất, trong đoạn mạch RLC nối tiếp xảy ra hiện tượng đặc biệt, gọi là *cộng hưởng điện*.

Khi đó (theo (30.8) ÷ (30.11)) :

– Tổng trở của đoạn mạch đạt giá trị cực tiểu : $Z_{\min} = R$.

– Cường độ hiệu dụng của dòng điện trong đoạn mạch đạt giá trị cực đại :

$$I_{\max} = \frac{U}{R}.$$

– Các điện áp tức thời giữa hai bản tụ điện và hai đầu cuộn cảm có biên độ bằng nhau nhưng ngược pha nên triệt tiêu lẫn nhau. Điện áp giữa hai đầu điện trở R bằng điện áp giữa hai đầu đoạn mạch.

– Cường độ dòng điện biến đổi đồng pha với điện áp giữa hai đầu đoạn mạch.

• Như vậy, điều kiện để xảy ra hiện tượng cộng hưởng điện trong mạch RLC nối tiếp là :

$$Z_L = Z_C$$

hay
$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (30.12)$$

2. Cộng hưởng điện áp

Khi có cộng hưởng điện, điện áp hiệu dụng giữa hai đầu cuộn cảm và giữa hai bản tụ điện là :

$$U_L = U_C = IZ_C = \frac{U}{R\omega C} = \frac{U}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (30.13)$$

Do đó, điều đặc biệt đáng chú ý là : khi xảy ra cộng hưởng điện, U_L và U_C thường lớn hơn điện áp hiệu dụng U đặt vào mạch (vì chỉ cần thực hiện điều kiện $\sqrt{\frac{L}{C}} > R$ khi lắp mạch). Điều đó có nghĩa là : khi có cộng hưởng điện, điện áp hiệu dụng lấy ra từ cuộn cảm L , hoặc từ tụ điện C , có thể lớn hơn chính điện áp hiệu dụng đặt vào mạch. Chính vì vậy mà hiện tượng cộng hưởng trong mạch RLC nối tiếp được gọi là *cộng hưởng điện áp*. Hiện tượng này cũng xảy ra khi giữ nguyên tần số của nguồn điện xoay chiều và cho các thông số L , C của mạch biến đổi sao cho thỏa mãn điều kiện (30.12).

Hiện tượng cộng hưởng điện áp có ứng dụng rộng rãi trong kĩ thuật vô tuyến điện, đặc biệt là khi cần khuếch đại (hoặc tách riêng) điện áp của một dao động điện có tần số nhất định.

❓ CAU HỎI

- Viết công thức tính tổng trở của các đoạn mạch chỉ có hai trong ba loại phần tử : R , L , C mắc nối tiếp.
- Cho f là tần số dòng điện. Hãy tính tổng trở của :
 - đoạn mạch chỉ có hai cuộn cảm thuần có độ tự cảm là L_1 , L_2 mắc nối tiếp.
 - đoạn mạch chỉ có hai tụ điện có điện dung là C_1 , C_2 mắc nối tiếp.
- Nêu điều kiện và đặc điểm của hiện tượng cộng hưởng điện đối với đoạn mạch RLC nối tiếp.



BÀI TẬP

1. Dung kháng của đoạn mạch RLC nối tiếp đang có giá trị nhỏ hơn cảm kháng. Ta làm thay đổi chỉ một trong các thông số của đoạn mạch bằng các cách nêu sau đây, cách nào có thể làm cho hiện tượng cộng hưởng điện xảy ra ?
 - A. Tăng điện dung của tụ điện.
 - B. Tăng hệ số tự cảm của cuộn dây.
 - C. Giảm điện trở thuần của đoạn mạch.
 - D. Giảm tần số dòng điện.
2. Điện áp giữa hai đầu một đoạn mạch RLC nối tiếp sớm pha $\frac{\pi}{4}$ so với cường độ dòng điện. Phát biểu nào sau đây đúng đối với đoạn mạch này ?
 - A. Tần số dòng điện trong đoạn mạch nhỏ hơn giá trị cần để xảy ra cộng hưởng.
 - B. Tổng trở của đoạn mạch bằng hai lần điện trở thuần của mạch.
 - C. Hiệu số giữa cảm kháng và dung kháng bằng điện trở thuần của đoạn mạch.
 - D. Điện áp giữa hai đầu điện trở thuần sớm pha so với điện áp giữa hai bản tụ điện.
3. Cho đoạn RLC nối tiếp có $R = 100 \, \Omega$; $L = 318 \, \text{mH}$, $C = 15,9 \, \mu\text{F}$. Điện áp giữa hai đầu đoạn mạch có biểu thức $u = 240\cos 100\pi t \, (\text{V})$. Tính tổng trở của đoạn mạch và viết biểu thức của cường độ dòng điện tức thời qua đoạn mạch.
4. Trong một đoạn mạch xoay chiều RLC nối tiếp, hệ số tự cảm của cuộn dây là $L = 0,2 \, \text{H}$; tụ điện có điện dung $C = 0,5 \, \mu\text{F}$; tần số dòng điện là $f = 50 \, \text{Hz}$.
 - a) Hỏi cường độ dòng điện trong đoạn mạch biến thiên sớm pha hay trễ pha so với điện áp ở hai đầu đoạn mạch ?
 - b) Cần phải thay tụ điện nói trên bằng một tụ có điện dung C bằng bao nhiêu để trên đoạn mạch xảy ra hiện tượng cộng hưởng điện ?

I – CÔNG SUẤT TỨC THỜI

Xét một đoạn mạch xoay chiều có dòng điện $i = I_0 \cos \omega t$ chạy qua. Điện áp giữa hai đầu đoạn mạch là $u = U_0 \cos(\omega t + \varphi)$, với φ là độ lệch pha của u so với i . Công suất điện tiêu thụ của đoạn mạch đó ở một thời điểm t bất kì, gọi tắt là *công suất tức thời* của đoạn mạch xoay chiều có biểu thức :

$$p = ui = U_0 I_0 \cos \omega t \cos(\omega t + \varphi) = \frac{UI}{2} \cos \omega t \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\text{hay} \quad p = UI \cos \varphi + UI \cos(2\omega t + \varphi) \quad (31.1)$$

II – CÔNG SUẤT TRUNG BÌNH TRONG MỘT CHU KÌ

Công suất điện tiêu thụ trung bình trong một chu kì T của đoạn mạch đó, kí hiệu là $\bar{p}$, có biểu thức :

$$\bar{p} = \frac{W_T}{T} \quad (31.2)$$

với W_T là điện năng tiêu thụ của đoạn mạch trong một chu kì T . Để tính $\bar{p}$, ta xuất phát từ biểu thức (30.1) và tính giá trị trung bình của từng số hạng ở vế bên phải. Số hạng $UI \cos \varphi$ không phụ thuộc thời gian nên sau khi lấy trung bình vẫn là $UI \cos \varphi$. Số hạng thứ hai chứa hàm tuần hoàn của thời gian là $\cos(2\omega t + \varphi)$ có chu kì $\frac{2\pi}{2\omega} = \frac{T}{2}$. Hàm này biến đổi qua các giá trị bằng nhau về trị số tuyệt đối nhưng trái dấu. Vì vậy, lấy trung bình trong khoảng thời gian $\frac{T}{2}$ (và T) thì hàm này có giá trị bằng không. Vì vậy ta có :

$$\bar{p} = UI \cos \varphi \quad (31.3)$$

III – CÔNG SUẤT CỦA DÒNG ĐIỆN XOAY CHIỀU

Công suất trung bình của dòng điện xoay chiều trong đoạn mạch trong khoảng thời gian t bất kì, gọi tắt là *công suất của dòng điện xoay chiều*, là đại lượng xác định bằng công thức :

$$\mathcal{P} = \frac{W}{t} \quad (31.4)$$

trong đó W là điện năng tiêu thụ của đoạn mạch trong khoảng thời gian t .

Nếu xét trong khoảng thời gian t lớn hơn nhiều lần một chu kì, thì có thể bỏ qua sự sai lệch trong phần lẻ của chu kì mà coi $\mathcal{P}$ cũng có giá trị bằng $\bar{\mathcal{P}}$.

Thật vậy, thường các dòng điện xoay chiều có chu kì nhỏ, bằng 0,02 s và nhỏ hơn nữa, nên khi tính điện năng tiêu thụ trong thời gian vài ba giây trở lên thì việc coi $\mathcal{P}$ bằng $\bar{\mathcal{P}}$ là hoàn toàn hợp lí.

Như vậy, *công suất của dòng điện xoay chiều* trong đoạn mạch là :

$$\mathcal{P} = UI \cos \varphi \quad (31.5)$$

trong đó U là điện áp hiệu dụng hai đầu đoạn mạch, I là cường độ hiệu dụng của dòng điện chạy trong đoạn mạch, φ là độ lệch pha của điện áp so với dòng điện. Công suất của dòng điện xoay chiều trong một đoạn mạch cũng là *công suất điện tiêu thụ của đoạn mạch đó*.

Điện năng tiêu thụ của đoạn mạch trong thời gian t là :

$$W = \mathcal{P} t = UI t \cos \varphi \quad (31.6)$$

Chú ý :

– Trong công thức $\mathcal{P} = UI \cos \varphi$, đại lượng $\mathcal{P}_{bk} = UI$ được gọi là *công suất biểu kiến*. Để phân biệt, công suất $\mathcal{P}$ được tính ra đơn vị oát (W), còn công suất biểu kiến được tính ra đơn vị vôn.ampe (V.A). Về mặt ý nghĩa, công suất $\mathcal{P}_{bk} = UI$ nêu lên khả năng cung cấp điện năng cho mạch (tùy thuộc vào các thiết bị truyền tải và cung cấp), còn công suất $\mathcal{P} = UI \cos \varphi$ gọi là *công suất tác dụng*, đó là công suất thực sự tiêu thụ trong mạch điện xoay chiều.

– Trong mạch điện xoay chiều bất kì, điện năng tiêu thụ chuyển một phần thành nhiệt, một phần thành các dạng năng lượng khác, nên biểu thức của định luật bảo toàn năng lượng có dạng : $UI \cos \varphi = RI^2 + \mathcal{P}'$, trong đó RI^2 là công suất điện chuyển thành nhiệt năng trên điện trở thuần, $\mathcal{P}'$ là công suất điện chuyển thành các dạng năng lượng khác, không phải là nhiệt năng (như cơ năng, hóa năng,...).

IV – HỆ SỐ CÔNG SUẤT

1. Đại lượng $\cos\varphi$ trong công thức (31.5) gọi là *hệ số công suất* của mạch điện xoay chiều. Vì góc φ có giá trị tuyệt đối không vượt quá $\frac{\pi}{2}$ nên $0 \leq \cos\varphi \leq 1$.

Khi xét đoạn mạch chỉ có tụ điện, hoặc chỉ có cuộn cảm, ta có $|\varphi| = \frac{\pi}{2}$ nên $\cos\varphi = 0$, điều đó có nghĩa là các đoạn mạch này không tiêu thụ điện năng. Còn đối với đoạn mạch chỉ có điện trở thuần thì $\varphi = 0$, do đó $\mathcal{P} = UI = RI^2$.

Như vậy, đối với mạch điện RLC nối tiếp, điện năng chỉ tiêu thụ trên điện trở R . Công suất tiêu thụ điện của mạch điện RLC nối tiếp bằng công suất toả nhiệt trên điện trở R :

$$\mathcal{P} = RI^2 \quad (31.7)$$

So sánh (31.5) và (31.7) ta có :

$$\cos\varphi = \frac{RI^2}{UI} = \frac{RI}{U} = \frac{RI}{IZ} = \frac{R}{Z}$$

Ta thu được công thức tính hệ số công suất :

$$\cos\varphi = \frac{R}{Z} \quad (31.8)$$

(Có thể thu được công thức này dựa vào giản đồ Fre-nen ở hình 30.2 và 30.3).

Như vậy, hệ số công suất phụ thuộc vào các giá trị của R , L , C của mạch điện và tần số ω của dòng điện. Cần lưu ý thêm rằng, khi trong mạch RLC nối tiếp xảy ra hiện tượng cộng hưởng điện thì hệ số công suất $\cos\varphi = 1$.

2. *Hệ số công suất có ý nghĩa quan trọng trong quá trình cung cấp và sử dụng điện năng.*

Một nhà máy công nghiệp cần được cung cấp điện năng để chạy các động cơ, thiết bị sản xuất. Khi vận hành ổn định, công suất điện tiêu thụ được giữ ổn định. Trong các động cơ điện và thiết bị điện của nhà máy bao giờ cũng có các cuộn dây. Do đó, cường độ dòng điện nói chung lệch pha một góc φ so với điện áp u . Công suất tiêu thụ điện trong nhà máy là $\mathcal{P} = UI\cos\varphi$, với $\cos\varphi > 0$ và cường độ hiệu dụng của dòng điện chạy trong nhà máy là $I = \frac{\mathcal{P}}{U\cos\varphi}$,

dòng điện này được dẫn đến các động cơ và thiết bị điện trong nhà máy qua các dây dẫn. Nếu hệ số công suất $\cos\varphi$ nhỏ thì cường độ dòng điện hiệu dụng sẽ lớn và hao phí vì nhiệt toả ra trên các dây dẫn và ở các động cơ, thiết bị điện sẽ lớn. Đó là điều ta cần tránh. Vì vậy, ở các cơ sở tiêu thụ điện năng phải đảm bảo các mạch điện được sử dụng phải có hệ số công suất $\cos\varphi$ lớn (thường yêu cầu có $\cos\varphi > 0,85$). Nếu hệ số công suất $\cos\varphi$ nhỏ do các mạch điện có độ tự cảm lớn (trong động cơ điện chẳng hạn), thì phải mắc thêm tụ điện vào mạch để tăng $\cos\varphi$.



CAU HỎI

1. Trong trường hợp nào, hệ số công suất của dòng điện xoay chiều có giá trị lớn nhất ? nhỏ nhất ?
2. Vì sao phải tăng hệ số công suất ở nơi tiêu thụ điện ?



BÀI TẬP

1. Công suất của dòng điện xoay chiều trên một đoạn mạch RLC nối tiếp nhỏ hơn tích UI là do
 - A. một phần điện năng tiêu thụ trong tụ điện.
 - B. trong cuộn dây có dòng điện cảm ứng.
 - C. điện áp giữa hai đầu đoạn mạch và cường độ dòng điện biến đổi lệch pha đối với nhau.
 - D. có hiện tượng cộng hưởng điện trên đoạn mạch.
2. Hệ số công suất của đoạn mạch xoay chiều bằng 0 ($\cos\varphi = 0$) trong trường hợp nào sau đây ?
 - A. Đoạn mạch chỉ có điện trở thuần.
 - B. Đoạn mạch có điện trở bằng 0.
 - C. Đoạn mạch không có tụ điện.
 - D. Đoạn mạch không có cuộn cảm.
3. Một tụ điện có điện dung $C = 10,6 \mu\text{F}$ mắc nối tiếp với điện trở $R = 150 \Omega$ thành một đoạn mạch. Mắc đoạn mạch vào mạng điện xoay chiều có điện áp hiệu dụng 220 V, tần số 50 Hz. Hãy tính :
 - a) Hệ số công suất của đoạn mạch.
 - b) Điện năng mà đoạn mạch tiêu thụ trong một phút.
4. Một cuộn cảm khi mắc với điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng 100 V thì tiêu thụ công suất 6W. Biết cường độ dòng điện hiệu dụng qua cuộn cảm là 0,4 A. Tính hệ số công suất của cuộn cảm.

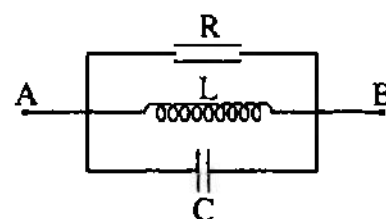
I – MẠCH ĐIỆN XOAY CHIỀU CÓ R, L, C MẮC SONG SONG CÔNG HƯỚNG DỒNG ĐIỆN

1. Mạch điện xoay chiều có R, L, C mắc song song

a) Xét mạch điện xoay chiều (Hình 32.1) gồm một điện trở thuần R, một cuộn cảm thuần có độ tự cảm L và một tụ điện có điện dung C mắc song song.

Đặt vào hai đầu A, B của mạch một điện áp :

$$u = U_0 \cos \omega t \quad (32.1)$$



Hình 32.1

thì trong các mạch rẽ có các dòng điện i_R , i_L và i_C .

Điện áp giữa hai đầu các phần tử R, L, C là như nhau, nhưng các cường độ dòng điện i_R , i_L , i_C là khác nhau. Cường độ dòng điện chính i của mạch RLC mắc song song là :

$$i = i_R + i_L + i_C \quad (32.2)$$

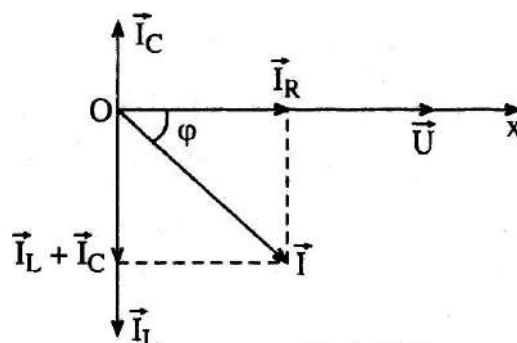
trong đó

$$i_R = \frac{U_0}{R} \cos \omega t$$

$$i_L = \frac{U_0}{\omega L} \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right)$$

và

$$i_C = U_0 C \omega \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right)$$



Hình 32.2

Cường độ dòng điện i có biểu thức tổng quát :

$$i = I_0 \cos(\omega t - \varphi) \quad (32.3)$$

b) Để tìm I_0 (hay I) và φ ta dùng phương pháp giản đồ Fre-nen. Vì điện áp u là chung cho cả ba mạch rẽ, nên ta vẽ vectơ quay $\vec{U}$ dọc theo trục Ox (Hình 32.2).

Các vectơ quay $\vec{I}_R, \vec{I}_L$ và $\vec{I}_C$ lập với trục Ox các góc lần lượt là : $0 ; \left(-\frac{\pi}{2}\right) ; \left(+\frac{\pi}{2}\right)$. Theo (32.2), vectơ quay $\vec{I}$ biểu diễn cường độ dòng điện i trong mạch RLC mắc song song là tổng các vectơ quay $\vec{I}_R, \vec{I}_L$ và $\vec{I}_C$: $\vec{I} = \vec{I}_R + \vec{I}_L + \vec{I}_C$.

Giản đồ Fre-nen, trên hình 32.2 vẽ cho trường hợp $Z_L < Z_C$.

c) Từ giản đồ Fre-nen trên hình 32.2 ta có :

$$I = \sqrt{I_R^2 + (I_L - I_C)^2} \quad (32.4)$$

và
$$\tan \varphi = \frac{I_L - I_C}{I_R} \quad (32.5)$$

Ta biết : $I_R = \frac{U}{R} ; I_L = \frac{U}{Z_L} = \frac{U}{\omega L}$ và $I_C = \frac{U}{Z_C} = UC\omega$ (32.6)

Thay (32.6) vào (32.4) ta có :

$$I = U \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{Z_L} - \frac{1}{Z_C}\right)^2} \quad (32.7)$$

hay
$$I = \frac{U}{Z} \quad (32.8)$$

với
$$Z = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{Z_L} - \frac{1}{Z_C}\right)^2}} \quad (32.9)$$

gọi là *tổng trở tương đương* của mạch RLC mắc song song.

Đó là *công thức của định luật Ôm cho mạch RLC mắc song song*.

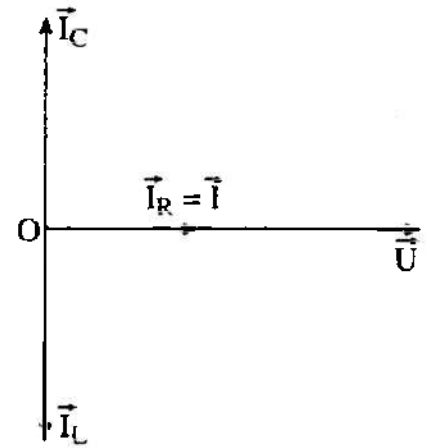
d) Thay (32.6) vào (32.5) ta có :

$$\tan \varphi = \frac{\frac{1}{Z_L} - \frac{1}{Z_C}}{\frac{1}{R}} = R \left(\frac{1}{Z_L} - \frac{1}{Z_C} \right) \quad (32.10)$$

Với $Z_L < Z_C$ (như ở hình 32.2) thì $\varphi > 0$: i trễ pha so với u . Còn với $Z_L > Z_C$ thì $\varphi < 0$: i sớm pha hơn u .

2. Cộng hưởng dòng điện

Từ (32.7) và (32.10) ta thấy khi $Z_L = Z_C$, hay $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ (32.11) thì u và i cùng pha, tổng trở Z là cực đại, và dòng điện trong mạch chính sẽ cực tiểu và bằng $I = \frac{U}{R}$. Khi đó trong mạch có hiện tượng cộng hưởng. Khi có cộng hưởng, các dòng điện i_L và i_C qua các nhánh L và C có biên độ bằng nhau nhưng lại ngược pha nhau và cường độ hiệu dụng trong mạch chính chỉ bằng cường độ hiệu dụng qua nhánh R. Bởi vì khi có cộng hưởng, dòng điện chạy vòng trong hai nhánh L và C có thể có cường độ hiệu dụng rất lớn, nên người ta gọi hiện tượng cộng hưởng này là *cộng hưởng dòng điện*. Hình 32.3 là giản đồ Fre-nen trong trường hợp cộng hưởng dòng điện.



Hình 32.3

Nếu bằng cách nào đó ta giữ cho I không đổi thì, khi có cộng hưởng dòng điện, điện áp hiệu dụng giữa hai đầu của mạch sẽ rất lớn (vì $U = IZ$ mà Z lại cực đại). Kết quả này đưa đến một ứng dụng quan trọng : nó cho phép tách một điện áp có tần số góc ω ra khỏi một dao động điện phức tạp (gồm nhiều dao động điện có tần số góc khác nhau).

II – MẠCH ĐIỆN XOAY CHIỀU CÓ CÁC PHẦN TỬ MẮC HỖN HỢP

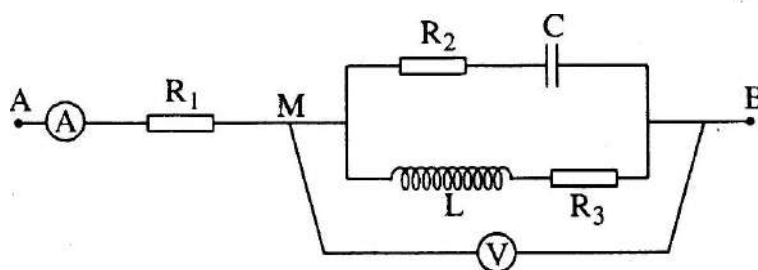
Trong trường hợp tổng quát, mạch điện xoay chiều có thể bao gồm cả các đoạn mạch mắc nối tiếp và các đoạn mạch mắc song song. Trong trường hợp đó, để tìm được quan hệ giữa cường độ dòng điện và điện áp trong mạch, ta dùng phương pháp giản đồ Fre-nen theo cách tương tự như đã áp dụng cho mạch RLC nối tiếp và mạch RLC song song (Bài 30 và mục 1 ở trên). Dựa vào giản đồ Fre-nen ta có thể xác định được giá trị hiệu dụng (và biên độ) của đại lượng cần tìm, cũng như độ lệch pha giữa cường độ dòng điện và điện áp, và các đại lượng đặc trưng cho mạch,...

Ví dụ : Cho mạch điện như trên hình 32.4

Cho biết $R_1 = 25 \Omega$; $R_2 = 15 \Omega$; $R_3 = 15 \Omega$;

$C = \frac{5}{\pi} \cdot 10^{-4} \text{ F}$; $L = \frac{0,2}{\pi} \text{ H}$; $R_A \approx 0$; $R_V = \infty$; $u_{AB} = 165\sqrt{2} \cos 100\pi t \text{ (V)}$

Tìm số chỉ của vôn kế và ampe kế. Viết biểu thức của cường độ dòng điện mạch chính và của điện áp u_{MB} . Tính tổng trở toàn mạch.



Hình 32.4

Giải

Xét đoạn mạch song song MB, ta có : $Z_C = \frac{1}{\omega C} = 20 \Omega$

$$Z_1 = \sqrt{R_2^2 + Z_C^2} = 25 \Omega ; I_1 = \frac{U_{MB}}{Z_1} = \frac{U_{MB}}{25}$$

Cường độ dòng điện i_1 sớm pha so với u_{MB} một góc φ_1 , mà :

$$\tan \varphi_1 = \frac{Z_C}{R_2} = \frac{4}{3} \Rightarrow \varphi_1 = \arctan \frac{4}{3} \approx 0,3\pi$$

Ta lại có :

$$Z_L = L\omega = 20 \Omega ; Z_2 = \sqrt{R_3^2 + Z_L^2} = 25 \Omega$$

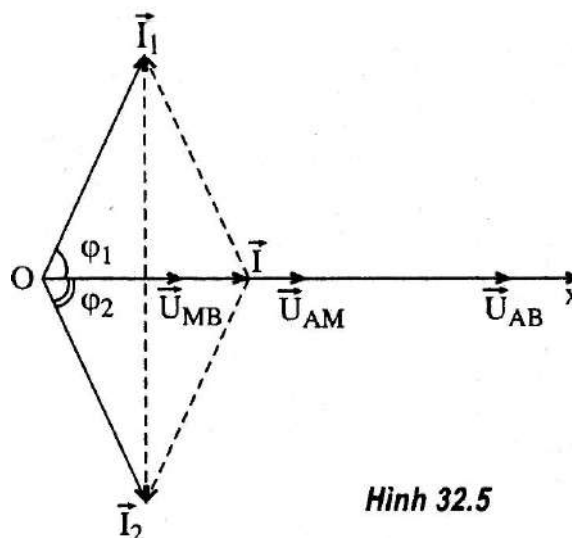
$$I_2 = \frac{U_{MB}}{Z_2} = \frac{U_{MB}}{25} = I_1$$

Cường độ dòng điện i_2 trễ pha so với

u_{MB} một góc φ_2 , mà $\tan \varphi_2 = \frac{Z_L}{R_3} = \frac{4}{3}$.

Như vậy : $\varphi_2 = \varphi_1$

Vẽ giản đồ Fre-nen cho đoạn mạch MB. Chọn trục Ox là trục điện áp $\vec{U}_{MB}$ và vẽ $\vec{I}_1, \vec{I}_2$ (Hình 32.5). Vì $I_1 = I_2$ và $\varphi_1 = \varphi_2$ nên vectơ cường độ dòng điện chính $\vec{I} = \vec{I}_1 + \vec{I}_2$ nằm dọc theo trục $\vec{U}_{MB}$ nghĩa



Hình 32.5

là cường độ dòng điện chính i cùng pha với u_{MB} . Điện áp u_{AM} cùng pha với i (vì đoạn mạch AM chỉ chứa điện trở thuần R_1). Do đó, vectơ $\vec{U}_{AM}$ có hướng trùng với $\vec{U}_{MB}$ và có độ lớn $U_{AM} = R_1 I = 25I$. Vectơ điện áp đặt vào mạch điện $\vec{U}_{AB} = \vec{U}_{AM} + \vec{U}_{MB}$ có cùng hướng với $\vec{U}_{MB}$ (cùng hướng với $\vec{I}$) và có độ lớn :

$$U_{AB} = U_{AM} + U_{MB} = 25I + U_{MB} \quad (1)$$

Từ giản đồ Fre-nen ta có :

$$I = 2I_1 \cos \varphi_1 = 2 \frac{U_{MB}}{25} \cdot \frac{R_2}{Z} = \frac{6U_{MB}}{125}$$

suy ra :

$$U_{MB} = \frac{125I}{6} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có :

$$U_{AB} = \frac{275}{6} I$$

Theo đề bài : $U_{AB} = 165 \text{ V}$, suy ra $I = 3,6 \text{ A}$.

Số chỉ của ampe kế là $3,6 \text{ A}$.

Số chỉ của vôn kế là : $U_{MB} = \frac{125I}{6} = 75 \text{ V}$.

Biểu thức của cường độ dòng điện chính (cùng pha với u_{AB}) là :

$$i = 3,6\sqrt{2} \cos 100\pi t \text{ (A)}$$

Biểu thức của điện áp u_{MB} (cùng pha với u_{AB}) là :

$$u_{MB} = 75\sqrt{2} \cos 100\pi t \text{ (V)}$$

Tổng trở của toàn mạch là :

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{165}{3,6} = 46 \Omega$$

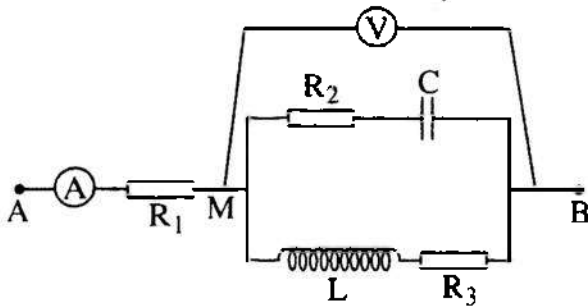
CÂU HỎI

1. Cộng hưởng dòng điện khác cộng hưởng điện áp ở điểm nào ?
2. Nêu phương pháp tổng quát giải bài toán mạch điện xoay chiều có các phần tử mắc hỗn hợp.

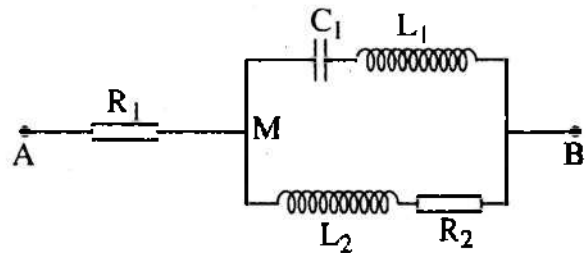
BÀI TẬP

1. Cho mạch điện có sơ đồ như trên hình 32.6. Cho biết $R_1 = 50 \Omega$; $R_2 = 30 \Omega$; $C = \frac{2,5}{\pi} \cdot 10^{-4} \text{ F}$; $R_A \approx 0$; $L = \frac{0,4}{\pi} \text{ H}$; $R_V = \infty$; $R_3 = 30 \Omega$. Đặt vào hai đầu A, B của mạch điện điện áp $u_{AB} = 330\sqrt{2} \cos 100\pi t \text{ (V)}$.

- a) Tìm số chỉ của vôn kế và ampe kế. Viết biểu thức của cường độ dòng điện chính và của điện áp u_{MB} .
- b) Tính công suất tiêu thụ của mạch điện và tổng trở của toàn mạch.

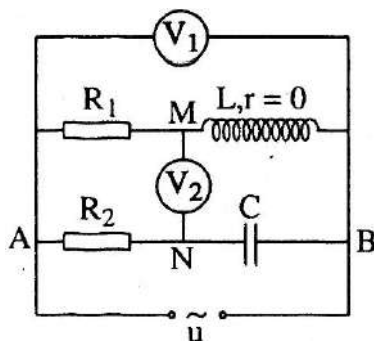


Hình 32.6

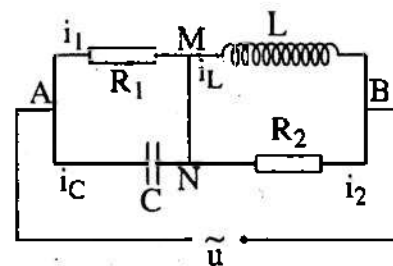


Hình 32.7

2. Cho mạch điện có sơ đồ như trên hình 32.7. Cho biết $R_1 = 40 \, \Omega$; $R_2 = 60 \, \Omega$; $L_2 = \frac{1}{5\pi} \, \text{H}$; $u_{AB} = 400\cos^2 \omega t \, (\text{V})$, với $\omega = 100\pi \, \text{rad/s}$; trị số của L_1 và C_1 thỏa mãn hệ thức $4\omega^2 L_1 C_1 = 1$. Tìm biểu thức các cường độ dòng điện mạch chính và các mạch rẽ.
3. Cho mạch điện xoay chiều như trên hình 32.8. Cho biết $R_V = \infty$; cuộn dây có hệ số tự cảm L và điện trở không đáng kể ($r = 0$). Hãy tìm công thức liên hệ giữa R_1 , R_2 , L và C sao cho các vôn kế V_1 và V_2 chỉ cùng một giá trị.



Hình 32.8



Hình 32.9

4. Cho mạch điện mắc theo sơ đồ như trên hình 32.9, với $u_{AB} = U\sqrt{2} \cos \omega t$.
- a) Muốn cho hệ số công suất của toàn mạch bằng 1 thì R_1 , R_2 , L , C và ω phải thỏa mãn hệ thức như thế nào?
- b) Cho $R_1 = 200 \, \Omega$; $C = \frac{50}{\pi} \, \mu\text{F}$ và tần số $f = 50 \, \text{Hz}$. Hãy tính các giá trị R_2 và L để hệ số công suất của toàn mạch bằng 1, đồng thời các điện áp u_{AM} và u_{MB} có cùng một giá trị hiệu dụng.

33

PHƯƠNG PHÁP DÙNG SỐ PHỨC ĐỂ GIẢI BÀI TOÁN MẠCH ĐIỆN XOAY CHIỀU MẮC SONG SONG VÀ MẮC HỖN HỢP

I – KHÁI NIỆM VỀ SỐ PHỨC. CÁC PHÉP TÍNH VỚI SỐ PHỨC

Trong tập hợp các số thực, bình phương của mọi số là số không âm nên không thể lấy căn bậc hai của số âm. Điều đó cản trở việc thực hiện các phép toán, do đó người ta mở rộng tập hợp các số thực thành tập hợp các số phức. Việc mở rộng cũng đã tỏ ra rất có ích trong lịch sử phát triển của toán học. Nó cũng có nhiều ứng dụng trong lĩnh vực vật lý học, đặc biệt là khi nghiên cứu về các hiện tượng dao động và sóng và trong nhiều lĩnh vực khác của vật lý.

1. Biểu diễn số phức

a) Đưa vào kí hiệu j , gọi là *đơn vị ảo* (trong toán học dùng kí hiệu i , nhưng ở đây để không bị nhầm với kí hiệu cường độ dòng điện quen dùng, ta dùng kí hiệu j) thì, nói một cách đơn giản, mỗi số phức z được viết dưới dạng $a + bj$ (với a, b là số thực).

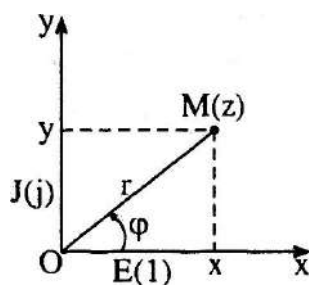
$$z = a + bj \quad (33.1)$$

và ta tiến hành các phép toán cộng và nhân số phức như đối với nhị thức và khi gặp j^2 ta thay bằng -1 :

$$j^2 = -1 \quad (33.2)$$

Biểu thức (33.1) là dạng đại số của số phức. a được gọi là *phần thực* của z (thường kí hiệu $\text{Re}z$), còn b được gọi là *phần ảo* của z (thường kí hiệu $\text{Im}z$). Số phức mà phần ảo bằng 0 là số thực, còn số phức mà phần thực bằng 0 là số thuần ảo. Hàm số có biến số là số phức gọi là *hàm phức*.

b) Ta xét biểu diễn hình học số phức. Trong mặt phẳng P , lấy một hệ tọa độ Đề-các vuông góc Oxy thì mỗi điểm M của P xác định bởi tọa độ (x, y) của nó trong hệ tọa độ đó (Hình 33.1). Bây giờ ta gọi số phức $z = x + yj$ là *tọa vị* của M (đối với hệ tọa độ đó), ta



Hình 33.1

cũng viết $M(z)$ và gọi P (với hệ tọa độ Oxy) là *mặt phẳng phức*. Các điểm thuộc Ox là các điểm có tọa vị thực, nên còn gọi Ox là *trục thực*. Các điểm thuộc Oy là các điểm có tọa vị thuần ảo, nên còn gọi Oy là *trục ảo*. Điểm E có tọa vị 1 thuộc Ox gọi là *điểm đơn vị*; điểm j có tọa độ j thuộc Oy gọi là *điểm đơn vị ảo*.

Ta biết mỗi điểm M xác định bởi vectơ $\overline{OM}$ gọi là bán kính vectơ của M (đối với gốc O), và khi nói M có tọa độ (x, y) đối với hệ tọa độ Oxy cũng có nghĩa là vectơ $\overline{OM}$ có tọa độ (x, y) . Vì vậy, ở đây khi đã nói M có tọa vị z thì cũng có thể nói vectơ $\overline{OM}$ có tọa vị z , và ta viết $\overline{OM}(z)$.

c) Ta chuyển sang xét *dạng lượng giác của số phức*. Ta thấy điểm M, biểu diễn số phức z trong mặt phẳng phức, hoàn toàn được xác định bởi độ dài đoạn thẳng OM, tức r (còn kí hiệu là $|z|$) và bởi góc định hướng $\varphi = (Ox, OM)$ tạo bởi tia Ox (tia đầu) và tia OM (tia cuối) (Hình 33.1). Số đo φ (đo bằng radian) của góc định hướng đó được xác định sai khác một bội nguyên của 2π (φ thường được gọi là *argumen* của z , kí hiệu $\arg z$).

Ta có : $x = r\cos\varphi$, $y = r\sin\varphi$. Vì vậy, ta có thể viết :

$$z = r(\cos\varphi + j\sin\varphi), \text{ với } r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (33.3)$$

(r còn được gọi là môđun của z)

Biểu thức (33.3) là *dạng lượng giác của số phức*.

d) Áp dụng công thức *Ơ-le*

$$\cos\varphi + j\sin\varphi = e^{j\varphi} \quad (33.4)$$

thì từ (33.3) ta thấy số phức z còn được viết dưới dạng :

$$z = re^{j\varphi} \quad (33.5)$$

(e là cơ số của lôgarit tự nhiên).

Cách viết này rất tiện lợi khi thực hiện các phép tính nhân, chia số phức.

2. Một số ví dụ về phép tính với số phức

Cho hai số phức $z_1 = a_1 + b_1j$; $z_2 = a_2 + b_2j$. Ta có :

$$\begin{aligned} z_1 + z_2 &= (a_1 + b_1j) + (a_2 + b_2j) \\ &= (a_1 + a_2) + (b_1 + b_2)j \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 z_1 z_2 &= (a_1 + b_1 j)(a_2 + b_2 j) \\
 &= a_1 a_2 + a_1 b_2 j + a_2 b_1 j + b_1 b_2 j^2 \\
 &= (a_1 a_2 - b_1 b_2) + (a_1 b_2 + a_2 b_1)j
 \end{aligned}$$

• Số phức $\bar{z} = a - bj$ được gọi là số phức liên hợp của z . (Người ta còn kí hiệu $\bar{z}$ là z^*). Ta có :

$$z + \bar{z} = 2a ; z - \bar{z} = 2bj ; z\bar{z} = a^2 + b^2 \quad (33.6)$$

Trong các phép chia người ta thường dùng tính chất (33.6) để nhận được biểu thức có mẫu số là số thực.

Ví dụ :

$$\frac{2-j}{1+j} = \frac{(2-j)(1-j)}{(1+j)(1-j)} = \frac{(2-j)(1-j)}{1-j^2} = \frac{1-3j}{2}$$

• Nếu các số phức được biểu diễn dưới dạng lượng giác :

$$z_1 = r_1(\cos \varphi_1 + j \sin \varphi_1)$$

$$z_2 = r_2(\cos \varphi_2 + j \sin \varphi_2)$$

thì ta có :

$$z_1 z_2 = r_1 r_2 [\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + j \sin(\varphi_1 + \varphi_2)]$$

Dễ dàng thấy rằng, nếu viết :

$$z_1 = r_1 e^{j\varphi_1}, z_2 = r_2 e^{j\varphi_2}$$

thì ta có ngay :

$$\begin{aligned}
 z_1 z_2 &= r_1 r_2 e^{j(\varphi_1 + \varphi_2)} \\
 &= r_1 r_2 [\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + j \sin(\varphi_1 + \varphi_2)]
 \end{aligned}$$

và
$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} e^{j(\varphi_1 - \varphi_2)} = \frac{r_1}{r_2} [\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + j \sin(\varphi_1 - \varphi_2)]$$

Vì vậy, để thuận tiện, khi tiến hành các phép nhân chia số phức, người ta thường viết số phức dưới dạng $z = re^{j\varphi}$.

• Dễ dàng chuyển một số phức từ dạng đại số, hoặc dạng lượng giác, sang dạng $re^{j\varphi}$, hoặc ngược lại (theo công thức O-le). Thực vậy, ta có :

$$r = \sqrt{a^2 + b^2}; \quad \tan \varphi = \frac{b}{a}$$

• Một số trường hợp riêng đáng chú ý :

$$e^{j\frac{\pi}{2}} = \cos \frac{\pi}{2} + j \sin \frac{\pi}{2} = j ;$$

$$e^{j\frac{\pi}{4}} = \cos \frac{\pi}{4} + j \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}(1 + j) ;$$

$$e^{-j\frac{\pi}{2}} = \cos \left(-\frac{\pi}{2} \right) + j \sin \left(-\frac{\pi}{2} \right) = -j$$

II – PHƯƠNG PHÁP DÙNG SỐ PHỨC ĐỂ GIẢI BÀI TOÁN MẠCH ĐIỆN XOAY CHIỀU

1. Đối chiếu công thức O-le (33.4) với phương trình của dao động điện từ, ta thấy : một đại lượng biến thiên điều hòa theo thời gian $a = A \cos(\omega t + \varphi)$ có thể biểu diễn bằng một số phức, kí hiệu là $\hat{a}$

$$a \leftrightarrow \hat{a} = A e^{j(\omega t + \varphi)} \quad (33.7)$$

Bởi vì, trong bài toán mạch điện xoay chiều, tần số góc ω đã có trị số xác định, nên để thuận tiện trong tính toán, ta quy ước :

$$a \leftrightarrow \hat{a} = A e^{j\varphi} = A(\cos \varphi + j \sin \varphi) = a_1 + j a_2 \quad (33.8)$$

với $a_1 = A \cos \varphi$ là phần thực, $a_2 = A \sin \varphi$ là phần ảo của số phức $\hat{a}$; φ chính là pha ban đầu hoặc độ lệch pha (so với dao động khác) của đại lượng biến thiên điều hoà a mà ta xét.

a) Như vậy, nếu điện áp có biểu thức : $u = 100\sqrt{2} \cos(100\pi t)$ (V) thì nó được biểu diễn bằng số phức $\hat{U} = 100\sqrt{2}$ (V) (vì $\varphi = 0$). Nếu cường độ dòng điện có dạng :

$$i = 5\sqrt{2} \cos \left(100\pi t + \frac{\pi}{4} \right) \text{ (A)}$$

thì nó được biểu diễn bằng số phức :

$$\dot{I} = 5\sqrt{2}j^{\frac{\pi}{4}} = 5 + j.5 \text{ (A)}$$

b) Ngược lại, nếu có $\dot{U} = 100\sqrt{2}$ (V), thì ta có biểu thức :

$$u = 100\sqrt{2} \cos(100\pi t) \text{ (V)} ;$$

Hoặc nếu có $\dot{I} = 5 + j.5$, thì ta có biểu thức :

$$i = 5\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right) \text{ (A)}$$

$$(\text{vì } I_0 = \sqrt{5^2 + 5^2} \text{ và } \tan \varphi = \frac{5}{5} = 1 \Rightarrow \varphi = +\frac{\pi}{4})$$

Ngoài ra, vì R gắn với $\vec{U}_R$, Z_L gắn với $\vec{U}_L$, Z_C gắn với $\vec{U}_C$ nên đối chiếu hình 30.2a và hình 33.1 ta thấy tổng trở Z của mạch RLC mắc nối tiếp cũng được biểu diễn bằng một số phức (tổng trở phức) :

$$Z \leftrightarrow \dot{Z} = R + j(Z_L - Z_C) \quad (33.9)$$

2. Dùng số phức thì định luật Ôm cho đoạn mạch RLC mắc nối tiếp (công thức 30.10) được viết dưới dạng :

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{\dot{Z}} \text{ hay } \dot{U} = \dot{I}\dot{Z} \quad (33.10)$$

Nếu mạch điện gồm nhiều đoạn mạch mắc nối tiếp thì :

$$\dot{Z} = \dot{Z}_1 + \dot{Z}_2 + \dots ; \dot{U} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2 + \dots \quad (33.11)$$

Với $\dot{Z}_i, \dot{U}_i$ là tổng trở và điện áp của đoạn mạch thứ i.

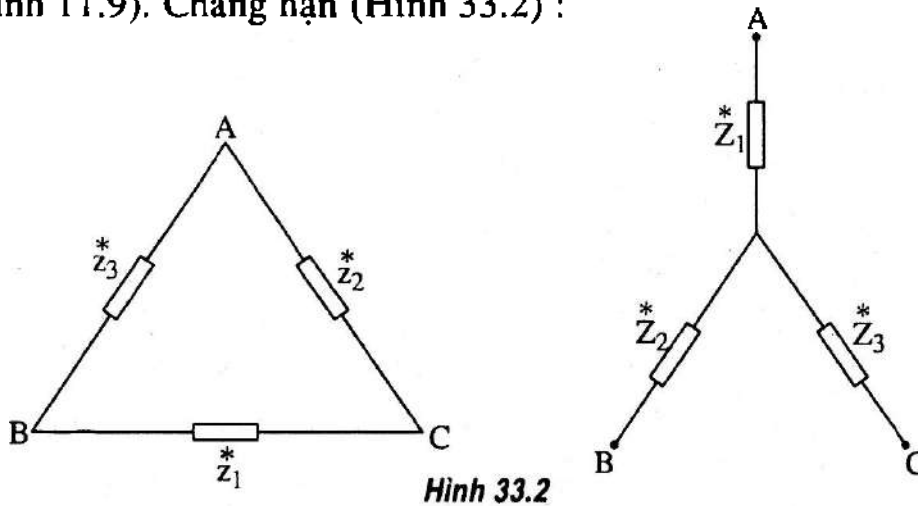
a) Nếu mạch điện gồm nhiều đoạn mạch mắc song song thì tổng trở của toàn mạch và dòng điện chính trong mạch là :

$$\frac{1}{\dot{Z}} = \frac{1}{\dot{Z}_1} + \frac{1}{\dot{Z}_2} + \dots ;$$

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dots \text{ với } \dot{I}_1 = \frac{\dot{U}}{\dot{Z}_1}, \dot{I}_2 = \frac{\dot{U}}{\dot{Z}_2} \quad (33.12)$$

b) Nếu mạch điện gồm các phần tử mắc hỗn hợp thì phân tích mạch thành các đoạn mạch mắc nối tiếp, mỗi đoạn mạch đó lại gồm các phần tử mắc song song rồi vận dụng cách tính nói trên.

3. Ngoài ra, khi cần thiết, để giải bài toán được thuận lợi, có thể sử dụng phép biến đổi tam giác – sao đối với tổng trở phức, giống như với điện trở thuần trong các bài toán mạch điện không đổi (xem mục 6, *Bài 11, Vật lí 11 tập một*, hình 11.9). Chẳng hạn (Hình 33.2) :



Hình 33.2

$$\bar{Z}_1 = \frac{z_2 z_3}{z_1 + z_2 + z_3}; \quad \bar{Z}_2 = \frac{z_3 z_1}{z_1 + z_2 + z_3}; \quad \bar{Z}_3 = \frac{z_1 z_2}{z_1 + z_2 + z_3} \quad (33.13)$$

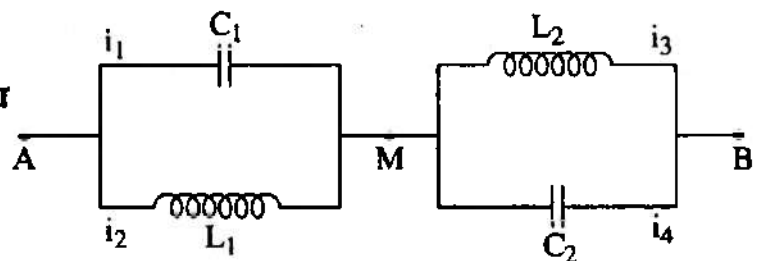
III – VÍ DỤ GIẢI BÀI TOÁN MẠCH ĐIỆN XOAY CHIỀU BẰNG PHƯƠNG PHÁP SỐ PHỨC

Ví dụ 1

Cho mạch điện có sơ đồ như trên hình 33.3. Cho biết :

$$C_1 = 32 \mu\text{F}; \quad C_2 = 8 \mu\text{F};$$

$$L_1 = L_2 = \frac{2}{\pi} \text{H}; \quad u_{AB} = 100 \cos 100\pi t \text{ (V)}$$



Hình 33.3

Hãy tính các cường độ hiệu dụng I, I_1, I_2, I_3, I_4 và điện áp hiệu dụng U_{AM}, U_{MB} . Hãy viết biểu thức của cường độ dòng điện mạch chính.

Giải

Ta có $Z_{L_1} = Z_{L_2} = L\omega = 200 \Omega$;

$$Z_{C_1} = \frac{1}{C_1 \omega} = 100 \Omega ; \quad Z_{C_2} = \frac{1}{C_2 \omega} = 400 \Omega ;$$

Từ
$$\frac{1}{Z_{AM}^*} = \frac{1}{Z_{C_1}^*} + \frac{1}{Z_{L_1}^*}$$

suy ra :
$$Z_{AM}^* = \frac{200j(-100j)}{200j + (-100j)} = -200j$$

Tương tự :
$$Z_{MB}^* = \frac{200j(-400j)}{200j + (-400j)} = 400j$$

Từ đó :
$$Z_{AB}^* = Z_{AM}^* + Z_{MB}^* = 200j ;$$

$$I = \frac{U_{AB}^*}{Z_{AB}^*} = \frac{150}{200j} = 0,75(-j), \text{ suy ra } I_0 = 0,75 \text{ A và } \varphi = -\frac{\pi}{2}$$

Từ đó, ta có :

$$i = 0,75 \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ A}$$

Ta lại có :
$$U_{AM}^* = I \cdot Z_{AM}^* = (-0,75j)(-200j) = -150$$

Suy ra :
$$U_{AM_0} = 150 \text{ V}$$

$$U_{AM} = \frac{150}{\sqrt{2}} = 75\sqrt{2} \text{ (V) (và } u_{AM} \text{ ngược pha với } u_{AB})$$

Tương tự :
$$U_{MB}^* = I \cdot Z_{MB}^* = (-0,75j)(400j) = 300$$

Suy ra :
$$U_{MB} = \frac{300}{\sqrt{2}} = 150\sqrt{2} \text{ (V) (} u_{MB} \text{ cùng pha với } u_{AB})$$

Ta lại có :
$$I_1 = \frac{U_{AM}^*}{Z_{C_1}^*} = \frac{-150}{-100j} = -1,5j \Rightarrow I_1 = \frac{1,5}{\sqrt{2}} \text{ (A) ;}$$

$$I_2 = \frac{U_{AM}^*}{Z_{L_1}^*} = \frac{-150}{-200j} = -0,75j \Rightarrow I_2 = \frac{0,75}{\sqrt{2}} \text{ (A) ;}$$

$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{U}_{MB}}{\dot{Z}_{L_2}} = \frac{300}{200j} = -1,5j \Rightarrow I_3 = \frac{1,5}{\sqrt{2}} \text{ (A) và}$$

$$\dot{I}_4 = \frac{\dot{U}_{MB}}{\dot{Z}_{C_2}} = \frac{300}{-400j} = -0,75j \Rightarrow I_4 = \frac{0,75}{\sqrt{2}} \text{ (A)}$$

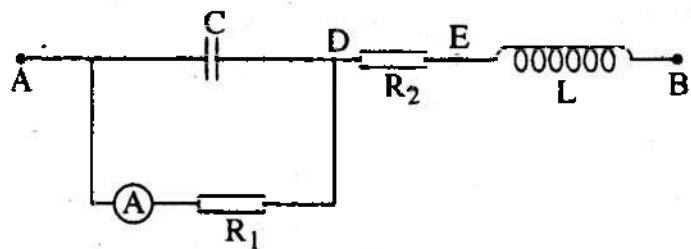
Chú ý rằng, căn cứ vào các kết quả thu được, ta cũng có thể viết các biểu thức của u_{AM} , u_{MB} , i_1 , i_2 , i_3 , i_4 và tính Z_{AB} .

Ví dụ 2

Cho mạch điện có sơ đồ như trên hình 33.4. Cho biết :

$$C = \frac{10^{-5}}{\pi} \text{ F} ; R_A \approx 0 ;$$

$$R_1 = 1 \text{ k}\Omega ; R_2 = 282 \Omega ; L = \frac{5}{\pi} \text{ H}$$



Hình 33.4

Cường độ dòng điện qua ampe kế có biểu thức :

$$i_A = 0,1 \cos 100\pi t \text{ (A)}$$

Tìm biểu thức của cường độ dòng điện qua C và qua R_2 , các biểu thức của các điện áp u_{DE} , u_{EB} và u_{AB} .

Giải

Ta có :

$$Z_C = \frac{1}{\omega C} = 1000 \Omega ; Z_L = L\omega = 500 \Omega ;$$

Theo đề bài : $I_A = 0,1 \text{ A}$, suy ra $U_{AD} = I_A R_1 = 100 \text{ V}$

và
$$\dot{I}_C = \frac{\dot{U}_{AD}}{\dot{Z}_C} = \frac{100}{-1000j} = 0,1j$$

hay
$$i_C = 0,1 \cos \left(100\pi t + \frac{\pi}{2} \right) \text{ (A)}$$

Ta lại có : $\dot{Z}_{AD} = 1000 \cdot \frac{1(-j)}{1 + (-j)} = 500(1 - j) ;$

suy ra : $\dot{I} = \dot{I}_{R_2} = \frac{\dot{U}_{AD}}{\dot{Z}_{AD}} = \frac{0,2}{(1 - j)} = 0,1(1 + j) ;$

hay $i = 0,1\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right) (A)$

Ta có : $\dot{U}_{DE} = \dot{I}R_2 = 0,1(1 + j) \cdot 282 = 28,2(1 + j) ,$

hay $u_{DE} = 40 \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right) (V) ;$

$\dot{U}_{EB} = \dot{I}Z_L = 0,1(1 + j) \cdot (500j) = 50(-1 + j) ,$

hay $u_{EB} = 100 \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right) (V) ;$

và $\dot{U}_{AB} = \dot{U}_{AD} + \dot{U}_{DE} + \dot{U}_{EB} = 78,2(1 + j)$

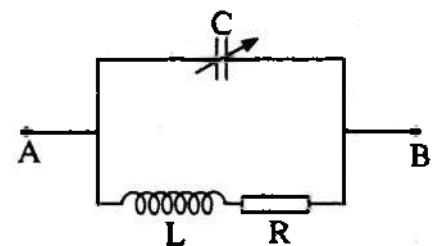
hay $u_{AB} = 100 \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right) (V) .$

Ví dụ 3

Cho mạch điện có sơ đồ như trên hình 33.5.

Cho biết :

$R = 50 \Omega, L = \frac{1}{2\pi} H ; u_{AB} = U_0 \cos(100\pi t) (V) .$



Hình 33.5

Tìm trị số của C để cường độ dòng điện mạch chính cùng pha với u_{AB} .

Giải

Ta có : $Z_L = L\omega = 50 \Omega$

$\dot{Z}_2 = \dot{Z}_{LR} = 50 + 50j ;$

$\dot{Z}_1 = -jx, \text{ với } x = \frac{1}{\omega C}$

Từ đó :

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}_{AB}}{Z} = U_0 \left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} \right) = U_0 \left(\frac{1}{-jx} + \frac{1}{50(1+j)} \right) = \left[\frac{(x-50) + j(100-x)}{100x} \right] U_0$$

Muốn cho cường độ dòng điện mạch chính cùng pha với u_{AB} , phải có $\varphi = 0$, hay $100 - x = 0 \Rightarrow x = 100 \Omega$ và từ đó :

$$C = \frac{1}{\omega x} = \frac{10^{-4}}{\pi} \text{ (F)}$$

IV – CHÚ Ý

1. Ta thấy việc giải bài toán mạch điện xoay chiều bằng phương pháp dùng số phức là rất thuận tiện cho trường hợp mạch điện phức tạp.

2. Nếu xem nguồn điện xoay chiều với điện áp $\dot{U}$ và đoạn mạch RLC nối tiếp như một mạch kín, thì định luật Ôm được viết dưới dạng :

$$\dot{U} = \dot{I} Z = \dot{I} [R + j(Z_L - Z_C)] = \dot{I} R + jZ_L \dot{I} - jZ_C \dot{I} \quad (33.14)$$

nó có dạng như định luật Kiéc-xốp cho mạch điện không đối, trong đó $jZ_L \dot{I}$ là suất điện động tự cảm (phức). Điều đó có nghĩa là ta cũng có định luật Kiéc-xốp cho mạch điện xoay chiều, định luật này được viết tổng quát dưới dạng phức như sau :

$$\sum \dot{I} Z = \sum \dot{E} \quad (33.15)$$

với $\dot{E}$ là suất điện động phức.

3. Xét hai mạch điện xoay chiều $R_1 L_1 C_1$ và $R_2 L_2 C_2$ với hai cuộn dây L_1 và L_2 liên kết cảm ứng (đặt cạnh nhau hoặc lồng vào nhau) thì, như đã biết (xem Bài 28, Vật lí 11, tập một). Ngoài suất điện động tự cảm trong mỗi mạch còn có suất điện động hổ cảm do dòng điện của mạch kia gây ra. Nếu kí hiệu M là hệ số hổ cảm của hai mạch (các cuộn dây không có lõi sắt) thì suất điện động hổ cảm ở mạch 1 chẳng hạn có biểu thức (phức) (do dòng $\dot{I}_2$ gây ra) :

$$\dot{E}_{hcl} = j\omega M \dot{I}_2 \quad (33.16)$$

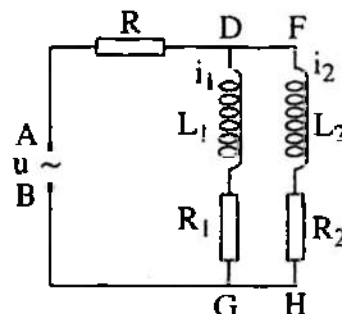
• Để làm ví dụ ta xét bài toán sau đây :

Cho mạch điện có sơ đồ như trên hình 33.6. L_1 và L_2 là hai cuộn dây thuần cảm có $L_1 = 0,2 \text{ H}$; $L_2 = 0,3 \text{ H}$; hệ số hỗ cảm giữa hai cuộn dây đó $M = 0,15 \text{ H}$; $R = R_1 = 100 \Omega$; $R_2 = 50 \Omega$; $u = 220\cos 100\pi t \text{ (V)}$.

Tìm biểu thức các cường độ dòng điện i , i_1 , i_2 .

Giải

Để giải bài toán ta áp dụng định luật Kiết-xốp (cho nút D và cho hai mạch vòng ADFHGB và ADGB) :



Hình 33.6

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 \quad (1)$$

$$R\dot{I} + (R_1 + j\omega L_1)\dot{I}_1 + j\omega M\dot{I}_2 = \dot{U} \quad (2)$$

$$R\dot{I} + j\omega M\dot{I}_1 + (R_2 + j\omega L_2)\dot{I}_2 = \dot{U} \quad (3)$$

Thay số, từ (1), (2) và (3) ta có :

$$(20 + 62,8j)\dot{I}_1 + (10 + 47,2j)\dot{I}_2 = 220$$

$$(10 + 47,2j)\dot{I}_1 + (60 + 94,4j)\dot{I}_2 = 220$$

Giải ra ta được : $\dot{I}_1 = 0,69 - 2,64j \text{ (A)}$, $\dot{I}_2 = 0,34 - 0,66j \text{ (A)}$;

$$\dot{I} = 1,03 - 3,30j \text{ (A)}.$$

Suy ra : $i_1 = 2,72\cos(100\pi t - 1,315) \text{ (A)}$;

$$i_2 = 0,735\cos(100\pi t - 1,089) \text{ (A)} ;$$

$$i = 3,48\cos(100\pi t - 1,265) \text{ (A)}.$$

❓ CÂU HỎI

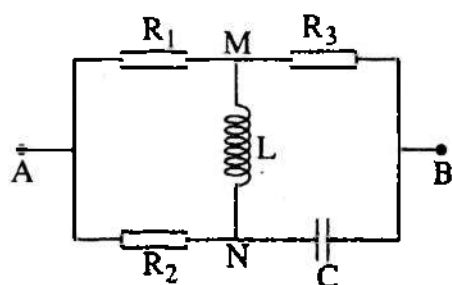
1. Nêu một số ví dụ về phép tính với hai số phức.
2. Trình bày phương pháp dùng số phức để giải bài toán mạch điện xoay chiều.

BÀI TẬP

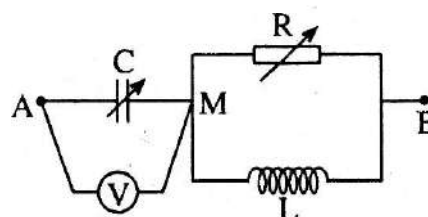
1. Cho mạch điện xoay chiều như hình 33.7. Hai đầu đoạn mạch A, B nối với nguồn điện xoay chiều có điện áp $u_{AB} = 100\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{4\pi}{45}\right) (V)$.

Biết các điện trở thuần có cùng giá trị $R_1 = R_2 = R_3 = 100 \Omega$; cuộn cảm thuần có độ tự cảm $L = \frac{1}{\pi} (H)$ và tụ điện có điện dung $C = \frac{10^{-4}}{\pi} (F)$.

- Tính tổng trở Z của đoạn mạch A, B.
 - Viết biểu thức cường độ dòng điện trong mạch chính.
 - Tính cường độ dòng điện hiệu dụng qua cuộn cảm thuần.
- Giải bài toán bằng phương pháp dùng số phức.



Hình 33.7



Hình 33.8

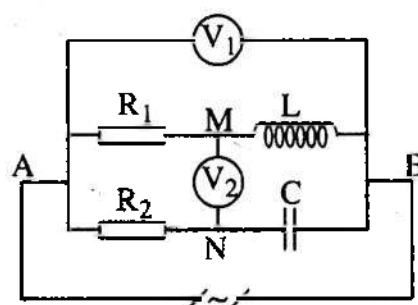
2. Cho đoạn mạch như hình 33.8. Biết vôn kế có $R_V = \infty$; cuộn cảm thuần có $L = \frac{1}{\pi} H$; $u = 220\sqrt{2} \cos 100\pi t (V)$; tụ điện có điện dung C và điện trở R có giá trị thay đổi được.

- Khi $R = 100\sqrt{3} \Omega$, thì tụ điện có điện dung C bằng bao nhiêu để số chỉ U_V của vôn kế đạt cực đại?
- Tụ điện có điện dung C' bằng bao nhiêu để khi R biến thiên thì U_V luôn không đổi?

Giải bài toán bằng phương pháp dùng số phức.

3. Cho mạch điện như hình 33.9. Cuộn cảm thuần có hệ số tự cảm L ; các điện trở thuần có giá trị R_1, R_2 ; tụ điện có điện dung C ; vôn kế có điện trở vô cùng lớn $R_V = \infty$. Tìm hệ thức liên hệ giữa R_1, R_2, L và C để vôn kế V_1 và V_2 chỉ cùng một giá trị.

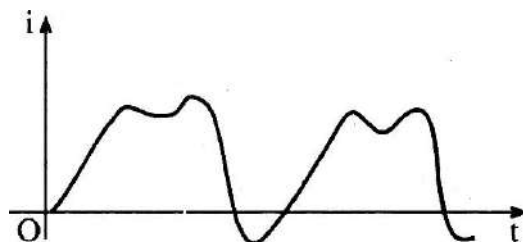
Giải bài toán bằng phương pháp dùng số phức.



Hình 33.9

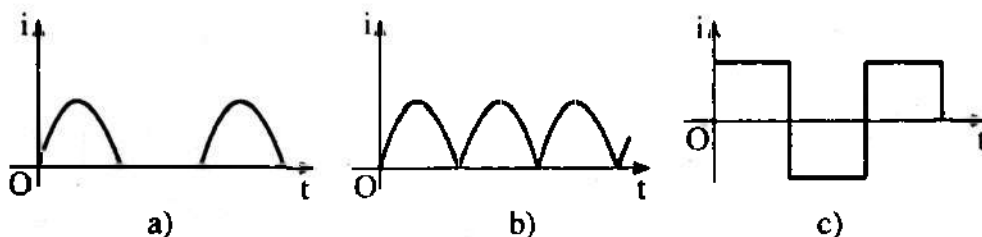
I – DÒNG ĐIỆN BIẾN THIÊN PHI ĐIỀU HOÀ

1. Dòng điện biến thiên phi điều hoà là dòng điện có cường độ biến thiên tuần hoàn theo thời gian không theo quy luật dạng sin. Chẳng hạn, dòng điện có đồ thị biến thiên như trên hình 34.1.



Hình 34.1

Những nguồn dòng điện tuần hoàn phi điều hoà thường gặp là : nguồn chỉnh lưu nửa chu kỳ (Hình 34.2a), hoặc chỉnh lưu cả hai nửa chu kỳ (Hình 34.2b) ; nguồn phát dao động điện hình chữ nhật (Hình 33.2c) ; hoặc do trong mạch có phần tử phi tuyến (xem Bài 12, Vật lí 11, tập một).



Hình 34.2

2. Trong trường hợp tổng quát, điện áp đặt vào mạch ta xét được biểu diễn dưới dạng :

$$u = U_0 + U_{1\max} \cos(\omega t + \varphi_1) + U_{2\max} \cos(2\omega t + \varphi_2) + \dots$$

trong đó U_0 là thành phần không đổi của điện áp u ; $U_{1\max} \cos(\omega t + \varphi_1)$ là thành phần điều hoà cơ bản có tần số bằng tần số biến thiên của u , các thành phần tiếp sau có tần số gấp đôi, gấp ba,... tần số của u .

Chẳng hạn, điện áp chỉnh lưu của nửa chu kỳ có dạng :

$$u = \frac{U_{\max}}{\pi} \left(1 + \frac{\pi}{2} \cos \omega t + \frac{2}{3} \cos 2\omega t + \dots \right) ;$$

hoặc điện áp chỉnh lưu cả hai nửa chu kỳ có dạng :

$$u = \frac{2U_{\max}}{\pi} \left(1 + \frac{2}{3} \cos 2\omega t + \frac{2}{15} \cos 4\omega t + \dots \right)$$

(với ω là tần số góc của điện áp xoay chiều cân chỉnh lưu).

II – GIÁ TRỊ HIỆU DỤNG VÀ CÔNG SUẤT TIÊU THỤ CỦA ĐOẠN MẠCH CÓ DÒNG ĐIỆN BIẾN THIÊN PHI ĐIỀU HÒA

Cũng như đối với dòng điện xoay chiều hình sin, căn cứ vào định nghĩa của giá trị hiệu dụng của điện áp và cường độ dòng điện, và công suất điện tiêu thụ của mạch, ta có :

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2 dt} = \sqrt{U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + \dots} \quad (34.1)$$

với U_1, U_2 là giá trị hiệu dụng của các điện áp thành phần.

$$U_1 = \frac{U_{1\max}}{\sqrt{2}} ; U_2 = \frac{U_{2\max}}{\sqrt{2}} \dots ;$$

$$\text{Tương tự, ta có : } I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + \dots} \quad (34.2)$$

$$\text{với } I_1 = \frac{I_{1\max}}{\sqrt{2}} \dots ;$$

$$\text{và } \mathcal{P} = \frac{1}{T} \int_0^T u i dt = U_0 I_0 + U_1 I_1 \cos \varphi_1 + U_2 I_2 \cos \varphi_2 + \dots \quad (34.3)$$

$$\text{hay } \mathcal{P} = \mathcal{P}_0 + \mathcal{P}_1 + \mathcal{P}_2 + \dots \quad (34.4)$$

với $\mathcal{P}_0, \mathcal{P}_1, \mathcal{P}_2, \dots$ là công suất tiêu thụ do các điện áp thành phần của u tạo ra.

III – PHƯƠNG PHÁP GIẢI BÀI TOÁN DÒNG ĐIỆN BIẾN THIÊN PHI ĐIỀU HÒA

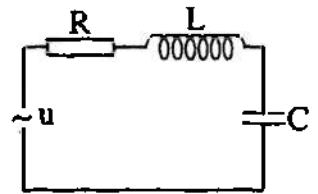
Để giải bài toán mạch điện có dòng điện phi điều hòa ta áp dụng phương pháp xếp chồng như đối với mạch điện một chiều (xem *Bài 11, Vật lí 11, tập một*) : lần lượt giải bài toán mạch điện có từng nguồn riêng rẽ $u_0, u_1, u_2, \dots$, sau đó chồng chất các nghiệm ($i = I_0 + i_1 + i_2 + \dots$).

Ví dụ

Xét mạch điện RLC nối tiếp (Hình 34.3). Cho biết điện áp u có biểu thức :

$$u = u_0 + u_1 + u_2 = U_0 + U_{01}\cos\omega t + U_{02}\cos 2\omega t$$

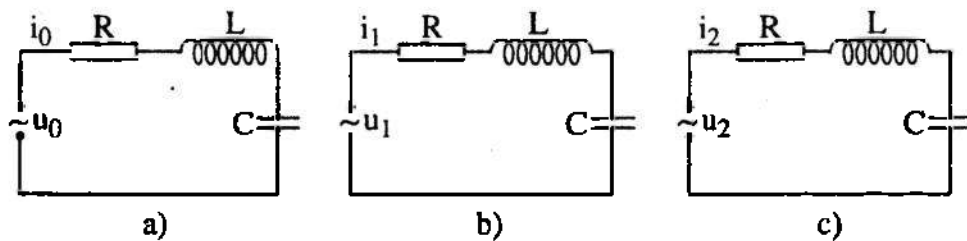
Tìm cường độ dòng điện trong mạch và công suất tiêu thụ của mạch.



Hình 34.3

Giải

Ta thay nguồn u bằng ba nguồn u_0, u_1, u_2 và giải bài toán các mạch điện a, b, c có từng nguồn riêng rẽ (Hình 34.4a, b, c).



Hình 34.4

Với mạch a), ta có : $I_0 = 0$

$$\text{Với mạch b), ta có : } I_1 = \frac{U_1}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} ;$$

$$\tan \varphi_1 = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} ; i_1 = I_{01} \cos(\omega t - \varphi_1)$$

$$\text{Với mạch c), ta có : } I_2 = \frac{U_2}{\sqrt{R^2 + (2\omega L - \frac{1}{2\omega C})^2}} ;$$

$$\tan \varphi_2 = \frac{2\omega L - \frac{1}{2\omega C}}{R} ; i_2 = I_{02} \cos(2\omega t - \varphi_2)$$

Dòng điện cần tìm :

$$i = I_0 + i_1 + i_2 = I_{01} \cos(\omega t - \varphi_1) + I_{02} \cos(2\omega t - \varphi_2)$$

có cường độ hiệu dụng là : $I = \sqrt{I_1^2 + I_2^2}$.

Công suất tiêu thụ trong mạch là

$$\mathcal{P} = U_1 I_1 \cos \varphi_1 + U_2 I_2 \cos \varphi_2 = RI^2$$



CAU HỎI

1. Thế nào là dòng điện biến thiên phi điều hoà ?
2. Trình bày phương pháp giải bài toán dòng điện biến thiên phi điều hoà.



BÀI TẬP

1. Mạch điện gồm điện trở $R = 50 \, \Omega$, cuộn cảm thuần có $L = 0,1 \, \text{H}$, tụ điện có điện dung $C = 20 \, \mu\text{F}$ mắc nối tiếp. Đặt vào hai đầu mạch điện điện áp :

$$u = 50 + 100\sqrt{2} \cos \omega t + 50\sqrt{2} \cos 3\omega t \, (\text{V})$$

với $\omega = 314 \, \text{rad/s}$. Tìm biểu thức của cường độ dòng điện i và điện áp u_C giữa hai bản tụ điện. Vẽ đồ thị $i(t)$ và $u_C(t)$. Giải bằng phương pháp dùng số phức.

2. Cho mạch điện có sơ đồ như trên hình 34.5.

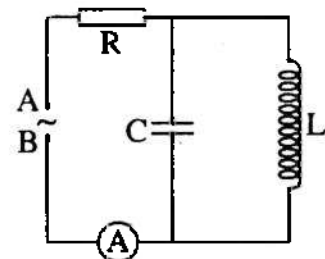
Cho biết $R = \omega L = 10 \, \Omega$; $\frac{1}{\omega C} = 25 \, \Omega$; $R_A \approx 0$.

Đặt vào đoạn mạch điện áp :

$$u_{AB} = 0,5 + \sqrt{2} \cos \omega t + 0,4\sqrt{2} \cos 3\omega t \, (\text{V})$$

Tìm biểu thức cường độ dòng điện mạch chính.

Tìm số chỉ ampe kế và công suất tiêu thụ của mạch.



Hình 34.5

I – NGUYÊN TẮC HOẠT ĐỘNG CỦA MÁY PHÁT ĐIỆN XOAY CHIỀU

Nguồn điện xoay chiều chủ yếu được sử dụng hiện nay là các máy phát điện kiểu cảm ứng, biến đổi cơ năng thành điện năng và tạo ra một dòng điện có cường độ lớn, ổn định trong một thời gian dài.

Máy phát điện xoay chiều kiểu cảm ứng hoạt động dựa trên hiện tượng cảm ứng điện từ. Khi từ thông qua một khung dây dẫn biến thiên điều hòa thì làm phát sinh trong khung dây dẫn biến thiên điều hòa thì làm phát sinh trong khung dây một suất điện động cảm ứng cũng biến thiên điều hòa. Suất điện động này tạo ra ở mạch ngoài (mạch tiêu thụ) một dòng điện xoay chiều.

Biểu thức của suất điện động này được tính theo công thức
$$e = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\Phi'_t, \text{ với } \Phi \text{ là từ thông qua khung dây biến thiên theo quy luật } \Phi = \Phi_0 \cos \omega t.$$

$$\text{Từ đó } e = \omega\Phi_0 \sin \omega t = E_0 \sin \omega t, \text{ hay } e = E_0 \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) \quad (35.1)$$

Với $E_0 = \omega\Phi_0$ là giá trị cực đại của suất điện động xoay chiều.

$$\text{Nếu khung dây có } N \text{ vòng dây thì } E_0 = \omega N\Phi_0. \quad (35.2)$$

Trong kĩ thuật, để có suất điện động lớn người ta dùng nhiều cuộn dây mắc nối tiếp, mỗi cuộn có nhiều vòng dây và dùng nhiều nam châm điện (để có từ trường mạnh).

II – MÁY PHÁT ĐIỆN XOAY CHIỀU MỘT PHA

1. Cấu tạo chung

a) Mỗi máy phát điện xoay chiều đều có hai bộ phận chính là *phần cảm* và *phần ứng*.

– Phần cảm là nam châm vĩnh cửu hoặc nam châm điện. Đó là phần tạo ra từ trường.

– Phần ứng là những cuộn dây, trong đó xuất hiện suất điện động xoay chiều khi máy hoạt động.

Một trong hai phần này được đặt cố định, phần còn lại quay quanh một trục. Phần cố định gọi là *stato*, phần quay gọi là *rôto*.

Các máy phát điện xoay chiều có cấu tạo như trên được gọi là *máy phát điện xoay chiều một pha* (hay máy dao điện một pha) và dòng điện xoay chiều do máy phát ra được gọi là *dòng điện xoay chiều một pha*.

b) Trong kĩ thuật, cần có những máy phát điện tạo ra suất điện động lớn. Dựa vào công thức, ta thấy muốn có E_0 lớn, ta cần phải tăng từ thông Φ_0 gửi qua phần ứng và làm cho phần ứng có nhiều vòng.

Trong thực tế, từ trường trong máy phát điện được tạo ra bởi những nam châm điện, gồm nhiều vòng dây, quấn trên lõi sắt để tăng cảm ứng từ B . Cuộn dây của phần ứng cũng được quấn trên lõi sắt. Lõi sắt của phần ứng và phần cảm tạo thành mạch từ kín, nhờ đó từ thông do phần cảm tạo ra được tập trung vào phần ứng. Để tránh dòng điện Fu-cô, người ta làm các lõi sắt bằng những lá sắt mỏng, ghép cách điện với nhau.

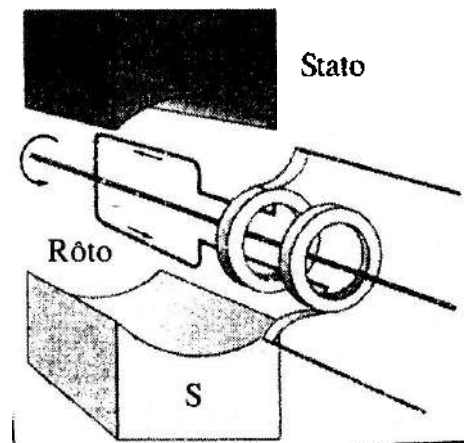
2. Hoạt động

a) Như vậy máy phát điện xoay chiều một pha có thể được cấu tạo theo hai cách :

- Cách thứ nhất : phần ứng quay, phần cảm cố định.
- Cách thứ hai : phần cảm quay, phần ứng cố định.

+ Các máy được cấu tạo theo cách thứ nhất có stato là nam châm đặt cố định, rôto là khung dây quay quanh một trục trong từ trường tạo bởi stato.

Để dẫn dòng điện ra mạch ngoài, người ta dùng hai vành khuyên đặt đồng trục và cùng quay với khung dây (Hình 35.1). Mỗi vành khuyên có một thanh quét tì vào. Khi khung dây quay, hai vành khuyên trượt trên hai thanh quét, dòng điện xoay chiều truyền từ khung dây qua hai thanh quét ra ngoài. Cách thứ nhất có nhược điểm là ở chỗ tiếp xúc của vành khuyên với thanh quét có thể phát sinh tia lửa điện làm mòn vành khuyên và thanh quét. Vì vậy, chỉ có máy phát điện công suất nhỏ mới cấu tạo theo cách này.



Hình 35.1

+ Các máy cấu tạo theo cách thứ hai có rôto là nam châm, thường là nam châm điện được nuôi bởi dòng điện một chiều ; stato gồm nhiều cuộn dây quấn quanh lõi sắt (Hình 35.2).

b) Khi ta làm cho rôto quay, thì trong phần ứng xuất hiện suất điện động cảm ứng. Nếu mạch ngoài nối với tải tiêu thụ điện, thì trong mạch có dòng điện xoay chiều. Công thực hiện để quay rôto đã biến thành năng lượng của dòng điện trong mạch. Mạch ngoài tiêu thụ càng nhiều năng lượng, thì công cần thực hiện để quay rôto càng lớn.

Người ta có thể dùng động cơ nhiệt (tuabin hơi nước, động cơ đốt trong), hoặc tuabin nước để quay rôto máy phát.

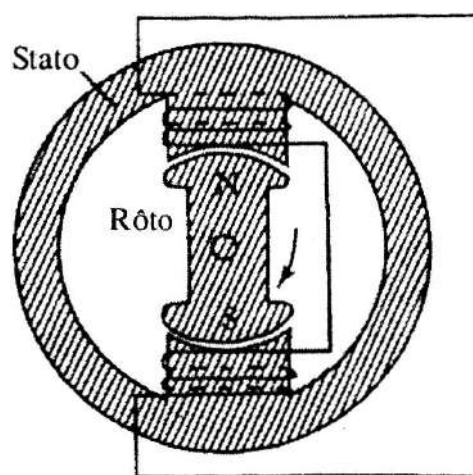
Chú ý : Nếu phần ứng là khung dây phẳng và quay trong từ trường đều, thì chu kì (và tần số) của suất điện động trong khung bằng chu kì (và tần số) quay của khung. Chẳng hạn, để có dòng điện xoay chiều tần số 50 Hz, khung phải quay trong từ trường với tốc độ 3000 vòng/phút. Nếu phần cảm là rôto làm bằng một nam châm có hai cực (một cực Bắc, một cực Nam, tức là có một cặp cực), thì nó cũng phải quay với tốc độ 3000 vòng/phút như thế. Tốc độ quay của rôto cao như thế thường đạt được dễ dàng với tuabin hơi nước hoặc động cơ đốt trong.

Để giảm tốc độ quay của rôto, người ta làm rôto là nam châm điện có 2, 3, 4,... cặp cực (cực Nam, cực Bắc đặt xen nhau). Khi đó chu kì của dòng điện phát ra sẽ ứng với thời gian mà rôto quay được $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots$ vòng tròn, nghĩa là rôto quay chậm hơn 2, 3, 4,... lần so với khi nó có 1 cặp cực. Nếu rôto của máy có p cặp cực quay với tần số góc n vòng/phút, thì tần số dòng điện do máy phát ra sẽ bằng :

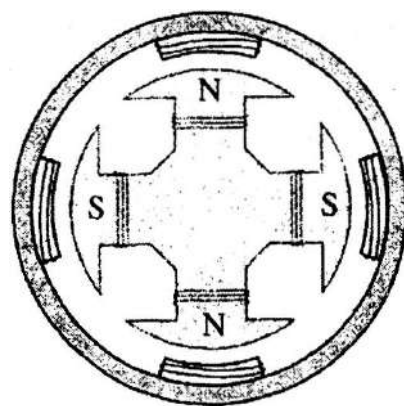
$$f = \frac{n}{60} p \quad (35.3)$$

Hình 35.3 là sơ đồ nguyên tắc cấu tạo của máy phát điện xoay chiều một pha mà rôto là phần ứng có 2 cặp cực.

Đối với những máy phát điện có công suất vừa phải (hàng chục kW), người ta dùng động cơ diesel để làm quay rôto, tốc độ quay của rôto thường là 1500 hoặc



Hình 35.2



Hình 35.3

750 vòng/phút. Đối với những máy phát điện có công suất lớn, chạy bằng tuabin nước (trong các nhà máy thủy điện), số cặp cực nhiều hơn, nên rôto quay chậm hơn nhiều. Ví dụ, nếu máy có 48 cặp cực thì tốc độ quay của rôto là 62,5 vòng/phút, với dòng điện phát ra có tần số 50 Hz.



CAU HỎI

1. Máy phát điện xoay chiều một pha hoạt động dựa trên hiện tượng nào ?
2. Kể tên và nêu tác dụng của hai bộ phận chính trong máy phát điện xoay chiều.



BÀI TẬP

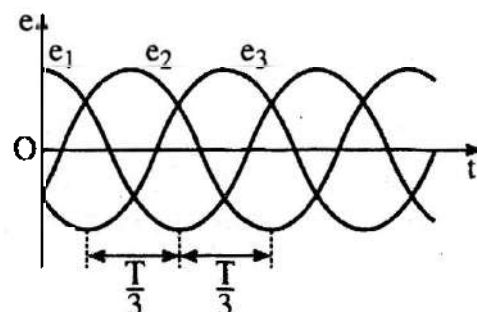
1. Phát biểu nào sau đây đúng đối với máy phát điện xoay chiều ?
 - A. Biên độ của suất điện động phụ thuộc vào số cặp cực của nam châm.
 - B. Tần số của suất điện động phụ thuộc vào số vòng dây của phần ứng.
 - C. Dòng điện cảm ứng chỉ xuất hiện ở các cuộn dây của phần ứng.
 - D. Cơ năng cung cấp cho máy được biến đổi hoàn toàn thành điện năng.
2. Rôto của máy phát điện xoay chiều là nam châm có ba cặp cực, quay với tốc độ 1200 vòng/phút. Tính tần số của suất điện động do máy tạo ra.
3. Phần ứng của một máy phát điện xoay chiều có $N = 200$ vòng dây giống nhau. Từ thông qua mỗi vòng dây có giá trị cực đại là 2 mWb và biến thiên điều hòa với tần số 50 Hz. Suất điện động của máy có giá trị hiệu dụng là bao nhiêu ?

I – DÒNG ĐIỆN XOAY CHIỀU BA PHA

Dòng điện xoay chiều ba pha là hệ thống ba dòng điện xoay chiều, gây bởi ba suất điện động xoay chiều có cùng tần số, có cùng biên độ nhưng lệch pha nhau từng đôi một là $\frac{2\pi}{3}$.

Nếu chọn gốc thời gian thích hợp thì biểu thức của các suất điện động là :

$$\begin{cases} e_1 = E_0 \cos \omega t \\ e_2 = E_0 \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) \\ e_3 = E_0 \cos \left(\omega t + \frac{2\pi}{3} \right) \end{cases} \quad (36.1)$$



Hình 36.1

Hình 36.1 là đồ thị biểu diễn sự biến đổi theo thời gian của các suất điện động xoay chiều ba pha.

Dòng điện xoay chiều ba pha được tạo ra bởi máy phát điện xoay chiều ba pha.

II – NGUYÊN TẮC CẤU TẠO VÀ HOẠT ĐỘNG CỦA MÁY PHÁT ĐIỆN XOAY CHIỀU BA PHA**1. Cấu tạo**

Máy gồm hai phần :

– Rôto là phần cảm : đó là một nam châm quay xung quanh một trục để sinh ra từ trường biến thiên. Thông thường đó là một nam châm điện nuôi bằng dòng điện một chiều.

– Stato là phần ứng, gồm ba cuộn dây riêng rẽ hoàn toàn giống nhau về kích thước và số vòng dây, nhưng được bố trí lệch nhau $\frac{1}{3}$ vòng tròn (120°) trên vành stato.

Hình 36.2 là sơ đồ nguyên tắc cấu tạo của một máy phát điện ba pha.

2. Hoạt động

Hoạt động của máy phát điện xoay chiều ba pha dựa trên hiện tượng cảm ứng điện từ. Khi từ thông qua một khung dây kim loại biến thiên điều hoà thì làm phát sinh trong khung dây một suất điện động cảm ứng cũng biến thiên điều hoà, suất điện động đó tạo ra ở mạch ngoài một dòng điện xoay chiều.

Vì cùng một từ trường biến thiên sinh ra từ thông qua ba cuộn dây, nên ba suất điện động có cùng một tần số.

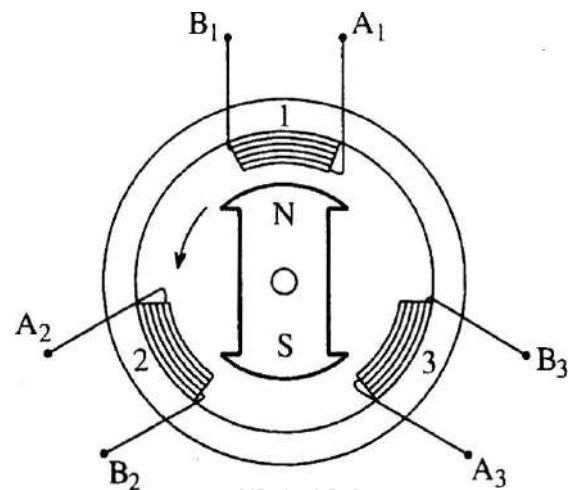
Vì ba cuộn dây hoàn toàn giống nhau và từ thông qua ba cuộn dây biến thiên y hệt nhau, nên ba suất điện động có cùng một giá trị cực đại.

Nhưng ba suất điện động ở ba cuộn dây không đạt cực đại đồng thời ở cùng một thời điểm. Trên hình 36.2, từ thông qua cuộn dây 1 có giá trị cực đại. Khi rôto quay theo chiều mũi tên với chu kì bằng T , thì sau một thời gian bằng $\frac{T}{3}$ từ thông qua cuộn dây 2 mới đạt giá trị cực đại và sau thời gian $\frac{2T}{3}$ đến lượt từ thông qua cuộn dây 3 là cực đại. Như vậy, từ thông qua các cuộn dây lệch nhau $\frac{1}{3}$ chu kì về thời gian, tức là pha lệch nhau $\frac{2\pi}{3}$. Tương tự như vậy, ba suất điện động ở ba cuộn dây cũng lệch pha nhau $\frac{2\pi}{3}$ và có biểu thức (36.1).

Nếu nối mỗi cuộn dây của phần ứng với mạch ngoài, ta có ba dòng điện một pha riêng rẽ. Nếu ba mạch ngoài (ba tải tiêu thụ) giống nhau thì ta có hệ ba dòng điện cùng biên độ, cùng tần số nhưng lệch pha nhau về pha là $\frac{2\pi}{3}$.

III – CÁCH MẮC MẠCH ĐIỆN BA PHA

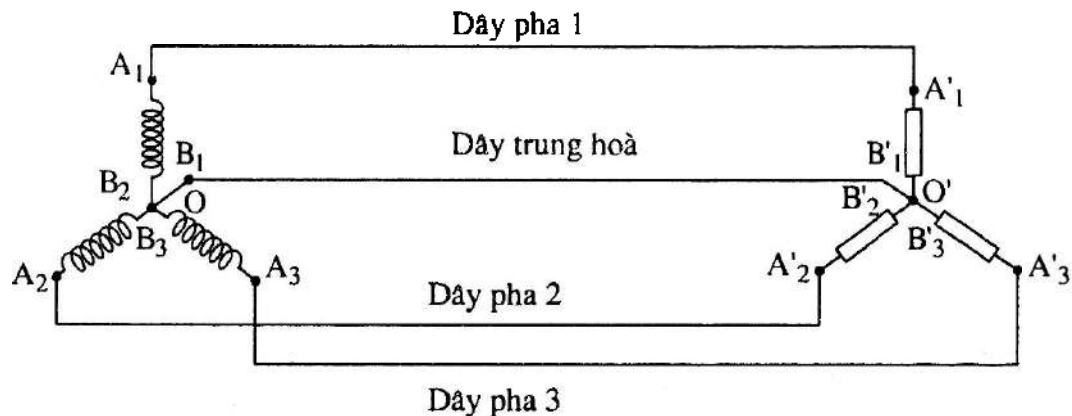
Trong thực tế, không bao giờ người ta mắc ba cuộn dây của phần ứng thành ba mạch riêng rẽ, vì như vậy cần phải dùng tới sáu dây dẫn. Người ta có cách



Hình 36.2

mắc các cuộn dây đó để giảm số dây dẫn ở mạch ngoài. Có hai cách mắc : *mắc hình sao* và *mắc tam giác*.

1. Trong cách mắc hình sao (kí hiệu là Y), ba đầu (B_1, B_2, B_3) của ba cuộn dây nối với nhau ở điểm O và được đưa ra ngoài bằng một dây chung, gọi là *dây trung hòa* (Hình 36.3). Ba đầu kia (A_1, A_2, A_3) của ba cuộn dây được đưa ra ngoài bằng ba dây riêng rẽ, gọi là *ba dây pha*.



Hình 36.3

Điện áp giữa điểm đầu và điểm cuối của mỗi cuộn dây (cũng là điện áp giữa một dây pha và dây trung hòa) gọi là *điện áp pha*. Giá trị tức thời của nó được kí hiệu là u_p , còn giá trị hiệu dụng là U_p . Điện áp giữa hai dây pha gọi là *điện áp dây*. Giá trị tức thời của nó được kí hiệu là u_d và giá trị hiệu dụng là U_d . Ta có : $U_d = \sqrt{3}U_p$.

Tải tiêu thụ có thể được mắc theo hình sao. Điểm chung O' được nối với dây trung hòa, ba đầu nối với ba dây pha. Theo hình 36.3 ta thấy ngay là dòng điện chạy qua tải, gọi là *dòng điện pha* (kí hiệu là i_p và I_p), bằng dòng điện chạy qua dây dẫn, gọi là *dòng điện dây* (kí hiệu là i_d và I_d). Ta có $I_d = I_p$.

a) Giá trị tức thời i_0 của cường độ dòng điện trong dây trung hoà bằng tổng các giá trị tức thời i_{d1}, i_{d2}, i_{d3} trong ba dây pha :

$$i_0 = i_{d1} + i_{d2} + i_{d3}$$

– Nếu tải tiêu thụ ở ba pha giống hệt nhau thì cường độ dòng điện qua ba dây pha có giá trị hiệu dụng như nhau. Vì các dòng điện lệch pha nhau $\frac{2\pi}{3}$, nên ở một thời điểm nào đó, nếu $i_{d1} = I_0 \cos \omega t$, thì $i_{d2} = I_0 \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right)$ và

$i_{d3} = I_0 \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)$ (đồ thị biểu diễn của cường độ dòng điện ba pha có dạng giống như đồ thị biểu diễn suất điện động ba pha vẽ trên hình 36.1). Thực hiện các phép biến đổi lượng giác, ta có thể chứng minh rằng :

$$i_0 = i_{d1} + i_{d2} + i_{d3} = 0 \quad (36.2)$$

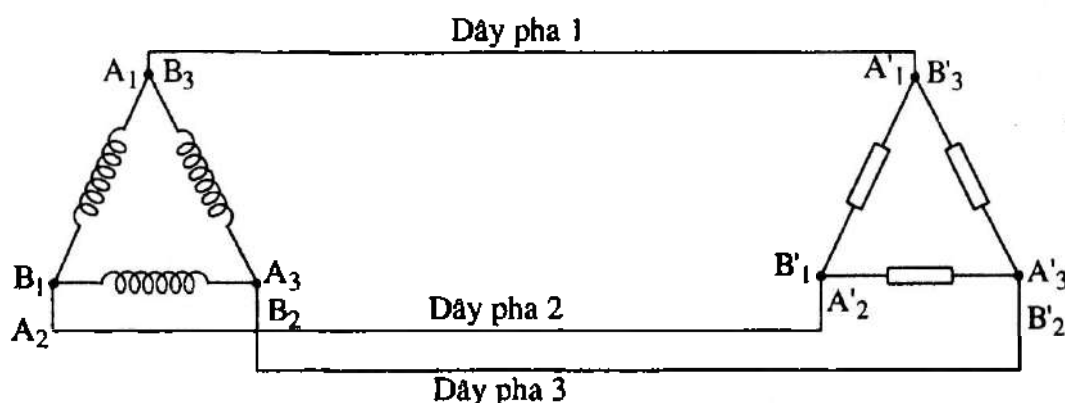
Đó là trường hợp *tải đối xứng*. Trong trường hợp này, có thể bỏ hẳn dây trung hoà đi.

– Nếu tải tiêu thụ ở ba pha không giống nhau (tải không đối xứng) thì I_0 có thể khác không, nhưng luôn có giá trị nhỏ.

b) Cách mắc hình sao có ưu điểm là : khi tải không đối xứng, nhưng do có dây trung hoà, nên điện áp ở các pha giữ giá trị gần bằng nhau. Do đó, cách mắc này hay được sử dụng trong mạng điện sinh hoạt, với tải tiêu thụ là đèn thấp sáng và các dụng cụ dùng điện khác trong gia đình. Mạng điện một pha dùng cho gia đình chính là một phần của mạng điện ba pha mắc hình sao có dây trung hoà.

2. Trong cách mắc tam giác (kí hiệu là Δ), cuối của cuộn 1 (B_1) nối với đầu của cuộn 2 (A_2), cuối cuộn 2 (B_2) nối với đầu cuộn 3 (A_3) ; cuối cuộn 3 (B_3) nối với đầu cuộn 1 (A_1). Các điểm nối chung nhau được đưa ra ngoài bằng ba dây gọi là *ba dây pha* (Hình 35.4).

Điện áp giữa hai đầu mỗi cuộn dây của máy phát, gọi là *điện áp pha* (kí hiệu u_p và U_p cho giá trị tức thời và giá trị hiệu dụng) bằng điện áp giữa hai dây dẫn nối với cuộn dây, gọi là *điện áp dây* (kí hiệu là u_d và U_d). Ta có : $U_d = U_p$.



Hình 36.4

Tải tiêu thụ có thể được mắc theo kiểu tam giác. Trong thực tế, tùy theo điện áp của máy phát và điện áp làm việc của tải tiêu thụ mà người ta mắc các cuộn dây của máy phát theo hình sao và của tải tiêu thụ theo hình sao hoặc tam giác. Trong một số trường hợp, tải mắc hình sao có thể được nối với máy phát mắc tam giác và ngược lại.

IV – ƯU ĐIỂM CỦA DÒNG ĐIỆN BA PHA

– Với các cách mắc hình sao và mắc hình tam giác nói trên ta được ba dòng điện xoay chiều mà chỉ cần ba dây nối, do đó đã tiết kiệm được dây dẫn từ nhà máy phát điện đến nơi tiêu thụ và đồng thời tiết kiệm được điện năng hao phí trên đường dây truyền tải điện, so với việc dùng dòng điện xoay chiều một pha.

– Ngoài ra với dòng điện ba pha có thể tạo ra từ trường quay một cách đơn giản trong động cơ không đồng bộ ba pha, động cơ này chế tạo đơn giản, có công suất lớn và dễ dàng thay đổi chiều quay động cơ (xem Bài 37).



CAU HỎI

1. Dòng điện xoay chiều ba pha là gì ?
2. Khi chuyển từ cách mắc hình sao sang cách mắc tam giác các cuộn dây của máy phát điện thì điện áp dây tăng hay giảm bao nhiêu lần ?



BÀI TẬP

1. Máy phát điện xoay chiều một pha có rôto là phần ứng và máy phát điện xoay chiều ba pha giống nhau ở điểm nào sau đây ?
 - A. Đều có phần ứng quay, phần cảm cố định.
 - B. Đều có bộ góp điện để dẫn điện ra mạch ngoài.
 - C. Đều có nguyên tắc hoạt động dựa trên hiện tượng cảm ứng điện từ.
 - D. Trong mỗi vòng quay của rôto, suất điện động của máy đều biến thiên tuần hoàn hai lần.
2. Trong mạng điện ba pha có điện áp dây $U = 220 \text{ V}$, người ta mắc ba tải điện trở thuần, mỗi cái 100Ω theo hình sao. Hãy xác định cường độ dòng điện pha và dòng điện dây. Khi một dây dẫn đến một tải bị ngắt, thì cường độ dòng điện ở hai tải còn lại thay đổi như thế nào ?
3. Trong mạng điện ba pha, dòng điện ba pha có điện áp dây $U = 220 \text{ V}$, người ta mắc theo hình tam giác ba tải có điện trở thuần $R_1 = 100 \Omega$; $R_2 = 50 \Omega$; $R_3 = 50 \Omega$. Hãy xác định cường độ dòng điện trong các tải. Khi đường dây dẫn tải thứ nhất bị đứt, dòng điện qua các tải bằng bao nhiêu ?

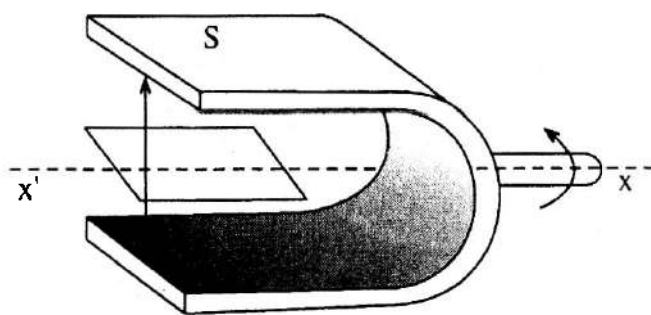
I – NGUYÊN TẮC HOẠT ĐỘNG CỦA ĐỘNG CƠ ĐIỆN XOAY CHIỀU

1. Động cơ điện xoay chiều là thiết bị biến đổi năng lượng của dòng điện xoay chiều thành cơ năng. Nguyên tắc hoạt động của động cơ điện dựa trên việc sử dụng *từ trường quay*, là từ trường có vectơ cảm ứng từ $\vec{B}$ quay trong không gian.

2. Từ trường quay

Ta có thể tạo ra từ trường quay một cách đơn giản.

Cho một nam châm vĩnh cửu hình chữ U quay quanh một trục xx' (Hình 37.1) với tốc độ góc ω không đổi. Khi đó từ trường (vectơ cảm ứng từ) giữa hai nhánh của nam châm cũng quay với tốc độ góc ω . Đặt vào giữa hai nhánh nam châm một khung dây kín có thể quay được quanh trục đối xứng của khung, trùng với trục $x'x$, ta thấy khung dây bắt đầu quay nhanh dần cùng chiều với nam châm, và khi tốc độ góc của khung đạt tới giá trị $\omega_0 < \omega$ thì nó giữ nguyên tốc độ góc đó.



Hình 37.1

• *Giải thích* : Khi nam châm bắt đầu quay, từ thông qua khung dây biến thiên, sinh ra trong khung một dòng điện cảm ứng (hiện tượng cảm ứng điện từ). Trong khung có dòng điện cảm ứng thì từ trường lại tác dụng lên khung một ngẫu lực điện từ làm khung quay (hiện tượng từ trường tác dụng lên dây dẫn có dòng điện chạy qua). Theo định luật Len-xơ, dòng điện cảm ứng trong khung bao giờ cũng gây ra tác dụng chống lại sự chuyển động tương đối giữa khung dây và từ trường. Như vậy khung dây cũng phải quay theo chiều quay của từ trường. Nhưng khung dây bao giờ cũng quay chậm hơn từ trường,

nghĩa là *khung dây quay không đồng bộ với từ trường*. Thực vậy, nếu giả sử khung dây quay nhanh bằng từ trường, thì khi đó vị trí tương đối của khung so với từ trường không đổi (góc giữa pháp tuyến với mặt khung và đường sức từ không đổi) từ thông qua khung không biến thiên, trong khung không có dòng điện cảm ứng nữa, do đó sẽ không có ngẫu lực điện từ tác dụng lên khung nữa. Khi đó các lực cản lập tức làm khung quay chậm lại. Vì vậy, khung dây luôn luôn quay chậm hơn từ trường. Khi momen của ngẫu lực điện từ cân bằng với momen của các lực cản thì khung quay đều và luôn luôn quay chậm so với từ trường.

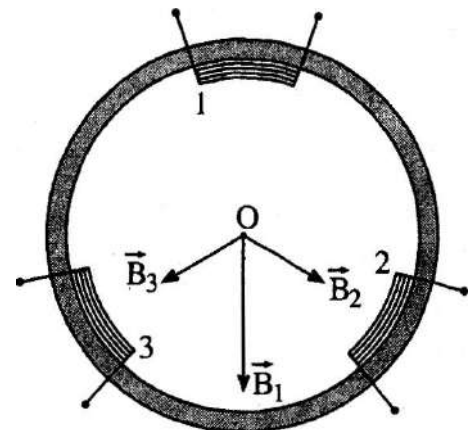
3. Động cơ không đồng bộ

Như vậy, nhờ có hiện tượng cảm ứng điện từ và tác dụng của từ trường quay mà khung dây quay và sinh công cơ học. Động cơ điện xoay chiều cấu tạo theo nguyên tắc nói trên gọi là *động cơ điện không đồng bộ*.

II – TẠO RA TỪ TRƯỜNG QUAY BẰNG DÒNG ĐIỆN BA PHA

Trong thực tế từ trường quay được tạo ra nhờ sử dụng dòng điện ba pha. Cho dòng điện ba pha chạy vào ba cuộn dây giống nhau (ba nam châm điện) đặt lệch nhau 120° trên một vành tròn stato (Hình 37.2). Khi đó, từ trường do các cuộn dây tạo ra cũng biến thiên điều hoà giống như cường độ dòng điện nhưng lệch pha nhau $\frac{2\pi}{3}$ (vì cảm ứng từ $B \sim i$). Cụ thể, ở xung quanh tâm O của vành tròn stato có ba vectơ cảm ứng từ $\vec{B}_1, \vec{B}_2, \vec{B}_3$ có phương hợp với nhau góc $\frac{2\pi}{3}$ và có độ lớn lần lượt là (Hình 37.2) :

$$\begin{cases} B_1 = B_0 \cos \omega t \\ B_2 = B_0 \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) \\ B_3 = B_0 \cos \left(\omega t + \frac{2\pi}{3} \right) \end{cases} \quad (37.1)$$



Hình 37.2

Vectơ cảm ứng từ $\vec{B}$ của từ trường tổng hợp là :

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 \quad (37.2)$$

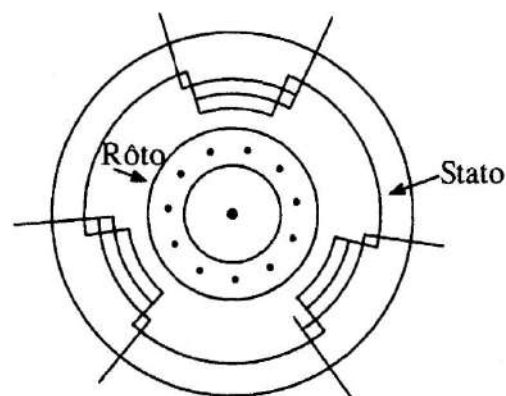
Bằng cách chiếu (37.2) lên hai trục Ox , Oy và sử dụng (37.1), dễ dàng chứng minh được rằng, vectơ $\vec{B}$ có độ lớn không đổi bằng $B_M = \frac{3}{2}B_0$ và quay trên mặt phẳng song song với ba trục của ba cuộn dây với tốc độ góc đúng bằng ω .

III – NGUYÊN TẮC CẤU TẠO CỦA ĐỘNG CƠ KHÔNG ĐỒNG BỘ BA PHA

1. Động cơ không đồng bộ ba pha được cấu tạo trên cơ sở nguyên tắc hoạt động trình bày ở trên. Nó gồm hai bộ phận (Hình 37.3).

– Stator gồm ba cuộn dây quấn trên các lõi sắt (để làm nam châm điện) bố trí lệch nhau $\frac{2\pi}{3}$ trên một vành tròn, được nuôi bằng ba dòng điện của dòng ba pha để tạo ra từ trường quay.

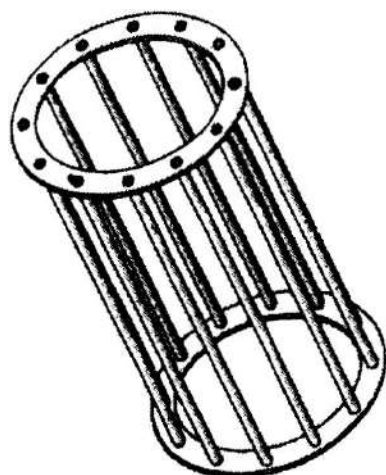
– Rôto (hình trụ) là khung dây quấn trên lõi thép đặt tại tâm vòng tròn.



Hình 37.3

Khi mắc động cơ vào mạng điện ba pha, từ trường quay do stator sinh ra làm quay rôto quanh trục. Chuyển động quay của rôto được trục máy truyền ra ngoài và được sử dụng để vận hành các máy công cụ hoặc các cơ cấu chuyển động khác.

2. Để tăng momen quay và giảm sự mất mát năng lượng do động cơ bị nóng, người ta chỉ cho dòng điện cảm ứng xuất hiện trên mặt rôto bằng cách dùng rôto gồm nhiều lá sắt mỏng, ghép cách điện với nhau. Mặt ngoài của rôto có các rãnh, trong rãnh có các thanh nhôm. Ở hai đầu của rôto có hai vành nhôm hàn nối đầu các thanh nhôm lại với nhau. Các thanh nhôm và hai vành nhôm làm thành một cái lồng (Hình 37.4). Rôto có cấu tạo như trên được gọi là rôto ngắn mạch (hay rôto lồng sóc).



Hình 37.4

Các cuộn dây của stator có thể được mắc theo hình sao hoặc tam giác, tùy theo điện áp của mạng điện và điện áp làm việc của các cuộn dây.

3. Công suất tiêu thụ của động cơ điện ba pha bằng công suất tiêu thụ của ba cuộn dây ở stato cộng lại. Hiệu suất của động cơ được xác định bằng tỉ số giữa công suất cơ học $\mathcal{P}_i$ mà động cơ sinh ra và công suất tiêu thụ $\mathcal{P}$ của động cơ :

$$H = \frac{\mathcal{P}_i}{\mathcal{P}} \quad (37.3)$$

4. Muốn đổi chiều quay của rôto, ta chỉ cần đổi chỗ cho nhau hai trong ba dây nối động cơ vào mạng điện ba pha.

5. Động cơ không đồng bộ ba pha có cấu tạo đơn giản, sử dụng tiện lợi. Nó không có phần góp điện, các vành khuyên và chổi quét. Người ta có thể chế tạo những động cơ có công suất nhỏ, hoặc rất lớn. Vì vậy, động cơ không đồng bộ ba pha được dùng rất phổ biến trong kĩ thuật.

IV – CHÚ Ý

Những động cơ điện dùng trong sinh hoạt như trong quạt điện, máy quay băng hoặc đĩa, tủ lạnh,... phần lớn là động cơ không đồng bộ.

Tuy nhiên, vì mạng điện dùng trong sinh hoạt là mạng điện một pha, nên những động cơ này có cấu tạo hơi khác với động cơ ba pha.

Trong một loại động cơ không đồng bộ một pha, từ trường quay được tạo ra bằng cách đưa vào động cơ hai dòng điện một pha đã được làm lệch pha nhau. Ở các động cơ thuộc loại này, stato gồm hai cuộn dây đặt vuông góc với nhau. Một cuộn dây được mắc trực tiếp vào mạng điện xoay chiều. Cuộn dây kia được mắc nối tiếp với một tụ điện (hoặc một cuộn cảm, hoặc điện trở) rồi cũng mắc vào mạng điện. Tụ điện (cuộn cảm, hoặc điện trở) mắc xen trong mạch làm cho dòng điện trong hai cuộn dây lệch pha nhau. Do đó, từ trường tổng hợp do hai cuộn dây gây ra là một từ trường quay. Rôto của động cơ thuộc loại này cũng thường là rôto ngắn mạch.

Động cơ không đồng bộ một pha có cấu tạo đơn giản nhưng momen quay không lớn, hiệu suất thấp. Do đó, chúng chỉ được chế tạo với công suất nhỏ, khoảng vài trăm oát trở xuống.



CÂU HỎI

1. Mô tả thiết bị tạo ra từ trường quay bằng dòng điện ba pha.
2. Nêu cấu tạo và hoạt động của động cơ không đồng bộ ba pha.



BÀI TẬP

1. Chọn phát biểu đúng.
 - A. Chỉ có dòng điện ba pha mới tạo được từ trường quay.
 - B. Rôto của động cơ không đồng bộ quay với tốc độ góc của từ trường quay.

- C. Từ trường quay trong động cơ không đồng bộ luôn thay đổi cả về hướng và trị số.
- D. Tốc độ góc của động cơ không đồng bộ phụ thuộc vào tốc độ quay của từ trường và momen cản.
2. Phát biểu nào sau đây về động cơ không đồng bộ ba pha là sai ?
- A. Hai bộ phận chính của động cơ là rôto và stato.
- B. Bộ phận tạo ra từ trường quay là stato.
- C. Nguyên tắc hoạt động của động cơ chỉ dựa trên tương tác từ giữa nam châm và dòng điện.
- D. Có thể chế tạo động cơ không đồng bộ ba pha với công suất lớn.
3. Một động cơ điện xoay chiều tiêu thụ công suất 3 kW và có hiệu suất 80%. Tính công cơ học do động cơ sinh ra trong 30 phút.
4. Một động cơ không đồng bộ ba pha mắc theo kiểu hình sao vào mạch điện ba pha có điện áp pha là 220 V. Công suất điện của động cơ là 11,4 kW ; hệ số công suất của động cơ là 0,85. Tính cường độ dòng điện hiệu dụng chạy qua mỗi cuộn dây của động cơ.

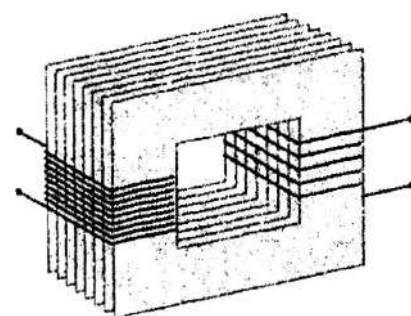
I – MÁY BIẾN ÁP

Máy biến áp là thiết bị hoạt động dựa trên hiện tượng cảm ứng điện từ, dùng để biến đổi điện áp xoay chiều mà không làm thay đổi tần số của nó.

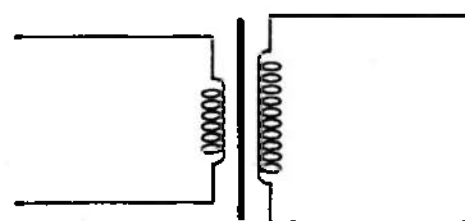
Trong kĩ thuật và đời sống đôi khi người ta còn gọi máy biến áp là *máy biến thế*.

1. Cấu tạo và nguyên tắc hoạt động của máy biến áp

a) Máy biến áp gồm hai cuộn dây có số vòng khác nhau, N_1 và N_2 , quấn trên một lõi sắt kín (Hình 38.1). Lõi thường làm bằng các lá sắt hoặc thép pha silic, ghép cách điện với nhau để giảm hao phí điện năng do dòng Fu-cô. Các cuộn dây thường làm bằng đồng, đặt cách điện với nhau và được cách điện với lõi. Sở dĩ các cuộn dây được quấn trên một lõi sắt kín là để tập trung các đường sức từ sao cho từ thông qua hai cuộn là như nhau (hệ số hồ cảm là cực đại). Trong các sơ đồ điện, máy biến áp được kí hiệu như trên hình 38.2.



Hình 38.1

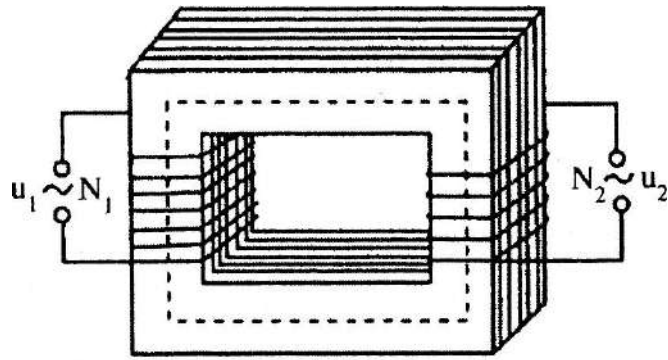


Hình 38.2

b) Hoạt động của máy biến áp dựa trên hiện tượng cảm ứng điện từ. Một trong hai cuộn dây (có số vòng N_1) của máy biến áp được nối với nguồn điện xoay chiều, được gọi là *cuộn sơ cấp*. Cuộn thứ hai (có số vòng N_2) được nối với tải tiêu thụ điện năng, được gọi là *cuộn thứ cấp*. Dòng điện xoay chiều chạy trong cuộn sơ cấp gây ra từ thông biến thiên qua cuộn thứ cấp, làm xuất hiện trong cuộn thứ cấp một suất điện động xoay chiều. Nếu mạch thứ cấp kín thì có dòng điện chạy trong cuộn thứ cấp. Có thể thay cuộn sơ cấp và cuộn thứ cấp bằng một cuộn dây có nhiều đầu ra (một cặp đầu dây nối với mạch sơ cấp, còn cặp khác nối với mạch thứ cấp). Đó là *máy biến áp tự ngẫu*, thường được dùng trong đời sống.

2. Sự biến đổi điện áp và cường độ dòng điện qua máy biến áp

Giả sử cuộn sơ cấp (có N_1 vòng dây) được nối vào nguồn điện có điện áp xoay chiều u_1 . Như vậy, cuộn sơ cấp là một đoạn mạch có điện trở thuần và cảm kháng (Hình 38.3).



Hình 38.3

a) Nếu coi điện trở thuần của cuộn sơ cấp là nhỏ không đáng kể thì khi cuộn thứ cấp hở ta có :

$$u_1 + e_1 = 0 \quad (38.1)$$

trong đó e_1 là suất điện động tự cảm xuất hiện trong cuộn sơ cấp :

$$e_1 = -N_1 \frac{d\Phi}{dt} \quad (38.2)$$

với Φ là từ thông trong lõi sắt do dòng điện trong cuộn sơ cấp (dòng sơ cấp) gây ra khi mạch thứ cấp để hở. Từ đó, theo định luật Ôm :

$$u_1 = -N_1 \frac{d\Phi}{dt} \quad (38.3)$$

Vì toàn bộ từ thông Φ cũng qua N_2 vòng dây của cuộn thứ cấp (mạch từ khép kín), nên trong cuộn thứ cấp xuất hiện suất điện động cảm ứng e_2 bằng :

$$e_2 = -N_2 \frac{d\Phi}{dt} \quad (38.4)$$

Kí hiệu u_2 là điện áp lấy ra từ cuộn thứ cấp, ta sẽ có (khi mạch thứ cấp hở) :

$$u_2 + e_2 = 0 \quad (38.5)$$

Từ đó
$$u_2 = N_2 \frac{d\Phi}{dt} \quad (38.6)$$

Chia (38.6) cho (38.3) vế với vế, ta được :

$$\frac{u_2}{u_1} = \frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1} = k \quad (38.7)$$

b) Tỉ số k thường được gọi là *hệ số biến áp*, cho ta biết điện áp hiệu dụng ở cuộn thứ cấp bằng bao nhiêu lần điện áp hiệu dụng ở cuộn sơ cấp, khi mạch thứ cấp để hở. Nếu $k > 1$, nghĩa là nếu $N_2 > N_1$, thì $U_2 > U_1$ ta có *máy tăng áp*. Ngược lại, nếu $k < 1$, nghĩa là nếu $N_2 < N_1$, thì $U_2 < U_1$ ta có *máy hạ áp*.

c) Khi mạch thứ cấp nối với tải tiêu thụ thành một mạch kín thì $u_2 < e_2$. Tuy nhiên, người ta vẫn sử dụng công thức (38.7) như một công thức gần đúng.

d) Nếu dòng điện trong các cuộn sơ cấp và thứ cấp cùng pha với điện áp thì công suất tiêu thụ ở hai mạch sơ cấp và thứ cấp là $\mathcal{P}_1 = U_1 I_1$ và $\mathcal{P}_2 = U_2 I_2$. Nếu coi những hao phí do các dòng Foucault trong lõi sắt và do toả nhiệt trên các cuộn dây là nhỏ không đáng kể, thì điện năng qua máy biến áp được bảo toàn (có loại biến áp có hiệu suất đạt tới 99,5%), nghĩa là công suất ở hai mạch sơ cấp và thứ cấp là như nhau :

$$\mathcal{P}_1 = \mathcal{P}_2, \text{ suy ra } \frac{I_1}{I_2} = \frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1} \quad (38.8)$$

Như vậy, khi máy biến áp làm điện áp tăng lên bao nhiêu lần thì cường độ dòng điện giảm đi bấy nhiêu lần và ngược lại.

3. Ứng dụng của máy biến áp

– Máy biến áp được dùng để tăng, giảm điện áp của dòng điện xoay chiều, tạo ra những điện áp lớn nhỏ tùy ý từ lưới điện dân dụng (lưới điện này chỉ cung cấp một điện áp nhất định).

– Ứng dụng quan trọng nhất của máy biến áp là trong việc truyền tải điện năng đi xa. Ở trung tâm phát điện, người ta dùng máy tăng áp để đặt lên đường dây truyền tải điện một điện áp rất lớn (cao áp), do đó giảm được công suất hao phí trên đường dây. Đến khu vực tiêu thụ điện người ta lại phải dùng máy hạ áp sao-cho điện áp đến từng hộ sử dụng điện chỉ còn là điện áp thông dụng 110 V hay 220 V chẳng hạn.

Chú ý : Có một số thiết bị hoạt động theo nguyên tắc biến áp (chẳng hạn như thiết bị dùng để nấu chảy kim loại, hàn điện,...). Máy hàn điện nấu chảy kim loại có cuộn sơ cấp gồm nhiều vòng dây tiết diện nhỏ, còn cuộn thứ cấp (nối với bộ phận hàn điện, nấu chảy kim loại) gồm ít vòng dây tiết diện lớn.

II – TRUYỀN TẢI ĐIỆN NĂNG

1. Điện năng được sử dụng ở mọi nơi, nhưng chỉ được sản xuất ở một số nhà máy phát điện lớn (thủy điện, nhiệt điện,...). Vì vậy, cần phải truyền tải điện năng đi xa, đến các nơi tiêu thụ điện. Việc truyền tải điện bằng các dây dẫn phải thoả mãn yêu cầu : giảm hao phí điện năng ở các đường dây dẫn xuống mức thấp nhất và giảm được chi phí xây dựng đường dây truyền tải điện,

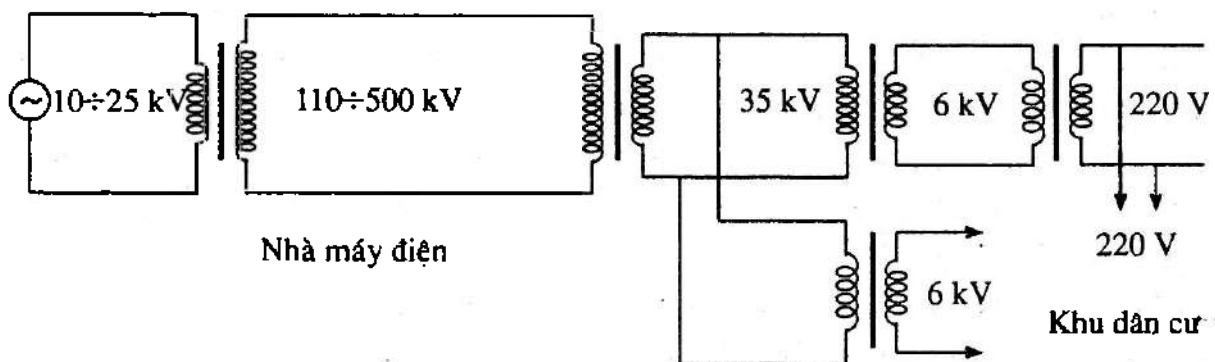
2. Giả sử cần truyền tải một công suất điện $\mathcal{P}$ từ nhà máy phát điện bằng đường dây dẫn đến nơi tiêu thụ. Kí hiệu U là điện áp hiệu dụng ở đầu đường dây truyền tải điện từ nhà máy phát điện và R là điện trở tổng cộng của các dây dẫn trên đường dây tải điện. Cường độ dòng điện hiệu dụng trên đường dây tải điện là $I = \frac{\mathcal{P}}{U \cos \varphi}$ ($\cos \varphi$ là hệ số công suất của mạch điện).

Do hiệu ứng Jun – Len-xơ công suất hao phí $\Delta \mathcal{P}$ trên đường dây do toả nhiệt bằng :

$$\Delta \mathcal{P} = I^2 R = R \frac{\mathcal{P}^2}{(U \cos \varphi)^2} \quad (38.9)$$

Trong công thức đó, công suất $\mathcal{P}$ có một giá trị không đổi (vì đó là công suất do nhà máy điện sản ra mà ta cần truyền tải đi). Do đó, với $\cos \varphi$ xác định, thì có hai cách giảm công suất hao phí $\Delta \mathcal{P}$: giảm điện trở R của đường dây ; hoặc tăng điện áp U ở nơi phát điện. Trong thực tế, không thể giảm R nhiều được vì theo công thức $R = \rho \frac{l}{S}$, thì ở đây độ dài l của dây (tương ứng với độ dài đường dây truyền tải điện) không thể giảm được, còn tăng tiết diện S của dây thì quá tốn kém (phải tăng khối lượng dây dẫn và tăng chi phí xây dựng đường dây). Vì vậy, biện pháp hầu như duy nhất đang được sử dụng rộng rãi là tăng điện áp U ở đầu đường dây tải điện (nơi phát điện). Điều này thực hiện dễ dàng nhờ dùng máy biến áp (máy tăng áp). Dòng điện xoay chiều có điện áp được nâng lên như vậy gọi là *dòng điện cao áp*. Quãng đường phải truyền tải điện càng dài thì điện áp càng phải được nâng cao nhiều. Đến nơi tiêu thụ điện, điện áp đó lại được giảm xuống đến mức cần thiết nhờ máy hạ áp.

Hình 38.4 là một sơ đồ truyền tải và phân phối điện năng.



Hình 38.4

Hiệu suất truyền tải điện năng được đo bằng tỉ số giữa công suất điện nhận được ở nơi tiêu thụ ($\mathcal{P} - \Delta\mathcal{P}$) và công suất điện $\mathcal{P}$ truyền đi ở nơi phát điện :

$$H = \frac{\mathcal{P} - \Delta\mathcal{P}}{\mathcal{P}} = 1 - \frac{\Delta\mathcal{P}}{\mathcal{P}} = 1 - \frac{R\mathcal{P}}{(U \cos \varphi)^2} \quad (38.10)$$

CÂU HỎI

1. Nêu đặc điểm của sự biến đổi điện áp và cường độ dòng điện qua máy biến áp.
2. Nêu các cách chủ yếu làm giảm điện năng hao phí :
 - a) Trong máy biến áp.
 - b) Trong truyền tải điện năng đi xa.

BÀI TẬP

1. Một máy biến áp có cuộn thứ cấp mắc với một điện trở thuần, cuộn sơ cấp mắc với nguồn điện xoay chiều. Điện trở của các cuộn dây và hao phí điện năng ở máy không đáng kể. Nếu tăng trị số của điện trở mắc với cuộn thứ cấp lên hai lần thì
 - A. cường độ hiệu dụng của dòng điện chạy trong cuộn thứ cấp giảm hai lần, trong cuộn sơ cấp không đổi.
 - B. điện áp ở hai đầu cuộn sơ cấp và thứ cấp đều tăng hai lần.
 - C. suất điện động cảm ứng trong cuộn thứ cấp tăng hai lần, trong cuộn sơ cấp không đổi.
 - D. công suất tiêu thụ điện ở mạch sơ cấp và thứ cấp đều giảm hai lần.
2. Chọn phát biểu sai.
Trong quá trình truyền tải điện năng đi xa, công suất hao phí
 - A. tỉ lệ với thời gian truyền điện.
 - B. tỉ lệ với chiều dài đường dây tải điện.
 - C. tỉ lệ nghịch với bình phương điện áp giữa hai đầu dây ở trạm phát điện.
 - D. tỉ lệ với bình phương công suất truyền đi.
3. Cuộn sơ cấp của một máy biến áp được nối với mạng điện xoay chiều có điện áp 380 V. Cuộn thứ cấp có dòng điện cường độ 3 A chạy qua và có điện áp giữa hai đầu dây là 24 V. Biết số vòng dây của cuộn thứ cấp là 30. Tính số vòng dây của cuộn sơ cấp và cường độ dòng điện chạy qua nó. Bỏ qua hao phí điện năng trong máy.
4. Điện năng ở một trạm phát điện được truyền đi dưới điện áp 4 kV và công suất truyền đi 800 kW. Hiệu số chỉ của các công tơ điện ở trạm phát và ở nơi thu sau mỗi ngày đêm lệch nhau thêm 1920 kW.h.
 - a) Tính công suất điện hao phí trên đường dây tải điện.
 - b) Cần tăng điện áp ở trạm phát đến giá trị nào để điện năng hao phí trên đường dây chỉ bằng 2,5% điện năng truyền đi ? Coi công suất truyền đi ở trạm phát điện không đổi.

HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP SỐ

CHƯƠNG I

1. 1. B. 2. C. 3. B.

4. a) $\gamma = 2 \text{ rad/s}^2$; b) $\omega_{tb} = 5 \text{ rad/s}$; c) $\omega = 1 \text{ rad/s}$.

2. 1. B. 2. C. 3. A. 4. A. 5. a) $I = 155 \text{ kg.m}^2$; b) $m = 77,6 \text{ kg}$.

6. a) $\gamma = 210 \text{ rad/s}^2$; b) $\omega = 630 \text{ rad/s}$.

3. 1. D. 2. A. 3. C. 4. D. 5. $A = \Delta W_d = 12000 \text{ J}$.

6. $\gamma = \frac{M}{I} = \frac{FR}{\frac{1}{2}mR^2} = 0,83 \text{ rad/s}^2$; $\omega = \gamma t = 2,49 \text{ rad/s}$; $W_d = \frac{1}{2}I\omega^2 = 279 \text{ J}$.

4. 1. C. 2. C. 3. B. 4. A. 5. C.

6. D. Chọn chiều chuyển động của đĩa trề làm chiều dương:

$$mvR - I\omega = 0 \Rightarrow \omega = \frac{2mv}{MR}$$

5. 1. a) $T \approx 3,3 \text{ N}$; b) $v = 3,6 \text{ m/s}$.

6. 1. $v_B = v$.

2. b) Momen quán tính: $I_K = \frac{1}{3}ml^2$; c) $\frac{v_A}{l\cos\alpha} = \frac{v_B}{l\sin\alpha} = \frac{v_G}{\frac{l}{2}}$.

7. 1. $\gamma = \frac{F_1(R+r) - F_2(R-r)}{I + mR^2}$; $a = R\gamma$.

2. a) $\vec{F}_{mns}$ hướng lên;

$$\text{b) } a = \frac{5g\sin\alpha}{7}; \begin{cases} ma = F_{mns} - mg\sin\alpha \\ \frac{2}{5}mR^2\gamma = -F_{mns}R \\ a = R\gamma \end{cases}; \quad \text{c) } t = \frac{14v_0}{5g\sin\alpha}.$$

8. 1. $\omega = \sqrt{\frac{1,5g}{l}}$; $v = \sqrt{1,5gl}$; $mg\frac{l}{2}\sin\alpha = \frac{1}{2}I_0\omega^2$; $v = \omega l$.

2. a) Khối tâm O chuyển động giống như một chất điểm bị ném ngang (quỹ đạo là một nửa parabol) còn các điểm khác quay đều quanh khối tâm ;

b) $\omega = 20 \text{ rad/s}$; $v \approx 5,3 \text{ m/s}$;

c) $n \approx 1,6$ vòng.

9. 1. a) ω (của thanh) = $\frac{M}{M+3m}\sqrt{\frac{3g}{l}}$; $v_B = \frac{M}{M+3m}\sqrt{3gl}$;

b) ω (của thanh) = $\frac{M-3m}{M+3m}\sqrt{\frac{3g}{l}}$; $v_B = \frac{M}{M+3m}\sqrt{3gl}$.

Va chạm mềm : Áp dụng định luật bảo toàn momen động lượng và điều kiện va chạm mềm : $v_B = v_A = \omega l$

Va chạm đàn hồi : Áp dụng định luật bảo toàn động lượng và định luật bảo toàn động năng.

2. a) $\omega = 0,148 \text{ rad/s}^2$; b) $\frac{\Sigma W_d}{W_{đ0}} = 0,0123$; c) 181° .

10. 1. 40° ; $F_{ms1} = N_2$; $N_1 + F_{ms2} = mg$

Chọn đầu dưới (đầu B) để tính momen : $mg l \cos\alpha = 2l(F_{ms2} \cos\alpha + N_2 \sin\alpha)$

Góc $\alpha_{\min}$ ứng với $F_{ms1} = \mu_1 N_1$ và $F_{ms2} = \mu_2 N_2$

Giải hệ phương trình ta được : $\tan\alpha_{\min} = \frac{1 - \mu_1\mu_2}{2\mu_1}$.

2. $2\alpha = 90^\circ$.

3. a) $\mu \geq \frac{1}{3}\left(\frac{2}{\tan\beta} - \frac{1}{\tan\alpha}\right)$; b) $\mu \geq \frac{1}{3}\left(\frac{1}{\tan\alpha} - \frac{2}{\tan\beta}\right)$.

CHƯƠNG II

11. 1. A. 2. D. 3. a) $0,5 \text{ s}$; b) 2 Hz ; c) 18 cm .

$$4. x = 10 \cos\left(2\pi t + \frac{3\pi}{4}\right) \text{ (cm, s)} ; x = 5\sqrt{2} = A \cos(\pi + \varphi)$$

$$v = 10\pi\sqrt{2} = -A.2\pi \sin(\pi + \varphi) ; \tan(\pi + \varphi) = -1 \Rightarrow \varphi = \begin{cases} \frac{3\pi}{4} \text{ (được)} \\ -\frac{\pi}{4} \text{ (loại)} \end{cases}$$

$$12. 1. D. k = \frac{4\pi^2 m}{T^2} ; \Delta l = \frac{mg}{k}.$$

2. C. Lực đàn hồi nhỏ nhất khi độ biến dạng nhỏ nhất :

$$\Delta l_{(\min)} = 10 - 4 = 6 \text{ cm (ở vị trí biên trên)}$$

$$F_{(\min)} = k\Delta l_{(\min)} = 1,8 \text{ N.}$$

$$3. a) x = 5 \cos(0,1t + \pi) \text{ (cm)}$$

$$v = -0,5 \sin(0,1t + \pi) = 0,5 \sin 0,1t \text{ (cm/s)}$$

$$v_{\max} = 0,5 \text{ cm/s.}$$

$$c) F_{\max} = 3 \text{ N} ; F_{\min} = 1 \text{ N.}$$

13. 1. D. 2. B.

$$3. a) W = 9,0 \cdot 10^{-3} \text{ J} ; v_{\max} = 0,19 \text{ m/s} ;$$

$$b) W_t = 4,0 \cdot 10^{-3} \text{ J} ; W_d = 5,0 \cdot 10^{-3} \text{ J} ; v = 0,14 \text{ m/s} ;$$

$$c) x = 2,55 \text{ cm.}$$

14. 1. C. 2. A.

$$3. a) \bullet v_{\max} = 2,6 \text{ m/s} ; T = 0,62 \text{ N}$$

$$\bullet v = 1,5 \text{ m/s} ; T = 0,60 \text{ N}$$

$$b) T = 2 \text{ s.}$$

$$4. a) T \approx 2 \text{ s} ; b) W_d = 0,066 \text{ J} ; v = 1,6 \text{ m/s} ; c) \frac{T_1}{T_2} = 1,18.$$

$$\text{BTCN : } mg \frac{l}{2} (1 - \cos \beta_0) = mg l (1 - \cos \alpha_0), \text{ suy ra } \beta_0 = 43^\circ.$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{mg \cos \alpha_0}{mg \cos \beta_0} = \frac{\cos \alpha_0}{\cos \beta_0}$$

15. 1. a) $T = 2\pi\sqrt{\frac{l^2 + 12x^2}{12gx}}$; b) $x = 0,2gl$; c) $T_{\min} \approx 1,53 \text{ s}$.

2. a) $\omega = \sqrt{\frac{2k}{3m}}$; $W = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 = \text{const}$

$$W = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{3}{4}mv^2 = \text{const} ; \frac{dW}{dt} = 0 \Rightarrow x'' + \frac{2k}{3m}x = 0$$

b) $x = a\cos\omega t$

16. 1. D. $\Delta W = \Delta\left(\frac{1}{2}kA^2\right) = \frac{1}{2}k \cdot 2A \cdot \Delta A$; $\frac{\Delta W}{W} = \frac{2\Delta A}{A} = 0,06$.

2. Con lắc nhẹ sẽ tắt dần nhanh hơn.

3. C.

17. 1. A.

2. a) Các con lắc khác có dao động ; b) Con lắc C (cùng chiều dài).

3. B.

18. 1. D. 2. B. 3. $x = 2,3\cos(5\pi t + 0,73\pi) \text{ (cm)}$.

CHƯƠNG III

19. 1. A. 2. C. 3. 50 cm/s.

4. a) $A = 6 \text{ cm}$; b) $\lambda = 1 \text{ m}$; c) $f = 2 \text{ Hz}$; d) $v = 2 \text{ m/s}$; e) $u = 3 \text{ cm}$.

f) Sóng truyền theo chiều âm của trục x (chiều x giảm).

20. 1. D. 2. D. 3. 0,625 cm. 4. 0,52 m/s.

21. 1. B. 2. D. 3. a) 1,2 m ; b) 0,4 m. 4. 100 Hz.

22. $\mathcal{P} = 0,79\sin^2(40\pi t - 3\pi x) \text{ (W)}$

$$\mathcal{P} = \frac{dW}{dt} = \rho v \omega^2 A^2 \sin^2(\omega t - 3\pi x)$$

với $v = \frac{\omega}{k} = \frac{40\pi}{3\pi} = 13,3 \text{ m/s}$.

23. 1. C. 2. B. 3. C.

4. C. 5. B. 6. C.

7. 10^6 lần.

$$10 \lg \frac{I_2}{I_1} = L_2 - L_1 = (80 - 20) \text{ dB} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 10^6$$

8. 0,28 m.

Dây đàn phát ra âm cơ bản $\Rightarrow$ trên dây có một bụng sóng $\Rightarrow l = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow l = \frac{v}{2f}$.

24. 1. B. 2. C. 3. a) 970 Hz ; b) 1030 Hz.

CHƯƠNG IV

25. 1. C. 2. C.

3. $i = 0,04 \cos(2 \cdot 10^7 t)$ (A) ; $q = 2 \cdot 10^{-9} \sin(2 \cdot 10^7 t)$ (C) ; $u = 80 \sin(2 \cdot 10^7 t)$ (V).

4. $W = 9 \cdot 10^{-4}$ J ; $q_{\max} = 3 \cdot 10^{-4}$ C ; $W_C = 4 \cdot 10^{-4}$ J ; $W_L = 5 \cdot 10^{-4}$ J ; $i = 0,45$ A.

5. $i = \frac{U_1 - U_2}{L\omega} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$, với $\omega = \sqrt{\frac{C_1 + C_2}{LC_1 C_2}}$.

6. $q_1 = \frac{Q_0}{2}(\cos \omega t + 1)$; $q_2 = \frac{Q_0}{2}(\cos \omega t - 1)$, $i = \frac{\omega Q_0}{2} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$ với

$$\omega = \sqrt{\frac{2}{LC}}.$$

26. 1. A. 2. B.

27. 1. D. 2. $185 \div 571$ m.

CHƯƠNG V

28. 1. A. 2. B. 3. $u = 12\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ (V).

29. 1. B. 2. C. 3. A. 4. 0,14 A. 5. 1,75 A.

30. 1. D. 2. C. 3. $100\sqrt{2} \Omega$; $i = 1,2\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$ (A).

4. a) i sớm pha so với u ; b) $C' \approx 5,05 \cdot 10^{-5}$ F.

31. 1. C. 2. B. 3. a) 0,447 ; b) 3878 J. 4. 0,15.

32. 1. a) 150 V ; 3,6 A ;

b) 1188 W ; 91,7 Ω ; $i = 3,6\sqrt{2} \cos 100\pi t$ (A) ; $u_{MB} = 150\sqrt{2} \cos 100\pi t$ (V).

2. $i = 1 + 5\cos 200\pi t$ (A) ; $i_1 = 5\cos 200\pi t$ (A) ; $i_2 = 2$ A.

3. $L = R_1 R_2 C$.

4. a) $\frac{R_1^2 C}{R_2^2 L} = \frac{1 + R_1^2 \omega^2 C}{R_2^2 + \omega^2 L^2}$; b) $R_2 = 200 \Omega$; $L = \frac{2}{\pi}$ H.

33. 1. a) $Z_{AB} = 25\sqrt{17} \Omega$; b) $i = 4\sqrt{\frac{2}{17}} \left(100\pi t + \frac{\pi}{6} \right)$ (A) ; c) $I_L = 1,58$ A.

2. a) $C = \frac{10^{-4}}{\pi}$ F ; $U_{V_{\max}} = 440$ V ; b) $C' = \frac{2 \cdot 10^{-4}}{\pi}$ F.

3. $L = R_1 R_2 C$.

34. 1. $i = 0,73\sqrt{2} \cos(314t + 1,197) + \sqrt{2} \cos(942t - 0,690)$ (A)

$u_C = 50 + 116\sqrt{2} \cos(314t - 0,373) + 53\sqrt{2} \cos(942t - 2,26)$ (V)

2. $i = 0,05 + 0,515\sqrt{2} \cos(\omega t - 1,029) + 0,026\sqrt{2} \cos(3\omega t + 0,857)$ (A)

$I = 0,519$ A ; $\mathcal{P} = 1,40$ W

35. 1. A. 2. 60 Hz. 3. 89 V.

36. 1. C. 2. $I_p = I_d = 1,27$ A ; $I' = 1,1$ A.

3. 2,2 A ; 4,4 A ; 4,4 A và 1,47 A ; 1,47 A ; 4,4 A.

37. 1. D. 2. C. 3. $2,16 \cdot 10^6$ J. 4. 20,4 A.

38. 1. D. 2. A. 3. 475 vòng ; 0,094 A.

4. a) 80 kW ; b) 8 kV.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. *Vật lí lớp 12*, NXBGD, 2008
2. *Vật lí lớp 12 Nâng cao*, NXBGD, 2008
3. *SGK thí điểm lớp 12*, ban KHTN, bộ 2, NXBGD, 2005
4. *Bồi dưỡng học sinh giỏi vật lí Trung học phổ thông – Cơ học 2*, NXBGD, tác giả Tô Giang, 2010.
5. *Tài liệu giáo khoa thí điểm 12*, Ban KHTN, NXBGD, 1995
6. *SGK thí điểm lớp 12*, ban KHTN, bộ 1, NXBGD, 2005
7. *Tài liệu giáo khoa chuyên Vật lí – Vật lí 11*, tập hai, tác giả Dương Trọng Bái, Vũ Thanh Khiết, NXBGD, 2003
8. *Bồi dưỡng học sinh giỏi vật lí Trung học phổ thông – Điện học 1, Bồi dưỡng học sinh giỏi vật lí Trung học phổ thông – Điện học 2*, tác giả Vũ Thanh Khiết, Nguyễn Thế Khôi, Tô Giang, NXBGDVN, 2009.
9. *Chuyên đề bồi dưỡng học sinh giỏi Vật lí THPT*, tập 3, tác giả Vũ Thanh Khiết, NXBGD, 2001.

MỤC LỤC

	Trang
<i>Lời nói đầu</i>	3
 Chương I. ĐỘNG LỰC HỌC VẬT RẮN	
A. Chuyển động quay của vật rắn quanh một trục cố định	5
<i>Bài 1.</i> Khảo sát chuyển động quay về mặt động học	5
<i>Bài 2.</i> Phương trình động lực học của chuyển động quay của vật rắn quanh một trục cố định	11
<i>Bài 3.</i> Động năng của vật rắn quay quanh một trục cố định	16
<i>Bài 4.</i> Momen động lượng	20
B. Chuyển động phẳng của vật rắn	26
<i>Bài 5.</i> Các phương trình động lực học của chuyển động phẳng	26
<i>Bài 6.</i> Mối liên hệ về vận tốc giữa hai điểm của một vật rắn. Chuyển động quay thuần túy. Tâm quay tức thời.	31
<i>Bài 7.</i> Chuyển động lăn không trượt	36
<i>Bài 8.</i> Cơ năng. Định luật bảo toàn cơ năng. Động lượng. Định luật bảo toàn động lượng	40
<i>Bài 9.</i> Momen động lượng. Định luật bảo toàn momen động lượng	45
<i>Bài 10.</i> Cân bằng của vật rắn	50
 Chương II. DAO ĐỘNG CƠ	
<i>Bài 11.</i> Dao động điều hoà	54
<i>Bài 12.</i> Con lắc lò xo. Khảo sát con lắc lò xo về mặt động lực học	62
<i>Bài 13.</i> Khảo sát dao động của con lắc lò xo về mặt năng lượng	67
<i>Bài 14.</i> Con lắc đơn	72
<i>Bài 15.</i> Con lắc vật lí	77
<i>Bài 16.</i> Dao động tắt dần. Dao động duy trì	81
<i>Bài 17.</i> Dao động cưỡng bức. Cộng hưởng	85
<i>Bài 18.</i> Tổng hợp hai dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số Phương pháp giản đồ Fre-nen	90

Chương III. SÓNG CƠ VÀ SÓNG ÂM

<i>Bài 19.</i> Sóng cơ. Phương trình sóng	95
<i>Bài 20.</i> Giao thoa sóng	102
<i>Bài 21.</i> Sự phản xạ của sóng. Sóng dừng	108
<i>Bài 22.</i> Sự nhiễu xạ của sóng. Khảo sát sóng về phương diện năng lượng	114
<i>Bài 23.</i> Sóng âm	118
<i>Bài 24.</i> Hiệu ứng Dop-ple	126

Chương IV. DAO ĐỘNG ĐIỆN TỪ VÀ SÓNG ĐIỆN TỪ

<i>Bài 25.</i> Dao động điện từ	130
<i>Bài 26.</i> Điện từ trường. Sóng điện từ	142
<i>Bài 27.</i> Nguyên tắc thông tin liên lạc (truyền thông) bằng sóng vô tuyến điện	147

Chương V. DÒNG ĐIỆN XOAY CHIỀU

<i>Bài 28.</i> Dòng điện xoay chiều. Giá trị hiệu dụng	153
<i>Bài 29.</i> Mạch điện xoay chiều chỉ có điện trở thuần, tụ điện, hoặc cuộn cảm thuần	159
<i>Bài 30.</i> Mạch điện xoay chiều có R, L, C mắc nối tiếp. Cộng hưởng điện	164
<i>Bài 31.</i> Công suất của dòng điện xoay chiều. Hệ số công suất	170
<i>Bài 32.</i> Mạch điện xoay chiều mắc song song và mắc hỗn hợp	174
<i>Bài 33.</i> Phương pháp dùng số phức để giải bài toán mạch điện xoay chiều mắc song song và mắc hỗn hợp	180
<i>Bài 34.</i> Dòng điện biến thiên phi điều hoà	192
<i>Bài 35.</i> Máy phát điện xoay chiều	196
<i>Bài 36.</i> Dòng điện xoay chiều ba pha	200
<i>Bài 37.</i> Động cơ không đồng bộ ba pha	205
<i>Bài 38.</i> Máy biến áp. Truyền tải điện năng. Hướng dẫn giải và đáp số	210 215

Chịu trách nhiệm xuất bản :

Chủ tịch Hội đồng Thành viên kiêm Tổng Giám đốc NGUYỄN NGÔ TRẦN ÁI
Phó Tổng Giám đốc kiêm Tổng biên tập GS.TS VŨ VĂN HÙNG

Tổ chức bản thảo và chịu trách nhiệm nội dung :

Phó Tổng biên tập PHAN XUÂN THÀNH
Giám đốc Công ty CP Dịch vụ xuất bản Giáo dục Hà Nội PHAN KẾ THÁI

Biên tập lần đầu và tái bản :

ĐỖ THỊ BÍCH LIÊN

Biên tập kỹ thuật :

KIỀU NGUYỆT VIÊN

Trình bày bìa :

Tạ THANH TÙNG

Sửa bản in :

ĐỖ THỊ BÍCH LIÊN

Chế bản :

CÔNG TY CỔ PHẦN DỊCH VỤ XUẤT BẢN GIÁO DỤC HÀ NỘI

Công ty CP Dịch vụ xuất bản Giáo dục Hà Nội –
Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam giữ quyền công bố tác phẩm.

TÀI LIỆU CHUYÊN VẬT LÝ VẬT LÝ 12 - TẬP MỘT

Mã số : TZL47h4 - CPH

Số đăng ký KHXB : 156-2014/CXB/206-64/GD

In 2.000 bản (QĐ in số 033), khổ 17 x 24 cm, tại Công ty Cổ phần In Số 4,
61 Phạm Ngọc Thạch, Quận 3, TP. HCM. In xong và nộp lưu chiểu tháng 7 năm 2014.