VŨ THANH KHIẾT – VŨ ĐÌNH TUỲ

CÁC ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI
VẬT LÍ
(2001 - 2010)

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

Phần một

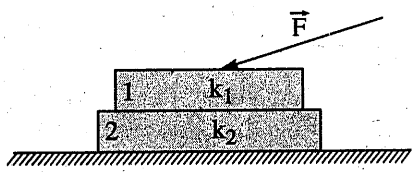
ĐỀ THI

A. ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI QUỐC GIA

1. Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia lớp 12 THPT năm 2001, ngày thi thứ nhất

1.1. Cơ học

Một viên gạch trọng lượng P_1 đặt trên một viên khác trọng lượng P_2, cả hai đặt trên một mặt sàn nằm ngang (Hình 1.1). Một lực $\vec{F}$ nghiêng góc α so với đường nằm ngang tác dụng vào viên gạch (1). Hệ số ma sát giữa viên gạch (1) và viên gạch (2) là k_1, giữa viên gạch (2) và sàn là k_2.



Hình 1.1

a) $k_1 \neq k_2$. Tìm các điều kiện về $\vec{F}$ để viên gạch (1) không trượt trên viên gạch (2) mà cả hai dính vào nhau trên mặt sàn.

b) Bài tập bằng số : Cho $P_1 = 100$ N ; $P_2 = 200$ N ; F = 200 N ; $\alpha = 30^o$; $k_1 = 0{,}25$; $k_2 = 0{,}1$; $g = 10$ m/s^2. Tính các gia tốc đối với sàn (nếu có) của hai viên gạch.

c) $k_1 = k_2 = k$. Biện luận các trường hợp khả dĩ khi cho F tăng dần, các dữ kiện khác không đổi.

1.2. Cơ học

Một đĩa dày đồng đều, đồng chất, bán kính R, được đặt trên mặt bàn nằm ngang và được truyền vận tốc ω_0 để quay quanh trục thẳng đứng đi qua khối tâm O. Biết hệ số ma sát giữa đĩa và mặt bàn là k. Tính thời gian quay đến lúc đĩa dừng. Gia tốc trọng trường là g. Momen quán tính của đĩa đối với trục quay là $\frac{1}{2}MR^2$ (M là khối lượng của đĩa).

1.3. Nhiệt học

1. Có một lượng khí lí tưởng lưỡng nguyên tử ở áp suất p_1, thể tích V_1 và nhiệt độ T_1. Cho khí dãn đoạn nhiệt thuận nghịch tới thể tích V_2. Biết phương trình của biến đổi đoạn nhiệt là pV^{γ} = hằng số (γ là tỉ số nhiệt dung đẳng áp và nhiệt dung đẳng tích).

a) Tính nhiệt độ T_2 của khí sau khi dãn.

b) Tính độ biến thiên nội năng ΔU của khí, từ đó suy ra biểu thức của công A_1 mà khí sinh ra theo p_1, V_1 và V_2.

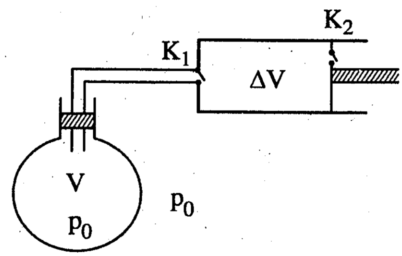
2. Sau quá trình dãn nói trên khí được làm nóng đẳng tích tới nhiệt độ ban đầu T_1, rồi lại dãn đoạn nhiệt thuận nghịch tới thể tích V_3.

a) Biểu diễn hai quá trình dãn trên đồ thị p – V.

b) Tính công A_2 mà khí sinh ra trong quá trình dãn thứ hai và công tổng cộng $A = A_1 + A_2$ mà khí sinh ra trong hai quá trình dãn trên theo p_1, V_1, V_2 và V_3.

c) Nếu V_1 và V_3 cho trước, với giá trị nào của V_2 thì công A là cực tiểu ? So sánh A_1 và A_2 khi đó.

3. Dùng một bơm hút để hút không khí từ một cái bình kín có thể tích là V và áp suất ban đầu p_0 bằng áp suất khí quyển (Hình 1.2). Khi pittông ở tận cùng bên trái thì thể tích của xilanh của bơm là 0, khi pittông ở tận cùng bên phải, thì thể tích của xilanh là $\Delta V = \frac{1}{9}V$. Quá trình hút khí xảy ra khi khoá K_1 mở, K_2 đóng, pittông đi từ tận cùng bên trái sang tận cùng bên phải và là quá trình đoạn nhiệt thuận nghịch. Sau mỗi quá trình hút khí, pittông dừng lại ở tận cùng bên phải, đợi đến khi khí nóng lên đến nhiệt độ T_1 thì khoá K_1 đóng, K_2 mở, pittông đi về phía trái tới điểm



Hình 1.2

tận cùng. Công hút khí được tính là công của lực đặt vào pittông để đưa pittông từ trái sang phải trong xilanh.

Sau 8 quá trình hút khí đầu tiên, thì áp suất khí trong bình (ở nhiệt độ T_1) giảm tới bao nhiêu ? Công hút khí là bao nhiêu ?

1.4. Phương án thí nghiệm

Trong khoảng nhiệt độ từ 0^oC đến 100^oC, điện trở của một cuộn dây bạch kim thay đổi theo nhiệt độ theo quy luật : $R = R_0 (1 + at)$, trong đó : t là nhiệt độ bách phân (^oC) ; $R_0 = 100\ \Omega$; $a = 41.10^{-4}\ K^{-1}$

Người ta muốn dùng điện trở ấy để làm một nhiệt kế điện trở đo nhiệt độ từ 20^oC đến 40^oC với các yêu cầu sau :

– Nhiệt độ chỉ thị bằng 1 micrôampe kế, thang đo từ 0 đến 10 μA.

– Thang đo nhiệt độ được chia độ đều.

– Vị trí đầu thang (khi dòng điện qua điện kế bằng 0) là 20^oC.

– Vị trí cuối thang (dòng điện qua điện kế là 10 μA) ứng với 40^oC.

– Nguồn điện dùng là 3 pin, mỗi pin có suất điện động là 1,5 V.

Hãy :

a) Đề xuất phương án chế tạo nhiệt kế ấy.

b) Viết biểu thức của dòng điện qua micrô ampe kế theo nhiệt độ.

c) Vẽ sơ đồ và ước tính giá trị của các linh kiện đã dùng.

2. Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia lớp 12 THPT năm 2001, ngày thi thứ hai

2.1. Điện học

Một hình vuông ABCD có cạnh $a\sqrt{2}$, có tâm ở O. Tại mỗi đỉnh của hình vuông, ta đặt cố định một điện tích +q.

a) Xác định điện thế do các điện tích ở đỉnh gây ra tại tâm O hình vuông.

b) Chứng minh rằng điểm O là vị trí cân bằng bền của một điện tích thử (điểm) Q = +q trong mặt phẳng của hình vuông, và là vị trí cân bằng không bền theo trục đi qua tâm O và vuông góc với mặt phẳng của hình vuông.

c) Tính chu kì dao động nhỏ của điện tích Q trong mặt phẳng của hình vuông.

d) Nếu Q = –q thì có thay đổi gì trong các kết quả trên ?

2.2. Điện học

Một vật dẫn A hình cầu bán kính $R_1 = 3$ cm, tích điện đến điện thế $V_1 = 4$ V, được đặt đồng tâm với một vỏ cầu mỏng B bằng kim loại có bán kính trong $R_2 = 12$ cm và bán kính ngoài $R_3 = 12{,}1$ cm ; vỏ cầu này gồm hai bán cầu ban đầu được úp khít vào nhau và được tích điện đến điện thế V_2. Hỏi điện thế V_2 phải có trị số (dương) tối thiểu bằng bao nhiêu để hai bán cầu có thể tự tách khỏi nhau ?

Cho biết :

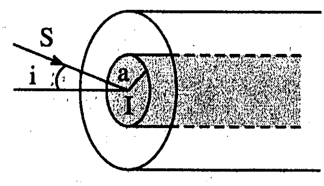
– Một phần tử dS bất kì của mặt ngoài vật dẫn tích điện sẽ chịu tác dụng của lực điện $d\vec{F} = \left(\frac{1}{2}\varepsilon_0\right)\sigma^2.dS.\vec{n}$, do phần còn lại của vật gây ra, với σ là mật độ điện tích mặt tại dS và $\vec{n}$ là vectơ đơn vị pháp tuyến ngoài của dS.

– Điện dung của một vỏ cầu kim loại cô lập bán kính R là $4\pi\varepsilon_0 R$.

Bỏ qua tác dụng của trọng lực hai bán cầu.

2.3. Quang học

Một sợi cáp quang hình trụ rất dài, hai đáy phẳng và vuông góc với trục sợi cáp, bằng thủy tinh chiết suất n_1, được bao xung quanh bằng một hình trụ đồng trục, bán kính lớn hơn nhiều bán kính a của sợi cáp, bằng thủy tinh chiết suất n_2, với $n_2 < n_1$ (Hình 2.1). Một tia sáng SI tới một đáy của sợi cáp quang dưới góc i, khúc xạ trong sợi cáp, và sau nhiều lần phản xạ toàn phần ở mặt tiếp xúc giữa hai lớp thủy tinh, có thể ló ra khỏi đáy kia.



Hình 2.1

a) Tính giá trị lớn nhất i_m mà i không vượt quá để tia sáng không truyền sang lớp vỏ ngoài.

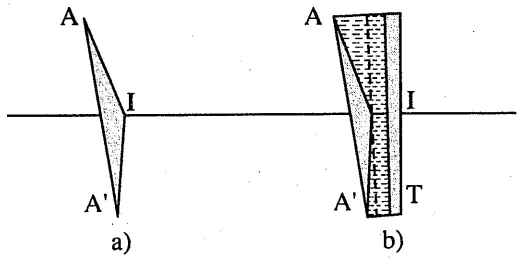
b) Sợi cáp (cùng với lớp bọc) được uốn cong cho trục của nó làm thành một cung tròn, bán kính R. Góc i bây giờ là bao nhiêu ?

Cho biết : $n_1 = 1{,}50$; $n_2 = 1{,}48$; $a = 0{,}2$ mm ; $R = 5$ cm.

Chú ý : – Chỉ cần xét tia sáng nằm trong mặt phẳng chứa trục của sợi cáp.

– Chỉ cần cho biết giá trị chính xác của sin, cosin hoặc tan của i_m.

2.4. Quang học



Hình 2.2

Một học sinh muốn làm thí nghiệm giao thoa ánh sáng, nhưng chỉ có : một lưỡng lăng kính AIA', bằng thuỷ tinh chiết suất $n = 1,50$, hai góc chiết quang A và A' (Hình 2.2a) đều bằng 5^o ; một khe F có độ rộng $h = 0,02$ mm ; một kính lúp tiêu cự $f = 4$ cm và một đèn natri Đ phát ra bức xạ đơn sắc, có bước sóng $\lambda = 589$ nm. Đầu tiên học sinh đó đặt đèn Đ cho ánh sáng rọi qua khe F và đi tới lưỡng lăng kính. Khe F cách đều A và A' một khoảng $d = 20$ cm. Đặt kính lúp cách A, A' một khoảng $d' = 1,04$ m để quan sát vân giao thoa.

1. Hãy giải thích tại sao khi quan sát qua kính lúp học sinh đó không trông thấy vân giao thoa (tuy F hoàn toàn song song với cạnh I của lưỡng lăng kính).

2. Theo gợi ý của thầy, học sinh đó đặt một tấm thuỷ tinh T có hai mặt song song để làm với lưỡng lăng kính thành một cái chậu, rồi đổ chất lỏng chiết suất $n' < n$ vào (xem Hình 2.2b).

a) Chứng minh rằng để quan sát được vân giao thoa, T không cần phải song song với mặt AA'.

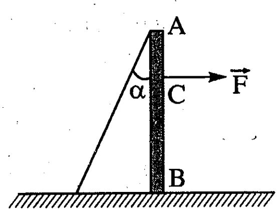
b) Để quan sát được vân, n' phải có giá trị ít nhất là bao nhiêu ?

c) Tính khoảng vân i và góc trông khoảng vân đó qua kính lúp, khi $n' = 1,42$.

Cho biết $1' = 3.10^{-4}$ rad.

3. Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia lớp 12 THPT năm 2002, ngày thi thứ nhất

3.1. Cơ học



Hình 3.1

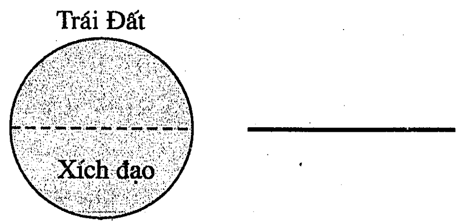
1. Một cột chiều dài AB = 1,0 m nặng P = 500 N được đặt thẳng đứng trên mặt đất nằm ngang nháp, hệ số ma sát là $k = 0,4$. Đầu A được neo chặt vào đất bằng dây thép, trọng lượng không đáng kể, nghiêng góc $\alpha = 37^o$ so với cột. Một lực F nằm ngang tác dụng vào điểm C của cột như hình 3.1 ($F > 0$).

a) C là trung điểm của AB. Tính lực F lớn nhất ($F = F_{max}$) mà đầu B của cột còn chưa bị trượt.

b) C là điểm ứng với $n = \dfrac{AB}{AC} \geq 1$. Chứng minh rằng nếu C đủ cao, tức là n đủ lớn thì dù F lớn đến mấy đầu B cũng không trượt (giả thiết dây thép không bị đứt hoặc bật đầu neo). Tính n và BC ứng với độ cao ấy.

c) Cho n = 3 ; F = 900 N. Tính lực căng dây R. (Lấy $\cos 37^o \approx 0,8$; $\sin 37^o \approx 0,6$).

2. Trong một truyện khoa học viễn tưởng của R.A.Heinlein có mô tả một cây cột đứng, đồng nhất, tiết diện đều, nằm lơ lửng trong không trung theo phương thẳng đứng, chân cột nằm gần sát mặt đất, ngay trên một điểm cố định trên xích đạo. Hỏi nếu có cây cột đó thì nó phải dài bao nhiêu ?



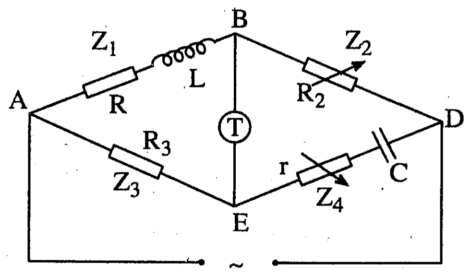
Hình 3.2

Khi tính em phải tự suy ra các hằng số cần thiết.

3.2. Điện học

1. Cầu xoay chiều

Để đo điện trở R và độ tự cảm L của một cuộn dây, ta dùng cầu ở hình 3.3 nối vào nguồn điện xoay chiều có tần số góc ω. C là một tụ điện có điện dung đã biết, R_3 là điện trở có giá trị đã biết, R_2 và r là hai biến trở, r lắp nối tiếp với C. Biến đổi R_2 và r để cầu cân bằng (không có dòng điện qua tai nghe T), ta đọc được R_2 và r.



Hình 3.3

Gọi các tổng trở của các đoạn AB, BD, AE, ED lần lượt là Z_1, Z_2, Z_3, Z_4.

a) Vẽ giản đồ Frê-nen. Suy ra mối liên hệ giữa R, L và C, r, ω.

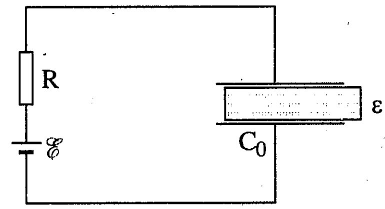
b) Tính các tổng trở Z_i và tìm liên hệ giữa chúng. Suy ra mối liên hệ nữa giữa R, L và C, r, R_3, R_2.

c) Tính R và L theo các giá trị đã biết R_3, R_2, C, r, ω.

Áp dụng số : $R_2 = R_3 = 1000\ \Omega$; $r = 5000\ \Omega$; $C = 0,2\ \mu F$; $\omega = 1000$ rad/s, tính R và L.

2. Một hệ gồm có : một acquy có suất điện động không đổi $\mathscr{E}$, điện trở nội không đáng kể ; một điện trở R ; một tụ điện phẳng khi giữa hai bản tụ là không khí thì có điện dung là C_0 ; một tấm điện môi có hằng số điện môi ε và các dây dẫn điện trở không đáng kể.

Ở trạng thái đầu, hệ được mắc theo hình 3.4 và tấm điện môi choán đầy khoảng không gian giữa hai bản cực của tụ. Hệ cân bằng nhiệt với môi trường bên ngoài. Người ta rút nhanh tấm điện môi ra khỏi tụ điện và đợi đến khi hệ trở lại cân bằng nhiệt với môi trường bên ngoài.



Hình 3.4

Hãy xác định : công mà hệ nhận được, nhiệt mà hệ toả ra và biến thiên năng lượng toàn phần của hệ trong quá trình đó. Biến thiên năng lượng ấy diễn ra trong phần nào của hệ ? Bỏ qua động năng của tấm điện môi.

3.3. Quang học

Xét hệ quang gồm n thấu kính hội tụ mỏng, giống nhau, có tiêu cự f, được đặt đồng trục và cách đều nhau một khoảng bằng 4f. Ta gọi k là số thứ tự của thấu kính (L_k) và O_k là quang tâm của thấu kính.

Một vật biểu diễn bằng vectơ $\overrightarrow{AB}$, có điểm A nằm trên quang trục x'x, được đặt vuông góc với quang trục, cách thấu kính thứ nhất một khoảng 2f ở phía ngoài hệ quang. Ta gọi $y = \overline{AB}$ là chiều cao của vật. Ảnh của AB sau thấu kính thứ k là A_kB_k có chiều cao $y_k = \overline{AB_k}$.

1. Xác định vị trí các điểm A_k và các giá trị y_k.

2. Một tia sáng xuất phát từ B nằm trong cùng mặt phẳng với quang trục, đi về phía hệ quang và ra xa quang trục, lập với quang trục một góc α nhỏ.

a) Sau khi qua thấu kính thứ nhất, tia sáng đó lập với quang trục một góc α_1 bằng bao nhiêu ?

b) Sau khi qua thấu kính thứ k, tia sáng đó lập với quang trục một góc α_k bằng bao nhiêu ?

3. Từ kết quả câu 2 rút ra nhận xét về độ sáng của các điểm trên ảnh thu được sau hệ quang học, giả thiết vật AB có độ sáng đồng đều.

4. Hệ quang này được ứng dụng để truyền ảnh của vật trên một khoảng cách. Trước đây người ta sử dụng hệ này cùng một vài thấu kính thích

hợp tạo nên một kính nội soi dùng để quan sát các chi tiết nhỏ của các bộ phận ở sâu bên trong cơ thể người. Hãy nêu một phương án chế tạo kính nội soi như vậy. Cho biểu thức tính gần đúng $\tan\alpha \approx \alpha$ nếu α nhỏ.

4. Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia lớp 12 THPT năm 2002, ngày thi thứ hai

4.1. Nhiệt học

1. $1m^3$ không khí ở nhiệt độ 100^oC, áp suất 1 átmốtphe vật lí (1 atm) và có độ ẩm tương đối 50% được nén đẳng nhiệt thuận nghịch tới thể tích 0,2 m^3.

a) Tính áp suất của không khí sau khi nén.

b) Tính công của lực nén.

c) Tính nhiệt lượng toả ra.

2. Một lượng hơi nước sôi ở áp suất khí quyển được hơ nóng đẳng áp đến nhiệt độ 150^oC, sau đó được dãn nở đoạn nhiệt đến thể tích lớn gấp 1,5 lần. Chứng tỏ trong quá trình đó không có lượng hơi nước nào ngưng đọng thành nước lỏng.

Khi làm bài :

Coi hơi nước chưa bão hoà như khí lí tưởng với $\dfrac{C_p}{C_y} = \gamma = 1,33$.

Bỏ qua thể tích riêng của nước lỏng so với thể tích riêng của hơi nước ở cùng nhiệt độ.

Ẩn nhiệt hóa hơi của nước ở lân cận 100^oC là 2250 kJ/kg (ẩn nhiệt hoá hơi là nhiệt lượng cần cung cấp cho một đơn vị khối lượng để nó chuyển sang trạng thái hơi ở cùng nhiệt độ).

Các biến thiên nhiệt độ nhỏ hơn 10^oC xem là các biến thiên nhỏ, khi làm bài có thể vận dụng các phép tính gần đúng thích hợp.

1atm = $1,013.10^5$ Pa.

4.2. Điện học

Một hạt (coi như chất điểm) có khối lượng m và điện tích – q đặt cách một điện tích điểm + Q cố định một khoảng cách d, tất cả đặt trong một từ trường đều có đường sức vuông góc với đường thẳng nối hai điện tích. Hạt – q ban đầu đứng yên. Thả cho nó chuyển động. Khoảng cách từ điện tích đứng yên tới hạt giảm dần tới một gía trị cực tiểu bằng $\dfrac{d}{3}$ rồi lại tăng.

a) Mô tả chuyển động và vẽ phác quỹ đạo chuyển động của hạt.

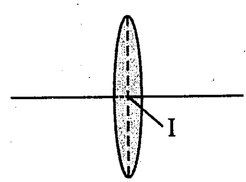
b) Tính độ lớn của vectơ cảm ứng từ của từ trường.

Ghi chú *: Hình chiếu vectơ vận tốc* $\vec{v}$ *của chất điểm M lên vectơ* $\vec{r} = \overrightarrow{OM}$ *nối từ điểm cố định O tới M thì bằng* $\frac{dr}{dt}$. *Bỏ qua ảnh hưởng của trọng trường.*

4.3. Quang học

Một kính lúp bằng thuỷ tinh chiết suất n = 1,50. Kính có hai mặt cầu lồi giống nhau bán kính R = 10 cm. Một người có mắt tốt, điểm cực cận cách mắt 25 cm, đặt mắt trên trục chính của kính và cách tâm I của kính 20 cm để quan sát một vật phẳng.

Vật có dạng một tờ giấy kẻ ô vuông đặt vuông góc với trục chính và cách I một khoảng 8 cm.



Hình 4.1

a) Tính số bội giác của ảnh (xem kính lúp như một thấu kính mỏng).

b) Thực ra đây là một thấu kính dày. Chỗ dày nhất của kính là 1 cm. Xét hai tia sáng song song với trục chính đi tới kính : tia thứ nhất đi gần sát với trục chính và ló ra cắt trục chính tại điểm F_1, tia thứ hai đi sát mép kính và cắt trục chính tại điểm F_2. Hãy tính các khoảng cách IF_1 và IF_2.

c) Hãy vẽ phác ảnh của các ô vuông mà người ấy nhìn thấy qua thấu kính. Giải thích.

4.4. Phương án thí nghiệm

1. Biết số Avôgađrô $N = 6{,}023.10^{23}$ mol^{-1}, em muốn tự mình xác định lại giá trị của điện tích nguyên tố e bằng phương pháp điện phân. Trong tay em chỉ có :

- Một vài dây đồng và dây điện trở bằng mai so (dùng trong bếp điện).
- 1 đồng hồ vạn năng chỉ thị bằng kim (vôn – ampe – ôm kế) không biết rõ các thông số của máy.
- 1 acquy xe máy đã đổ dư axit và nạp điện đủ (có thể lấy một ít axit để dùng).
- 1 bơm tiêm (loại 5 cm^3, có chia độ đến 0,1 cm^3) có thể dùng để đo thể tích khí.

• Các điện trở than (thường dùng để lắp mạch điện tử, sai số 2,5%) có các giá trị 10 Ω ; 100 Ω ; 1000 Ω ; 5000 Ω ; 20000 Ω, mỗi loại vài chiếc.

• Vài chiếc pin khô đã hỏng (mà em phá ra để lấy vật liệu).

• Một số dụng cụ thông thường khác như : đồng hồ bấm giây, nhiệt kế, thước chia độ tới mm, cốc đong, ...

Hãy trình bày phương án thí nghiệm của em.

2. Khi bắt tay làm thí nghiệm, em phát hiện ra thang đo dòng điện không hoạt động được. Em phải chuyển thang đo hiệu điện thế (từ 0 đến 1 V) thành thang đo cường độ dòng điện (từ 0 đến 1 A). Hãy đề xuất phương án chuyển thang đo của em.

3. Để thực hiện phương án của mình, em phải làm một điện trở bằng dây mai so có giá trị tính trước, nhưng thang đo Ω của đồng hồ vạn năng không dùng được để đo điện trở nhỏ. Hãy đề xuất một phương án để làm được điện trở như ý muốn.

***Lưu ý** : Phương án thí nghiệm cần trình bày theo trình tự sau :*

– Nguyên lí thí nghiệm, các đại lượng cần đo và công thức để tính giá trị của đại lượng phải xác định.

– Sơ đồ của thí nghiệm, cách bố trí thí nghiệm cụ thể và cách làm thí nghiệm.

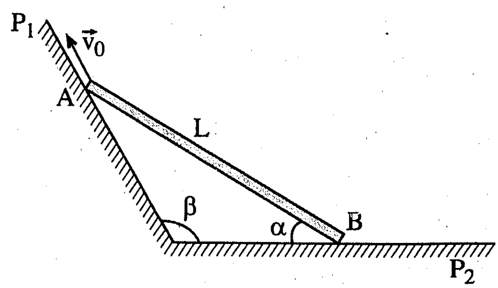
– Phương pháp xử lí số liệu (nếu cần thiết).

– Ước tính sai số tỉ đối của kết quả trong thí nghiệm mà em định làm (nếu cần thiết).

5. Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia lớp 12 THPT năm 2003, ngày thi thứ nhất

5.1. Cơ học

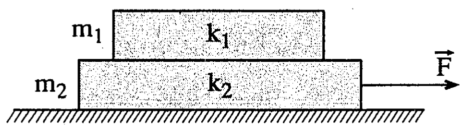
1. Một thanh cứng AB có chiều dài L tựa trên hai mặt phẳng P_1 và P_2 (Hình 5.1). Người ta kéo đầu A của thanh lên trên dọc theo mặt phẳng P_1 với vận tốc $\vec{v}_0$ không đổi. Biết thanh AB và vectơ $\vec{v}_0$ luôn nằm



Hình 5.1

trong mặt phẳng vuông góc với giao tuyến của P_1 và P_2 ; trong quá trình chuyển động các điểm A, B luôn tiếp xúc với hai mặt phẳng ; góc nhị diện tạo bởi hai mặt phẳng là $\beta = 120^o$. Hãy tính vận tốc, gia tốc của điểm B và tốc độ góc của thanh theo v_0, L, α (α là góc hợp bởi thanh và mặt phẳng P_2).

2. Trên mặt bàn nằm ngang có hai tấm ván khối lượng m_1 và m_2. Một lực $\vec{F}$ song song với mặt bàn đặt vào tấm ván dưới. Biết hệ số ma sát trượt giữa hai tấm ván là k_1, giữa ván dưới và bàn là k_2 (Hình 5.2). Tính các gia tốc a_1 và a_2 của hai tấm ván. Biện luận các kết quả trên theo F khi cho F tăng dần từ giá trị bằng 0. Xác định các khoảng giá trị của F ứng với từng dạng chuyển động khác nhau của hệ.

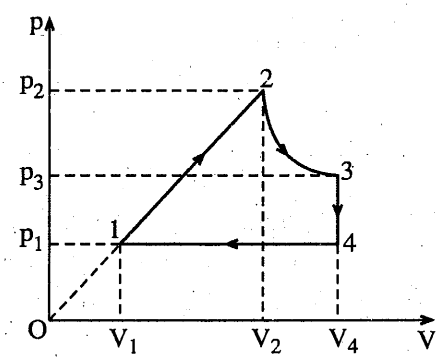


Hình 5.2

Áp dụng bằng số : $m_1 = 0,5$ kg ; $m_2 = 1$ kg ; $k_1 = 0,1$; $k_2 = 0,3$; $g = 10$ m/s^2.

5.2. Nhiệt học

Cho một mol khí lí tưởng đơn nguyên tử biến đổi theo một chu trình thuận nghịch được biểu diễn trên đồ thị như hình 5.3 ; trong đó đoạn thẳng 1– 2 có đường kéo dài đi qua gốc toạ độ và quá trình 2 – 3 là đoạn nhiệt.



Hình 5.3

Biết : $T_1 = 300$ K ; $p_2 = 3p_1$; $V_4 = 4V_1$.

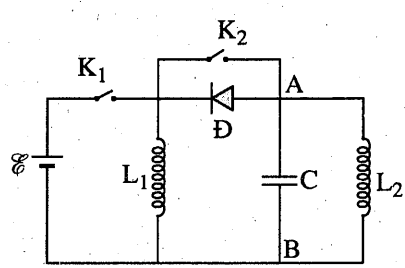
a) Tính các nhiệt độ T_2, T_3, T_4.

b) Tính hiệu suất của chu trình.

c) Chứng minh rằng trong quá trình 1 – 2 nhiệt dung của khí là hằng số.

5.3. Điện học

Trong mạch điện như hình 5.4, Đ là điôt lí tưởng, tụ điện có điện dung là C, hai cuộn dây L_1 và L_2 có độ tự cảm lần lượt là $L_1 = L$, $L_2 = 2L$; điện trở của các cuộn dây và dây nối không đáng kể. Lúc đầu khoá K_1 và khoá K_2 đều mở.



Hình 5.4

1. Đầu tiên đóng khoá K_1. Khi dòng qua cuộn dây L_1 có giá trị là I_1 thì đồng thời mở khoá K_1 và đóng khoá K_2. Chọn thời điểm này làm mốc tính thời gian t.

a) Tính chu kì của dao động điện từ trong mạch.

b) Lập biểu thức của cường độ dòng điện qua mỗi cuộn dây theo t.

2. Sau đó, vào thời điểm dòng điện qua cuộn dây L_1 bằng 0 và hiệu điện thế u_{AB} có giá trị âm thì mở khoá K_2.

a) Mô tả hiện tượng điện từ xảy ra trong mạch.

b) Lập biểu thức và vẽ phác đồ thị biểu diễn cường độ dòng điện qua cuộn dây L_1 theo thời gian tính từ lúc mở khoá K_2.

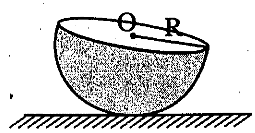
6. Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia lớp 12 THPT năm 2003, ngày thi thứ hai

6.1. Cơ học

Cho một bán cầu đặc đồng chất, khối lượng m, bán kính R, tâm O.

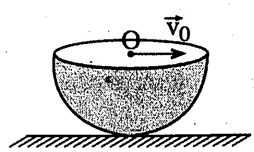
1. Chứng minh rằng khối tâm G của bán cầu cách tâm O của nó một đoạn là $d = \dfrac{3R}{8}$

2. Đặt bán cầu trên mặt phẳng nằm ngang. Đẩy bán cầu sao cho trục đối xứng của nó nghiêng một góc nhỏ so với phương thẳng đứng rồi buông nhẹ cho dao động (Hình 6.1). Cho rằng bán cầu không trượt trên mặt phẳng này và ma sát lăn không đáng kể. Hãy tìm chu kì dao động của bán cầu.



Hình 6.1

3. Giả thiết bán cầu đang nằm cân bằng trên một mặt phẳng nằm ngang khác mà các ma sát giữa bán cầu và mặt phẳng đều bằng 0 (Hình 6.2). Tác dụng lên bán cầu trong khoảng thời gian rất ngắn một xung của lực $\vec{X}$ nào đó theo phương nằm ngang, hướng đi qua tâm O của bán cầu sao cho tâm O của nó có vận tốc $\vec{v}_0$.



Hình 6.2

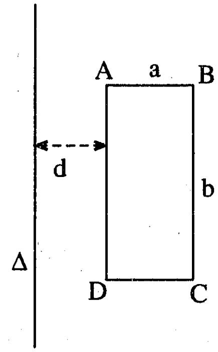
a) Tính năng lượng đã truyền cho bán cầu.

b) Mô tả định tính chuyển động tiếp theo của bán cầu. Coi v_0 có giá trị nhỏ.

Cho biết gia tốc trọng trường là g ; momen quán tính của quả cầu đặc đồng chất khối lượng M, bán kính R đối với trục quay đi qua tâm của nó là $I = \frac{2}{5}MR^2$.

6.2. Điện – từ

Cho một khung dây dẫn kín hình chữ nhật ABCD bằng kim loại, có điện trở là R, có chiều dài các cạnh là a và b. Một dây dẫn thẳng Δ dài vô hạn, nằm trong mặt phẳng của khung dây, song song với cạnh AD và cách nó một đoạn d như hình 6.3. Trên dây dẫn thẳng có dòng điện cường độ I_0 chạy qua.



Hình 6.3

a) Tính từ thông qua khung dây.

b) Tính điện lượng chạy qua một tiết diện thẳng của khung dây trong quá trình cường độ dòng điện trong dây dẫn thẳng giảm đến 0.

c) Cho rằng cường độ dòng điện trong dây dẫn thẳng giảm tuyến tính theo thời gian cho đến khi bằng 0, vị trí dây dẫn thẳng và vị trí khung dây không thay đổi. Hãy xác định xung của lực từ tác dụng lên khung.

6.3. Quang học

Cho hệ hai thấu kính hội tụ mỏng, tiêu cự lần lượt là f_1 và f_2, đặt đồng trục cách nhau một khoảng a. Hãy xác định một điểm A trên trục chính của hệ sao cho mọi tia sáng qua A sau khi lần lượt khúc xạ qua hai thấu kính, thì ló ra khỏi hệ theo phương song song với tia tới.

6.4. Phương án thí nghiệm

Cho các dụng cụ sau :

- 1 hộp điện trở mẫu cho phép tuỳ chọn điện trở có trị số nguyên từ 10 Ω đến vài MΩ.
- 1 nguồn điện xoay chiều có tần số f đã biết và có hiệu điện thế hiệu dụng giữa hai cực không đổi.
- 1 nguồn điện một chiều.
- 1 máy đo điện cho phép đo được cường độ dòng điện và hiệu điện thế (một chiều, xoay chiều).
- Các dây nối, các ngắt điện có điện trở không đáng kể.
- 1 đồng hồ đo thời gian.

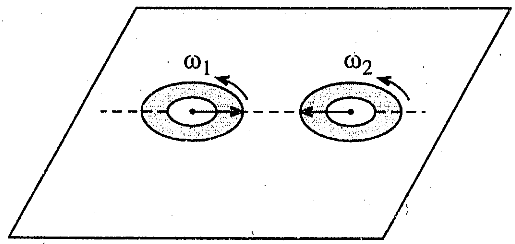
Hãy lập ba phương án xác định điện dung của một tụ điện.

Yêu cầu nêu : nguyên tắc lí thuyết của phép đo, cách bố trí thí nghiệm, cách tiến hành thí nghiệm, các công thức tính toán, những điều cần chú ý để giảm sai số của phép đo.

7. Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia lớp 12 THPT năm 2004, ngày thi thứ nhất

7.1. Cơ học

Hai chiếc đĩa tròn đồng chất giống nhau chuyển động trên mặt phẳng nằm ngang rất nhẵn, theo đường thẳng nối tâm các đĩa, đến gặp nhau (Hình 7.1). Các đĩa này quay cùng chiều quanh trục thẳng đứng qua tâm của chúng với các tốc độ góc tương ứng là ω_1 và ω_2.



Hình 7.1

Tác dụng của lực ma sát giữa các đĩa và mặt bàn không đáng kể, còn tác dụng của lực ma sát xuất hiện ở điểm tiếp xúc hai đĩa với nhau thì đáng kể. Biết các đĩa có khối lượng m, có dạng trụ tròn thẳng đứng, hai đáy phẳng, bán kính R ; phần tâm đĩa có khoét một lỗ thủng hình trụ tròn đồng trục với vành đĩa, bán kính $\frac{R}{2}$.

a) Tính momen quán tính đối với trục quay nói trên của mỗi đĩa.

b) Hãy xác định vận tốc góc của các đĩa sau va chạm, biết rằng vào thời điểm va chạm kết thúc, tốc độ của các điểm va chạm trên các đĩa theo phương vuông góc với đường nối tâm của chúng là bằng nhau.

c) Xác định thành phần vận tốc tương đối của hai điểm tiếp xúc nhau của hai đĩa theo phương vuông góc với đường nối tâm của chúng ngay sau lúc va chạm.

7.2. Nhiệt học

Cho một mol khí lí tưởng có hệ số $\frac{C_P}{C_V} = \gamma$. Biết nhiệt dung mol của khí này phụ thuộc vào nhiệt độ tuyệt đối T theo công thức C = a + bT, trong đó a, b là các hằng số.

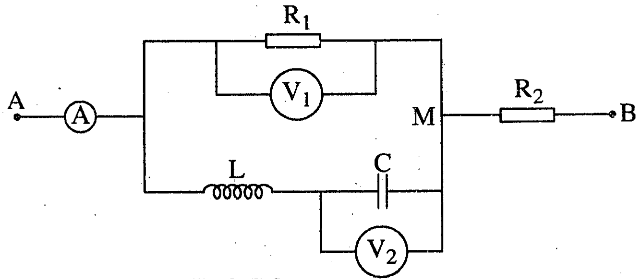
a) Tính nhiệt lượng cần truyền cho mol khí này để nó tăng nhiệt độ từ T_1 lên T_2.

b) Tìm biểu thức thể hiện sự phụ thuộc của thể tích V vào nhiệt độ tuyệt đối T của 1 mol khí này.

7.3. Điện học

Cho mạch điện có sơ đồ như hình 7.2.

Cho biết : $R_1 = 3\ \Omega$; $R_2 = 2\ \Omega$; $C = 100$ nF ; L là cuộn thuần cảm với $L = 0{,}1H$; $R_A \approx 0$; $R_{V_1} = R_{V_2} = \infty$. Ampe kế và vôn kế là ampe kế và vôn kế nhiệt.



Hình 7.2

Đặt vào hai đầu A, B điện áp $u_{AB} = 5\sqrt{2}\cos\omega t$ (V).

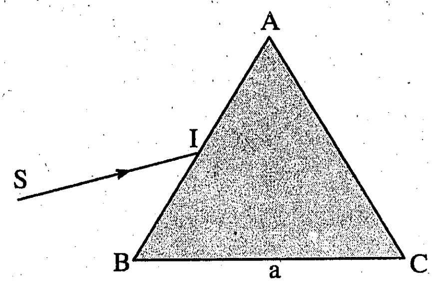
a) Dùng cách vẽ giản đồ vectơ Frê-nen tìm biểu thức của các điện áp hiệu dụng U_{R_1}, U_C và cường độ dòng điện hiệu dụng qua R_2 theo điện áp hiệu dụng $U = U_{AB}$, R_1, R_2, L, C và ω.

b) Tìm điều kiện của ω để ampe kế có số chỉ lớn nhất có thể. Tìm số chỉ của các vôn kế V_1 và V_2 khi đó.

Tìm điều kiện của ω để các vôn kế V_1 và V_2 có số chỉ như nhau. Tìm số chỉ của ampe kế và các vôn kế khi đó.

7.4. Quang học

Cho một lăng kính có tiết diện thẳng là một tam giác đều ABC, cạnh là a. Chiếu một tia sáng trắng SI đến mặt bên AB dưới góc tới nào đó, sao cho các tia bị phản xạ toàn phần ở mặt AC rồi ló ra ở mặt BC. Chiết suất của lăng kính đối với tia đỏ là $n_đ = 1{,}61$; đối với tia tím là $n_t = 1{,}68$. (Tia SI nằm trong mặt phẳng hình 7.3).



Hình 7.3

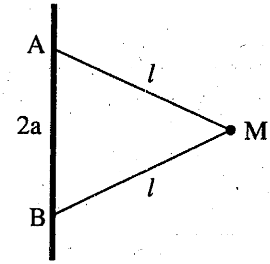
a) Tính góc lệch cực đại giữa tia tới SI và tia ló màu đỏ.

b) Chứng tỏ rằng chùm tia ló là chùm song song. Tính bề rộng của chùm tia ấy theo a trong trường hợp góc lệch giữa tia tới SI và tia ló màu đỏ đạt cực đại.

8. Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia lớp 12 THPT năm 2004, ngày thi thứ hai

8.1. Cơ học

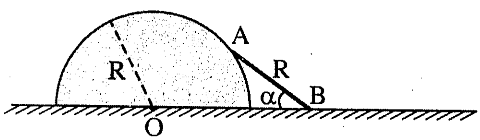
1. Quả cầu M khối lượng m được nối với một trục thẳng đứng tại hai điểm A, B bằng hai thanh chiều dài l, khối lượng không đáng kể (khoảng cách AB = 2a). Các chỗ nối đều là các chốt nên hai thanh chỉ bị kéo hoặc nén. Cả hệ quay không ma sát quanh trục thẳng đứng với tốc độ góc ω không đổi (Hình 8.1).



Hình 8.1

Tính các lực T và T' mà vật m tác dụng lên các thanh AM và BM tương ứng. Các thanh bị kéo hay bị nén ?

2. Trên mặt bàn nằm ngang có một bán trụ cố định bán kính R. Trong mặt phẳng thẳng đứng vuông góc với trục O của bán trụ (mặt phẳng hình 8.2) có một thanh đồng chất AB chiều dài bằng R tựa đầu A lên bán trụ, đầu B ở trên mặt bàn. Trọng lượng của thanh là P. Không có ma sát giữa bán trụ và thanh. Hệ số ma sát giữa mặt bàn và thanh là $k = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

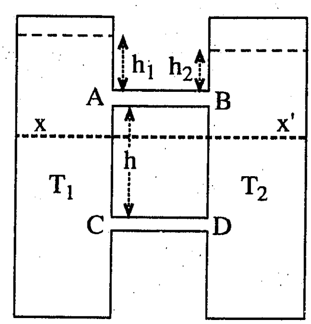


Hình 8.2

Góc α phải thoả mãn điều kiện gì để thanh ở trạng thái cân bằng ?

8.2. Nhiệt học

Hai bình cao chứa nước, được nối với nhau bằng hai ống AB và CD tiết diện ngang nhỏ giống nhau, nằm ngang, song song và cách nhau độ cao h (Hình 8.3). Nước ở hai bình được giữ ở nhiệt độ T_1 và T_2 ($T_1 > T_2$). Để giữ cho nhiệt độ hai bình không đổi thì phải truyền một nhiệt lượng với công suất nhiệt $\mathscr{P}$ nào đó từ nguồn nhiệt vào bình nóng hơn và lấy ra từng ấy từ bình lạnh hơn. Bỏ qua hiện tượng dính ướt, bỏ qua sự trao đổi nhiệt với bên ngoài và sự dẫn nhiệt của ống.



Hình 8.3

a) Xác định khoảng cách từ mức nước AB đến mức nước xx' mà áp suất ở mức đó trong hai bình bằng nhau. Tính hiệu áp suất ở hai đầu các ống AB và CD.

b) Tính công suất nhiệt đưa vào các bình nóng (hoặc lấy đi khỏi bình lạnh).

Cho biết :

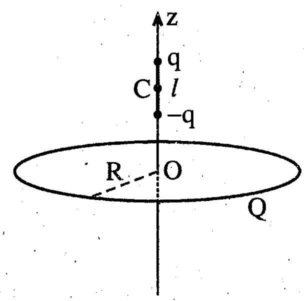
+ Khối lượng riêng ρ của nước phụ thuộc vào nhiệt độ tuyệt đối T theo định luật $\rho = \rho_0 - \alpha(T - T_0)$, trong đó ρ_0, T_0, α là các hằng số.

+ Trong một đơn vị thời gian, qua một điểm bất kì của ống có một lượng nước $\frac{\Delta m}{\Delta t} = k\Delta p$ chảy qua (trong đó Δp là hiệu áp suất ở hai đầu ống ; k là hệ số xác định).

+ Mặt thoáng của chất lỏng trong bình nóng cao hơn ống AB đoạn h_1, mặt thoáng của chất lỏng trong bình lạnh cao hơn ống AB đoạn h_2. Cho nhiệt dung riêng của nước là C.

8.3. Điện học

Đặt trong chân không một vòng dây mảnh, tròn, bán kính R, tâm O, mang điện tích dương Q phân bố đều. Dựng trục Oz vuông góc với mặt phẳng của vòng dây và hướng theo chiều vectơ cường độ điện trường của vòng dây tại O (Hình 8.4). Một lưỡng cực điện có vectơ momen lưỡng cực $\vec{p}$ và có khối lượng m chuyển động dọc theo trục Oz mà chiều của $\vec{p}$ luôn trùng với chiều dương của trục Oz (Lưỡng cực điện là một hệ thống gồm hai hạt mang điện tích cùng độ lớn q nhưng trái dấu, cách nhau một khoảng cách l không đổi ($l << R$), C là trung điểm của đoạn thẳng nối hai hạt. Vectơ momen lưỡng cực điện là vectơ hướng theo trục lưỡng cực, từ điện tích âm đến điện tích dương, có độ lớn $p = ql$, khối lượng của lưỡng cực là khối lượng của hai hạt. Bỏ qua tác dụng của trọng lực.



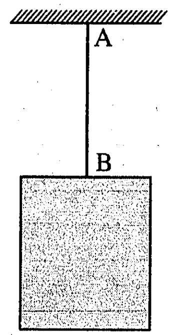
Hình 8.4

a) Xác định tọa độ z_0 của C khi lưỡng cực ở vị trí cân bằng bền và khi lưỡng cực ở vị trí cân bằng không bền. Tính chu kì T của dao động nhỏ của lưỡng cực quanh vị trí cân bằng bền.

b) Giả sử lúc đầu điểm C nằm ở điểm O và vận tốc của lưỡng cực bằng 0. Tính vận tốc cực đại của lưỡng cực khi nó chuyển động trên trục Oz.

8.4. Phương án thí nghiệm

Cho một dây kim loại đàn hồi xoắn AB : đầu B được cố định với tâm của đáy một khối trụ kim loại tròn (mặt cắt dọc trục của khối trụ là hình chữ nhật (Hình 8.5), còn đầu A của dây được giữ cố định trên giá đỡ. Cả hệ thống này tạo thành một con lắc xoắn.



Hình 8.5

Cho các dụng cụ như sau :

- 1 sợi dây nhẹ, không dãn, các ròng rọc nhẹ có thể gắn trên giá đỡ ;
- Các gia trọng M_1, M_2, M_3 ;
- 1 thước chia độ gắn được trên giá đỡ ;
- Các thước kẹp, thước đo độ dài.

Yêu cầu thí nghiệm :

a) Hãy vẽ sơ đồ thí nghiệm để xác định hệ số xoắn k của dây kim loại và thiết lập biểu thức tính k.

b) Coi như con lắc xoắn dao động điều hoà, hãy :

– Vẽ các sơ đồ thí nghiệm cần thiết để xác định momen quán tính I của khối trụ ;

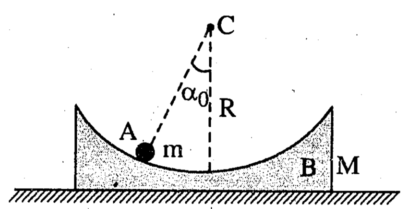
– Thiết lập phương trình cần thiết và dẫn tới biểu thức tính momen quán tính I của khối trụ ;

– Nêu các bước và các chú ý khi đo momen quán tính của khối trụ.

9. Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia lớp 12 THPT năm 2005, ngày thi thứ nhất

9.1. Cơ học

Cho vật nhỏ A có khối lượng m và vật B khối lượng M. Mặt trên của B là một phần mặt cầu bán kính R (Hình 9.1). Lúc đầu B đứng yên trên mặt sàn S, bán kính của mặt cầu đi qua A hợp với phương thẳng đứng một góc α_0(α_0 có giá trị nhỏ). Thả cho A chuyển động với vận tốc ban đầu bằng 0. Ma sát giữa A và B không đáng kể. Cho gia tốc trọng trường là g.



Hình 9.1

1. Giả sử khi A dao động, B đứng yên (do có ma sát giữa B và sàn S).

a) Tìm chu kì dao động của vật A.

b) Tính cường độ của lực mà A tác dụng lên B khi bán kính qua vật A hợp với phương thẳng đứng một góc α ($\alpha \le \alpha_0$).

c) Hệ số ma sát giữa B và mặt sàn S phải thoả mãn điều kiện nào để B đứng yên khi A dao động ?

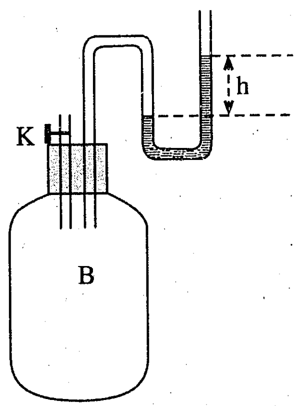
2. Giả sử ma sát giữa vật B và mặt sàn S có thể bỏ qua.

a) Tính chu kì dao động của hệ.

b) Lực mà A tác dụng lên B có giá trị cực đại bằng bao nhiêu ?

9.2. Nhiệt học

Trong bình kín B có chứa hỗn hợp khí ôxi và heli. Khí trong bình có thể thông với môi trường bên ngoài bằng một ống có khoá K và một ống hình chữ U hai đầu để hở, trong đó có chứa thuỷ ngân (áp kế thuỷ ngân) như hình 9.2. Thể tích của khí trong ống chữ U nhỏ không đáng kể so với thể tích của bình. Khối khí trong bình cân bằng nhiệt với môi trường bên ngoài nhưng áp suất thì cao hơn nên có sự chênh lệch của mức thuỷ ngân trong hai nhánh chữ U là $h = 6{,}2\,\text{cm}$. Người ta mở khoá K cho khí trong bình thông với bên ngoài rồi đóng lại ngay. Sau một thời gian đủ dài để hệ trở lại cân bằng nhiệt với môi trường bên ngoài thì thấy độ chênh lệch của mức thuỷ ngân trong hai nhánh là $h' = 2{,}2$ cm. Cho O = 16 ; He = 4.



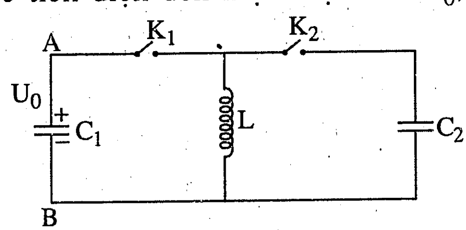
Hình 9.2

a) Hãy xác định tỉ số khối lượng của oxi và heli có trong bình.

b) Tính nhiệt lượng mà khí trong bình nhận được trong quá trình nói trên. Biết số mol khí còn lại trong bình sau khi mở khóa K là n = 1 ; áp suất và nhiệt độ của môi trường lần lượt là $p_0 = 10^5\ \text{N/m}^2$; $T_0 = 300$ K, khối lượng riêng của thủy ngân là $\rho = 13{,}6\ \text{g/cm}^3$; gia tốc trọng trường là $g = 10\ \text{m/s}^2$.

9.3. Điện học

Cho mạch điện có sơ đồ như hình 9.3. Hai tụ điện C_1 và C_2 giống nhau, có cùng điện dung C. Tụ điện C_1 được tích điện đến hiệu điện thế U_0, cuộn dây có độ tự cảm L, các khoá K_1 và K_2 ban đầu đều mở. Điện trở của cuộn dây, của các dây nối, của các khoá là rất nhỏ, nên có thể coi dao động điện từ trong mạch là điều hoà.



Hình 9.3

1. Đóng khoá K_1 tại thời điểm $t = 0$. Hãy tìm biểu thức phụ thuộc thời gian t của :

a) Cường độ dòng điện chạy qua cuộn dây,

b) Điện tích q_1 trên bản nối với A của tụ điện C_1.

2. Sau đó đóng K_2. Gọi T_0 là chu kì dao động riêng của mạch LC_1 và q_2 là điện tích trên bản nối với K_2 của tụ điện C_2. Hãy tìm biểu thức phụ thuộc thời gian t của cường độ dòng điện chạy qua cuộn dây và của q_2 trong hai trường hợp :

a) Khoá K_2 được đóng ở thời điểm $t_1 = \frac{3T_0}{4}$.

b) Khoá K_2 được đóng ở thời điểm $t_2 = T_0$.

3. Tính năng lượng điện từ của mạch điện ngay trước và ngay sau thời điểm t_2 theo các giả thiết ở câu 2b. Hiện tượng vật lí nào xảy ra trong quá trình này ?

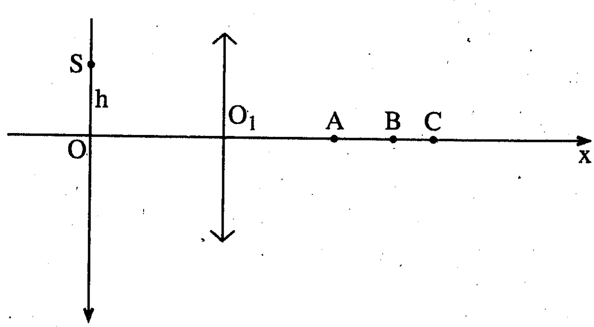
9.4. Quang học

Cho hệ trục toạ độ Descartes vuông góc Oxy. Một thấu kính hội tụ, quang tâm O_1, được đặt sao cho trục chính trùng với Ox. S là điểm sáng nằm trước thấu kính. Gọi S' là ảnh của S qua thấu kính.

1. Lúc đầu S nằm trên Oy, cách thấu kính một khoảng bằng tiêu cự của thấu kính, cách O một khoảng bằng h. Giữ S cố định, dịch chuyển thấu kính ra xa dần S sao cho trục chính luôn luôn trùng với Ox.

a) Lập phương trình quỹ đạo $y = f(x)$ của S'. Biết tiêu cự của thấu kính là f. Phác hoạ quỹ đạo này và chỉ rõ chiều dịch chuyển của ảnh khi thấu kính dịch chuyển ra xa dần S.

b) Trên trục Ox có ba điểm A, B, C (Hình 9.4). Biết AB = 6cm, BC = 4cm. Khi thấu kính dịch chuyển từ A tới B thì S' lại gần trục Oy thêm 9cm, khi thấu kính dịch chuyển từ B tới C thì S' lại gần trục Oy thêm 1cm. Tìm tọa độ điểm A và tiêu cự của thấu kính.



Hình 9.4.

2. Giả sử điểm sáng S cách thấu kính một khoảng lớn hơn tiêu cự của thấu kính. Giữ thấu kính cố định, ảnh S' sẽ di chuyển thế nào nếu dịch chuyển S lại gần thấu kính theo một đường thẳng bất kì ?

10. Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia lớp 12 THPT năm 2005, ngày thi thứ hai

10.1. Cơ học

Một canô chuyển động từ bến A của bờ sông bên này sang bờ sông bên kia. Sông thẳng và có chiều rộng là b. Người ta dựng hệ trục toạ độ Oxy mà gốc O tại A, trục Ox vuông góc với bờ sông, cắt bờ đối diện ở B, trục Oy hướng dọc bờ sông, theo chiều nước chảy. Do cấu tạo của dòng sông, vận tốc chảy u của nước tại điểm có tọa độ x phụ thuộc vào x theo quy luật :

$$u = \left[\left(1 + \frac{x}{5b}\right) - \left(\frac{2x}{5b} - \frac{1}{5}\right)h\left(x - \frac{b}{2}\right)\right]u_0$$

trong đó u_0 là một hằng số dương, còn $h\left(x - \frac{b}{2}\right)$ là hàm Heaviside của biến $\left(x - \frac{b}{2}\right)$. Hàm Heaviside của biến X được định nghĩa như sau :

$$h(X) = \begin{cases} 0 & \text{khi } X < 0 \\ 1. & \text{khi } X \geq 0 \end{cases}$$

1. Giả sử vận tốc của canô đối với nước có độ lớn là v_0 không đổi và luôn hướng theo phương vuông góc với bờ sông.

a) Xác định phương trình quỹ đạo và phác hoạ quỹ đạo của canô.

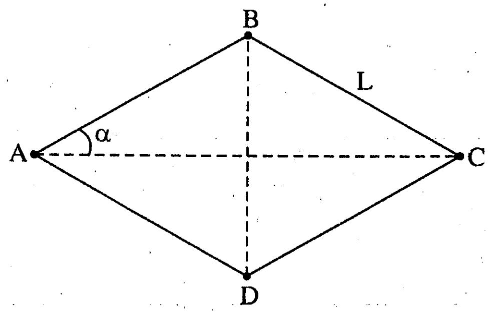
b) Khi cập bờ bên kia, canô cách B một đoạn bằng bao nhiêu ?

c) Chứng minh rằng gia tốc của canô so với bờ sông phụ thuộc bậc nhất vào v_0. Tại sao gia tốc này lại đổi hướng đột ngột tại $x = \frac{b}{2}$?

2. Giả sử vận tốc của canô đối với nước luôn hướng theo phương vuông góc với bờ sông nhưng có độ lớn thay đổi sao cho canô cập bờ bên kia ở điểm cách B một đoạn c về phía hạ lưu theo một quỹ đạo thẳng. Lập biểu thức của vận tốc canô theo x.

10.2. Điện học

Bốn hạt nhỏ A, B, C, D có cùng khối lượng m và đều mang điện tích dương, được nối với nhau bằng bốn sợi dây mảnh có cùng chiều dài L trong không khí. Các dây không giãn, khối lượng của dây không đáng kể. Từng cặp hai hạt A và C, B và D có điện tích bằng nhau. Biết điện tích của mỗi hạt A, C bằng q. Khi hệ cân bằng, bốn điện tích ở bốn đỉnh của hình thoi ABCD có góc ở các đỉnh A, C là 2α (Hình 10.1). Bỏ qua tác dụng của lực hấp dẫn và lực cản của môi trường.



Hình 10.1

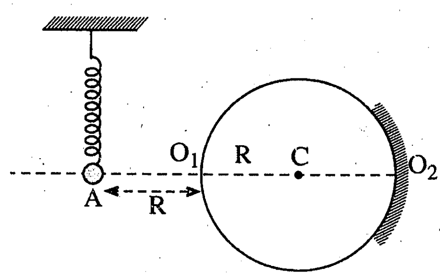
a) Tính điện tích Q của mỗi hạt B, D.

b) Kéo hai hạt A, C về hai phía ngược nhau theo phương AC sao cho mỗi hạt lệch khỏi vị trí cân bằng ban đầu một đoạn nhỏ rồi buông cho dao động. Tìm chu kì dao động.

c) Giả thiết khi các điện tích đang nằm yên ở vị trí cân bằng thì các dây đồng thời bị đốt đứt tức thời. Tìm tỉ số gia tốc của hạt A so với gia tốc của hạt B ngay sau khi đốt dây.

10.3. Quang học

Một vật sáng có khối lượng m, coi như một chất điểm, được gắn dưới một lò xo có độ cứng k và có khối lượng không đáng kể. Khi dao động, vật có vị trí cân bằng nằm trên đường thẳng kéo dài của đường kính O_1O_2 của một quả cầu bằng thủy tinh. Quả cầu có bán kính R, chiết suất n = 1,5. Khoảng cách từ vị trí cân bằng của vật sáng tới O_1 là R. Mặt sau quả cầu được tráng bạc (Hình 10.2). Ta chỉ xét ảnh của vật sáng tạo bởi các tia đi từ vật đến quả cầu với góc tới nhỏ. Coi chiết suất của không khí bằng 1.



Hình 10.2

a) Xác định vị trí ảnh của vật sáng khi vật ở vị trí cân bằng.

b) Khi vật sáng dao động với biên độ A (A có giá trị nhỏ) thì ảnh của vật dao động với vận tốc cực đại bằng bao nhiêu ?

10.4. Phương án thí nghiệm

Một cốc đong trong thí nghiệm có dạng hình trụ đáy tròn, khối lượng M, thể tích bên trong của cốc là V_0. Trên thành cốc, theo phương thẳng đứng người ta khắc các vạch chia để đo thể tích và đo độ cao của chất lỏng trong cốc. Coi đáy cốc và thành cốc có độ dày như nhau, bỏ qua sự dính ướt. Được dùng một chậu to đựng nước, hãy lập phương án để xác định độ dày d, diện tích đáy ngoài S và khối lượng riêng ρ_c của chất làm cốc. Yêu cầu :

1. Nêu các bước thí nghiệm. Lập bảng số liệu cần thiết.

2. Lập các biểu thức để xác định d, S theo các kết quả đo của thí nghiệm (cho khối lượng riêng của nước là ρ).

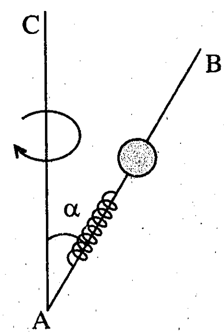
3. Lập biểu thức tính khối lượng riêng ρ_c của chất làm cốc qua các đại lượng S, d, M, V_0.

4. Dùng phương pháp đồ thị để xác định diện tích đáy ngoài S, rồi tìm độ dày d của cốc. Nêu các bước tiến hành và giải thích.

11. Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia lớp 12 THPT năm 2006, ngày thi thứ nhất

11.1. Cơ học

Thanh cứng AB quay đều quanh trục thẳng đứng AC với tốc độ góc ω. Góc giữa AB và AC là α không đổi ($0 < \alpha < 90^o$). Lò xo có độ cứng k, khối lượng không đáng kể, độ dài khi không biến dạng là l_0, được lồng vào thanh AB. Một đầu của lò xo được gắn vào A, đầu kia gắn với hòn bi khối lượng m. Bi có thể trượt trên thanh AB nhờ một lỗ xuyên tâm (Hình 11.1).



Hình 11.1

1. Ma sát giữa hòn bi và thanh không đáng kể.

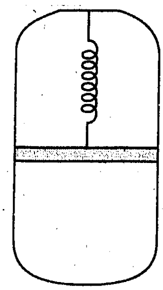
a) Xác định vị trí cân bằng của hòn bi. Vị trí đó ứng với cân bằng bền hay không bền ?

b) Giả sử hòn bi đang nằm cân bằng trên thanh, trong khi thanh vẫn quay đều quanh trục thẳng đứng với tốc độ góc ω thì cả hệ thống chuyển động theo phương thẳng đứng lên trên với gia tốc a không đổi. Hòn bi chuyển động như thế nào ? Mô tả và tìm các đặc trưng chuyển động của nó.

2. Cho biết hệ số ma sát giữa thanh và hòn bi là μ. Hãy xác định vị trí cân bằng của hòn bi.

11.2. Nhiệt học

Một bình hình trụ thành mỏng, diện tích tiết diện ngang S, đặt thẳng đứng. Trong bình có một pittông, khối lượng M, bề dày không đáng kể. Pittông được nối với mặt trên của bình bằng một lò xo có độ cứng k (Hình 11.2). Trong bình và ở phía dưới pittông có một lượng khí lí tưởng đơn nguyên tử, khối lượng m, khối lượng mol là μ. Lúc đầu nhiệt độ của khí trong bình là T_1. Biết rằng chiều dài của lò xo khi không biến dạng vừa bằng chiều cao của bình, phía trên pittông là chân không. Bỏ qua khối lượng của lò xo và ma sát giữa pittông với thành bình. Bình và pittông làm bằng các vật liệu cách nhiệt lí tưởng.



Hình 11.2

Người ta nung nóng khí trong bình đến nhiệt độ T_2 ($T_2 > T_1$) sao cho pittông dịch chuyển thật chậm.

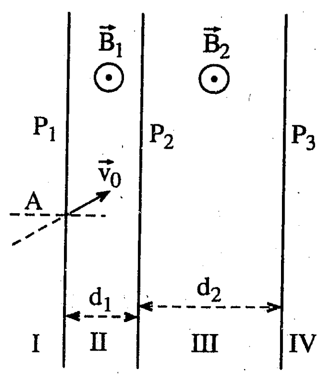
a) Tìm độ dịch chuyển của pittông.

b) Tính nhiệt lượng đã truyền cho khối khí.

c) Chứng minh rằng trong một giới hạn cho phép (độ biến dạng của lò xo không quá lớn để lực đàn hồi của lò xo vẫn còn tỉ lệ với độ biến dạng của nó) thì nhiệt dung của khối khí phụ thuộc vào chiều cao h của nó trong bình theo một quy luật xác định. Tìm quy luật đó.

11.3. Điện – từ

Ba mặt phẳng song song P_1, P_2 và P_3 cách nhau $d_1 = 2\,\text{cm}$ và $d_2 = 4\,\text{cm}$, phân không gian thành bốn vùng I, II, III và IV. Trong vùng II và III người ta tạo ra từ trường đều có vectơ cảm ứng từ $\vec{B}_1$ và $\vec{B}_2$ song song với ba mặt phẳng trên và có chiều như hình 11.3. Hạt prôtôn trong vùng I được tăng tốc bởi hiệu điện thế U, sau đó được đưa vào vùng II tại điểm A trên mặt phẳng P_1 với vận tốc $\vec{v}_0$ hợp với pháp tuyến của P_1 một góc 60^o.



Hình 11.3

Bỏ qua tác dụng của trọng trường. Cho biết khối lượng và điện tích của prôtôn tương ứng là $m = 1{,}673.10^{-27}\,\text{kg}$ và $q = 1{,}6.10^{-19}\,\text{C}$.

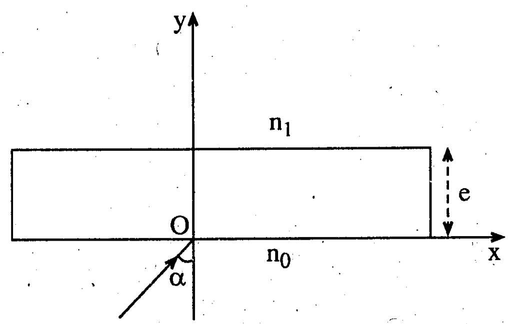
a) Tìm giá trị của U, biết rằng hạt đi sang vùng III với vận tốc hướng vuông góc với P_2 và cảm ứng từ $B_1 = 1T$.

b) Cho biết hạt ra khỏi vùng III theo hướng vuông góc với vectơ $\vec{v}_0$ tại A. Tính cảm ứng từ B_2.

c) Thực tế khi chuyển động trong vùng III và vùng IV, hạt chịu tác dụng của lực cản $\vec{F}_C$ tỉ lệ thuận với vận tốc của hạt ($\vec{F}_C = -k\vec{v}$, với k là hằng số). Vì vậy khi chuyển động trong vùng III, bán kính quỹ đạo của hạt giảm dần và khi ra khỏi vùng III, bán kính quỹ đạo của hạt bị giảm đi 5% so với khi không có lực cản. Tìm độ dài đoạn đường l mà hạt còn đi tiếp được trong vùng IV.

11.4. Quang học

Giữa hai môi trường trong suốt chiết suất n_0 và n_1 ($n_0 > n_1 > 1$) có một bản hai mặt song song bề dày e. Bản mặt được đặt dọc theo trục Ox của hệ toạ độ Oxy như hình 11.4. Chiết suất của bản mặt chỉ thay đổi theo phương vuông góc với bản mặt theo quy luật $n = n_0\sqrt{1-ky}$, với $k = \dfrac{n_0^2 - n_1^2}{en_0^2}$.



Hình 11.4

Từ môi trường chiết suất n_0 có một tia sáng đơn sắc chiếu tới điểm O trên bản mặt, theo phương hợp với Oy một góc α.

a) Lập phương trình xác định đường truyền của tia sáng trong bản mặt.

b) Xác định vị trí điểm tia sáng ló ra khỏi bản mặt.

12. Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia lớp 12 THPT năm 2006, ngày thứ hai

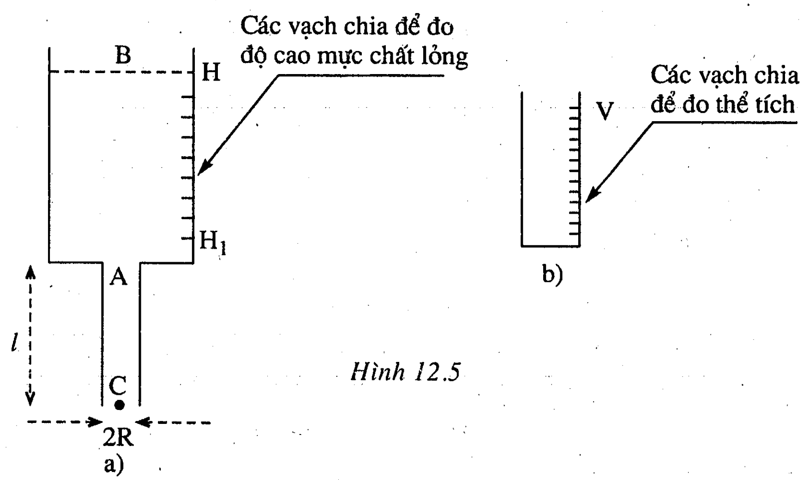
12.1. Cơ học

Một vật hình cầu bán kính R đang đứng yên trên tấm gỗ mỏng CD. Mật độ khối lượng của vật phụ thuộc vào khoảng cách r đến tâm của nó theo quy luật : $\rho = \dfrac{3m}{7\pi R^3}\left(1 + \dfrac{r}{R}\right)$, m là một hằng số dương.

• 1 dụng cụ để xác định hệ số ma sát nhớt của chất lỏng gồm hai phần (Hình 12.5a) :

– Phần trên là một bình thuỷ tinh hình trụ có vạch chia để đo độ cao của chất lỏng trong bình. Bỏ qua sự dính ướt của chất lỏng với thành bình này.

– Phần dưới là một ống mao dẫn bán kính R, dài l.



Hình 12.5

• 1 cốc thí nghiệm hình trụ, bằng thuỷ tinh. Bề dày của thành cốc và đáy cốc là không đáng kể so với kích thước của nó. Trên thành cốc có các vạch chia để đo thể tích chất lỏng trong cốc (Hình 12.5b).

• 1 chậu đựng nước sạch. Biết rằng ở 15^oC, khối lượng riêng của nước là ρ_n, hệ số ma sát nhớt của nước là $\eta_n = 1,1.10^{-3}$ N.s/m^2.

• 1 chậu đựng chất lỏng là một loại dầu thực vật chưa biết khối lượng riêng và hệ số ma sát nhớt của nó.

• 1 đồng hồ bấm dây để đo thời gian.

Cho rằng, thí nghiệm được thực hiện ở nhiệt độ phòng $t_{ph} = 15^oC$.

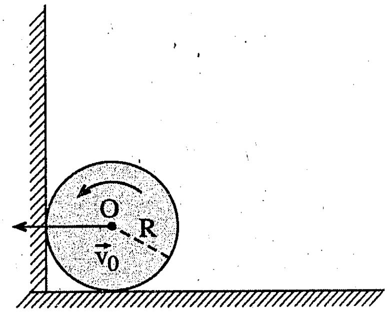
a) Hãy trình bày phương án xác định khối lượng m của cốc, khối lượng riêng ρ_d của loại dầu thực vật này, lập các biểu thức tính toán, vẽ sơ đồ thí nghiệm. Hãy lập bảng số liệu và đồ thị cần thiết.

b) Lập phương án xác định hệ số ma sát nhớt của dầu thực vật đó. Xây dựng các biểu thức tính toán, lập bảng số liệu và đồ thị cần thiết.

Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia lớp 12 THPT năm 2007

. Cơ học

Một khối trụ đặc có bán kính R, chiều cao h, khối lượng m, lăn không trượt trên mặt sàn nằm ngang rồi va vào một bức tường thẳng đứng cố định (trục của khối trụ luôn song song với mặt sàn và tường). Biết hệ số ma sát giữa khối trụ và bức tường là μ ; vận tốc của trục khối trụ trước lúc va chạm là v_0 ; sau va chạm thành phần vận tốc theo phương ngang của trục giảm đi một nửa về độ lớn ; momen quán tính đối với trục của khối trụ là $I = \frac{2}{5}mR^2$ (Hình 13.1). Bỏ qua tác dụng của trọng lực trong lúc va chạm và bỏ qua ma sát lăn.



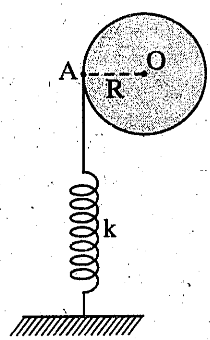
Hình 13.1

a) Biết mật độ khối lượng ρ tại một điểm của khối trụ phụ thuộc vào khoảng cách r từ điểm đó đến trục của nó theo quy luật $\rho = A(1 + \frac{r^2}{R^2})\frac{m}{R^2h}$. Tìm hệ số A.

b) Tính động năng của khối trụ và góc giữa phương chuyển động của nó với phương nằm ngang ngay sau khi va chạm. Áp dụng bằng số cho trường hợp $\mu = \frac{1}{8}$ và $\mu = \frac{1}{5}$.

13.2. Cơ học

Một đĩa tròn đồng chất, khối lượng m, bán kính R, có thể quay quanh một trục cố định nằm ngang đi qua tâm O của đĩa (Hình 13.2). Lò xo có độ cứng k, một đầu cố định, một đầu gắn với điểm A của vành đĩa. Khi OA nằm ngang thì lò xo có chiều dài tự nhiên. Xoay đĩa một góc nhỏ α_0 rồi thả nhẹ. Coi lò xo luôn có phương thẳng đứng và khối lượng lò xo không đáng kể.



Hình 13.2

a) Bỏ qua mọi sức cản và ma sát. Tính chu kì dao động của đĩa.

b) Thực tế luôn tồn tại sức cản của không khí và ma sát ở trục quay. Coi momen cản M_C có biểu thức là $M_C = \frac{kR^2}{200}$. Tính số dao động của đĩa trong trường hợp $\alpha_0 = 0{,}1\,\text{rad}$.

13.3. Nhiệt học

1 mol khí lí tưởng thực hiện chu trình thuận nghịch 1231 được biểu diễn trên hình 13.3. Biết :

• 1 nhiệt lượng kế có nhiệt dung riêng c_1, khối lượng m_1, chứa một lượng chất lỏng khối lượng m_2 có nhiệt dung riêng c_2 ;

• Các dây nối, cái đảo mạch.

a) Hãy thiết kế mạch điện để đồng thời đo được các tham số C, α, R_0 của điện trở nói trên. Vẽ sơ đồ đo.

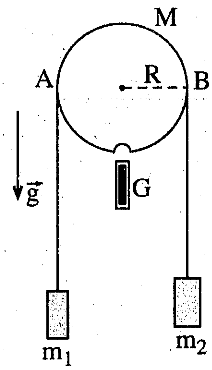
b) Xây dựng các công thức cần thiết.

c) Nêu trình tự thí nghiệm, cách xây dựng biểu bảng và vẽ đồ thị, cách khắc phục sai số.

4. Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia lớp 12 THPT năm 2008

4.1. Cơ học

Sợi dây không dãn, khối lượng không đáng kể, được vắt qua ròng rọc cố định, hai đầu buộc vào hai vật nặng m_1 và m_2 ($m_1 < m_2$). Ròng rọc có khối lượng M, bán kính R và có một khe hẹp để phanh lại khi chốt G găm vào đó (Hình 14.1). Biết hệ số ma sát trượt giữa dây và ròng rọc là k. Bỏ qua ma sát ở ổ trục của ròng rọc. Lúc đầu ròng rọc bị chốt lại, hệ ở trạng thái cân bằng.



Hình 14.1

a) Khi chốt G rời khỏi ròng rọc, hệ bắt đầu chuyển động. Tính gia tốc a và vận tốc của các vật khi ròng rọc quay được một vòng.

b) Ngay sau khi ròng rọc quay được một vòng, chốt G lại găm tức thời vào khe của ròng rọc làm cho dây bị trượt trên ròng rọc. Biết rằng trên đoạn dl của phần dây tiếp xúc với ròng rọc thì lực căng T của dây biến thiên một lượng theo quy luật $dT = \frac{k}{R}Tdl$.

Hãy xác định gia tốc a' của các vật và các lực căng T_1, T_2 tại các điểm A và B tương ứng là nơi dây bắt đầu tiếp xúc với ròng rọc.

c) Tính vận tốc của các vật sau thời gian t kể từ thời điểm dây bị trượt trên ròng rọc.

Áp dụng bằng số : $m_1 = 1{,}0$ kg ; $m_2 = 1{,}5$ kg ; $k = 0{,}2$; $t = 2$ s ; $M = 1{,}0$ kg và $R = 0{,}1$ m. Cho momen quán tính của ròng rọc đối với trục quay là $I = \frac{MR^2}{2}$. Lấy $g = 9{,}8$ m/s^2.

14.2. Nhiệt học

Một quả bóng cao su hình cầu, vỏ rất mỏng, được bơm căng bằng khí hiđrô (khí lưỡng nguyên tử) nằm lơ lửng trong một bình thuỷ tinh. Bình thuỷ tinh được nối với một bơm chân không. Lúc đầu, áp suất của khí trong quả bóng là p_1, áp suất khí trong bình là p_2 và đường kính của quả bóng là d_0.

1. Chứng minh rằng giữa p_1 và p_2 có hệ thức $p_1 = p_2 + \frac{4W}{d_0}$ với W là công cần thực hiện để tăng diện tích mặt ngoài của vỏ quả bóng lên một đơn vị diện tích ; W có giá trị không đổi.

2. Cho biết $p_2 = \frac{15}{16}p_1$. Cho bơm hoạt động để hút hết khí trong bình (hút chân không).

Xét hai trường hợp :

a) Quá trình bơm được thực hiện một cách từ từ để cho nhiệt độ của hệ không thay đổi.

b) Quá trình bơm được thực hiện rất nhanh.

Tính bán kính lớn nhất của quả bóng sau từng quá trình bơm trên. So sánh hai kết quả thu được và giải thích tại sao chúng khác nhau.

14.3. Điện học

Một hạt mang điện $-q$ ($q > 0$), khối lượng m chuyển động trong điện trường gây bởi các ion dương. Các ion dương phân bố đều với mật độ điện tích ρ trong vùng không gian dạng khối trụ, bán kính R, trục đối xứng là xx' và đủ dài.

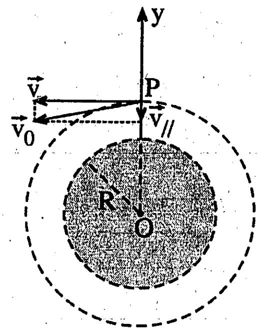
Giả sử các lực khác tác dụng lên hạt là rất nhỏ so với lực điện và trong khi chuyển động hạt không va chạm với các ion dương. Xét hai trường hợp sau :

1. Hạt chuyển động trong mặt phẳng chứa trục đối xứng xx' :

Lúc đầu hạt ở điểm M cách trục một đoạn $a < R$ và có vận tốc $\vec{v}_0$ hướng theo phương của trục. Giá trị v_0 phải bằng bao nhiêu để sau khi hạt đi được một khoảng L (tính dọc theo trục) thì nó tới điểm N nằm cùng phía với M so với trục xx' và cách trục một đoạn $\frac{a}{2}$?

2. Hạt chuyển động trong mặt phẳng vuông góc với trục đối xứng xx' :

Lúc đầu hạt ở điểm P cách trục một khoảng b > R (Hình 14.2), có vận tốc $\vec{v}_0$ nằm trong mặt phẳng vuông góc với trục đối xứng. Lấy giao điểm O của mặt phẳng này với trục xx' làm tâm, vẽ một vòng tròn bán kính b qua P và phân tích $\vec{v}_0 = \vec{v} + \vec{v}_{//}$, trong đó $\vec{v}$ có phương tiếp tuyến với vòng tròn còn $\vec{v}_{//}$ hướng dọc theo phương bán kính. Giả sử $v_{//} \ll v$.



Hình 14.2

a) Chứng minh rằng hạt chuyển động tuần hoàn theo phương bán kính đi qua hạt.

b) Tìm độ lớn của v và chu kì T.

c) Tính khoảng cách l từ P tới hạt sau khoảng thời gian $t = n\frac{T}{2}$ (n nguyên, dương).

14.4. Quang học

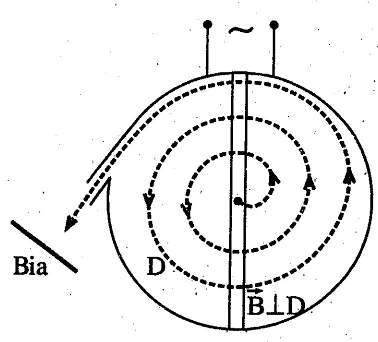
Một hệ quang gồm một thấu kính hội tụ mỏng có tiêu cự f và một gương phẳng được đặt sao cho trục chính của thấu kính vuông góc với gương và mặt phản xạ của gương hướng về phía thấu kính. Khoảng cách giữa thấu kính và gương là l.

a) Chứng tỏ rằng hệ quang trên tương đương với một gương cầu. Nêu cách xác định vị trí của tiêu điểm, tâm và đỉnh của gương cầu đó.

b) Khoảng cách l cần phải thoả mãn điều kiện gì để hệ quang trên tương đương với một gương cầu lồi hoặc tương đương với một gương cầu lõm ?

14.5. Điện-từ

Xiclôtrôn là máy gia tốc hạt tích điện đầu tiên của vật lí hạt nhân (1931). Nó gồm có hai hộp rỗng có dạng trụ nửa hình tròn gọi là các D, đặt cách nhau một khoảng rất nhỏ (khe) trong một buồng đã rút hết không khí (Hình 14.3). Các D được nối với hai cực của một nguồn điện sao cho giữa hai D có một điện áp u với giá trị hiệu dụng U xác định, nhưng dấu lại thay đổi một cách tuần hoàn theo thời gian với tần số f nào đó.



Hình 14.3

Một nam châm điện mạnh tạo ra một từ trường đều, có vectơ cảm ứng từ $\vec{B}$ vuông góc với mặt các D (mặt phẳng hình vẽ). Giữa hai thành khe của xiclôtrôn có một nguồn phát ra hạt α (khối lượng m_α) với vận tốc ban đầu là $v_0 = 10^7$ m/s vuông góc với khe, lúc ấy người ta điều chỉnh điện áp của nguồn điện để cho D bên phải tích điện âm, D bên trái tích điện dương. Sau đó hạt α chuyển động với vận tốc tăng dần cho đến khi đủ lớn thì nó được lái ra ngoài cho đập vào các bia để thực hiện các phản ứng hạt nhân.

Cho $m_\alpha = 6{,}64.10^{-27}$ kg, điện tích nguyên tố $e = 1{,}6.10^{-19}$C, B = 1T, $U = 2.10^5$ V.

1. Chứng minh rằng trong lòng các D quỹ đạo của hạt α là nửa đường tròn. Tìm mối liên hệ của bán kính quỹ đạo vào khối lượng, vận tốc, điện tích của hạt α và vào cảm ứng từ B. Với chiều đi của hạt α như trong hình vẽ thì $\vec{B}$ hướng ra trước hay sau mặt phẳng hình vẽ ?

2. Nếu mỗi lần đi qua khe, hạt α đều chuyển động cùng chiều với điện trường do U sinh ra và nó cũng đều được tăng tốc, thì để có sự đồng bộ này, f phải thoả mãn điều kiện gì và lấy giá trị bằng bao nhiêu ? Tính vận tốc v_n của hạt α khi đi trên nửa đường tròn thứ n và bán kính R_n của nửa đường tròn đó.

Nếu bán kính của nửa đường tròn cuối là 0,5m thì hạt α đã chuyển động được khoảng bao nhiêu vòng ? Tính vận tốc trước khi đi ra ngoài các D của nó ?

3. Nếu tần số f lấy giá trị như đã tính ở ý 2 (của bài này) và giữ không đổi, đồng thời tiếp tục cho hạt α chuyển động tăng tốc đến vận tốc ngưỡng $v_{ng} \approx 10^5$ km/s thì không điều chỉnh đồng bộ được nữa.

a) Giải thích nguyên nhân.

b) Nêu mối liên hệ tốc độ góc của hạt α với f.

c) Để sự tăng tốc của hạt α đồng bộ với sự đảo chiều của điện áp, thì bán kính tối đa của các D bằng bao nhiêu ?

14.6. Lượng tử ánh sáng

Xét quá trình va chạm giữa phôtôn và êlectron tự do đứng yên.

a) Chứng minh rằng trong quá trình va chạm này, năng lượng và xung lượng của phôtôn không được truyền hoàn toàn cho êlectron.

b) Sau va chạm êlectron sẽ nhận được một phần năng lượng của phôtôn và chuyển động "giật lùi", còn phôtôn thì bị tán xạ (tán xạ Compton). Tính độ dịch chuyển bước sóng trước và sau va chạm của phôtôn.

c) Giả sử phôtôn tới có năng lượng $\varepsilon = 2E_0$, còn êlectron "giật lùi" có động năng $W_d = E_0$ (ở đây $E_0 = 0{,}512$ MeV là năng lượng nghỉ của êlectron). Tính góc "giật lùi" của êlectron (góc giữa hướng phôtôn tới và hướng chuyển động của êlectron).

14.7. Phương án thí nghiệm

Trong một thí nghiệm xác định mật độ hạt êlectron tự do trong thanh kim loại, người ta sử dụng các dụng cụ và thiết bị sau :

– 1 nam châm vĩnh cửu hình chữ U ;

– 1 nguồn điện một chiều ;

– 1 biến trở ;

– 1 vôn kế có nhiều thang đo ;

– 1 thanh kim loại mỏng, đồng chất, bằng đồng, tiết diện đều hình chữ nhật ;

– Thước đo chiều dài ;

– Cuộn chỉ ;

– Cân đòn (cân khối lượng) ;

– Dây nối, khoá K.

a) Xây dựng các công thức cần sử dụng.

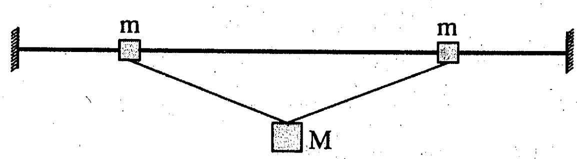
b) Vẽ các sơ đồ thí nghiệm. Nêu các bước tiến hành thí nghiệm.

c) Trình bày cách xây dựng bảng số liệu và đồ thị trong xử lí số liệu. Cách khắc phục sai số.

(Biết khe giữa hai cực từ của nam châm hình chữ U đủ lớn để có thể đưa các dụng cụ cần thiết vào trong đó).

15. Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia lớp 12 THPT năm 2009

15.1. Cơ học



Hình 15.1

Trên một thanh thẳng đặt cố định nằm ngang có hai vòng nhỏ nối với nhau bằng một sợi dây mảnh, nhẹ, không dãn, chiều dài L = 2 m. Khối lượng mỗi vòng là m = 1 kg. Ở điểm giữa của dây có gắn một vật nặng khối lượng M = 10/9 kg. Lúc đầu giữ vật và hai vòng sao cho dây không căng nhưng nằm thẳng dọc theo thanh ngang. Thả cho hệ vật chuyển động. Bỏ qua ma sát. Lấy giá trị của gia tốc rơi tự do $g = 10\ m/s^2$.

a) Tìm tốc độ lớn nhất của vòng.

b) Tìm tốc độ lớn nhất của vật, lực căng của dây ở thời điểm vật có tốc độ lớn nhất.

15.2. Nhiệt học

Dùng máy lạnh để làm đông đặc 2 kg nước thành nước đá ở 0^oC. Nhiệt độ môi trường là 30^oC. Cho biết ẩn nhiệt nóng chảy của nước đá là $\lambda = 334$ kJ/kg và nhiệt dung riêng của nước là $c = 4,18$ kJ/kg.K.
Tính công tối thiểu cần tiêu thụ trong hai trường hợp :

a) Ban đầu nước có nhiệt độ 0^oC.

b) Ban đầu nước có nhiệt độ bằng nhiệt độ của môi trường.

15.3. Quang học

Một điểm sáng chuyển động từ rất xa, với tốc độ v_0 không đổi trên quỹ đạo là một đường thẳng tạo góc nhỏ α đối với trục chính của một thấu kính hội tụ có tiêu cự f, hướng về phía thấu kính. Quỹ đạo của điểm sáng cắt trục chính nói trên tại một điểm cách thấu kính một khoảng bằng 2f.

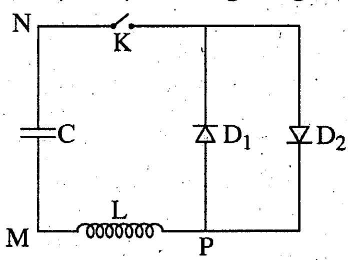
a) Tính tốc độ tương đối nhỏ nhất giữa vật và ảnh thật của nó.

b) Khi tốc độ tương đối giữa vật và ảnh thật của nó nhỏ nhất, thì khoảng cách giữa điểm sáng và ảnh của nó bằng bao nhiêu ?

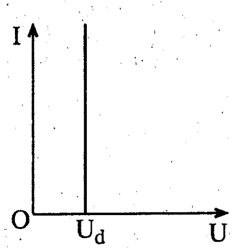
15.4. Điện – từ

Hình 15.2 vẽ một mạch dao động gồm một tụ điện, một cuộn dây thuần cảm, hai điôt giống nhau, khoá K và các dây nối. Tích của giá trị điện dung C của tụ điện và độ tự cảm L của cuộn dây không đổi và bằng $\frac{1}{\omega^2}$.

Đường đặc trưng vôn–ampe của các điôt D_1 và D_2 được cho ở hình 15.3, với U_d là hiệu điện thế ngưỡng của điôt.



Hình 15.2



Hình 15.3

Bỏ qua điện trở của khoá K và các dây nối. Lúc đầu khoá K mở và tụ điện được tích điện đến hiệu điện thế $U_0 = (6 + k)U_d$, với k là một số không đổi ($0 < k < 1$). Ở thời điểm $t = 0$ khoá K được đóng.

a) Viết biểu thức biểu diễn sự biến đổi của hiệu điện thế u_{MN} theo thời gian.

b) Vẽ đồ thị của hàm số $u_{MN}(t)$ với các giá trị $\omega = 2000$ rad/s, $U_d = 0{,}7$ V, $U_0 = 4{,}5$ V.

15.5. Điện – từ

Giả sử trong không gian Oxyz có một trường lực. Một vật khi đặt trong đó sẽ chịu tác dụng của một lực, lực này có cường độ $F = kr$ (k là hằng số) và luôn hướng về O, với $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ là khoảng cách từ vị trí đặt vật đến tâm O.

Lúc đầu một hạt có khối lượng m, điện tích $q > 0$ chuyển động trong trường lực trên. Đúng vào thời điểm hạt có vận tốc bằng 0 tại điểm có toạ độ (R, 0, 0), thì người ta đặt một từ trường đều có cảm ứng từ $\vec{B}$ dọc trục Oz. Bỏ qua tác dụng của trọng lực. Xét chuyển động của hạt kể từ thời điểm trên.

a) Tìm các tần số đặc trưng của hạt.

b) Viết phương trình chuyển động của hạt.

Gợi ý : Nghiệm của một số hệ phương trình vi phân tuyến tính có thể tìm dưới dạng $\sin(\omega t + \varphi)$, $\cos(\omega t + \varphi)$.

15.6. Thuyết tương đối

Giả sử hệ quy chiếu K và K' có các trục toạ độ tương ứng song song với nhau và hệ K' chuyển động dọc trục Ox của K với vận tốc v.

a) Nếu một chất điểm chuyển động trong mặt phẳng Oxy của hệ K theo phương hợp với trục Ox góc θ với tốc độ là u, thì người quan sát trong hệ K' sẽ quan sát thấy vật chuyển động trong mặt phẳng O'x'y' theo phương hợp với trục O'x' góc θ' với tốc độ là u'. Cho các công thức của định lí cộng vận tốc trong thuyết tương đối :

$$u_x = \frac{u'_x + v}{1 + \frac{v}{c^2}u'_x}, u_y = \frac{u'_y\sqrt{1 - \beta^2}}{1 + \frac{v}{c^2}u'_x}, u_z = \frac{u'_z\sqrt{1 - \beta^2}}{1 + \frac{v}{c^2}u'_x},$$

trong đó $\vec{u} = (u_x, u_y, u_z)$ và $\vec{u}' = (u'_x, u'_y, u'_z)$ là vận tốc của vật tương ứng trong hệ K và K' ; $\beta = v/c$; c là tốc độ ánh sáng trong chân không. Hãy tìm mối quan hệ giữa θ và θ'.

b) Áp dụng cho ánh sáng trong trường hợp v << c , chứng minh công thức quang sai : $\Delta\theta = \theta' - \theta = \frac{v}{c}\sin\theta'$.

15.7. Điện học

Xác định độ rộng vùng cấm của chất bán dẫn bằng phương pháp đo hệ số nhiệt điện trở

Điện trở của dây nhiệt điện trở kim loại phụ thuộc vào nhiệt độ theo công thức $R = R_0(1 + \alpha t + \beta t^2)$, với các hệ số α, β biết trước ; t là nhiệt độ (^oC) ; R_0 là điện trở dây ở nhiệt độ 0^oC. Điện trở mẫu bán dẫn phụ thuộc vào nhiệt độ theo công thức $R_m = R_{0m}\exp\left\{\dfrac{\Delta E_g}{2k_BT}\right\}$, với $k_B = 1{,}38.10^{-23}$ J/K ; T là nhiệt độ mẫu ; ΔE_g là độ rộng vùng cấm ; R_{0m} là hệ số phụ thuộc vào từng mẫu bán dẫn.

1. Xử lí số liệu

Khi đo sự phụ thuộc điện trở mẫu bán dẫn theo nhiệt độ, người ta thu được bảng số liệu sau :

$t(^oC)$	227	283	352	441	560	636
$R_m(\Omega)$	$2{,}65.10^{10}$	$1{,}32.10^9$	$1{,}08.10^8$	$8{,}89.10^6$	$4{,}42.10^5$	$9{,}87.10^4$

Xác định độ rộng vùng cấm của chất bán dẫn trên.

2. Phương án thí nghiệm

Cho các dụng cụ :

– Lò nung mẫu quấn bằng dây nhiệt điện trở kim loại,

– 2 biến trở,

– Mẫu bán dẫn được chế tạo dạng điện trở,

– 2 ampe kế có nhiều thang đo,

– 2 vôn kế có nhiều thang đo,

– Nguồn điện xoay chiều 220 V,

– Nguồn điện một chiều 50 V,

– Nhiệt kế chỉ dùng để đo nhiệt độ phòng.

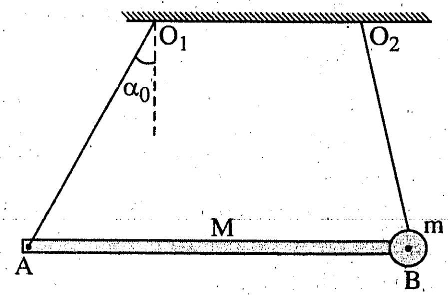
Coi nhiệt độ của lò nung bằng nhiệt độ của sợi đốt. Yêu cầu :

a) Trình bày cách đo, viết các công thức cần thiết và vẽ sơ đồ mắc mạch.

b) Nêu các bước thí nghiệm, các bảng số liệu và đồ thị cần vẽ.

16. Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia lớp 12 THPT năm 2010

16.1. Một thanh cứng AB đồng chất, tiết diện đều, khối lượng M, chiều dài AB = L có gắn thêm một vật nhỏ khối lượng $m = \dfrac{M}{4}$ ở đầu mút B. Thanh được treo nằm ngang bởi hai sợi dây nhẹ, không dãn O_1A và O_2B (Hình 16.1). Góc hợp bởi dây O_1A và phương thẳng đứng là α_0.



Hình 16.1

a) Tính lực căng T_0 của dây O_1A.

b) Cắt dây O_2B, tính lực căng T của dây O_1A và gia tốc góc của thanh ngay sau khi cắt.

16.2. Người ta đưa một quả cầu bằng nước đá ở nhiệt độ $t_0 = 0^oC$ vào sâu và giữ đứng yên trong lòng một hồ nước rộng có nhiệt độ đồng đều $t_1 = 20^oC$. Do trao đổi nhiệt, quả cầu bị tan dần. Giả thiết rằng sự trao đổi nhiệt giữa nước hồ và quả cầu nước đá chỉ do sự dẫn nhiệt. Biết hệ số dẫn nhiệt của nước là $k = 0{,}6\ J.s^{-1}.m^{-1}.K^{-1}$; nhiệt nóng chảy của nước đá là $\lambda = 334.10^3\ J.kg^{-1}$; khối lượng riêng của nước đá là $\rho = 920\ kg.m^{-3}$; nhiệt lượng truyền qua diện tích S vuông góc với phương truyền nhiệt trong thời gian dt là $dQ = -kS\dfrac{dT}{dx}dt$ với $\dfrac{dT}{dx}$ là độ biến thiên nhiệt độ trên một đơn vị chiều dài theo phương truyền nhiệt.

Từ thời điểm quả cầu nước đá có bán kính $R_0 = 1{,}5$ cm, hãy tìm :

a) Thời gian để quả cầu tan hết.

b) Thời gian để bán kính quả cầu còn lại một nửa.

16.3. Cho hệ trục toạ độ Oxyz có trục Oz hướng thẳng đứng lên trên. Trong vùng không gian $z \le 0$ có một từ trường đều với vectơ cảm ứng từ $\vec{B} = (0, B, 0)$. Lúc đầu trong vùng không gian $z > 0$ (không có từ trường) có một vòng dây siêu dẫn, cứng, mảnh, hình tròn bán kính R, độ tự cảm L và có dòng điện không đổi cường độ I_0 chạy bên trong. Sau đó, vòng dây được đưa vào để treo trong vùng không gian $z < 0$ bằng một sợi dây mảnh không dẫn điện. Khi vòng dây nằm cân bằng bền trong từ trường, góc giữa vectơ $\vec{B}$ và hình chiếu của nó trên mặt phẳng vòng dây là α.

a) Vẽ đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của sinα vào B.

b) Cho R = 8 cm, L = 10 mH, B = 0,5 T và I_0 = 2 A. Hãy tính công của lực từ cho đến khi $\frac{1}{3}$ diện tích của vòng dây đã được kéo chậm ra khỏi vùng có từ trường.

16.4. Chiếu tia sáng trắng vào mặt bên của một lăng kính tam giác đều với góc tới $i = 45^\circ$. Do tán sắc, các tia sáng đơn sắc ló ra khỏi mặt bên thứ hai của lăng kính với các góc lệch khác nhau so với tia sáng trắng. Biết sự thay đổi chiết suất của lăng kính đối với các tia từ đỏ đến tím rất chậm, chiết suất đối với tia vàng là $n_v = 1,653$.

a) Tính góc lệch D_v của tia vàng sau khi ló ra khỏi lăng kính.

b) Biết hai tia đơn sắc ló ra khỏi lăng kính hợp với nhau một góc Δi' nhỏ. Tìm hiệu số chiết suất Δn của lăng kính đối với hai tia đơn sắc này. Áp dụng tính Δn nếu biết $\Delta i' = 2^\circ$.

16.5. Trong một đám mây hơi nước dày, mật độ đều có một giọt nước hình cầu bán kính rất nhỏ (coi như chất điểm) rơi xuống với vận tốc ban đầu bằng 0. Trong quá trình chuyển động trong đám mây, khối lượng của giọt nước tăng lên do nước trong đám mây bám vào. Giả sử tốc độ tăng khối lượng của giọt nước tỉ lệ thuận với diện tích mặt ngoài của giọt nước và với vận tốc của nó theo một hệ số tỉ lệ k. Coi rằng giọt nước luôn có dạng hình cầu. Cho gia tốc trọng trường là g, khối lượng riêng của nước là ρ không đổi và bỏ qua lực cản. Biết rằng sau một thời gian đủ lớn, giọt nước vẫn ở trong đám mây và chuyển động với gia tốc không đổi. Trong quá trình giọt nước chuyển động với gia tốc không đổi đó, tìm khối lượng và vận tốc của giọt nước theo thời gian rơi.

16.6. Tốc độ ánh sáng trong chất lỏng đứng yên là $\frac{c}{n}$ với c là tốc độ ánh sáng trong chân không và n là chiết suất chất lỏng. Người ta thấy rằng tốc độ ánh sáng u (đối với phòng thí nghiệm) trong một dòng chất lỏng chuyển động với vận tốc v (đối với phòng thí nghiệm) có thể biểu diễn dưới dạng :

$$u = \frac{c}{n} + kv$$

trong đó k được gọi là hệ số kéo theo.

a) Năm 1851 Fizeau làm thí nghiệm với dòng nước $\left(n = \frac{4}{3}\right)$ và đo được k = 0,44. Từ công thức cộng vận tốc trong thuyết tương đối hãy xác định lại giá trị của k.

b) Nếu sử dụng nguồn ánh sáng đơn sắc có bước sóng λ và sự phụ thuộc của chiết suất chất lỏng vào bước sóng của ánh sáng theo quy luật $n(\lambda) = a + \frac{b}{\lambda^2}$ (a và b là các hệ số phụ thuộc vào loại chất lỏng) thì hệ số k bằng bao nhiêu ?

Coi $v \ll c$ và $(1 + x)^\gamma \approx 1 + \gamma x$ khi $|x| \ll 1$.

16.7. Xác định đường kính của phân tử khí

Trong ống hình trụ có đường kính nhỏ, chất khí chảy ổn định theo các đường dòng song song với trục ống. Tốc độ của các dòng chảy giảm dần từ trục ống ra thành ống do lực nội ma sát giữa các dòng chảy. Tốc độ dòng chảy lớn nhất ở trục ống và bằng 0 ở sát thành ống. Lực nội ma sát giữa hai lớp chất khí sát nhau là $f_{ms} = \eta A\frac{dv}{dr}$ với A là diện tích tiếp xúc giữa hai lớp chất khí, $\frac{dv}{dr}$ là độ biến thiên tốc độ trên một đơn vị chiều dài theo phương vuông góc với dòng chảy, η là độ nhớt mà giá trị của nó phụ thuộc vào đường kính phân tử khí d và nhiệt độ T của chất khí theo công thức sau :

$$\eta = \frac{2}{3d^2}\left(\frac{mk_BT}{\pi^3}\right)^{\frac{1}{2}}$$

với m là khối lượng phân tử khí, k_B là hằng số Boltzmann.

Cho các dụng cụ sau :

– Bình chứa khí nitơ có áp suất khí đầu ra không đổi ;

– 1 van dùng để thay đổi lưu lượng chất khí ;

– 1 ống mao quản hình trụ có chiều dài L, bán kính ống R ;

– 1 thiết bị đo lưu lượng khí ;

– 1 áp kế nước hình chữ U ;

– Nhiệt kế đo nhiệt độ phòng và các ống dẫn, khớp nối cần thiết.

Hãy :

a) Thiết lập công thức tính lưu lượng khí chảy qua ống theo kích thước ống, độ chênh lệch áp suất giữa hai đầu ống và độ nhớt của chất khí.

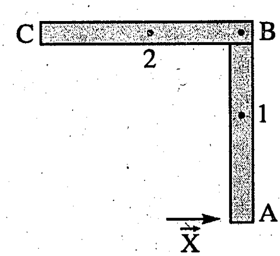
b) Đề xuất phương án thí nghiệm : vẽ sơ đồ thí nghiệm và nêu các bước tiến hành để xác định đường kính phân tử khí nitơ.

B. ĐỀ THI CHỌN ĐỘI TUYỂN DỰ OLMYPIC VẬT LÍ QUỐC TẾ (IPHO)

17. Đề thi chọn đội tuyển dự IPhO năm 2001, ngày thi thứ nhất

17.1. Cơ học

1. Hai thanh AB, BC, mỗi thanh có chiều dài l, khối lượng m, được nối với nhau bằng chốt ở B và có thể quay không ma sát quanh B. Thanh ghép được đặt trên một mặt phẳng nằm ngang rất nhẵn và tạo thành góc vuông ở B (Hình 17.1). Đầu A chịu một xung X nằm trong mặt phẳng và vuông góc với AB (*xung là tích Fdt của lực va chạm rất lớn F và thời gian va chạm rất nhỏ dt, nó là một động lượng được truyền toàn vẹn cho thanh*).



Hình 17.1

Tính theo X các đại lượng sau đây ngay sau va chạm :

a) Các vận tốc v_1, v_2 của các khối tâm của hai thanh.

b) Các tốc độ góc ω_1, ω_2 của hai thanh quay quanh khối tâm của các thanh đó.

c) Động năng $W_đ$ của thanh ghép.

(Momen quán tính của mỗi thanh đối với đường trung trực là $I = \frac{ml^2}{12}$. Ta không biết công của lực va chạm).

2. Thanh ghép được đặt cho AB, BC thẳng hàng (Hình 17.2) và cũng chịu xung X vuông góc với AB như trên.

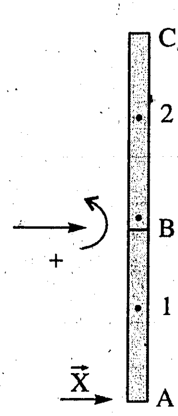
Tính theo X :

a) Các vận tốc v_1, v_2.

b) Các tốc độ góc ω_1, ω_2 của hai thanh quay quanh khối tâm của các thanh đó.

c) Vận tốc v_G của khối tâm G của thanh thép và vận tốc v_B của chốt B ; v_G bằng hay khác v_B và tại sao ?

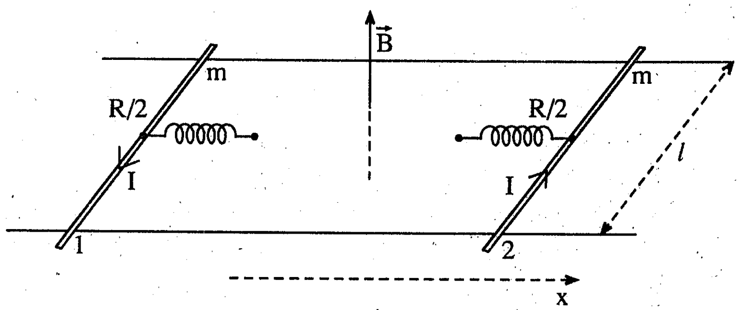
Lấy chiều dương của xung và tốc độ góc như trong hình 17.2.



Hình 17.2

17.2. Điện học

Hai đường ray dài điện trở không đáng kể đặt cố định trong một mặt phẳng nằm ngang, song song với nhau và cách nhau một khoảng l. Người ta đặt vuông góc với hai đường ray hai thanh dẫn điện có điện trở mỗi thanh là $\frac{R}{2}$. Khối lượng mỗi thanh là m. Các thanh có thể trượt không ma sát trên hai đường ray. Mỗi thanh được gắn vào một lò xo có độ cứng k, có tác dụng kéo nó về vị trí cân bằng. Hệ được đặt trong một từ trường đều $\vec{B}$ vuông góc với mặt phẳng của hai đường ray.



Hình 17.3

Hãy khảo sát chuyển động của hai thanh và giải thích các kết quả.

Gợi ý :

– Biểu diễn toạ độ tức thời của các thanh bằng $x_1 = \alpha e^{st}$ và $x_2 = \beta e^{st}$.

– Hệ phương trình bậc nhất $\begin{cases} ay_1 + by_2 \\ ay_1 + by_2 \end{cases}$ có nghiệm y_1, $y_2 \neq 0$ nếu $ad - bc = 0$.

17.3. Quang học

Một phôtôn trong một chùm tia X hẹp, sau khi va chạm với một êlectron đang đứng yên, thì tán xạ theo một phương làm với phương ban đầu một góc θ. Gọi λ là bước sóng của tia X.

1. Cho $\lambda = 6{,}2$ picômét và $\theta = 60^o$, hãy xác định :

a) Bước sóng λ' của tia X tán xạ.

b) Phương và độ lớn của vận tốc của êlectron sau va chạm.

2. Tia X trên được phát ra từ một ống Cu-lít-giơ (Coolidge) nuôi bằng một máy tăng áp, có tỉ số biến áp k = 1000. Hai cực của cuộn sơ cấp được mắc vào một điện áp xoay chiều u có thể biến thiên một cách liên tục (bằng cách dùng một biến áp tự ngẫu) từ 0 đến 500 V. Hỏi :

a) Để tạo tia X trong phần a điện áp u phải có giá trị hiệu dụng tối thiểu U_m bằng bao nhiêu ?

b) Với điện áp U_m ấy, vận tốc của êlectron khi tới đối âm cực là bao nhiêu ?

3. Để phương chuyển động của êlectron vuông góc với phương của phôtôn tán xạ (λ'), thì bước sóng λ của phôtôn tới không được vượt quá giá trị bao nhiêu ? Giả sử êlectron sau va chạm có vận tốc v = 200000 km/s vuông góc với tia X tán xạ, hãy tính bước sóng của tia X tới và điện áp hiệu dụng U cần đặt vào cuộn sơ cấp của biến áp nuôi ống Cu-lít-giơ.

Cho biết : Công thức Compton : $\Delta\lambda = \dfrac{h}{m_0c}(1-\cos\theta)$; hằng số Plăng : $h = 6{,}625.10^{-34}$ J.s ; khối lượng nghỉ của êlectron : $m_0 = 9{,}1.10^{-31}$ kg ; tốc độ ánh sáng trong chân không : $c = 3.10^8$ m/s ; điện tích nguyên tố $e = 1{,}6.10^{-19}$ C.

18. Đề thi chọn đội tuyển dự IPhO năm 2001, ngày thi thứ hai

18.1. Nhiệt học

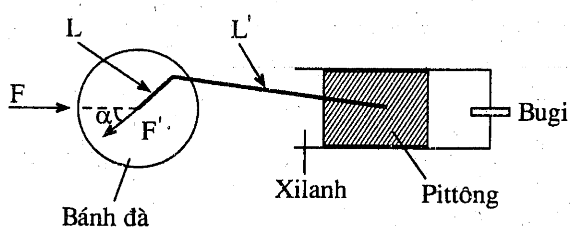
1. Một quả bóng cao su rất mỏng hình cầu, bơm căng bằng khí heli (He). Màng cao su đàn hồi, công dùng để kéo cho diện tích của nó tăng một đơn vị diện tích là A (A là một đại lượng không đổi). Bóng để trong một chuông của một bơm chân không, áp suất của khí trong bóng là p, áp suất khí quyển trong chuông là p_0, bán kính của bóng là R.

a) Tìm biểu thức của hiệu áp suất $(p - p_0)$ theo A và R.

b) Người ta rút chân không trong chuông một cách từ từ để nhiệt độ của hệ không thay đổi. Tính bán kính lớn nhất của bóng trong quá trình đó biết rằng $p_0 = \frac{8p}{9}$.

c) Bán kính cực đại của bóng sẽ bằng bao nhiêu nếu người ta rút chân không rất nhanh ?

2. Một động cơ nổ chạy theo chu trình Otto gồm hai đường đẳng nhiệt và hai đường đẳng tích. Quá trình đẳng tích thứ nhất diễn ra khi thể tích của khí trong xilanh lớn nhất, quá trình đẳng tích thứ hai là lúc hỗn hợp nhiên liệu nổ. Để biến chuyển động đi về của pittông thành chuyển động quay tròn của bánh đà (vô lăng) người ta dùng hệ thống biên gồm hai thanh có chiều dài L và L'. Thanh L gắn cố định với bánh đà ; góc hợp bởi L và L' thay đổi khi máy hoạt động (Hình 18.1). Xilanh xem như một hình trụ đáy phẳng, ở đáy có gắn bugi. Khi pittông ở vị trí cao nhất, đỉnh pittông cách đáy xilanh một khoảng D, hai vạch chuẩn F ở thân máy và F' trên bánh đà đối diện nhau.



Hình 18.1

a) Nếu máy được chỉnh tốt, bugi sẽ đánh lửa khi F, F' đối diện nhau thì hiệu suất của động cơ bằng bao nhiêu ?

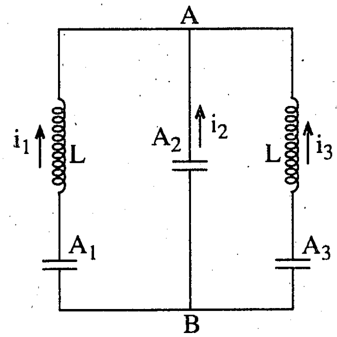
b) Giả sử máy chỉnh không tốt, bugi đánh lửa F và F' lệch nhau một góc $\alpha = 10^o$. Hỏi hiệu suất của động cơ giảm còn bao nhiêu phần trăm ? Hoạt động của động cơ có gì khác nhau khi $\alpha = +10^0$ (đánh lửa sớm) và khi $\alpha = -10^o$ (đánh lửa muộn) ?

Áp dụng bằng số : L = 2,5 cm ; L' = 10 cm ; D = 1,0 cm ; $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = 1,40$.

18.2. Điện học

Giữa hai điểm A và B có ba đoạn mạch điện mắc song song như ở hình 18.2 dưới đây. Mỗi đoạn mạch đều có một tụ điện điện dung C ; có hai đoạn mạch chứa cuộn cảm có hệ số tự cảm L ; tất cả các cuộn cảm và dây nối đều có điện trở thuần bằng 0. Hai cuộn cảm đặt cách nhau để có thể bỏ qua ảnh hưởng của từ trường của cuộn này lên cuộn kia. Trong mạch có dao động điện.

Kí hiệu q_1, q_2, q_3 lần lượt là điện tích của bản A_1, A_2, A_3 của tụ điện ; i_1, i_2, i_3 lần lượt là cường độ dòng điện đi từ các bản A_1, A_2, A_3 của tụ điện tới A (chiều dương được chọn là chiều mũi tên trên hình 18.2).



Hình 18.2

1. a) Viết phương trình cho mối quan hệ giữa cường độ dòng điện i_k và biến thiên điện tích q_k (k = 1, 2, 3).

b) Viết biểu thức của hiệu điện thế $U_{BA} = V_A - V_B$ theo các dữ kiện của từng đoạn mạch BA_1A, BA_2A, BA_3A.

2. Tìm biểu thức về sự phụ thuộc vào thời gian của cường độ dòng điện i_2 trong đoạn mạch không chứa cuộn cảm.

3. Chứng tỏ rằng cường độ dòng điện trong mỗi đoạn mạch có chứa cuộn cảm là tổng của hai số hạng biến đổi điều hoà theo thời gian với tần số góc khác nhau. Hãy tính các tần số góc đó.

4. Xét hai trường hợp đặc biệt mà $i_1(t) = i_3(t)$ và $i_1(t) = -i_3(t)$.

18.3. Vật lí hạt nhân

Nếu chất phóng xạ (1) có chu kì bán rã T_1 rất lớn và phân rã thành chất (2) cũng là phóng xạ, nhưng có chu kì bán rã $T_2 << T_1$ thì người ta chứng minh rằng : nếu ban đầu chỉ có chất (1) thì ở thời điểm bất kì t, với $T_2 << t < T_1$, ta có cân bằng phóng xạ :

$$\lambda_1 N_1 = \lambda_2 N_2 \qquad (1)$$

N_1, N_2 là các số hạt nhân hai chất ở thời điểm t ; λ_1, λ_2 là các hằng số phóng xạ của hai chất ấy.

1. Nêu ý nghĩa vật lí của đẳng thức (1).

2. Rađi $^{226}_{88}Ra$ là chất phóng xạ có chu kì bán rã T_{Ra} rất lớn. Nó phóng ra hạt α và biến thành rađon, kí hiệu Rn, cũng là phóng xạ, với chu kì bán rã $T_{Rn} << T_{Ra}$. Người ta cho 1 gam rađi vào bình, bình ban đầu không có rađon. Sau 1 năm người ta hút lượng khí rađon trong bình ra để đo, nó có khối lượng $m = 6,47.10^{-6}$ gam và có độ phóng xạ H =1 Cu = $3,7.10^{10}$ phân rã/giây, còn khối lượng của rađi thì giảm không đáng kể.

a) Viết phương trình phân rã của rađi.

b) Tính các chu kì bán rã của rađi và rađon. Lấy số Avogadro :

$$A = 6{,}02.10^{23}\ (mol)^{-1}$$

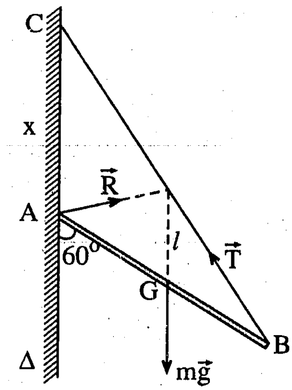
c) Thực tế số hạt nhân rađi có giảm. Tính ra phần nghìn (0/00) độ giảm tương đối sau 1 năm.

d) Nếu không hút rađon ra sau 1 năm, mà hút sau 2 năm (kể từ ban đầu) thì khối lượng rađon đo được là bao nhiêu ?

19. Đề thi chọn đội tuyển dự IPhO năm 2002, ngày thi thứ nhất

19.1. Cơ học

1. Người ta muốn treo một thanh AB đồng chất, chiều dài l, khối lượng m (khối tâm G ở trung điểm) trong một mặt phẳng ABC đứng thẳng và vuông góc với một bức tường Δ. Đầu A của thanh tựa vào tường, đầu B được neo bằng dây vào một điểm C của tường trên đường thẳng AC. Thanh làm với Δ một góc 60^o (Hình 19.1).



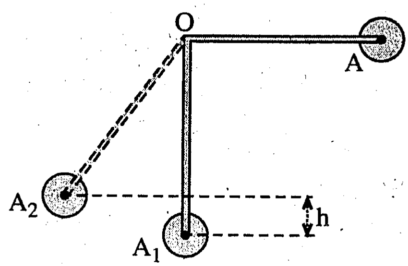
Hình 19.1

Giả thiết thanh luôn nằm trong mặt phẳng ABC. Giữa đầu A và tường có ma sát với hệ số ma sát là k.

a) Bằng sơ đồ lực, nghiên cứu (định tính) xem nếu khoảng cách AC = x tăng thì lực căng $\vec{T}$ và nguy cơ đầu A bị trượt tăng hay giảm ?

b) Biết k = 0,6 và dây chịu được lực căng $T_{max} = mg$ (g là gia tốc trọng trường), chứng minh rằng nếu $x = l$ thì thanh cân bằng.

2. Một thanh OA chiều dài l, khối lượng không đáng kể, có thể quay trong mặt phẳng thẳng đứng quanh trục O nằm ngang. A là trục quay (song song với trục O) của một đĩa tròn đồng chất bán kính R, khối lượng m, momen quán tính $I_A = \frac{mR^2}{2}$ (Hình 19.2).



Hình 19.2

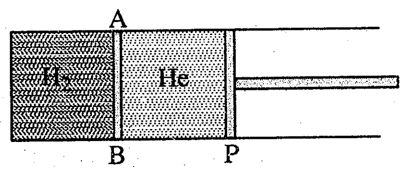
Ban đầu có chi tiết của máy gắn chặt đĩa với thanh. Người ta đưa thanh OA đến vị trí nằm ngang rồi thả không có vận tốc ban đầu. Khi thanh quay đến vị trí đứng thẳng OA_1 thì chi tiết máy nhả ra cho đĩa tự do quay quanh trục của nó. Thanh đi tới vị trí OA_2, A_2 có độ cao cực đại h (tính từ độ cao của A_1). Hãy tính h. Bỏ qua ma sát, sức cản của không khí.

19.2. Nhiệt học

Một xilanh cách nhiệt chứa 1 mol khí H_2 và 1 mol khí heli ngăn cách với nhau bằng một vách ngăn AB. Một pittông P cách nhiệt và di động làm thay đổi thể tích của khí chứa trong xilanh.

1. Vách ngăn AB di động, dẫn nhiệt lí tưởng, có nhiệt dung không đáng kể. Thể tích ban đầu của khí H_2 và của khí heli bằng nhau và bằng V_0. Nhiệt độ ban đầu của cả hai khí cũng bằng nhau và bằng T_0.

Nén pittông P rất chậm để thực hiện quá trình thuận nghịch giảm thể tích khí trong xilanh từ $2V_0$ đến V_0.



Hình 19.3

a) Áp suất của khí biến đổi như thế nào ?

b) Tính công nén khí.

2. Thể tích và nhiệt độ ban đầu của hai khí cho như ở câu 1, vách ngăn AB cũng dẫn nhiệt lí tưởng và có nhiệt dung không đáng kể, nhưng được giữ cố định. Nén pittông P rất chậm để thực hiện quá trình thuận nghịch giảm thể tích khí heli từ V_0 đến $\frac{V_0}{2}$.

a) Nhiệt độ của khí biến đổi như thế nào ?

b) Tính công nén khí.

3. Dữ kiện như ở câu 1, chỉ khác là vách ngăn AB cách nhiệt. Hỏi thể tích của từng khí biến đổi như thế nào ?

19.3. Vật lí hạt nhân

Người ta dùng nơtron có động năng $W_{d1} = 1$ MeV làm đạn để bắn vào hạt nhân lưu huỳnh $^{32}_{16}S$ coi như đứng yên. Kết quả là thu được hạt nhân lân (phôtpho) P và có prôtôn bật ra theo phương làm với phương của đạn một góc $\theta = 60^o$, động năng của prôtôn là $W_{d2} = 1,8$ MeV.

a) Viết phương trình của phản ứng.

b) Tính gần đúng động năng W_{d3} của hạt nhân phôtpho.

c) Phản ứng thu hay toả năng lượng ? Tính gần đúng năng lượng W của phản ứng.

d) Biết các khối lượng nguyên tử trung hoà :

Hiđrô $m_H = 1,007825$ u $(u = 931,5\ MeV/c^2)$

Phôtpho $m_P = 31,9739$ u

Lưu huỳnh $m_S = 31,9721$ u

và khối lượng của nơtron : $m_n = 1,008665$ u ;

khối lượng của prôtôn : $m_P = 1,007276$ u

Tính chính xác W.

20. Đề thi chọn đội tuyển dự IPhO năm 2002, ngày thi thứ hai

20.1. Cơ học

Một quả cầu bằng thép rỗng, bán kính ngoài là R. Lỗ rỗng là một hình cầu đồng tâm, có bán kính là r. Quả cầu lăn không trượt trên một mặt phẳng nghiêng, từ độ cao h_0 đến độ cao h_1. Tốc độ dài ban đầu của tâm quả cầu là v_0, tốc độ dài cuối cùng đo được là v_1. Khối lượng riêng của thép là ρ, gia tốc trọng tường là g.

1. Muốn giá trị đo được của v_1 có thể chấp nhận được thì nó phải thoả mãn điều kiện nào ?

2. Với các giá trị : $h_0 = 5,0$ m ; $h_1 = 0,00$ m ; $\rho = 7900\ kg/m^3$; $g = 10\ m/s^2$; $R = 0,10$ m

Hãy xác định khối lượng của quả cầu.

Gợi ý : Trong khi làm bài nếu gặp phương trình mà em không giải được bằng đại số, em có thể giải bằng đồ thị.

20.2. Nhiệt học

Cho một hệ là 1 kg nước lỏng ở trạng thái ban đầu a, có thể tích V_L, nhiệt độ 100^oC và áp suất khí quyển. Người ta cho nó thực hiện chu trình sau :

– Giãn nở đẳng áp cho tới trạng thái b có thể tích V_H để chất lỏng vừa bay hơi hết.

– Giãn nở đoạn nhiệt tới trạng thái c có nhiệt độ $T - \Delta T$.

– Nén đẳng áp tới trạng thái d sao cho khi tiếp tục nén đoạn nhiệt nó trở lại trạng thái ban đầu a.

a) Vẽ chu trình mà hệ thực hiện trên giản đồ p-V và mô tả hệ ở trạng thái c và d. Tính hiệu suất của chu trình đó và chứng minh rằng khi ΔT đủ nhỏ, ta có :

$$\frac{\Delta p_{BH}}{\Delta T} = \frac{\lambda}{T(V_H - V_L)}$$

trong đó λ là nhiệt hoá hơi của nước ở nhiệt độ T, p_{BH} là áp suất hơi nước bão hoà.

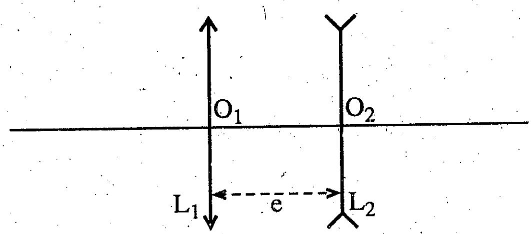
b) Lấy $\lambda = 2500$ kJ/kg và không đổi theo nhiệt độ, $V_H >> V_L$, và cho rằng hơi nước tuân theo phương trình trạng thái của khí lí tưởng, hãy tìm sự phụ thuộc của p_{BH} theo nhiệt độ. Ước tính nhiệt độ tối đa của một nồi áp suất biết rằng van an toàn của nồi là một quả nặng 50 g đậy trên một lỗ tròn nằm ngang, bán kính 1 mm, ở vung nồi.

c) Hoà 180 g đường glucoza (công thức hoá học $C_6H_{12}O_6$) vào 1 kg nước, ta được một dung dịch nước đường loãng, có khối lượng riêng $1{,}07.10^3 kg/m^3$. Cho rằng khi dung dịch sôi chỉ có nước bay hơi, λ vẫn giữ nguyên giá trị như đối với nước tinh khiết, và coi chất lỏng như chất khí có mật độ phân tử rất lớn, hãy ước tính nhiệt độ sôi của dung dịch nói trên khi đun trong khí quyển.

Khi tính lấy $g = 9{,}8 m/s^2$, 1 atm $= 1{,}013.10^5 Pa$, khối lượng riêng của nước là $1000 kg/m^3$.

20.3. Quang học

Một hệ quang gồm hai thấu kính đặt đồng trục (Hình 20.1). L_1 là một thấu kính hội tụ mỏng có tiêu cự $f_1 = 50$ mm, tiêu điểm vật F_1, tiêu điểm ảnh F_1', quang tâm O_1.



Hình 20.1

L_2 là một thấu kính phân kì có tiêu cự $f_2 = -25$ mm, tiêu điểm vật F_2, tiêu điểm ảnh F_2', quang tâm O_2.

1. Khoảng cách $O_1O_2 = e = 32mm$.

a) Cho một tia sáng song song với quang trục. Hãy vẽ đường đi của tia sáng đó. Từ đó xác định vị trí tiêu điểm chính F' của hệ bằng cách tính các khoảng cách $F_2'F'$ và O_2F'.

b) Hệ hai thấu kính nói trên có tác dụng như một thấu kính hội tụ có tiêu cự f'. Để xác định f', ta xét một vật AB ở rất xa hệ, có góc trông trực tiếp bằng α. Ảnh của AB qua L_1 là A_1B_1. Ảnh của A_1B_1 qua L_2 là A'B'. Điểm A' nằm tiêu điểm F'. Hãy xác định $\frac{A'B'}{\alpha}$ theo f_1 và số phóng đại γ_2 của L_2. Từ đó xác định tiêu cự f' của hệ.

c) Người ta dùng hệ thấu kính trên làm vật kính trong một máy ảnh. Phim được đặt vuông góc với quang trục ở điểm P. Hãy tính O_2P khi ngắm một vật ở vô cực và khi ngắm một vật ở 10 m trước L_1.

d) Khi ngắm người ta phải điều chỉnh gì ở máy ảnh ? Việc sử dụng hệ thấu kính này trong máy ảnh có tiện lợi gì hơn so với việc dùng thấu kính đơn ?

2. Người ta làm cho khoảng cách $O_1O_2 = e$ có thể điều chỉnh được trong khoảng $e_A = 30,9mm$ và $e_B = 33,3mm$.

a) Gọi F'_A và F'_B là vị trí các tiêu điểm ảnh của hệ thấu kính ; f'_A và f'_B là các tiêu cự tương ứng với các giá trị e_A và e_B. Tính $O_2F'_A$, $O_2F'_B$, f'_A và f'_B.

b) Tính khoảng cách O_2P từ L_2 đến phim với $e = e_A$ và $e = e_B$ khi chụp ảnh một vật ở xa vô cùng. Tính chiều cao của ảnh trên phim khi chụp một vật cao 10 m ở cách xa 200 m trong hai trường hợp $e = e_A$ và $e = e_B$ (coi gần đúng vật ở xa 200 m như là ở vô cùng).

c) Tính O_2P với $e = e_A$ và $e = e_B$ khi chụp ảnh một vật ở cách xa 8 m trước L_1. Tính số phóng đại γ_A và γ_B của hệ thấu kính với $e = e_A$ và $e = e_B$.

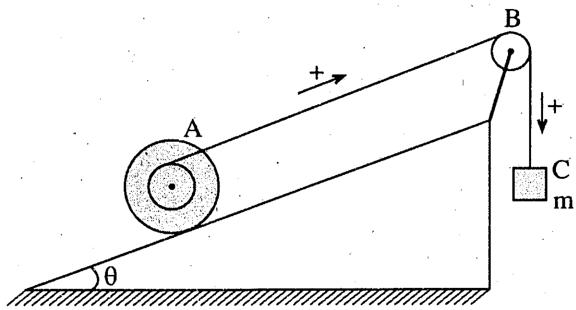
d) Nếu dùng hệ thấu kính này làm vật kính cho máy ảnh, mỗi khi muốn thay đổi tiêu cự và ngắm một vật thì cần phải điều chỉnh gì ?
Hãy nêu tác dụng của hệ thấu kính này khi dùng nó trong máy ảnh.

21. Đề thi chọn đội tuyển dự IPhO năm 2003, ngày thi thứ nhất

21.1. Cơ học

Một khối trụ đồng chất, khối lượng M, bán kính R, có momen quán tính đối với trục là $I = \frac{1}{2}MR^2$, được đặt lên mặt phẳng nghiêng góc $\theta = 30^o$.

Giữa chiều dài khối trụ có một khe hẹp trong đó lõi có bán kính $\frac{R}{2}$. Một sợi dây ABC không giãn, khối lượng không đáng kể được quấn nhiều vòng vào lõi rồi vắt qua ròng rọc B (khối lượng không đáng kể). Đầu còn lại của sợi dây mang một vật khối lượng m (xem Hình 21.1). Phần dây AB song song với mặt phẳng nghiêng. Hệ số ma sát nghỉ cực đại giữa trụ và mặt nghiêng (cũng là hệ số ma sát trượt) là $\mu = \frac{1}{2\sqrt{3}}$.



Hình 21.1

a) Tìm điều kiện về $\frac{M}{m}$ để trụ không tịnh tiến trượt mà lăn không trượt trên mặt nghiêng.

b) Trụ lăn không trượt lên trên. Lấy chiều dương của gia tốc a_O của O (trục khối trụ) và gia tốc a của m như trong hình 21.1. Tính a_O, lực căng dây $\vec{T}$, lực ma sát $\vec{F}_{ms}$ và tìm điều kiện về $\frac{M}{m}$ để có trường hợp này.

c) Trụ lăn không trượt xuống dưới. Tính gia tốc a_O, lực căng dây $\vec{T}$, lực ma sát $\vec{F}_{ms}$, và tìm điều kiện về $\frac{M}{m}$ để có trường hợp này.

d) Tìm $\frac{M}{m}$ ứng với cân bằng của hệ. Tính T và f.

e) Trụ trượt xuống. Tìm a_0 và điều kiện về $\frac{M}{m}$.

f) Trụ trượt lên. Tìm a_0 và điều kiện về $\frac{M}{m}$.

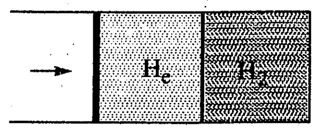
g) Cuối cùng làm bảng tổng kết như dưới đây. Dòng 1 là các giá trị đặc biệt của $\frac{M}{m}$. Dòng 2 ghi tính chất chuyển động của trụ : trượt lên (hay xuống), lăn không trượt lên (hay xuống). Dòng 3 ghi biểu thức của a_O.

$\frac{M}{m}$	0			∞
Tính chất chuyển động				
a_O				

21.2. Nhiệt học

Cho một xilanh có pittông. Trong xilanh có một vách ngăn, có thể di chuyển không ma sát, chia xilanh thành hai phần. Phần thứ nhất chứa 1mol He, phần thứ hai chứa 1mol H_2, ở cùng điều kiện nhiệt độ T_0 và áp suất p_0.

Xilanh cách nhiệt với môi trường bên ngoài (xem hình 21.2).



Hình 21.2

Người ta đẩy pittông một đoạn nhỏ sao cho thể tích tổng cộng của hai khối khí giảm đi 10%. Xem quá trình trong từng khối khí là cân bằng và đoạn nhiệt, hãy xác định gần đúng áp suất, thể tích và nhiệt độ của từng khối khí sau quá trình nén, trong hai trường hợp :

a) Vách ngăn dẫn nhiệt hoàn toàn.

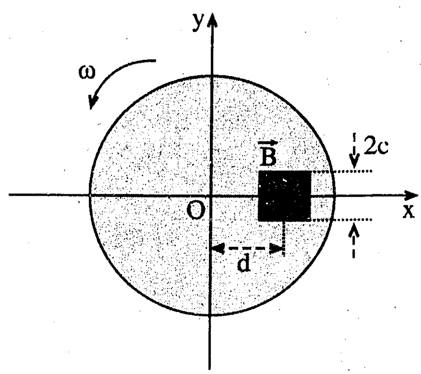
b) Vách ngăn cách nhiệt hoàn toàn.

Cho biết : $T_0 = 300$ K, $p_0 = 10^5$ Pa.

21.3. Điện học

Bài 1. Một đĩa bằng nhôm, có điện trở suất $\rho = 2{,}8.10^{-8}$ Ω.m, gắn với trục của một động cơ công suất không đổi. Đĩa quay với tốc độ góc ω.

Một nam châm vĩnh cửu gây ra một từ trường $\vec{B}$ vuông góc với mặt phẳng đĩa. Cho rằng từ trường là đều trên toàn chiều dày h của đĩa và trong một hình vuông có cạnh 2c trên mặt đĩa. Tâm của hình vuông cách trục quay của đĩa một khoảng d (xem hình 21.3). Ngoài phạm vi nói trên, từ trường bằng 0.



Hình 21.3

1. a) Xác định điện trường cảm ứng $\vec{E}$ ở một điểm trên đĩa nằm trong từ trường, cách trục của đĩa một khoảng r.

b) Tính mật độ dòng điện cảm ứng $\vec{j}$ và mật độ công suất tiêu hao p bởi dòng điện trong phần thể tích có từ trường.

2. a) Tính công suất tiêu hao toàn phần $\mathscr{P}$ trong thể tích có từ trường. Nêu ý nghĩa của $\mathscr{P}$.

b) Sự tiêu hao công suất như vậy ảnh hưởng thế nào đến tốc độ quay của đĩa ?

3. a) Hãy tính tỉ số giữa công suất tiêu hao bởi dòng điện và công suất toàn phần của động cơ, nếu công suất của động cơ là $\mathscr{P}_0 = 10$ W tốc độ quay là $\omega = 1500$ vòng/phút, từ trường B = 0,1 T ; chiều dày đĩa h = 2 mm ; c = 5 mm. Xét hai trường hợp $d_1 = 1,4$ cm và $d_2 = 0,6$ cm.

b) Giả thiết biến thiên tương đối của tốc độ quay gần bằng tỉ số giữa công suất tiêu hao và công suất của động cơ, hãy tính biến thiên tốc độ quay của đĩa ứng với hai giá trị d_1 và d_2.

c) Hãy nêu ý tưởng về khả năng ứng dụng thực tế của hiện tượng nêu trong bài.

Bài 2. Một thỏi vật liệu hình trụ tiết diện tròn bán kính r, chiều cao h, điện trở suất ρ, được đặt đồng trục với một cuộn dây. Cuộn dây có dòng điện xoay chiều chạy qua, tạo ra một từ trường $\vec{B}$ biến thiên theo thời gian theo quy luật $B = B_0\sin\omega t$ trên toàn tiết diện thỏi vật liệu.

1. a) Xác định công suất nhiệt trung bình tiêu hao trong thỏi vật liệu vì dòng điện cảm ứng.

b) Tính giá trị của công suất ấy trong trường hợp ρ = 500 Ω.m, và h = 10 cm, R = 7,5 cm, f = 5 MHz, B_0 = 30 mT. Bỏ qua hiện tượng tự cảm.

c) Hiện tượng nêu ở đây có thể được ứng dụng trong thực tế như thế nào ?

d) Xác định các điều kiện (như thông số của hình trụ, độ lớn và tần số của từ trường...) để có thể bỏ qua được hiện tượng tự cảm. Các thông số cho ở b) có thoả mãn điều kiện này không ?

e) Nếu kể đến hiện tượng tự cảm thì công suất tiêu hao tăng lên hay giảm đi ? Tại sao ?

2. a) Nếu hình trụ làm bằng vật liệu sắt từ, thì nó có tác dụng tăng cường từ trường do cuộn dây tạo ra. Do đó, trong nhiều ứng dụng thực tế, các cuộn dây thường có lõi sắt từ. Tuy nhiên nếu lõi dẫn điện tốt, thì công suất tổn hao là lớn. Để giảm sự tổn hao này, người ta chia lõi hình trụ

thành nhiều thanh nhỏ có bán kính $r << R$, cách điện với nhau. Hãy chứng tỏ rằng bằng cách đó, có thể giảm tổn hao do nhiệt một cách đáng kể.

b) Trong kĩ thuật, người ta có những cách nào để làm giảm tổn hao do nhiệt trong những cuộn dây có lõi sắt từ ?

Chú thích : Khi cần thiết, có thể sử dụng các kiến thức sau :

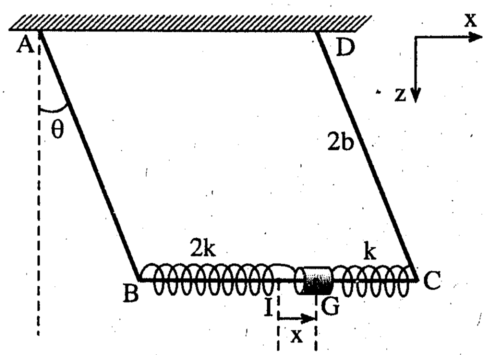
- Trong môi trường có điện trở suất ρ, mối liên hệ giữa mật độ dòng điện $\vec{j}$ và cường độ điện trường $\vec{E}$ tại một điểm là $\vec{j} = \frac{1}{\rho}\vec{E}$. Mật độ công suất nhiệt (công suất nhiệt trong một đơn vị thể tích) là $p^* = \frac{1}{\rho}E^2$.

- Tích phân theo hai biến : $\int_a^b\int_c^d f(x,y)dydx = \int_a^b\left[\int_c^d f(x,y)dy\right]dx$. Như vậy, trước hết, tính tích phân theo một biến (y chẳng hạn) và coi biến kia là hằng số. Sau đó tính tích phân theo biến còn lại.

22. Đề thi chọn đội tuyển dự IPhO năm 2003, ngày thi thứ hai

22.1. Cơ học

Ba thanh AB, BC và CD đồng chất, giống hệt nhau, có cùng khối lượng m, chiều dài 2b, được ghép với nhau bằng các khớp không có ma sát ở B và C. AB và CD được treo ở A và D, nhờ các khớp không có ma sát, vào cùng một giá đỡ nằm ngang. Hệ có thể dao động trong mặt phẳng thẳng đứng (tức là mặt phẳng hình 22.1). Vị trí của hệ được xác định bằng góc lệch θ.



Hình 22.1

Trên thanh BC có lồng một hình trụ đồng chất, chiều dài 2h, có cùng khối lượng m như các thanh. Hình trụ được mắc vào 2 lò xo cùng có chiều dài tự nhiên d = b và khối lượng không đáng kể. Các lò xo có độ cứng là 2k và k. Hai đầu còn lại của các lò xo mắc vào B và C. Hình trụ có thể trượt không ma sát trên thanh BC, và trọng tâm G của nó luôn nằm trên thanh BC. Vị trí của hình trụ được xác định bằng khoảng cách x từ trung điểm I của thanh BC đến trọng tâm G của hình trụ (xem hình 22.1).

1. Tìm biểu thức cơ năng toàn phần của hệ.

2. Viết phương trình chuyển động của hình trụ dọc theo thanh BC.

3. Xác định giá trị x_c của x khi toàn bộ hệ nằm ở vị trí cân bằng.

4. Ta xét các dao động nhỏ của hệ với giả thiết là θ và $\frac{x}{b}$ là các đại lượng vô cùng bé cùng bậc. Người ta thả cho hệ bắt đầu dao động, không có vận tốc ban đầu, từ vị trí $\theta = \theta_0$, $x_0 = x_c + p.b.\theta_0$ trong đó p là một thông số không thứ nguyên. Thông số p phải thoả mãn điều kiện nào để hệ thực hiện các dao động nhỏ như sau : $\theta = \theta_0 \cos\omega t$ và $x = x_c + p.b.\theta_0 \cos\omega t$?

5. a) Tìm điều kiện đối với kb và mg để cho p = 1. Xác định tần số góc ω_1 của dao dộng của hệ trong trường hợp này.

b) Chứng tỏ rằng khi điều kiện ở a) được thỏa mãn, hệ còn có thể thực hiện các dao động điều hoà nhỏ với tần số góc ω_2 khác với ω_1. Xác định ω_2. Giải thích kết quả thu được.

Cho biết : Momen quán tính của một thanh đồng chất, khối lượng m, chiều dài 2b, đối với đường trung trực của thanh là $J = \frac{1}{3}mb^2$.

22.2. Điện học

Xincrôfazôtrôn là máy gia tốc hạt năng lượng cao, trong đó từ trường B(t) và tần số góc $\omega(t)$ của điện áp xoay chiều đặt vào máy biến thiên "đồng bộ" theo thời gian t.

1. Hãy tìm biểu thức liên hệ giữa $\omega(t)$ và B(t) để hạt được gia tốc chuyển động trên quỹ đạo ổn định với bán kính không đổi R.

2. Quỹ đạo ổn định gồm các nửa đường tròn và đoạn thẳng. Trên các đoạn đường cong, do tác dụng của từ trường, các hạt chuyển động tròn với bán kính R = 33 m. Bán kính này được giữ nguyên trong suốt quá trình tăng tốc. Trên các đoạn đường thẳng, hạt được gia tốc bởi điện trường. Tổng chiều dài quỹ đạo là l = 208 m. Các hạt prôtôn (năng lượng nghỉ E_0 = 938 MeV) bắt đầu được tăng tốc với động năng ban đầu 9 MeV. Sau quá trình tăng tốc, chúng có năng lượng 10 GeV. Cho biết trong quá trình tăng tốc, tốc độ tăng trung bình của từ trường là $\frac{\Delta B}{\Delta t} = 0,4\frac{T}{s}$. Hãy xác định :

a) Trị số ban đầu và trị số cuối của tần số f của điện áp xoay chiều. Giả thiết độ tăng năng lượng của hạt sau mỗi vòng quay là rất nhỏ.

b) Khoảng thời gian tăng tốc tổng cộng Δt.

c) Độ tăng năng lượng trung bình ΔE của hạt sau mỗi vòng quay.

d) Số vòng quay và tổng chiều dài đường đi của prôtôn trong quá trình tăng tốc này.

Bỏ qua ảnh hưởng của điện trường do sự thay đổi của từ trường gây nên.

22.3. Quang học

Hai lăng kính bằng thuỷ tinh, chiết suất n = 1,5 có cùng góc chiết quang A nhỏ và có chung đáy P (tức là lưỡng lăng kính Fresnel). Trên mặt phẳng của đáy P, cách hai lăng kính một khoảng l = 10 cm, có một khe F hẹp, song song với cạnh khúc xạ của hai lăng kính và phát ánh sáng đơn sắc bước sóng λ = 546 nm. Sau lưỡng lăng kính, cách một khoảng p có một kính lúp L, tiêu cự f_0 = 2 cm mà trong tiêu diện có một thước chia (gọi là thước trắc vi) cho phép ta đo khoảng cách giữa các vân giao thoa, chính xác tới 0,01 mm. Một thấu kính hội tụ mỏng O, tiêu cự f = 10 cm có thể dịch chuyển dễ dàng giữa lưỡng lăng kính và kính lúp.

1. Dịch chuyển O về phía L bắt đầu từ sát lưỡng lăng kính, đồng thời quan sát trong L, ta tìm được hai vị trí S_1, S_2 của O cách nhau S_1S_2 = 48 cm, mà trong kính lúp, ta thấy hai ảnh rõ nét của khe F, khoảng cách giữa hai ảnh ấy đo được trong kính L lần lượt là 4,5 mm và 0,18 mm. Tính góc chiết quang A của hai lăng kính và khoảng cách p.

2. Cho O dịch chuyển từ S_1 đến S_2 thì đến một vị trí V_1 ta bắt đầu trông thấy vân giao thoa, rồi đến một vị trí V_2 thì thấy vân giao thoa biến mất.

a) Hãy giải thích hiện tượng và xác định các khoảng cách từ V_1, V_2 đến L.

b) Chứng minh rằng trong quá trình dịch chuyển của O thì khoảng vân i (giữa hai vân giao thoa liên tiếp) qua một giá trị cực đại. Hãy tính giá trị cực đại i_m ấy, số vân N có thể quan sát được và khoảng cách từ L đến vị trí tương ứng của O. Nếu giữ nguyên khe F, kính lúp L, lưỡng lăng kính, nhưng bỏ kính O đi thì khoảng vân i' và số vân quan sát được N' là bao nhiêu ?

3. Tiếp tục cho O dịch chuyển về phía L thì qua vị trí S_2, đến một vị trí V_3, ta lại trông thấy vân. Xác định khoảng cách từ V_3 đến L, tính khoảng vân i'' và số vân quan sát được N'' khi O ở cách L 8 cm.

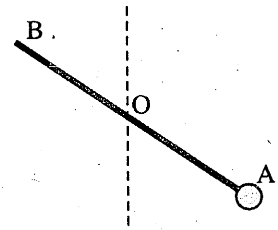
23. Đề thi chọn đội tuyển dự IPhO năm 2004, ngày thi thứ nhất

23.1. Cơ học

Một thanh kim loại AB khối lượng m, tiết diện nhỏ đều, đồng chất, chiều dài 2L có thể quay quanh một trục O nằm ngang cố định cách đầu B một khoảng bằng L. Đầu A của thanh có gắn một quả cầu khối lượng M = 2 m, kích thước nhỏ không đáng kể. Kéo cho thanh lệch góc α_0 ($\alpha_0 < 90^o$) so với phương thẳng đứng rồi buông ra với vận tốc ban đầu bằng 0 (Hình 23.1). Bỏ qua mọi ma sát và lực cản của không khí. Gia tốc trọng trường là g.

a) Hãy tính tốc độ góc, gia tốc góc của thanh và cường độ của lực do thanh tác dụng lên quả cầu ở thời điểm thanh hợp với phương thẳng đứng một góc $\alpha \leq \alpha_0$.

b) Tìm gia tốc toàn phần nhỏ nhất, lớn nhất của quả cầu trong quá trình chuyển động theo g và α_0.

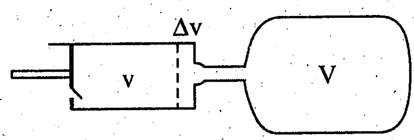


Hình 23.1

23.2. Nhiệt học

Một bơm nén mà thân bơm có thể tích v = 1 lít được dùng để bơm không khí vào một cái bình có dung tích V = 4 lít (tính cả vòi bơm) (Hình 23.2). Áp suất và nhiệt độ không khí trong khí quyển và trong bình lúc đầu là $p_0 = 100$ kPa, $T_0 = 300$ K.

1. Quá trình bơm không khí vào bình là đoạn nhiệt và thuận nghịch. Cho $\gamma = \dfrac{C_p}{C_v} = 1{,}4$.



Hình 23.2

a) Tính nhiệt độ không khí trong bình sau 4 lần bơm.

b) Tính công thực hiện bởi pittông để nén không khí trong lần bơm thứ tư.

2. Quá trình bơm không khí vào bình là đẳng nhiệt và thuận nghịch.

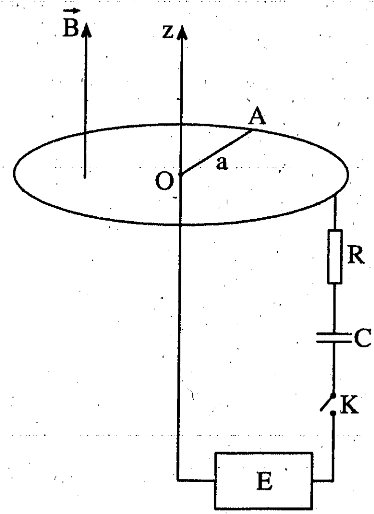
a) Tính áp suất khí trong bình sau n lần bơm.

b) Giả thiết rằng khi pittông đi tới tận cùng bên phải của thân bơm thì vẫn còn một khoảng trống giữa pittông và đáy bơm có thể tích $\Delta v = 0{,}01$ lít. Tính áp suất khí trong bình sau n lần bơm.

c) Với giả thiết như ở 2.b) thì có một giới hạn trên của áp suất không khí trong bình không ? Nếu có thì giới hạn ấy là bao nhiêu ?

23.3. Điện học

Một thanh kim loại khối lượng m, chiều dài a, có thể quay tự do quanh trục thẳng đứng Oz. Đầu A của thanh tựa trên một vòng kim loại hình tròn, tâm O, bán kính a, đặt cố định nằm ngang. Đầu O của thanh và một điểm của vòng kim loại được nối với điện trở thuần R, tụ điện C, khoá K và nguồn điện E, tạo thành mạch điện như hình 23.3. Hệ thống được đặt trong từ trường đều, không đổi, có vectơ cảm ứng từ $\vec{B}$ hướng thẳng đứng lên trên.



Hình 23.3

Điện trở của thanh kim loại và của vòng dây, điện trở của khoá K và các dây nối, điện trở tại các điểm tiếp xúc và điện trở của nguồn E là nhỏ không đáng kể so với điện trở R. Bỏ qua hiện tượng tự cảm, mọi ma sát và lực cản không khí.

Ban đầu, khoá K mở, tụ điện C chưa tích điện và thanh OA nằm yên. Tại thời điểm t = 0, đóng khoá K.

1. Thiết lập hệ thức giữa tốc độ góc ω của thanh OA và điện tích q của tụ điện sau khi đóng K.

2. Giả sử nguồn E có suất điện động không đổi E_0.

a) Tìm biểu thức của ω và q theo thời gian t.

b) Tính ω và q sau thời gian t đủ lớn. Khi đó hiệu điện thế giữa hai bản tụ điện có bằng E_0 không ? Tại sao ? Tìm nhiệt lượng tổng cộng tỏa ra ở điện trở R.

3. Giả sử E là nguồn điện xoay chiều có điện áp $E = E_0\cos\omega_0 t$.

a) Tìm biểu thức của cường độ dòng điện i trong mạch và tốc độ góc ω của thanh theo t.

b) Tính cường độ dòng điện trong mạch và tốc độ góc của thanh sau thời gian đủ lớn.

Cho biết :

– Momen quán tính của thanh OA đối với trục quay Oz bằng $\frac{1}{3}ma^2$.

– Nghiệm của phương trình vi phân $\frac{dy}{dx} + ay = F$ (với $y = y(x)$ và a là hằng số) có dạng :

+ Nếu $F = d$ = hằng số thì : $y = Ae^{-ax} + \frac{d}{a}$;

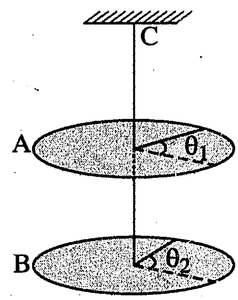
+ Nếu $F = d\cos bx$ (d, b là hằng số) thì :

$$y = Ae^{-ax} + \frac{d}{a^2 + b^2}(b\sin bx + a\cos bx)$$

24. Đề thi chọn đội tuyển dự IPhO năm 2004, ngày thi thứ hai

24.1. Cơ học

Hai đĩa tròn A và B đồng tính và giống hệt nhau. Mỗi đĩa có momen quán tính I đối với trục quay đi qua tâm của đĩa và vuông góc với mặt phẳng của đĩa. Đĩa A nằm ngang, tâm của đĩa gắn vào đầu dưới của một sợi dây mảnh thẳng đứng có hằng số xoắn K, đầu trên của dây gắn vào một điểm cố định C. Đĩa B cũng nằm ngang và tâm đĩa gắn vào đầu dưới của một sợi dây mảnh khác có hằng số xoắn K, giống như đĩa A, chỉ khác là đầu trên của sợi dây này gắn vào tâm mặt dưới đĩa A, khiến cho hai dây treo nằm trên cùng một đường thẳng đứng.



Hình 24.1

Ở vị trí cân bằng của hai đĩa, hai dây treo không bị xoắn. Kí hiệu θ_1 và θ_2 lần lượt là toạ độ góc của mỗi đĩa (vào thời điểm t) tính từ vị trí cân bằng.

1. Viết phương trình vi phân cho chuyển động của từng đĩa.

2. Giả thiết hai đĩa đều dao động điều hoà với cùng tần số góc ω theo các phương trình $\theta_1 = A\cos\omega t$; $\theta_2 = B\cos\omega t$. Với giá trị nào của ω thì hai phương trình trên đều được thoả mãn ? Tính tỉ số $\frac{A}{B}$.

3. Ban đầu đĩa A có toạ độ góc $\theta_1(0) = \theta_0$ và tốc độ góc bằng 0. Cần phải để đĩa B ở toạ độ góc ban đầu bằng bao nhiêu (tốc độ góc ban đầu của đĩa B bằng 0) thì hai đĩa đều dao động với cùng tần số góc như ở câu 2. Chiều quay của hai đĩa so với nhau như thế nào ?

24.2. Nhiệt học

Một chai thuỷ tinh dung tích 1 lít, khối lượng của vỏ chai là m = 0,500 kg. Chai được úp ngược, cổ chai hướng xuống dưới và ngâm trong nước. Trong chai có không khí và chai đang nằm cân bằng ở đáy hồ sâu 2 m.

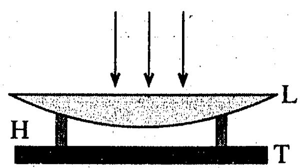
a) Gặp ngày trời nóng khi nhiệt độ nước hồ (xem như đồng đều) đạt tới 30^oC, chai nổi lên mặt hồ. Hãy xác định khối lượng M của không khí trong chai.

b) Hãy giải thích xem khi tiết trời mát đi, nước hồ lạnh xuống đến mức nào thì chai chìm lại xuống đáy hồ ?

Bỏ qua sự nở vì nhiệt của thuỷ tinh, của nước và bỏ qua áp suất hơi bão hoà của nước. Khối lượng riêng của nước là 1000 kg/m^3, của thuỷ tinh là 2700 kg/m^3. Áp suất khí quyển xem như không đổi và bằng 10^5 Pa. Không khí xem như là khí lí tưởng có khối lượng mol bằng 29 g/mol. Gia tốc trọng trường lấy bằng 10 m/s^2.

24.3. Quang học

Đặt một hình trụ rỗng H bằng thuỷ tinh kích thước nhỏ, thành mỏng, lên trên một tấm thuỷ tinh đen T, hai mặt song song đặt trong không khí. Sau đó trên H đặt một thấu kính phẳng lồi L, bán kính cong của mặt lồi là R = 3 m, đỉnh của mặt lồi cách T một đoạn h = 5 mm. Chiếu vào hệ theo phương vuông góc một chùm bức xạ đơn sắc có bước sóng $\lambda_1 = 0{,}456$ μm. Chiết suất của không khí là n = 1,000293.



Hình 24.2

a) Biết tâm của hệ vân là một điểm sáng, hãy tính bán kính của ba vân tối kế tiếp đầu tiên.

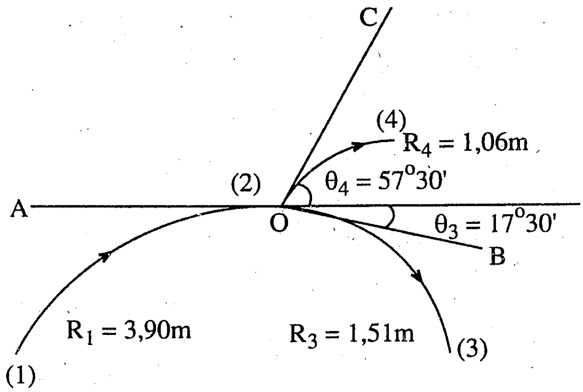
b) Thay bức xạ trên bằng bức xạ đơn sắc có bước sóng $\lambda_2 = 0{,}436$ μm rồi cho nhiệt độ của H tăng dần từ 15^oC lên 100^oC thì thấy có 18 vân tròn Newton đi qua tâm. Hỏi các vân đã dịch chuyển theo chiều nào ? Tính hệ số nở dài của thuỷ tinh làm hình trụ.

c) Hệ được giữ ở nhiệt độ không đổi và vẫn được chiếu sáng bằng bức xạ λ_2. Rút dần không khí trong hình trụ ra thì hệ vân thay đổi thế nào ? Tính số vân đi qua tâm của hệ khi đã hút hết không khí.

d) Bây giờ chỏm cầu của thấu kính L được mài bẹt thành một mặt tròn bán kính $R_0 = 3$ mm, song song với mặt phẳng của thấu kính, rồi đặt cho tiếp xúc với tấm thuỷ tinh T. Hệ được chiếu sáng vuông góc bằng bức xạ λ_1. Hãy tính bán kính của vân tối thứ 10 và vân sáng thứ 5 tính từ trong ra.

24.4. Vật lí hạt nhân

Hình 24.3 mô tả một quá trình tương tác (va chạm) giữa một prôtôn (1) có động lượng p_1 = 2060 MeV/c với prôtôn (2) xem như đứng yên trong buồng Wheastone.



Hình 24.3

Một từ trường đều $\vec{B}$ trong buồng có phương vuông góc với mặt phẳng quỹ đạo của các hạt. Sau va chạm giữa các prôtôn, buồng Wheastone ghi nhận có hai hạt (3) và (4) được sinh ra. (Trên hình 24.3 : OA, OB, OC tương ứng là các tiếp tuyến tại O với các quỹ đạo tròn (1), (3) và (4) của các hạt (1), (3) và (4) ; R_1, R_3, R_4 là các bán kính quỹ đạo tương ứng ; θ_3, θ_4 là các góc hợp bởi OB, OC với OA).

a) Hãy tính vận tốc của prôtôn (1).

b) Tính độ lớn của cảm ứng từ $\vec{B}$.

c) Kiểm nghiệm rằng các hạt (3), (4) sinh ra là các hạt mang điện tích dương và xác định điện tích của chúng.

d) Hãy chứng tỏ rằng ngoài các hạt trên còn có một hạt không mang điện được sinh ra. Tính động lượng của hạt này.

e) Các phương trình sau đây mô tả các phản ứng khả dĩ. Hỏi phản ứng nào có thể xảy ra ?

$$(1) + (2) \rightarrow (3) + (4) + (5)$$

$$p + p \rightarrow p + p + \pi^o$$

$$p + p \rightarrow p + \pi^+ + n$$

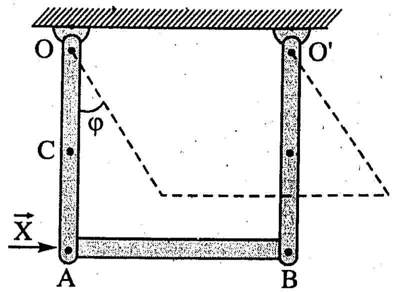
$$p + p \rightarrow \pi^+ + p + n$$

Cho biết : Khối lượng nghỉ của hạt π^o là 135,0 MeV/c^2, của hạt π^+ là 139,6 MeV/c^2, của prôtôn là 938 MeV/c^2. Khi hạt chuyển động với vận tốc lớn, động lượng của hạt có biểu thức : $\vec{p} = m_0\vec{v}/\sqrt{1 - v^2/c^2}$, giữa năng lượng toàn phần E và động lượng p của hạt có hệ thức : $E^2 = m_0^2c^4 + p^2c^2$, trong đó m_0 là khối lượng nghỉ của hạt.

25. Đề thi chọn đội tuyển dự IPhO năm 2005, ngày thi thứ nhất

25.1. Cơ học

Một khung có thể biến dạng gồm 3 thanh cứng đồng chất, mỗi thanh có khối lượng m, chiều dài l, được nối bằng các chốt A, B và treo lên trần bằng các chốt O, O' (OO' = l). Các chốt không có ma sát. Khung đang đứng cân bằng thì đầu A của thanh OA chịu một xung lực $\vec{X}$ đập vào ($\vec{X}$ có chiều từ A đến B). Khung bị biến dạng và các thanh OA, O'B quay tới góc cực đại φ (Hình 25.1).



Hình 25.1

a) Tính vận tốc v (theo $\vec{X}$ và m) của trung điểm (khối tâm) C của thanh OA ngay sau va chạm.

b) Tính động năng của khung (theo $\vec{X}$ và m) ngay sau va chạm.

c) Tính góc φ theo $\vec{X}$, m, l và gia tốc trọng trường g.

d) Nếu xung lực $\vec{X}$ là do một quả cầu có khối lượng m và vận tốc v_0 có chiều từ A đến B gây ra thì sẽ có tối đa bao nhiêu phần trăm động năng của quả cầu chuyển thành nhiệt ?

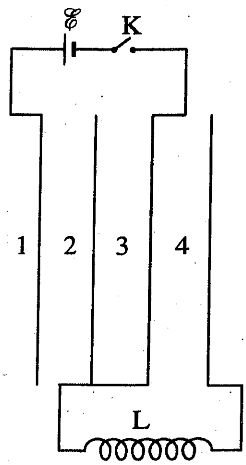
Cho momen quán tính của thanh có chiều dài l, khối lượng m đối với trục vuông góc với thanh và đi qua một đầu là $I = \frac{ml^2}{3}$.

25.2. Điện học

Bốn bản kim loại phẳng đặt song song nhau, khoảng cách giữa hai bản cạnh nhau bằng d, diện tích mỗi bản bằng S (d có trị số nhỏ so với kích thước của bản). Các bản 1 và 3 được nối với nguồn điện có suất điện động $\mathscr{E}$ không đổi qua khoá K (Hình 25.2). Các bản 2 và 4 được nối với nhau qua cuộn cảm thuần có độ tự cảm L.

Đóng khoá K.

a) Tìm biểu thức mô tả sự phụ thuộc thời gian của điện tích trên các bản và cường độ dòng điện qua cuộn cảm. Chọn t = 0 là lúc đóng K.



Hình 25.2

b) Xác định điện tích trên các bản tại thời điểm cường độ dòng điện qua cuộn cảm đạt giá trị cực đại. Xác định dấu và độ lớn của điện tích trên các mặt của bản 2 và bản 3. Xác định giá trị cực đại của cường độ dòng điện qua cuộn cảm.

25.3. Quang học

Xét một chùm sáng đơn sắc song song chiếu theo phương Ox trong khí quyển. Gọi F là quang thông chiếu đến một lớp không khí cắt vuông góc với phương Ox có chiều dày dx. Sau khi đi qua lớp không khí này, một phần quang thông dF sẽ mất mát do bị hấp thụ. Cho biểu thức của dF là $dF = -\alpha F dx$; α phụ thuộc vào bước sóng ánh sáng và được gọi là hệ số hấp thụ của không khí đối với một bước sóng.

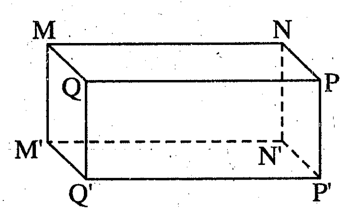
a) Biết rằng quang thông ứng với bước sóng $\lambda = 0{,}6\ \mu m$ khi đi qua lớp không khí dày 1 km thì bị hấp thụ 1%. Tính α ứng với bước sóng này và chiều dày của lớp không khí cần thiết để có thể làm cho quang thông sau khi ra khỏi lớp không khí đó chỉ còn bằng 10% quang thông ban đầu.

b) Cho rằng α tỉ lệ với $\dfrac{1}{\lambda^4}$. Hãy tính trị số của α và chiều dày của lớp không khí nói trong câu a) ứng với bước sóng $\lambda = 0{,}4\ \mu m$.

c) Sự hấp thụ ánh sáng của khí quyển là do sự tán xạ ánh sáng bởi các phân tử khí. Gọi A là độ rọi của ánh sáng ở mặt trước của lớp khí quyển nói trên. Mỗi thể tích dV của lớp khí quyển sẽ trở thành một nguồn phát ánh sáng tán xạ. Cường độ I_θ của nguồn này theo phương hợp với phương Ox một góc θ tuân theo định luật Rayleigh $I_\theta = RA(1 + \cos^2\theta)dV$; R là hệ số tán xạ. Biết rằng cường độ phát sáng của một nguồn theo một phương là quang thông mà nguồn đó phát đi trong một đơn vị góc khối bao quanh phương đang xét.

Hãy tìm biểu thức của R theo α và tính giá trị của R đối với ánh sáng có bước sóng $\lambda = 0{,}6\ \mu m$.

d) Xét một khối không khí hình hộp chữ nhật có mặt trên MNPQ nằm ngang, hai mặt bên MQQ'M' và NPP'N' thẳng đứng, cách nhau khoảng *l*. Ánh sáng mặt trời chiếu thẳng góc với mặt phẳng MNPQ và có độ rọi trên mặt phẳng đó là A. Người quan sát đặt mắt trong mặt phẳng MQQ'M' và nhìn mặt phẳng NPP'N' dọc theo phương QP (Hình 25.3).



Hình 25.3

Gọi độ chói L của khối không khí theo phương PQ là quang thông tán xạ mà khối không khí gửi qua một đơn vị diện tích tại mặt MQQ'M'.

Tính tỉ số $\frac{L}{A}$ theo R, α và l.

Áp dụng bằng số $l = 10$ km ; R và α ứng với $\lambda = 0,6\ \mu m$.

25.4. Vật lí hạt nhân

Trong quá trình sinh cặp, năng lượng của một phôtôn được biến đổi hoàn toàn thành các hạt vật chất. Một sự sinh cặp xảy ra cạnh một hạt nhân nặng được đặt trong một từ trường đều có cảm ứng từ B = 0,1 T đã tạo thành cặp êlectron – pôzitron mà các quỹ đạo có bán kính cong tương ứng là 40 mm và 160 mm. Biết phương của cảm ứng từ vuông góc với các mặt phẳng quỹ đạo.

a) Áp dụng định luật II Newton $\vec{F} = \frac{d}{dt}(m\vec{u})$, hãy tìm biểu thức vận tốc tương đối tính của hạt tích điện q trong từ trường.

b) Tìm năng lượng toàn phần của các hạt trong sự sinh cặp này.

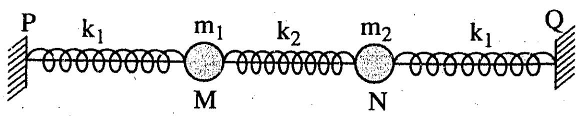
c) Tính bước sóng của phôtôn.

Biết mối liên hệ giữa khối lượng m_h của hạt và tốc độ u của nó được tính theo biểu thức : $m_h = \dfrac{m_0}{\sqrt{1-\left(\dfrac{u}{c}\right)^2}}$; trong đó m_0 là khối lượng nghỉ của hạt đo được khi hạt đứng yên đối với người quan sát, $c = 3.10^8$ m/s là tốc độ ánh sáng trong chân không ; $m_e = 0,511\ MeV/c^2$ là khối lượng nghỉ của êlectron.

26. Đề thi chọn đội tuyển dự IPhO năm 2005, ngày thi thứ hai

26.1. Cơ học

Hai quả nặng M và N, được coi như hai chất điểm, có các khối lượng tương ứng là m_1



Hình 26.1

và m_2. Chúng được nối với nhau bằng một lò xo có độ cứng k_2, và nối với hai điểm cố định P, Q bằng hai lò xo có cùng độ cứng k_1 như trên hình 26.1. Các quả nặng có thể trượt không ma sát trên một trục nằm ngang. Ta gọi x và y là các độ dời khỏi vị trí cân bằng lần lượt của quả nặng M và N.

1. Giả sử các quả nặng lệch khỏi vị trí cân bằng của chúng.

a) Hãy viết phương trình động lực học mô tả chuyển động của các quả nặng.

b) Xác định các tần số đặc trưng của hệ.

c) Tìm biểu thức x(t) và y(t) cho độ dời của các quả nặng theo thời gian.

2. Giả sử $m_1 = m_2 = m$. Cho một ngoại lực điều hoà $F = F_0\cos\Omega t$ hướng theo trục, tác dụng lên N. Giả thiết có một lực ma sát nhỏ tác dụng lên các quả nặng, sao cho sau một giai đoạn chuyển tiếp kể từ khi lực điều hoà bắt đầu tác dụng, hệ sẽ dao động ổn định với tần số của ngoại lực.

a) Tính biên độ dao động của các quả nặng theo tần số Ω của ngoại lực và các tần số đặc trưng của hệ.

b) Phác họa dạng biến thiên biên độ dao động của quả nặng N theo tần số Ω của ngoại lực.

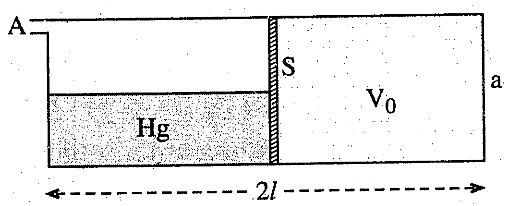
26.2. Điện học

Từ sự tương tự cơ – điện, hãy vẽ sơ đồ một mạch điện đơn giản nhất, chỉ gồm các tụ điện và các cuộn cảm, tương tự với hệ cơ nêu ở Bài 26.1.

a) Chứng tỏ rằng mạch điện này có hai tần số đặc trưng và tìm mối liên hệ giữa các tần số này với các thông số của mạch điện.

b) Các thông số của mạch điện được lựa chọn lại sao cho tương tự với hệ cơ đã ở nêu câu 2 của Bài 26.1 và đặt điện áp thế xoay chiều có biểu thức $u = U_0 \cos\Omega t$ vào hai điểm của mạch điện. Hãy xác định hai điểm trên mạch để cho sự phụ thuộc của trở kháng Z của mạch vào tần số Ω có dạng giống như sự phụ thuộc của biên độ dao động của vật N vào tần số Ω trong câu 2 của bài 26.1.

26.3. Nhiệt học



Hình 26.2

Một xilanh nằm ngang có dạng hình hộp, chiều dài $2l$ và tiết diện ngang hình vuông cạnh a. Xilanh được ngăn làm hai phần bởi vách ngăn S (có bề dày và khối lượng không đáng kể) có thể dịch chuyển không ma sát dọc theo xilanh. Thành xilanh và vách ngăn làm bằng vật liệu cách nhiệt. Phần bên trái của xilanh chứa một lượng thuỷ ngân, phía trên có lỗ nhỏ A thông với khí quyển bên ngoài. Phần bên phải xilanh chứa một khối khí lưỡng nguyên tử.

Khi hệ ở trạng cân bằng thì vách ngăn S nằm ngay chính giữa xilanh, thuỷ ngân chiếm một nửa thể tích phần bên trái và khối khí có nhiệt độ T_0 (Hình 26.2).

1. Tính áp suất của khối khí lên vách ngăn S.

2. Nung nóng khối khí (nhờ một dây điện trở được đưa trước vào phần bên phải chẳng hạn). Vách ngăn bắt đầu dịch chuyển sang bên trái. Thiết lập hệ thức giữa áp suất p và thể tích V của khối khí trong quá trình dịch chuyển của S.

3. Khi vách ngăn S vừa chạm vào thành bên trái của xilanh, hãy xác định :

a) Nhiệt độ của khối khí đó.

b) Công tổng cộng mà khối khí thực hiện.

c) Nhiệt lượng tổng cộng đã cung cấp cho khối khí.

Áp dụng bằng số : a = 0,1 m ; l = 0,2 m ; T_0 = 300 K ; khối lượng riêng của thuỷ ngân $\rho = 13,6.10^3$ kg/m^3 ; áp suất khí quyển $p_k = 1,012.10^5$ Pa. Lấy g = 10 m/s^2./.

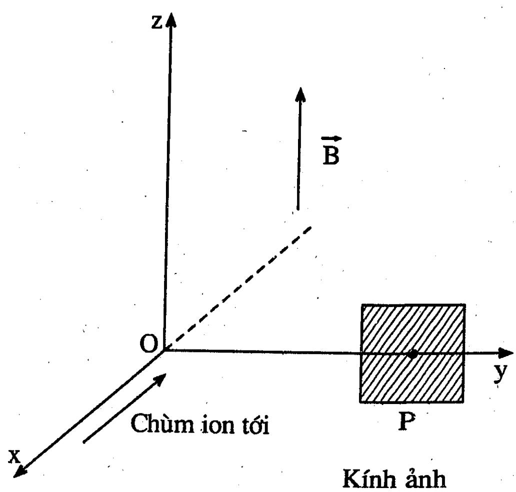
26.4. Khối phổ kế là thiết bị dùng để đo khối lượng của các ion. Nó hoạt động theo nguyên lí sau :

– Các ion được gia tốc đến vận tốc lớn, đi vào máy tại điểm O, theo phương Ox.

– Trong máy có từ trường đều B, hướng theo trục Oz vuông góc với Ox và Oy.

– Kính ảnh được đặt tại lân cận điểm P trên trục Oy và vuông góc với phương Ox.

– Các ion chuyển động theo đường cong, tới đập vào kính ảnh tại P. Căn cứ vào khoảng cách OP, người ta suy ra được khối lượng của ion (xem hình 26.3).



Hình 26.3

Giả sử chùm ion gồm các ion $^{39}_{19}K^+$ và $^{41}_{19}K^+$, đã được gia tốc có năng lượng là E = 500 eV ; cảm ứng từ B = 0,7 T.

a) Tính vận tốc của ion khi đập vào kính ảnh.

b) Tính khoảng cách OP đối với mỗi loại ion.

c) Trong thực tế, năng lượng của các ion không giữ đúng giá trị bằng E, mà có thăng giáng $\Delta E = \pm 5$ eV. Hỏi có thể phân biệt được hai vết mà các ion đập vào kính ảnh không ?

d) Nếu góc của chùm ion tới có thăng giáng $\pm 3^{o}$ (trên mặt phẳng xOy) thì có thể phân biệt được vết của hai loại ion đó không ?

27. Đề thi chọn đội tuyển dự IPhO năm 2006, ngày thi thứ nhất

27.1. Cơ học

Giả thiết trong không gian có một tập hợp lớn các sao giống nhau, mỗi sao đều có khối lượng $M = 2.10^{30}$ kg, bán kính $R = 7.10^{8}$ m và được coi như các quả cầu rắn đồng chất. Vận tốc tương đối trung bình giữa các sao là u = 50 km/s. Số sao trung bình có trong một hình lập phương cạnh dài bằng một năm ánh sáng là N = 5.

a) Chuyển động của hai sao (khi còn ở xa nhau) phải thỏa mãn điều kiện nào mới có thể va chạm với nhau ?

b) Tính thời gian trung bình giữa hai lần va chạm liên tiếp của một sao.

27.2. Vật lí hạt nhân

Một hạt đơtêri ${}_{1}^{2}D$ từ một máy gia tốc có động năng 87,80 MeV bắn vào một hạt đơtêri khác đứng yên. Kết quả thí nghiệm cho thấy : sau phản ứng có xuất hiện hạt prôtôn với động năng 89,49 MeV chuyển động theo hướng vuông góc với hướng tới của hạt đơtêri, và một hạt nhân X.

a) Viết phương trình phản ứng hạt nhân và gọi tên hạt nhân X. Tính vận tốc của hạt prôtôn theo quan điểm cổ điển và nhận xét về kết quả tính được để định hướng cho các tính toán tiếp theo.

b) Tính khối lượng của hạt nhân X, so sánh với trị số đúng của nó ($m_X = 3{,}01605$ u, u là đơn vị khối lượng nguyên tử).

c) Tính vận tốc của prôtôn. So sánh với kết quả đã tính được từ câu 1. Giải thích.

d) Tính vận tốc của hạt X. So sánh với giá trị tính theo cơ học cổ điển.

Cho biết khối lượng của hạt đơtêri $m_D = 2{,}01410$ u ; khối lượng của hạt prôtôn $m_p = 1{,}00783$ u và u = 931,5 MeV/c^2.

27.3. Nhiệt học

Một bình hình trụ miệng hở, diện tích tiết diện ngang $S = 50\ cm^2$ đựng 500 g nước đặt thẳng đứng. Thành bình mỏng và có nhiệt dung không đáng kể. Nhiệt độ của nước là 18^oC.

a) Ước tính khối lượng nước bay vào không khí trong 1 giây khi đặt bình ở trong không khí có nhiệt độ 18^oC, độ ẩm 80% nếu giả thiết có gió thổi sao cho trên mặt nước không còn hơi bão hòa.

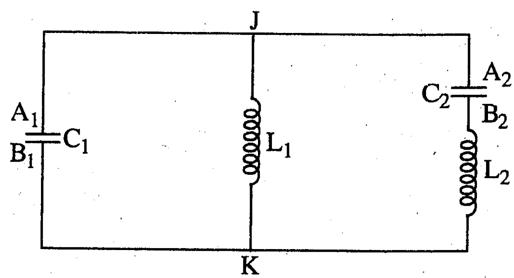
b) Đặt bình nói trên trong chân không, trên một giá cách nhiệt. Nhiệt độ của nước lúc đầu cũng là 18^oC. Mô tả hiện tượng xảy ra kể từ lúc bắt đầu đặt bình vào trong chân không. Ở thời điểm khối lượng của nước trong bình còn khoảng bao nhiêu thì tốc độ nước bay vào chân không (khối lượng nước bay khỏi bình trong mỗi giây) thay đổi rõ rệt ?

Khi giải có thể dùng các số liệu sau :

Áp suất của hơi bão hoà ở nhiệt độ 18^oC là $p_{bh} = 2{,}1.10^3$ Pa ; nước có nhiệt dung riêng $c = 4200$ J/kg.K ; nhiệt nóng chảy $\lambda = 3{,}4.10^5$ J/kg ; nhiệt hoá hơi $L = 2{,}3.10^6$ J/kg.

27.4. Điện học

Cho hai cuộn dây có độ tự cảm là L_1, L_2 và hai tụ điện có điện dung là C_1, C_2 mắc với nhau thành mạch điện như hình 27.1. Điện trở của các cuộn dây và dây nối có thể bỏ qua.



Hình 27.1

1. Giả sử trong mạch có dòng điện. Hãy viết phương trình vi phân biểu diễn cường độ dòng điện qua mỗi tụ điện theo thời gian.

2. Giả thiết các cường độ dòng điện nói trên biến đổi điều hoà theo thời gian với cùng tần số và cùng pha (hoặc ngược pha). Tính các giá trị có thể của tần số ấy.

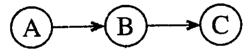
3. Cho $L_1 = L_2 = L$ và $C_2 = 2C_1 = 2C$.

a) Tính tỉ số các cường độ dòng điện qua mỗi tụ điện ở thời điểm tuỳ ý. Nêu nhận xét.

b) Tại thời điểm ban đầu ($t = 0$) điện tích của bản A_1 bằng Q_0, điện tích của bản A_2 bằng 0 và không có dòng điện nào trong mạch. Viết biểu thức diễn tả sự phụ thuộc của điện tích q_1 (của bản A_1) và điện tích q_2 (của bản A_2) theo thời gian.

27.5. Vật lí hạt nhân

Một đồng vị phóng xạ A phân rã theo chuỗi sau : Đồng vị A có hằng số phóng xạ là λ_1, đồng vị B có hằng số phóng xạ là λ_2. Biết $\lambda_2 > \lambda_1$ và lúc đầu ($t = 0$) chỉ có N_0 hạt của đồng vị A.



Hình 27.2

a) Tìm biểu thức tính số hạt của đồng vị B theo thời gian và tính giá trị cực đại của biểu thức đó.

b) Tìm một mạch điện đơn giản chỉ có nguồn điện, khóa K, các tụ điện, các điện trở và chứng minh rằng điện tích trên một bản của một tụ điện trong mạch điện đó sẽ thỏa mãn phương trình vi phân tương tự phương trình vi phân biểu diễn sự biến đổi số hạt của đồng vị phóng xạ B theo thời gian.

28. Đề thi chọn đội tuyển dự IPhO năm 2006, ngày thi thứ hai

28.1. Nhiệt học

Cho một tinh thể lí tưởng có mạng lập phương đơn giản tạo bởi các nguyên tử cùng loại có khối lượng m, trong đó thế năng tương tác của hai nguyên tử phụ thuộc vào khoảng cách r giữa hai tâm của chúng theo quy luật :

$$U(r) = \frac{a}{r^{12,2}} - \frac{b}{r^{6,1}}$$

ở đây a và b là các hằng số dương xác định.

1. Hãy vẽ phác đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của $U(r)$ vào r.

2. Khi tính các đặc trưng của tinh thể chỉ cần xét đến tương tác của nguyên tử với các nguyên tử gần nhất bên cạnh. Hãy tính :

a) Khoảng cách giữa các vị trí cân bằng của hai nguyên tử gần nhau nhất.

b) Khối lượng riêng ρ của tinh thể.

c) Hệ số dãn nở dài α của tinh thể.

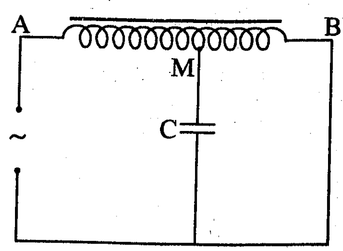
Gợi ý :

• *Sự dãn nở nhiệt của các vật rắn liên quan với sự tăng động năng của các nguyên tử dao động. Lúc đó thế năng tương tác giữa hai nguyên tử* *tăng một lượng kT (k là hằng số Boltzmann, T là nhiệt độ tuyệt đối) là năng lượng trung bình của chuyển động dao động một chiều của các nguyên tử trong mạng tinh thể. Cùng với sự tăng nhiệt độ, khoảng cách trung bình giữa các nguyên tử cũng tăng. Nếu kí hiệu khoảng cách cực đại và cực tiểu giữa các nguyên tử trong quá trình dao động lần lượt là* r_1 *và* r_2*, thì khoảng cách trung bình giữa các nguyên tử có thể coi là giá trị trung bình cộng của hai khoảng cách đó.*

• *Có thể dùng công thức gần đúng* $(1+x)^{\alpha} \approx 1 + \alpha x + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2}x^2$, *với x là giá trị nhỏ so với 1.*

28.2. Điện – từ

Cuộn dây AB có lõi sắt, được mắc với một nguồn điện xoay chiều. Điện áp giữa hai cực của nguồn là $u = U_0 \sin \omega t$. Một tụ điện có điện dung C được mắc với điểm M của cuộn dây và một cực của nguồn như ở hình 28.1. Điểm M chia cuộn dây thành hai phần có tỉ số chiều dài là $\frac{AM}{MB} = \frac{3}{2}$. Biết số vòng dây trên mỗi đơn vị chiều dài không đổi dọc theo AB, cuộn dây có độ tự cảm L.



Hình 28.1

Giả thiết L không thay đổi, điện trở thuần của cuộn dây và dây nối không đáng kể.

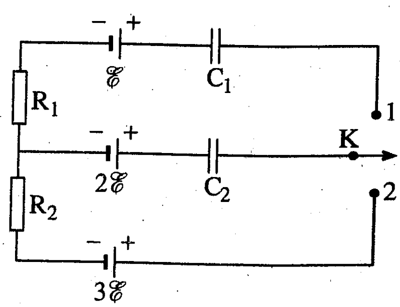
a) Tìm cường độ dòng điện tức thời trên đoạn MB của cuộn dây.

b) Thay tụ điện bởi điện trở R. Tìm cường độ dòng điện hiệu dụng qua đoạn MB.

28.3. Điện học

Trong mạch điện ở hình 28.2, khóa K lúc đầu mở (mạch hở), các tụ điện có cùng điện dung C và chưa tích điện, các nguồn điện không có điện trở trong.

Tại thời điểm nào đó, khóa K được đóng vào chốt 1. Sau khi cân bằng điện, khóa K được chuyển sang chốt 2. Sau khi cân bằng điện, khóa K lại được chuyển về chốt 1... Quá trình cứ như thế được lặp lại.



Hình 28.2

Gọi Q_1 và Q_2 lần lượt là nhiệt lượng tỏa ra trên R_1 và R_2 sau rất nhiều lần chuyển khóa K giữa hai chốt. Tính tỉ số $\frac{Q_1}{Q_2}$.

28.4. Lượng tử ánh sáng

Một ống phát tia Roentghen làm việc ở hiệu điện thế $U = 10^5 V$. Bỏ qua động năng của êlectron khi nó bứt khỏi catôt.

Một phôtôn có bước sóng ngắn nhất được phát ra từ ống trên tới tán xạ trên một êlectron tự do đang đứng yên. Do kết quả tương tác, êlectron bị "giật lùi"

a) Hãy tính góc "giật lùi" của êlectron (góc giữa hướng bay của êlectron và hướng của phôtôn tới) và góc tán xạ của phôtôn. Biết động năng của êlectron "giật lùi" là $W_{dc} = 10$ keV.

b) Tính động năng lớn nhất mà êlectron có thể thu được trong quá trình tán xạ.

28.5. Vật lí hạt nhân

Phóng xạ β là dòng các êlectron chuyển động với vận tốc rất lớn, cỡ 0,6c (c là vận tốc ánh sáng trong chân không). Lần đầu tiên khi quan sát phóng xạ β, người ta cho rằng thành phần cấu tạo của hạt nhân nguyên tử, ngoài prôtôn và nơtron, còn có êlectron.

a) Dựa vào hệ thức ước lượng động lượng cực tiểu của một hạt vi mô khối lượng m chuyển động trên một đoạn thẳng chiều dài L :

$$|p_x|_{min} = \frac{h}{8\pi L}, \text{ h là hằng số Planck.}$$

Hãy chứng minh rằng điều đó không đúng (khi tính toán lấy đường kính của hạt nhân nguyên tử bằng 10^{-14} m).

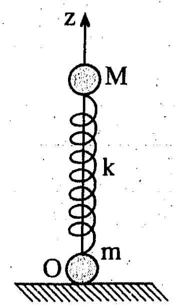
b) Dựa vào hệ thức bất định $\Delta x.\Delta p_x \geq \frac{h}{4\pi}$, trong đó $\Delta x, \Delta p_x$ tương ứng là các giá trị sai số tọa độ và sai số động lượng của hạt, chứng minh hệ thức trên.

29. Đề thi chọn đội tuyển dự IPhO năm 2007, ngày thi thứ nhất

29.1. Cơ học

Bạn được tặng một cái hộp. Khi bạn mở nắp hộp ra, thì thật bất ngờ, một chú hề bật ra. Đó là *hộp bất ngờ*. Bài toán sau xét về mô hình của đồ chơi này.

Cho hai vật nhỏ (có thể coi như những chất điểm) có khối lượng tương ứng là m và M được gắn với nhau bằng một lò xo có độ cứng k, chiều dài tự nhiên l và khối lượng không đáng kể. Hai vật m và M được lồng vào một trục thẳng đứng có thể trượt không ma sát dọc theo trục. Gắn trục toạ độ Oz dọc theo trục, gốc O ở mặt sàn và có chiều hướng lên trên (Hình 29.1).



Hình 29.1

Ở trạng thái nghỉ, vật m nằm trên sàn và có toạ độ $z_0 = 0$, vật M nằm ở đầu trên của lò xo và có toạ độ z_a.

a) Ta nén vật M cho đến khi nó có toạ độ z_b (với $z_b < z_a$) rồi thả nó ra với vận tốc ban đầu bằng 0 (coi lúc đó là thời điểm t = 0). Hỏi cần nén vật M ít nhất đến điểm có toạ độ z_b bằng bao nhiêu để khi lò xo dãn ra, vật m bị nâng lên khỏi mặt sàn ?

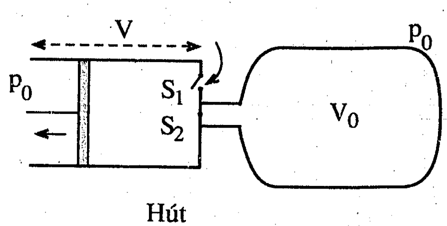
b) Giả sử điều kiện ở ý a) được thoả mãn, hãy xác định toạ độ z_c và vận tốc v_c của vật M ở thời điểm t_c, lúc mà vật m bắt đầu bị nâng lên khỏi mặt sàn. Biểu thị z_c và v_c theo k, m, M, l, z_b.

c) Hãy xác định độ cao cực đại z_{Gmax} mà khối tâm G của hệ hai vật m, M đạt được khi vật m được nâng lên khỏi mặt sàn. Biểu thị z_{Gmax} theo k, m, M, l, z_b.

29.2. Nhiệt học

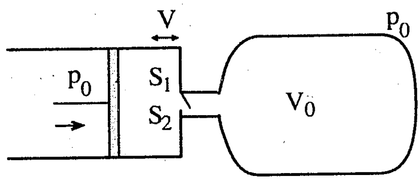
Một bình có thể tích V_0 ban đầu chứa không khí (coi như khí lí tưởng) ở áp suất p_0. Người ta có thể làm tăng áp suất này của bình bằng cách dùng bơm thổi không khí vào. Bơm gồm một xi lanh trong đó có một pittông trượt không ma sát được dẫn động nhờ một động cơ (giả sử pittông dịch chuyển đủ chậm). Thể tích cực đại của xi lanh là V (ứng với pittông ở cuối hành trình bên trái) và có thể tích cực tiểu là v (ứng với pittông ở cuối hành trình bên phải).

Khi pittông dịch chuyển sang trái, các van S_1 và S_2 ban đầu đóng, sau đó S_1 (Hình 29.2) mở ngay khi áp suất của lượng khí trong xilanh bằng áp suất khí quyển p_0 ; không khí bên ngoài được hút vào xilanh.



Hình 29.2

Khi pittông dịch chuyển sang phải (Hình 29.3), S_1 đóng và không khí trong xilanh bị nén lại ; ngay khi áp suất không khí trong xilanh bằng áp suất không khí trong bình thì van S_2 mở (Hình 29.3) và không khí được bơm vào trong bình.



Hình 29.3

1. Giả sử rằng trong các quá trình biến đổi đó khí liên tục đi qua các trạng thái cân bằng với nhiệt độ không đổi.

a) Tính áp suất p_k của không khí trong bình sau k lần đi – về của pittông.

b) Tính giá trị giới hạn của p_k khi k rất lớn.

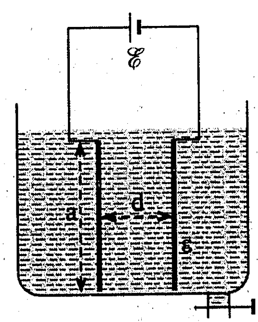
2. Giả thiết rằng v rất nhỏ có thể bỏ qua.

a) Tính p_k theo p_0, V, V_0 và k.

b) Tính công mà động cơ thực hiện sau k lần đi – về của pittông.

29.3. Điện học

Một tụ điện phẳng có các bản hình vuông cạnh a, cách nhau một khoảng d được nhúng ngập trong bình đựng chất điện môi lỏng, sao cho mép dưới của các bản tụ ở sát đáy bình (xem hình 29.4). Bình có diện tích tiết diện ngang là S_1 và được đặt trên mặt bàn nằm ngang. Hai bản tụ điện được nối với nguồn điện có suất điện động $\mathscr{E}$ không đổi, điện trở trong không đáng kể. Chất điện môi có hằng số điện môi ε và được coi như một chất lưu. Nhờ một lỗ có diện tích tiết diện ngang S_2 ở đáy bình, chất điện môi được tháo ra khỏi bình.



Hình 29.4

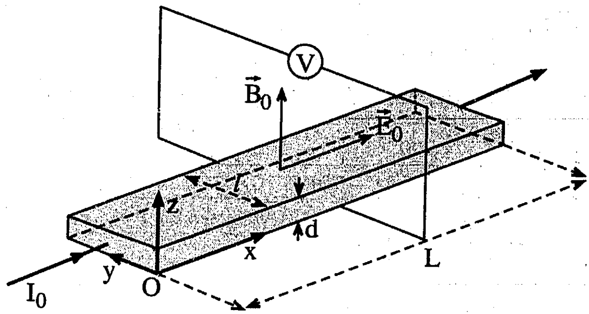
Bỏ qua điện trở các dây nối, hãy xác định sự phụ thuộc của cường độ dòng điện trong mạch vào thời gian và vẽ đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc đó. Lấy gốc thời gian khi mặt thoáng của chất điện môi ở ngang mép trên của các bản tụ điện. Cho gia tốc trọng trường là g.

29.4. 1. Một êlectron có vận tốc ban đầu không đáng kể chuyển động vào vùng không gian có điện trường đều $\vec{E}_0$. Ngoài tác dụng của điện trường, êlectron còn chịu tác dụng của lực cản do môi trường mà nó đi qua gây ra :

$$\vec{F} = -\frac{m_e\vec{v}}{\tau}$$

trong đó m_e và v lần lượt là khối lượng và vận tốc của êlectron, τ là một hằng số.

Xét chuyển động của êlectron trong hệ quy chiếu Oxyz, trong đó $\vec{E}_0$ hướng theo trục x. Bỏ qua tác dụng của trọng trường.



Hình 29.5

Tìm biểu thức vectơ vận tốc của êlectron theo thời gian. Chứng minh rằng vận tốc này tiến tới giới hạn $\vec{v}_\infty$. Tính giới hạn đó và thời gian để vận tốc đạt được giá trị giới hạn $\vec{v}_\infty$ với sai số 1%.

2. Germani (Ge) là một chất cách điện tốt. Khi đưa vào nó một lượng nguyên tử tạp chất với nồng độ rất thấp, chẳng hạn như antimoan (Sb), thì độ dẫn điện của Ge tăng lên rất mạnh. Khi đó ta nhận được chất bán dẫn pha tạp, kí hiệu là Ge :Sb. Các tính chất điện của chất bán dẫn này phụ thuộc vào mật độ nguyên tử N của Sb và vào nhiệt độ T.

Người ta giải thích sự tăng độ dẫn điện của chất bán dẫn pha tạp này theo mô hình sau :

Trong Ge tinh khiết, tất cả các êlectron đều bị giữ chặt trong các liên kết hoá học, do đó chúng không thể tham gia dẫn điện. Giả sử rằng khi được pha tạp Sb với mật độ N, ở nhiệt độ phòng, mỗi nguyên tử Sb "giải phóng" một êlectron khỏi liên kết. Dưới tác dụng của một điện trường $\vec{E}_0$, các êlectron này chuyển động với vận tốc $\vec{v}$. Coi tác dụng của các nguyên tử và iôn của mạng lên các êlectron này như một lực cản nói ở ý 1. Ở chế độ ổn định (lúc này vận tốc chuyển động của các êlectron trong mẫu đạt tới một giá trị giới hạn không đổi)

a) Hãy tìm biểu thức của mật độ dòng điện $\vec{j}$, từ đó suy ra biểu thức điện trở suất ρ_e của Ge :Sb theo m_e, N, e và τ.

b) Cho biết $\rho_e = 1,22.10^{-2}$ Ω.m đối với một mẫu có mật độ $N = 1,6.10^{21}$ m^{-3}. Hãy tính mật độ nguyên tử Ge của mẫu. Xác định số nguyên tử Sb tương ứng với một nguyên tử Ge trong mẫu.

c) Biết Ge có khối lượng mol M = 72,6 g/mol, khối lượng riêng $\mu = 5,32.10^3$ kg/m^3, hãy tính τ.

3. Người ta cắt từ mẫu Ge :Sb này một khối hộp chữ nhật, chiều dài L = 20mm (song song với trục Ox), chiều rộng l = 1mm (song song với Oy), chiều cao d = 0,2 mm (song song với Oz). Cho dòng điện có cường độ I_0 chạy dọc theo chiều dài của khối, khi đó trong khối xuất hiện điện trường đều $\vec{E}_0$ hướng dọc theo trục Ox. Sau đó, đặt lên mẫu từ trường không đổi $\vec{B}_0$ hướng theo trục Oz (Hình 29.5). Ở chế độ ổn định, hãy :

a) Chứng minh rằng $E_0 = \dfrac{\rho_e I_0}{l d}$.

b) Chứng minh một cách định tính rằng chuyển động của các êlectron tự do dẫn đến sự xuất hiện một hiệu điện thế U_h giữa hai mặt bên của mẫu (các mặt vuông góc với trục Oy) (Hiệu ứng Hall).

c) Viết phương trình chuyển động của một êlectron tự do. Từ đó suy ra biểu thức của điện trường $\vec{E}_h$ (điện trường hướng theo trục Oy) như một hàm của những số liệu cho trong bài.

d) Tính hiệu điện thế U_h với các giá trị I_0 = 10mA và B_0 = 0,1T.

Nêu một ứng dụng của hiện tượng trên.

29.5. Vật lí hạt nhân

Một lò phản ứng hạt nhân có chứa nhiên liệu urani đã được làm giầu urani 235 ($^{235}_{92}U$) và chất làm chậm là than chì ($^{12}_{6}C$). Khi lò hoạt động, urani 235 bị phân hạch theo phản ứng :

$$^{1}_{0}n + {}^{235}_{92}U \rightarrow {}^{A}_{39}X + {}^{138}_{Z}Y + 3({}^{1}_{0}n)$$

1. Tính A và Z của các hạt nhân X và Y. Biết rằng độ hụt khối trong phản ứng phân hạch nói trên là 0,006675u và giả thiết toàn bộ năng lượng toả ra trong phản ứng dùng để cung cấp cho các nơtron thứ cấp có động năng như nhau. Tính vận tốc của nơtron thứ cấp.

2. Các nơtron thứ cấp được sinh ra sau phản ứng phân hạch tới va chạm với các nguyên tử cacbon của chất làm chậm (xem là đứng yên). Giả thiết các va chạm đó là hoàn toàn đàn hồi, không có sự biến đổi các hạt thành hạt khác và sau va chạm các hạt chuyển động cùng phương. Hỏi sau bao lần va chạm thì nơtron thứ cấp trở thành nơtron nhiệt (các nơtron nhiệt là

các nơtron có năng lượng cỡ k_BT_{ph}, trong đó k_B là hằng số Boltzmann, $T_{ph} = 300$ K là nhiệt độ phòng).

3. Giả sử một nơtron nhiệt bị hấp thụ bởi một hạt nhân urani 238 ($^{238}_{92}U$) có trong nhiên liệu urani.

a) Tính vận tốc của hạt nhân được tạo thành.

b) Hạt nhân được tạo thành không bền, nó biến đổi thành plutôni ($^{239}_{94}Pu$) và phát ra hai hạt X giống nhau. Xác định hạt X. Viết phương trình phân rã đầy đủ. Tìm động năng cực đại và vận tốc tương ứng của hạt X.

Cho biết khối lượng của nơtron, $m_n = 1,008665u$;

khối lượng của hạt nhân urani 238, m(U) = 238,048608u ;

khối lượng của hạt nhân plutoni, m(Pu) = 239,052146u ;

đơn vị khối lượng nguyên tử, $1u = 1,66.10^{-27}kg = 931\ MeV/c^2$.

29.6. Thuyết tương đối

1. Có hai anh em sinh đôi. Vào năm họ 20 tuổi thì người anh lên tàu vũ trụ bay với vận tốc v = 0,8c ($c = 3.10^8$m/s là vận tốc ánh sáng trong chân không) tới một ngôi sao S ở cách Trái Đất 12 nas (nas là chiều dài bằng quãng đường ánh sáng đi được trong một năm) rồi lập tức quay về cùng với vận tốc v.

Người em ở lại Trái Đất dùng các công thức của thuyết tương đối hẹp để tính xem vào lúc người anh trở lại Trái Đất thì mỗi người đã bao nhiêu tuổi. Người anh cũng dùng các công thức ấy để tính tuổi hai anh em lúc gặp lại nhau. Hãy làm các tính toán của họ và nêu kết luận của họ về sự già hoặc trẻ của hai anh em với nhau.

2. Năm 1971 thuyết tương đối của Einstein đã được kiểm chứng như sau :

Người ta đặt đồng hồ nguyên tử Cs rất chính xác lên một máy bay, cho bay một vòng theo một vĩ tuyến xác định và so sánh thời gian bay t_b tính theo đồng hồ trên máy bay với thời gian t_d tính theo một đồng hồ nguyên tử Cs khác gắn với mặt đất có cùng vĩ độ. Lần đầu bay theo hướng Đông, lần sau bay theo hướng Tây ở cùng độ cao. Vận tốc của máy bay đối với mặt đất là v = 250 m/s. Đối với quan sát viên O đứng yên ở Bắc cực thì đồng hồ gắn với mặt đất có vận tốc $v_d = 400$ m/s.

Coi các hệ quy chiếu gắn với máy bay hoặc mặt đất đều là hệ quy chiếu quán tính, hãy tính hiệu số $\Delta t = t_b - t_d$ cho lần bay theo hướng Đông ($\Delta t_Đ$) và lần bay theo hướng Tây (Δt_T). Biết $t_d = 45h$.

Thời gian bay một vòng vĩ tuyến theo hướng này ngắn hơn so với bay theo hướng kia bao nhiêu nanô giây ?

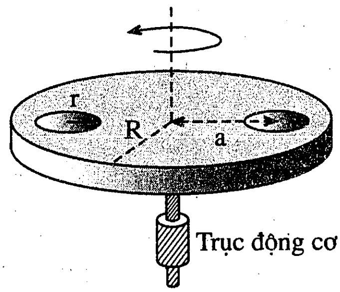
30. Đề thi chọn đội tuyển dự IPhO năm 2007, ngày thi thứ hai

Phương án thí nghiệm

30.1. Xác định momen lực phát động của động cơ và xác định momen cản của trục quay

Cho các dụng cụ và linh kiện :

– Trục quay của động cơ điện được gắn một đĩa kim loại có khoét 2 lỗ nhỏ. Đĩa kim loại có bán kính R, khối lượng M. Các lỗ nhỏ có bán kính r, tâm của chúng cách tâm của đĩa một khoảng là a, như hình 30.1



Hình 30.1

– 1 điôt laze ;

– 1 nguồn để nuôi động cơ ;

– 1 Một phôtôđiôt được sử dụng làm phần tử cảm biến chuyển đổi ánh sáng thành tín hiệu điện ;

– 1 nguồn điện 5 V một chiều ;

– 1 máy đếm tần số cho phép xác định số vòng quay ;

– 1 biến trở ;

– 1 đồng hồ (để đo thời gian) ;

– Các dây nối, cái đảo mạch,...

Yêu cầu xây dựng phương án thí nghiệm

Chỉ xét các quá trình động cơ chuyển động biến đổi đều.

– Hãy nêu phương án đo gia tốc góc γ và giải thích.

– Xây dựng biểu thức tính momen lực phát động M_P của động cơ và momen cản M_C của trục quay. Từ đó đưa ra các bước thực nghiệm để đo M_P và M_C.

– Lập các biểu bảng cần thiết. Giải thích về biểu bảng đã lập.

– Xây dựng các biểu thức tính sai số của các phép đo đại lượng M_P và M_C.

30.2. Đo độ ẩm tỉ đối của không khí

a) Cho hai nhiệt kế giống nhau, có độ chia đến $0,1^{o}C$. Hãy đề xuất một phương án thí nghiệm chỉ dùng hai nhiệt kế ấy và một số vật liệu thông thường khác để có thể nhận biết được sự thay đổi độ ẩm tỉ đối của không khí trong phòng. Nhiệt độ không khí coi như không đổi.

b) Biết rằng áp suất hơi bão hoà của nước tuân theo gần đúng công thức Clapeyron-Clausius :

$$\frac{dp_{bh}}{dT} = \frac{L}{T(v_h - v_L)}$$

trong đó $L \approx 2240 J/g$ là nhiệt hoá hơi của nước ; v_h và v_L lần lượt là thể tích của 1g hơi nước bão hoà và 1g nước ở nhiệt độ T. Hãy lập biểu thức tính độ ẩm tỉ đối của không khí theo các thông số đo được bằng các dụng cụ nói trên (coi áp suất và thể tích của hơi nước bão hoà tuân theo phương trình trạng thái khí lí tưởng). Lập bảng cho phép suy ra độ ẩm tỉ đối của không khí (trong khoảng từ 80% đến 100%) theo các số đo mà các dụng cụ trên đo được. Cho nhiệt độ phòng là $27^{o}C$.

c) Nêu nguyên nhân sai số của phép đo và hướng khắc phục.

30.3. Xác định chiết suất của tấm thuỷ tinh, hệ số phản xạ $R_{\perp}$ trong trường hợp tia tới vuông góc với bề mặt của tấm kính

Nếu I_t là cường độ của dòng ánh sáng chiếu đến mặt phân cách của hai môi trường trong suốt, I_p là cường độ của chùm sáng phản xạ trên mặt phân cách đó, I_q là cường độ chùm sáng khúc xạ, thì hệ số phản xạ của ánh sáng trên mặt phân cách đó sẽ là : $R = \frac{I_P}{I_t}$, và hệ số truyền qua là

$$T = \frac{I_q}{I_t}$$

Hệ số phản xạ R và hệ số truyền qua T phụ thuộc bản chất của hai môi trường, bước sóng của ánh sáng tới và góc tới. Ngay cả trong trường hợp tia tới vuông góc với bề mặt vật cũng có thành phần tia phản xạ cùng phương với tia tới.

Cho các dụng cụ và linh kiện :

– 1 điôt laze ;

– 1 thước đo độ ;

– 1 lux kế để đo cường độ của ánh sáng ;

– Vài tấm thủy tinh phẳng trong đó một tấm được bôi đen một mặt (các tấm này được dùng để đo hệ số phản xạ) ;

– 1 tấm thuỷ tinh dày (được dùng để đo chiết suất) ;

– 1 kính phân cực ;

– Giấy vẽ đồ thị và các giá đỡ thích hợp để xây dựng thành hệ đo.

Yêu cầu xây dựng phương án thí nghiệm

a) Nêu phương án, vẽ sơ đồ và giải thích cách đo chiết suất của tấm thuỷ tinh dày.

b) Hãy vẽ sơ đồ phép đo hệ số phản xạ $R_{\perp}$ trong trường hợp tia tới vuông góc với bề mặt của tấm kính. Giải thích nguyên tắc của hệ đo. Thiết lập công thức tính hệ số $R_{\perp}$. Tính sai số của phép đo $R_{\perp}$. Coi rằng sai số tỉ đối của lux kế là 1%.

30.4. Xác định bán kính cong của hai mặt thấu kính hội tụ và chiết suất của vật liệu dùng làm thấu kính

Cho các dụng cụ và linh kiện :

– 1 thấu kính hội tụ ;

– 1 hệ giá đỡ dụng cụ quang (có thể đặt ở các tư thế khác nhau) ;

– 1 nguồn laze ;

– 1 màn ảnh ;

– 1 cốc thuỷ tinh đáy phẳng, mỏng, trong suốt, đường kính trong đủ rộng ;

– 1 thước đo chiều dài chia tới milimét ;

– Các vật liệu khác : kẹp, nước sạch (chiết suất $n_n = \frac{4}{3}$),...

Yêu cầu xây dựng phương án thí nghiệm

a) Trình bày phương án thí nghiệm xác định bán kính cong của hai mặt thấu kính hội tụ và chiết suất của vật làm thấu kính.

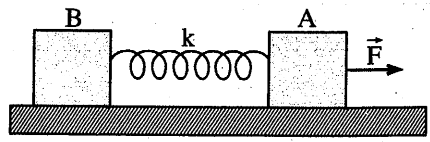
b) Xây dựng các công thức liên quan.

c) Nêu những nguyên nhân gây sai số và các biện pháp khắc phục.

31. Đề thi chọn đội tuyển dự IPhO năm 2008, ngày thi thứ nhất

31.1. Cơ học

Hai vật A, B có cùng khối lượng m được nối với nhau bằng một lò xo có khối lượng không đáng kể, độ cứng k (Hình 31.1). Hệ số ma sát trượt giữa mỗi vật và mặt sàn là μ. Lực ma sát nghỉ cực đại tác dụng lên mỗi vật có cường độ là 3 μmg/2.



Hình 31.1

Lúc đầu A được kéo bằng một lực có phương nằm ngang, độ lớn F = 2μmg. Đến khi B bắt đầu chuyển động, người ta điều chỉnh độ lớn của lực F sao cho A luôn chuyển động với vận tốc không đổi.

a) Viết phương trình chuyển động của vật A.

b) Khảo sát chi tiết chuyển động của vật B đối với mặt sàn. Tìm chu kì chuyển động của vật B. Biểu thị sự phụ thuộc vận tốc của vật B đối với mặt sàn theo thời gian.

31.2. Nhiệt học

Một bình hình trụ kín, thẳng đứng, được chia làm hai ngăn bằng một vách ngăn di động có trọng lượng đáng kể. Nhiệt độ của cả hệ là T_0, vách ngăn ở vị trí cân bằng, khí ở ngăn trên (kí hiệu là ngăn A) có áp suất 10 kPa và có thể tích gấp 3 lần thể tích của khí ở ngăn dưới (kí hiệu là ngăn B), áp suất khí ở ngăn dưới là 20 kPa.

a) Lật ngược bình hình trụ, để cho bình thẳng đứng, ngăn B ở trên, ngăn A ở dưới. Tính áp suất và thể tích khí trong ngăn A sau khi nhiệt độ trở về T_0 và cân bằng được thiết lập.

b) Sau khi lật ngược bình như ở câu a) thì phải làm cho nhiệt độ của cả hệ biến đổi như thế nào, để thể tích của ngăn A và của ngăn B bằng nhau ?

c) Tính tổng nhiệt lượng cần truyền cho khí trong cả hai ngăn để thực hiện được biến đổi nhiệt độ như ở câu b). Biết rằng khí trong cả hai ngăn đều là lưỡng nguyên tử và thể tích ban đầu của ngăn B là V = 0,1 lít.

d) Sau khi thay đổi nhiệt độ như ở câu b), dùng tác động từ bên ngoài (ví dụ từ trường mạnh tác dụng lên vách ngăn có từ tính) kích thích để vách ngăn dao động nhỏ quanh vị trí cân bằng. Tính tần số dao động.

Có thể coi khí trong từng ngăn biến đổi đoạn nhiệt khi vách ngăn dao động. Biết chiều cao của cột khí trong mỗi ngăn khi cân bằng là 20 cm. Lấy $g = 9{,}81\ m/s^2$.

31.3. Điện – từ

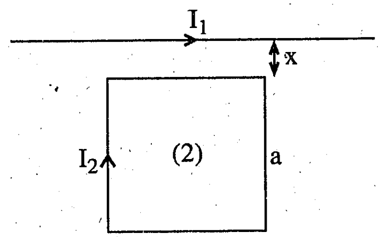
Cho hai khung dây dẫn phẳng (1) và (2) giống nhau, đều là hình vuông cạnh a, có cùng khối lượng m.

1. Ban đầu vòng dây (1) được đặt cố định trên mặt bàn nằm ngang còn vòng dây (2) đặt ở phía trên song song với vòng dây (1), đồng trục với vòng dây (1). Cho hai dòng điện không đổi có cùng cường độ chạy trong hai vòng dây đó và có chiều sao cho hai vòng dây đẩy nhau. Thí nghiệm cho thấy khi cường độ dòng điện có giá trị I thì vòng dây (2) nằm lơ lửng bên trên vòng dây (1) và cách vòng dây (1) một khoảng d (d << a).

a) Tìm biểu thức của I theo m, a và d. Áp dụng số : a = 40 cm, m = 2,5 g, d = 2 mm.

b) Kéo nhẹ vòng (2) xuống dưới theo phương thẳng đứng một đoạn nhỏ A (A << d) rồi buông ra. Tính khoảng thời gian ngắn nhất để khoảng cách giữa hai vòng dây có giá trị lớn nhất.

2. Sau đó, người ta thay vòng dây (1) bằng một dây dẫn rất dài nằm ngang, còn vòng dây (2) thì đặt trong cùng mặt phẳng thẳng đứng với dây dẫn và có hai cạnh song song với dây dẫn. Thí nghiệm cho thấy khi cho hai dòng điện có cường độ I_1 và I_2 chạy trong dây dẫn (chiều như hình 31.2) thì vòng dây (2) nằm cân bằng. Khoảng cách giữa cạnh trên của vòng dây (2) và dây dẫn là x.



Hình 31.2

a) Tính x, biết $I_1 = I_2 = 50A$.

b) Kéo nhẹ vòng dây (2) lên trên theo phương thẳng đứng một đoạn rất nhỏ rồi buông ra. Vòng dây (2) sẽ chuyển động như thế nào ? Tính khoảng cách nhỏ nhất giữa tâm vòng dây (2) và dây dẫn.

Bỏ qua mọi hiện tượng cảm ứng điện từ. Lấy $g = 10\ m/s^2$.

31.4. Cơ học

Coi Trái Đất (T) chuyển động xung quanh Mặt Trời (S) theo một quỹ đạo tròn bán kính $R_T = 150.10^9 m$ với chu kì T_0 và vận tốc v_T. Một sao chổi (C) chuyển động với quỹ đạo nằm trong mặt phẳng quỹ đạo của Trái Đất, đi gần Mặt Trời nhất ở khoảng cách bằng kR_T với vận tốc ở điểm đó là v_1. Bỏ qua tương tác của sao chổi với Trái Đất và các hành tinh khác trong hệ Mặt Trời.

a) Xác định vận tốc v của sao chổi khi nó cắt quỹ đạo của Trái Đất theo k, v_T và v_1. Cho biết $k = 0,42$; $v_T = 3.10^4$ m/s và $v_1 = 65,08.10^3$ m/s.

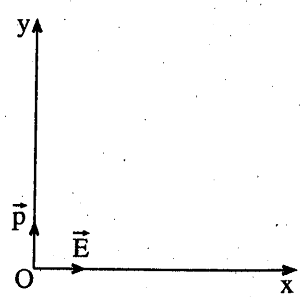
b) Chứng minh rằng quỹ đạo của sao chổi này là một elip. Hãy xác định bán trục lớn a dưới dạng $a = \lambda R_T$ và tâm sai e của elip này theo k, v_T và v_1. Biểu diễn chu kì quay của sao chổi quanh Mặt Trời dưới dạng $T = nT_0$. Xác định trị số của λ, e và n.

c) Gọi τ là khoảng thời gian mà sao chổi còn ở bên trong quỹ đạo của Trái Đất, tức là $r = CS \le R_T$. Giá trị của τ cho ta biết cỡ độ lớn của khoảng thời gian có thể quan sát được sao chổi này từ Trái Đất. Hãy biểu diễn τ dưới dạng một tích phân và hãy tính gần đúng tích phân đó.

31.5. Thuyết tương đối

Cho một hạt điện tích $q > 0$ chuyển động tương đối tính trong một điện trường đều $\vec{E} = \{E, 0\}$ thuộc mặt phẳng Oxy. Lúc $t = 0$, hạt đi qua gốc toạ độ với động lượng $\vec{p} = \{0, p_0\}$. Biết khối lượng nghỉ của hạt là m_0.

a) Thiết lập phương trình chuyển động và vẽ phác dạng quỹ đạo của hạt.

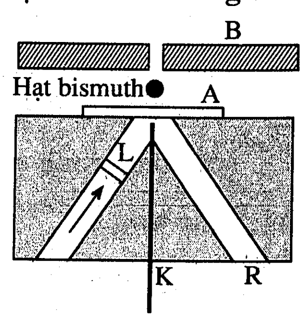


Hình 31.3

b) Xác định vectơ vận tốc của hạt ở thời điểm $t = \dfrac{p_0}{qE}$.

31.6. Thí nghiệm Dobronravov và Ioffe xác nhận tính hạt của ánh sáng :

Trong một bản êbônit dày, người ta khoét một lỗ nhỏ. Lỗ này dùng làm một ống tia Roentghen tí hon. Không khí trong ống được rút qua ống nhỏ R. Đoạn cuối của ống có một dây mảnh bằng nhôm K dùng làm âm cực của ống. Đối âm cực là một bản nhôm mỏng A. Sợi dây K được rọi bằng những tia tử ngoại qua cửa sổ thạch anh L. Các quang êlectron bị bật khỏi dây K sẽ được tăng tốc



Hình 31.4

qua một điện trường có hiệu điện thế 12000 V giữa bản A và dây K. Khi va chạm với bản A, các êlectron sẽ bị hãm lại và phát ra tia X. Tia X bị hấp thụ ít trong bản nên thực tế nó đi qua bản một cách tự do. Dây dẫn K được rọi một thông lượng bức xạ tử ngoại sao cho nó chỉ làm bật ra khoảng 1000 êlectron trong một giây. Những êlectron này, khi va chạm với bản A, sẽ gây ra khoảng 1000 xung tia X trong một giây.

Người ta đặt một bản nhôm thứ hai B, song song với bản A và tạo cùng với A một tụ điện phẳng. Qua một lỗ nhỏ khoét trên bản B người ta đưa vào trong tụ điện phẳng một hạt bitmut tích điện có bán kính vào khoảng $r = 3.10^{-5}$ cm. Giữa hai bản A và B có đặt một hiệu điện thế sao cho lực tĩnh điện tác dụng lên hạt bitmut cân bằng với trọng lượng của nó. Vì vậy, hạt bitmut sẽ được giữ lơ lửng cách đối âm cực một khoảng d = 0,02 cm.

Tia X sau khi đi qua bản A, chiếu vào hạt bitmut làm bật êlectron ra, và làm cho nó mất cân bằng. Thực nghiệm cho thấy trung bình cứ sau τ = 30 phút thì hạt bitmut lại bị mất cân bằng.

a) Chứng minh rằng không thể sử dụng quan điểm sóng để giải thích kết quả thí nghiệm trên.

b) Hãy sử dụng quan điểm hạt để giải thích kết quả thí nghiệm trên.

32. Đề thi chọn đội tuyển dự IPhO năm 2008, ngày thi thứ hai

32.1. Đo gia tốc của vật chuyển động sử dụng cơ cấu biến đổi điện dung

Để đo gia tốc của một ô tô chuyển động trên đường nằm ngang, người ta có thể dùng một cơ cấu biến đổi điện dung kết hợp với một số điện trở và dụng cụ đo khác.

Cho các dụng cụ, linh kiện và thiết bị sau :

– Bộ cơ cấu biến đổi điện dung ;

– 2 điện trở R_1 và R_2 giống nhau ;

– Nguồn điện một chiều ;

– 1 dao động kí điện tử ;

– Các dây nối và các dụng cụ để lắp đặt.

Hãy :

a) Vẽ sơ đồ xây dựng hệ đo gia tốc của một ôtô chuyển động thẳng trên đường nằm ngang. Giải thích cách đo.

b) Xây dựng biểu thức tính gia tốc của ôtô theo giá trị điện áp U đọc trên dao động kí.

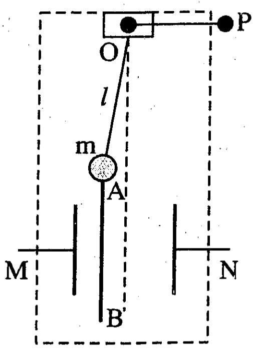
c) Biện luận về giới hạn của hệ đo.

Mô tả cơ cấu biến đổi điện dung :

Cơ cấu biến đổi điện dung là một hệ thống đặt trong hộp chân không (Hình 32.1) bao gồm :

– 1 tụ điện phẳng điện dung C biết trước, hai đầu M, N được đưa ra ngoài hộp.

– 1 con lắc : dây treo bằng kim loại dài *l* xuyên qua một quả cầu khối lượng m. Một tấm kim loại AB có diện tích S (bằng diện tích bản tụ) luôn luôn song song với các bản tụ và được liên kết trực tiếp với dây treo của con lắc. Khối lượng của tấm AB rất nhỏ so với khối lượng m của con lắc.



Hình 32.1

– Con lắc được treo tại điểm O và được nối với một dây dẫn điện, đưa ra ngoài hộp tại P.

Toàn hộp được treo trên trần của ôtô.

32.2. Xác định đặc trưng của linh kiện quang điện trở

Quang điện trở là linh kiện trong đó sự thay đổi điện trở R theo năng thông bức xạ gửi tới Φ có dạng $R = A\Phi^{-\gamma}$ với A, γ là các hằng số phụ thuộc vào bản chất vật liệu, kích thước và hình dạng của quang điện trở.

Điện trở của dây kim loại vonfam phụ thuộc vào nhiệt độ theo hàm số :

$$R_t = R_0(1 + \alpha t + \beta t^2)$$

R_t và R_0 là điện trở dây tóc đèn ở t^oC và 0^oC ; α, β là các hệ số nhiệt điện trở của dây tóc vonfam : $\alpha = 4{,}82.10^{-3}\ K^{-1}$; $\beta = 6{,}76.10^{-7}\ K^{-2}$.

Cho các dụng cụ, linh kiện và thiết bị sau :

– Quang điện trở ;

– Bóng đèn sợi đốt có dây tóc bằng vonfam ;

– 1 nguồn điện một chiều ;

– 1 biến trở ;

– 1 ampe kế ; 1 vôn kế ; 1 ôm kế ;

– Nhiệt kế ;

– Dây nối, các thiết bị che chắn và các giá đỡ cần thiết.

Hãy trình bày :

a) Cơ sở lí thuyết xác định hằng số γ trong công thức $R = A\Phi^{-\gamma}$. Có thể sử dụng quang điện trở để đo độ rọi ánh sáng được không ?

b) Sơ đồ bố trí thí nghiệm, cách thức thu thập và xử lí số liệu.

c) Những lưu ý trong thí nghiệm, sai số của phép đo.

32.3. Xác định chiều dày màng mỏng bằng phương pháp giao thoa

Trong quá trình nghiên cứu chế tạo kính chống đọng nước cho ngành công nghiệp ôtô người ta đã phủ lên bề mặt kính một lớp mỏng màng vật liệu TiO_2 chiết suất n, chiều dày cỡ μm. Để xác định chiều dày của lớp màng vật liệu TiO_2 được phủ trên tấm thuỷ tinh mẫu, người ta sử dụng các thiết bị và dụng cụ sau :

– Giao thoa kế Y-âng (giao thoa kế này có khoảng cách giữa hai khe sáng là a, khoảng cách từ khe đến màn là D và cho phép xác định vị trí các vân giao thoa và khoảng vân chính xác) ;

– Hai tấm thuỷ tinh mỏng giống hệt nhau, một tấm có phủ thêm trên bề mặt một màng TiO_2 trong suốt.

Hãy trình bày :

a) Cơ sở lí thuyết xác định bước sóng ánh sáng dùng trong thí nghiệm và chiều dày của lớp màng vật liệu TiO_2.

b) Cách tiến hành thí nghiệm, sai số mắc phải.

32.4. Xác định hằng số Planck

Cho các dụng cụ, linh kiện và thiết bị sau :

– Quang điện trở ;

– Bóng đèn sợi đốt ;

– Ampe kế, vôn kế, ôm kế ;

– Kính lọc sắc (bước sóng λ) ;

– Kính phân cực (có hệ số hấp thụ và phản xạ là k) ;

– Nguồn điện một chiều, biến trở ;

– Nhiệt kế ;

– Ngắt mạch, dây nối, các tấm che chắn và giá đỡ cần thiết.

Hãy :

a) Thiết lập các công thức sử dụng trong thí nghiệm để xác định hằng số Planck.

b) Trình bày các bước tiến hành thí nghiệm và xử lí số liệu.

c) Nêu các điểm cần chú ý trong quá trình thí nghiệm.

Biết nhiệt độ của dây sợi đốt T của đèn thay đổi theo điện trở bóng đèn R_B có dạng hàm số $T = aR_B^{0,83}$ với a là hệ số chưa biết.

Gợi ý :

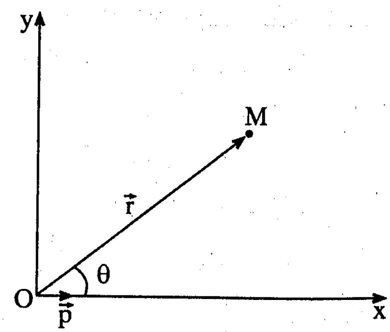
Quang điện trở là linh kiện có điện trở R thay đổi theo năng thông bức xạ Φ theo quy luật $R = A\Phi^{-\gamma}$ với A, γ là các hằng số phụ thuộc vào bản chất vật liệu, kích thước và hình dạng của quang điện trở. Thực nghiệm cần xác định hằng số γ.

Năng suất phát xạ đơn sắc bước sóng λ của vật đen tuyệt đối ở nhiệt độ T tính theo công thức : $f(\lambda,T) = \dfrac{2\pi}{\lambda^3}\dfrac{hc}{e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}} - 1}$, với $c = 3.10^8$m/s và $k_B = 1{,}38.10^{-23}$ J.K^{-1}, h là hằng số Planck.

33. Đề thi chọn đội tuyển dự IPhO năm 2009, ngày thi thứ nhất

33.1. Điện học

Trong mặt phẳng Oxy người ta đặt cố định tại gốc toạ độ O một lưỡng cực điện có momen lưỡng cực $\vec{p}$. Vectơ $\vec{p}$ nằm trên trục Ox và hướng theo chiều dương của Ox (Hình 33.1). Một hạt nhỏ khối lượng m, điện tích q chuyển động ở vùng xa gốc O trong mặt phẳng dưới tác dụng của điện trường gây bởi lưỡng cực. Bỏ qua tác dụng của trọng lực và lực cản. Xét chuyển động của hạt trong hệ toạ độ cực. Vị trí M của hạt ở thời điểm t được xác định bởi vectơ $\vec{r} = \overrightarrow{OM}$ và góc $\theta = (\overrightarrow{OM}, \vec{p})$.



Hình 33.1

a) Chứng minh rằng chuyển động của hạt tuân theo các phương trình vi phân sau :

$$\begin{cases} (r^2\theta')' = \dfrac{qp\sin\theta}{4\pi\varepsilon_0 mr^2} & (1) \\ r'^2 + rr'' = \dfrac{2W_0}{m} & (2) \end{cases}$$

Trong đó W_0 là năng lượng ban đầu của hạt.

b) Biết tại thời điểm t = 0 hạt ở vị trí M_0 có

$$r(0) = r_0 \ ; \ \theta(0) = \theta_0 \ ; \ r'(0) = r'_0 \ ; \ \theta'(0) = \theta'_0$$

Hãy xác định khoảng cách r(t) từ hạt tới gốc O theo t.

c) Tìm các điều kiện để hạt chuyển động theo quỹ đạo là cung tròn tâm O bán kính r_0. Tính chu kì và tốc độ góc cực đại của hạt. Mô tả chuyển động của hạt trong hai trường hợp : q > 0 và q < 0.

Cho $\int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{\cos\theta}} \approx 2,62$.

33.2. Điện – từ

Trong vùng không gian xung quanh điểm O tồn tại một từ trường. Cảm ứng từ tại điểm M bất kì ($\overrightarrow{OM} = \vec{r}$) là $\vec{B} = \frac{k}{r^2}\frac{\vec{r}}{r}$ với k là một hằng số. Ở thời điểm t = 0, tại điểm M_0 ($OM_0 = r_0$) có một hạt điện tích q, khối lượng m chuyển động với vận tốc $\vec{v}_0$ vuông góc với OM_0. Bỏ qua trọng lực và lực cản.

1. Chứng minh rằng độ lớn vận tốc v của hạt không đổi trên cả quỹ đạo của hạt.

2. Bằng cách lấy đạo hàm theo thời gian của tích vô hướng $\vec{r}.\vec{v}$ rồi tính tích vô hướng đó để :

a) Tìm sự phụ thuộc vào thời gian của bình phương khoảng cách từ hạt đến điểm O và của cotθ, với θ là góc lập bởi $\vec{v}$ và $\vec{r}$ ở thời điểm t.

b) Tính θ ở thời điểm mà $r = \sqrt{2}r_0$.

3. Bằng cách lấy đạo hàm theo thời gian của tích hữu hướng $\vec{r} \wedge \vec{v}$, rồi tính tích hữu hướng đó để suy ra quỹ đạo của hạt nằm trên một mặt nón đỉnh O. Hãy tính nửa góc ở đỉnh của hình nón đó theo k, m, q, r_0 và v_0.

Gợi ý : Cho công thức $\vec{r} \wedge (\vec{v} \wedge \vec{r}) = \vec{v}.r^2 - \vec{r}.(\vec{v}.\vec{r})$.

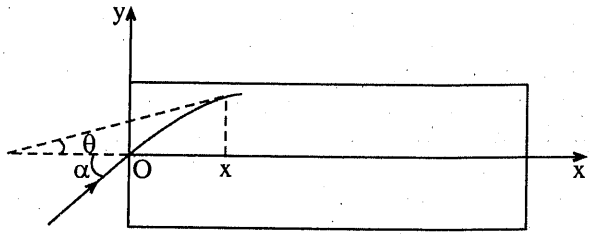
33.3. Nhiệt học

Một tấm phẳng nằm ngang, diện tích S, được giữ đứng yên trong một vùng khí loãng có áp suất p và được giữ cho nhiệt độ mặt trên là t_1, mặt dưới là t_2 ($t_2 > t_1$) không đổi. Hãy ước tính lực nâng do các phân tử khí va chạm vào hai mặt của tấm này tạo nên. Cho biết nhiệt độ của khí là t ($t < t_2$).

Áp dụng bằng số với $t_1 = 20^oC$; $t_2 = 300^oC$; $t = 10^oC$; $S = 10\ dm^2$; p = 1 mmHg.

33.4. Quang học

Một đoạn sợi quang thẳng có dạng hình trụ bán kính R, hai đầu phẳng và vuông góc với trục sợi quang, đặt trong không khí sao cho trục đối xứng của nó trùng với trục tọa độ Ox. Giả thiết chiết suất của chất liệu làm sợi quang thay đổi theo quy luật : $n = n_1\sqrt{1 - k^2r^2}$, trong đó r là khoảng cách từ điểm đang xét tới trục Ox, n_1 và k là các hằng số dương. Một tia sáng chiếu tới một đầu của sợi quang tại điểm O dưới góc α như hình 33.2.



Hình 33.2

a) Gọi θ là góc tạo bởi phương truyền của tia sáng tại điểm có hoành độ x với trục Ox. Chứng minh rằng $n\cos\theta = C$ trong đó n là chiết suất tại điểm có hoành độ x trên đường truyền của tia sáng và C là một hằng số. Tính C.

b) Viết phương trình quỹ đạo biểu diễn đường truyền của tia sáng trong sợi quang.

c) Tìm điều kiện để mọi tia sáng chiếu đến sợi quang tại O đều không ló ra ngoài thành sợi quang.

d) Chiều dài L của sợi quang thỏa mãn điều kiện nào để tia sáng ló ra ở đáy kia của sợi quang đi theo phương song song với trục Ox ?

33.5. Vật lí hiện đại

Cho hai hạt A và B đều là hạt nhân của nguyên tử đơteri (H_1^2) có khối lượng nghỉ là 1875 MeV/c^2.

1. Xét quá trình hạt A có động năng $W_đ = 820$ MeV va chạm đàn hồi với hạt B đang đứng yên. Giả sử sau va chạm, các vectơ vận tốc $\vec{v}'_A$, $\vec{v}'_B$ của hai hạt có độ lớn bằng nhau.

a) Chứng minh rằng các vectơ $\vec{v}'_A$ và $\vec{v}'_B$ đối xứng đối với phương chuyển động của hạt A trước va chạm.

b) Tính góc α tạo bởi $\vec{v}'_A$ và $\vec{v}'_B$. Kết quả thu được có gì khác nếu coi va chạm đàn hồi giữa A và B là va chạm cổ điển ?

2. Để thực hiện một phản ứng hạt nhân người ta cho hai hạt A và B nói trên va chạm trực diện với nhau với tốc độ tương đối giữa chúng là $u = 0,95c$ (c là tốc độ ánh sáng trong chân không) theo hai cách sau :

Cách 1 : Bắn hạt A vào hạt B đang đứng yên. Tính năng lượng toàn phần của hạt A.

Cách 2 : Cho cả hai hạt chuyển động với vận tốc có cùng độ lớn v sao cho tốc độ tương đối giữa chúng vẫn là u. Tính năng lượng toàn phần của mỗi hạt.

33.6. Thuyết tương đối

Hệ quy chiếu K' (O'x'y'z') chuyển động với vận tốc $\vec{V}$ không đổi dọc theo trục O'x' (O'x' trùng với trục Ox, O'y' và O'z' lần lượt song song với Oy và Oz) đối với hệ quy chiếu K (Oxyz). Tìm gia tốc a' tương ứng của một hạt trong hệ K' tại thời điểm trong hệ K hạt này chuyển động với vận tốc u và gia tốc a dọc theo một đường thẳng

a) song song với $\vec{V}$.

b) vuông góc với $\vec{V}$.

c) nằm trong mặt phẳng xOy có phương lập với $\vec{V}$ một góc α.

34. Đề thi chọn đội tuyển dự IPhO năm 2009, ngày thi thứ hai

34.1. Kiểm chứng hệ thức bất định Heisenberg về động lượng và toạ độ

Cho các linh kiện và thiết bị sau :

– Nguồn laze phát tia laze bước sóng đã biết ;

– 1 nguồn điện cấp cho nguồn laze ;

– 1 màn chắn trên đó có một khe hẹp độ rộng d ;

– 1 tế bào quang điện ;

– 1 bộ vi dịch chuyển khoảng cách ;

– 1 vôn kế đo được điện áp nhỏ ;

– Thước thẳng mm, thước kẹp, panme ;

– Các giá treo, giá đỡ, dây nối và các màn chắn cần thiết.

Hãy trình bày cơ sở lí thuyết, phương án thí nghiệm để kiểm chứng hệ thức bất định Heisenberg về động lượng và toạ độ.

34.2. Xác định nhiệt độ Curie của chất sắt từ

Cho các linh kiện và thiết bị sau :

– 1 ống sứ có khía các rãnh để có thể quấn dây ;

– Dây điện trở dùng làm sợi đốt ;

– 1 lõi sắt từ cần xác định nhiệt độ Curie ;

– Hai cuộn dây được quấn chồng lên nhau bao quanh lõi trụ có thể đưa gọn ống sứ vào trong ;

– 1 bộ cặp nhiệt điện K và đồng hồ dành cho cặp nhiệt điện K hiển thị giá trị nhiệt độ ;

– 1 nguồn điện xoay chiều 220 V ;

– 1 biến trở ;

– 1 nguồn điện xoay chiều 3 V ;

– 1 micrôampe kế xoay chiều ;

– Ngắt điện, dây nối cần thiết.

Hãy nêu phương án thí nghiệm để xác định nhiệt độ Curie của mẫu sắt từ và các lưu ý khi tiến hành thí nghiệm để giảm thiểu sai số.

34.3. Xác định độ từ thẩm của chất sắt từ

Cho các linh kiện và thiết bị sau :

– 1 lõi sắt từ hình xuyến tiết diện tròn ;

– Cuộn dây đồng (có điện trở suất đã biết) có thể sử dụng để quấn tạo ống dây ;

– 1 điện kế xung kích dùng để đo điện tích chạy qua nó ;

– 1 nguồn điện một chiều ;

– 1 ampe kế một chiều ;

– 1 biến trở ;

– Thước đo chiều dài, panme, thước kẹp ;

– Ngắt điện, dây nối cần thiết.

Hãy nêu cơ sở lí thuyết và phương án thí nghiệm để đo hệ số từ thẩm μ của lõi sắt từ.

34.4. Khảo sát đặc trưng của điôt chân không

Cho các linh kiện và thiết bị sau :

– 1 điôt chân không ;

– 2 ampe kế một chiều có nhiều thang đo (từ A $\rightarrow$ μA) ;

– 1 vôn kế một chiều có nhiều thang đo ;

– 2 biến trở ;

– 2 nguồn điện một chiều ;

– Các dây nối, giá đỡ và màn chắn cần thiết.

Cấu tạo của điôt chân không : Điôt chân không gồm catôt và anôt là hai ống trụ kim loại đồng trục được đặt trong chân không. Catôt có thể được đốt nóng bằng sợi dây kim loại để phát ra các êlectron nhiệt.

Cho biết khi phân cực ngược điôt với điện áp nhỏ thì cường độ dòng điện đi qua điôt có dạng $I_1 = I_0.e^{-\left|\frac{eU}{kT}\right|}$ với :

e – điện tích êlectron.

k – hằng số Bolztmann

T – nhiệt độ của catôt.

U – hiệu điện thế giữa anôt và catôt.

Yêu cầu :

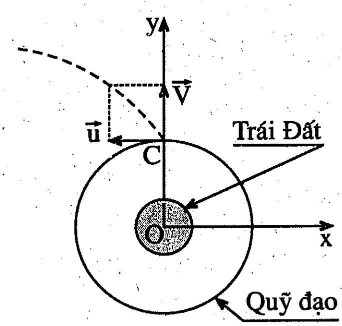
a) Vẽ sơ đồ và nêu trình tự thí nghiệm để xác định đặc tuyến vôn–ampe của điôt chân không với các dòng nung catôt khác nhau.

b) Nếu tiến hành thí nghiệm chính xác thì đặc tuyến vôn–ampe có dạng như thế nào ? Giải thích.

c) Nêu cách thu thập và xử lí số liệu để xác định nhiệt độ của catôt ứng với dòng nung xác định.

35. Đề thi chọn đội tuyển dự IPhO năm 2010, ngày thi thứ nhất

35.1. Một trạm vũ trụ chuyển động với tốc độ u trên một quỹ đạo hình tròn bán kính R quanh Trái Đất. Khi đi qua điểm C trên trục Oy của hệ trục tọa độ Oxy gắn cố định với Trái Đất, trạm vũ trụ phóng ra một máy thăm dò. Lúc phóng ra, máy thăm dò được truyền thêm vận tốc $\vec{V}$ theo phương Oy, sau đó trạm vũ trụ vẫn chuyển động tròn đều với tốc độ u (Hình 35.1). Gọi góc hợp bởi tia Oy và tia nhìn từ tâm Trái Đất qua vật thể cần quan sát là góc nhìn.



Hình 35.1

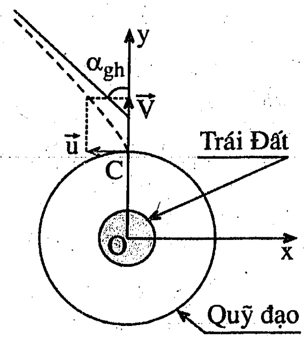
a) Chứng minh rằng nếu góc nhìn máy thăm dò bằng góc nhìn trạm vũ trụ thì các vectơ vận tốc của chúng lại khác nhau một lượng là $\vec{V}$ như lúc phóng.

b) Khi góc nhìn máy thăm dò là α thì máy thăm dò cách tâm Trái Đất là bao nhiêu ?

c) Tốc độ V phải thỏa mãn điều kiện nào thì quỹ đạo của máy thăm dò sẽ là kín (quỹ đạo elip) ?

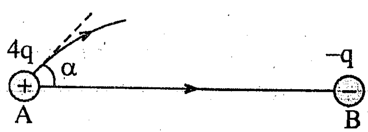
d) Trong trường hợp quỹ đạo không kín, hãy tìm góc giới hạn α_{gh} hợp bởi vectơ vận tốc của máy thăm dò và tia 0y khi máy thăm dò ra xa vô cùng (Hình 35.2).

e) Trong trường hợp quỹ đạo kín (quỹ đạo elip), hãy tìm bán trục lớn và bán trục nhỏ của quỹ đạo máy thăm dò.



Hình 35.2

35.2. Hai quả cầu nhỏ có khối lượng bằng nhau, mang điện tích lần lượt là 4q và – q (q > 0) được đặt tại các điểm A, B trong chân không (Hình 35.3).



Hình 35.3.

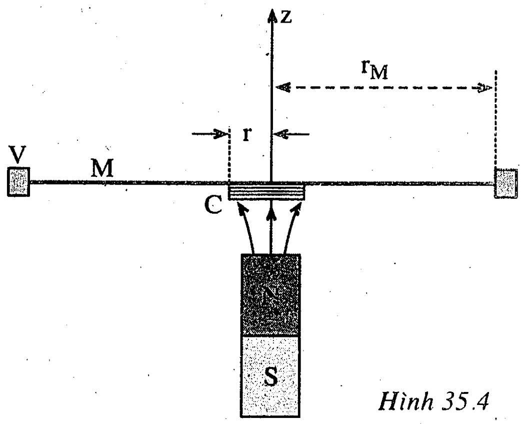
1. Xét một đường sức đi ra từ A. Gọi góc hợp bởi tiếp tuyến của đường sức này (tại A) và đường thẳng nối hai điện tích là α. Để đường sức này đi tới B thì α phải thỏa mãn điều kiện nào ?

2. Gọi τ là khoảng thời gian tính từ thời điểm thả đồng thời hai quả cầu cách nhau một đoạn r_0 với vận tốc ban đầu bằng 0 đến thời điểm khoảng cách giữa hai quả cầu là $r_0/3$. Bỏ qua lực hấp dẫn tác dụng lên các quả cầu.

a) Cho AB = r_0. Nếu giữ cố định một quả cầu còn quả kia được thả cho chuyển động tự do với vận tốc ban đầu bằng 0 thì sau thời gian τ_1 bằng bao nhiêu (tính theo τ) để khoảng cách giữa hai quả cầu là $r_0/3$?

b) Cho AB = $2r_0$. Nếu thả đồng thời hai quả cầu với vận tốc ban đầu bằng 0 thì sau thời gian τ_2 bằng bao nhiêu (tính theo τ) để khoảng cách giữa hai quả cầu là $2r_0/3$?

35.3. Một màng đàn hồi M mỏng, hình tròn, không nhiễm từ được kẹp chặt nằm ngang bằng một vành tròn kim loại V có bán kính trong $r_M = 10$ cm. Giữa màng M có gắn một ống dây dẫn dẹt C có N = 100 vòng, bán kính r = 1 cm (Hình 35.4). Ống dây có khối lượng m = 60 g, điện trở R = 4 Ω và độ tự cảm nhỏ không đáng kể. Một nam châm vĩnh cửu đặt thẳng đứng tạo ra ở vùng ống dây dao động một từ trường $\vec{B}$ đối xứng trụ có trục đối xứng trùng với trục Oz của ống dây (gốc 0 tại vị trí cân bằng của ống dây). Thành phần $\vec{B}_z$ trên trục của $\vec{B}$ có độ lớn phụ thuộc tọa độ z theo hệ thức $B_z = B_0(1 - \alpha z)$ với $B_0 = 0{,}8\,T$, $\alpha = 100\,m^{-1}$. Hệ ống dây và màng M có thể dao động với tần số riêng $f_0 = 30\,Hz$. Khi dao động, hệ chịu tác dụng của lực cản $\vec{F}_c$ có



Hình 35.4

cường độ tỉ lệ thuận với tốc độ tức thời v của ống dây : $F_c = \dfrac{2\gamma p_o S}{v_a}v$,

trong đó $\gamma = \dfrac{7}{5}$ là chỉ số đoạn nhiệt, $p_0 = 1{,}0.10^5\,Pa$ là áp suất khí quyển, $S = \pi r_M^2$ là diện tích dao động của màng M, $v_a = 333\,m/s$ là tốc độ âm trong không khí.

1. Tìm thành phần B_r của từ trường $\vec{B}$ theo phương vuông góc với trục Oz tại các điểm cách trục Oz một khoảng r trong vùng ống dây dao động, coi B_r không phụ thuộc vào z trong vùng này. Từ đó suy ra lực từ tác dụng lên ống dây khi cho dòng điện không đổi cường độ 0,15 A chạy trong ống dây.

2. Đặt vào ống dây điện áp $e = E_0\cos\omega t$ với $E_0 = 1$ V, ống dây dao động với biên độ nhỏ.

a) Tìm biên độ dao động ổn định A của ống dây theo ω.

b) Thay đổi ω thì hiện tượng cộng hưởng có thể xảy ra không ? Phác họa đường biểu diễn sự phụ thuộc của A vào ω.

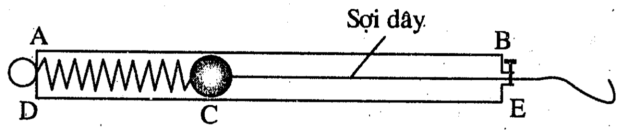
c) Viết biểu thức biểu diễn li độ dao động z của ống dây theo thời gian ứng với tần số góc $\omega = 2\pi f_0$ khi dao động đã ổn định.

35.4. Người ta thu quang phổ nhiễu xạ nhờ một cách tử truyền qua và một thấu kính hội tụ có tiêu cự f = 74 cm. Màn ảnh đặt ở tiêu diện ảnh của thấu kính. Các chùm sáng song song của hai ánh sáng đơn sắc có bước sóng $\lambda = 6912$ Å và $\lambda' = 6939$ Å được chiếu vuông góc vào mặt phẳng của cách tử. Quang trục của thấu kính đặt nghiêng so với pháp tuyến của mặt

Đề thi chọn đội tuyển dự IPhO năm 2010, ngày thi thứ hai

Cho một ống hình trụ AB dài, không trong suốt, đầu A được hàn kín và đầu B hở một lỗ nhỏ. Ở trong ống, phía đầu A gắn với một lò xo, đầu còn lại của lò xo được gắn một quả cầu C. Một sợi dây mảnh được luồn qua lỗ ở đầu B của ống và nối với C như hình 36.1. Sợi dây có thể được cố định bởi vít E. Ở đầu A của ống có gắn một vòng D để treo ống. Gọi khối lượng của ống AB và vòng treo là M, khối lượng quả cầu C là m. Coi khối lượng của dây và lò xo không đáng kể. Bỏ qua các lực ma sát.

Được dùng thêm các dụng cụ sau :



Hình 36.1

- Các dây mảnh nhẹ ;
- Cốc đựng nước ;
- Thước đo ;
- Giá treo và bàn đặt dụng cụ ;
- Một số gia trọng nhỏ chưa biết khối lượng.

Hãy sử dụng các dụng cụ trên để xác định :

a) Tỉ số giữa khối lượng M và m.

b) Khối lượng m của quả cầu và độ cứng k của lò xo.

Đối với mỗi yêu cầu trên, hãy trình bày hai phương án đo theo hai nguyên tắc khác nhau.

Trong ống hình trụ (có đường kính nhỏ), giả thiết chất khí chảy ổn định theo các lớp hình trụ song song với thành ống. Tốc độ của dòng chảy giảm dần từ trục ống ra thành ống do lực nội ma sát giữa các lớp chất khí trong dòng chảy. Tốc độ dòng chảy lớn nhất ở trục ống và bằng 0 ở sát thành ống. Lực nội ma sát giữa hai lớp chất khí sát nhau có độ lớn là $F_{ms} = \eta A \dfrac{dv}{dr}$ với A là diện tích tiếp xúc giữa hai lớp chất khí, $\dfrac{dv}{dr}$ là độ biến thiên tốc độ trên một đơn vị chiều dài theo phương vuông góc với dòng chảy, η là độ nhớt. Coi áp suất khí ở đầu ra ống là rất nhỏ so với áp suất khí đầu vào ống và môi trường bên ngoài không làm ảnh hưởng đến quá trình thoát khí.

Cho các dụng cụ sau :

– 1 bình chứa khí có áp suất khí trong bình lúc đầu là p_0 và thể tích là V ;

– 1 đầu đo áp suất ;

– 1 van khí ;

– Đồng hồ đo thời gian ;

– 1 ống mao quản hình trụ có chiều dài L, đường kính trong d ;

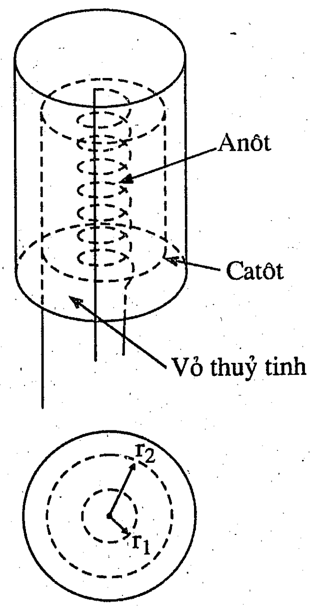
– Các khớp nối cần thiết.

Hãy :

a) Xây dựng công thức tính áp suất của chất khí trong bình theo thời gian khi bình được nối với ống mao quản và khí dần thoát ra khỏi bình qua ống.

b) Trình bày phương án xác định độ nhớt η của chất khí trong bình.

36.3. Điôt chân không là một linh kiện điện tử có cấu tạo gồm catôt và anôt dạng hình trụ đồng trục được đặt trong vỏ thủy tinh hình trụ và được hút chân không. Catôt có cấu tạo là một sợi dây kim loại vonfam được cuốn dạng lò xo có bán kính r_1. Anôt là một lá kim loại dạng hình trụ bán kính r_2 (Hình 36.2).



Hình 36.2

Cho các dụng cụ sau :

– 1 điôt chân không ;

– 1 nguồn một chiều 50 V, điện trở trong không đáng kể ;

– 1 hộp điện trở mẫu có giá trị thay đổi được từ 1–10 MΩ ;

– 1 biến trở ;

– 1 ampe kế có nhiều thang đo ;

– Dây nối và các khóa ngắt điện.

Biết điện trở của dây vonfam phụ thuộc vào nhiệt độ theo quy luật $R = R_0(1 + \alpha t)$ với t là nhiệt độ dây (^oC), α là hệ số nhiệt điện trở và R_0 đã biết trước. Cường độ dòng điện bão hòa I_B qua điôt tương ứng với số êlectron phát xạ nhiệt từ bề mặt dây kim loại catôt trong một đơn vị thời gian là $I_B = AT^2 e^{\frac{-W}{k_B T}}$, trong đó A là hằng số (chưa biết), T là nhiệt độ tuyệt đối dây kim loại, k_B là hằng số Boltzmann, W là công thoát êlectron.

Yêu cầu :

a) Lập phương án thí nghiệm xác định công thoát êlectron của vonfam.

b) Cho thêm các dụng cụ sau :

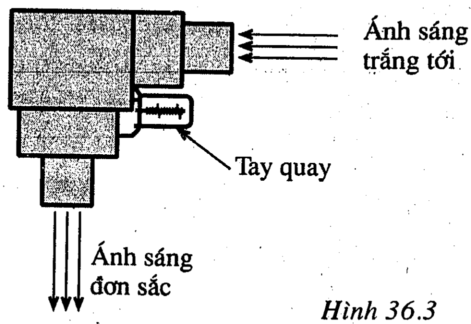
– 1 ống dây điện thẳng, chiều dài L, có N vòng và có đường kính trong của ống lớn hơn đường kính của điôt chân không ;

– 1 nguồn điện một chiều 100 V ;

– 1 ampe kế.

Trình bày phương án thí nghiệm xác định điện tích riêng (e/m) của êlectron.

36.4. Máy đơn sắc (Hình 36.3) là một thiết bị bao gồm hệ các thấu kính và lăng kính. Khi chùm ánh sáng trắng song song được đưa vào máy qua ống nhận ánh sáng thì ở đầu ra của máy sẽ cho ra chùm ánh sáng đơn sắc. Để đưa ra các ánh sáng đơn sắc khác nhau, người ta sử dụng tay quay (có khắc các vạch chia) để điều chỉnh góc quay của các lăng kính trong máy. Như vậy ứng với các giá trị bước dịch khác nhau trên tay quay ta sẽ thu được các ánh sáng đơn sắc có bước sóng khác nhau. Đi kèm theo mỗi máy đơn sắc luôn có bảng tra cứu giá trị bước sóng ánh sáng đơn sắc tạo ra theo giá trị bước dịch chuyển trên tay quay.



Hình 36.3

Khi chiếu một chùm ánh sáng đơn sắc (bước sóng λ) có cường độ sáng I_0 theo phương vuông góc với mặt phẳng màng bán dẫn, cường độ chùm sáng sau khi đi qua màng là $I = I_0 e^{-kd}$ với d là chiều dày màng, k là hệ số hấp thụ của chất bán dẫn tạo màng (k phụ thuộc vào λ). Khi phôtôn trong ánh sáng đơn sắc có năng lượng lớn hơn một giá trị năng lượng E_g của chất bán dẫn một chút (E_g gọi là bề rộng vùng cấm), hệ số hấp thụ k sẽ liên hệ với E_g theo biểu thức $\left(k\frac{hc}{\lambda}\right)^2 = A(\frac{hc}{\lambda} - E_g)$ với A là hệ số tỉ lệ, $c = 3.10^8$ m/s, $h = 6,63.10^{-34}$ J.s.

Cho các dụng cụ sau :

– Máy đơn sắc có kèm theo bảng tra cứu bước sóng ánh sáng đơn sắc theo bước dịch chuyển tay quay ;

– 2 mẫu thủy tinh giống nhau trong đó một mẫu có phủ thêm lớp màng bán dẫn cần xác định giá trị E_g ;

– 1 đèn sợi đốt 12 V, 20 W ;

– 1 nguồn điện 1 chiều 12 V ;

– Một số thấu kính hội tụ ;

– 1 ôm kế ;

– 1 quang điện trở ;

– Giá đỡ quang học, các dây nối và thiết bị che chắn cần thiết.

Cho biết :

Đối với quang điện trở, khi ánh sáng đơn sắc bước sóng λ chiếu đến bề mặt với cường độ $I^*(\lambda)$, điện trở của quang điện trở sẽ liên hệ với cường độ ánh sáng chiếu đến theo công thức $R(\lambda) = \frac{C(\lambda)}{I^*(\lambda)}$ với $C(\lambda)$ là hệ số phụ thuộc vào bước sóng λ.

Hãy trình bày phương án thí nghiệm để xác định bề rộng vùng cấm E_g của chất bán dẫn trên mẫu thủy tinh có phủ màng bán dẫn : xây dựng công thức cần thiết, vẽ sơ đồ thí nghiệm, nêu cách tiến hành để thu thập số liệu, xử lí số liệu và đồ thị để xác định giá trị E_g.

Phần hai

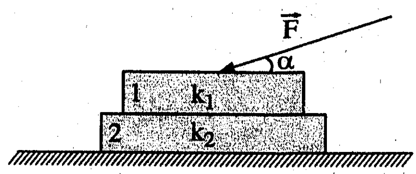
HƯỚNG DẪN GIẢI

A. ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI QUỐC GIA

1. Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia lớp 12 THPT năm 2001, ngày thi thứ nhất

1.1. Cơ học

a) Điều kiện để viên gạch (1) không trượt trên viên gạch (2) là (Hình 1.1G) :



Hình 1.1G

$$F\cos\alpha < k_1(P_1 + F\sin\alpha)$$

hay $F(\cos\alpha - k_1\sin\alpha) < k_1P_1$ (1)

Điều kiện để hai viên gạch dính vào nhau và trượt trên sàn là :

$$F\cos\alpha \geq k_2(P_1 + P_2 + F\sin\alpha) \quad (2)$$

$\Rightarrow$ $F(\cos\alpha - k_2\sin\alpha) \geq k_2(P_1 + P_2)$

Đặt $F_1 = \dfrac{k_1P_1}{\cos\alpha - k_1\sin\alpha}$; $F_2 = \dfrac{k_2(P_1 + P_2)}{\cos\alpha - k_2\sin\alpha}$.

Nếu $k_2 > \tan\alpha$ thì (2) không thoả mãn với mọi giá trị của F.

Nếu $k_1 < \tan\alpha$; $k_2 < \tan\alpha$:

+ $F_2 < F_1$ thì (1) và (2) có thể viết thành $F_2 \leq F < F_1$ (3)

+ $F_2 > F_1$ thì (1) hoặc (2) không thoả mãn, không có trường hợp hai viên gạch dính vào nhau trượt trên sàn.

b) Thay số ta có : $F_1 = 33{,}7$ N < F ; (1) không thoả mãn, viên gạch (1) trượt trên viên gạch (2) và chịu tác dụng của lực ma sát $F_{ms1} = k_1(P_1 + F\sin\alpha) = 50$ N.

Đó cũng là lực đẩy đối với viên gạch (2), viên gạch này chịu tác dụng của lực ma sát : $F_{ms2} = k_2((P_1 + P_2 + F\sin\alpha) = 40$ N.

Gia tốc của hai viên gạch lần lượt là :

$$a_1 = \frac{1}{m_1}(F\cos\alpha - F_{ms1)} = 12{,}3 \text{ m/s}^2$$

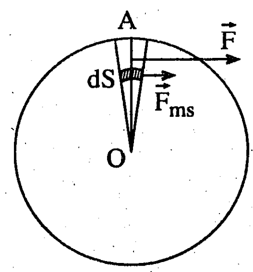
$$a_2 = \frac{50-40}{20} = 0{,}5 \text{ m/s}^2$$

c) Trường hợp $k_1 = k_2$ thì $F_2 > F_1$;

Nếu $F < F_1 < F_2$: (1) thoả mãn ; (2) không thoả mãn, cả hai viên gạch đứng yên

Nếu $F > F_1$: viên gạch (1) trượt trên viên gạch (2) đứng yên. Viên gạch (2) luôn đứng yên dù F lớn đến mấy, vì $k(P_1 + P_2 + F\sin\alpha) > k(P_1 + F\sin\alpha)$.

1.2. Ta xét sự quay của một hình quạt có góc ở đỉnh là $d\alpha$. Gọi ρ là khối lượng của một đơn vị diện tích. Một mẩu diện tích dS có khối lượng riêng là $\rho g dS$, chịu lực ma sát $F_{ms} = k\rho g dS$, phương vuông góc với bán kính OA. Các lực ma sát này đều song song cùng chiều, tỉ lệ với khối lượng ρdS của mẩu diện tích nên có hợp lực F_{ms} đặt ở khối tâm hình quạt, cách O một khoảng bằng $\frac{2}{3}$ bán kính OA (Hình 1.2G).



Hình 1.2G

Khối lượng hình quạt là : $\rho S = \frac{M.d\alpha}{2\pi}$.

Lực ma sát $F_{ms} = kg\rho S = \frac{kMg.d\alpha}{2\pi}$.

Momen của lực ma sát là : $L = \frac{2R}{3}.\frac{kMgd\alpha}{2\pi} = \frac{RkgMd\alpha}{3\pi}$.

Momen quán tính của hình quạt là : $I = \frac{MR^2}{2}.\frac{d\alpha}{2\pi}$.

Phương trình quay của hình quạt là $L = I\gamma$ với γ là gia tốc góc.

$$\frac{RkgMd\alpha}{3\pi} = \frac{MR^2}{2}.\frac{d\alpha}{2\pi}\gamma \Rightarrow \gamma = \frac{4kg}{3R}$$

Từ $\omega = \omega_0 - \gamma t$, ta tính được thời gian quay của đĩa đến lúc dừng : $t = \frac{3R\omega_0}{4gk}$.

1.3. Nhiệt học

1. a) Lập hệ phương trình : $p_1V_1^\gamma = p_2V_2^\gamma$ (1)

$$\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_1} \quad (2)$$

Chia hai vế của (1) cho (2) và biến đổi, ta có : $T_2 = T_1\left(\dfrac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}$.

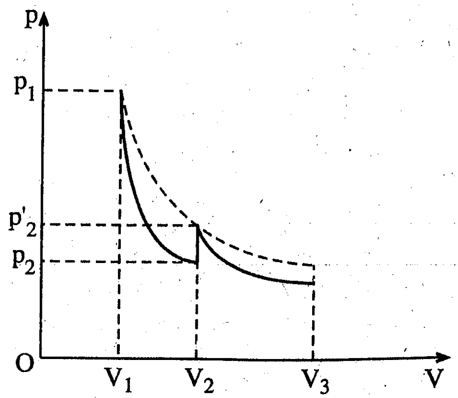
b) $\Delta U = \dfrac{m}{\mu}C_V(T_2 - T_1)$ mà $p_1V_1 = \dfrac{m}{\mu}RT_1)$; $C_V = \dfrac{R}{\gamma - 1}$ nên

$$\Delta U = \frac{m}{\mu}\frac{R}{\gamma-1}T_1\left(\frac{T_2}{T_1}-1\right) = \frac{p_1V_1}{\gamma-1}\left[\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}-1\right]$$

Vì quá trình là đoạn nhiệt :

$$A_1 = -\Delta U = \frac{p_1V_1}{\gamma-1}\left[\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}-1\right]$$

2. a) Đồ thị như hình 1.3G.



Hình 1.3G

b) $A_2 = -\dfrac{p'_2V_2}{\gamma-1}\left[1-\left(\dfrac{V_2}{V_3}\right)^{\gamma-1}\right]$

mà $p'_2V_2 = p_1V_1$

nên $A_2 = \dfrac{p_1V_1}{\gamma-1}\left[1-\left(\dfrac{V_2}{V_3}\right)^{\gamma-1}\right]$.

$$A = A_1 + A_2 = \frac{p_1V_1}{\gamma-1}\left[2-\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}-\left(\frac{V_2}{V_3}\right)^{\gamma-1}\right]$$

c) Ta có thể viết lại biểu thức của A như sau : $A = \dfrac{p_1V_1}{\gamma-1}(2 - B)$

trong đó : $B = \left(\dfrac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} + \left(\dfrac{V_2}{V_3}\right)^{\gamma-1}$. Nếu cho trước V_1 và V_3 thì B là tổng của hai số hạng có tích không đổi và bằng $\left(\dfrac{V_1}{V_3}\right)^{\gamma-1}$, B sẽ đạt cực tiểu khi hai số hạng đó bằng nhau :

$$\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{V_2}{V_3}\right)^{\gamma-1} \Rightarrow V_2 = \sqrt{V_1V_3}$$

Với giá trị này của V_2 thì A là cực đại. Khi đó $A_1 = A_2$. A có giá trị cực tiểu nếu A_1 hoặc A_2 bằng 0, nghĩa là $V_2 = V_1$ hoặc $V_2 = V_3$ không phù hợp với giả thiết có hai quá trình dãn khác nhau.

3. a) Sau quá trình hút khí đầu tiên, áp suất khí trong bình (ở nhiệt độ T_1) là :

$$p_1 = p_0 \frac{V}{V + \Delta V} = 0{,}9\ p_0$$

Sau 8 quá trình hút khí, áp suất khí trong bình là : $p_8 = (0{,}9)^8 p_0 \approx 0{,}43 p_0$.

Công hút khí trong quá trình hút khí đầu tiên là :

$$W_1 = p_0\Delta V - \frac{p_0 V}{\gamma - 1}\left[1 - \left(\frac{V}{V + \Delta V}\right)^{\gamma - 1}\right] = p_0 \Delta V - A_1$$

với $A_1 = \dfrac{p_0 V}{\gamma - 1}\left\{1 - \left(\dfrac{V}{V + \Delta V}\right)^{\gamma - 1}\right\}$

Công hút khí trong quá trình hút thứ hai là :

$$W_2 = p_0\Delta V - \frac{p_1 V}{\gamma - 1}\left[1 - \left(\frac{V}{V + \Delta V}\right)^{\gamma - 1}\right] = p_0\,\Delta V - 0{,}9 A_1$$

Công hút khí trong 8 quá trình hút là :

$$W_{s8} = W_1 + W_2 + \ldots + W_8 = 8p_0\Delta V - (A_1 + 0{,}9A_1 + \ldots + (0{,}9)^7 A_1)$$

$$= 8p_0\Delta V - A_1 \frac{1 - (0{,}9)^8}{1 - 0{,}9} \approx \frac{8}{9} p_0 V - 5{,}7 A_1 = \frac{8}{9} p_0 V - 0{,}584 p_0 V = 0{,}30\ p_0 V$$

b) Sau 8 lần hút khí tiếp theo, áp suất trong bình là $P_{16} = (0{,}9)^{16}\ p_0 \approx 0{,}185 p_0$.

Công hút khí trong 8 lần này là :

$$W_9 + W_{10} + \ldots + W_{16} = 8p_0\Delta V - (A_9 + 0{,}9A_{10} + \ldots + A_{16})$$

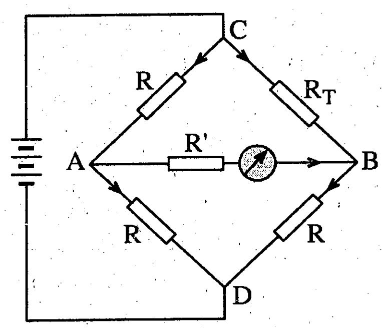
$$= \frac{8}{9} p_0 V - 0{,}9^8 A_1 \frac{1 - (0{,}9)^8}{1 - 0{,}9}$$

$$= \frac{8}{9} p_0 V - 0{,}43.0{,}584 p_0 V \approx 0{,}64\ p_0 V$$

1.4. Phương án thí nghiệm

a) Lắp cầu Wheatstone như hình 1.4. Ở 20°C, bốn điện trở đều bằng R, cầu cân bằng. Điện trở của đoạn mạch AB là R' có giá trị rất lớn so với R. Ở nhiệt độ t > 20°C thì điện trở bạch kim tăng : $R_T = R + dR > R$ và cầu không cân bằng.

b) và c) Dòng qua AB rất nhỏ so với dòng qua các nhánh khác, có thể bỏ qua khi tính U_{AB}. Do đó, khi R_T thay đổi dR thì hiệu điện thế U_{AB} là :



Hình 1.4G

$$U_{AB} = \frac{\mathscr{E}(R + dR)}{2R + dR} - \frac{\mathscr{E}}{2} = \frac{\mathscr{E}}{2}.\left[2\frac{dR + R}{2R + dR} - 1\right]$$

$$\approx \frac{\mathscr{E}}{2}\left[\left(1 + \frac{dR}{R}\right)\left(1 - \frac{dR}{2R}\right) - 1\right] \approx \frac{\mathscr{E}}{2}.\frac{dR}{2R}$$

Khi $dR << R$ dòng điện qua micrôampe kế là :

$$I = \frac{U_{AB}}{R'} \approx \frac{\mathscr{E}}{4}.\frac{dR}{RR'} \text{ với } dR = aR_0\Delta t.$$

$$I = \frac{\mathscr{E}.a.R_0(t - 20)}{4RR'}$$

Vì I tỉ lệ với $(t - 20)$ nên thang chia độ đều.

Với $i = 10\ \mu A$; $t = 40^oC$; $R = 100\ \Omega$; $\mathscr{E} = 4{,}5\ V$; $a = 41.10^{-4}.K^{-1}$.

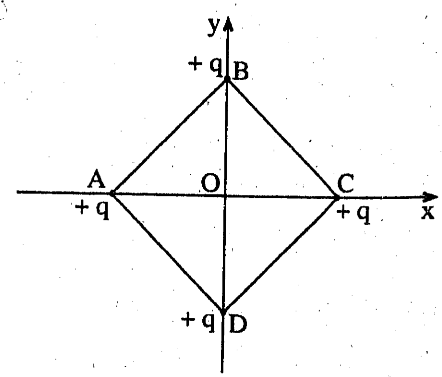
$$R' = \frac{\mathscr{E}aR_0(t - 20)}{4RI} = 9225\ \Omega$$

Nhận xét : Kết quả cho $R' >> R$, dR nhỏ, thoả mãn điều kiện tính gần đúng như trên.

2. Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia lớp 12 THPT năm 2001, ngày thi thứ hai

2.1. Điện học

Bố trí các điện tích trong hệ toạ độ vuông góc như hình 2.1G.



Hình 2.1G

a) Điện thế tại O là :

$$V_0 = V_A + V_B + V_C + V_D$$

$$= 4\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a} = \frac{q}{\pi\varepsilon_0 a}$$

b) Ta xác định điện thế gây bởi 4 điện tích tại một điểm M gần O, nằm trong mặt phẳng xOy, có toạ độ M(x,y) với $x, y << a$.

Lần lượt tính điện thế gây bởi các điện tích tại A, B, C, D ta có :

$$V_A = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{\sqrt{(a - x)^2 + y^2}} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a}\left(1 + \frac{2x}{a} + \frac{x^2 + y^2}{a^2}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

Vì $x, y << a$, ta tính gần đúng đến các số hạng bậc 2 theo x và y. Áp dụng công thức gần đúng : $(1 + \varepsilon)^n \approx 1 + n\varepsilon + \frac{n(n - 1)}{2!}\varepsilon^2$ ta thu được :

$$V_A \approx \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a}\left(1 - \frac{x}{a} - \frac{x^2+y^2}{2a^2} + \frac{3}{2}\cdot\frac{x^2}{a^2}\right)$$

Tính toán tương tự cho V_B, V_C, V_D. Điện thế tại M là :

$$V = V_A + V_B + V_C + V_D = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a}\left(4 + \frac{x^2+y^2}{a^2}\right) = V_0 + \frac{qr^2}{4\pi\varepsilon_0 a^3}$$

với $r = \sqrt{x^2+y^2}$ là khoảng cách từ M tới O.

Thế năng của điện tích Q tại M là $W = qV = qV_0 + q\frac{qr^2}{4\pi\varepsilon_0 a^3}$. Thế năng này có giá trị cực tiểu tại O ứng với r = 0. Tại điểm O, tổng hợp các lực tác dụng lên Q bằng 0. Vậy O là vị trí cân bằng bền của Q trong mặt phẳng xOy.

Xét một điểm N(0, 0, z) trên trục Z đi qua O, vuông góc với mặt phẳng xOy. Điện thế gây bởi 4 điện tích tại N là $V_N = \frac{q}{\pi\varepsilon_0\sqrt{a^2+z^2}}$.

Thế năng của điện tích Q tại N là $W_N = qV_N = \frac{q^2}{\pi\varepsilon_0\sqrt{a^2+z^2}}$. Tại điểm O có z = 0, thế năng có giá trị cực đại. Tổng hợp các lực tác dụng lên Q bằng 0. Vì vậy, O là vị trí cân bằng không bền của Q trên trục Oz.

c) Xét tại điểm M trong mặt phẳng xOy, lực tác dụng lên điện tích Q (Q = +q) là : $f = -\frac{dW}{dr} = -q\frac{dV}{dr} = -\frac{q^2 r}{2\pi\varepsilon_0 a^3}$. Lực này hướng về vị trí cân bằng.

Phương trình chuyển động của điện tích Q là : $mr'' + \frac{q^2 r}{2\pi\varepsilon_0 a^3} = 0$.

Đây là phương trình dao động điều hoà với m là khối lượng của vật mang điện tích Q. Tần số góc của dao động là : $\omega = \frac{q^2}{2\pi\varepsilon_0 m a^3}$. Chu kì của dao động là :

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{q}\sqrt{2\pi\varepsilon_0 m a^3}$$

d) Nếu Q = –q thì điểm O là vị trí cân bằng bền dọc theo trục Oz và cân bằng không bền trong mặt phẳng xOy.

Dao động nhỏ dọc theo trục Oz quanh vị trí cân bằng O có chu kì :

$$T' = \frac{2\pi}{q}\sqrt{\pi\varepsilon_0 m a^3}$$

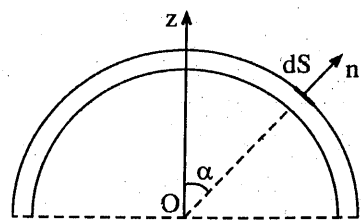
Có thể chứng minh O là vị trí cân bằng không bền trong mặt phẳng xOy như sau : Theo câu a, điện thế gây bởi 4 điện tích tại một điểm M gần O trong mặt phẳng xOy có toạ độ M(x, y) (x, y <<a) là $V_M = V_0 + \frac{qr^2}{4\pi\varepsilon_0 a^3}$. Thế năng của điện tích $Q = -q$ tại M là $W = -qV = -qV_0 = -q\frac{qr^2}{4\pi\varepsilon_0 a^3}$. Dễ dàng thấy rằng, thế năng này có giá trị cực đại tại O ứng với r = 0. Vì vậy O là vị trí cân bằng không bền của điện tích Q = –q trong mặt phẳng (cũng có thể xét lực tác dụng lên điện tích Q : $F = -\frac{dW}{dr} = -q\frac{dV}{dr} = +\frac{q^2 r}{2\pi\varepsilon_0 a^2}$. Lực này hướng ra xa O).

2.2. **Điện học** (xem hình 2.2G)

Gọi q_1 là điện tích của vật A. Mật độ điện tích mặt của A là : $\sigma_1 = \frac{q_1}{4\pi R_1^2}$ (1)

Mật độ điện tích ở mặt trong vỏ cầu là :

$$\sigma'_2 = -\frac{q_1}{4\pi R_2^2} \quad (2)$$



Hình 2.2G

Mặt ngoài của vỏ cầu mang điện tích $q''_2 = 4\pi\varepsilon_0 R_3 V_2$. Mật độ điện tích mặt ở mặt ngoài vỏ cầu là : $\sigma''_2 = \frac{q''_2}{4\pi R_2^2} = \frac{\varepsilon_0 V_2}{R_3}$ (3)

Xét bán cầu (1) của vỏ cầu và Oz là trục đối xứng của nó. Một phần tử dS của mặt ngoài bán cầu (1) chịu tác dụng của lực đẩy tĩnh điện : $d\vec{F}_{ng} = \frac{(\sigma''_2)^2}{2\varepsilon_0} dS.\vec{n}$.

Vì lí do đối xứng, tổng hợp $\vec{F}_{ng}$ của các lực tác dụng lên mặt ngoài bán cầu sẽ hướng theo trục Oz. Thành phần trên Oz của $d\vec{F}_{ng}$ là :

$$dF_{ng} = \frac{(\sigma''_2)^2}{2\varepsilon_0} dS.\cos\alpha \quad (4)$$

với dScosα chính là hình chiếu của dS lên mặt phẳng xOy vuông góc với Oz. Từ đó suy ra $\vec{F}_{ng}$ có độ lớn :

$$dF_{ng} = \sum dF_z = \frac{(\sigma''_2)^2}{2\varepsilon_0}\sum dS\cos\alpha = \frac{(\sigma''_2)^2}{2\varepsilon_0}(\pi R_3^2) = \frac{\pi}{2\varepsilon_0}(\varepsilon_0 V_2)^2$$

Lập luận tương tự ta tìm được hợp lực $\vec{F}_{ng}$ tác dụng lên mặt trong bán cầu có chiều ngược với chiều dương của Oz và có độ lớn :

$$F_{trg} = \frac{(\sigma_2'')^2}{2\varepsilon_0}\pi R_2^2$$

Áp dụng định lí Gauss tìm được cường độ điện trường trong khoảng không gian giữa A và B :

$$E = \frac{q_1}{4\pi r_2^2 \varepsilon_0}$$

Suy ra :

$$V_2 - V_1 = -\int_{R_1}^{R_2} Edr = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right) \Rightarrow \sigma'_2 = \frac{q_1}{4\pi r_2^2 \varepsilon_0} = \frac{\varepsilon_0(V_2 - V_1)}{R_2}.\frac{R_1}{R_2 - R_1}$$

Do đó : $F_{trg} = \dfrac{\pi}{2\varepsilon_0}\left[\dfrac{\varepsilon_0(V_2 - V_1)R_1}{R_2 - R_1}\right]^2$.

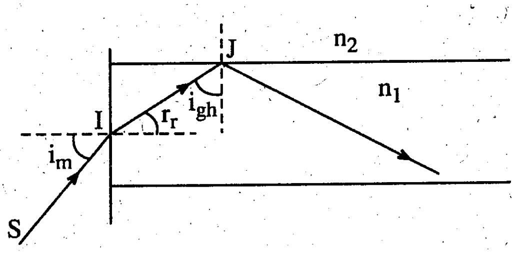
Hợp lực tác dụng lên toàn bộ bán cầu 1 có độ lớn (xét theo chiều dương của Oz

là : $F = \dfrac{\pi\varepsilon_0 V_2^2}{2}\left[1 - \dfrac{\left(\dfrac{V_1}{V_2} - 1\right)^2}{\left(1 - \dfrac{R_2}{R_1}\right)^2}\right]$. Hai bán cầu có thể tách nhau khi $F \geq 0$.

$$V_2 \geq \frac{R_1}{R_2}V_1 = 1\text{ V} \Rightarrow V_{2min} = 1\text{ V}$$

2.3. Quang học

a) Góc tới i_m lớn nhất ứng với tia IJ tới mặt tiếp xúc của hai lớp thuỷ tinh dưới góc giới hạn i_{gh} tức là ứng với $r = \dfrac{\pi}{2} - i_{gh}$ (Hình 2.3G) Do đó :



Hình 2.3G

$\cos r = \sin i_{gh} = \dfrac{n_2}{n_1}$; $\sin i_m = n\sin r$

$$= n_1\sqrt{1 - \cos^2 r} = n_1\sqrt{1 - \frac{n_2^2}{n_1^2}} = \sqrt{n_1^2 - n_2^2} = \sqrt{1,5^2 - 1,48^2}$$

$n \approx 0,244 \Rightarrow i_m \approx 14^o08'$.

b) Góc tới i'_m lớn nhất ứng với tia JH tới mép ngoài của hình vành khăn (Hình 2.4G) dưới góc tới i_{gh}. Trong tam giác OJH, ta có : $\dfrac{\sin J}{OH} = \dfrac{\sin H}{OJ}$.

$$\frac{\sin(i_{gh} + \varphi)}{R + a} = \frac{\sin i_{gh}}{R - a}$$

$$\sin(i_{gh} + \varphi) = \sin i_{gh} \frac{R + a}{R - a} = \frac{n_2}{n_1}.\frac{R + a}{R - a}$$

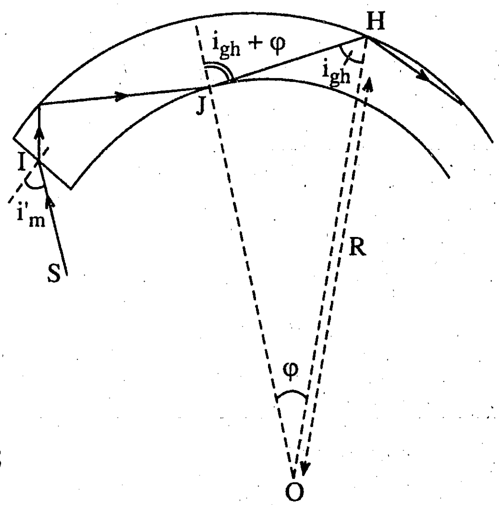
Do đó $r' = \dfrac{\pi}{2} - (i_{gh} + \varphi)$ nên

$$\cos r' = \sin(i_{gh}+\varphi) = \sin i_{gh} \frac{n_2}{n_1}.\frac{R + a}{R - a}$$

$$\sin i'_m = n_1 \sin r'$$

$$= n_1 \sqrt{1 - \left(\frac{n_2}{n_1}.\frac{R + a}{R - a}\right)^2} \approx 0,1558$$

$i'_m \approx 9^o$.



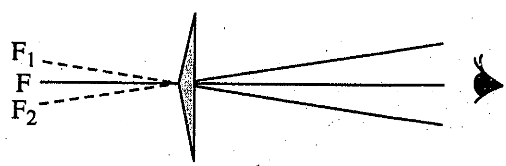
Hình 2.4G

2.4. Quang học

1. (Xem hình 2.5G). Ta có : $i = \dfrac{\lambda D}{a}$ với $a = 2d(n - 1)A = 18$ mm ;

$D = 0,2$ m + 1 m = 1,2 m ; $i = 0,039$ mm.

Khe F không vô cùng hẹp, mà có độ rộng hữu hạn h = 0,02 mm. Mỗi dải trên khe tác dụng như một khe hẹp độc lập, và cho ta một hệ vân, có cùng khoảng vân i trên, nhưng tâm OO' của hai hệ vân cách nhau một khoảng :



Hình 2.5G

$$OO' = x\frac{1,2}{0,2} = 5x \text{ (x là khoảng cách giữa hai dải).}$$

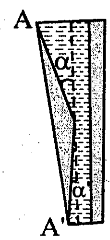
Hai hệ vân ứng với hai dải ở hai mép khe cách nhau :

$$OO' = 5h = 5.0,02 = 0,1 \text{ mm}$$

Khoảng này lớn gấp 2,5 lần khoảng vân i, do đó ta không quan sát được vân.

2. a) Lăng kính A bây giờ làm lệch tia sáng một góc δ (Hình 2.6G), với :

$$\delta = (n - 1)A - (n' - 1)\alpha$$



Hình 2.6G

Lăng kính A' cũng chỉ làm lệch tia sáng một góc :

$$\delta' = (n - 1)A' - (n' - 1)\alpha'$$

Khoảng cách a' giữa hai ảnh của nguồn F là :

$$a' = d\,[(n - 1)A - (n' - 1)\alpha + (n - 1)A' - (n' - 1)\alpha'] = 2d(n - n')A$$

Vì $\alpha + \alpha' = A + A' = 2A$ nên khoảng vân là :

$$i' = \frac{\lambda(d + d')}{2d(n - n')} = \frac{n - 1}{n - n'}i$$

Ta thấy i' không phụ thuộc α và α', tức là tấm T không nhất thiết phải song song với A'A.

b) Để quan sát được vân, cần có điều kiện : $i' = \frac{n - 1}{n - n'}i > OO' = 0{,}1$ mm.

Do đó : $n - n' < \frac{(n - 1)}{OO'} = 0{,}1963$

và $n' > 1{,}5 - 0{,}1963 \approx 1{,}3037$. Vậy $n' > 1{,}3037$.

c) $i = \frac{1{,}5 - 1}{1{,}50 - 1{,}42}.\frac{0{,}589}{15} \approx 0{,}2454 \approx 0{,}25$ mm

Góc trông khoảng vân β qua kính lúp là :

$$\tan\beta \approx \beta = \frac{i}{f} = \frac{0{,}2454}{40} = 0{,}00614 \text{ rad} \approx 20'$$

3. Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia lớp 12 THPT năm 2002, ngày thi thứ nhất

3.1. Cơ học

1\. a) Lực ma sát : $F_{ms} = k(P + R\cos\alpha) = 200 + 0{,}32R$ (1)

Điều kiện cân bằng giới hạn đối với sự quay quanh A :

$$F_{max} = nF_{ms} \qquad (2)$$

Cột không chuyển động tịnh tiến nên :

$$F_{max} = F_{ms} + R.0{,}6 \qquad (3)$$

Giải hệ ba phương trình ba ẩn với n = 2, ta được :

$$F_{max} = 857 \text{ N} ;\ F_{ms} = 428 \text{ N} ;\ R = 714 \text{ N}$$

b) Ta có các phương trình (1) (2) và (3) :

$$F_{max} = n(200 + 0{,}32R) = 200 + 0{,}92R$$

$$R = \frac{200(n - 1)}{0{,}92 - 0{,}32n} \quad (4) ; \quad F_{max} = \frac{120n}{0{,}92 - 0{,}32n} \qquad (5)$$

Khi $n \to \dfrac{0,92}{0,32} = 2,875$ thì giới hạn của F làm B trượt là ∞ (nghĩa là B không trượt dù F rất lớn). Khi đó : $BC = \dfrac{1,875}{2,875}AB \approx 0,65$ m.

c) n = 3 > 2,875. Không dùng được (4) vì R < 0. Bây giờ thanh không quay quanh B :

$$F.\frac{2}{3}AB = R.\ AB\sin\alpha.\ \text{Suy ra : } R = 1000\ \text{N}.$$

2. Vệ tinh cột dài L nằm cân bằng khi lực quán tính li tâm bằng lực hấp dẫn.

Tính lực quán tính li tâm : ta có $dF_{lt} = \rho dl\omega^2 r$.

$$F_{lt} = \int_R^{R+L} \rho\omega^2 r dr = \frac{\rho\omega^2}{2}r^2\Big|_R^{R+L} = \frac{\rho\omega^2}{2}(2R + L)L$$

Tương tự, lực hấp dẫn là :

$$F_{hd} = G\rho M\int_R^{R+L}\frac{dr}{r^2} = G\rho M\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R+L}\right) = G\rho M\frac{L}{R(R+L)}$$

$$F_{hd} = F_{lt} \Rightarrow G\rho M\frac{L}{R(R+L)} = \frac{\rho\omega^2}{2}(2R + 1)L$$

Giải phương trình, có nghiệm :

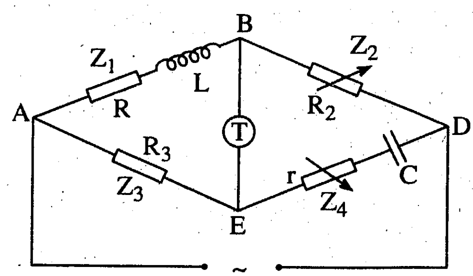
$$L = \frac{1}{2}\left(-3R + \sqrt{R^2 + \frac{8GM}{R\omega^2}}\right).\ \text{Áp dụng số :}$$

$$R = \frac{4.10^7\text{m}}{2\pi} = 6,36.\ 10^6\text{m}\ ;\ \omega = \frac{2\pi}{24.3600} \approx 7,27.\ 10^{-5}\ \text{rad/s}$$

$$\frac{GM}{R^2} = g = 9,81\ \text{m/s}^2 \Rightarrow \frac{GM}{R} = 6,3.\ 10^7\ \text{m/s}^2 \Rightarrow L \approx 1,5.10^8\text{m}$$

3.2. Điện học

1. a) Vì cầu cân bằng (Hình 3.1G), E và B có cùng điện áp. Ta có giản đồ như hình 3.2G. Ta có : AF // BC vì Ri_1 và R_2i_1 đều đồng pha với i_1, $\widehat{EDG} = \widehat{AEF}$ (vì có cạnh tương ứng vuông góc). Hai tam giác AFB và BGD đồng dạng cho mối liên hệ thứ nhất : $\dfrac{\omega L}{R} = \dfrac{1}{\omega Cr}$ hay $\omega^2 LCr = R$ (1)



Hình 3.1G

b) $Z_1 = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2}$; $Z_2 = R_2$; $Z_3 = R_3$; $Z_1 = \sqrt{r^2 + \dfrac{1}{C^2\omega^2}}$; (2)

$U_{AB} = U_{AE}$ cho $Z_1 I_1 = Z_3 I_3$ (3)

$U_{BD} = U_{AD}$ cho $Z_2 I_1 = Z_4 I_3$ (4)

Từ (3) và (4) suy ra : $Z_1 Z_4 = Z_2 Z_3$ (5)

Thay Z_i vào (5) bằng các biểu thức (2) và bình phương, ta có :

$$(R^2 + L^2\omega^2)\left(r^2 + \frac{1}{C^2\omega^2}\right) = (R_2R_3)^2 \quad (4)$$

hay $$(R^2r^2 + \frac{L^2}{C^2} + \frac{R^2}{C^2\omega^2} + (L\omega r)^2 = (R_2R_3)^2 \quad (6)$$

Từ (1) và (6) suy ra :

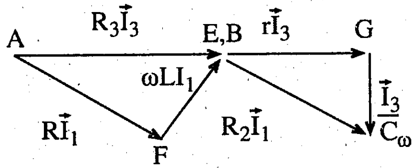
$$\left(Rr + \frac{L}{C}\right)^2 = (R_2R_3)^2 \Rightarrow Rr + \frac{L}{C} = R_2R_3 \quad (7)$$

c) Hai phương trình (1) và (7) cho ta hai ẩn R và L.

Thay $R = CLr\omega^2$ vào (7) ta có :

$$L\left(Cr^2\omega^2 + \frac{1}{C}\right) = R_2R_3$$

$$L = \frac{R_2R_3}{Cr^2\omega^2 + \dfrac{1}{C}}.$$ Từ đó :



Hình 3.2G

$$R = CLr\omega^2 \; R = \frac{C^2r\omega^2R_2R_3}{1 + C^2r^2\omega^2}$$

Áp dụng bằng số : L = 0,1H ; R = 100 Ω.

2. a) Ở trạng thái ban đầu của hệ :

$$C_1 = \varepsilon C_0 \;;\; q_1 = \varepsilon C_0\mathscr{E} ;\; W_1 = \frac{1}{2}C_1\mathscr{E}^2 = \frac{1}{2}\varepsilon C_0\mathscr{E}^2$$

Sau khi kéo nhanh điện môi ra, ta có :

$$C_2 = C_0 \;;\; q_2 = q_1 = \varepsilon C_0\mathscr{E} ; \Rightarrow U' = \varepsilon\mathscr{E} ;\; W_2 = \frac{1}{2}\varepsilon^2C_0\mathscr{E}^2$$

Công mà hệ nhận được : $\Delta A_{nh} = W_2 - W_1 = \dfrac{1}{2}\varepsilon C_0\mathscr{E}^2(\varepsilon - 1)$.

b) Biến thiên năng lượng của tụ điện sau khi hệ cân bằng :

$$\Delta W_C = \frac{1}{2}C_0\mathscr{E}^2 - \frac{1}{2}\varepsilon C_0\mathscr{E}^2 = -\frac{1}{2}C_0\mathscr{E}^2(\varepsilon - 1)$$

Điện lượng chạy qua acquy : $\Delta q = \varepsilon C_0\mathscr{E} - C_0\mathscr{E} = C_0\mathscr{E}(\varepsilon - 1)$.

Năng lượng đã nạp vào acquy : $\Delta W_A = C_0\mathscr{E}^2(\varepsilon - 1)$.

Biến thiên năng lượng toàn phần của hệ :

$$\Delta W = \Delta W_A + \Delta W_C = C_0\mathscr{E}^2(\varepsilon - 1) - \frac{1}{2}C_0\mathscr{E}^2(\varepsilon - 1) = \frac{1}{2}C_0\mathscr{E}^2(\varepsilon - 1)$$

$$\Delta U = \Delta W = \frac{1}{2}C_0\mathscr{E}^2(\varepsilon - 1)$$

Phần biến thiên năng lượng rơi vào tụ : $\Delta W_C = -\frac{1}{2}C_0\mathscr{E}^2(\varepsilon - 1)$. Phần rơi vào acquy : $\Delta W_A = C_0\mathscr{E}^2(\varepsilon - 1)$.

c) Áp dụng nguyên lí I nhiệt động lực học, nhiệt toả ra là :

$$Q = -\Delta U + \Delta A = -\frac{1}{2}C_0\mathscr{E}^2(\varepsilon - 1) + \frac{1}{2}C_0\mathscr{E}^2\varepsilon(\varepsilon - 1) = \frac{1}{2}C_0\mathscr{E}^2(\varepsilon - 1)^2$$

3.3. Quang học

1. Áp dụng công thức thấu kính $\frac{1}{O_1A} + \frac{1}{O_1A_1} = \frac{1}{f}$. Ảnh A_1B_1 của AB qua thấu kính thứ nhất L_1 là ảnh thật nằm cách L_1 khoảng $O_1A_1 = 2f$, cũng là cách L_2 khoảng $A_1O_2 = 2f$. Vậy số phóng đại là $\frac{A_1B_1}{AB} = -1$ hay $y_1 = -y$.

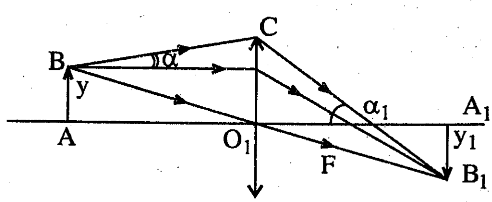
Tương tự, ta có A_k ở sau L_k và cách L_k một khoảng 2f và ở trước L_{k+1}, cách L_{k+1} một khoảng 2f và ta có $y_k = -y_{k-1}$. Vậy $y_k = y$ nếu k chẵn và $y_k = -y$ nếu k lẻ.

2. a) Ta đặt $O_1A = d$; $O_1A_1 = d'$. Vì α và α_1 là những góc nhỏ nên :

$$\alpha \approx \tan\alpha = \frac{O_1C + y}{O_1A} = \frac{O_1C}{d} + \frac{y}{d} \text{ và } \alpha_1 \approx \tan\alpha_1 = -\frac{O_1C - y_1}{O_1A_1} = -\frac{O_1C}{d'} + \frac{y_1}{d'}$$

Ta quy ước góc có dấu dương nếu ảnh hướng lên trên và ngược lại (xem hình 3.3G). Mặt khác, vì $\frac{y}{d} = -\frac{y_1}{d'}$ và $O_1C = y + \alpha d$, $d = 2f$ nên :

$$\alpha_1 = -\alpha - \frac{y}{f}.$$



Hình 3.3G

b) Lập luận tương tự, ta thu được dãy hệ thức sau :

$$\alpha_1 = -\alpha - \frac{y}{f} \; ; \; \alpha_2 = -a_1 - \frac{y_1}{f} = \alpha + 2\frac{y}{f} \; ;$$

$$\alpha_3 = -\alpha_2 - \frac{y_2}{f} = -\alpha - 3\frac{y}{f} \ldots$$

Một cách tổng quát : $\alpha_k = \alpha + k\frac{y}{f}$ nếu k là chẵn và $\alpha_k = -\left(\alpha + k\frac{y}{f}\right)$ nếu k là lẻ. Có thể viết gộp lại : $\alpha_k = (-1)^k\left(\alpha + k\frac{y}{f}\right)$.

3. Từ kết quả trên, ta thấy nếu $y \neq 0$ thì góc α_k tăng lên khi tia sáng đi qua nhiều thấu kính. Do đó, càng nhiều tia sáng bị mất vì đi ra ngoài thấu kính. Góc α tăng nhanh với y lớn, nghĩa là điểm sáng càng xa quang trục thì ảnh của nó càng yếu.

4. Đặt trước thấu kính L_1 một vật kính có tiêu cự nhỏ, sao cho ảnh thật được phóng đại của vật qua vật kính này hiện ở trước L_1 và cách L_1 khoảng 2f. Đặt sau thấu kính L_n một thị kính có tiêu cự lớn hơn của vật kính, được dùng như một kính lúp để quan sát ảnh thu được sau hệ quang. Như vậy, ta đã kết hợp một kính hiển vi (gồm vật kính và thị kính) với quang hệ đang xét. Dụng cụ này cho phép quan sát ảnh của các vật nhỏ với số bội giác lớn, và khoảng cách từ vật tới mắt người quan sát có thể khá lớn (tuỳ thuốc số lượng thấu kính trong hệ và tiêu cự của chúng). Muốn cho ảnh quan sát cùng chiều với vật, cần có số lẻ thấu kính.

4. Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia lớp 12 THPT năm 2002, ngày thi thứ hai

4.1. Nhiệt học

1. a) Lúc đầu không khí có $V_0 = 1m^3$; $p_0 = 1$ atm. Độ ẩm của không khí là 50% nên áp suất riêng phần của hơi nước là $p_{n0} = 0{,}5$ atm và của không khí là $p_{k0} = p_0 - p_{n0} = 0{,}5$ atm.

Hơi nước bắt đầu ngưng tụ khi áp suất hơi nước là $p_{n1} = 1$ atm.

Khi đó thể tích của hơi nước và không khí là : $V_1 = \frac{0{,}5.1}{1} = 0{,}5m^3$. Áp suất không khí khi đó là : $p_1 = \frac{p_0V_0}{V_1} = 2$ atm.

Nén tới thể tích $V_2 = 0{,}2\ m^3$, áp suất riêng phần của không khí là :

$$p_{k2} = \frac{p_{k0}V_0}{V_2} = \frac{0{,}5\text{atm}.1m^3}{0{,}2.m^3} = 2{,}5 \text{ atm}$$

Áp suất riêng phần của hơi nước là : $p_{n2} = p_{n0} = 1$ atm. Từ đó, áp suất của không khí khi nén tới thể tích $V_2 = 0{,}2\ m^3$ là : $p_2 = p_{k2} + p_{n2} = 3{,}5$ atm.

b) Quá trình nén là đẳng nhiệt nên công nén khí khi hơi nước chưa ngưng tụ là :

$$A_1 = -p_0V_0\,\text{Ln}\frac{V_1}{V_0} = p_0V_0\,\text{Ln}2$$

Công nén khí khi hơi nước ngưng tụ là :

$$A_2 = A_{21} + A_{22}, \text{ với } A_{21} = p_{k1}V_1\ln 2,5$$

$$A_{22} = p_{n1}(V_1 - V_2)$$

Kết quả bằng số :

$$A_1 = 1,103.10^5.1.0,63915 = 70.216J \approx 70,2 \text{ kJ}$$

$$A_{21} = 1,103.10^5.0,5.0,916291 = 46.410J \approx 46,42 \text{ kJ}$$

$$A_{22} = 1,103.10^5.0,3 = 30.390 \text{ J} \approx 30,4 \text{ kJ}$$

Công tổng cộng của lực nén là : $A = A_1 + A_{21} + A_{22} = 147$ kJ.

c) Khối lượng m của hơi nước đã ngưng tụ :

$$p_{n1}(V_1 - V_2) = \frac{m}{\mu}RT. \text{ Từ đó : } \frac{m}{\mu} = \frac{1.013.10^5.0,3}{8,31.373} = 9,8 \text{ và } m = 9,8.18 = 176,5 \text{ g.}$$

Nhiệt lượng toả ra do m g hơi nước ngưng tụ : $Q_0 = mL = 176,5.\ 2250 \approx 397$ kJ.

Nhiệt lượng này bằng độ giảm nội năng của m g hơi nước khi ngưng tụ cộng với công A_{22} nén khí khi hơi nước bão hoà chuyển thể thành nước.

Tổng nhiệt lượng toả ra là :

$$Q = A_1 + A_{21} + Q_0 = 70,2 + 46,4 + 397 = 513,8 \text{ kJ} \approx 514 \text{ kJ}$$

2. Theo giả thiết, lượng hơi nước ở trạng thái đầu có áp suất là $p_0 = 1$ atm ; có thể tích là V_0 và có nhiệt độ : $T_0 = 273 \text{ K} + 150 \text{ K} = 423$ K.

Trạng thái cuối, áp suất là p_1, thể tích là $V_1 = 1,5V_0$, nhiệt độ là T_1.

Nếu không có hơi nước ngưng tụ thì :

$$p_1 = p_0\left(\frac{V_0}{V_1}\right)^{\gamma} = 1 \text{ atm}\left(\frac{1}{1,5}\right)^{1,33} \approx 0,58 \text{ atm}$$

$$T_1 = T_0\left(\frac{V_0}{V_1}\right)^{\gamma-1} = 423\text{K}\left(\frac{1}{1,5}\right)^{1,33-1} \approx 370 \text{ K} = 97^{\circ}\text{C}$$

Ta hãy ước lượng áp suất của hơi bão hoà ở $97^{\circ}C = 370$ K.

Xét chu trình Carnot với lượng hơi nước có m = 1kg, bão hoà ở nhiệt độ T = 373 K ; T' = T – dT = 370 K (dT = 3 K). Ở chu trình này : Q = L = 2250 kJ, hiệu suất là :

$$\frac{dT}{T} = \frac{dp(V_h - V_L)}{L}$$

Trong đó dT = 3 K ; V_h là thể tích của hơi nước khối lượng 1 kg ở 373 K ; $V_h = \frac{22,4}{18}.\frac{370}{273} \approx 1,7 \text{ m}^3$, coi thể tích nước ngưng tụ không đáng kể : $V_L = 0$.

Từ đó ta có dp ≈ 10650 Pa ≈ 0,1 atm.

Vậy áp suất hơi bão hoà ở $97^{o}C \approx 0{,}9$ atm > 0,58 atm.

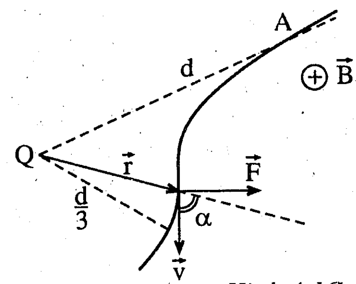
Kết luận : không có nước ngưng tụ.

4.2. Điện học

a) Kí hiệu O là điểm đặt Q cố định, A là vị trí ban đầu của hạt tích điện $-q$.

Thả cho hạt tự do, nó sẽ chuyển động về phía O dưới tác dụng của lực hút tĩnh điện $F_d = k\dfrac{Qq}{r^2}$. Từ trường tác dụng lực Lorentz lên hạt, lực này vuông góc với vận tốc và có độ lớn : $F_L = qvB$; v là vận tốc của hạt ; B độ lớn vectơ cảm ứng từ. Lực Lorentz làm cho hạt đi chệch khỏi đoạn thẳng OA nhưng luôn nằm trong mặt phẳng chứa OA, vuông góc $\vec{B}$ và không có tác dụng làm thay đổi độ lớn của vận tốc v của hạt. Khoảng cách từ O tới hạt càng giảm thì v càng tăng, đến khoảng cách $\dfrac{d}{3}$, theo định luật bảo toàn năng lượng sẽ có động năng :

$$\frac{mv^2}{2} = -k\frac{Qq}{d} + k\frac{Qq}{\frac{d}{3}} = 2\frac{kQq}{d} \qquad (1)$$



Hình 4.1G

Sau đó hạt đi ra xa O theo một quỹ đạo có bề lõm quay về O (Hình 4.1G).

b) Viết phương trình cho chuyển động của hạt đối với O.

– Momen của lực điện : $M_{\vec{F}_d} = 0$.

– Momen của lực Lorentz :

$$M_{\vec{F}_L} = qvB.r\cos\alpha = qBr(v\cos\alpha) = qBr\frac{dr}{dt} \text{ (vì } v\cos\alpha = \frac{dr}{dt})$$

Gọi L là momen động lượng của hạt đối với O, ta có :

$$\frac{dL}{dt} = M_{\vec{F}_d} + M_{\vec{F}_L} = qBr\frac{dr}{dt}$$

Từ đó : $$\int_{(A)}^{(M)} dL = \int_{(A)}^{(M)} qBrdr \Rightarrow L_M - L_A = qB\frac{r^2}{2}\Bigg|_d^{\frac{d}{3}}$$

$$\Rightarrow -mv\frac{d}{3} = \frac{1}{2}qB\left(\left(\frac{d}{3}\right)^2 - d^2\right) \Rightarrow B = \frac{3}{4}\frac{mv}{qd} \qquad (2)$$

Từ (1) rút ra $v = \sqrt{\dfrac{4kQq}{md}}$ rồi thay vào (2) ta có :

$$B = \frac{3}{4}.\frac{m}{qd}.2\sqrt{\frac{kQq}{md}} = \frac{3}{2}\sqrt{\frac{kQm}{qd^3}}$$

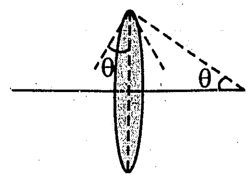
4.3. Quang học

a) Ta có : $\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R}\right) = \frac{(1,5-1).2}{10} \Rightarrow f = 10$ cm.

Vị trí của ảnh : $d' = \frac{df}{d-f} = -40$ cm.

Ta có (Hình 4.2G) : $\tan\alpha = \frac{A'B'}{20+|d'|} = \frac{A'B'}{60}$; $\tan\alpha_0 = \frac{AB}{25}$. Từ đó :

$G = \frac{\tan\alpha}{\tan\alpha_0} = \frac{A'B'}{AB}.\frac{25}{60}$ với $\frac{A'B'}{AB} = \frac{40}{8} = 5 \Rightarrow G \approx 2,1$.



Hình 4.2G

b) Tính bán kính đường rìa R' :

Ta có : $R^2 = R'^2 + (R-0,5)^2 \Rightarrow R' = \sqrt{10^2 - (9,5)^2} \approx 3,12$ cm.

Góc ở đỉnh phần rìa thấu kính là A = 2θ với $\cos\theta = \frac{9,5}{10}$.

Góc tới của tia sáng tại mặt trước thấu kính : $i = \theta \approx 18,2^o$; góc $A = 2\theta = 36,4^o$.

Áp dụng định luật khúc xạ ánh sáng :

$\sin r = \frac{\sin 18,32^o}{1,5} \approx 0,2082 \Rightarrow r \approx 12^o$; $r' = A - r = 24,4^o \Rightarrow \sin i' = n\sin r' = 0,6197$

$$\Rightarrow i' = 38,3^o$$

Góc lệch : $\delta = i + i' - A = 20,1^o$; $IF_2 \approx \frac{3,12}{\tan\delta} = \frac{3,12}{0,3659} \approx 8,53$ cm.

Với tia gần trục chính, ta có thể xem thấu kính như một hệ gồm 2 thấu kính mỏng O_1, O_2 có tiêu cự f = 20 cm và một bản mặt song song bề dày e = 1 cm.

Chùm song song lần lượt hội tụ tại các điểm F_1', $O_1F_1' = 20$ cm ;

$O_1F_1'' = O_1F_1' + e\left(1 - \frac{1}{n}\right) \approx 20,33$ cm

$O_2F_1 = O_1F_1'' - 1 = 19,33$ cm $= -d$; $d' = \frac{df}{d-f} = \frac{-19,33.20}{-19,33-20} \approx 9,83$ cm

$IF_1 = d' + 0,5 = 10,33$ cm

c) Học sinh tự vẽ hình.

4.4. Phương án thí nghiệm

1. – Nguyên lí : Dùng hiện tượng điện phân. Ta đo thể tích V của khí H_2 bay ra ở âm cực, áp suất p và nhiệt độ T của khí, và điện lượng q = It chạy qua bình điện phân.

Gọi n là số nguyên tử H : q = 2ne = It. Từ $pV = \frac{m}{\mu}RT$ và $n = \frac{m}{\mu}N_A$ suy ra :

$$n = \frac{N_A pV}{RT} \Rightarrow e = \frac{q}{2n} = \frac{ItRT}{2pVN_A}$$

– Dùng nguồn điện là acquy

Chất điện phân : dung dịch axít lấy trong acquy (pha loãng).

Đo thể tích hiđrô : dùng bơm tiêm.

Áp suất $p = 1atm - \rho gh - p_h$, p_h là áp suất hơi bão hoà.

(Làm thí nghiệm khéo thì có thể đạt được p_h rất nhỏ, có thể bỏ qua. Khi tính có thể bỏ qua áp suất của hơi bão hoà).

– Sai số chủ yếu do việc đo thể tích.

2. *Gợi ý :* Mắc song song vôn kế với một điện trở nhỏ R_S (sơn) sao cho điện trở của cả cụm là $R_A = 1{,}00\ \Omega$. Muốn vậy, cần phải xác định điện trở nội R_V của vôn kế.

– Đo suất điện động $\mathscr{E}$ của acquy. Mắc nối tiếp lần lượt acquy với vôn kế và các điện trở than R_i đã cho. Đọc số chỉ U_i của vôn kế và lập bảng :

R	...	...	...	...
U	...	...	...	...

– Xử lí số liệu : Theo định luật Ohm : $E = U_i + \frac{U_i}{R_V} R_i \Rightarrow \frac{1}{U_i} = \frac{1}{E} + \frac{1}{R_V} \cdot \frac{R_i}{E}$.

Vẽ đồ thị biểu diễn $\frac{1}{U_i}$ theo $\frac{R_i}{E}$. Đồ thị là một đường thẳng có hệ số góc $\frac{1}{R_V}$.

(Có thể dùng công thức hồi quy tuyến tính). Biết R_V suy ra R_s.

3. *Gợi ý :*

– Lấy 3 điện trở than $10\ \Omega$ để lắp ba nhánh của cầu Wheastone, dùng cầu ấy để tạo ra một đoạn dây may so có điện trở bằng $10\ \Omega$. Đo chiều dài L của đoạn dây ấy.

Đoạn dây dùng làm R_s có chiều dài là $L_s.L_S = L\left(\frac{R_s}{10}\right)$.

Dùng acquy làm nguồn điện, vôn kế mắc ở đường chéo của cầu. Thay đổi chiều dài của L cho tới khi cầu cân bằng thì cắt lấy chiều dài L ấy. Từ đó tạo ra đoạn dây có chiều dài L_S cần thiết.

5. Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia lớp 12 THPT năm 2003, ngày thi thứ nhất

5.1. Cơ học

1. Các thành phần vận tốc của A và B dọc theo thanh bằng nhau nên :

$$v_B = \frac{v_A \cos(60^o - \alpha)}{\cos\alpha} = v_0\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\tan\alpha\right)$$

Chọn trục Oy như hình 5.1G, A có toạ độ :

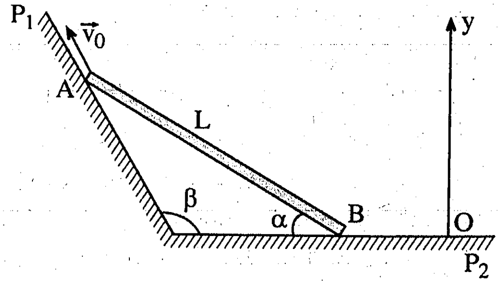
$y = L\sin\alpha \Rightarrow y' = L\cos\alpha.\ \alpha' = v_0\cos30^o$

Tốc độ góc của thanh :

$$\omega = \alpha' = \frac{v_0\cos30^o}{L\cos\alpha} = \frac{v_0\sqrt{3}}{2L\cos\alpha}$$

Gia tốc của B :

$$a = \frac{dv_B}{dt} = v_0\frac{\sqrt{3}}{2\cos^2\alpha}\alpha' = \frac{3v_0^2}{4L\cos^3\alpha}$$



Hình 5.1G

2. Các lực ma sát nghỉ có độ lớn cực đại là :

$$F_{1max} = k_1m_1g\ ;\ F_{2max} = k_2(m_1 + m_2)g$$

Nếu $F \le F_{2max}$ thì $a_1 = a_2 = 0$.

Nếu $F > F_{2max}$ thì ván (2) chuyển động và chịu tác dụng của các lực F, F_{2max} và lực ma sát F_1 giữa hai ván. Có hai khả năng :

a) $F_1 \le F_{1max}$, ván (1) gắn với ván (2). Hai ván chuyển động với cùng gia tốc :

$a = \dfrac{F - F_{2max}}{m_1 + m_2}$. Lực truyền gia tốc a cho m_1 là F_1 : $F_1 = m_1\dfrac{F - F_{2max}}{m_1 + m_2} \le k_1m_1g$

$\Rightarrow F \le (k_1 + k_2)(m_1 + m_2)g$

Điều kiện để hai tấm ván chuyển động với cùng gia tốc a là :

$k_2(m_1 + m_2)g < F \le (k_1 + k_2)(m_1 + m_2)g$. Thay số ta có : 4,5 N < F ≤ 6 N.

b) $F = F_{1max}$. Ván (1) trượt trên ván (2) và vẫn đi sang phải với gia tốc a_1 :

$$a_1 < a_2\ ;\ F_{1max} = k_1m_1g = m_1a_1\ ;\ a_1 = k_1g$$

Ván (2) chịu tác dụng của F, F_{1max}, F_{2max} và có gia tốc a_2 :

$$a_2 = \frac{F - k_1m_1g - k_2(m_1 + m_2)g}{m_2}$$

Điều kiện để $a_2 - a_1 = \dfrac{1}{m_2}\{F - (k_1 + k_2)(m_1 + m_2)g\} > 0$ là :

$$F > (k_1 + k_2)(m_1 + m_2)g$$

Thay số : F ≤ 4,6 N : $a_1 = a_2 = 0$; hai vật đứng yên

4,5 N < F ≤ 6 N : hai vật có cùng gia tốc : $a_1 = a_2 = \dfrac{F - 4,5}{1,5}$.

F > 6 N : Vật 1 có $a_1 = 1\ m/s^2$; vật (2) có $a_2 = (F - 5)\ (m/s^2)$.

5.2. Nhiệt học

a) Quá trình 1 – 2 : $\frac{p_2}{V_2} = \frac{p_1}{V_1} \Rightarrow V_2 = V_1\frac{p_2}{p_1} = 3V_1$;

$$T_2 = T_1\frac{p_2V_2}{p_1V_1} = 9T_1 = 2700\text{ K}$$

Quá trình 2 – 3 : $p_3 = p_2\left(\frac{V_2}{V_3}\right)^{\gamma} = p_2\left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{5}{3}} \approx 0{,}619p_2 = 1{,}857p_1$ (thay $V_3 = V_4$)

$$T_3 = T_2\left(\frac{V_2}{V_3}\right)^{\gamma-1} = T_2\left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{2}{3}} = 0{,}825T_2 = 7{,}43T_1 = 2229\text{ K} \approx 2230\text{ K}$$

Quá trình 4 – 1 : $T_4 = T_1\frac{V_4}{V_1} = 4T_1 = 1200$ K.

b) Quá trình 1– 2 : $\Delta U_{1-2} = C_V(T_2 - T_1) = 8C_VT_1 = 12RT_1$

$$A_{1-2} = \frac{(p_1 + p_2)(V_2 - V_1)}{2} = 4p_1V_1 = 4RT_1$$

$$Q_{1-2} = \Delta U_{1-2} + A_{1-2} = 16RT_1$$

Quá trình 2 – 3 : $A_{2-3} = -\Delta U_{2-3} = -C_V(T_3 - T_2) = 2{,}355\ RT_1$; $Q_{2-3} = 0$.

Quá trình 3 – 4 : $\Delta U_{3-4} = C_V(T_4 - T_3) = -5{,}145RT_1$; $A_{3-4} = 0$

$$Q_{3-4} = \Delta U_{3-4} + A_{3-4} = -5{,}145RT_1$$

Quá trình 4 – 1 : $\Delta U_{4-1} = C_V(T_1 - T_4) = -4{,}5RT_1$

$$A_{4-1} = p_1(V_1 - V_4) = -3p_1V_1 = -3RT_1$$

$$Q_{4-1} = \Delta U_{4-1} + A_{4-1} = -7{,}5RT_1$$

$$A = A_{1-2} + A_{2-3} + A_{3-4} + A_{4-1} = 4RT_1 + 2{,}355\ RT_1 - 3RT_1 = 3{,}355RT_1$$

Nhiệt lượng khí nhận là : $Q = Q_{1-2} = 16RT_1$.

$$\eta = \frac{A}{Q_{1-2}} = 20{,}97\% \approx 21\%$$

c) Vi phân hai vế các phương trình : $pV = RT$ và pV^{-1} = hằng số.

$$pdV + Vdp = RdT$$

$$-pV^{-2}dV + V^{-1}dp = 0$$

Giải hệ phương trình này, ta có : $pdV = Vdp = 0{,}5RdT$.

Từ đó : $dQ = C_V dT + pdV = 1{,}5RdT + 0{,}5RdT = 2RdT$.

$$C = \frac{dQ}{dt} = 2R = \text{hằng số}$$

5.3. Điện học

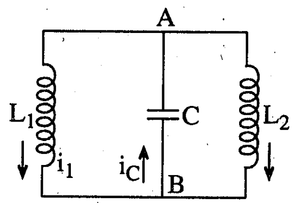
1. a) Sau khi đóng K_2 ta có sơ đồ ở hình 5.2G. Kí hiệu và quy ước chiều dương của các dòng điện như hình 5.2G và gọi q là điện tích bản tụ nối với B. Lập hệ phương trình :

$$i_C = i_1 + i_2 \qquad (1)$$

$$L i_1' - 2L i_2' = 0 \qquad (2)$$

$$L i_1' = \frac{q}{C} \qquad (3)$$

$$i_C = -q' \qquad (4)$$



Hình 5.2G

Đạo hàm hai vế của (1), (2) và (3) :

$$i_C'' = i_1'' + i_2'' \qquad (1')$$

$$Li_1'' - 2Li_2'' = 0 \qquad (2')$$

$$Li_1'' = -\frac{i_C}{C} \qquad (3')$$

Từ (1'), (2') và (3') rút ra phương trình :

$$i_C'' = -\frac{3}{2LC} i_C$$

Phương trình này chứng tỏ i_C dao động điều hoà với tần số góc $\omega = \sqrt{\frac{3}{2LC}}$.

b) $i_C = I_0\sin(\omega t + \varphi)$ (5). Từ (2) có :

$i_1 - 2i_2 =$ hằng số. Tại $t = 0$ thì $i_1 = I_1$, $i_2 = 0 \Rightarrow i_1 - 2i_2 = I_1$ (6)

Ngoài ra $i_1 + i_2 = i_C = I_{0C}\sin(\omega t + \varphi)$ (7). Giải hệ phương trình (6) và (7) ta có :

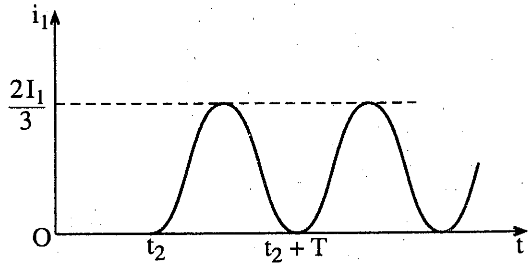
$$i_1 = \frac{I_1}{3} + \frac{2I_{0C}}{3}\sin(\omega t + \varphi) \; ; \; i_2 = \frac{I_{0C}}{3}\sin(\omega t + \varphi) - \frac{I_1}{3}$$

Từ đó : $u_{AB} = \frac{q}{C} = Li_1' = \frac{2I_{0C}}{3} LC\omega\cos(\omega t + \varphi)$.

Tại thời điểm $t = 0$ $i_1 = I_1$; $i_2 = 0$; $u_{AB} = 0$. Suy ra : $I_{0C} = I_1$; $\varphi = \frac{\pi}{2}$;

Kết quả : $i_1 = \frac{I_1}{3} + \frac{2I_1}{3}\cos\sqrt{\frac{3}{2LC}}\, t$; $i_2 = \frac{I_1}{3}\cos\sqrt{\frac{3}{2LC}}\, t - \frac{I_1}{3}$.

2. a và b) (Xem hình 5.3G). Ở thời điểm t_1 mở K_2 $i_1 = 0$ và từ (6) suy ra $i_2 = -0{,}5I_1$. Vì $V_A < V_B$ nên không có dòng qua điôt Đ, chỉ có dao động trong mạch L_2C với $T' = 2\pi\sqrt{2LC}$ và năng lượng $L\dfrac{I_1^2}{2}$.



Hình 5.3G

Kí hiệu biên độ dao động là I_0 ta có :

$$2L\frac{I_0^2}{2} = L\frac{I_1^2}{2} \Rightarrow I_0 = \frac{I_1}{\sqrt{2}}.$$ Chọn mốc tính thời gian là t_1 thì :

Khi $t = t_1 = 0$, $i_1 = 0$, $i_2 = -0{,}5I_1$; $i = \dfrac{I_1}{\sqrt{2}}\sin\left(\dfrac{t}{\sqrt{2LC}} + \varphi\right)$.

$$u_{AB} = -2Li' = -2L\frac{I_1}{2\sqrt{LC}}\cos\left(\frac{t}{\sqrt{2LC}} + \varphi\right) < 0.\ \text{Giải hệ : } \varphi = -\frac{\pi}{4}.$$

$$i = \frac{I_1}{\sqrt{2}}\sin\left(\frac{t}{\sqrt{2LC}} - \frac{\pi}{4}\right)$$

Đến thời điểm t_2 tiếp theo thì u_{AB} bằng 0 và đổi sang dấu dương :

$$u_{AB} = -2L\frac{I_1}{2\sqrt{LC}}\cos\left(\frac{t_2}{\sqrt{2LC}} - \frac{\pi}{4}\right) = 0 \Rightarrow t_2 = \frac{\pi\sqrt{2LC}}{4}$$

Từ thời điểm này có dòng qua cả hai cuộn dây, trong mạch có dao động điện từ với $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{2LC}{3}}$. Ta sẽ chứng minh được từ thời điểm t_2 luôn có dòng qua điôt.

Tương tự như trên, trong hệ có dao động điện từ với $\omega = \sqrt{\dfrac{3}{2LC}}$; $i_1 - 2i_2 = I_1$.

$$i_1 + i_2 = i_C = I'_{0C}\sin\{\omega(t - t_2) + \varphi\}$$

$$i_1 = \frac{1}{3}I_1 + \frac{2}{3}I'_{0C}\sin\{\omega(t - t_2) + \varphi\}$$

$$i_2 = \frac{1}{3}I'_{0C}\sin\{\omega(t - t_2) + \varphi\} - \frac{1}{3}I_1$$

$$u_{AB} = \frac{q}{C} = Li'_1 = \frac{2}{3}I'_{0C}LC\omega\cos\{\omega(t - t_2) + \varphi\}$$

Với điều kiện ban đầu : $t = t_2$; $i_1 = 0$; $u = 0$ suy ra : $\varphi = -\dfrac{\pi}{2}$; $I'_{0C} = \dfrac{I_1}{2}$.

$$i_1 = \frac{2I_1}{3}[1 - \text{co}\omega(t - t_2)] = \frac{2I_1}{3}\left[1 - \cos\left(\sqrt{\frac{2}{3LC}}t - \pi\frac{\sqrt{3}}{4}\right)\right] \geq 0 \text{ (đpcm)}$$

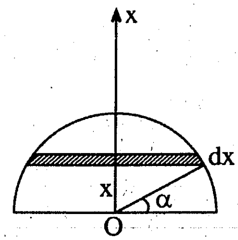
Kết luận : Với $0 < t < \dfrac{\pi\sqrt{2LC}}{4}$ thì $i_1 = 0$.

Với $t \geq \dfrac{\pi\sqrt{2LC}}{4}$ thì $i = \dfrac{2I_1}{3}\left[1 - \cos\left(\sqrt{\dfrac{2}{3LC}}t - \pi\dfrac{\sqrt{3}}{4}\right)\right]$.

6. Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia lớp 12 THPT năm 2003, ngày thi thứ hai

6.1. Cơ học

1. Do đối xứng, G nằm trên trục đối xứng Ox. Chia bán cầu thành nhiều lớp mỏng dày dx (Hình 6.1G). Một lớp ở điểm có toạ độ : $x = R\sin\alpha$, dày : $dx = R\cos\alpha.d\alpha$

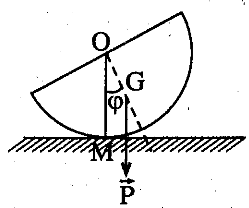


Hình 6.1G

có khối lượng : $dm = \rho\pi(R\cos\alpha)^2dx$ nên :

$$x_G = \frac{\int_0^m x dm}{m} = \frac{\int_0^{\frac{\pi}{2}} \rho\pi R^4\cos^3\alpha\sin\alpha d\alpha}{m} \quad \text{với } m = \rho\frac{2}{3}\pi R^3$$

$$d = x_G = -\frac{\rho\pi R^4}{4m}\cos^4\alpha\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\rho\pi R^4}{4m} = \frac{3R}{8} \text{ (đpcm)}$$



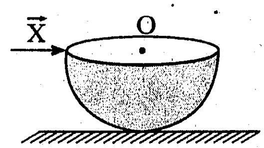
Hình 6.2G

2. Xét chuyển động quay của bán cầu quanh tiếp điểm M. Gọi φ là góc hợp bởi OG và đường thẳng đứng (Hình 6.2G). Áp dụng phương trình chuyển động quay của vật rắn (với góc φ nhỏ) :

$-mgd\varphi = I_M.\varphi''$ (1) $\Rightarrow$ φ biến thiên điều hoà với $\omega = \sqrt{\dfrac{mgd}{I_M}}$

Gọi I_O, I_G, I_M là các momen quán tính đối với các trục quay song song qua O, G, M. Ta có $I_O = \dfrac{2}{5}mR^2$; $I_O = I_G + md^2$; $I_M = I_G + m(MG)^2$. Vì φ nhỏ nên ta coi $MG = R - d \Rightarrow I_M = \dfrac{2}{5}mR^2 + m(R^2 - 2Rd) = \dfrac{13}{20}mR^2$

$$\omega = \sqrt{\frac{mgd}{I_M}} = \sqrt{\frac{15g}{26R}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{26R}{15g}}$$



Hình 6.3G

3. a) Giải hệ phương trình (Hình 6.3G) :

$X = mv_G$ (1) ; $Xd = I_G\omega$ (2) ; $v_0 = v_G + \omega d$ (3)

với $I_G = I_O - md^2 = \dfrac{83}{320}mR^2$, ta được $v_G = \dfrac{v_0}{\dfrac{1 + md^2}{I_G}} = \dfrac{83v_0}{128}$ và $\omega = \dfrac{md}{I_G}v_G = \dfrac{120}{83R}.v_G = \dfrac{15}{16R}.v_0$.

Động năng của bán cầu : $W_đ = \dfrac{mv_G^2}{2} + \dfrac{I_G\omega^2}{2} = \dfrac{83mv_0^2}{256} \approx 0{,}32\ \dfrac{mv_0^2}{2}$.

b) Khối tâm bán cầu chuyển động với thành phần vận tốc theo phương ngang bằng v_G không đổi. Bán cầu dao động quanh khối tâm.

6.2. Điện – từ

a) Cảm ứng từ tại điểm cách dây dẫn r : $B = \dfrac{\mu_0 I_0}{2\pi r}$. Từ thông qua khung dây là :

$$\Phi = \int_d^{d+a} \frac{\mu_0 I_0 b}{2\pi r}dr = \frac{\mu_0 I_0 b}{2\pi}\ln\left(1 + \frac{a}{d}\right) = \Phi_0$$

b) Trong thời gian nhỏ dt trong khung có suất điện động $e_c = -\dfrac{d\Phi}{dt}$, trong mạch có dòng điện : $i = \dfrac{e_c}{R} = -\dfrac{d\Phi}{Rdt} = \dfrac{dq}{dt} \Rightarrow dq = -\dfrac{d\Phi}{R}$

$$\Rightarrow q = -\frac{\Phi - \Phi_0}{R} = -\frac{0 - \Phi_0}{R} = \frac{\Phi_0}{R} = \frac{\mu_0 I_0 b}{2\pi R}\ln\left(1 + \frac{a}{d}\right)$$

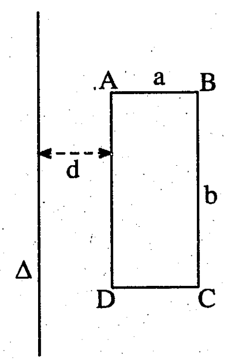
c) Gọi Δt là thời gian dòng điện giảm đều đến 0 thì :

$I = I_0\left(1 - \dfrac{t}{\Delta t}\right)$; $e_c = -\Phi'$; trong khung có :

$$i = \frac{e_c}{R} = -\frac{\Phi'}{R} = \frac{\mu_0 b}{2\pi R}\ln\left(1 + \frac{a}{d}\right)\frac{I_0}{\Delta t} = \text{hằng số.}$$

Lực tác dụng lên khung là tổng hợp hai lực tác dụng lên các cạnh AD và BC (Hình 6.4G) :

$$F = B_1 bi - B_2 bi = \frac{\mu_0 b}{2\pi d}Ii - \frac{\mu_0 b}{2\pi(d + a)}Ii = \frac{\mu_0 ab}{2\pi d(d + a)}Ii$$



Hình 6.4G

Xung của lực là :

$$X = \int_0^{\Delta t} Fdt = \frac{\mu_0 I_0 abi}{2\pi d(d + a)}\int_0^{\Delta t} I_0\left(1 - \frac{t}{\Delta t}\right)dt = \frac{\mu_0^2.ab^2}{4\pi^2 d(d + a)}\frac{I_0^2}{2R}\ln\left(1 + \frac{a}{d}\right)$$

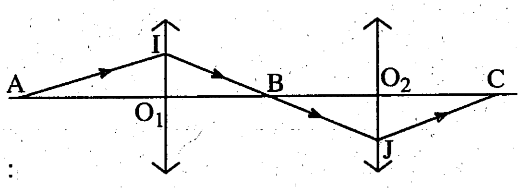
6.3. Quang học

Xét tia sáng truyền như hình 6.5G :

$$A \xrightarrow{O_1} B \xrightarrow{O_2} C$$

$\Delta AIO_1 \sim \Delta CJO_2$; $\Delta BIO_1 \sim \Delta BJO_2$ nên :

$$\frac{IO_1}{JO_2} = \frac{O_1B}{O_2B} = \frac{d_1'}{d_2} ; \frac{IO_1}{JO_2} = \frac{O_1A}{O_2C} = \frac{d_1}{d_2'}$$



Hình 6.5G

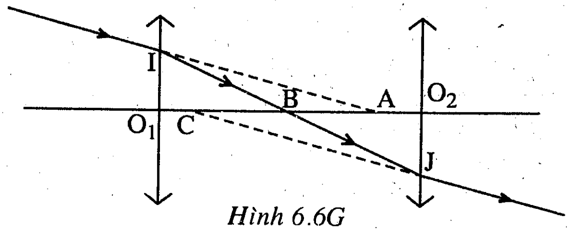
Từ đó : $\frac{d'_1}{d_2} = \frac{d_1}{d'_2}$ hay $\frac{d'_1}{d_1}.\frac{d'_2}{d_2} = 1$.

$$k = \frac{d'_1}{d_1}.\frac{d'_2}{d_2} = \frac{f_1f_2}{d_1(a - f_1 - f_2) - f_1a + f_1f_2} = 1$$

$$d_1 = \frac{f_1a}{a - (f_1 + f_2)}$$

Biện luận : Bài toán có nghiệm ứng với hình 6.6G khi $(f_1 + f_2) < a$.

– Nếu $(f_1 + f_2) = a$, $d_1 = \infty$ điểm A ở xa vô cùng.



Hình 6.6G

– Nếu $(f_1 + f_2) > a$. Chứng minh tương tự ta cũng có : $\frac{d'_1}{d_1}.\frac{d'_2}{d_2} = 1$ và

$d_1 = \frac{f_1a}{a - (f_1 + f_2)}$, $d < 0$, điểm A là ảo ở sau O_1.

6.4. Phương án thí nghiệm

Nêu ba trong các phương án sau :

Phương án 1 : Mắc tụ điện với nguồn một chiều cho tích điện đầy, rồi cho phóng điện qua điện trở lớn. Đo hiệu điện thế U_0 của nguồn và hiệu điện thế trên tụ điện bằng vôn kế, đo t bằng đồng hồ và đọc trị số R của hộp điện trở.

Từ $u = U_0e^{-\frac{t}{RC}}$ ta tính được C. Nếu chọn $u = \frac{U_0}{e}$ thì $C = \frac{t}{R}$. Cần chọn R lớn (cỡ MΩ) để thời gian phóng điện đủ lớn (cỡ giây).

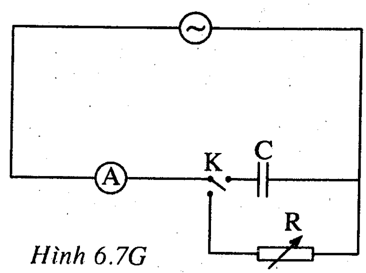
Phương án 2 : Lắp mạch điện gồm tụ điện nối tiếp với hộp điện trở rồi nối với nguồn. Lần lượt đo hiệu điện thế U_R trên điện trở, U_C trên tụ điện (điều chỉnh sao cho hai hiệu điện thế này gần bằng nhau), sẽ suy ra :

$$RC2\pi f = \frac{U_R}{U_C};\ C = \frac{U_R}{R2\pi fU_C}.$$

Phương án 3 : Dùng máy đo vạn năng (để ở nấc đo cường độ dòng điện) mắc nối tiếp với tụ điện để đo I qua tụ điện, tính $C = \frac{I}{2\pi fU_0}$.

Phương án 4 : Mắc sơ đồ như hình 6.7G. Dùng hộp điện trở như một biến trở điều chỉnh sao cho khi chuyển khoá K giữa hai chốt kim ampe kế đều chỉ như nhau. Lúc đó dung kháng của tụ điện bằng điện trở R (bỏ qua điện trở của dụng cụ đo).

Vậy $C = \frac{1}{R2\pi f}$.



Hình 6.7G

7. Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia lớp 12 THPT năm 2004, ngày thi thứ nhất

7.1. Cơ học

a) Momen quán tính :

$$I = \int_r^R \left(\frac{m}{\pi(R^2 - r^2)}\right) 2\pi r_1^3 dr_1 \ ; \ r = \frac{R}{2}, \ I = m\frac{(R^2 + r^2)}{2} = \frac{5mR^2}{8}$$

b) và c) Gọi X là xung lực của lực ma sát ở nơi tiếp xúc giữa hai đĩa ; $v_{1\perp}$, $v_{2\perp}$ tương ứng là độ lớn thành phần vuông góc của vận tốc hai đĩa với đường nối tâm của chúng, có phương ngược với chiều quay của các đĩa này :

$$m_1 v_{1\perp} = m_2 v_{2\perp} \qquad (1)$$

$$I(\omega_1' - \omega_1) = -RX \ ;$$

$$I(\omega_2' - \omega_2) = -RX \Rightarrow \omega_1' - \omega_1 = \omega_2' - \omega_2 \qquad (2)$$

$$m_1 v_{1\perp} = -\frac{I(\omega_1' - \omega_1)}{R} \qquad (3)$$

Theo giả thiết, sau va chạm, thành phần vuông góc của vận tốc dài của các tiếp điểm ở hai vành đĩa bằng nhau :

$$v_\perp = \omega_1' R - v_{1\perp} = -\omega_2' R + v_{2\perp} \qquad (4)$$

Giải hệ 4 phương trình (1) – (4), 4 ẩn : ω_1', ω_2', $v_{1\perp}$; $v_{2\perp}$:

$$\omega_1' + \frac{I}{mR^2}(\omega_1' - \omega_1) = -\omega_2' - \frac{I}{mR^2}(\omega_2' - \omega_2) \qquad (5)$$

Từ (2) và (5) :

$$\omega_1' = \frac{\left(1 + \frac{2I}{mR^2}\right)\omega_1 - \omega_2}{2 + \frac{2I}{mR^2}} \ ; \ \omega_2' = \frac{\left(1 + \frac{2I}{mR^2}\right)\omega_2 - \omega_1}{2 + \frac{2I}{mR^2}}$$

Thay $I = \frac{5mR^2}{8}$, ta có : $\omega_1' = \frac{9\omega_1 - 4\omega_2}{13}$; $\omega_2' = \frac{9\omega_2 - 4\omega_1}{13}$

Ngoài ra : $v_{1\perp} = \frac{5(\omega_1 + \omega_2)R}{26}$; $v_\perp = \omega_1' R - v_{1\perp} = \frac{(\omega_1 - \omega_2)R}{2}$

(nếu $\omega_1 > \omega_2$ $v > 0$, vận tốc này có hướng theo chiều quay của đĩa 1)

7.2. Nhiệt học

a) $Q = \int_{T_1}^{T_2} (a + bT)dT = a(T_2 - T_1) + \frac{b(T_2^2 - T_1^2)}{2}$

b) Xét 1 mol khí. Theo nguyên lí I nhiệt động lực học :

$$dQ = dU + dA = \frac{iRdT}{2} + pdV$$

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{i+2}{i} \; ; \; i = \frac{2}{\gamma - 1} \; ; \; p = \frac{RT}{V}$$

$$\Rightarrow (a + bT)\, dT = \frac{iRdT}{2} + \frac{RTdV}{V} \Rightarrow \frac{dV}{V} = \frac{adT}{RT} + \frac{bdT}{R} - \frac{idT}{2T}$$

Từ đó : $\ln V = \frac{a}{R}\ln T - \frac{1}{(\gamma - 1)}\ln T + \frac{bT}{R}$ + hằng số

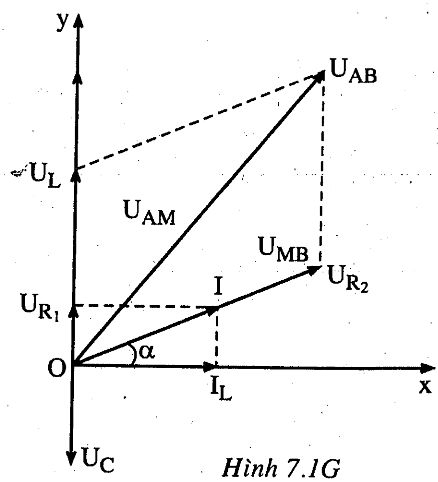
$$V = AT^{\left(\frac{a}{R} - \frac{1}{\gamma - 1}\right)} e^{\frac{bT}{R}}, \; A = \text{hằng số.}$$

7.3. Điện học

a) $\vec{U}_{AB} = \vec{U}_{AM} + \vec{U}_{MB}$; (1)

$U_{MB} = IR_2$; (2)

$U_{AM} = I_{R1}.R_1 = I_L\left|L\omega - \frac{1}{C\omega}\right|$; (3)



Hình 7.1G

Chiếu (1) lên Ox và Oy có (Hình 7.1G) :

$$U_{AB.X} = IR_2\cos\alpha = IR_2.\frac{I_1}{I} = R_2I_L$$

$$U_{AB.y} = IR_2\sin\alpha + U_{AM}$$

$$U_{AB.y} = I_L\left|L\omega - \frac{1}{C\omega}\right|\frac{(R_1 + R_2)}{R_1}$$

Do đó : $U^2 = U^2_{AB.X} + U^2_{AB.y}$

$$= I_L^2\left(\frac{R_1 + R_2}{R_1}\right)^2\left[\left(\frac{R_1R_2}{R_1 + R_2}\right)^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2\right]$$

Đặt $R = \left(\frac{R_1R_2}{R_1 + R_2}\right)$ (*), chú ý tới (3) có :

$$I_L = \frac{UR}{R_2}\frac{1}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}} \; ; \; I_{R1} = \frac{UR}{R_1R_2}\frac{\left|L\omega - \frac{1}{C\omega}\right|}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}}$$

$$I = \sqrt{I_L^2 + I_{R1}^2} = \frac{UR}{R_1R_2}\sqrt{\frac{R_1^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}} \quad (4)$$

$$U_{R1} = I_{R1}R_1 = \frac{UR}{R_2}\frac{\left|L\omega - \frac{1}{C\omega}\right|}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}} \tag{5}$$

$$U_C = \frac{I_1}{C\omega} = \frac{UR}{R_2}\frac{1}{C\omega\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}} \tag{6}$$

Với R tính bởi (*)

b) Xét biểu thức của I, ta thấy biểu thức dưới dấu căn (kí hiệu là y) là :

$$y = \frac{R_1^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} = 1 + \frac{R_1^2 - R^2}{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$$

Bởi $R_1 > R$, y đạt cực đại, tức là số chỉ ampe kế khả dĩ lớn nhất khi $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 10^4$ rad/s.

Khi đó theo (4), (5) và (6) : $I_{max} = \frac{U}{R_2} = \frac{5}{2} = 2{,}5$ A.

Số chỉ của V_2 là :

$$U_C = \frac{U}{R_2C\omega} = \frac{5}{2.10^{-7}.10^4} = 2500 \text{ V(!)}$$

c) Ta có : $U_{V1} = U_{V2} \Rightarrow U_{R1} = U_C \Rightarrow L\omega - \frac{1}{C\omega} = \frac{1}{C\omega}$

Suy ra : $\omega = \sqrt{\frac{2}{LC}} = 1{,}41.10^4 \text{ rad/s}$; $I = \frac{RU}{R_1R_2}\sqrt{\frac{R_1^2 + 0{,}25L^2\omega^2}{R^2 + 0{,}25L^2\omega^2}}$,

với $R = \frac{R_1 + R_2}{R_1 + R_2} = 1{,}2\ \Omega$; $L\omega = \sqrt{\frac{2L}{C}} = \sqrt{2}.10^3\ \Omega \Rightarrow I \approx 1$ A ;

$$U_{R1} = U_C = \frac{UR}{2R_2}\frac{L\omega}{\sqrt{R^2 + (0{,}5L\omega)^2}} \approx 3 \text{ V}$$

7.4. Quang học

a) Tính góc lệch D_{dmax} : Từ hình 7.2G ta tính được góc lệch của tia đỏ khi ló ra khỏi mặt AC :

$$D_d = 2(i_1 - r_{1d}) + 180^o - 2(60^o - r_{1d}) = 60^o + 2i_1$$

Ta tìm i_1 lớn nhất để mọi tia đều bị phản xạ :

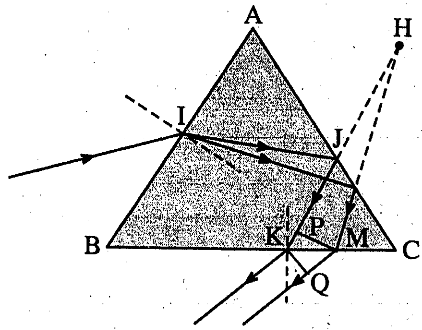
$$\sin i_1 = n\sin(60^o - i_{gh}) = \frac{\sqrt{3(n^2-1)}-1}{2}$$

Với $n_đ = 1{,}61$ (tia đỏ) ;

$$\sin i_{ghđ} = \frac{1}{n_đ} \approx 0{,}6211 \; ; \; i_{ghđ} \approx 38{,}4^o$$

Suy ra : $D_{đmax} = 133^o$;

(với $n_t = 1{,}68$; $\sin i_{ght} = \frac{1}{n_t} \approx 0{,}5952$; $i_{ght} \approx 36{,}52^o$)



Hình 7.2G

b) Cũng từ hình 7.2G, ta chứng minh được các góc khúc xạ của các tia tại mặt AB bằng các góc tới của tia tới mặt BC.

Ta có : $\frac{\sin i_1}{\sin r_1} = n$, $\frac{\sin k_1}{\sin k_2} = \frac{1}{n}$, với k_1 là góc tới của tia tới mặt BC và k_2 là góc khúc xạ của tia ló ra khỏi BC.

Vì $k_1 = r_1 \Rightarrow k_2 = i_2$ nên tất cả các tia ló ra khỏi mặt BC cùng một góc ⇒ Chùm tia ló là chùm song song.

Tính bề rộng của chùm ló. Ta có : $\sin r_{1đ} = \frac{\sin i_{1max}}{n} = 0{,}368 \Rightarrow \cos r_{1đ} \approx 0{,}9298$; $r_{1đ} = 21{,}59^o$

$$\frac{IJ}{\sin 60^o} = \frac{AJ}{\cos r_{1đ}} \Rightarrow IJ = 0{,}9314.AJ$$

Tương tự : $KJ = 0{,}9314.CJ \Rightarrow HK = IJ + KJ = 0{,}9314.AB$.

$MP = HP\tan(r_{1đ} - r_{1t}) \approx HK\tan(r_{1đ} - r_{1t}) = 0{,}01512.AB$

$KM = PM\cos r_{1đ} \approx 0{,}01406.AB$

$KQ = KM\cos i_{1max} = 0{,}0113.AB$; $KQ = 0{,}0113.a$.

8. Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia lớp 12 THPT năm 2004, ngày thi thứ hai

8.1. Cơ học

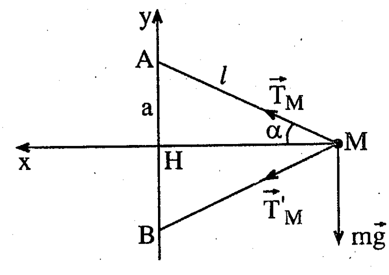
1. Gọi $\vec{T}_M, \vec{T}'_M$ là các lực do các thanh tác dụng lên vật M. Vật M chịu các lực : $m\vec{g}, \vec{T}_M, \vec{T}'_M$ và lực quán tính li tâm :

$$F = m\omega^2 R = m\omega^2\sqrt{l^2 - a^2}$$

Giả thiết $\vec{T}_M$ và $\vec{T}'_M$ có chiều như hình 8.1G. Gọi góc $\widehat{AMH} = \widehat{BMH} = \alpha$; $\sin\alpha = \frac{a}{l}$; $\cos\alpha = \frac{R}{l}$. Chiếu xuống H_X và H_Y có :

$$(T_M + T'_M)\cos\alpha = m\omega^2 R$$

$$(T_M - T'_M)\sin\alpha = mg$$



Hình 8.1G

Suy ra :

$$T_M = \frac{ml}{2}\left(\omega^2 + \frac{g}{a}\right)$$

$$T'_M = \frac{ml}{2}\left(\omega^2 - \frac{g}{a}\right)$$

Ta có $T_M > 0$, như vậy chiều giả thiết là đúng. $\vec{T}_M$ là lực do thanh tác dụng lên M. Ngược lại, M tác dụng lên thanh lực trực đối $\vec{T}$. Vậy thanh AM bị kéo.

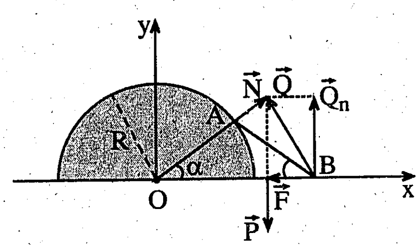
+ $T'_M > 0$ nếu $\omega > \sqrt{\frac{g}{a}}$ (hệ quay đủ nhanh), thanh BM bị kéo ;

+ $T'_M < 0$ nếu $\omega < \sqrt{\frac{g}{a}}$, thanh BM bị nén ;

+ $T'_M = 0$ nếu $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$, thanh BM không chịu lực nào.

2. Thanh chịu tác dụng của trọng lực $\vec{P}$ phản lực $\vec{N}$ của bán trục ở A vuông góc với mặt trụ (đi qua O). Phản lực Q của mặt bàn xiên góc với phương ngang vì có ma sát, trong đó : $\vec{Q} = \vec{Q}_N + \vec{F}$; trong đó $\vec{F}$ là lực ma sát.

Ba lực $\vec{Q}$; $\vec{N}$; $\vec{P}$ cân bằng, vậy giao điểm của $\vec{N}$ và $\vec{Q}$ phải ở trên giá của $\vec{P}$ (Hình 8.2G).



Hình 8.2G

Ta có : $\vec{P} + \vec{Q} + \vec{N} = \vec{0}$ (1)

Tam giác OAB là cân nên góc BAN = 2α.

Chiếu (1) xuống Ox ta có : $N\cos\alpha = F$; (2)

Chiếu (1) xuống Oy : $N\sin\alpha + Q_N = P$; (3)

Xét momen của các lực đối với B ta có :

$$P\frac{R\cos\alpha}{2} = NR\sin 2\alpha \qquad (4)$$

Mặt khác : $$F \le \frac{\sqrt{3}}{3}Q_N \; ; \qquad (5)$$

Ta có 4 phương trình cho 4 ẩn N ; Q_N ; F và α. Từ (3) có : $N = \frac{P\cos\alpha}{2\sin 2\alpha} = \frac{P}{4\sin\alpha}$.

Thay vào (2) nhận được : $F = \frac{P\cot\alpha}{4}$; (6)

Thay vào (3) thu được : $Q_N = P - N\sin\alpha = \frac{3P}{4}$ (7)

Thay (6) và (7) vào (5) ta có : $\frac{P}{4\tan\alpha} \le \frac{\sqrt{3}}{4}P$. Suy ra : $\tan\alpha \ge \frac{1}{\sqrt{3}}$; hay $\alpha \ge 30^o$.

Mặt khác, dễ dàng thấy rằng, vị trí của thanh, khi đầu A của thang là tiếp điểm với bán trụ, tạo với mặt ngang với một góc giới hạn $\alpha = 45^o$. Vậy trạng thái cân bằng của thanh ứng với góc α thoả mãn điều kiện : $30^o \le \alpha \le 45^o$

8.2. Nhiệt học

a) Tại các điểm có mức nước x, áp suất như nhau nên :

$$(x + h_1)\rho_1 = (x + h_2)\rho_2 \qquad (1)$$

$$\Rightarrow \frac{x + h_1}{\rho_2} = \frac{x + h_2}{\rho_1} = \frac{h_1 - h_2}{\rho_2 - \rho_1} = -\frac{\Delta h}{\Delta\rho} \qquad (2)$$

$$\Rightarrow x = -\Delta h\frac{\rho_2}{\Delta\rho} - h_1 = \Delta h\frac{\rho_1}{\Delta\rho} - h_2 \qquad (3)$$

trong đó $\Delta\rho = \rho_2 - \rho_1 = -\alpha(T_2 - T_0) + \alpha((T_1 - T_0) = \alpha(T_1 - T_2)$

Với mỗi cặp bình ta đã có : $p_A - p_B = (h_1\rho_1 - h_2\rho_2)g$ (4)

$$p_D - p_C = (h_2 + h)\rho_2 g - (h_1 + h)\rho_1 g \qquad (5)$$

các hiệu áp suất nói trên nói chung không bằng nhau.

b) Muốn giữ cho nhiệt độ hai bình không đổi thì phải giữ cho nước hầu như không chảy từ bình nọ sang bình kia, hệ số k phải rất nhỏ, khi ấy công suất nhiệt $\mathscr{P} = 0$.

8.3. Điện học

a) Thế năng của lưỡng cực tại điểm cách tâm O của vòng dây một khoảng z là :

$$W_t = \frac{kQq}{\sqrt{r^2 + \left(z + \frac{l}{2}\right)^2}} - \frac{kQq}{\sqrt{r^2 + \left(z - \frac{l}{2}\right)^2}}$$

$$\approx \frac{kQq}{\sqrt{r^2 + z^2}\left(1 + \frac{zl}{r^2 + z^2}\right)^{\frac{1}{2}}} - \frac{kQq}{\sqrt{r^2 + z^2}\left(1 - \frac{zl}{r^2 + z^2}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

$$W_t \approx \frac{kqQ}{\sqrt{r^2+z^2}}\left(1-\frac{0,5zl}{r^2+z^2}\right)-\frac{kqQ}{\sqrt{r^2+z^2}}\left(1+\frac{0,5zl}{r^2+z^2}\right)=-\frac{kqQzl}{(r^2+z^2)^{\frac{3}{2}}};$$

$$F=-\frac{dW_t}{dz}\ ;\ F=\frac{kqlQ(r^2-2z^2)}{(r^2+z^2)^{\frac{5}{2}}} \qquad (1)$$

$$F=0 \text{ khi : } z=\frac{r}{\sqrt{2}} \text{ và } z=-\frac{r}{\sqrt{2}}.$$

Với $z = r\sqrt{2}$, tại điểm đó thế năng cực tiểu, là cân bằng bền.

Với $z = -\frac{r}{\sqrt{2}}$, tại điểm đó thế năng cực đại, là cân bằng không bền.

Tại điểm cân bằng bền $\left(z=\frac{r}{\sqrt{2}}\right)$. Khi lưỡng cực lệch một đoạn x thì : $z' = \frac{r}{\sqrt{2}} + x$. Thay vào (1) ta có :

$$F' \approx \frac{kqlQ\left(r^2-2\left(\frac{r}{\sqrt{2}}+x\right)^2\right)}{\left(r^2+\left(\frac{r}{\sqrt{2}}+x\right)^2\right)^{\frac{5}{2}}} \approx -\frac{kqlQ2\sqrt{2}rx}{(1,5r^2)^{\frac{5}{2}}} \approx -\frac{16kqlQrx}{r^5.3^{\frac{5}{2}}}$$

$$\omega=\sqrt{\frac{16kqlQ}{mr^4.3^{\frac{5}{2}}}}\ ;\ T=\frac{\pi r^2 3^{\frac{5}{4}}}{2}\sqrt{\frac{m}{kpQ}}$$

b) Tại điểm cân bằng bền $\left(z=\frac{r}{\sqrt{2}}\right)$, F = 0 nên vận tốc có trị số cực đại :

$$\frac{mv_{max}^2}{2}=\frac{\frac{kqlQr}{\sqrt{2}}}{(1,5r^2)^{\frac{3}{2}}} \Rightarrow v_{max}=\frac{2}{r.3^{\frac{3}{4}}}\sqrt{\frac{kpQ}{m}}$$

8.4. Phương án thí nghiệm

a) Sơ đồ thí nghiệm như hình 8.3G

Ta có $T_1 = T_2 = M_1 g$; $k\Delta\varphi_0 = 2M_1 gR \Rightarrow k = \frac{2M_1 gR}{\Delta\varphi_0}$ (1)

b) Con lắc xoắn dao động điều hoà

+ Mắc hai con lắc :

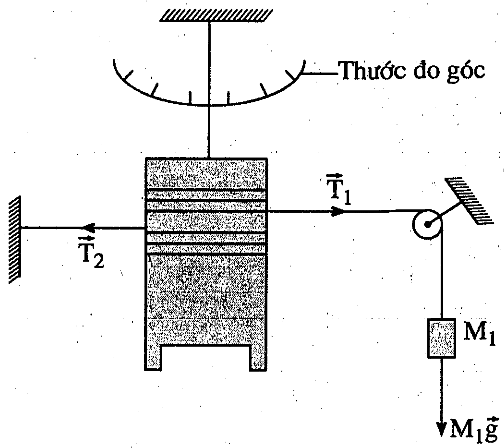
– Con lắc xoắn.

– Con lắc đơn để làm chuẩn đo thời gian.

+ Phương trình dao động của con lắc xoắn : $I\beta = -k\varphi$

(với I là momen quán tính, β là gia tốc góc).

$\Rightarrow \dfrac{d^2\varphi}{dt^2} + \dfrac{k\varphi}{I} = 0$; Đặt $\omega^2 = \dfrac{k}{I}$ (ω là tần số góc) $\Rightarrow T = \dfrac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\dfrac{I}{k}}$.



Hình 8.3G

Xác định momen quán tính : $I = \dfrac{T^2k}{4\pi^2}$.

+ Đo T thông qua việc so sánh thời gian hai con lắc cùng dao động :

Giả sử sau một khoảng thời gian t đủ lớn nào đó, con lắc xoắn dao động được m chu kì, con lắc đơn dao động được n chu kì.

Kí hiệu T_d là chu kì con lắc đơn, ta có : $mT = nT_d$ (2)

$$\Rightarrow T = \frac{nT_d}{m} = \frac{2\pi n}{m}\sqrt{\frac{l}{g}} \text{ suy ra } I = \frac{T^2k}{4\pi^2} = \frac{n^2lk}{m^2g}.$$

với hệ số k được tính từ biểu thức (1), l là độ dài con lắc đơn. Trong quá trình đo, điều chỉnh độ dài l con lắc đơn sao cho thu được m và n là các số nguyên thoả mãn biểu thức (2).

9. Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia lớp 12 THPT năm 2005, ngày thi thứ nhất

9.1. Cơ học

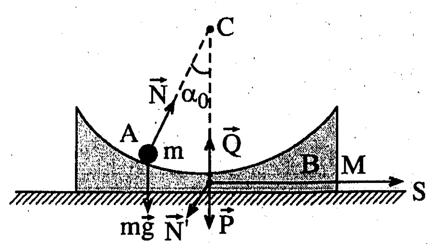
1. a) Khi bán kính qua A lệch góc α :

$$\vec{N} + m\vec{g} = m\vec{a} \quad (1)$$

Chiếu (1) trên trục Ox (Hình 9.1G) ta có :

$$-mg\frac{x}{R} = mx''$$

$\Rightarrow x'' + \omega^2 x = 0$ với $\omega = \sqrt{\dfrac{g}{R}}$. A dao động điều hoà với chu kì $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{R}{g}}$.



Hình 9.1G

b) Chiếu (1) trên phương bán kính và vuông góc với bán kính, ta có :

$$N = mg\cos\alpha + \frac{mv^2}{R} \qquad (2)$$

Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng : $\frac{mv^2}{2} = mgR(\cos\alpha - \cos\alpha_0)$ (3)

Từ (2) và (3) suy ra $N = 3mg\cos\alpha - 2mg\cos\alpha$. Áp lực của M lên sàn là :

$$Q = Mg + N\cos\alpha = Mg + 3mg\cos^2\alpha - 2mg\cos\alpha_0\cos\alpha$$

c) Điều kiện để B đứng yên là : $N_x \le kQ$ (4) với mọi $\alpha \le \alpha_0$, trong đó :

$$N_x = N\sin\alpha = 1{,}5mg\sin2\alpha - 2mg\cos\alpha_0\sin\alpha$$

Với α nhỏ : $N_x \approx (3mg - 2mg\cos\alpha_0)\alpha$ tỉ lệ với α nên N_x có giá trị cực đại khi $\alpha = \alpha_0$.

$$N_{xmax} = (3mg\cos\alpha_0 - 2mg\cos\alpha_0)\sin\alpha_0 = mg\cos\alpha_0\sin\alpha_0$$

Ta thấy : $\frac{dQ}{mgd\alpha} = 2(\cos\alpha_0 - 3\cos\alpha)\sin\alpha < 0$ luôn có giá trị âm nên Q nghịch biến với α. Vậy $Q_{min} = Mg + mg\cos^2\alpha_0$ khi $\alpha = \alpha_0$.

Điều kiện (4) dẫn đến : $k \ge \frac{N_x}{Q} \Rightarrow k \ge \frac{N_{x\max}}{Q_{min}}$

$$k_{min} = \frac{m\cos\alpha_0\sin\alpha_0}{M + m\cos^2\alpha_0}$$

Nếu thay $\cos\alpha_0 = 1 - \frac{\alpha_0^2}{2}$ thì $k_{min} = \frac{m\alpha_0}{M + m\left(1 - \frac{\alpha_0^2}{2}\right)}$.

2. Khi bỏ qua ma sát :

a) Theo phương ngang, động lượng bảo toàn. Vì α nhỏ nên có thể coi vận tốc của m có phương nằm ngang : $mv + MV = 0$.

Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng : $\frac{mv^2}{2} + \frac{MV^2}{2} = mgR(\cos\alpha - \cos\alpha_0)$

với $\alpha'R = (v - V) = v\left(1 + \frac{m}{M}\right)$.

$$\frac{mR^2\alpha'^2}{2\left(1 + \frac{m}{M}\right)^2} + \frac{Mm^2R^2\alpha'^2}{2M^2\left(1 + \frac{m}{M}\right)^2} = \frac{1}{2}mgR(\alpha_0^2 - \alpha^2) \Rightarrow \frac{R\alpha'^2}{2\left(1 + \frac{m}{M}\right)} = \frac{1}{2}g(\alpha_0^2 - \alpha^2)$$

Đạo hàm hai vế theo t ta có : $\alpha'' = -\dfrac{g\left(1+\dfrac{m}{M}\right)}{R}\alpha$.

Hệ dao động với tần số góc : $\omega = \sqrt{\dfrac{g\left(1+\dfrac{m}{M}\right)}{R}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\dfrac{R}{g\left(1+\dfrac{m}{M}\right)}}$.

b) Đối với m ta có : $\vec{N} + m\vec{g} = m\vec{a}$.

Chiếu hai vế của phương trình trên lên Ox : $N = mg\cos\alpha + \dfrac{m(v-V)^2}{R}$.

Áp dụng định luật bảo toàn động lượng và bảo toàn cơ năng : $mv + MV = 0$,

$\dfrac{mv^2}{2} + \dfrac{MV^2}{2} = mgR(\cos\alpha - \cos\alpha_0)$. Từ đó suy ra :

$$v = \sqrt{\left(\frac{M}{m+M}\right)2gR(\cos\alpha - \cos\alpha_0)} \text{ và } v - V = v\left(1+\frac{m}{M}\right).$$

Ta thấy khi $\alpha = 0$, $\cos\alpha$ và $(v - V)$ đạt giá trị cực đại nên N cực đại :

$$N_{max} = mg + \frac{m(v-V)^2}{R} = mg + 2mg\left(1+\frac{m}{M}\right)(\cos\alpha - \cos\alpha_0)$$

$$\Rightarrow N_{max} = mg + \frac{m(v-V)^2}{R} = 3mg + 2mg\frac{m}{M} - 2mg\left(1+\frac{m}{M}\right)\cos\alpha_0$$

9.2. Nhiệt học

a) Lúc chưa mở khoá K, khí có $p_1 = p_0 + \rho gh$. Khi mở khoá K, khí giãn nở đoạn nhiệt và có áp suất p_0 : $T_0 p_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_2 p_0^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$.

$$\frac{T_1}{T_0} = \left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = \left(\frac{p_0+\rho gh}{p_0}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = \left[1 + \frac{(1-\gamma)}{\gamma}\frac{\rho gh}{p_0}\right] \quad (1)$$

Khi đóng khoá, quá trình là đẳng tích. Khi cân bằng khí có áp suất $p_2 = p_0 + \rho gh_2$ nhiệt độ T_1 :

$$\frac{T_1}{T_0} = \frac{p_0}{p_2} = \frac{p_0}{p_0 + \rho gh_2} \approx \left(1 - \frac{\rho gh_2}{p_0}\right) \quad (2)$$

Từ (1) và (2) : $p_0\left(1 + \dfrac{\rho gh_2}{p_0}\right) \approx p_0\left(1 + \dfrac{1-\gamma}{\gamma}\dfrac{\rho gh_1}{p_0}\right)$ (3)

$$\Rightarrow p_0 + \rho gh_2 = -p_0\left(1 + \frac{1-\gamma}{\gamma}\frac{\rho gh_1}{p_0}\right) \Rightarrow \gamma = \frac{h_1}{h_1 - h_2}$$

Thay số ta được : $\gamma = 1{,}55$.

Xét một mol hỗn hợp, gọi số mol He là x, số mol H_2 là (1 – x). Nhiệt dung mol đẳng tích của He là $\frac{3R}{2}$, của H_2 là $\frac{5R}{2}$. Nhiệt dung mol đẳng áp của He là $\frac{5R}{2}$, của H_2 là $\frac{7R}{2}$ nên $\gamma = \frac{2,5Rx + 3,5R(1-x)}{1,5Rx + 2,5R(1-x)} = 1,55$.

Suy ra $x \approx 0,68$; $\frac{m_H}{m_{He}} = \frac{(1-x)32g}{x.4g} \approx 3,8$.

b) Tính nhiệt lượng :

Nhiệt dung mol đẳng tích của hỗn hợp khí là : $C_V = \frac{R}{\gamma - 1}$

$$Q = nC_V(T_0 - T_1) = nC_VT_0\left(1 - \frac{T_1}{T_0}\right) = n\frac{R}{(\gamma-1)}\left(1 - \frac{p_0}{p_1}\right)$$

$$Q = n\frac{RT_0}{(\gamma-1)}\left(1 - \frac{p_0}{p_0 + \rho gh_2}\right) = \frac{nR\rho gh_2T_0}{(\gamma-1)p_0}$$

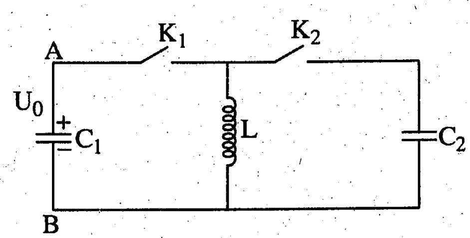
$$Q = \frac{8,31.13,6.10^3.10.2,2.10^{-2}.300}{(1,55-1)10^5} \approx 135,6 \text{ J}$$

9.3. Điện học

1. Chu kì dao động của mạch LC_1 : $T_0 = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{LC}$.

a) Điện tích q của bản A của tụ điện C_1 vào thời điểm t = 0 là $q(0) = Q_0 = CU_0$ và cường độ dòng điện $i(0) = 0$ (Hình 9.2G). Vào thời điểm t ta có :

$$i = \frac{dq}{dt} = U_0\sqrt{\frac{C}{L}}\sin\frac{t}{\sqrt{LC}} \qquad (1)$$



Hình 9.2G

b) $q = Q_0\cos\frac{t}{\sqrt{LC}} = CU_0\cos\frac{t}{\sqrt{LC}}$ (2)

2. a) Tại thời điểm $t_1 = \frac{3T}{4} = \frac{3\pi}{2}\sqrt{LC}$ thì $q\left(\frac{3T}{4}\right) = 0$ (3)

và $i\left(\frac{3T}{4}\right) = U_0\sqrt{\frac{C}{L}}\sin\frac{3\pi}{2} = -U_0\sqrt{\frac{C}{L}}$. (4)

Từ thời điểm này dao động điện từ có tần số góc $\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{2LC}}$ (Hai tụ điện mắc song song coi như một tụ điện ghép có điện dung 2C và có điện tích bằng 0 vào thời điểm $t = \frac{3T_0}{4}$). Với điều kiện ban đầu (3) và (4), ta có :

$$i_1 = -I_1\cos\omega_1\left(t_1 - \frac{3T_0}{4}\right), \text{ với } I_1 = U_0\sqrt{\frac{C}{L}}.$$

Hay $$i_1 = -U_0\sqrt{\frac{C}{L}}\cos\left(\frac{t}{\sqrt{2LC}} - \frac{3\sqrt{2}\pi}{4}\right). \quad (5)$$

Kí hiệu q_{12} là điện tích của tụ ghép và q' là điện tích của tụ C_2, ta có :

$$q_{12} = 2q' = Q'\sin\omega_1\left(t_1 - \frac{3T_0}{4}\right)$$

Để tính Q' ta áp dụng định luật bảo toàn năng lượng :

$$\frac{Q_0^2}{2C} = \frac{1}{2}LI_1^2 = \frac{Q'^2}{2(2C)} \Rightarrow Q' = \sqrt{2}Q_0 = CU_0\sqrt{2}$$

Từ đây : $$q' = \frac{CU_0}{\sqrt{2}}\sin\left(\frac{t}{\sqrt{2LC}} - \frac{3\sqrt{2}\pi}{4}\right) \quad (6)$$

b) Nếu đóng K_2 vào thời điểm $t_2 = T_0$ thì ta có :

$$q(T_0) = CU_0\cos(2\pi) = CU_0 = Q_0 \quad (7)$$

và $$i(T_0) = 0 \quad (8)$$

Tại thời điểm này hai tụ điện C_1 và C_2 mắc song song, tụ C_1 tích điện tích Q_0 còn tụ điện C_2 thì không tích điện, dòng trong mạch bằng 0. Do đó, ngay sau đó lượng điện tích Q_0 này trên tụ C_1 sẽ phân bố lại cho cả hai tụ điện. Quá trình phân bố này xảy ra rất nhanh trong khi điện tích chưa kịp dịch chuyển qua cuộn dây, vì tại thời điểm này i = 0 và sự thay đổi cường độ dòng điện qua cuộn cảm bị cản trở do hệ số tự cảm (gây ra cảm kháng), điện tích hầu như chỉ truyền qua các khoá và dây nối. Vì hai tụ điện có điện dung như nhau nên điện tích Q_0 được phân bố đều cho hai tụ điện.

Sau khi điện tích được phân bố đều trên hai tụ điện, trong mạch lại có dao động điện từ với tần số góc $\omega_2 = \frac{1}{\sqrt{2LC}} = \omega_1$, với điều kiện ban đầu (7) và (8).

Vì vậy ta có : $$i_2 = I_2\sin\omega_2(t - T) = I_2\sin\left(\frac{t}{\sqrt{2LC}} - \sqrt{2}\pi\right).$$

$$q_{12} = 2q_2 = Q_0\cos\omega_2(t - T) = Q_0\cos\left(\frac{t}{\sqrt{2LC}} - \sqrt{2}\pi\right)$$

Từ $i_2 = -\frac{dq_{12}}{dt} \Rightarrow I_2 = \frac{Q_0}{\sqrt{2LC}} = U_0\sqrt{\frac{C}{2L}}.$

Cuối cùng ta có :

$$i_2 = U_0\sqrt{\frac{C}{2L}}\sin\left(\frac{t}{\sqrt{2LC}} - \sqrt{2}\pi\right)\;;\quad q_2 = \frac{CU_0}{2}\cos\left(\frac{t}{\sqrt{2LC}} - \sqrt{2}\pi\right)$$

3. Sự phân bố lại điện tích làm giảm năng lượng điện từ : từ giá trị $\frac{Q_0^2}{2C}$ đến $2\left(\frac{Q}{2}\right)^2.\frac{1}{2C} = \frac{Q_0^2}{4C}$, do đó có nhiệt lượng toả ra trên dây dẫn khi điện tích dịch chuyển từ tụ điện C_1 sang C_2 trong quá trình phân bố lại điện tích.

9.4. Quang học

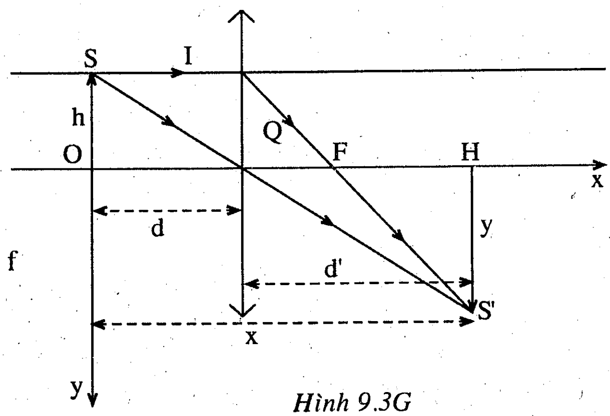
1. a) Gọi k là số phóng đại, d là khoảng cách vật và d' là khoảng cách ảnh (Hình 9.3G) :

Ta có :

$$\frac{y}{h} = \frac{f}{d-f} \Rightarrow d = f + \frac{hf}{y};$$

$$d' = \frac{df}{d-f} = \frac{\left(f + \frac{hf}{y}\right)f}{\frac{hf}{y}} = \frac{fy}{h} + f$$

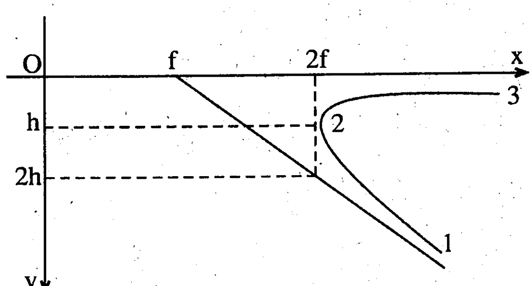
$$x = d + d' = 2f + \frac{hf}{y} + \frac{fy}{h}$$



Hình 9.3G

Quỹ đạo của ảnh là một phần đồ thị của hàm số : $x = 2f + \frac{hf}{y} + \frac{fy}{h}$.

Đó là một nhánh của hypebol có tiện cận ngang x = 0 ; tiệm cận xiên : $x = 2f + \frac{fy}{h}$ (Hình 9.4G).



Hình 9.4G

Theo giả thiết, lúc đầu S cách thấu kính một khoảng f, ảnh S' ở xa vô cùng. Sau đó, khi dịch chuyển thấu kính ra xa dần : d > f, ảnh luôn là thật và lại gần trục chính. Vậy ảnh dịch chuyển theo chiều mũi tên cho tới khi d =2f thì x đạt cực tiểu và bằng 4f. Tiếp theo đó ảnh ra xa dần vật và dịch chuyển lại gần trục chính (Hình 9.5G).

b) Thấu kính đặt tại B, ta có :

$\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{f}$; $f^2 = (d - f)(d' - f) = x.x'$;

$f^2 = x.x'$ (6)

Khi đặt thấu kính đặt tại A :

x giảm 6 cm,

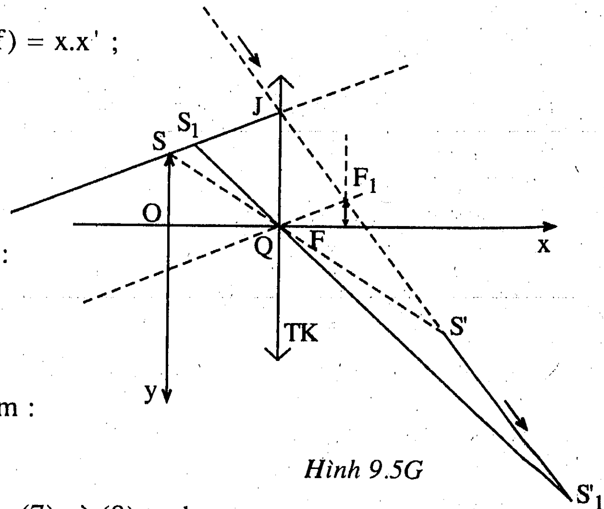
x' tăng 6 + 9 = 15 cm nên ta có :

$f^2 = (x - 6)(x' + 15)$ (7)

Khi đặt thấu kính tại C :

x tăng 4 cm, x giảm 4 + 1 = 5 cm :

$f^2 = (x + 4)(x' - 5)$ (8)



Hình 9.5G

Giải hệ 3 phương trình ba ẩn (6), (7) và (8) ta được :

x =16 cm ; x' = 25 cm ; f = 20 cm.

2. Giữ thấu kính cố định, dịch chuyển S lại gần thấu kính theo một đường thẳng SJ cố định bất kì (J là điểm cắt của đường thẳng với thấu kính). Dựng tiêu điểm phụ F_1 đối với tia SJ. Qua cách dựng ảnh của S, ta thấy rằng, khi S → J ở ngoài khoảng tiêu cự, ảnh S' của nó là ảnh thật, nằm trên đường thẳng cố định JF_1 ở phía bên phải thấu kính và tiến đến vô cùng theo chiều JF_1. Khi S → J ở trong khoảng tiêu cự, ảnh S' của nó là ảnh ảo, nằm trên đường thẳng cố định JF_1 ở phía bên trái thấu kính và tiến đến J theo chiều JF_1 (Hình 9.5 G).

10. Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia lớp 12 THPT năm 2005, ngày thi thứ hai

10.1. Cơ học

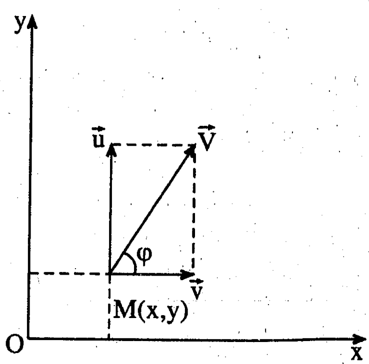
1. a) Ta luôn có (Hình 10.1G) : $\frac{u}{v} = \tan\varphi = y'$.

Khi $0 \le x < \frac{b}{2}$ thì $y = \frac{xu_0}{v_0} + \frac{x^2u_0}{10v_0b} + c_1$,

với điều kiện ban đầu $y(0) = 0, c_1 = 0$.

Khi $b \ge x \ge \frac{b}{2}$ thì :

$y = \int\left(\frac{1{,}2}{v_0} - \frac{x}{5bv_0}\right)u_0dx$; $y = \frac{1{,}2u_0x}{v_0} - \frac{u_0x^2}{10bv_0} + c_2$



Hình 10.1G

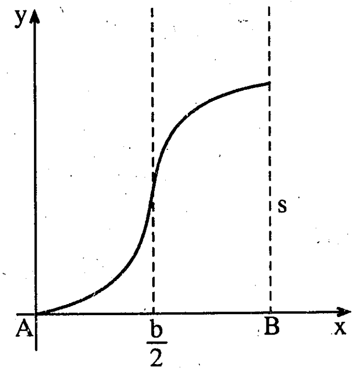
Với điều kiện liên tục tại $x = \frac{b}{2}$ ta rút ra :

$$c_2 = -\frac{u_0 b}{20v_0}$$

Từ đó :

$$y = \frac{1,2u_0x}{v_0} - \frac{u_0x^2}{10bv_0} - \frac{u_0b}{20v_0}$$

Sử dụng hàm Heaviside, hàm $y = f(x)$ trong cả đoạn $0 \le x \le b$ là (Hình 10.2G) :



Hình 10.2G

$$y = \frac{u_0x}{v}v_0 + \frac{u_0x^2}{10bv_0} - \left[\frac{u_0x^2}{5bv_0} - \frac{u_0x}{5v_0} + \frac{u_0b}{20v_0}\right]h\left(x - \frac{b}{2}\right)$$

Quỹ đạo của canô là hai nửa parabol.

b) Khi cập bờ bên kia, canô cách bến B một đoạn : $s = y(b) = \frac{21u_0b}{20v_0}$.

c) Gia tốc của thuyền : $a = \sqrt{\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2}$, $\dot{x} = v_0$ = hằng số, ta suy ra $\ddot{x} = 0$.

Mặt khác : $y = f(x) \Rightarrow \dot{y} = f'(x)\dot{x} \Rightarrow \ddot{y} = f''(x)\dot{x}^2 = a \Rightarrow a = f''(x)v_0^2$.

+ Khi $0 \le x < \frac{b}{2}$:

$$y = \frac{xu_0}{v_0} + \frac{x^2u_0}{10v_0b} \Rightarrow y' = \frac{u_0}{v_0} + \frac{xu_0}{5v_0b} \Rightarrow y'' = \frac{u_0}{5v_0b} \Rightarrow a = \frac{u_0v_0}{5b} > 0$$

+ Khi $b \ge x \ge \frac{b}{2}$: $y = \frac{1,2u_0x}{v_0} - \frac{u_0x^2}{10bv_0} - \frac{u_0b}{20v_0}$

$$\Rightarrow y' = \frac{1,2u_0}{v_0} - \frac{u_0x}{5bv_0} \Rightarrow y'' = -\frac{u_0}{5bv_0} \Rightarrow a = -\frac{u_0v_0}{5b} < 0$$

Ta thấy luôn luôn thấy a phụ thuộc bậc nhất vào v_0. Trên nửa dòng sông đầu gia tốc có chiều dương. Trên nửa dòng sông sau gia tốc hướng theo chiều âm. Gia tốc của canô so với bờ chính là gia tốc mà canô bị dòng nước kéo theo khi chuyển động ngang dòng nước. Vì vận tốc của dòng nước so với bờ thay đổi bậc nhất theo tọa độ x. Ở nửa dòng sông đầu theo chiều tăng của x, vận tốc u tăng (đồng biến với x). Ở nửa dòng sông sau, theo chiều tăng của x, vận tốc u giảm (nghịch biến với x). Khi canô chuyển động theo chiều Ox, từ điểm x đến điểm x + dx trong khoảng dt, gia tốc của canô bị dòng nước kéo theo là $\frac{u(x + dx) - u(x)}{dt}$, nó có giá trị dương trong nửa đầu dòng sông và có giá trị âm trong nửa sau dòng sông. Hàm số $u = u(x)$ không liên tục tại điểm $x = \frac{b}{2}$, đường biểu diễn hàm số $u = u(x)$ bị gãy tại điểm này, vì vậy giá trị của a không thay đổi liên tục tại $x = \frac{b}{2}$ mà thay đổi đột ngột tại đó.

2. Vì : $\frac{u}{v} = \tan\varphi = \frac{c}{b} \Rightarrow v = \frac{bu}{c}$

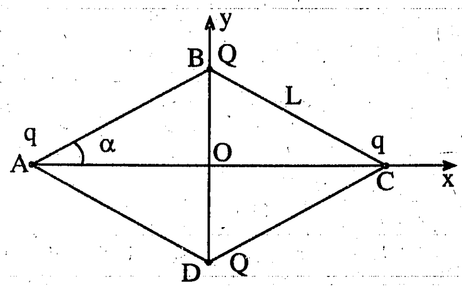
$$\Rightarrow v = \frac{u_0 b}{c}\left[\left(1 + \frac{x}{5b}\right) - \left(\frac{2x}{5b} - \frac{1}{5}\right)h\left(x - \frac{b}{2}\right)\right]$$

10.2. Điện học (Xem hình 10.3G).

a) Khi hệ cân bằng, lực căng dây là F. Từ điều kiện cân bằng của hệ ta có các phương trình :

$$\left(2F - \frac{kqQ}{L^2}\right)\cos\alpha = \frac{kq^2}{(2L\cos\alpha)^2} \qquad (1)$$

$$\left(2F - \frac{kqQ}{L^2}\right)\sin\alpha = \frac{kQ^2}{(2L\sin\alpha)^2} \qquad (2)$$



Hình 10.3G

$$\tan\alpha = \sqrt[3]{\left(\frac{Q}{q}\right)^2} \Rightarrow Q = q\sqrt{\tan^3\alpha}$$

b) Khi các điện tích ở hai đầu đường chéo AC này có độ dời là x_1 và x_2 và có vận tốc là $v_1 = x_1'$; $v_2 = x_2'$ Vì dây không giãn và góc α thay đổi rất ít nên ta có :

$$v_1\cos\alpha = -v_2\sin\alpha \ ; \ v_2 = -v_1\cot\alpha$$

Theo định luật bảo toàn năng lượng :

$$W = 2\frac{mv_1^2}{2} + 2\frac{mv_2^2}{2} + \frac{1}{2}2q\left(\frac{kq}{2L\cos\alpha + 2x_1} + \frac{2kQ}{2L}\right)$$

$$+\frac{1}{2}2Q\left(\frac{kQ}{2L\sin\alpha + 2x_2} + \frac{2kq}{2L}\right) = \text{hằng số} \qquad (3)$$

Biến đổi biểu thức trong dấu ngoặc, chú ý $x_1, x_2 << L$:

$$\frac{kq}{2L\cos\alpha + 2x_1} \approx \frac{kq}{2L\cos\alpha}\left(1 - \frac{x_1}{L\cos\alpha} + \frac{x_1^2}{L^2\cos^2\alpha}\right)$$

$$\frac{kQ^2}{2L\sin\alpha + x_2} \approx \frac{kq}{2L\sin\alpha}\left(1 - \frac{x_2}{L\sin\alpha} + \frac{x_2^2}{L\sin^2\alpha}\right)$$

Ngoài ra $\quad x_2 = \sqrt{L^2 - (L\cos\alpha + x_1)^2} - L\sin\alpha$

$$x_2 \approx -x_1\cot\alpha - \frac{x_1^2}{2L\sin\alpha}(1 + \cot^2\alpha) \qquad (4)$$

Thay vào (3) ta có :

$$W = mv_1^2(1+\cot^2\alpha) + \frac{2kqQ}{L} - \left(\frac{kq^2x_1}{2L^2\cos^2\alpha} + \frac{kQ^2x_2}{2L^2\sin^2\alpha}\right)x + Ax_1^2$$

$$= \text{hằng số} \qquad (5)$$

với $A = \dfrac{kq^2x_1^2}{2L^3\cos^3\alpha} + \dfrac{kQ^2x_2^2}{2L^3\sin^3\alpha} = \dfrac{kq^2x_1^2}{2L^3\cos^3\alpha}(1+\cot^2\alpha)$

Chú ý rằng :

$$\left(\frac{kq^2x_1}{2L^2\cos^2\alpha} + \frac{kQ^2x_2}{2L^2\sin^2\alpha}\right) = \frac{kq^2x_1}{2L^2\cos^2\alpha} + \frac{kq^2\tan^3\alpha\left(-x_1\cot\alpha - \dfrac{(x_1^2 - x_2^2)}{2L\sin\alpha}\right)}{2L^2\sin^2\alpha}$$

$$\approx -\frac{kq^2x_1^2}{4L^2\cos^3\alpha}(1+\cot^2\alpha)$$

Vậy : $W = mv_1^2(1+\cot^2\alpha) + \dfrac{3kq^2x_1^2}{4L^3\cos^3\alpha}(1+\cot^2\alpha) = \text{hằng số}$ (6)

Lấy đạo hàm (6) ta được phương trình : $x'' + \dfrac{3kq^2x}{4mL^3\cos^3\alpha} = 0$. Như vậy các hạt ở A và B dao động với tần số góc :

$$\omega = \sqrt{\frac{3kq^2}{4mL^3\cos^3\alpha}} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \sqrt{\frac{4mL^3\cos^3\alpha}{3kq^2}}$$

c) Khi các dây đồng thời bị đốt đứt, các hạt bay ra xa vô cùng, từng đôi có vận tốc v_1' và v_2' như nhau. Gia tốc ngay sau khi đứt dây là :

$$a_1 = \frac{kq^2}{m4L^2\cos^2\alpha} + \frac{2kqQ}{mL^2}\cos\alpha \; ; \; a_2 = \frac{kQ^2}{m4L^2\sin^2\alpha} + \frac{2kqQ}{mL^2}\sin\alpha$$

$$a_2\cos\alpha = \frac{kQ^2\cos\alpha}{m4L^2\sin^2\alpha} + \frac{2kqQ}{mL^2}\sin\alpha\cos\alpha = \frac{kq^2\tan^3\alpha\cos\alpha}{m4L^2\sin^2\alpha} + \frac{2kqQ}{mL^2}\sin\alpha\cos\alpha$$

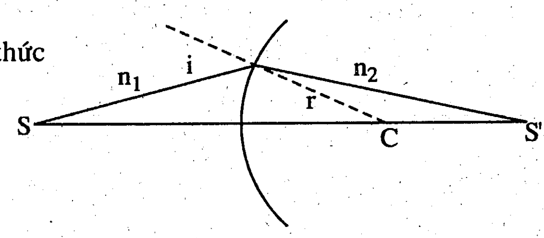
$$= \frac{kq^2\sin\alpha}{m4L^2\cos^2\alpha} + \frac{2kqQ}{mL^2}\sin\alpha\cos\alpha = a_1\sin\alpha \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \cot\alpha$$

10.3. Quang học

a) (Xem hình 10.4G) Áp dụng công thức

$$\frac{n_1}{d} + \frac{n_2}{d'} = \frac{n_2 - n_1}{R} \qquad (1)$$

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{n_1 d'}{n_2 d} \qquad (2)$$



Hình 10.4G

Xác định ảnh của vật khi ở vị trí cân bằng.

Ta có sơ đồ : $MN \xrightarrow{O_1} M_1N_1 \xrightarrow{O_2} M_2N_2 \xrightarrow{O_1} M_3N_3$

$$d_1 = R \quad d_1' \quad d_2 \quad d_2' \quad d_3 \quad d_3'$$

$$\frac{1}{R} + \frac{1,5}{d_1'} = \frac{1,5-1}{R} = \frac{1}{2R} \Rightarrow d_1' = -3R \; ; d_2 = 2R - d_1' = 5R$$

O_2 là gương cầu có tiêu cự $f = \frac{R}{2}$ nên ta có :

$$\frac{1}{d_2} + \frac{1}{d_2'} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{5R} + \frac{1}{d_2'} = \frac{2}{R} \Rightarrow d_2' = \frac{5}{9}R$$

$$d_3 = 2R - d_2' = 2R - \frac{5}{9}R = \frac{13}{9}R$$

$$\frac{1,5}{d_3} + \frac{1}{d_3'} = \frac{1-1,5}{-R} = \frac{1}{2R} \Rightarrow d_3' = -\frac{13R}{7} < 0$$

Ảnh ảo, cách O_2 là $\frac{13R}{7}$.

b) Khi vật sáng dịch chuyển từ $M \to N$ thì ảnh dịch chuyển từ $M_3 \to N_3$. Áp dụng (2) ta có :

$$\frac{M_1N_1}{MN} = \left|\frac{d_1'}{1,5d_1}\right| ; \frac{M_2N_2}{M_1N_1} = \left|\frac{d_2'}{d_2}\right| ; \frac{M_3N_3}{M_2N_2} = \left|\frac{1,5d_3'}{d_3}\right|$$

$$\Rightarrow \frac{M_3N_3}{MN} = \left|\frac{d_1'}{d_1}.\frac{d_2'}{d_2}\frac{d_3'}{d_3}\right| = \frac{3}{7} \Rightarrow M_3N_3 = \frac{3}{7}MN$$

Gọi v' là vận tốc của vật, v' là vận tốc của ảnh.

Đạo hàm hai vế theo t ta có :

$$v' = \frac{3}{7}v \Rightarrow v'_{max} = \frac{3}{7}v_{max} = \frac{3}{7}A\omega = \frac{3}{7}A\sqrt{\frac{k}{m}}$$

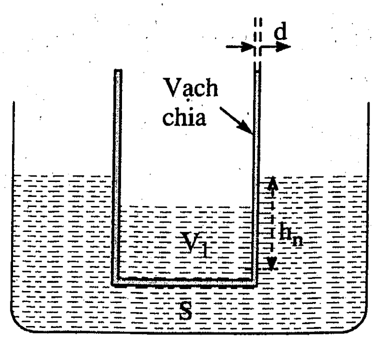
10. 4. Phương án thí nghiệm

1. Các bước thí nghiệm (Hình 10.5G) :

– Cho nước vào cốc với thể tích V_1, thả cốc vào chậu, xác định mực nước ngoài cốc h_{n1} (đọc trên vạch chia).

– Tăng dần thể tích nước trong cốc : V_2, V_3,... và lại thả cốc vào chậu, xác định các mực nước h_{n2}, h_{n3},...

– Khi đo phải chờ cho nước phẳng lặng.



Hình 10.5G

* Lập bảng số liệu :

Lần	h_{n1}	h_{n2}	V_1	V_2	d	S
...	...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...	...
...						

2. Biểu thức xác định S, d :

Gọi h_n là mực nước ngoài cốc, ρ là khối lượng riêng của nước, m_t và V_t tương ứng là khối lượng và thể tích nước trong cốc. Phương trình cân bằng cho cốc có nước sau khi thả vào chậu :

$$\rho g(d + h_n)S = (M + m_t)g \Rightarrow \rho(d + h_n)S = M + V_t\rho \quad (1)$$

Từ (1) ta thấy h_n phụ thuộc tuyến tính vào V_t. Thay V_t bởi các giá trị V_1, V_2,...

$$\rho(d + h_{n1})S = M + V_1\rho \quad (2)$$

$$\rho(d + h_{n2})S = M + V_2\rho \quad (3)$$

...

Đọc h_{n1}, h_{n2},... trên vạch chia thành cốc. Lấy (3) trừ (2) rồi rút S ra :

$$S = \frac{(V_2 - V_1)}{(h_{n2} - h_{n1})} \quad (4)$$

Thay đổi các giá trị V_2, V_1,h_{n2}, h_{n1} nhiều lần để tính S.

Sau đó thay vào (2) để tính d :

$$d = \frac{M + V_1\rho}{\rho S} - h_{n1} = \frac{(M + V_1\rho)(h_{n2} - h_{n1})}{\rho(V_2 - V_1)} - h_{n1} \quad (5)$$

3. Biểu thức tính ρ_c :

Gọi h là độ cao của cốc, h_0 là độ cao thành trong của cốc ; r là bán kính trong, R là bán kính ngoài của cốc ; V là thể tích của chất làm cốc ; S_t là diện tích đáy trong của cốc. Ta có :

$$h = h_0 + d \text{ ; } h_0 = \frac{V_{0t}}{S_t} = \frac{V_{0t}}{\pi r^2}\text{; } R = r + d = \sqrt{\frac{S}{\pi}} \Rightarrow r = \sqrt{\frac{S}{\pi}} - d \text{ ;}$$

$$\rho_c = \frac{M}{V} = \frac{M}{S(h_0 + d) - V_{0t}} = \frac{M}{S\left[\frac{V_{0t}}{(\sqrt{S} - d\sqrt{\pi})^2} + d\right] - V_{0t}} \quad (6)$$

4. *Phương pháp đồ thị*

Vì h_n phụ thuộc tuyến tính vào V_t nên phương trình (1) có thể viết dưới dạng :

$$h_n = a + bV_t \tag{7}$$

với $$a = \frac{M}{S\rho} - d \;;\quad b = \frac{1}{S} \tag{8}$$

* Đồ thị : Vẽ đồ thị $h_n(V_t)$ (xem hình 10.6G)

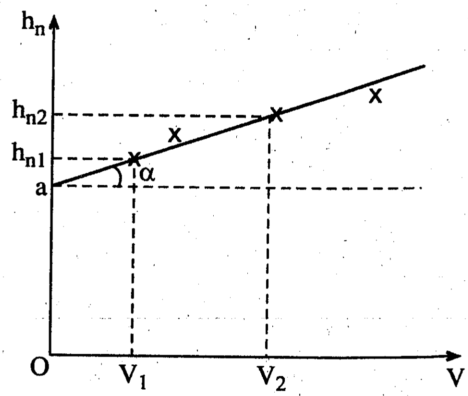
Đồ thị của phương trình (7) là đường thẳng có độ dốc :

$$b = \tan\alpha = \frac{h_{n2} - h_{n1}}{V_2 - V_1} = \frac{1}{S}$$

$$\Rightarrow S = \frac{V_2 - V}{h_{n2} - h_{n1}}$$

Giá trị a xác định bằng cách ngoại suy từ đồ thị thí nghiệm, khi kéo dài đường thí nghiệm, cắt trục tung ở a (tương ứng với giá trị $V_t = 0$). Từ đây xác định được độ dày d bởi (8) :

$$d = \frac{M}{S\rho} - a \tag{9}$$



Hình 10.6G

11. Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia lớp 12 THPT năm 2006, ngày thi thứ nhất

11.1. Cơ học

1. Khi không có ma sát

a) Ở vị trí cân bằng (Xem hình 11.1G) :

$$\vec{N} + m\vec{g} + \vec{F}_{dh} + \vec{F}_{qt} = \vec{0} \tag{1}$$

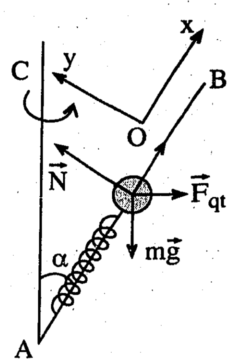
Chiếu (1) trên phương Ox với chú ý :

$F_{dh} = k(l - l_0)$, $F_{qt} = m\omega^2 l\sin\alpha$, ta có :

$$-mg\cos\alpha - k(l - l_0) + m\omega^2 l\sin^2\alpha = 0 \tag{2}$$

Từ đó tìm được độ dài lò xo ứng với vị trí cân bằng là :

$$l = \frac{kl_0 - mg\cos\alpha}{k - m\omega^2\sin^2\alpha} \tag{3}$$



Hình 11.1G

Bài toán có nghiệm (có tồn tại vị trí cân bằng) khi $l > 0$, tức là tử số và mẫu số của (3) phải cùng dấu. Nếu tử số và mẫu số của (3) khác dấu thì không tồn tại vị trí cân bằng, trừ điểm A.

Khi bi lệch khỏi vị trí cân bằng, hợp lực tác dụng lên hòn bi trong hệ quy chiếu gắn với thanh là : $\vec{F} = \vec{N} + m\vec{g} + \vec{F}_{dh} + \vec{F}_{qt}$.

Chiếu lên phương Ox : $F_x = (m\omega^2\sin^2\alpha - k)l + kl_0 - mg\cos\alpha$ (4)

$$\Rightarrow dF_x = (m\omega^2\sin^2\alpha - k)dl \quad (5)$$

Nếu dF_x trái dấu với dl, thì cân bằng là bền (vì khi vật dịch chuyển dọc theo Ox ra xa vị trí cân bằng : $dl > 0$ thì $dF < 0$, hợp lực kéo vật về vị trí cân bằng). Nếu dF_x cùng dấu với dl, thì cân bằng là không bền.

Từ (5) và (3) ta thấy nếu đồng thời có :

$$(*)\ \begin{cases} m\omega^2\sin^2\alpha - k < 0 \\ kl_0 - mg\cos\alpha > 0 \end{cases} \text{ thì cân bằng là bền,}$$

còn nếu đồng thời có :

$$(**)\ \begin{cases} m\omega^2\sin^2\alpha - k > 0 \\ kl_0 - mg\cos\alpha < 0 \end{cases} \text{ thì cân bằng là không bền.}$$

b) Nếu điều kiện (**) được thoả mãn thì khi vật chịu tác dụng của một ngoại lực nhỏ, nó sẽ lệch ngày càng xa vị trí cân bằng. Phương trình (3) cho thấy nếu thêm vào g một lượng $a > 0$ thì l giảm : Vật sẽ chuyển động về phía A.

Nếu điều kiện (*) thoả mãn thì vật sẽ dao động quanh vị trí cân bằng.

Khi thanh chưa chuyển động lên trên thì vị trí cân bằng cách A là l_1, với

$$l_1 = \frac{kl_0 - mg\cos\alpha}{k - m\omega^2\sin^2\alpha}$$

Đó cũng là vị trí ban đầu của vật. Khi thanh chuyển động lên trên, vị trí cân bằng cách A là : $l_2 = \dfrac{kl_0 - m(g+a)\cos\alpha}{k - m\omega^2\sin^2\alpha}$.

Biên độ dao động là $l_1 - l_2 = \dfrac{ma\cos\alpha}{k - m\omega^2\sin^2\alpha}$.

Phương trình $dF_x = mx'' = (m\omega^2\sin^2\alpha - k)dl$ với $dl = x$ cho ta :

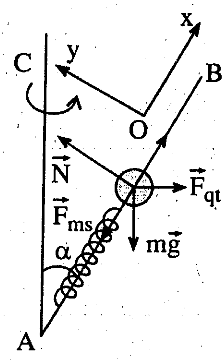
$$x'' + \left(\frac{k - m\omega^2\sin^2\alpha}{m}\right)x = 0$$

(Vật dao động với tần số góc là : $\omega_1 = \sqrt{\dfrac{k}{m} - \omega^2\sin^2\alpha}$. Lưu ý rằng (điều kiện (*) cho ta : $\dfrac{k}{m} - \omega^2\sin^2\alpha > 0$). Chu kì dao động là : $T = \dfrac{2\pi}{\omega_1} = \dfrac{2\pi}{\sqrt{\dfrac{k}{m} - \omega^2\sin^2\alpha}}$.

2. Nếu có ma sát (Xem hình 11.2G) :

Khi hòn bi ở vị trí thấp nhất, nó có xu hướng trượt lên, do đó lực ma sát hướng xuống :

$$\vec{N} + m\vec{g} + \vec{F}_{dh} + \vec{F}_{ms} + \vec{F}_{qt} = \vec{0} \qquad (1)$$



Hình 11.2

Chiếu (1) lên hai phương Ox, Oy với chú ý :

$F_{ms} = \mu N$, $F_{dh} = k(l_m - l_0)$, $F_{qt} = m\omega^2 l\sin\alpha$, ta có :

$$N - mg\sin\alpha - m\omega^2 l\sin\alpha\cos\alpha = 0 \qquad (2)$$

$$-mg\cos\alpha - \mu N - k(l_m - l_0) + m\omega^2 l\sin^2\alpha = 0 \qquad (3)$$

$$l_m = \frac{kl_0 - mg\cos\alpha - \mu mg\sin\alpha}{k - m\omega^2\sin^2\alpha + \mu mg\omega^2\sin\alpha\cos\alpha}$$

Tương tự, vị trí cao nhất của hòn bi cách A là :

$$l_M = \frac{kl_0 - mg\cos\alpha + \mu mg\sin\alpha}{k - m\omega^2\sin^2\alpha - \mu mg\omega^2\sin\alpha\cos\alpha} \text{ (coi như } \mu \text{ đổi dấu)} \qquad (4)$$

Như vậy $l_m \le l \le l_M$.

Bài toán có nghiệm như trên khi :

$$l_m = \frac{kl_0 - mg\cos\alpha - \mu mg\sin\alpha}{k - m\omega^2\sin^2\alpha + \mu mg\omega^2\sin\alpha\cos\alpha} > 0$$

Nừu $l_M = \dfrac{kl_0 - mg\cos\alpha + \mu mg\sin\alpha}{k - m\omega^2\sin^2\alpha - \mu mg\omega^2\sin\alpha\cos\alpha} < 0$, bài toán vô nghiệm, không tồn tại vị trí cân bằng (trừ điểm A)

Nếu $l_m < 0$, $l_M > 0$ thì $0 \le l \le l_M$.

11.2. Nhiệt học

a) Lúc đầu : $Mg + kh_1 = p_1S \qquad (1)$

Lúc sau : $Mg + kh_2 = p_2S \qquad (2)$

$$p_1V_1 = \left(\frac{kh_1}{S} + \frac{Mg}{S}\right)Sh_1 = \frac{m}{\mu}RT_1 \text{ ta có :}$$

$$h_1 = \frac{-Mg}{2k} + \sqrt{\frac{M^2g^2}{4k^2} + \frac{mRT_1}{\mu k}} \ ; \ h_2 = \frac{-Mg}{2k} + \sqrt{\frac{M^2g^2}{4k^2} + \frac{mRT_2}{\mu k}}$$

Pittông dịch chuyển một đoạn :

$$\Delta h_1 = h_2 - h_1 = \sqrt{\frac{M^2g^2}{4k^2} + \frac{mRT_2}{\mu k}} - \sqrt{\frac{M^2g^2}{4k^2} + \frac{mRT_1}{\mu k}}$$

b) $dQ = dU + pdV = \frac{m}{\mu}C_V dT + \left(\frac{kh}{S} + \frac{Mg}{S}\right)dV$

Tích phân hai vế : $Q = \int_{T_1}^{T_2} \frac{m}{\mu}C_V dT + \int_{h_1}^{h_2}\left(\frac{kh}{S} + \frac{Mg}{S}\right)Sdh.$

$$Q = \frac{m}{\mu}C_V(T_2 - T_1) + \frac{k(h_2^2 - h_1^2)}{2} + Mg(h_2 - h_1)$$

Từ phương trình $\left(\frac{kh_1}{S} + \frac{Mg}{S}\right)Sh_1 = \frac{m}{\mu}RT_1$ ta có :

$$kh_1^2 + Mgh_1 = \frac{m}{\mu}RT_1 \ ;$$

$$kh_2^2 + Mgh_2 = \frac{m}{\mu}RT_2 \Rightarrow k(h_2^2 - h_1^2) = \frac{m}{\mu}R(T_2 - T_1) - Mg(h_2 - h_1)$$

Suy ra : $Q = \frac{m}{\mu}\left(C_V + \frac{R}{2}\right)(T_2 - T_1) + \frac{Mg}{2}(h_2 - h_1).$

Thay $C_V = \frac{3R}{2}$ và $(h_2 - h_1)$ đã tính ở trên vào, ta có :

$$Q = \frac{2mR}{\mu}(T_2 - T_1) + \frac{Mg}{2}\left(\sqrt{\frac{M^2g^2}{4k^2} + \frac{mRT_2}{\mu k}} - \sqrt{\frac{M^2g^2}{4k^2} + \frac{mRT_1}{\mu k}}\right)$$

c) Khi nhiệt độ tăng tới giá trị T bất kì ta có :

$$Q = \frac{2mR}{\mu}(T - T_1) + \frac{Mg}{2}\left(\sqrt{\frac{Mg}{4k^2} + \frac{mRT}{\mu k}} - \sqrt{\frac{Mg}{4k^2} + \frac{mRT_1}{\mu k}}\right)$$

Đạo hàm hai vế theo T :

$$C = \frac{dQ}{dT} = \frac{2mR}{\mu} + \frac{Mg}{2}\frac{1}{2}\frac{\frac{mR}{\mu k}}{\sqrt{\frac{M^2g^2}{4k^2} + \frac{mRT}{\mu k}}}$$

Thay $\sqrt{\frac{M^2g^2}{4k^2} + \frac{mRT}{\mu k}} = h + \frac{Mg}{2k}$ vào ta được :

$$C = \frac{dQ}{dT} = \frac{2mR}{\mu} + \frac{MmgR}{4\mu kh + 2\mu Mg}$$

11.3. Điện – từ (Xem hình 11.3G)

a) Vận tốc của prôtôn : $\frac{mv_o^2}{2} = qU \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{2qU}{m}}$.

Bán kính quỹ đạo prôtôn :

$$Bqv_0 = \frac{mv_0^2}{R} \Rightarrow R = \frac{mv_0}{qB} \Rightarrow R = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2mU}{q}}$$

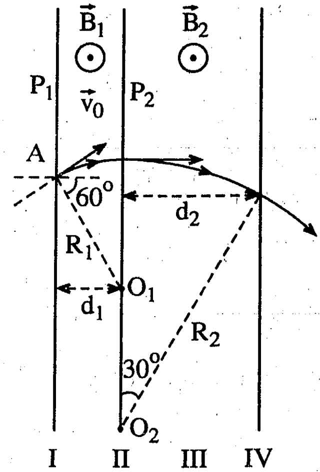
Theo đề bài, trong vùng III ta có :

$$R_1\frac{\sqrt{3}}{2} = d_1\ (1) \Rightarrow \frac{1}{B_1}\sqrt{\frac{3mU}{2q}} = d_1. \qquad (2)$$

$$\Rightarrow \qquad U = \frac{2qB_1^2d_1^2}{3m} \approx 25{,}50\ \text{kV}$$

b) Trong vùng III :

$$\frac{R_2}{2} = d_2\ (3) \Rightarrow \frac{1}{B_2}\sqrt{\frac{mU}{2q}} = d_2 \qquad (4)$$



Hình 11.3G

Từ (4) và (2) ta có : $B_2 = \frac{d_1B_1}{d_2\sqrt{3}} = \frac{B_1}{2\sqrt{3}} \approx 0{,}29$ T.

c) Tại vùng III và IV : $a = \frac{F_c}{m} = \frac{-kv}{m} \Rightarrow \frac{\Delta v}{\Delta t} = -\frac{kv}{m}$

$$\Delta v = -\frac{kv\Delta t}{m} = -\frac{k}{m}\Delta s \qquad (5)$$

Tại vùng III, từ $R_2 = \frac{mv_0}{qB_2}$ ta có $\frac{\Delta R}{R_2} = \frac{\Delta v}{v_0} = -b \qquad (6)$

với $b = 5\% = 0{,}05 \Rightarrow \Delta R = R_2' - R_2 = -bR_2$.

Mặt khác $\Delta s \approx \frac{\pi R}{6}$ với $R = \frac{R_2 + R_2'}{2} = R_2\left(1 - \frac{b}{2}\right)$ (bán kính trung bình)

Từ (5) và (6) có : $-bv_0 = -\frac{k}{m}\frac{\pi R_2\left(1 - \frac{b}{2}\right)}{6} \Rightarrow \frac{m}{k} = \frac{\pi R_2\left(1 - \frac{b}{2}\right)}{6bv_0} \qquad (7)$

Tại vùng IV : $\Delta s = l$, $\Delta v = 0 - v = -v_0(1 - b)$

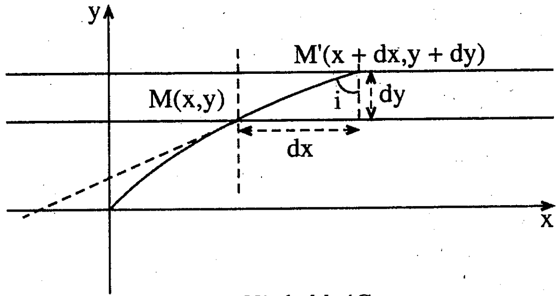
Từ (5) : $-v_0(1 - b) = -\frac{k}{m}l$

Chú ý đến (7), suy ra : $l = \frac{m}{k}v_0(1 - b) = \frac{\pi R_2\left(1 - \frac{b}{2}\right)}{6bv_0}v_0(1 - b)$.

Chú ý đến (3) : $l \approx \frac{\pi d_2\left(1 - 3\frac{b}{2}\right)}{3b} \approx 77{,}5$ cm.

11.4. Quang học

a) Chia môi trường thành nhiều lớp mỏng bề dày dy bằng các mặt phẳng ⊥ Oy. Giả sử tia sáng tới điểm M(x,y) dưới góc tới i và tới điểm M'(x + dx,y + dy) trên lớp tiếp theo. Coi tia sáng truyền từ M đến M' theo đường thẳng (Hình 11.4G) :



Hình 11.4G

$$n_0\sin\alpha = ... = n\ \sin i \Rightarrow \sin i = \frac{n_0\sin\alpha}{n}$$

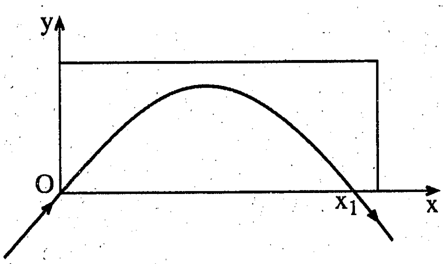
$$\frac{dx}{dy} = \tan i = \frac{\sin i}{\sqrt{1-\sin^2 i}} = \frac{n_0\sin\alpha}{\sqrt{n^2 - n_0^2\sin^2\alpha}}$$

$$\Rightarrow x = \int_0^y \frac{n_0\sin\alpha\, dy}{\sqrt{n^2(y) - n_0^2\sin^2\alpha}}\ ;\ x = \int_0^y \frac{n_0\sin\alpha dx}{\sqrt{n(y)^2 - n_0^2\sin^2\alpha}} = \int_0^y \frac{\sin\alpha dy}{\sqrt{\cos^2\alpha - ky}}$$

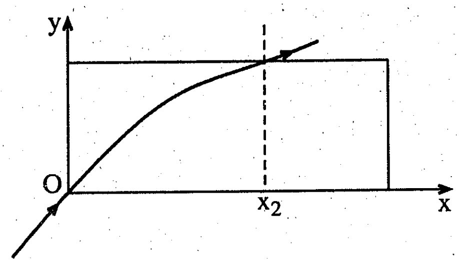
$$x = -2\frac{\sin\alpha}{k}\sqrt{\cos^2\alpha - ky}\,\Big|_0^y = 2\frac{\sin\alpha}{k}(\cos\alpha - \sqrt{\cos^2\alpha - ky}\,)$$

$$\Rightarrow \sqrt{\cos^2\alpha - ky} = \cos\alpha - \frac{kx}{2\sin\alpha} \Rightarrow y = -\frac{k}{4\sin^2\alpha}x^2 + \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}x$$

Đó là phương trình cần tìm. Đường đi của tia sáng là một parabol quay bề lõm về phía dưới (Hình 11.5G, 11.6G).



Hình 11.5G



Hình 11.6G

b) Biến đổi biểu thức của y :

$$y = -\frac{kx^2}{4\sin^2\alpha} + \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}x = -\frac{k}{4\sin^2\alpha}\left(x - \frac{2\sin\alpha.\cos\alpha}{k}\right)^2 + \frac{\cos^2\alpha}{k},$$

ta thấy tung độ cực đại của parabol là : $y_{max} = \dfrac{\cos^2\alpha}{k} = \dfrac{en_0^2\cos^2\alpha}{(n_0^2 - n_1^2)}$.

+ Nừu $\dfrac{\cos^2\alpha}{k} < e$, hay $\cos^2\alpha < \left(1 - \dfrac{n_1^2}{n_0^2}\right)$, thì tia sáng ló ra khỏi bản mặt tại điểm có tung độ bằng 0 (mặt dưới bản), có hoành độ x là nghiệm khác 0 của phương trình : y = 0. Đó là điểm có toạ độ : $x_1 = \dfrac{2\sin 2\alpha}{k}$, $y_1 = 0$.

+ Nếu $\dfrac{\cos^2\alpha}{k} > e$ hay : $1 > \cos^2\alpha > \left(1 - \dfrac{n_1^2}{n_0^2}\right)$, thì tia sáng ló ra khỏi bản mặt tại điểm có tung độ y = e, có hoành độ x là nghiệm khác 0 của phương trình : $y = y_2 = e$.

$$y = -\frac{kx^2}{4\sin^2\alpha} + \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}x = e \Rightarrow x^2 - \frac{4\sin\alpha\cos\alpha}{k}x + \frac{4e\sin^2\alpha}{k} = 0.$$

Phương trình này có nghiệm :

$$x_2 = \frac{\sin 2\alpha}{k} \pm \frac{\sin\alpha}{k}\sqrt{\cos^2\alpha - ke} \text{ hay } x_2 = \frac{en_0^2\sin 2\alpha}{(n_0^2 - n_1^2)} \pm \frac{en_0^2\sin\alpha}{(n_0^2 - n_1^2)}\sqrt{\frac{n_1^2}{n_0^2} - \sin^2\alpha}.$$

Ta chỉ lấy nghiệm ứng với dấu trừ (ứng với giao điểm đầu tiên của parabol và đường thẳng y = e). Bỏ nghiệm ứng với dấu cộng.

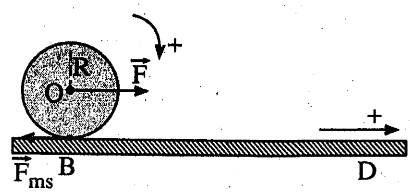
Vậy trong trường hợp này, toạ độ điểm ló là :

$$x_2 = \frac{en_0^2\sin 2\alpha}{(n_0^2 - n_1^2)} - \frac{en_0^2\sin\alpha}{(n_0^2 - n_1^2)}\sqrt{\frac{n_1^2}{n_0^2} - \sin^2\alpha} \text{ và } y_2 = e$$

12. Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia lớp 12 THPT năm 2006, ngày thi thứ hai

12.1. Cơ học (Xem hình 12.1G)

a) Khối lượng của vật : $M = \int_0^R \rho dV = m.$



Hình 12.1G

Momen quán tính của vật :

$$dI_0 = \frac{2}{3}dM.r^2 = \frac{2}{3}\frac{3m}{7\pi R^3}\left(1 + \frac{r}{R}\right).4\pi r^2 dr.r^2$$

$$I_0 = \int_0^R dI_0 = \frac{44}{105}mR^2$$

b) *Cách 1 :* Xét hệ quy chiếu gắn với tấm gỗ. Vật chịu tác dụng của lực quán tính hướng về phía D : $\vec{F}_{qt} = -m\vec{a}$ và có độ lớn $F_{qt} = ma$. Xét trục quay tức thời đi qua B. Chọn các chiều chuyển động là dương.

$$I_B = I_0 + mR^2 = \frac{149}{105}mR^2 \quad (1)$$

$$F_{qt}R = I_B\gamma \quad (2)$$

Giải hệ : $\gamma = \frac{105a}{149R}$; $a_{12} = \gamma R = \frac{105a}{149}$; $a_1 = a - a_{12} = \frac{44}{149}a.$

Cách 2 : Viết phương trình chuyển động quay với trục quay qua tâm O :

Gọi F_{ms} là lực ma sát nghỉ giữa quả cầu và tấm ván, a_1 là gia tốc tâm O của quả cầu đối với đất : $F_{ms}R = I_0\gamma$ (1)

$$F_{ms} = ma_1 \quad (2)$$

$$a = a_1 + \gamma R \quad (3)$$

Giải hệ : $\gamma = \frac{105a}{149R}$; $a_{12} = \gamma R = \frac{105a}{149}$; $a_1 = a - Q_{12} = \frac{44}{149}a.$

(γR là gia tốc tiếp tuyến đối với tâm quay B, a_{12} là gia tốc tâm O của vật đối với tấm gỗ).

Thời gian để vật chuyển động trên tấm gỗ cho đến lúc rơi xuống mặt bàn :

$$t = \sqrt{\frac{2l}{a_{12}}} = \sqrt{\frac{298l}{105a}} \approx 1,7\sqrt{\frac{l}{a}}$$

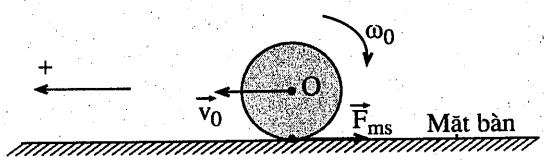
c) $\omega_0 = \gamma t = \gamma\sqrt{\frac{2l}{\gamma R}} = \sqrt{\frac{2\gamma l}{R}} = \sqrt{\frac{210la}{149R^2}} \approx 1,2\sqrt{\frac{al}{R}}$

d) Vận tốc theo phương ngang của vật khi chạm mặt bàn bằng vận tốc theo phương ngang của nó khi rời khỏi tấm gỗ :

$$v_0 = a_1t = \frac{44a}{149}\sqrt{\frac{298l}{105a}} \approx 0,5\sqrt{al}$$

Chọn thời điểm vật chạm mặt bàn là thời điểm ban đầu.

Các chiều dương như hình 12.2G. Ta có nhận xét là ngay từ thời điểm này vật đã lăn có trượt, vì $v_0 \neq R\omega_0$. Trước khi đổi chiều quay thì vật luôn lăn có trượt. Muốn vật lăn không trượt, điều kiện cần là vật phải đổi chiều quay.



Hình 12.2G

Giả sử đến thời điểm τ nào đó vật chuyển động tịnh tiến với vận tốc v' và quay với vận tốc góc ω'.

Áp dụng các định lí biến thiên động lượng và momen động lượng, ta có :

$$\int_0^\tau F_{ms}dt = m(v' - v_0) \; ; \; \int_0^\tau F_{ms}Rdt = I_0(\omega' - \omega_0)$$

Từ đó suy ra : $I_0(\omega' - \omega_0) = mR(v' - v_0)$ (*)

Thay biểu thức của I_0 và ω_0 tìm được ở trên vào (*), ta thu được : $I_0\omega' = mR^2v'$.

Điều đó có nghĩa khi quả cầu đổi chiều quay ($\omega' = 0$) thì $v' = 0$ vật dừng lại. Vậy vật lăn có trượt trên suốt quá trình chuyển động trên mặt bàn.

e) Ta có : $v = v_0 - kgt = 0$; $t = \dfrac{v_0}{kg}$;

$$s = v_0t - \frac{kg}{2}t^2 = \frac{v_0^2}{2kg} = \frac{44^2 al}{149.105kg} \approx 0{,}124\frac{al}{kg}$$

12.2. Nhiệt học

1. Đặt $p_0 = H$. Lúc đầu áp suất khí là $p_0 = (H + a)$ (mmHg), thể tích khí là $V_0 = Sh$. Cần nung nóng đẳng áp đến khi cột khí có chiều cao $(L - a)$. Lúc đó nhiệt độ của khí là : $T_1 = T_0\dfrac{V_1}{V_0} = T_0\dfrac{L - a}{h}$

Sau đó thuỷ ngân bắt đầu chảy khỏi ống.

Gọi x là chiều cao cột thuỷ ngân còn trong ống, ta có : $(L - a)S(H + a) = \nu RT_1$; $(L - x)S(H + x) = \nu RT$;

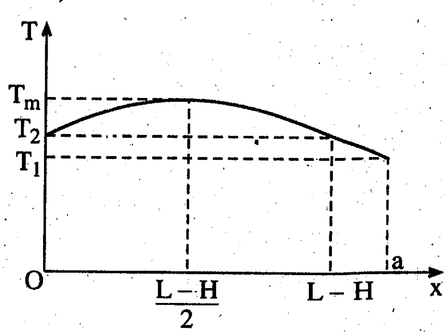
Từ đó suy ra : $T = T_1\dfrac{(L - x)(H + x)}{(L - a)(H + a)} = T_0\dfrac{(L - x)(H + x)}{h(H + a)}$ (1)

Biểu thức trên cho ta thấy T có giá trị cực trị tại : $x_1 = \dfrac{L - H}{2} = \dfrac{L - P_0}{2}$ và nhiệt độ ứng với giá trị x_1 trên là :

$$T_m = T_1\frac{(L + H)^2}{4(L - a)(H + a)} = T_0\frac{(L + H)^2}{4h(H + a)} \text{ (Hình 12.3G)}$$

Khi thuỷ ngân chảy hết khỏi ống thì nhiệt độ của khí là $T_2 = T_0\dfrac{LH}{h(H + a)}$.

Từ (1) ta có : $dT = T_0\dfrac{L - H - 2x}{h(H + a)}dx$.



Hình 12.3G

Biện luận : Có 3 khả năng sau :

a) Nếu $p_0 = H > L$ thì $L - H - 2x$ luôn âm với mọi x nên dT luôn dương, nhiệt độ luôn tăng (từ T_1 đến T_2).

b) Nếu $(L - H - 2a) > 0$ (hay $H < L - 2a$) thì $(L - H - 2x)$ luôn dương, dT luôn âm, nhiệt độ luôn giảm.

c) Nếu hoặc $(L - 2a) < H < L$ thì trong quá trình thuỷ ngân chảy khỏi ống, nhiệt độ tăng từ T_1 đến T_m, sau đó giảm đến T_2.

2. Tính nhiệt lượng.

Có 2 quá trình sau :

a) Quá trình 1 : cột thuỷ ngân dịch chuyển tới miệng ống.

Trong quá trình thuỷ ngân chưa chảy khỏi ống, quá trình là đẳng áp nên nhiệt cần cung cấp là : $Q_1 = \nu(C_V + R)(T_1 - T_0) = \nu\frac{5R}{2}(T_1 - T_0)$.

Thay giá trị của T_1 vào ta có : $Q_1 = \frac{5\nu R(L - a - h)T_0}{2h}$.

b) Quá trình 2 : thuỷ ngân chảy khỏi ống. Nhiệt mà khí thu được trong quá trình này là : $dQ_2 = dU + pdV = \nu C_V dT + \rho g(H + x)(-Sdx)$.

Thay biểu thức dT tính ở trên $\left(dT = T_0\frac{L - H - 2x}{h(H + a)}dx\right)$ vào ta có :

$$dQ_2 = \frac{\nu RT_0}{2h(H + a)}a(3L - 5H - 8x)dx$$

$$dQ_2 = \frac{\nu RT_0}{2h(H + a)}a(3L - 5H - 8x)dx$$

Có 3 khả năng :

– Khả năng thứ nhất : $(3L - 5H - 8x) < 0$ với mọi x, hay ($3L - 5H < 0$; $H > \frac{3L}{5}$) nên dQ_2 luôn dương, khí luôn nhận nhiệt :

$$Q_2 = \int_a^0 \frac{\nu RT_0}{2h(H + a)}a(3L - 5H - 8x)dx = \nu\frac{RT_0 a}{2h(H + a)}(5H - 3L + 4a)$$

(Hoặc

$$Q_2 = \int_{T_1}^{T_2} dU - \int_a^0 \rho g(H + x)Sdx = \nu\frac{3RT_0 a}{2}\left(\frac{H + a - L}{h(H + a)}\right) + \rho gHSa + \rho gS\frac{a^2}{2}$$

$Q_2 = \nu\frac{RT_0 a}{2h(H + a)}(5H - 3L + 4a)$). Nhiệt lượng cần truyền là $Q_1 + Q_2$.

– Khả năng thứ hai : $(3L - 5H - 8x) > 0$, với mọi x (hay $3L - 5H - 8a > 0$; $H < \frac{3L - 8a}{5}$) thì dQ_2 luôn âm, khí luôn toả nhiệt. Nhiệt lượng cần cung cấp chỉ là $Q = Q_1$.

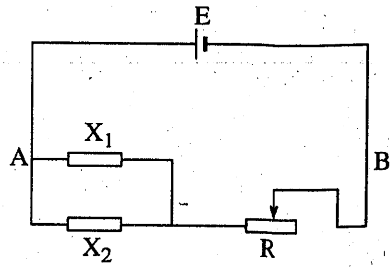
– Khả năng thứ ba : $\frac{3L - 8a}{5} < H < \frac{3L}{5}$ khí chỉ nhận nhiệt khi $dQ_2 > 0$ hay $\frac{3L - 5H}{8} < x < a$.

$$Q_2 = \int\limits_{a}^{\frac{3L-5H}{8}} \frac{\nu RT_0}{2h(H+a)} a(3L - 5H - 8x)dx$$

$$Q_2 = \frac{4\nu RT_0}{h(p_0 + a)}\left[\frac{25}{128}(p_0 + L)^2 + \frac{1}{2}(L - a)^2 - \frac{5}{8}(p_0 + L)(L - a)\right]$$

Nhiệt lượng cần cung cấp : $Q = Q_1 + Q_2$.

12.3. Điện học



Hình 12.4G

1. a) Chia hình trụ thành các lớp trụ mỏng có trục là xx' và có độ dày dr. Vì cảm ứng từ B biến thiên đều nên có thể viết : $B = \frac{B_0}{\tau}t$. Xét lớp mỏng bề dày dr, cách tâm r. Suất điện động xuất hiện trong lớp này là :

$$e_c = \left|\frac{d\Phi}{dt}\right| = \frac{d}{dt}\left(\pi r^2 \frac{B_0}{\tau}t\right) = \frac{B_0}{\tau}\pi r^2$$

Gọi $\vec{E}$ là cường độ điện trường, ta có hệ thức : $e_c = 2\pi rE$. Từ đó tìm được : $E = \frac{B_0 r}{2\tau}$ Mật độ dòng điện là : $j = \frac{E}{\rho} = \frac{B_0 r}{2\tau\rho}$. Cường độ dòng điện là :

$$I = \int_0^R jhdr = \int_0^R \frac{B_0 h}{2\tau\rho} rdr = \frac{B_0 hR^2}{4\tau\rho}$$

Công suất toả nhiệt trong thể tích một lớp mỏng nằm giữa hai mặt trụ đồng tâm bán kính r và (r + dr), có thể tích dV = hdr.2πr, là :

$$d\mathscr{P} = \rho j^2 dV = \rho\left(\frac{B_0 r}{2\tau\rho}\right)^2 h.2\pi rdr \quad \mathscr{P} = \int_0^R \rho j^2 dV = \int_0^R \frac{\pi hB_0^2}{2\tau^2\rho} r^3 dr = \frac{\pi hB_0^2 R^4}{8\tau^2\rho}$$

b) Nếu hình trụ là điện môi, tại điểm cách tâm r có điện trường cường độ E đã tính ở trên : $E = \frac{B_0 r}{2\tau}$. Một lớp trụ có đáy là hình vành khuyên, diện tích 2πr.dr

và chiều cao h chịu tác dụng của momen lực $dM = \frac{q}{\pi R^2 h} dr.2\pi r.hE.r = \frac{B_0 qr^3}{R^2\tau} dr$.

Tổng các momen lực là : $M = \int_0^R dM = \int_0^R \frac{B_0 qr^3}{R^2\tau} dr = \frac{qB_0 R^4}{4\tau R^2} = \frac{qB_0 R^2}{4\tau}$.

Áp dụng phương trình $M = I\gamma$ với $I = \frac{mR^2}{2}$ ta tìm được : $\gamma = \frac{M}{I} = \frac{qB_0}{2\tau m}$.

Từ đó : $\omega = \frac{qB_0}{2\tau m}\tau = \frac{qB_0}{2m}$.

2. a) Gọi U là hiệu điện thế trên biến trở thì $U \le E$, cường độ dòng điện qua X_1, X_2 là $k(E - U)^2$, qua X_3 là kU^2. Công suất toả nhiệt trên R là :

$$\mathscr{P} = U(I_1 + I_2 - I_3) = kU\left[2(E - U)^2 - U^2\right]$$

$$\frac{d\mathscr{P}}{dU} = k\left[2(E - U)^2 - 4U(E - U) - 3U^2\right]$$

Từ điều kiện $\frac{d\mathscr{P}}{dU} = 0 \Rightarrow 3U^2 - 8EU + 2E^2 = 0$;

$$U_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{10}}{3}E = \begin{cases} U_1 = 0,28E \\ U_2 = 2,39E \end{cases}$$

$\mathscr{P}$ đạt cực đại tại giá trị $U_1 = 0,28E$.

$$I_R = 2k(E - U)^2 - kU^2 ;$$

Khi đó :

$$R = \frac{U}{I_R} = \frac{U}{2k(E - U)^2 - kU^2} \approx \frac{0,29}{kE}$$

b) Gọi U_X là hiệu điện thế trên X_1, X_2 ; $U = U_{AB}$.

$I = 2kU_X^2 = \frac{U - U_X}{R}$. Suy ra phương trình : $2kRU_X^2 + U_X - U = 0$. Phương trình này có nghiệm : $U_X = \frac{1 + \sqrt{1 + 8kRU}}{4kR}$ (chỉ lấy nghiệm dương). Từ đó tìm được : $I = \frac{(1 + \sqrt{1 + 8kRU})^2}{2R}$.

Vậy có thể coi AB như một phần tử phi tuyến có cường độ dòng điện phụ thuộc vào hiệu điện thế theo quy luật : $I = \frac{(1 + \sqrt{1 + 8kRU})^2}{2R}$.

12.4. Phương án thí nghiệm

a) Xác định khối lượng của cốc và khối lượng riêng của dầu thực vật :

Cho một ít nước thể tích V_n vào trong cốc, sao cho sau khi thả cốc vào chậu đựng dầu thì cốc nổi theo phương thẳng đứng (Hình 12.5G).

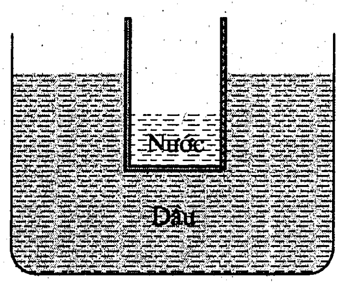
Kí hiệu : m là khối lượng cốc thuỷ tinh.

ρ_d là khối lượng riêng của dầu.

ρ_n là khối lượng riêng của nước .

V_n là thể tích nước trong cốc.

V là thể tích của lượng dầu thực vật bị cốc nước chiếm chỗ.



Hình 12.5G

$$(m + \rho_n V_n)g = \rho_d Vg$$

Ta có phương trình tuyến tính : $V = \dfrac{m}{\rho_d} + \dfrac{\rho_n}{\rho_d}V_n$ (*)

Phương trình (*) cho thấy V phụ thuộc bậc nhất vào thể tích V_n của nước trong cốc

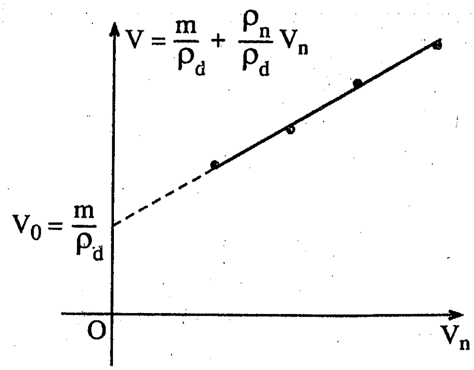
– Các bước thí nghiệm :

+ Đầu tiên cho một ít nước V_n vào cốc rồi thả vào chậu đựng dầu, quan sát mực dầu trên thành cốc, ta xác định được thể tích V mà dầu bị cốc nước chiếm chỗ.

+ Tăng dần lượng nước V_n trong cốc, đọc giá trị V, ghi vào bảng số liệu :

V_n	...	...	...	...
$V = \dfrac{m}{\rho_d} + \dfrac{\rho_n}{\rho_d}V_n$	...	...	...	...

Vẽ đồ thị $V = f(V_n)$ (Hình 12.6G)



Hình 12.6G

Nhận xét :

– Dùng phương pháp ngoại suy để xác định khối lượng m của cốc, bằng cách kéo dài đồ thị cắt trục tung tại giá trị V_0.

– Khối lượng riêng của dầu được xác định qua hệ số góc của đường thẳng :

$$\tan\alpha = \frac{\rho_n}{\rho_d}$$

Từ đó suy ra : $\rho_d = \dfrac{\rho_n}{\tan\alpha}$.

– Khối lượng của cốc được xác định bởi : $m = V_0\rho_d$.

Lưu ý : vì dầu nhẹ hơn nước, do đó cần phải đổ nước vào cốc rồi sau đó mới thả cốc vào chậu dầu thì mới có thể đo được. Nếu đổ dầu vào cốc thì không đo được theo cách trên.

b) Xác định hệ số ma sát nhớt :

Bước 1 : Thực hiện đối với nước sạch

Bỏ qua ma sát nhớt của nước trong bình. Áp dụng phương trình liên tục $\bar{v}S_A = v_B S_B$ với v_B là vận tốc hạ mức nước trong bình, ta có :

$\bar{v} = \dfrac{S_B v_B}{S_A} = \dfrac{(p_A - p_C)R^2}{8\eta_n l} = \dfrac{\rho g h R^2}{8\eta_n l}$ với $p_C = p_0$; h là độ cao cột nước trong bình ở thời điểm t bất kì.

Từ phương trình liên tục, ta có : $v_B = \frac{-dh}{dt} = \frac{-\rho ghR^2S_A}{8\eta_n lS_B} \Rightarrow dt = \frac{-8\eta_n lS_B dh}{\rho gS_A R^2}$.

Thời gian T_1 cần thiết để mực nước trong bình tụt từ độ cao H xuống H_1 được xác định bởi : $T_1 = \int_0^{T_1} dt = \frac{8\eta_n lS_B}{\rho gS_A R^2}\ln\frac{H}{H_1}$.

Bước 2 : Thực hiện đối với dầu thực vật.

Tương tự như vậy, gọi hệ số nhớt của dầu thực vật η_x, ta có :

$$T_2 = \int_0^{T_2} dt = \frac{8\eta_x lS_B}{\rho gS_A R^2}\ln\frac{H}{H_1}$$

Lập tỉ số $\frac{T_2}{T_1}$ ta thu được : $\frac{T_2}{T_1} = \frac{\eta_x\rho_1}{\eta_1\rho_2} \Rightarrow \eta_x = \frac{T_2\rho_2\eta_1}{T_1\rho_1}$.

Đo thời gian T_1 và T_2, ta xác định được hệ số ma sát nhớt của loại dầu thực vật cần đo.

Lập bảng số liệu và vẽ đồ thị.

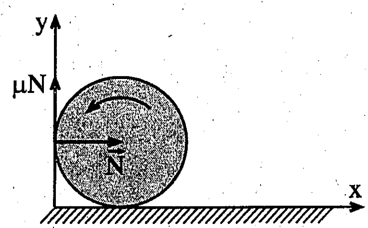
13. Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia lớp 12 THPT năm 2007

13.1. Cơ học

a) Sử dụng hệ toạ độ trụ :

$$I = \int r^2dm = 2\pi h\int_0^R \rho r^3dr = 2\pi h\frac{mA}{R^2h}\int_0^R\left(1+\frac{r^2}{R^2}\right)r^3dr = \frac{2}{5}mR^2 \Rightarrow A = \frac{12}{25\pi}$$

b) Có hai khả năng :



Hình 13.1G

α) Nếu trong thời gian va chạm τ, theo phương Oy, khối trụ luôn luôn lăn có trượt.

* Lực ma sát trượt hướng lên theo phương Oy

* Theo phương Ox : $1{,}5mv_0 = \int_0^\tau Ndt$ (1)

* Theo phương Oy : $mv_y = \mu\int_0^\tau Ndt$ (2) $\Rightarrow v_y = \frac{3}{2}\mu v_0$

* Từ (1) và (2) suy ra : $\tan\alpha = \frac{v_y}{v_x} = 3\mu$. Ngoài ra ta có :

$$I(\omega - \omega_0) = -\mu R\int_0^\tau Ndt \quad (3)$$

Suy ra : $\omega = \frac{4-15\mu}{4R}v_0$.

* Điều kiện trên xảy ra nếu khối trụ vẫn trượt trong va chạm :

$$v_y \le \omega R \Rightarrow \mu \le \frac{4}{21} \approx 0,19$$

* Trường hợp $\mu = \frac{1}{8} = 0,125 < 0,19$ thoả mãn :

$$\omega = \frac{4-15\mu}{4R}v_0 = \frac{17}{32R}v_0$$

Động năng :

$$W_d = \frac{m(v_x^2+v_y^2)}{2} + \frac{I\omega^2}{2} = \frac{m}{2}\left(\frac{1}{4}v_0^2 + \left(\frac{3}{16}v_0\right)^2\right) + \frac{m}{5}R^2\left(\frac{17}{32R}\right)^2 v_0^2$$

$$W_d \approx 0,34mv_0^2 = 0,68W_{d0}$$

β) Trường hợp $\mu = 0,2 > 0,19$. Quá trình này xảy ra như sau : khi va chạm, khối trụ lăn có trượt trong khoảng thời gian τ_1 và lăn không trượt trong khoảng thời gian τ_2.

Ta có : $mv_y = \mu\int_0^{\tau_1} N dt$ (4); $I(\omega_1 - \omega_0) = -R\mu\int_0^{\tau_1} N dt$ (5)

với $\omega_1 = \frac{v_y}{R}$; $\omega_0 = \frac{v_0}{R}$.

Từ (4) và (5) ta có : $\frac{2}{5}mR^2\left(\frac{v_y}{R} - \frac{v_0}{R}\right) = -Rmv_y$.

Từ đó tìm được : $v_y = \frac{2}{7}v_0$; $\omega_1 = \frac{2v_0}{7R}$.

Sau đó khối trụ lăn không trượt với vận tốc v_y : $\tan\alpha = \frac{v_y}{v_x} = \frac{4}{7}$.

Động năng sau va chạm là : $W_d = \frac{m(v_x^2+v_y^2)}{2} + \frac{I\omega_1^2}{2}$

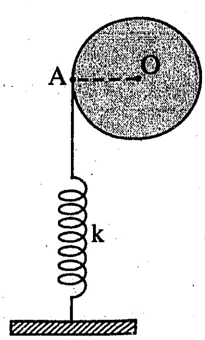
$$W_d = \frac{m\left(\frac{1}{4}v_0^2 + \frac{4}{49}v_0^2\right)}{2} + \frac{\frac{2}{5}mR^2\frac{4}{49R^2}v_0^2}{2}$$

$$= \frac{297}{1960}mv_0^2 \approx 0,15mv_0^2 = 0,3W_{d0}$$

13.2. Cơ học

a) Quay đĩa một góc nhỏ α thì A dịch chuyển một đoạn Rα. Do đó A, chịu tác dụng lực kRα do lò xo bị biến dạng.

* Đĩa chịu tác dụng của momen lực $M = -kR^2\alpha$ (dấu – vì M ngược chiều α).



Hình 13.2G

* Đĩa tròn đồng chất, bán kính R có momen quán tính $I = \frac{mR^2}{2}$.

* Áp dụng phương trình chuyển động của vật rắn quay quanh một trục, ta có $M = I\gamma$ với $\gamma = \frac{d^2\alpha}{dt^2}$ là gia tốc góc. Thay biểu thức của M và I vào phương trình, rút ra : $\frac{1}{2}m\alpha'' + k\alpha = 0$ hay $\alpha'' + \frac{2k}{m}\alpha = 0$.

Đĩa dao động với tần số góc $\omega = \sqrt{\frac{2k}{m}}$ và chu kì $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2k}}$.

b) Xét một lần đoạn OA đi qua vị trí nằm ngang. Gọi α_1, α_2 là biên độ góc về hai phía so với đường nằm ngang. Biến thiên cơ năng của hệ là :

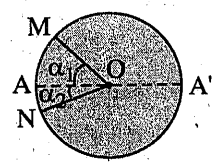
$$\Delta W = \frac{1}{2}kR^2(\alpha_2^2 - \alpha_1^2)$$

Công của momen cản : $A_C = -M_C(\alpha_1 + \alpha_2) = -\frac{kR^2}{200}(\alpha_1 + \alpha_2)$.

Theo định lí biến thiên cơ năng ta có : $\Delta W = A_C$.

Từ đó : $\alpha_1 - \alpha_2 = \frac{1}{100}$.

Số dao động : $n = \frac{\alpha_0}{2(\alpha_1 - \alpha_2)} = 5$.



Hình 13.3G

13.3. Nhiệt học

a) Công mà khí thực hiện được trong quá trình đẳng áp 1 – 2 :

$$A_{12} = p_1(V_2 - V_1) = R(T_2 - T_1)$$

Công trong quá trình đẳng tích 2 – 3 : $A_{23} = 0$.

Theo đề bài, công trong quá trình đoạn nhiệt 3 – 1 là : $A_{31} = -\frac{A_{12}}{n}$.

Công thực hiện trong toàn chu trình :

$$A = A_{12} + A_{23} + A_{31} = \left(1 - \frac{1}{n}\right)A_{12} = \left(1 - \frac{1}{n}\right)R(T_2 - T_1)$$

Ta lại có $Q_{31} = 0$ (quá trình đoạn nhiệt). Trong quá trình đẳng tích 2 – 3 :

$$Q_{23} = A_{23} + \Delta U_{23} = \Delta U_{23} = kR(T_3 - T_2) < 0 \text{ vì } T_3 < T_2$$

Như vậy khí chỉ nhận nhiệt trong quá trình 1 – 2 :

$$Q = Q_{12} = A_{12} + \Delta U_{12} = (k + 1)R(T_2 - T_1)$$

Hiệu suất của quá trình :

$$h = \frac{A}{Q} = \frac{1 - \frac{1}{n}}{k + 1} = \frac{n - 1}{n(k + 1)} \Rightarrow n - 1 = nh(k + 1) \quad (1)$$

Theo công thức biến đổi Lorentz :

$$2\pi f\left(t-\frac{x}{c}\right)=2\pi f\left(\frac{t'+\frac{v}{c^2}x'}{\sqrt{1-\beta^2}}-\frac{x'+vt'}{c\sqrt{1-\beta^2}}\right)=2\pi f'\left(t'-\frac{x'}{c}\right) \text{ với } \beta=\frac{v}{c}.$$

Đặt hệ số của t' và x' ở hai vế bằng nhau, ta thu được : $f'=f\dfrac{1-\frac{v}{c}}{\sqrt{1-\beta^2}}=f\sqrt{\dfrac{1-\beta}{1+\beta}}$.

Từ đó : $\Delta f=f-f'=f\left(1-\sqrt{\dfrac{1-\beta}{1+\beta}}\right)$ (1)

Trong (1), v là vận tốc tương đối giữa máy thu và nguồn. Coi $v>0$ nếu máy thu và nguồn ra xa nhau, $v<0$ nếu máy thu và nguồn lại gần nhau. Ta thấy rằng khi máy thu ra xa nguồn thì tần số của ánh sáng mà máy thu nhận được sẽ nhỏ hơn so với máy thu lại gần nguồn, tần số ánh sáng mà nó thu được sẽ lớn hơn tần số ánh sáng mà nguồn phát ra.

a) $\lambda'=\lambda\sqrt{\dfrac{1+\beta}{1-\beta}}=1.10^3\sqrt{\dfrac{1+0{,}6}{1-0{,}6}}=2{,}10^3\ \mathring{A}$

b) Ta tìm vận tốc tương đối của hai tên lửa đối với nhau dựa vào công thức cộng vận tốc. Kí hiệu vận tốc của tên lửa A đối với bệ phóng là u, của tên lửa B đối với bệ phóng là v và đối với tên lửa A là u' ta có : $u'_x=\dfrac{u_x-v}{1-\frac{v}{c^2}u_x}$.

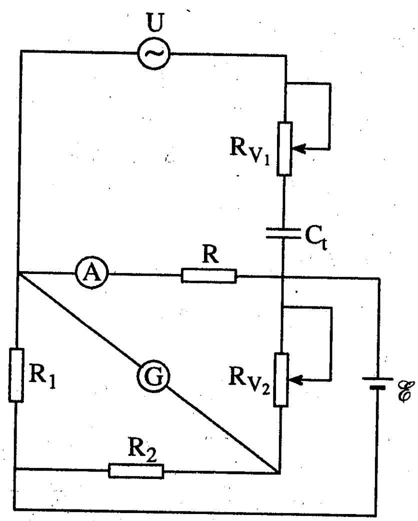
Từ đó tìm được : $\lambda''=\lambda\sqrt{\dfrac{1+\beta'}{1-\beta'}}=6.10^3\ \mathring{A}$.

.7. Phương án thí nghiệm

Để đo đồng thời các đại lượng nhiệt dung riêng c, hệ số nhiệt điện trở α, điện trở R_0 của một điện trở kim loại trên cùng một sơ đồ đo, người ta dùng điện trở kim loại R đó để nung nóng chất lỏng trong nhiệt lượng kế.

a) Sơ đồ đo : (Hình 13.6G)

Trong khi nung nóng điện trở R bởi nguồn xoay chiều, người ta điều chỉnh mạch cầu cho cân bằng, nhờ đó tính được giá trị R, ta đọc giá trị dòng điện trên ampe kế.



Hình 13.6G

b) Xây dựng các công thức :

– Nhiệt lượng tỏa ra trên R : $Q_1 = RI^2\tau$.

– Nhiệt lượng đã hấp thụ trong nhiệt lượng kế, nước (kể cả trên điện trở R) :

$$Q_2 = (c_1m_1 + c_2m_2 + cm)(t_2 - t_1)$$

– Đặt $Q_1 = Q_2$ ta có $c = \dfrac{1}{m}\left[\dfrac{RI^2\tau}{t_2 - t_1} - (c_1m_1 + c_2m_2)\right]$ (1)

ở đây τ là thời gian cấp dòng điện xoay chiều qua điện trở R ; I là cường độ hiệu dụng của dòng điện qua điện trở R ; t_1, t_2 là các nhiệt độ ban đầu và nhiệt độ sau khi cấp dòng xoay chiều cho điện trở R.

– Điện trở kim loại phụ thuộc nhiệt độ, được xác định bởi công thức :

$$R = R_0(1 + \alpha t_2) \quad (2)$$

c) Trình tự thí nghiệm và lập các bảng số liệu :

– Cho dòng điện có cường độ hiệu dụng I qua R trong thời gian τ, đọc giá trị t_2.

– Điều chỉnh cho cầu cân bằng ta được : $R = \dfrac{R_1}{R_2}R_{V_2} = R_0(1 + \alpha t_2)$.

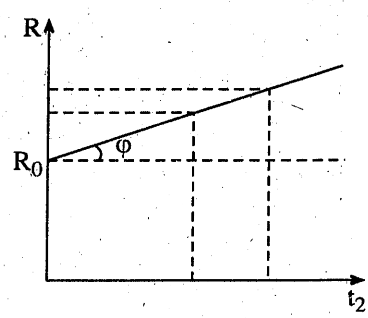
– Lập bảng số liệu :

t_2	...	...	...	...	...
R	...	...	...	...	...

– Từ bảng trên, vẽ đồ thị : $R = R(t_2)$.

– Đồ thị này là đường thẳng, từ đó ngoại suy được giá trị R_0 (giao điểm của đồ thị $R = R(t_2)$ với trục Oy).

– Hệ số nhiệt điện trở α được xác định bởi : $\tan\varphi = R_0\alpha \Rightarrow \alpha = \dfrac{\tan\varphi}{R_0}$. Góc φ là góc nghiêng của đồ thị và trục Ox.



Hình 13.7G

– Nhiệt dung riêng c được tính trực tiếp từ (1) hoặc có thể thay (2) vào (1) để xác định nhiệt dung của điện trở kim loại.

– Các sai số có thể mắc phải là sai số do nhiệt dung của dây nối, lắc khấy nước không đều,...

14. Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia lớp 12 THPT năm 2008

14.1. Cơ học

a) Các phương trình động lực học của chuyển động của hệ :

$$\begin{cases}(T_2 - T_1)R = I\beta = I\dfrac{a}{R} \\ P_2 - T_2 = m_2a \\ T_1 - P_1 = m_1a\end{cases} \qquad (1)$$

Giải hệ phương trình (1) ta thu được : $a = \dfrac{(m_2 - m_1)g}{m_1 + m_2 + \dfrac{M}{2}}$.

Thay số ta có $a = \dfrac{(1,5 - 1).9,8}{1,5 + 1 + \dfrac{1}{2}} = 1,63\ m/s^2$.

Khi ròng rọc quay được 1 vòng, các vật m_1, m_2 chuyển động được quãng đường $S = 2\pi R$. Ta có :

$$v = \sqrt{2as} = \sqrt{\frac{4\pi R(m_2 - m_1)g}{m_1 + m_2 + \dfrac{M}{2}}} = \sqrt{\frac{4\pi.0,1.(1,5 - 1).9,8}{1,5 + 1 + \dfrac{1}{2}}} = 1,43\ m/s \qquad (2)$$

b) Các phương trình động lực học :

$$P_2 - T_2 = m_2a' \qquad (3)$$

$$T_1 - P_1 = m_1a' \qquad (4)$$

Do có ma sát giữa dây với nửa vòng tròn của ròng rọc (ma sát trượt) nên $T_1 \neq T_2$. Lực căng tại các điểm trên đoạn dây AB tiếp xúc với ròng rọc có độ lớn tăng dần từ A đến B. Ta xác định quan hệ giữa T_1 và T_2.

Xét đoạn dây dl chắn cung $d\varphi$, theo đó độ biến thiên lực căng dT của đoạn dây này (chú ý $\varphi = \dfrac{l}{R}$) : $dT = kTd\varphi$. Lấy tích phân : $\displaystyle\int_{T_1}^{T_2}\frac{dT}{T} = \int_0^{\pi}kd\varphi$

suy ra : $T_2 = T_1\exp(k\pi)$ (5)

Kết hợp (5) với các phương trình (3), (4) ta có hệ phương trình :

$$P_2 - T_2 = m_2a'$$

$$T_1 - P_1 = m_1a'$$

$$T_2 = T_1\exp(k\pi)$$

Giải hệ phương trình này ta thu được :

$$a' = \frac{(m_2 - m_1e^{k\pi})}{m_2 + m_1e^{k\pi}}g = -1,086\ m/s^2 \qquad (6)$$

$$T_1 = m_1(a' + g) = 8,71\ N$$

$$T_2 = m_1(a' + g)e^{k\pi} = 16,3\ N$$

c) Vận tốc các vật được xác định bởi : $v_t = v_0 + a't$ (trong đó v_0 được xác định tại thời điểm dây bắt đầu bị trượt (biểu thức (2)) :

$$v_0 = \sqrt{\frac{4\pi R(m_2 - m_1)g}{m_1 + m_2 + \frac{M}{2}}}$$

Ta suy ra : $$v = \sqrt{\frac{4\pi R(m_2 - m_1)g}{m_1 + m_2 + \frac{M}{2}}} + \frac{(m_2 - m_1e^{k\pi})}{m_2 + m_1e^{k\pi}}gt \qquad (7)$$

Nhận xét : Do biểu thức gia tốc $a' = \frac{(m_2 - m_1e^{k\pi})}{m_2 + m_1e^{k\pi}}g$ có thể là dương, âm, bằng 0 ứng với từng bộ dữ kiện đầu bài khác nhau nên với các trường hợp cụ thể của bộ giá trị (m_1, m_2, k,t) ta có các giá trị vận tốc khác nhau. Có thể có các trường hợp sau :

+ Trường hợp 1 : Khi $a' > 0$ vật chuyển động nhanh dần đều, giá trị v được tính theo công thức (7).

+ Trường hợp 2 : Khi $a' = 0$ thì $v = v_0$.

+ Trường hợp 3 : Khi $a' < 0$ thì vật chuyển động chậm dần đều ; ta tính v theo công thức (7) và nhận kết quả vận tốc của vật sau thời gian t là v khi $v \geq 0$, và $v = 0$ khi giá trị tính được là giá trị âm.

Khi áp dụng bằng số với : $m_2 = 1,5$ kg ; $m_1 = 1$ kg ; k = 0,2 ; t = 2 s ; M = 1 kg ; R = 0,1 m ; g = 9,8 m/s^2, ta tính được $a' = -1,087\ m/s^2$, tức là ứng với trường hợp 3, vật chuyển động chậm dần đều, sau thời gian t = 1,35 s thì dừng lại. Vậy tại t = 2 s các vật có vận tốc v = 0.

14.2. Nhiệt học

1. Giả sử đường kính quả bóng tăng một lượng nhỏ dx.

Từ dA = WdS ta có $(p_1 - p_2)dV = WdS$, thay $dV = d\left(\frac{4\pi r^3}{3}\right) = \frac{\pi d^2}{2}dx$;

$dS = d(4\pi r^2) = 2\pi d.dx$

Ta có : $(p_1 - p_2)\dfrac{\pi d_0^2}{2}dx = W.2\pi d_0.dx$. Suy ra hệ thức : $p_1 - p_2 = \dfrac{4W}{d_0}$ (1)

2. Thay $p_2 = \dfrac{15}{16}p_1$ vào (1), ta được $p_1 = \dfrac{64W}{d_0}$ (2)

a) Sau khi hút chân không một cách từ từ, bóng có đường kính lớn nhất d_1. Theo (1) thì khi $p_2 = 0$ ta có $p_1' = \dfrac{4W}{d_1}$ (3)

Vì quá trình là đẳng nhiệt, nên : $p_1\dfrac{\pi d_0^3}{6} = p_1'\dfrac{\pi d_1^3}{6}$ hay $p_1 = p_1'.\left(\dfrac{d_1}{d_0}\right)^3$ (4)

Thay (2) và (3) vào (4), rút ra : $\dfrac{64W}{d_0} = \dfrac{4W}{d_1}\left(\dfrac{d_1}{d_0}\right)^3 \Rightarrow d_1 = 4d_0$

b) Nếu quá trình bơm rất nhanh, bóng sẽ có đường kính lớn nhất d_2. Vì $p_2 = 0$ nên $p_1'' = \dfrac{4W}{d_2}$ (5)

Vì quá trình là đoạn nhiệt với hệ số đoạn $\gamma = \dfrac{7}{5}$ (khí lưỡng nguyên tử) ta có :

$$\frac{p_1}{p_1''} = \left(\frac{V'}{V_0}\right)^\gamma = \left(\frac{d_2^3}{d_0^3}\right)^{\frac{7}{5}} = \left(\frac{d_2}{d_0}\right)^{\frac{21}{5}} \quad (6)$$

Thay (2) và (5) vào (6) ta có :

$$\frac{\dfrac{64W}{d_0}}{\dfrac{4W}{d_2}} = \left(\frac{d_2}{d_0}\right)^{\frac{21}{5}} \Rightarrow \left(\frac{d_2}{d_0}\right)^{\frac{16}{5}} = 16 \Rightarrow d_2 = (16)^{\frac{5}{16}}d_0 \approx 2,38d_0$$

c) Ta thấy $d_1 > d_2$. Sở dĩ như vậy là vì trong quá trình đẳng nhiệt khí có xu hướng lạnh đi, nên để giữ nhiệt độ không đổi, khí phải nhận được nhiệt. Năng lượng này làm bóng căng thêm.

14.3. Điện học

1. Hạt chuyển động trong mặt phẳng chứa trục đối xứng :

Tại điểm cách trục một khoảng r cường độ điện trường là E. Áp dụng định lí Oxtrogradski-Gauss : $E.2\pi Lr = \dfrac{\rho.\pi r^2 L}{\varepsilon_0}$.

Suy ra : $E = \dfrac{\rho r}{2\varepsilon_0}$ (1)

Theo phương Or vuông góc với trục x'x, hạt chịu tác dụng của lực $F = qE = \dfrac{q\rho r}{2\varepsilon_0}$, do đó hạt có gia tốc r". Áp dụng định luật II Newton mr" = –F, ta có : $mr'' = -\dfrac{q\rho r}{2\varepsilon_0} \Rightarrow r'' + \dfrac{q\rho}{2m\varepsilon_0}r = 0$

Hạt dao động điều hoà theo phương Or với chu kì : $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{2\varepsilon_0 m}{q\rho}}$ (2)

Thời gian hạt đi từ M tới N theo phương x'x của trục là $t = \dfrac{L}{v_0}$.

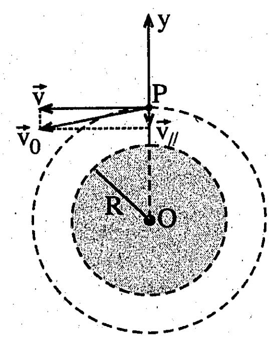
Mặt khác theo phương vuông góc với trục, ta có :

$a\cos\left(2\pi\dfrac{t}{T}\right) = \dfrac{a}{2} \Rightarrow t = \left(k \pm \dfrac{1}{6}\right)T$, suy ra $t = \dfrac{T}{6}$ và $t = \left(k \pm \dfrac{1}{6}\right)T$ với k nhận giá trị nguyên dương.

Vậy $v_0 = \dfrac{L}{\dfrac{T}{6}} = \dfrac{3L}{\pi}\sqrt{\dfrac{q\rho}{2m\varepsilon_0}}$ và $v_0 = \dfrac{L}{T\left(k \pm \dfrac{1}{6}\right)} = \dfrac{L}{2\pi\left(k \pm \dfrac{1}{6}\right)}\sqrt{\dfrac{q\rho}{2m\varepsilon_0}}$ với k = 1, 2, 3, ... (3)

2. Hạt chuyển động trong mặt phẳng vuông góc với trục đối xứng.

Tại điểm cách trục r (r > R) cường độ điện trường là E. Theo định lí Oxtrogradski–Gauss : $E.2\pi Lr = \rho.\pi R^2\dfrac{L}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \dfrac{\rho R^2}{2\varepsilon_0 r}$ (4)



Hình 14.1

Xét hạt tại điểm P :

Từ điểm cắt O của mặt phẳng quỹ đạo của hạt và trục xx' làm tâm, ta vẽ qua P một vòng tròn bán kính b.

Ứng với khoảng cách b, hạt có vận tốc v, lực điện $\vec{F}$ tác dụng có độ lớn bằng F_{ht}, ta có :

$$qE = \frac{\rho q R^2}{2\varepsilon_0 b} = m\frac{v^2}{b} \Rightarrow v = R\sqrt{\frac{q\rho}{2m\varepsilon_0}} \quad (5)$$

Xét chuyển động của hạt trong hệ quy chiếu quay cùng vận tốc góc ω' với hạt (ω' là vận tốc góc tại thời điểm t > 0).

Vận tốc góc của hạt tại thời điểm t = 0 là : $\omega = \dfrac{v}{b} = \dfrac{R}{b}\sqrt{\dfrac{q\rho}{2m\varepsilon_0}}$ (6)

a) Tại thời điểm t, vận tốc của hạt là $v_t \approx \omega'.(b + y)$, vì $v_{//} \ll v_t$

Theo định luật bảo toàn momen động lượng :

$$m\omega'(b+y)^2 = m\omega b^2 \Rightarrow \omega' = \omega\left(\frac{b}{b+y}\right)^2 = \omega\left(1 + \frac{y}{b}\right)^{-2} \approx \omega\left(1 - \frac{2y}{b}\right)$$

Lực điện tác dụng lên hạt là (chú ý đến (6)) :

$$F = \frac{q\rho R^2}{2\varepsilon_0(b+y)} \approx \frac{q\rho R^2}{2\varepsilon_0 b}\left(1-\frac{y}{b}\right) = m\omega^2 b\left(1-\frac{y}{b}\right) \text{ (vì x << b)}$$

Lực quán tính trong hệ quy chiếu quay :

$$F_{qt} = ma_{ht} = m\omega'^2(b+y) \approx m\omega^2\left(1-\frac{2y}{b}\right)^2 b\left(1+\frac{y}{b}\right) \approx m\omega^2 b\left(1-\frac{3y}{b}\right)\frac{1}{2}$$

Áp dụng định luật II Newton :

$$my'' = -F + F_{qt} = -m\omega^2 b(1-\frac{y}{b}) + m\omega^2 b(1-\frac{3y}{b}) = -2m\omega^2 y$$

Từ đó ta có phương trình : $my'' = -F + y'' + 2\omega^2 y = 0$

b) Phương trình trên chứng tỏ theo phương bán kính, hạt chuyển động tuần hoàn với tần số góc $\omega\sqrt{2}$ và chu kì T.

$$T = \frac{2\pi}{\omega\sqrt{2}} = \frac{2\pi b}{R\sqrt{2}}\sqrt{\frac{2m\varepsilon_0}{q\rho}} = \frac{2\pi b}{R}\sqrt{\frac{m\varepsilon_0}{q\rho}}$$

c) Sau thời gian $\frac{T}{2}$, bán kính vectơ quay được góc $\alpha = \omega\frac{T}{2} = \frac{\omega}{\sqrt{2}}.\frac{2\pi}{2\omega} = \frac{\pi}{\sqrt{2}}$.

Sau $t = n\frac{T}{2}$ thì hạt quay được góc $\frac{n\pi}{\sqrt{2}}$.

Khoảng cách cần tìm là $l = 2b\left|\sin\frac{n\pi\sqrt{2}}{4}\right|$ (n nguyên, dương).

14.4. Quang học

a) Sơ đồ tạo ảnh :

$$A \xrightarrow[d_1 \qquad d_1']{TK} A_1 \xrightarrow[d_2 \qquad d_2']{G} A_2 \xrightarrow[d_3 \qquad d_3']{TK} A_3$$

Tính được $d_3 = 2l - \frac{d_1 f}{d_1 - f}$ và $d_3' = f\frac{(2l-f)d_1 - 2lf}{(2l-2f)d_1 - 2lf + f^2}$ (1)

– Vị trí tiêu điểm F^* của gương cầu tương đương được xác định từ điều kiện $d_1 \to \infty$:

$$d_3' = f\frac{2l - f - \frac{2lf}{d_1}}{2(l-f) - \frac{2lf}{d_1} + \frac{f^2}{d_1}} \text{ khi } d_1 \to \infty \text{ thì } d_3' = f\frac{2l-f}{2(l-f)} \quad (2)$$

– Vị trí của tâm và đỉnh gương được xác định từ điều kiện $d_3' = d_1$ (4)

– Từ (1) ta có hai giá trị của d_1 : $d_{11} = \frac{lf}{l-f}$; $d_{12} = f$.

Hai giá trị này xác định vị trí của tâm C^* và đỉnh O^* của gương so với quang tâm của thấu kính.

(Trong đó đỉnh gương O* của gương tương đương phải nằm sau thấu kính so với chiều truyền của ánh sáng tới hệ quang).

b) Xét dấu của d'_3 sẽ thấy có ba trường hợp :

– $0 < l < \frac{f}{2}$ thì $d'_3 > 0$ tiêu điểm F^* nằm trước thấu kính, F* là tiêu điểm thật, nên gương là lõm. Trường hợp này $d_{11} < 0$ (còn d_{12} luôn luôn dương), vì thế d_{11} xác định vị trí đỉnh O^* còn d_{12} xác định vị trí tâm C^* và tiêu cự của gương là :

$$f^* = d'_3 - d_{11} = -\frac{f^2}{2(l-f)}$$

– $\frac{f}{2} < l < f$ thì $d'_3 < 0$ tiêu điểm F^* là ảo, nên gương là gương lồi. Trường hợp này $d_{11} < 0$ (còn d_{12} luôn luôn dương), vì thế d_{11} xác định vị trí tâm C^* còn d_{12} xác định vị trí đỉnh O^* và tiêu cự của gương là $f^* = d'_3 - d_{12} = \frac{f^2}{2(l-f)}$.

– $f < l$ thì $d'_3 > 0$ tiêu điểm F^* là thật, nên gương là lõm. Trường hợp này $d_{11} < 0$ (còn d_{12} luôn luôn dương), vì thế d_{11} xác định vị trí tâm C^* còn d_{12} xác định vị trí đỉnh O^* và tiêu cự của gương là : $f^* = d'_3 - d_{12} = \frac{f^2}{2(l-f)}$.

14.5. Điện – từ

1. Trong lòng D chỉ có từ trường tác dụng lực Lorentz lên hạt $\vec{F} = 2e\vec{v} \wedge \vec{B}$ ($e > 0$ là điện tích nguyên tố).

Lực Lorentz $\vec{F} \perp \vec{v}$ và là lực hướng tâm nên $\vec{B}$ hướng từ phía trước ra phía sau (đi vào) mặt phẳng hình vẽ, ta có : $\frac{m_\alpha v^2}{R} = 2evB$.

Suy ra quỹ đạo của hạt α là nửa đường tròn, bán kính $R = \frac{m_\alpha v}{2eB}$ (1)

2. Hạt α đi được một vòng thì u phải đổi chiều 2 lần, tức là chu kì chuyển động của hạt α và chu kì đổi chiều của u phải bằng nhau :

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{\pi m_\alpha}{eB} \Rightarrow f = \frac{1}{T} = \frac{eB}{\pi m_\alpha}, \quad \left(\omega_\alpha = 2\pi f = \frac{2eB}{m_\alpha}\right) \qquad (2)$$

$$f = \frac{eB}{\pi m_\alpha} = \frac{1{,}6.10^{-19}.1}{3{,}14.6{,}64.10^{-27}} \approx 7{,}67 \text{ MHz}$$

Cứ mỗi một lần đi qua khe, hạt α lại thu thêm được một động năng bằng $2eU$. Như vậy, nếu hạt α qua khe lần thứ n và đi trên nửa đường tròn thứ n, động năng của hạt α tăng thêm một lượng $2neU$. Động năng ban đầu của hạt là $W_{d0} = \frac{1}{2}m_\alpha v_0^2$. Như vậy động năng của hạt α khi đi trên nửa đường tròn thứ n là : $W_d = W_{d0} + 2neU = \frac{1}{2}m_\alpha v_0^2 + 2neU = \frac{1}{2}m_\alpha v_n^2$. Vận tốc của hạt α khi đi trên nửa đường tròn thứ n là : $v_n = \sqrt{v_0^2 + \frac{4neU}{m_\alpha}}$ (3)

Theo (1) bán kính của nửa đường tròn thứ n là :

$$R_n = \frac{m_\alpha v_n}{2eB} = \frac{m_\alpha\sqrt{v_0^2 + \frac{4neU}{m_\alpha}}}{2eB} \tag{4}$$

Từ (4) suy ra : $n = \frac{m_\alpha}{4eU}\left[\left(\frac{2eBR_n}{m_\alpha}\right)^2 - v_0^2\right]$

$$= \frac{6{,}64.10^{-27}}{4.1{,}6.10^{-19}.2.10^5}\left[\left(\frac{2.1{,}6.10^{-19}.1.0{,}5}{6{,}64.10^{-27}}\right)^2 - 10^{14}\right] \approx 24 \text{ lượt}$$

Số vòng mà hạt α đã chuyển động là ≈ 12.

Từ (3) suy ra sau 12 vòng, vận tốc của hạt α là $v \approx 2{,}4.10^7$ m/s.

3. a) Khi vận tốc của hạt tăng, do hiệu ứng tương đối tính khối lượng của hạt α tăng theo hệ thức Einstein $m = \frac{m_\alpha}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$, nên tốc độ góc của nó, theo (2), giảm.

Thành thử, nếu tần số f của U giữ không đổi thì hạt α đến khe chậm hơn trước, đáng lẽ vào lúc tăng tốc thì lại đi ngược chiều điện trường và sẽ bị hãm.

b) $\omega_\alpha = \frac{2eB}{m} = \frac{2eB}{m_\alpha}\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2} = 2\pi f\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}$

c) $R_{max} = \frac{mv}{2eB} = \frac{m_\alpha v}{2eB\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \frac{6{,}64.10^{-27}.10^8}{2.1{,}6.10^{-19}.1.\sqrt{1-\left(\frac{10^8}{3.10^8}\right)^2}} \approx 2{,}2$ m

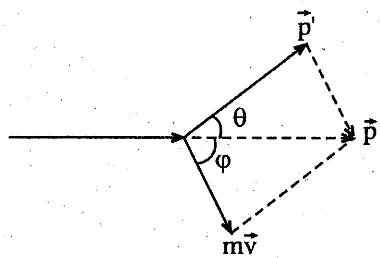
14.6. Lượng tử ánh sáng

a) Thật vậy, sử dụng các định luật bảo toàn năng lượng và xung lượng trong quá trình tương tác, ta có : $hf = \frac{1}{2}mv^2, \frac{hf}{c} = mv \Rightarrow c = \frac{1}{2}v$. Điều này không thể xảy ra.

b) Trường hợp tương tác giữa phôtôn và êlectron tự do, do không bị hấp thụ hoàn toàn, nên phôtôn sau tương tác giảm năng lượng và xung lượng của nó thay đổi (tán xạ). Trường hợp này tương ứng với hiện tượng tán xạ Compton. Ta tính độ dịch chuyển của bước sóng của phôtôn sau tương tác.

Áp dụng các định luật bảo toàn năng lượng và xung lượng :

$$\begin{cases} hf + m_0c^2 = hf' + mc^2 & (1) \\ \vec{p} = \vec{p}' + \vec{p}_e = \vec{p}' + m\vec{v} & (2) \end{cases}$$



Hình 14.2G

Từ hình 14.2G ta có :

$$(mv)^2 = p^2 + p'^2 - 2pp'\cos\theta \qquad (3)$$

Thay $p = \frac{hf}{c}, p' = \frac{hf'}{c}$ vào (3) ta có :

$$m^2v^2c^2\ h^2f^2 + h^2f'^2 - 2h^2ff'\cos\theta \qquad (4)$$

Từ phương trình (1) rút ra :

$$mc^2 = hf - hf' + m_0c^2 \qquad (1a)$$

Lấy bình phương hai vế (1a) :

$$m^2c^4 = h^2f^2 + h^2f'^2 + m_0^2c^4 + 2h(f - f')m_0c^2 - 2h^2ff' \qquad (5)$$

Trừ (5) cho (4) vế với vế :

$$m^2c^4(1 - \beta^2) = -2h^2ff'(1 - \cos\theta) + 2h(f - f')m_0c^2 + m_0^2c^4 \qquad (6)$$

Vì $m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$ nên vế trái của (6) chính là $m_0^2c^4$, do đó từ (6) rút ra :

$$ff'(1 - \cos\theta) = \frac{m_0c^2}{h}(f - f')$$

hay là : $\frac{c}{f'} - \frac{c}{f} = \frac{h}{m_0c}(1 - \cos\theta) = \frac{2h}{m_0c}\sin^2\frac{\theta}{2}$

Vì $f' = \frac{c}{\lambda'}, f = \frac{c}{\lambda}$, đặt $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ nên ta có : $\Delta\lambda = \frac{2h}{m_0c}\sin^2\frac{\theta}{2}$.

$\Delta\lambda$ gọi là độ dịch chuyển của bước sóng.

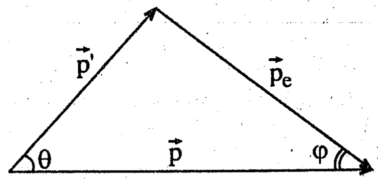
c) Tính góc "giật lùi" của êlectron

Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng :

$$h\nu + m_0c^2 = h\nu' + W_d + m_0c^2 \qquad (7)$$

Vì $p = \frac{\varepsilon}{c} = \frac{hf}{c}, p' = \frac{hf'}{c}$ nên (7) được viết lại

như sau : $p' = p - \frac{W_d}{c}$ (7a)



Hình 14.3G

Theo hình 14.3G ta có :

$$\vec{p}' = \vec{p} - \vec{p}_e \Rightarrow \cos\varphi = \frac{p^2 + p_e^2 - p'^2}{2p.p_e} \qquad (8)$$

Ta còn có : $$p_e^2 = \frac{W^2 - m_0^2c^4}{c^2} = \frac{(W_d + E_0)^2 - E_0^2}{c^2} = \frac{W_d^2 + 2W_dE_0}{c^2} \qquad (9)$$

Với $W = \sqrt{p_ec^2 + m_0^2c^4}$; $E_0 = m_0c^2 = 0{,}512\,\text{MeV}$ là năng lượng nghỉ của êlectron.

Thay (7a), (9) và biểu thức $p = \frac{\varepsilon}{c}$ vào (8) ta được : $\cos\varphi = \dfrac{1 + \frac{E_0}{\varepsilon}}{\sqrt{1 + 2\frac{E_0}{W_d}}}$.

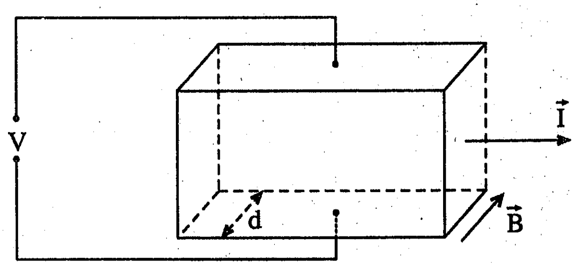
Thay số ta có $\cos\varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\Rightarrow$ Góc "giật lùi" của êlectron là 30^o.

14.7. Phương án thí nghiệm

a) Xây dựng công thức (Xem hình 14.4G).

Để xác định mật độ hạt êlectron tự do trong thanh đồng, chúng ta sẽ sử dụng hiệu ứng Hall với hiệu điện thế Hall trên hai bề mặt của thanh theo phương vuông góc với đường sức từ trường và chiều dòng điện.

Giả sử cảm ứng từ trong khe giữa hai cực từ của thanh nam châm là B.



Hình 14.4G

Khi đó hiệu điện thế Hall là : $V = \frac{1}{en_o}\frac{IB}{d}$ (1)

với : I là cường độ dòng điện, B là độ lớn cảm ứng từ trong khe,

e là điện tích nguyên tố ($e = 1{,}6.10^{-19}$C), d là chiều dày của thanh,

V là hiệu điện thế Hall, n_o là mật độ hạt êlectron tự do trong thanh.

Mặt khác ta có thể xác định được cảm ứng từ $\vec{B}$ thông qua việc đo lực từ tác dụng lên thanh (thanh nằm ngang và vuông góc với đường sức từ). Khi cho dòng điện I chạy qua thanh, thì lực điện từ tác dụng lên thanh chính bằng sự thay đổi trọng lực để cân thăng bằng bên cánh tay đòn không treo thanh so với trường hợp khi không có dòng điện chạy qua.

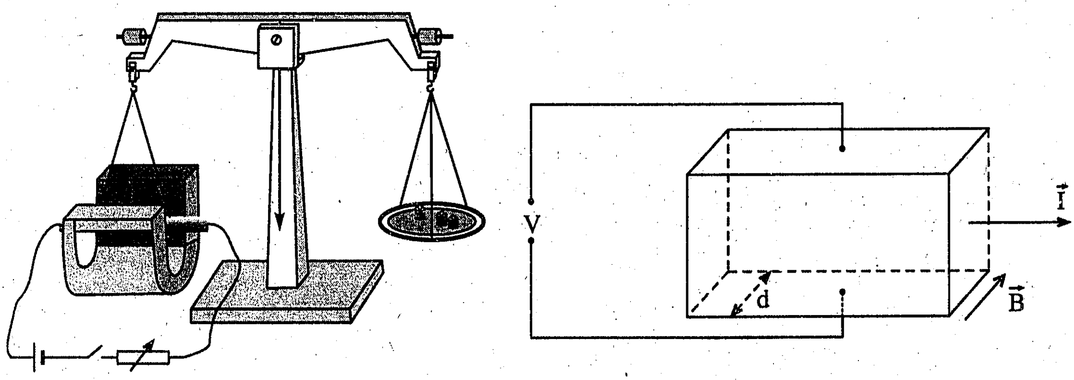
Lực điện từ tác dụng lên thanh đặt ngang trong từ trường khi có dòng điện I chạy qua là $F = B.I.l$ Vì $\Delta m.g = F$ nên ta có : $\Delta m.g = BIl$, suy ra $B = \dfrac{\Delta m.g}{I.l}$ (2)

Từ (1) và (2) ta có $V = \dfrac{1}{en_o}\dfrac{IB}{d} = \dfrac{1}{en_o}\dfrac{\Delta m.g}{l.d} \Rightarrow n_o = \dfrac{g}{e.l.d}.\dfrac{\Delta m}{V}$ (3)

(Lưu ý : Trong thí nghiệm hiệu điện thế Hall thu được có giá trị luôn nhỏ hơn so với giá trị trung bình tính từ lí thuyết nên mật độ êlectron tự do thực tế khoảng $n_o = \dfrac{2}{3}\dfrac{g}{e.l.d}.\dfrac{\Delta m}{V}$) (4)

Do vậy, để xác định mật độ hạt êlectron tự do trong thanh đồng, chúng ta cần đo được chiều dài l của thanh nằm trong từ trường, chiều dày d của thanh và xác định được mối tương quan giữa sự thay đổi khối lượng Δm (khi có dòng điện và khi không có dòng điện chạy qua) với hiệu điện thế V tương ứng.

b) Sơ đồ thí nghiệm (Hình 14.5G)



Hình 14.5G

Vẽ được sơ đồ bố trí thí nghiệm

* Tiến hành thí nghiệm và thu thập số liệu

Bước 1 : Đo chiều dài l của phần thanh kim loại nằm ngang trong từ trường và chiều dày d của thanh

Bước 2 : Sử dụng sợi chỉ treo thanh kim loại nằm ngang trong từ trường và vuông góc với đường sức từ vào một cánh tay đòn của cân.

Bước 3 : Mắc mạch điện như hình vẽ.

Bước 4 : Khoá K mở, chỉnh cân đo thăng bằng, ghi lại giá trị của khối lượng.

Bước 5 : Đóng khoá K.

– Sử dụng biến trở để thay đổi cường độ dòng điện chạy qua mạch.

– Chỉnh cân thăng bằng, ghi lại sự thay đổi khối lượng Δm.

– Ghi lại giá trị trên vôn kế

Bước 6 : Lặp lại các bước 4 và 5 để thu thập khoảng n bộ số liệu ứng với n vị trí khác nhau của biến trở.

c) Xây dựng bảng số liệu và tính toán.

* Lập bảng số liệu :

Lần đo	l	d	Δm	V	n_o
1	...	...	...	...	...
....	...	...	...	...	...
n	...	...	...	...	...
	$\overline{l}$	$\overline{d}$			$\overline{n}_o$

– Xác định giá trị trung bình của chiều dài đo được $\overline{l} = \frac{\sum_{i=1}^{n} l_i}{n}$, với n là số lần đo.

– Xác định giá trị trung bình của chiều dày đo được $\overline{d} = \frac{\sum_{i=1}^{n} d_i}{n}$, với n là số lần đo.

– Xác định giá trị n_{oi} tương ứng với mỗi cặp giá trị Δm_i và V_i theo công thức (3) hoặc (4) với $l = \overline{l}$; $d = \overline{d}$.

– Mật độ hạt êlectron trong thanh là giá trị trung bình : $\overline{n}_o = \frac{\sum_{i=1}^{n} n_{oi}}{n}$.

* Sai số có thể mắc phải :

– Thanh không nằm ngang và không vuông góc với đường sức từ trường.

– Đặt thanh sao cho cạnh dọc theo từ trường d nhỏ và dòng điện qua mạch đủ lớn sao cho tín hiệu đo được trên vôn kế là lớn.

– Sai số do thước đo, cân, ...

– Sai số do tính toán.

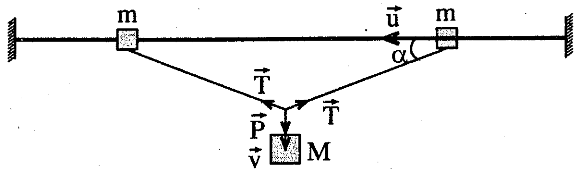
15. Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia lớp 12 THPT năm 2009

15.1. Cơ học

a) Gọi α là góc giữa dây và phương nằm ngang. Gọi v là tốc độ của vật, u là tốc độ của vòng. Vì dây không dãn, hình chiếu các vận tốc của hai đầu dây dọc theo dây bằng nhau :

$$u\cos\alpha = v\sin\alpha \text{ hay } u = v\tan\alpha \quad (1)$$

Trong suốt quá trình chuyển động, tốc độ u của vòng luôn tăng vì lực luôn hướng theo chiều chuyển động. Ngay trước khi va chạm với nhau ($\alpha = 90^o$) thì hai vòng có u_{max} còn



Hình 15.1G

$v = \dfrac{u}{\tan 90^0} = 0$. Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng :

$$2\frac{mu_{max}^2}{2} = Mg\frac{L}{2}; \quad u_{max} = \sqrt{\frac{M}{2m}gL} = \frac{10}{3} \approx 3{,}33 \text{ m/s} \quad (2)$$

b) Ta tìm vận tốc v của vật khi dây treo hợp với thanh ngang một góc α bất kì. Theo định luật bảo toàn năng lượng (chú ý đến (1)) :

$$2\frac{mu^2}{2} + \frac{Mv^2}{2} = Mg\frac{L}{2}\sin\alpha \;;\; v^2 = \frac{MgL\sin\alpha}{2m\tan^2\alpha + M} = \frac{100.\sin\alpha}{9\tan^2\alpha + 5} \quad (3)$$

Trong (3) ta đặt $x = \sin^2\alpha$, $\sin\alpha = \sqrt{x}, y(x) = \dfrac{v^2}{100}$ và khảo sát cực trị của hàm số y(x), tìm giá trị của x (giá trị của α) để y(x) đạt cực đại (nghĩa là để v cực đại). Ta có :

$$y(x) = \frac{v^2}{100} = \frac{\sin\alpha}{9\tan^2\alpha + 5} = \frac{\sqrt{x}(1-x)}{9x + 5(1-x)} = \frac{\sqrt{x}(1-x)}{4x+5}$$

$$y(x) = \frac{v^2}{100} = \frac{\sin\alpha}{9\tan^2\alpha + 5} = \frac{\sqrt{x}(1-x)}{9x + 5(1-x)} = \frac{\sqrt{x}(1-x)}{4x+5}$$

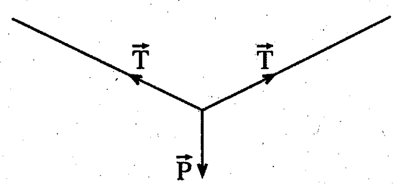
Đặt y'(x) = 0, ta được : $x = \dfrac{1}{4} = \sin^2\alpha$. Suy ra $\alpha = \dfrac{\pi}{6}$.

$$v_{max} = \sqrt{\frac{100.\sin\alpha}{9\tan^2\alpha + 5}} = 2{,}5 \text{ m/s}$$

Khi vật M có v_{max} thì lực tác dụng lên nó bằng 0, gia tốc a = v' = 0, lúc đó mới xảy ra cực trị.

Từ hình 15.2G ta có :

$$Mg = 2T\sin\alpha \Rightarrow T = \frac{Mg}{2\sin\alpha} = \frac{100}{9} \approx 11{,}1 \text{ N}$$



Hình 15.2G

15.2. Nhiệt học

Máy lạnh lí tưởng hoạt động theo chu trình Carnot thuận nghịch, theo chiều ngược, nhận công dA, nhận nhiệt dQ_2 từ nguồn lạnh (là nước có nhiệt độ T cần làm lạnh và đông đặc) và nhả nhiệt dQ_1 cho nguồn nóng (là môi trường xung quanh có nhiệt độ T_2). Hiệu năng của máy lạnh :

$$\varepsilon = \frac{dQ_2}{dA} = \frac{dQ_2}{dQ_1 - dQ_2}$$

Với máy lạnh lí tưởng $\varepsilon_{max} = \dfrac{T}{T_1 - T}$.

Từ đó : $dA_{min} = \dfrac{dQ_2}{\varepsilon_{max}} = dQ_2 \dfrac{T_1 - T}{T}$ (1)

a) Với nguồn lạnh là 2 kg nước ở 0^oC thì nhiệt độ T của nguồn không đổi trong quá trình nước đông đặc : $T = T_0 = 0^oC = 273$ K. Do đó công tối thiểu cần tiêu thụ là $A_{min} = Q_2 \dfrac{T_1 - T_0}{T_0}$ với $Q_2 = m\lambda$.

Thay số : $Q_2 = m\lambda = 668$ kJ, $T_1 = 30^oC = 303$ K.

Từ đó : $A_{min} = 668.\dfrac{303 - 273}{273} = 73{,}4$ kJ.

b) Muốn làm cho nước có nhiệt độ T_1 của môi trường đông đặc, thì trước tiên làm cho nước hạ nhiệt độ từ T_1 xuống đến T_0, sau đó làm cho nước ở nhiệt độ T_0 đông đặc ở nhiệt độ T_0. Công nhỏ nhất làm cho nước hạ nhiệt độ từ T_1 xuống T_0 được tính bằng cách áp dụng công thức (1) với lưu ý rằng nhiệt độ T thay đổi từ T_1 đến T_0. Hơn nữa ta có $dQ_2 = -mcdT$, với c là nhiệt dung riêng của nước. Từ đó, theo công thức (1) :

$$dA'_{min} = \frac{T - T_1}{T} mcdT = mcdT - mcT_1 \frac{dT}{T}$$

$$\Rightarrow A'_{min} = \int_{T_1}^{T_0} dA'_{min} = mc\int_{T_1}^{T_0} dT - mcT_1 \int_{T_1}^{T_0} \frac{dT}{T}$$

$$\Rightarrow A'_{min} = mc\left(T_0 - T_1 + T_1 \ln\frac{T_1}{T_0}\right)$$

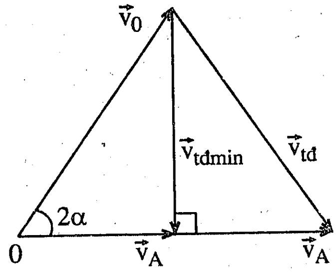
Thay số : m = 2 kg, c = 4,18 kJ/kg, $T_0 = 273$ K, $T_1 = 303$ K ta được $A'_{min} = 13{,}3$ kJ . Công cần tìm : $A = A'_{min} + A_{min} = 86{,}7$ kJ.

15.3. Quang học

a) Vì khi d = 2f thì d' = 2f nên quỹ đạo ảnh cũng tạo với trục chính một góc α, đối xứng qua mặt phẳng thấu kính. Thành thử quỹ đạo vật và quỹ đạo ảnh hợp với nhau một góc 2α.

Vì $\vec{v}_A - \vec{v}_V = \vec{v}_{td}$. Trên giản đồ vectơ ở hình 15.3G ta có thể thấy rằng vận tốc tương đối giữa ảnh và vật sẽ nhỏ nhất khi $\vec{v}_{td} \perp \vec{v}_A$. Từ hình vẽ ta có thể tính được $v_A = v_0\cos2\alpha$ và khi đó :

$$v_{td\,min} = v_0 \sin 2\alpha$$



Hình 15.3G

b) Giả sử lúc này v_{td} đạt giá trị cực tiểu. Vận tốc của ảnh khi đó là $v_A = v_0\cos2\alpha$.

Trước hết ta tìm vị trí của vật và ảnh để có vận tốc tương đối cực tiểu nói trên. Chú ý là theo quy ước thì chiều từ điểm 0 về bên trái là chiều dương của trục tọa độ cho vật, còn chiều từ 0 về phía phải chiều dương là trục tọa độ ảnh. Đạo hàm hai vế công thức thấu kính $\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{f}$ ta có :

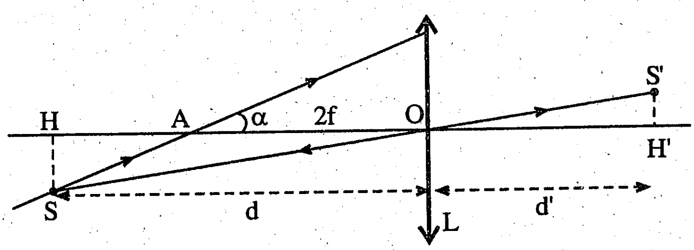
$$-\frac{v}{d^2} - \frac{v'}{d'^2} = 0 \Rightarrow v' = -v\left(\frac{d'}{d}\right)^2 = -v\left(\frac{f}{d-f}\right)^2$$

$$\Rightarrow \quad \frac{f}{d-f} = \frac{d'}{d} = \sqrt{\frac{-v'}{v}} = \sqrt{\cos2\alpha} \;\Rightarrow d = f + \frac{f}{\sqrt{\cos2\alpha}}$$

Xác định khoảng cách giữa điểm sáng và ảnh của nó.

Ta có : $d' = \frac{df}{d-f} = f + f\sqrt{\cos2\alpha}$,

$$HH' = d + d' = 2f + \frac{f}{\sqrt{\cos2\alpha}} + f\sqrt{\cos2\alpha} = f\frac{(\sqrt{\cos2\alpha}+1)^2}{\sqrt{\cos2\alpha}}$$



Hình 15.4G

Từ hình 15,4G ta có : $SH = AH.\tan\alpha = (OH - OA)\tan\alpha$

$$= \left(f + \frac{f}{\sqrt{\cos2\alpha}} - 2f\right)\tan\alpha = \left(\frac{f}{\sqrt{\cos2\alpha}} - f\right)\tan\alpha$$

$$S'H' = SH\frac{d'}{d} = SH\sqrt{\cos2\alpha}$$

và $$SH + S'H' = SH(1+\sqrt{\cos2\alpha}) = f\frac{1-\cos2\alpha}{\sqrt{\cos2\alpha}}\tan\alpha.$$

Khoảng cách giữa điểm sáng và ảnh của nó là :

$$SS' = \sqrt{(HH')^2 + (SH + S'H')^2}$$

Thay các biểu thức của HH', SH + SH' tìm được ở trên vào ta được :

$$SS' = f\sqrt{\frac{(\sqrt{\cos 2\alpha} + 1)^4 + (1 - \cos 2\alpha)^2 \tan^2\alpha}{\cos 2\alpha}}$$

15.4. Điện – từ

a) Quy ước chiều dòng điện qua cuộn cảm từ M tới P là chiều dương $u_{MN} = u$. Khi $|u_{NP}| < U_d$ thì điôt ngắt (không cho dòng đi qua), vì dòng điện qua mạch dao động biến thiên điều hoà nên điôt chỉ đóng hoặc ngắt khi $i = 0$ ở cuối giai đoạn $i \neq 0$. Sau khi đóng K :

+ Trong khoảng thời gian $0 \leq t \leq t_1$ có dòng điện i qua D_1. Ta có các phương trình : $u - L\frac{di}{dt} - U_d = 0$; $i = -Cu'$

Từ đó ta có : $(u - U_d)'' = -\frac{1}{LC}(u - U_d)$ (1)

Đặt $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ thì nghiệm của phương trình (1) có dạng :

$$u_1 = U_d + A\cos(\omega t + \varphi_1)$$

Tại thời điểm $t_0 = 0$ thì $i_1 = 0$, $u_1(0) = U_0$ suy ra : $\varphi_1 = 0$, $A = U_0 - U_{dm}$.

Lúc $t = t_1$, $i_1 = -Cu_1' = 0$ suy ra $t_1 = \pi\sqrt{LC} = \frac{\pi}{\omega}$. Như vậy trong khoảng thời gian $0 \leq t \leq t_1 = \frac{\pi}{\omega}$ ta có : $u_1 = U_d + (U_0 - U_d)\cos\omega t$ (2)

+ Trong khoảng thời gian $t_1 = \frac{\pi}{\omega} \leq t \leq t_2$ thì dòng điện đổi chiều và chỉ qua D_2.

Khi đó : $u + L\frac{di}{dt} + U_d = 0, i = Cu' \Rightarrow (u + U_d)'' = \frac{1}{LC}(u + U_d)$ (3)

Nghiệm của phương trình (3) có dạng : $u_2 = -U_d + B\cos(\omega t + \varphi_2)$.

Tại thời điểm $t_1 = \frac{\pi}{\omega}$ ta có :

$$i_2 = Cu_2' = 0, u_2(t_1) = u_1(t_1) = U_{2(t1)} = 2U_d - U_0, |U_{2(t1)}| > U_d$$

Từ đó tìm được : $\varphi_2 = -\pi, B = -U_0 + 3U_d$

và ta có : $u_2 = -U_d + (U_0 - 3U_d)\cos\omega t$ (4)

Lúc $t = t_2, i_2 = Cu_2' = 0$ suy ra $t_2 = 2\pi\sqrt{LC} = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow t_2 = \frac{2\pi}{\omega}$

+ Trong khoảng thời gian $t_2 = \frac{2\pi}{\omega} \le t \le t_3$ thì dòng điện đổi chiều và chỉ qua D_1.

Tương tự, ta có : $u - L\frac{di}{dt} - U_d = 0, i = -Cu' \Rightarrow (u - U_d)'' = -\frac{1}{LC}(u - U_d)$.

Phương trình có nghiệm $u_3 = U_d + C\cos(\omega t + \varphi_3)$.

Lúc $t_2 = \frac{2\pi}{\omega}$ ta có

$$i_3 = -Cu_3' = 0, u_{3(t_2)} = u_{2(t_2)} = U_{3(t2)} = U_0 - 4U_d, |U_{3(t2)}| > U_d$$

Từ đó tìm được : $\varphi_3 = 0, C = U_0 - 5U_d, u_3 = U_d + (U_0 - 5U_d)\cos\omega t$ (5)

Lúc $t = t_3$ thì $i_3 = -Cu_3' = 0$ suy ra $t_3 = 3\pi\sqrt{LC} = \frac{3\pi}{\omega}$.

Ở thời điểm

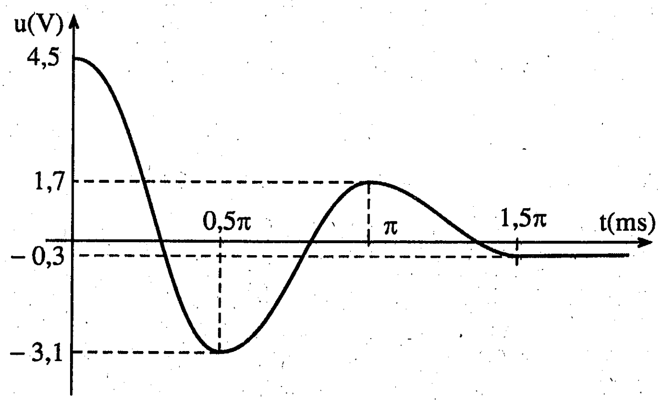
$t_3 = \frac{3\pi}{\omega}$,

$u_{3(t_3)} = u_{4(t3)} = U_{4(t3)}$

$= -U_0 + 6U_d$

$= -kU_d, |U_{4(t3)}| < U_d$,

D_1 ngắt (D_2 đã ngắt từ thời điểm t_2). Thành thử khi $t > t_3 = \frac{3\pi}{\omega}$ thì cả hai điôt đều ngắt. Lúc đó $u = -kU_d = \text{const}$.



Hình 15.5G

b) Đồ thị u(t) vẽ ở hình 15.5G.

15.5. Điện – từ

a) Giả sử thời điểm t vật có toạ độ (x, y, 0).

Phương trình động lực học : $\vec{F} + \vec{F}_L = m\vec{a}$ với $\vec{F} = -k\vec{r}, \vec{F}_L = q(\vec{v}, \vec{B})$. Chiếu phương trình này xuống hai trục toạ độ, ta thu được hệ phương trình vi phân tuyến tính sau :

$$\begin{cases} mx'' = -kx + qBy' \\ my'' = -ky - qBx' \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x'' = -\frac{k}{m}x + \frac{qB}{m}y' \\ y'' = -\frac{k}{m}y - \frac{qB}{m}x' \end{cases} \quad (1)$$

Ta tìm nghiệm dưới dạng : $x = A\cos(\omega t + \varphi)$; $y = C\sin(\omega t + \varphi)$.

Thay vào (1) thu được hệ phương trình cho A và C :

$$\begin{cases} \left(\dfrac{k}{m} - \omega^2\right)A - \dfrac{qB\omega}{m}C = 0 \\ -\dfrac{qB\omega}{m}A + \left(\dfrac{k}{m} - \omega^2\right)C = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Đặt $\omega_B = \dfrac{qB}{2m}$; $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$.

Để (2) có nghiệm khác 0 :

$$\omega = \pm\frac{qB}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{qB}{2m}\right)^2 + \frac{k}{m}} = \pm\omega_B \pm \sqrt{\omega_B^2 + \omega_0^2}$$

Ta chọn 2 nghiệm ứng với (++) và (−+)

$$\omega_1 = \omega_B + \sqrt{\omega_B^2 + \omega_0^2}; \quad \omega_2 = -\omega_B + \sqrt{\omega_B^2 + \omega_0^2}$$

b) Thay ω_1 và ω_2 vào (2) ta thu được :

$$C_1 = -\frac{2(\omega_1^2 - \omega_0^2)}{\omega_1\omega_B}A_1 \ ; \ C_2 = \frac{2(\omega_0^2 - \omega_2^2)}{\omega_2\omega_B}A_2$$

Như vậy nghiệm tổng quát của (1) là :

$$\begin{cases} x(t) = A_1\cos(\omega_1 t + \varphi) + A_2\cos(\omega_2 t + \varphi) \\ y(t) = \dfrac{2(\omega_0^2 - \omega_1^2)}{\omega_1\omega_B}A_1\sin(\omega_1 t + \varphi) + \dfrac{2(\omega_0^2 - \omega_2^2)}{\omega_2\omega_B}A_2\sin(\omega_2 t + \varphi) \end{cases}$$

Ở thời điểm t = 0, ta có : $v_x = 0$; $v_y = 0$; $x = R$; $y = 0$.

Từ đó tìm được :

$$A_1 = \frac{\omega_0^2 - \omega_2^2}{\omega_1^2 - \omega_2^2}R; \ A_2 = \frac{\omega_1^2 - \omega_0^2}{\omega_1^2 - \omega_2^2}R$$

Phương trình chuyển động của hạt :

$$\begin{cases} x(t) = \dfrac{R}{\omega_1^2 - \omega_2^2}\left[(\omega_1^2 - \omega_0^2)\cos\omega_2 t - (\omega_1^2 - \omega_0^2)\cos\omega_1 t\right] \\ y(t) = \dfrac{2R(\omega_1^2 - \omega_0^2)(\omega_2^2 - \omega_0^2)}{\omega_B(\omega_1^2 - \omega_2^2)}\left(\dfrac{\sin\omega_1 t}{\omega_1} - \dfrac{\sin\omega_2 t}{\omega_2}\right) \end{cases}$$

15.6. Thuyết tương đối

a) Từ hình 15.6G, ta có :

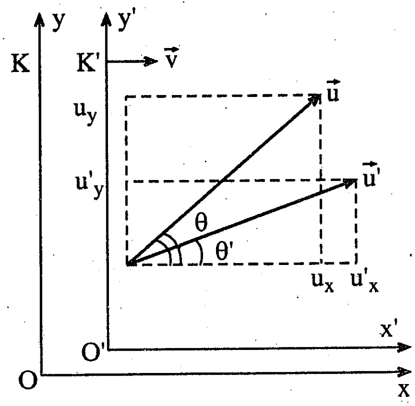
$u_x = u\cos\theta$; $u_y = u\sin\theta$ (1)

$u'_x = u'\cos\theta'$; $u'_y = u'\sin\theta'$ (2)

Thay các công thức của định lí cộng vận tốc vào biểu thức của u_x, u_y ta có :

$$u_y = u\sin\theta = \frac{u'_y\sqrt{1-\beta^2}}{1+\dfrac{v}{c^2}u'_x}$$

$$u_x = u\cos\theta = \frac{u'_x + v}{1+\dfrac{v}{c^2}u'_x}$$



Hình 15.6G

Lấy u_y chia cho u_x ta được hệ thức giữa θ và θ' : $\tan\theta = \dfrac{u'\sqrt{1-\beta^2}\sin\theta'}{u'\cos\theta' + v}$ (3)

Thay (2) vào biểu thức u_y ở trên ta cũng được hệ thức giữa θ và θ' :

$$\sin\theta = \frac{u'\sqrt{1-\beta^2}\sin\theta'}{u(1+\dfrac{v}{c^2}u'\cos\theta')} \quad (4)$$

b) Đối với ánh sáng, $u = u' = c$. Ta xuất phát từ hệ thứ (4) (cũng có thể xuất phát từ hệ thức (3)) : $\sin\theta = \dfrac{\sqrt{1-\beta^2}\sin\theta'}{1+\dfrac{v}{c}\cos\theta'}$.

Nếu $v << c$ thì $\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}} \approx 1$, còn $\left(1+\dfrac{v}{c}\cos\theta'\right)^{-1} \approx 1-\dfrac{v}{c}\cos\theta'$.

Thay vào (4) ta được : $\sin\theta - \sin\theta' \approx -\dfrac{v}{c}\cos\theta'\sin\theta'$ (5)

Ta có $\Delta\theta = \theta' - \theta$ là một góc nhỏ. Sử dụng hệ thức :

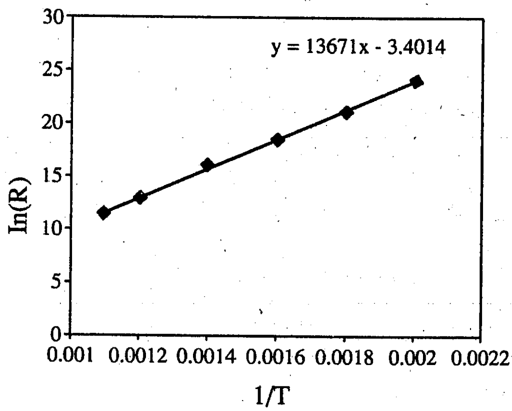
$$\sin\theta - \sin\theta' = 2\cos\frac{\theta+\theta'}{2}\sin\frac{\Delta\theta}{2}$$

và chú ý rằng $\cos\dfrac{\theta+\theta}{2} \approx \cos\theta'$, từ (5) ta thu được : $\Delta\theta = \dfrac{v}{c}\sin\theta'$ (6)

15.7. Điện học

1. Xử lí số liệu

$t(^oC)$	R	$\frac{1}{(t+273)}$	ln(R)
227	2,65E + 10	0,0020	24,0
283	1,32E + 09	0,0018	21,0
352	1,08E + 08	0,0016	18,5
441	8,89E + 6	0,0014	16,0
560	4,42E + 5	0,0012	13,0
636	9,87E + 4	0,0011	11,5



Hình 15.7G

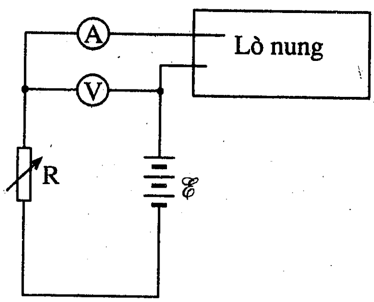
Dựng đồ thị ln(R) theo $\frac{1}{T}$ (Hình 15.7G) ta tìm được độ rộng vùng cấm $E_a = 2,4$ eV hoặc $3,84.10^{-19}$J.

2. Phương án thí nghiệm :

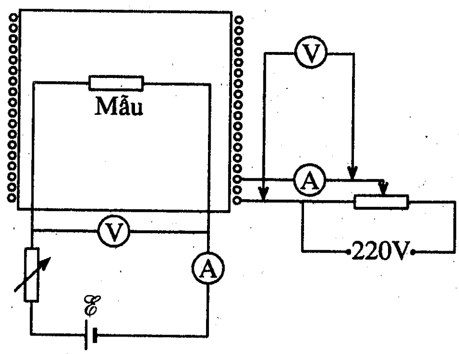
a) Trình bày cách đo, xây dựng công thức cần thiết và sơ đồ mắc mạch

• *Nguyên tắc :*

– Cần phải mắc mạch sao cho có thể thay đổi và xác định được nhiệt độ lò (nhiệt độ mẫu bán dẫn) (Hình 15.8G, 15.9G).



Hình 15.8G



Hình 15.9G

– Cần đo được điện trở của mẫu bán dẫn ở các nhiệt độ mẫu khác nhau. Dựng đường phụ thuộc hàm $\ln(R_m)$ theo $\frac{1}{T}$. Tìm được hệ số góc của đường thực nghiệm. Từ đó tính ra được bề rộng vùng cấm của chất bán dẫn ΔE_g.

• *Xây dựng công thức*

• *Xác định nhiệt độ lò :* Dây điện trở đốt lò khi có dòng đốt chạy qua sẽ tăng nhiệt độ và điện trở thay đổi theo nhiệt độ theo hàm số : $R_t = R_0(1 + \alpha t + \beta t^2)$;

R_t và R_0 là điện trở dây đốt ở t (^oC), và ở 0 (^oC). α, β là các hệ số nhiệt điện trở của dây đốt.

Điện trở R_0 của dây đốt ở 0^oC xác định bằng cách đo điện trở R_p của dây đốt ở nhiệt độ phòng t_p đã biết trước nhờ nhiệt kế : $R_0 = \dfrac{R_p}{(1 + \alpha t_p + \beta t_p^2)}$.

Điện trở R_t đo được bằng phương pháp vôn-ampe : $R_t = \dfrac{U}{I}$.

Từ đó suy ra nhiệt độ tuyệt đối của dây sợi đốt và cũng là nhiệt độ của lò :

$$T = 273 + \frac{1}{2\beta}\left[\sqrt{\alpha^2 + 4\beta\left(\frac{R_t}{R_o} - 1\right)} - \alpha\right] \quad (1)$$

• *Xác định độ rộng vùng cấm :* $ln(R_m) = ln(R_{om}) + \left(\dfrac{\Delta E_g}{2k_B}\right).\dfrac{1}{T}$ suy ra ΔE_g.

• *Sơ đồ mắc mạch*

b) Các bước thí nghiệm, xây dựng bảng số liệu và đồ thị

• *Xác định thông số R_0*

+ Mắc vôn kế vào hai đầu dây điện trở đốt lò để xác định được chính xác hiệu điện thế rơi trên lò.

+ Ampe kế dùng thang đo nhỏ.

+ Sử dụng biến trở điều chỉnh dòng điện qua lò rất nhỏ để không làm thay đổi nhiệt độ dây sợi đốt, ghi lại giá trị cường độ dòng điện và hiệu điện thế trên vôn kế.

+ Lập bảng số liệu và tính giá trị điện trở $R = \dfrac{U}{I}$:

I	...	...	...	...
U	...	...	...	...
R	...	...	...	...

+ Dựng đồ thị R theo I, dùng phương pháp ngoại suy xác định được giá trị điện trở ứng với dòng điện cường độ I = 0, đó chính là điện trở sợi đốt ở nhiệt độ phòng R_0. Từ đó tìm ra R_0.

• *Thu thập số liệu, dựng đồ thị $ln(R_m)$ theo* $\dfrac{1}{T}$.

+ Điều chỉnh biến trở nuôi lò nung để đặt điện áp nuôi khác nhau, đọc thông số dòng điện, tính nhiệt độ lò theo (1)

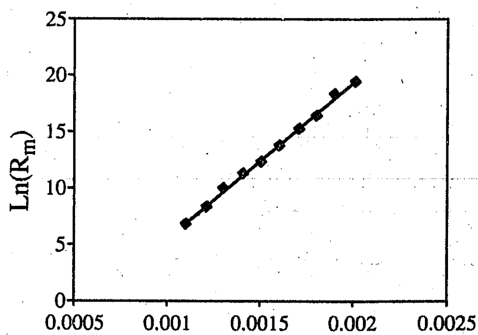
+ Đọc giá trị trên ampe kế I_2 (mạch nối mẫu)

Lần đo	Dòng điện lò I_1	Hiệu điện thế lò U_1	Điện trở lò $R = \frac{U_1}{I_1}$	Nhiệt độ lò T	Dòng điện qua mẫu I_1	Hiệu điện thế mẫu U_2	Điện trở mẫu R_m
...	...	...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...	...	...

+ Dựng đồ thị $\ln(R_m)$ theo $\frac{1}{T}$ (Hình 15.10G)

$$\ln(R_m) = \ln(R_{om}) + \left(\frac{\Delta E_g}{2k_B}\right) \cdot \frac{1}{T}$$

+ Tìm được hệ số góc của đường thực nghiệm. Từ đó tính ra được bề rộng vùng cấm của chất bán dẫn ΔE_g.



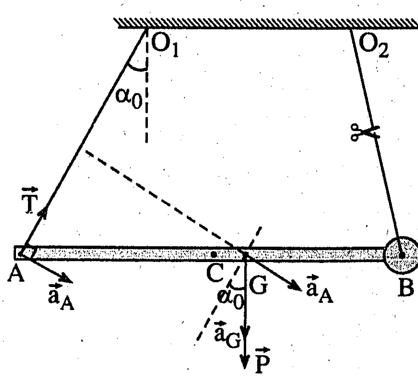
Hình 15.10G

16. Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia lớp 12 THPT năm 2010

16.1. a) Khi thanh cân bằng, ta xét trục quay qua điểm B và vuông góc với mặt phẳng hình 16.1G. Từ phương trình cân bằng momen, ta có :

$$P.BG - T_0 L\cos\alpha_0 = 0$$

$$\Rightarrow T_0 = \frac{(M+m)g.\frac{2L}{5}}{L\cos\alpha_0} = \frac{2mg}{\cos\alpha_0} = \frac{Mg}{2\cos\alpha_0} \quad (1)$$



Hình 16.1G

b) Tại thời điểm t = 0 khi dây O_2B vừa bị cắt, vì thanh chưa di chuyển, điểm A có vận tốc bằng 0 và có gia tốc $\vec{a}_A$ theo phương vuông góc với dây O_1A.

Ta lập phương trình chuyển động của khối tâm G (của hệ thanh M và vật m) với gia tốc $\vec{a}_G$ và chuyển động quay của hệ quanh khối tâm với gia tốc góc γ. Ta có các phương trình :

$+\ AG.(M+m) = M.AC + m.AB \Rightarrow (M+m).AG = M.\dfrac{L}{2} + m.L$

$$\Rightarrow AG = \frac{M+2m}{2(M+m)}L = \frac{3L}{5}$$

+ Các phương trình liên hệ gia tốc :

$$\vec{a}_G = \vec{a}_A + \vec{a}_{\frac{G}{A}} \text{ (vì AG = const nên } \left[\vec{\omega} \wedge \frac{d\overrightarrow{AG}}{dt}\right] = 0)$$

$$\vec{a}_{\frac{G}{A}} = \left[\vec{\gamma} \wedge \overrightarrow{AG}\right] \text{, hay } a_{\frac{G}{A}} = \gamma.AG \Rightarrow \gamma = \frac{a_{\frac{G}{A}}}{AG}$$

– Phương trình định luật II Newton : $\vec{P} + \vec{T} = (M+m)\vec{a}_G = (M+m)(\vec{a}_A + \vec{a}_{\frac{G}{A}})$

Chiếu lên phương dây O_1A :

$$(M+m)g.\cos\alpha_0 - T = (M+m)a_{\frac{G}{A}}.\cos\alpha_0 = (M+m).\gamma.AG.\cos\alpha_0 \qquad (1)$$

– Phương trình chuyển động quay của hệ qua khối tâm G, ngay sau khi cắt dây :

$$\vec{M}_T = I_G\vec{\gamma} \Rightarrow T.AG.\cos\alpha_0 = I_G\gamma \qquad (2)$$

với I_G là momen quán tính của hệ với trục quay qua G.

Với $BG = \dfrac{2L}{5}$; $CG = \dfrac{L}{10}$ ta có :

$$I_G = \frac{ML^2}{12} + M.CG^2 + m.BG^2 = \frac{mL^2}{3} + \frac{mL^2}{25} + \frac{4mL^2}{25} = \frac{8mL^2}{15}$$

$$\Rightarrow I_G = \frac{8mL^2}{15} \qquad (3)$$

Giải hệ hai phương trình (1) và (2) ta được : $T = \dfrac{(M+m)g.\cos\alpha_0}{1 + \dfrac{(M+m)AG^2\cos^2\alpha_0}{I_G}}$

Thay $AG = \dfrac{3L}{5}$; $I_G = \dfrac{8mL^2}{15}$ ta có :

$$T = \frac{(M+m)g.\cos\alpha_0}{1 + \dfrac{(M+m)\left(\dfrac{3L}{5}\right)^2\cos^2\alpha_0}{\dfrac{8mL^2}{15}}} = \frac{5mg.\cos\alpha_0}{1 + \dfrac{27\cos^2\alpha_0}{8}} = \frac{40mg\cos\alpha_0}{8 + 27\cos^2\alpha_0} \qquad (4)$$

– Từ (3) và (4) ta có :

$$\gamma = \frac{T.AG.\cos\alpha_0}{I_G} = \frac{\dfrac{40mg\cos\alpha_0}{8 + 27\cos^2\alpha_0}\dfrac{3L}{5}\cos\alpha_0}{\dfrac{8mL^2}{15}} = \frac{45g\cos^2\alpha_0}{(8 + 27\cos^2\alpha_0)L}$$

16.2. Ở thời điểm bán kính quả cầu nước đá là R thì nhiệt độ của nước tại điểm cách tâm quả cầu một khoảng r (r > R) là T.

Gọi q là nhiệt lượng mà quả cầu nước đá truyền cho nước trong hồ trong một đơn vị thời gian, ta có :

$$q = \frac{dQ}{dt} = -k\frac{dT}{dr}S = -k\frac{dT}{dr}4\pi r^2 \Rightarrow dT = -q\frac{dr}{4\pi kr^2} \Rightarrow \int_{T_0}^{T} dT = \int_{R}^{r} -q\frac{dr}{4\pi kr^2} \qquad (1)$$

Khi $r = R_0$ thì $T = T_0$ và khi $r = \infty$ thì $T = T_1$. Do đó từ (1) ta có :

$$q = k4\pi R(T_0 - T_1)$$

Nhiệt lượng mà quả cầu nước đá truyền cho nước trong hồ khi quả cầu có bán kính thay đổi dR là : $dQ = \lambda dm = \lambda\rho d\left(\frac{4}{3}\pi R^3\right) = \lambda\rho 4\pi R^2 dR.$

Mặt khác $dQ = qdt = k4\pi R(T_0 - T_1)dt.$

Do đó : $k4\pi R(T_0 - T_1)dt = \lambda\rho 4\pi R^2 dR$ hay $dt = \dfrac{\lambda\rho RdR}{k(T_0 - T_1)}.$

a) Thời gian để quả cầu tan hết là t_m : $t_m = \displaystyle\int_0^{t_m} dt = \int_{R_0}^{0} \frac{\lambda\rho RdR}{k(T_0 - T_1)}$

$$\Rightarrow t_m = \frac{\lambda\rho R_0^2}{2k(T_1 - T_0)} = \frac{334.10^3.0,92.10^3.(1,5.10^{-2})^2}{2.0,6.20} \approx 2881\text{ s} \approx 48 \text{ phút}$$

b) Thời gian để bán kính quả cầu giảm hai lần : $\displaystyle\int_0^{t} dt = \int_{R_0}^{\frac{R_0}{2}} \frac{\lambda\rho RdR}{k(T_1 - T_0)}$

$$\Rightarrow t = \frac{\lambda\rho}{k(T_1 - T_0)}\left(\frac{R_0^2}{2} - \frac{R_0^2}{8}\right) = 2881.\frac{3}{4} \approx 2160\text{ s} = 36 \text{ phút}$$

16.3. a) Trong trường hợp vòng dây nằm hoàn toàn trong từ trường $\vec{B}$ và vòng dây có dòng điện $I \neq 0$ (với $0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$) thì vị trí cân bằng bền duy nhất là vị trí ứng với $\alpha = \frac{\pi}{2}$, khi mà vectơ cảm ứng từ của từ trường do dòng điện của vòng dây gây ra tại tâm của nó hướng dọc theo $\vec{B}$.

Ở vị trí cân bằng bền ứng với $\alpha = \frac{\pi}{2}$, trong vòng dây còn có dòng điện I chạy qua. Do từ thông xuyên qua vòng dây siêu dẫn được bảo toàn nên ta có :

$$LI_0 = LI + B.\pi R^2 \Rightarrow I = I_0 - \frac{\pi R^2 B}{L}$$

Do I > 0 vì dòng điện sinh ra từ trường cùng chiều với $\vec{B}$ nên ta có :

$$I_0 > \frac{\pi R^2 B}{L} \Rightarrow B < \frac{LI_0}{\pi R^2}$$

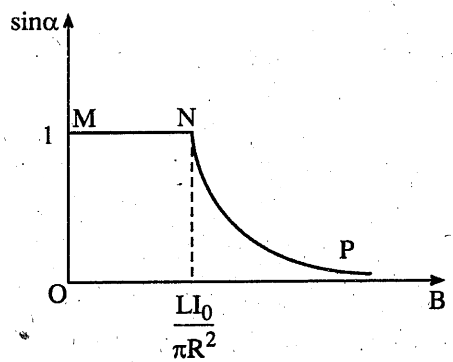
Như vậy, khi $I_0 > \frac{\pi R^2 B}{L}$ thì $\alpha = \frac{\pi}{2}$ và $\sin\alpha = 1$ ứng với đoạn đồ thị MN (Hình 16.2G).

Khi $I_0 < \frac{\pi R^2 B}{L}$, không có vị trí cân bằng bền với $I \neq 0$, do đó vị trí cân bằng bền sẽ ứng với I = 0.

Theo điều kiện bảo toàn từ thông đối với vòng dây siêu dẫn, ta có :

$$LI_0 = \pi R^2 B \sin\alpha \text{, hay } \sin\alpha = \left(\frac{LI_0}{\pi R^2 B}\right)$$

ta có đoạn đồ thị NP như ở hình 16.2G. Kết quả ta có đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của sinα vào B như trên hình 16.2.G.



Hình 16.2G

b) Theo đề bài $\frac{\pi R^2 B}{L} = \frac{3,14.(0,08)^2.0,5}{10^{-2}} = 1,0A$ như vậy, $I_0 > \frac{\pi R^2 B}{L}$ nên vị trí cân bằng bền ứng với $\alpha = \frac{\pi}{2}$.

Cường độ dòng điện trong vòng dây khi ở vị trí cân bằng bền là :

$$I = I_0 - \frac{\pi R^2 B}{L}$$

Xét một vị trí bất kì của vòng dây khi kéo vòng một đoạn x theo hướng ra khỏi vùng từ trường (xem hình 16.3G). Vòng chịu tác dụng của lực từ :

$$F_x = I_x B l_x \quad (1)$$

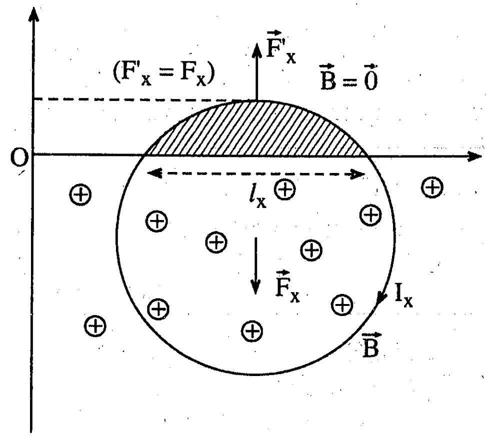
với I_x là cường độ dòng điện trong vòng ở vị trí này.

Từ điều kiện bảo toàn từ thông, ta có :

$LI_0 = LI_x + B(\pi R^2 - S_x)$ với S_x là diện tích của phần gạch chéo trên hình 16.3G.

Do đó : $I_x = I_0 - \dfrac{(\pi R^2 - S_x)B}{L}$ (2)

và $F_x = \left[I_0 - \dfrac{(\pi R^2 - S_x)B}{L}\right]Bl_x$



Hình 16.3G

Công nguyên tố của lực từ cần thiết để kéo vòng dịch chuyển đoạn dx là :

$$dA_{tu} = F_x dx = \left[I_0 - \frac{(\pi R^2 - S_x)B}{L}\right]Bl_x dx$$

Vì $l_x dx = dS_x$ nên $dA_{tu} = \left[I_0 - \dfrac{(\pi R^2 - S_x)B}{L}\right]BdS_x$

Công của lực từ cần phải thực hiện để kéo một phần $\dfrac{1}{3}$ vòng dây ra khỏi vùng có từ trường : $A_{tu} = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi R^2}{3}} \left[I_0 - \frac{(\pi R^2 - S_x)B}{L}\right]BdS_x$

$$= BS\left(I_0 + \frac{BS - 2\pi R^2 B}{2L}\right)\Bigg|_0^{\frac{\pi R^2}{3}} = \frac{\pi R^2 B}{3}\left(I_0 - \frac{5\pi R^2 B}{6L}\right)$$

Thay số có $A_{từ} = 38{,}94.10^{-4}$ J

16.4. Áp dụng các công thức lăng kính :

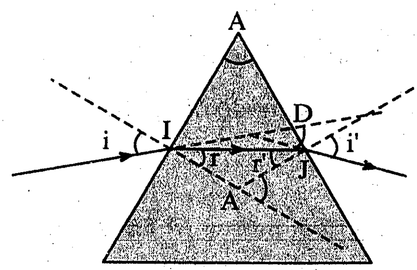
$\sin i = n\sin r$, $\sin i' = n\sin r'$,

$A = r + r'$; $D = i + i' - A$,

với $i = 45^o$; $A = 60^o$

a) Với tia tới cho tia vàng :

$\sin r = \dfrac{\sin 45^o}{1{,}653} = 0{,}428 \Rightarrow r = 25{,}33^o$



Hình 16.4G

$\Rightarrow r' = 60^o - 25{,}33^o = 34{,}67^o$

$\sin i' = n_v \sin r' = 1,653.\sin 34,67^o = 0,940 \Rightarrow i' = 70,12^o$

$\Rightarrow D_v = i + i' - A = 45^o + 70,12^o - 60^o = 55,12^o$

$\Rightarrow D_v = 55,12^o$

b) Từ công thức sin i = nsin r, đạo hàm hai vế theo n (với $i = 60^o$ là hằng số), ta có :

$$0 = \sin r + n\cos r\frac{dr}{dn} \Rightarrow dr = -\frac{\sin r}{n\cos r}dn \qquad (1)$$

Đạo hàm hai vế phương trình sini' = nsinr' theo n (ở đây cả i' và r' đều thay đổi theo n) nên :

$$\cos i'\frac{di'}{dn} = \sin r' + n\cos r'\frac{dr'}{dn} \qquad (2)$$

Từ A = r + r' ta có $\sin A = \sin r'\cos r + \cos r'\sin r$ (3) và dr'= –dr hay (theo (1))

$$dr' = -dr = \frac{\sin r}{n\cos r}dn \qquad (4)$$

Từ (2), (3) và (4) ta có :

$$di' = \left(\frac{\sin r'}{\cos i'} + \frac{\cos r'}{\cos i'}\frac{\sin r}{\cos r}\right)dn = \left(\frac{\sin r'\cos r + \cos r'\sin r}{\cos i'.\cos r}\right)dn$$

$$= \frac{\sin A}{\cos i'\cos(A - r')}dn. \text{ Suy ra :}$$

$$\Delta i' = \frac{\sin A}{\cos i'.\cos(A - r')}.\Delta n \qquad (5)$$

Vì n biến đổi quanh giá trị n_v một lượng dn nên góc i' biến đổi một lượng di' quanh giá trị i'. Tính từ giá trị $i' = i'_v \Rightarrow \cos i' = \cos 34,67^o = 0,340$ (6)

thay $\cos r = \cos 25,33^o \approx 0,904$ (7)

Thay số (6), (7) vào (5) ta được :

$$\Delta i' = \frac{0,866}{0,340.0,904}\Delta n = 2,82\Delta n \Rightarrow \Delta n = 0,355.\Delta i'$$

$$\Delta i' = \frac{0,866}{0,340.0,904}\Delta n = 2,82\Delta n \Rightarrow \Delta n = 0,355.\Delta i'$$

Áp dụng bằng số : $\Delta n = 0,355.\frac{2.\pi}{180} = 0,012$.

16.5. Áp dụng định luật II Newton :

$$Fdt = dp = (m + dm)(v + dv) - mv \approx mdv + dm.v$$

$$\Rightarrow F = m\frac{dv}{dt} + \frac{dm}{dt}v = ma + k.4\pi r^2 v^2$$

với $\frac{dm}{dt} \approx k4\pi r^2 v$ và k là hệ số tỉ lệ.

Thay F = mg ta được : $a = \dfrac{mg - k.4\pi r^2 v^2}{m} = g - \dfrac{k.4\pi r^2 v^2}{\frac{4}{3}\pi r^3 \rho} = g - \dfrac{3kv^2}{\rho r}$ (1)

Mặt khác ta có : $\dfrac{dm}{dt} = \dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{4}{3}\pi r^3 \rho\right) = 4\pi\rho r^2 \dfrac{dr}{dt}$

và theo giả thiết $\dfrac{dm}{dt} = k4\pi r^2 \dfrac{dx}{dt}$, suy ra : $\dfrac{dr}{dt} = \dfrac{k}{\rho}\dfrac{dx}{dt}$.

Từ đó ta có : $r = \dfrac{k}{\rho}x$ (2) (để thỏa mãn điều kiện khi x = 0 thì r = 0)

Thay (2) vào (1) ta có : $a = g - \dfrac{3v^2}{x}$ (3)

Sau thời gian t_0 đủ dài, gia tốc a không đổi. Điều đó xảy ra khi $\dfrac{3v^2}{x} = \text{const}$ $\Rightarrow v^2 = 2ax$. Điều này chứng tỏ chuyển động của giọt nước là nhanh dần đều từ thời điểm $t \geq t_0$, tương ứng $v = at$, $x = \dfrac{at^2}{2}$ (4)

Thay (4) vào (3) : $a = g - \dfrac{3v^2}{x} = g - \dfrac{3(at)^2}{\frac{at^2}{2}} = g - 6a$.

Vậy $a = \dfrac{g}{7}$; $x = \dfrac{gt^2}{14}$; $r = \dfrac{k}{\rho}x = \dfrac{kg}{14\rho}t^2$.

Từ đó ta tính được vận tốc $v = \dfrac{gt}{7}$ và khối lượng giọt nước là :

$$m = \frac{4}{3}\rho\pi r^3 = \frac{4\rho}{3}\left(\frac{kg}{14\rho}t^2\right)^3$$

16.6. a) Vận tốc ánh sáng đo được bởi một quan sát viên đứng yên đối với nước là :

$$u'_{x'} = \frac{c}{n}.$$

Vận tốc ánh sáng đo được bởi một quan sát viên khác đứng yên đối với phòng thí nghiệm là : $u_x = \dfrac{u'_{x'} + v}{1 + \dfrac{v}{c^2}u'_{x'}} = \dfrac{\dfrac{c}{n} + v}{1 + \dfrac{v}{nc}}$.

Vì v << c nên : $\left(1 + \dfrac{v}{nc}\right)^{-1} \approx 1 - \dfrac{v}{nc}$. Do đó :

$$u_x = \frac{u'_{x'} + vc}{1 + \frac{v}{c^2}u'_{x'}} = \frac{\frac{c}{n} + v}{1 + \frac{v}{nc}} \approx \left(\frac{c}{n} + v\right)\left(1 - \frac{v}{nc}\right) \approx \frac{c}{n} + \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)v = \frac{c}{n} + kv$$

$$k = 1 - \left(\frac{4}{3}\right)^{-2} \approx 0,438$$

b) Nguồn phát ánh sáng bước sóng λ, thì máy thu sẽ đo được vận tốc truyền sóng trong chất lỏng đứng yên là $\frac{c}{n(\lambda)} = \frac{c}{n}$.

– Người quan sát đứng trong hệ quy chiếu phòng thí nghiệm sẽ thấy dòng chất lỏng chuyển động tương đối với mình với tốc độ v, và do hiệu ứng Đopple anh ta sẽ đo được bước sóng $\lambda' = \lambda + \Delta\lambda$, với $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v}{\frac{c}{n}} = \frac{vn}{c}$ (suy từ công thức $f' = \frac{f}{1 + \frac{vn}{c}}$).

Ta có thể khai triển $n(\lambda')$ như sau :

$$n(\lambda') = n(\lambda + \Delta\lambda) \approx n + \frac{dn}{d\lambda}\Delta\lambda = n(\lambda) + \frac{dn}{d\lambda}.\frac{\lambda vn(\lambda)}{c} = n - \frac{2bvn}{c\lambda^2}$$

$$\Rightarrow \frac{c}{n(\lambda')} \approx \frac{c}{n - \frac{2bvn}{c\lambda^2}} \approx \frac{c}{n} + \frac{2bv}{n\lambda^2}$$

Coi nước như hệ quy chiếu K', $u'_{x'} = u' = \frac{c}{n(\lambda')} = \frac{c}{n} + \frac{2bv}{n\lambda^2}$, còn hệ quy chiếu phòng thí nghiệm là K. Theo công thức cộng vận tốc tương đối tính (bỏ qua các số hạng tỉ lệ với $\frac{v^2}{c}$) ta có :

$$u_x = u = \frac{u' + v}{1 + \frac{v}{c^2}u'} = \frac{\frac{c}{n} + \frac{2bv}{n\lambda^2} + v}{1 + \frac{v}{c^2}\left(\frac{c}{n} + \frac{2bv}{n\lambda^2}\right)}$$

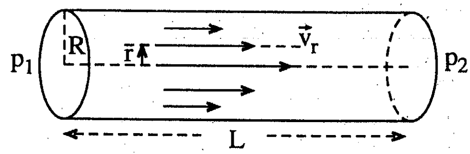
$$\approx \left(\frac{c}{n} + \frac{2bv}{n\lambda^2} + v\right)\left(1 - \frac{v}{nc}\right) \approx \frac{c}{n} + \left(1 - \frac{1}{n^2} + \frac{2b}{n\lambda^2}\right)v$$

Từ đó ta có : $k = 1 - \frac{1}{n^2} + \frac{2b}{n\lambda^2}$.

16.7. Xác định đường kính của phân tử khí

a) Thiết lập công thức tính lưu lượng khí chảy qua ống (Hình 16.5G).

Xét hình trụ bán kính r (r < R) đồng trục với ống hình trụ có dòng khí chảy qua. Do lực nội ma sát giữa các lớp khí bên trong của hình trụ bị triệt tiêu nên lực cản tổng cộng lên hình trụ bán kính r là lực ma sát cản ứng với lớp vỏ hình trụ ứng với diện tích $A = 2\pi rL$.



Hình 16.5G

Lực cản tổng cộng tác dụng lên dòng khí chảy trong ống hình trụ có bán kính đáy r là : $F_{ms} = \eta.2\pi rL\dfrac{dv}{dr}$.

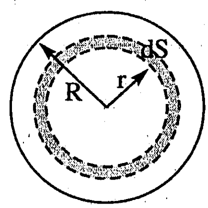
Lực kéo chất khí ở trong ống hình trụ bán kính r là do có sự chênh lệch áp suất giữa hai đầu ống là : $F_{kéo} = (p_1 - p_2)\pi r^2$.

Khi dòng chảy ổn định, lực kéo và lực cản cân bằng : $F_{ms} + F_{kéo} = 0$.

$$\eta.2\pi rL\frac{dv}{dr} + (p_1 - p_2)\pi r^2 = 0$$

Từ đó : $dv = -\dfrac{(p_1 - p_2)}{2\eta L}rdr \Rightarrow v = \int_0^v dv = \int_R^r -\dfrac{(p_1 - p_2)}{2\eta L}rdr$

$$\Rightarrow v = \frac{(p_1 - p_2)}{4\eta L}(R^2 - r^2)$$



Hình 16.6G

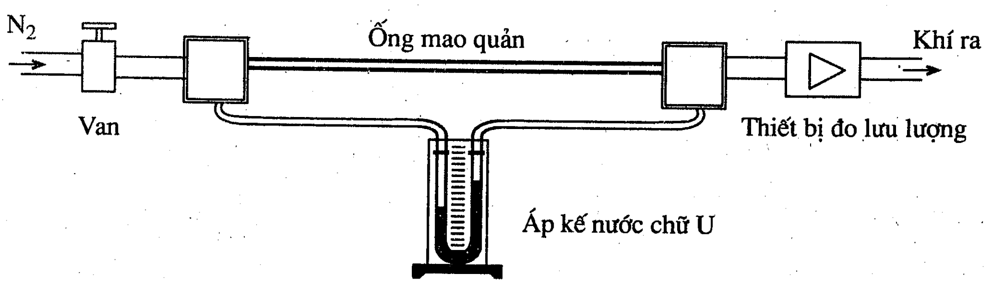
Mặt khác lưu lượng của chất khí chảy qua ống là :

$$Q = \int_{(S)} dQ = \int_{(S)} vdS = \int_0^R \frac{(p_1 - p_2)}{4\eta L}(R^2 - r^2).2\pi rdr$$

$$\Rightarrow Q = \frac{(p_1 - p_2)}{8\eta L}\pi R^4 = \frac{\Delta p}{8\eta L}\pi R^4$$

b) Phương án thí nghiệm.

Bố trí thí nghiệm như hình 16.7G.



Hình 16.7G

Trình tự thí nghiệm :

– Điều chỉnh van để chỉnh lưu lượng khí chảy qua hệ (*Để dòng khí chảy ổn định cần điều chỉnh lưu lượng khí chảy qua ống là nhỏ*).

– Đọc giá trị lưu lượng và độ chênh lệch áp suất Δp ở hai đầu ống qua áp kế.

– Thay đổi lượng khí chảy qua hệ ở các giá trị lưu lượng Q khác nhau, đọc giá trị Δp tương ứng.

– Ghi số liệu vào bảng và tính giá trị η theo công thức $\eta = \frac{\Delta p}{8QL}\pi R^4$.

Lần đo	Q	Δp	η
...	...	...	...
...	...	...	...

– Tính độ nhớt trung bình của chất khí chảy qua ống $\overline{\eta} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\eta_i$.

– Đọc giá trị nhiệt độ phòng T trên nhiệt kế.

– Tính giá trị đường kính phân tử khí qua công thức $d = \sqrt{\frac{2}{3\overline{\eta}}\left(\frac{mk_BT}{\pi^3}\right)^{1/2}}$.

B. ĐỀ THI CHỌN ĐỘI TUYỂN DỰ OLMYPIC VẬT LÍ QUỐC TẾ (IPHO)

17. Đề thi chọn đội tuyển dự IPhO năm 2001, ngày thi thứ nhất

17.1. Cơ học :

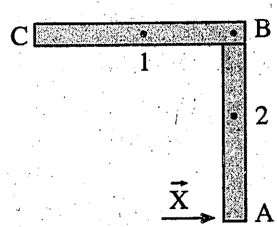
1. Lập hệ phương trình về chuyển động của hai thanh :

$X + X' = m v_1$ (1) ; $(X - X')\frac{l}{2} = \frac{ml^2}{12}\omega_1$ (2)

$-X = m v_2$ (3) ; $v_B = v_2 = -\frac{l}{2}\omega_1 + v_1$ (4)

Vì thanh BC chỉ chuyển động tịnh tiến nên $\omega_2 = 0$.

Giải hệ phương trình trên ta được :



Hình 17.1G

a) $v_1 = \frac{7X}{5m}$; $v_2 = -\frac{2X}{5m}$;

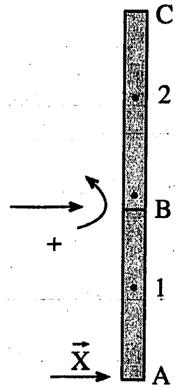
b) $\omega_1 = \frac{18X}{5ml}$; $\omega_2 = 0$.

c) $W_{dBC} = \frac{m}{2}v_2^2 = \frac{2X^2}{25m}$; $W_{dAB} = \frac{m}{2}v_1^2 + \frac{I}{2}\omega_1^2 = \frac{38X^2}{25m}$; $W_{dthanh} = \frac{8X^2}{5m}$

2. Ta có hệ phương trình :

$X + X' = mv_1$ (1) $(X - X')\frac{l}{2} = \frac{ml^2}{12}\omega_1$ (2)

$-X' = mv_2$ (3) $-X\frac{l}{2} = \frac{ml^2}{12}\omega_1$ (4)



Hình 17.2G

Tính v_B theo hai cách $v_B = v_1 - \frac{l}{2}\omega_1 = v_2 + \frac{l}{2}\omega_2$ (5) (B quay quanh trục (1) thì có vận tốc ngược chiều v_1 nhưng quay quanh trục (2) thì có vận tốc cùng chiều v_2).

Ta giải hệ 5 phương trình để tìm 5 ẩn X', v_1, v_2, ω_1, ω_2.

Từ (1) và (3) ta có $mv_2 = X - mv_1$.

Thay vào (2) : $X + mv_2 = 2X - mv_1 = \frac{ml}{6}\omega_1 \Rightarrow \omega_1 = \frac{6}{ml}(2X - mv_1)$ (6)

Từ (3) và (4) ta có : $\omega_2 = -\frac{6X'}{ml} = \frac{6v_2}{l}$ (7)

Thay (6) và (7) vào (5) :

$$v_1 - \frac{1}{2}\frac{6}{ml}(2X - mv_1) = v_2 + \frac{1}{2}\frac{6v_2}{l} = 4v_2 = \frac{4(X - mv_1)}{m}$$

$$4v_1 - \frac{6X}{m} = \frac{4X}{m} - 4v_1 \Rightarrow 8v_1 = \frac{10X}{m}$$

Từ đó ta tìm được :

a) $v_1 = \frac{5X}{4m}$; $v_2 = -\frac{X}{4m}$

b) $\omega_1 = \frac{9X}{2ml}$; $\omega_2 = -\frac{3X}{2ml}$

c) $v_B = -\frac{X}{m}$ $v_G = \frac{1}{2}(v_1 + v_2) = \frac{X}{2m} \neq v_B$. G chỉ trùng với B khi hai thanh nằm yên thẳng hàng.

17.2. Điện học

Hai thanh dẫn điện cùng với hai đường ray tạo thành một mạch điện kín, có điện trở R. Khi hai thanh chuyển động từ thông qua mạch biến thiên. Trong mạch xuất hiện suất điện động và dòng điện cảm ứng, đồng thời cũng có lực điện từ tác dụng lên các thanh.

Suất điện động cảm ứng là $e_c = -\frac{d\Phi}{dt}$, với $d\Phi = Bl(dx_2 - dx_1)$

$$\Rightarrow e_c = -Bl\left(\frac{dx_2}{dt} - \frac{dx_1}{dt}\right)$$

Cường độ dòng điện : $I = \frac{e_c}{R} = \frac{Bl}{R}\left(\frac{dx_1}{dt} - \frac{dx_2}{dt}\right) = \frac{Bl}{R}(x_1' - x_2')$.

Lực điện từ tác dụng lên các thanh là :

$$F_1 = -\frac{B^2l^2}{R}(x_1' - x_2') \; ; \; F_2 = \frac{B^2l^2}{R}(x_1' - x_2')$$

Do đó, áp dụng định luật II Newton :

$$mx_1'' = -\frac{B^2l^2}{R}(x_1' - x_2') - k(x_1 - x_{01})$$

$$mx_2'' = \frac{B^2l^2}{R}(x_1' - x_2') - k(x_2 - x_{02})$$

Nếu chọn vị trí cân bằng của các thanh tại các điểm có toạ độ $x_{01} = x_{02} = 0$ thì hai phương trình trên có dạng :

$$\left.\begin{aligned} mx_1'' + kx_1 + \frac{B^2l^2}{R}x_1' - \frac{B^2l^2}{R}x_2' = 0 \\ -\frac{B^2l^2}{R}x_1' + mx_2'' + kx_2 + \frac{B^2l^2}{R}x_2' = 0 \end{aligned}\right\} \text{(a)}$$

Ta tìm nghiệm dưới dạng : $x_1 = \alpha e^{st}$; $x_2 = \beta e^{st}$.

Thay vào (a), ta có :

$$\left.\begin{aligned} \alpha\left(ms^2 + k + \frac{B^2l^2}{R}s\right) - \beta\left(\frac{B^2l^2}{R}s\right) = 0 \\ -\alpha\left(\frac{B^2l^2}{R}s\right) + \beta\left(ms^2 + k + \frac{B^2l^2}{R}s\right) = 0 \end{aligned}\right\} \text{(b)}$$

Đây là hệ phương trình cho hai ẩn số α và β. Nghiệm tìm được khác 0 nếu các hệ số của ẩn số thoả mãn điều kiện :

$$\left(ms^2 + k + \frac{B^2l^2}{R}s\right)^2 - \left(\frac{B^2l^2}{R}s\right)^2 = 0$$

tức là : $\quad ms^2 + k + \frac{B^2l^2}{R}s = \pm\frac{B^2l^2}{R}s.$

Từ đó có thể có hai trường hợp : $ms^2 + k = 0$ (1)

$$ms^2 + \frac{2}{R}B^2l^2s + k = 0 \qquad (2)$$

Trường hợp 1 : $ms^2 + k = 0$

Thay (1) vào hệ phương trình (b), ta có $\alpha = \beta$, tức là $x_1 = x_2$. Từ (a), ta thu được phương trình mô tả dao động điều hoà của hai thanh với tần số góc $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$; tần số này do độ cứng k của lò xo và khối lượng m của thanh quyết định. Trong trường hợp này, hai thanh dao động cùng pha với cùng biên độ. Vì vậy, điện tích của mạch không thay đổi theo thời gian, và trong mạch không có dòng điện cảm ứng. Dao động không tắt dần (vì không có ma sát).

Trường hợp 2 : $ms^2 + \dfrac{2}{R}B^2l^2s + k = 0$

Thay (2) vào (b), ta có $\alpha = -\beta$, do đó $x_1 = -x_2$, tức là hai thanh dao động ngược chiều nhau. Diện tích của mạch thay đổi, trong mạch có dòng điện cảm ứng.

Giải (2) để tìm s. Biệt số của phương trình bậc 2 là $\Delta' = \dfrac{B^4l^4}{R^2} - mk$.

a) Nếu $\Delta' > 0$, tức là $\Delta' = \dfrac{B^4l^4}{R^2} - mk > 0$, s có 2 giá trị : $s = \dfrac{-\dfrac{B^2l^2}{R} \pm \sqrt{\dfrac{B^4l^4}{R^2} - mk}}{m}$.

Hai nghiệm này đều âm, vì vậy chúng mô tả sự giảm độ lệch x_1 và x_2 theo hàm mũ : không có dao động. Đây là trường hợp từ trường mạnh.

b) Nếu $\Delta' < 0$, ứng với từ trường yếu, các nghiệm là $s = -\dfrac{B^2l^2}{Rm} \pm i\sqrt{\dfrac{k}{m} - \dfrac{B^4l^4}{R^2m^2}}$

(i là đơn vị ảo). Các độ lệch x_1 và x_2 đều có dạng tích của một hàm dao động với một hàm mũ âm. Đó là một dao động tắt dần.

Vì $x_1 = x_2$ nên diện tích của mạch biến thiên theo thời gian và trong mạch có dòng điện cảm ứng. Vì mạch có điện trở, nên có sự toả nhiệt. Do đó động năng của hai thanh giảm dần. Từ trường càng mạnh, dòng cảm ứng càng lớn, năng lượng giảm càng nhanh. Đến một giá trị cảm ứng từ đủ lớn, thì hai thanh không dao động mà dịch chuyển đơn điệu về vị trí cân bằng.

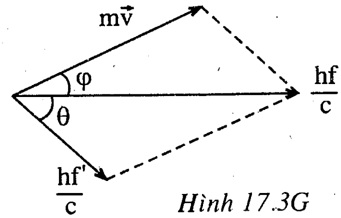
17.3. Quang học

1. a) Tính bước sóng λ' của tia X :

$$\lambda' - \lambda = 2\frac{h}{m_0c}\sin^2\frac{\theta}{2} = 2\frac{6,625.10^{-34}}{9,1.10^{-31}.3.10^8}.\left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1,21.10^{-12}\ \text{m} = 1,21\ \text{pm}$$

$\lambda' = \lambda + \Delta\lambda = 6,2 + 1,2 = 7,3$ pm

b) Tính v : Theo hình 17.3G :



Hình 17.3G

$$(mv)^2 = \left(\frac{hf}{c}\right)^2 + \left(\frac{hf'}{c}\right)^2 - 2\frac{hf}{c}.\frac{hf'}{c}\cos\theta$$

Với $\theta = 60^o, \cos\theta = \frac{1}{2}$ và $\frac{f}{c} = \frac{1}{\lambda}$; $\frac{f'}{c} = \frac{1}{\lambda'}$.

$$\Rightarrow m^2v^2 = h^2\left(\frac{1}{\lambda^2} + \frac{1}{\lambda'^2} - \frac{1}{\lambda\lambda'}\right) = \frac{h^2}{\lambda^2\lambda'^2}(\lambda^2 + \lambda'^2 - \lambda\lambda')$$

$$\Rightarrow m^2v^2 = h^2\left(\frac{7,3^2 + 6,2^2 - 7,2.6,3}{6,2^2.7,3^2.10^{-24}}\right)$$

$$m_0^2v^2 = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right).\frac{6,623.10^{-68}.46,44}{45,26^2.10^{-24}} = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right).0,995.10^{-44}$$

$$v^2\left(9,1^2.10^{-62} + \frac{0,995.10^{-44}}{(3.10^8)^2}\right) = 0,995.10^{-44} \;;\; v \approx 9,3.10^7 m/s$$

2. a) Tính U : Ta có :

$$eU_0 = hf = \frac{hc}{\lambda} \;;\; U_0 = \frac{hc}{e\lambda} = \frac{6,625.10^{-34}.3.10^8}{1,6.10^{-19}.6,2.10^{-12}} \approx 200 \text{ kV}$$

$$U_{max} = \frac{U_0}{k\sqrt{2}} = \frac{200.10^3}{1000\sqrt{2}} \approx 141,4V$$

b) Tính v :

$$mc^2 = eU_{max} + m_0c^2 = \frac{hc}{\lambda} + m_0c^2 \;;\; \frac{m_0c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = m_0c^2 + \frac{hc}{\lambda}.$$

$$\Rightarrow 1 - \frac{v^2}{c^2} = \left(\frac{m_0c^2}{m_0c^2 + \frac{hc}{\lambda}}\right)^2 = \frac{(9,1.10^{-31}.3^2.10^{16})^2}{\left(9,1.10^{-31}.9.10^{16} + \frac{6,625.10^{-34}.3.10^8}{6,2.10^{-12}}\right)^2} \approx 0,5161$$

$$\frac{v^2}{c^2} = 0,4839 \Rightarrow v = 0,696.c \approx 2,09.10^8 m/s$$

3. a) Giá trị lớn nhất của λ :

Để phương chuyển động của êlectron vuông góc với phương của phôtôn tán xạ, ta phải có :

$$\frac{hf'}{c} = \frac{hf}{c}\cos\theta \text{ hay là } \lambda' = \frac{\lambda}{\cos\theta} \tag{1}$$

Theo công thức Compton :

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{\cos\theta} - \lambda = \lambda_c(1 - \cos\theta) \text{ với } \lambda_c = \frac{h}{m_0 c} = 2{,}42 \text{ pm.}$$

Do đó : $\lambda = \lambda_c \cos\theta$ (2)

và $\lambda \le \lambda_c = 2{,}42$ pm ; $\lambda_{max} = \lambda_c = 2{,}42$ pm.

b) Tính λ :

Từ (1) và (2), ta suy ra : $\lambda = \lambda'\cos\theta$; $\lambda = \lambda_c \cos\theta$.

Do đó : $\lambda' = \lambda_c = \frac{h}{m_0 c}$.

Theo hình 17.2G ta có :

$$m^2v^2 = \left(\frac{h}{\lambda}\right)^2 - \left(\frac{h}{\lambda'}\right)^2 \Rightarrow \frac{m_0^2 v^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{h^2}{\lambda'^2}\left(\frac{1}{\cos^2\theta} - 1\right)$$

Với $v = \lambda = \frac{1}{nS} = \frac{2}{3}c$ thì :

$$\frac{m_0^2 \cdot \frac{4}{9}c^2}{1 - \frac{4}{9}} = \frac{h^2}{\frac{h^2}{m_0^2c^2}}\left(\frac{1}{\cos^2\theta} - 1\right) = m_0^2c^2\left(\frac{1}{\cos^2\theta} - 1\right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\cos^2\theta} - 1 = \frac{4}{5} \Rightarrow \cos\theta = \frac{\sqrt{5}}{3}.$$

Từ đó : $\lambda = \lambda_c \cos\theta = 2{,}42.\frac{2{,}236}{3} \approx 1{,}8$ pm.

Do đó :

$$U_0 = \frac{hc}{e\lambda} = \frac{6{,}625.10^{-34}.3.10^8}{1{,}6.10^{-19}.1{,}8.10^{-12}} \approx 690 \text{ kV và } U = \frac{U_0}{k\sqrt{2}} = \frac{690}{1{,}414} \approx 484 \text{ V.}$$

18. Đề thi chọn đội tuyển dự IPhO năm 2001, ngày thi thứ hai

18.1. Nhiệt học

1. a) Tìm biểu thức của $p - p_0$.

Diện tích hình cầu là $S = 4\pi R^2 \Rightarrow dS = 8\pi R.dx$.

Ta có : $(p - p_0)4\pi R^2 dx = A.8\pi R dx \Rightarrow p - p_0 = \dfrac{2A}{R}$ (1)

b) Khi $p_0 = 0$ thì $p \to p' = \dfrac{2A}{R_M}$ (2)

Vì quá trình đẳng nhiệt : $p.\dfrac{4}{3}\pi R^3 = p'\dfrac{4}{3}\pi R_M^3 \Rightarrow \dfrac{p}{p'} = \dfrac{R_M^3}{R^3}$ (3)

Với $p_0 = \dfrac{8}{9}$ ta có $p - p_0 = \dfrac{1}{9}p = \dfrac{2A}{R} \Rightarrow 2A = \dfrac{R}{9}p$ hay $p = \dfrac{18A}{R}$ (4)

Thay (2) và (4) vào (3) : $\dfrac{p}{p'} = \dfrac{18A}{R} : \dfrac{2A}{R_M} = \dfrac{R_M^3}{R^3} \Rightarrow \dfrac{R_M^2}{R^2} = 9$; $\Rightarrow R_M = 3R$.

c) Khi hút khí nhanh, quá trình là đoạn nhiệt :

$$pV^{\gamma} = \text{const} \ ; \ y = \frac{5}{3} \Rightarrow \frac{p}{p'} = \left(\frac{V'}{V}\right)^{\gamma} = \left(\frac{R_M^3}{R^2}\right)^{\frac{5}{3}} = \left(\frac{R_M}{R}\right)^5$$

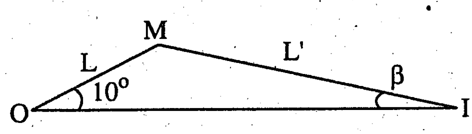
Từ (2) và (4) ta lại có : $\dfrac{p}{p'} = 9\dfrac{R_M}{R}$.

Suy ra : $\dfrac{p}{p'} = 9.\dfrac{R_M}{R} = \left(\dfrac{R_M}{R}\right)^5 \Rightarrow R_M = R\sqrt{3}$.

2. a) Khi máy chỉnh tốt : Có thể chứng minh hiệu suất của chu trình tính theo tỉ số b là : $\eta = 1 - \dfrac{1}{b^{\gamma-1}}$ với $b = \dfrac{2L + D}{D} = \dfrac{2.2,5 + 1}{1} = 6 \Rightarrow \eta_1 \approx 0,512$.

b) Khi máy chỉnh không tốt : Bugi đánh lửa khi IM hợp với OI một góc β (Hình 18.1G)

$\dfrac{L}{\sin\beta} = \dfrac{L'}{\sin 10^o}$. Suy ra $\beta \approx 2,498^o$.



Hình 18.1G

Đỉnh pittông cách đáy xilanh :

$(L + L' + D) - L\cos 10^o - L'\cos\beta \approx 1,0475$

$\eta' = 1 - \dfrac{1}{b'^{(\gamma-1)}} \approx 0,502 = 98,1\%.\eta$

18.2. Điện học

1. a) Với quy ước chiều dòng điện như ở hình 18.2 ta có :

$i_1 = -\dfrac{dq_1}{dt}$ (1) ; $i_2 = -\dfrac{dq_2}{dt}$ (2) ; $i_3 = -\dfrac{dq_3}{dt}$ (3)

b) Áp dụng định luật Ôm (Ohm) và hệ thức $q = Cu$:

$$V_A - V_B = \frac{q_1}{C} - L\frac{di_1}{dt} \tag{4}$$

$$V_A - V_B = \frac{q_2}{C} \tag{5}$$

$$V_A - V_B = \frac{q_3}{C} - L\frac{di_3}{dt} \tag{6}$$

2. Theo quy tắc Kirchhoff tại nút A ta có $i_1 + i_2 + i_3 = 0$ hay :

$$i_2 = -i_1 - i_3 \tag{7}$$

Từ (4) và (5) : $$\frac{q_1}{C} - L\frac{di_1}{dt} = \frac{q_2}{C} \tag{8}$$

Từ (5) và (6) : $$\frac{q_3}{C} - L\frac{di_3}{dt} = \frac{q_2}{C} \tag{9}$$

Từ (8) + (9) : $$\frac{q_1 + q_3}{C} - L\frac{d}{dt}(i_1 + i_3) = \frac{2q_2}{C}$$

Chú ý đến (7) và hệ quả của (7) : $q_2 = -q_1 - q_3 + K$ ta có thể biến đổi phương trình trên thành : $L\frac{d}{dt}(i_2) = \frac{3q_2}{C} + \frac{K}{C}$.

Lấy đạo hàm theo thời gian hai vế của phương trình :

$$Li_2'' = -\frac{3}{C}i_2$$

$$i_2'' + \frac{3}{LC}i_2 = 0 \tag{10}$$

Từ (10) suy ra rằng i_2 biến đổi điều hoà theo thời gian với tần số góc φ :

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{3}{LC}} \tag{11}$$

Ta được : $$i_2(t) = B\cos(\omega_2 t + \varphi_2) \tag{12}$$

3. Trừ hai vế của (8) cho (9) ta có : $$\frac{q_1 - q_3}{C} - L\frac{d}{dt}(i_1 - i_3) = 0 \tag{13}$$

Đặt $$i_4 = i_1 - i_3 \tag{14}$$

ta có : $i_4 = -\frac{d}{dt}(i_1 - i_3)$. Lấy đạo hàm (13) theo thời gian ta có :

$$\frac{i_4}{C} + L\frac{d^2}{dt^2}(i_4) = 0 \Rightarrow i_2'' + \frac{1}{LC}i_4 = 0 \tag{15}$$

Từ đó suy ra rằng : $$i_4 = A\cos(\omega_1 t + \varphi_1) \tag{16}$$

với $$\omega_1 = \sqrt{\frac{1}{LC}} \tag{17}$$

Từ (7), (12), (14) và (16) ta được :

$$i_1 = -\frac{1}{2}(i_2 - i_4) = -\frac{B}{2}\cos(\omega_2 t + \varphi_2) + \frac{A}{2}\cos(\omega_1 t + \varphi_1) \quad (18)$$

$$i_3 = -\frac{1}{2}(i_2 + i_4) = -\frac{B}{2}\cos(\omega_2 t + \varphi_2) - \frac{A}{2}\cos(\omega_1 t + \varphi_1) \quad (19)$$

với $\omega_2 = \sqrt{\frac{3}{LC}}$; $\omega_1 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$.

4. Trường hợp đặc biệt thứ nhất : $i_1(t) = i_3(t) = -\frac{1}{2}i_2(t)$ trong hệ chỉ có dao động điện từ theo một tần số $\omega_2 = \sqrt{\frac{3}{LC}}$. Điện tích của các bản tụ điện thoả mãn hệ thức : $q_2 = -2q_1 = -2q_3$ có sự đối xứng giữa hai đoạn mạch có chứa cuộn cảm.

– Trường hợp đặc biệt thứ hai : $i_1(t) = -i_3(t)$. Trong trường hợp này $i_2(t) = 0$, đoạn mạch điện không chứa cuộn cảm sẽ không tham gia vào dao động điện từ. Có thể coi cả hệ như một mạch kín AA_3BA_1A (mạch gồm hai cuộn cảm nối tiếp có độ tự cảm 2L, và hai tụ nối tiếp với điện dung $\frac{1}{2}C$) dao động với tần số góc $\omega_1 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$, $q_1 = -q_3$.

18.3. Vật lí hạt nhân

1. Số hạt nhân (2) sinh ra do chất (1) phân rã $\lambda_1 N_1$ bằng số hạt nhân (2) mất vì phân rã $\lambda_2 N_2$, do đó số hạt nhân (2) không đổi.

2. a) Phương trình phân rã của Rađi : ${}^{206}_{88}Ra \rightarrow {}^{4}_{2}\alpha + {}^{222}_{86}Rn$

b) 1 mol Rn gồm A hạt nhân nặng 222 gam. Trong khối lượng $m = 6{,}47.10^{-6}$ g Rn có số hạt nhân :

$$N_{Rn} = \frac{6{,}023.10^{23}.6{,}47.10^{-6}}{222} = 1{,}756.10^{16} \text{ (hạt)}$$

Độ phóng xạ : $H = \lambda_{Rn} N_{Rn} = 1Cu$

$$\lambda_{Rn} = \frac{H}{N_{Rn}} = \frac{3{,}7.10^{10}}{1{,}756.10^{6}} \approx 2{,}11.10^{-6}s^{-1} = 0{,}183 \text{ (ngày)}^{-1}.$$

$$T_{Rn} = \frac{0{,}693}{0{,}1823} \approx 3{,}8 \text{ ngày}$$

1 gam Rn có $\frac{A}{226} = 2,7.10^{21}$ hạt. Áp dụng công thức $\lambda_1 N_1 \approx \lambda_2 N_2$, ta có :

$$T_{Ra}N_{Rn} = T_{Rn}N_{Ra}$$

hay $$T_{Ra} = T_{Rn}\frac{N_{Ra}}{N_{Rn}} = 3,8\frac{2,7.10^{21}}{1,756.10^{16}} \approx 5,843.10^5 \text{ ngày} \approx 1600 \text{ năm.}$$

$$\lambda_{Ra} = \frac{0,693}{1600} \approx 0,433.10^{-3} \text{ năm}^{-1}$$

c) Ta có : $\frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t} = e^{-0,433.0,001} = 0,999576$. Độ giảm tương đối của hạt nhân Rađi sau 1 năm là 0,000433 ≈ 0,433‰.

d) Lượng Rn không đổi, vẫn có khối lượng là $m = 6,47.10^{-6}$ gam.

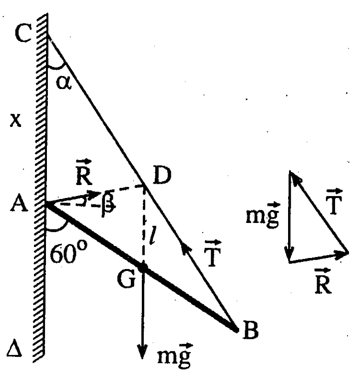
19. Đề thi chọn đội tuyển dự IPhO năm 2002, ngày thi thứ nhất

19.1. Cơ học

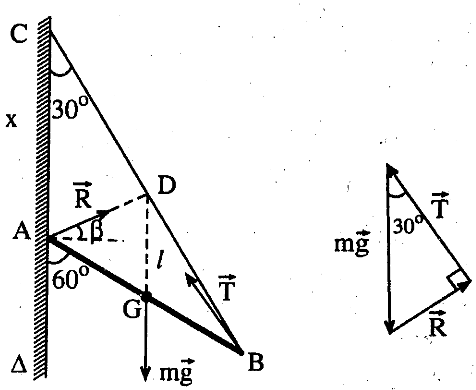
1. Coi $\vec{R}$ là phản lực của tường. Từ điều kiện cân bằng suy ra giá của các lực $\vec{R}$, $\vec{T}$, $m\vec{g}$ phải đồng quy và tam giác lực $\vec{R}$, $\vec{T}$, $m\vec{g}$ khép kín (Hình 19.1G).

a) Khi x tăng thì góc α giảm, góc β (hợp bởi phản lực $\vec{R}$ và pháp tuyến ở A) tăng. Biến đổi của tam giác lực cho thấy lực căng $\vec{T}$ giảm, phản lực $\vec{R}$ cũng giảm về độ lớn nhưng nghiêng nhiều hơn, nguy cơ đầu A trượt ($\vec{R}$ ra ngoài nón ma sát) tăng.

b) $x = l$ thì tam giác ABC cân, góc $\alpha = 30^o$; trung tuyến AD cũng là đường cao nên vuông góc với BC (Hình 19.2G).



Hình 19.1G

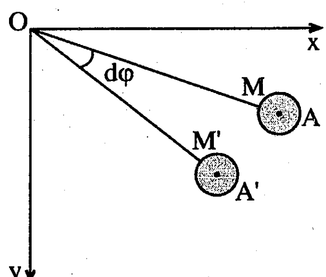


Hình 19.2G

Do đó, ta có : $T = mg\cos 30^o = mg\frac{\sqrt{3}}{2} < T_{max}$.

$R = \frac{mg}{2}$, $\vec{R}$ làm với pháp tuyến góc $\beta = 30^o$. Nón ma sát ở A có nửa góc ở đỉnh $\beta_{max} = \text{artg } 0,6 = 31^o$. Vậy thanh không trượt.

2. Đối với hệ quy chiếu quán tính xOy, đĩa chuyển động tịnh tiến cùng khối tâm A và quay quanh A. Trên hình 19.3G : OA quay góc $d\varphi$ thì một bán kính nhất định AM quay đối với xOy góc $d\varphi' = d\varphi$. Vậy tốc độ góc của đĩa đối với xOy bằng tốc độ góc của thanh.



Hình 19.3G

Gọi ω là tốc độ góc của thanh khi OA tới vị trí OA_1. Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng :

$$mgl = \frac{I_0}{2}\omega^2 = \frac{1}{2}(I_A + ml^2)\omega^2 = \frac{1}{2}m\left(\frac{R^2}{2} + l^2\right)\omega^2$$

$$\Rightarrow \omega^2 = \frac{4gl}{R^2 + 2l^2},$$ ω cũng là tốc độ góc của đĩa đối với xOy.

Khi chi tiết máy nhả ra, thì đĩa tiếp tục quay với ω (do quán tính quay) và có động năng quay là :

$$W_d = \frac{I_A}{2}\omega^2 = \frac{mR^2}{4}\frac{4gl}{R^2 + 2l^2} = \frac{mR^2gl}{R^2 + 2l^2} < mgl \text{ (cơ năng ban đầu).}$$

Khi đó : $(mgl - W_d)$ chuyển thành thế năng ở độ cao h :

$$mgl\left(1 - \frac{R^2}{R^2 + 2l^2}\right) = mgh \Rightarrow h = \frac{2l^3}{R^2 + 2l^2}$$

19.2. Nhiệt học

1. a) Xét quá trình trong đó thể tích V của 2 mol khí biến đổi nhỏ dV.

Công sinh ra $\delta A = pdV$, nhiệt nhận được $\delta Q = 0$.

Theo nguyên lí I nhiệt động lực học : $dU = -\delta A$ (1)

Mặt khác : $dU = (C_{V_{H_2}} + C_{V_{He}})dT = \left(\frac{5}{2}R + \frac{3}{2}R\right)dT = 4rdT$ (2)

Theo phương trình trạng thái : $pV = 2RT$ (3)

Từ (1), (2) và (3) : $dU = 4RdT = 2d(pV) = 2pdV + 2Vdp$.

Từ (1) suy ra : $3pdV + 2Vdp = 0 \Rightarrow \frac{dp}{p} + \frac{3}{2}\frac{dV}{V} = 0 \Rightarrow pV^{\frac{3}{2}} = \text{const}$ (4)

Khi thể tích biến đổi từ $V_0 = 2V$ đến $V_1 = V$ thì áp suất biến đổi từ $p_0 = \frac{2RT_0}{V_0}$ đến p_1 :

$$p_1 = p_0\left(\frac{V_0}{V_1}\right)^{\frac{3}{2}} = p_0.2^{\frac{3}{2}} = 2{,}83p_0 \tag{5}$$

b) Công nén khí : $A' = -A = \Delta U = 4R\Delta T$ với $\Delta T = T_1 - T_0$

Ta có : $$T_1 = T_0\left(\frac{V_0}{V_1}\right)^{\frac{3}{2}-1} = T_0.2^{\frac{1}{2}} = 1{,}414T_0.$$

Từ đó : $A' = 4R.0{,}414T_0$ (6)

2. Lập luận và tính toán như câu 1, nhưng thay cho (3) là $pV = RT$ (7), ta sẽ có :

$$5pdV + 4Vdp = 0 \Rightarrow \frac{dp}{p} + \frac{5}{4}\frac{dV}{V} = 0 \Rightarrow pV^{\frac{5}{4}} = \text{const} \tag{8}$$

a) Từ (7) và (8) suy ra : $TV^{\frac{1}{4}} = \text{const}$ (9)

$$\Rightarrow T_1 = T_0\left(\frac{V_0}{V_1}\right)^{\frac{1}{4}} = 1{,}189T_0 \approx 1{,}19T_0 \tag{10}$$

b) Công nén khí :

$$A' = -A = \Delta U = 4R\Delta T = 4R.0{,}189T_0 = 0{,}756T_0 \approx 0{,}76T_0 \tag{11}$$

3. Mỗi mol khí biến đổi đoạn nhiệt với hệ số $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$ khác nhau, nhưng có áp suất luôn luôn bằng nhau.

Với H_2 : $pV_1^{\frac{7}{5}} = p_0V_0^{\frac{7}{5}}$ (12)

Với He : $pV_2^{\frac{5}{3}} = p_0V_0^{\frac{5}{3}}$

Chia từng vế của hai phương trình trên cho nhau, ta có :

$$\frac{V_1^{\frac{7}{5}}}{V_2^{\frac{5}{3}}} = \frac{V_0^{\frac{7}{5}}}{V_0^{\frac{5}{3}}} \Rightarrow \left(\frac{V_1}{V_0}\right)^{\frac{7}{5}} = \left(\frac{V_2}{V_0}\right)^{\frac{5}{3}} \Rightarrow \frac{7}{5}\ln\frac{V_1}{V_0} = \frac{5}{3}\ln\frac{V_2}{V_0}$$

$$\Rightarrow \frac{V_1}{V_0} = \frac{V_2}{V_0}e^{\frac{25}{21}} = 3{,}288\frac{V_2}{V_0} \tag{13}$$

Ngoài ra ta có : $V_1 + V_2 = V_0 \Rightarrow \frac{V_1}{V_0} + \frac{V_2}{V_0} = 1$ (14)

Giải hệ hai phương trình (13) và (14), ta có : $\frac{V_2}{V_0} = \frac{1}{3,288 + 1} = 0,233$. Từ đó ta tìm được thể tích khí He là : $V_2 = 0,233V_0$; thể tích khí H_2 là : $V_1 = 0,767V_0$.

19.3. Vật lí hạt nhân

a) Phương trình phản ứng : ${}^1_0n + {}^{32}_{16}S \rightarrow {}^1_1p + {}^{32}_{15}P$ (1)

b) Áp dụng định luật bảo toàn động lượng :

$$\vec{p}_1(n) = \vec{p}_2(p) + \vec{p}_3(p) \Rightarrow p_3^2 = p_1^2 + p_2^2 - p_1p_2$$

Thay vào đó $p = \sqrt{2mE}$, và thực hiện phép tính gần đúng với $m_1 = 1u$, $m_2 = 1u$, $m_3 = 32u$, $W_{d1} = 1$ MeV, $W_{d2} = 1,8$ MeV ta có :

$$p_1^2 = 2m_1E_1 = 2.931,5\left(\frac{MeV}{c}\right)^2 = 1863\left(\frac{MeV}{c}\right)^2$$

$$p_2^2 = 2.931,5.1,8\left(\frac{MeV}{c}\right)^2 = 3353,4\left(\frac{MeV}{c}\right)^2$$

$$p_1p_2 = 2u\sqrt{1,8}\left(\frac{MeV}{c}\right)^2 = 2499\left(\frac{MeV}{c}\right)^2$$

$$p_3^2 = 1863 + 3353 - 2499 = 2717\left(\frac{MeV}{c}\right)^2.$$

Vì $p_3^2 = 2m_3W_{d3}$ ta được $W_{d3} = 0,0456$ MeV.

c) Vì $W_{d1} < (W_{d2} + W_{d3})$ nên phản ứng thu năng lượng. Năng lượng thu :

$$W = W_{d1} - (W_{d2} + W_{d3}) = 1 - 1,8436 = -0,845 \text{ MeV}.$$

d) Ta có phương trình :

$$(m_n + m_s)c^2 = W + (m_H + m_P)c^2$$

$W = (m_n + m_s)c^2 - (m_H + m_P)c^2$. Thay số ta được :

$$W = (1,008665 + 31,9721 - 1,007825 - 31,9739)931,5\left(\frac{MeV}{c^2}c^2\right)$$

$W = -0,894$ MeV $\Rightarrow W < 0$, phản ứng thu năng lượng.

20. Đề thi chọn đội tuyển dự IPhO năm 2002, ngày thi thứ hai

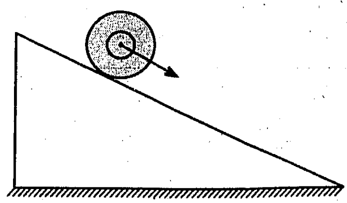
20.1. Cơ học

1. Điều kiện lăn không trượt : $v_G = \omega R$.

Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng (với $h = h_0 - h_1$) :

$$Mgh = \frac{1}{2}Mv_G^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

$$= \frac{1}{2}Mv_G^2 + \frac{1}{2}I\frac{v_G^2}{R^2} = \frac{1}{2}v_G^2\left(M + \frac{I}{R^2}\right)$$



Hình 20.1G

$$v_G = \sqrt{\frac{2Mgh}{M + \frac{I}{R^2}}} = v_{td}\sqrt{\frac{M}{M + \frac{I}{R_2}}}$$

với $v_{td} = \sqrt{2gh}$ là vận tốc vật có được khi bắt đầu rơi tự do một quãng đường h.

Có 2 trường hợp giới hạn :

a) Quả cầu đặc : $I = \frac{2}{5}MR^2 \Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{2Mgh}{M + \frac{2}{5}M}} = \sqrt{\frac{10gh}{7}} = v_{td}\sqrt{\frac{5}{7}}$.

b) Quả cầu rỗng : $I = \frac{2}{3}MR^2 \Rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{2Mgh}{M + \frac{2}{3}M}} = \sqrt{\frac{6gh}{5}} = v_{td}\sqrt{\frac{3}{5}}$.

Vậy : $$v_{td}\sqrt{\frac{3}{5}} \le v_1 \le v_{td}\sqrt{\frac{5}{7}}. \qquad (1)$$

2. Với h = 5m, $v_{td} = \sqrt{2gh} = 10$ m/s thì :

$$7{,}75 \text{ m/s} \le v_1 \le 8{,}45 \text{ m/s} \qquad (1')$$

Với $v_1 = 8$ m/s thoả mãn điều kiện (1'), ta có : $8{,}00 = 10{,}00\sqrt{\frac{M}{M + \frac{I}{R^2}}}$.

Ta tính I như sau :

$$I = \int_r^R dI = \int_r^R 4\pi R^2 dR\rho\frac{2}{3}R^2 = \frac{8}{15}\pi\rho(R^5 - r^5) = \alpha MR$$

$$v_1 = v_{td}\sqrt{\frac{M}{M + \alpha\frac{MR^2}{R^2}}} = v_{td}\sqrt{\frac{1}{1+\alpha}}$$

Suy ra : $\left(\dfrac{v_1}{v_{td}}\right) = \dfrac{1}{1+\alpha} = 0{,}64$ hay $\alpha = \dfrac{9}{16}$. Ta được :

$$\frac{I}{MR^2} = \frac{\frac{8}{15}\pi\rho(R^5 - r^5)}{\frac{4}{3}\pi\rho(R^3 - r^3)R^2} = \frac{9}{16} \text{ hay } 13R^5 = r^3(45R^2 - 32r^2).$$

Thay R = 0,1m ta có : $13.10^{-5} = r^3(45.10^{-2} - 32r^2) = y$.

Vẽ đồ thị $y = r^3(45.10^{-2} - 32r^2)$ và đường $y = 13.10^{-5}$.

Hai đồ thị cắt nhau ở điểm $r \approx 0{,}0825$m.

Suy ra khối lượng $M = \dfrac{4}{3}\pi\rho(R^3 - r^3) \approx 14{,}5$ kg.

20.2. Nhiệt học

a) Vẽ chu trình (Hình 20.2G) :

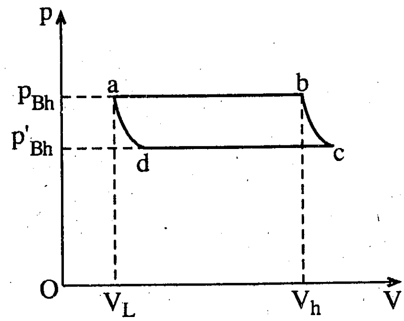
– a : chất lỏng ở nhiệt độ sôi.

– b : toàn bộ hơi bão hoà.

– c, d : hơi bão hoà lẫn chất lỏng.

Chu trình đang xét là chu trình Carnot :

$$\eta = \frac{\Delta T}{T} = \frac{\Delta A}{\lambda} \qquad (1)$$



Hình 20.2G

Khi ΔT nhỏ ta có : $\Delta A = (V_H - V_L)\Delta p_{BH}$ thay vào (1) ta được :

$$\frac{\Delta p_{BH}}{\Delta T} = \frac{\lambda}{T(V_H - V_L)} \qquad (2)$$

b) Tìm hàm phụ thuộc $p_{BH}(T)$.

Vì $V_H \gg V_L$ và $p_{BH}V_H = CRT$, từ (2) ta có :

$$\frac{\Delta p_{BH}}{\Delta T} = \frac{\lambda p}{T.CRT} \Rightarrow \frac{\Delta p_{BH}}{p_{BH}} + \frac{\lambda}{CR}.\frac{\Delta T}{T^2}$$

Tích phân hai vế, ta có : $\text{Ln}p_{BH} = -\dfrac{\lambda}{CRT} + hs \Rightarrow p_{BH} = Ae^{\frac{-\lambda}{CRT}}$ (3)

Với p = 1atm ta có : $1{,}013.10^5 = Ae^{-\frac{\lambda}{CR}.\frac{1}{373}} \Rightarrow A = \dfrac{1{,}013.10^5}{e^{-\frac{\lambda}{CR}.\frac{1}{373}}}$.

Áp suất tối đa trong nồi áp suất :

$$p = 1\text{atm} + \frac{5.10^{-2}.g}{\pi r^2} \approx 1{,}013.10^5 + 1{,}561.10^5 = 2{,}574.10^5\text{Pa} = 2{,}54 \text{ atm}$$

Từ (3) : $\frac{p}{p_0} = e^{-\frac{\lambda}{CR}\left(\frac{1}{T}-\frac{1}{T_0}\right)}$, suy ra : $T \approx 401{,}6K \Rightarrow t \approx 128{,}6^oC$.

c) Thể tích dung dịch : $V = \frac{1000 + 180}{1{,}07} = 1102{,}8\ cm^3$.

Gọi n_0 là nồng độ phân tử nước trong nước tinh khiết.

Gọi n_1 là nồng độ phân tử nước trong dung dịch.

Ta có $\frac{n_1}{n_0} = \frac{1000}{1102{,}8} = 0{,}9068$.

Vì $p_{BH} \sim n$ nên p_{BH} của dung dịch ở 100^oC là :

$$1\ atm.0{,}9068 = 0{,}9068\ atm = 9{,}18610^4\ Pa\ ;\ \Delta p_{BH} = 94{,}4.10^2\ Pa$$

Từ (2), một cách gần đúng ta có :

$$\Delta T \approx \frac{\Delta p.T(V_H - V_L)}{\lambda} \approx \frac{9440.373.17}{225.10^3} \approx 2{,}66\ K$$

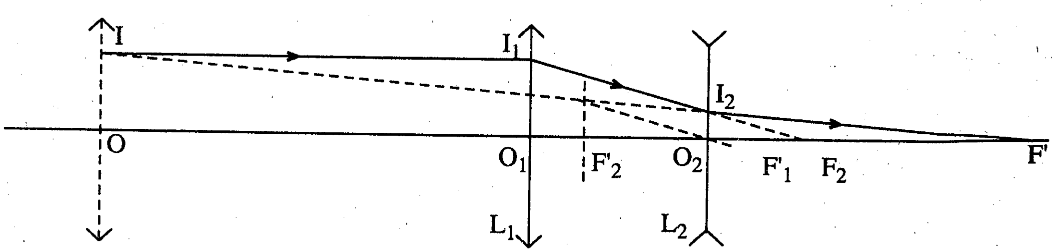
Do đó $T_f \approx 102{,}6C \approx 375{,}6$ K.

20.3. Quang học

1. a) Ta có sơ đồ tạo ảnh : coi tia sáng từ xa vô cùng đi tới hệ (Hình 20.3G) :

$S_\infty \xrightarrow{L_1} F_1'$

$F_1' \xrightarrow{L_2} F'$



Hình 20.3G

Ta tính được :

$$d_2 = e - f_1 = -18\ mm\ ;\ d_2' = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{(f_1 - e)f_2}{f_1 + f_2 - e} \approx 64{,}3\ mm.$$

$O_2F' = 64{,}3$ mm.

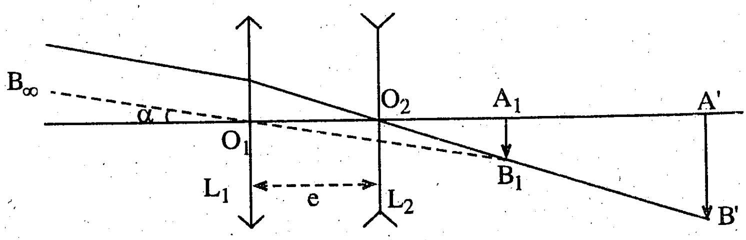
b) Tia tới gặp L_1 ở I_1 khúc xạ tới F'_1 đập vào L_2 ở I_2. Vẽ tia phụ qua O_2 song song với I_1I_2, cắt tiêu diện phụ của L_2. Từ đó vẽ tia ló I_2F'. F' là tiêu điểm ảnh của hệ thấu kính. A_1B_1 nằm trên tiêu diện của L_1. B_1 được xác định từ quang tâm O_1, vẽ đường thẳng lập góc α với quang trục. B' nằm trên mặt phẳng đi qua F'.

Số phóng đại của L_2 là : $G_2 = \dfrac{d'_2 - f_2}{-f_2} = \dfrac{64,3 + 25}{25} = 3,572$.

Ta có $A'B' = G_2A_1B_1 = G_2\, f_1\alpha$ hay $\dfrac{A'B'}{\alpha} = G_2f_1 = 178,6\text{mm}$.

Mặt khác $A'B' = f'\alpha$ suya ra f' = 178,6 mm.

Kéo dài tia I_2F' cho cắt tia tới ở I. Ta có thể coi như F' là tiêu điểm ảnh của thấu kính hội tụ L có tâm ở O. Khoảng cách OF' = f' là tiêu cự của thấu kính đó.



Hình 20.4G

c) (Xem hình 20.4G) Khi vật ở xa vô cùng, ảnh của vật hiện rõ trên phim nếu $O_2P = 64,3$ mm. Khi vật cách L_1 10 m, thì sơ đồ tạo ảnh là :

$$A \xrightarrow{L_1} A_1 \xrightarrow{L_2} A'$$

Với $d_1 = 10$ m tính được : $d'_1 = 50,25$ mm ; $d_2 = 32 - 50,25 = -18,25$ mm.

$$d'_2 = 67,6 \text{ mm} ;\ O_2P = 67,6 \text{ cm}$$

d) Khi ngắm, người chụp ảnh cần dịch chuyển đồng thời cả hai khối thấu kính L_1, L_2 so với phim. Khi chuyển từ ngắm vật ở vô cực sang vật ở khoảng cách hữu hạn, cần đưa hệ thấu kính ra xa phim hơn.

Dùng hệ thấu kính làm vật kính có lợi là giảm kích thước của máy. Hệ thấu kính có tiêu cự 178,6 mm trong khi khoảng cách từ L_1 đến phim chỉ là 96,3 mm.

2. a) Từ trên ta có $O_2F' = \dfrac{f_1 - e}{f_1 + f_2 - e}.f_2$.

Mặt khác, $F_2'F' = \dfrac{-f_2^2}{f_1 + f_2 - e}$ nên $f' = \dfrac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - e}$.

Do đó : với $e = e_A = 30{,}9$mm thì $O_2F_A' = 80{,}9$ mm và $f_A' = 211{,}8$ mm.

với $e = e_B = 33{,}3$mm thì $O_2F_B' = 50{,}3$ mm và $f_B' = 150{,}6$ mm.

b) Với một vật ở xa vô cùng, thì $O_2P = 80{,}9$ mm khi $e = e_A$ và $O_2P = 50{,}3$ mm khi $e = e_B$. Vật AB ở cách xa 200 m trên thực tế có thể coi như ở rất xa. Ta đã biết $A'B' = f'\alpha$ với A'B' là chiều cao của ảnh, còn α là góc trông vật. Vì $\alpha \approx \dfrac{AB}{OA} = -\dfrac{10}{200} = -0{,}05\text{rad}$, nên :

Khi $e = e_A$ thì $A'B' = -211{,}8.0{,}05 = 10{,}6$ mm.

Khi $e = e_B$ thì $A'B' = -150{,}6.0{,}05 = 7{,}5$ mm.

c) Với một vật ở trước L_1 cách xa 8 m thì :

Khi $e = e_A$, $O_2P = 86{,}6$ mm, độ phóng đại $\gamma = -0{,}0280$.

Khi $e = e_B$, $O_2P = 53{,}1$ mm, độ phóng đại $\gamma = -0{,}0196$.

d) Muốn thay đổi tiêu cự của hệ thấu kính, cần thay đổi khoảng cách e giữa hai thấu kính. Khi ngắm, ta cần dịch chuyển đồng thời cả hệ thấu kính sao cho khoảng cách e giữa chúng không đổi và làm cho ảnh của vật hiện rõ trên phim. Trong các máy ảnh, có những bộ phận thích hợp giúp người chụp điều chỉnh thuận lợi.

Dùng hệ thấu kính này làm vật kính của máy ảnh, có thể thay đổi được độ phóng đại. Đây là nguyên tắc ZOOM trong các máy ảnh.

21. Đề thi chọn đội tuyển dự IPhO năm 2003, ngày thi thứ nhất

21.1. Cơ học

Lực ma sát nghỉ cực đại (ma sát trượt) là :

$$f_{max} = \mu Mg\cos\theta = \frac{1}{2\sqrt{3}}\frac{\sqrt{3}}{2}Mg = \frac{1}{4}Mg$$

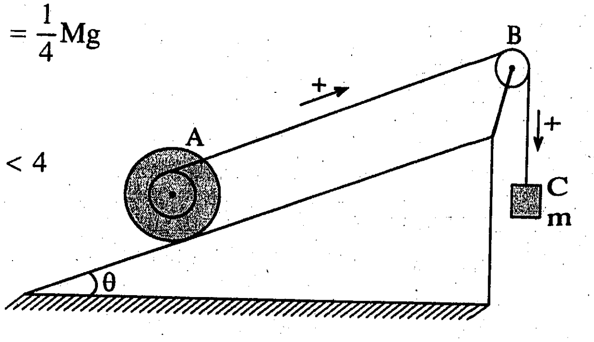
a) Trụ không trượt xuống nếu :

$0{,}5Mg < mg + 0{,}25Mg$ hay $\dfrac{M}{m} < 4$

Trụ không trượt lên nếu :

$0{,}5Mg + 0{,}25Mg > mg$

hay $\dfrac{M}{m} > \dfrac{4}{3} \Rightarrow \dfrac{4}{3} < \dfrac{M}{m} < 4$.



Hình 21.1G

b) Nếu lăn không trượt thì $F_{ms} < F_{ms\max}$. Lăn lên trên thì a_0, $a > 0$ và $s_m = 1,5s_0$ hay $a = 1,5a_0$.

Các phương trình chuyển động tịnh tiến :

$$mg - T = ma = 1,5a_0 \quad (1)$$

$$T - 0,5Mg + F_{ms} = Ma_0 \quad (2)$$

Phương trình chuyển động quay :

$$T\frac{R}{2} - F_{ms}R = \frac{MR^2}{2}\frac{a_0}{R} \quad (3)$$

Ta có 3 phương trình 3 ẩn a_0, T, F_{ms}. Giải ra ta được : $a_0 = g\dfrac{m - \dfrac{M}{3}}{\dfrac{3}{2}m + M}$.

Từ điều kiện $a_0 > 0$ ta có $m > \dfrac{M}{3}$ hay $\dfrac{M}{m} < 3$

$$T = g\frac{3mM}{3m + 2M} \; ; \; F_{ms} = \frac{Mg}{6} < F_{ms\max}$$

c) Nếu lăn không trượt xuống dưới thì F_{ms} đổi dấu. Ta có hệ phương trình :

$$mg - T = 1,5ma_0 \quad (4)$$

$$T - 0,5Mg - F_{ms} = Ma_0 \quad (5)$$

$$T\frac{R}{2} + F_{ms}R = \frac{MR}{2}a \text{ hay } T + 2R_{ms} \quad (6)$$

Giải ra ta được : $a_0 = g\dfrac{m - \dfrac{M}{3}}{\dfrac{3}{2}m + M}$. Điều kiện $a_0 > 0$ cho $m > \dfrac{M}{3}$ hay $\dfrac{M}{m} < 3$

Điều kiện $a_0 > 0$ cho $m > \dfrac{M}{3}$ hay $\dfrac{M}{m} < 3$, $T = \dfrac{4mM}{3m + 2M} > T$; $F_{ms} = -\dfrac{Mg}{6}$.

d) Giới hạn $\dfrac{M}{m} = 3$ ứng với cân bằng. $T = mg$; $F_{ms} = \dfrac{mg}{2}$ hướng lên.

e) Khi trụ trượt xuống, $\vec{F}_{ms\max}$ hướng lên, $a = a_0$.

Phương trình chuyển động :

$$T + \frac{1}{4}Mg - \frac{Mg}{2} = Ma_0 \text{ hay } T = -\frac{Mg}{4} = Ma \text{ và } mg - T = ma_0.$$

Giải ra ta được : $a_0 = g\dfrac{m - \dfrac{M}{4}}{M + m} < 0$ nghĩa là $\dfrac{M}{m} > 4$.

f) Khi trụ trượt lên, F_{ms} hướng xuống :

$$T - \frac{Mg}{4} - \frac{Mg}{2} = Ma_0 \text{ hay } T - \frac{3Mg}{4} = Ma_0 \text{ và } mg - T = ma_0$$

Giải ra ta được : $a_0 = g\dfrac{m - \frac{3}{4}M}{m + M} > 0$ nghĩa là $\dfrac{M}{m} < \dfrac{4}{3}$.

g)

$\dfrac{m}{M}$	0 — $\dfrac{4}{3}$	$\dfrac{4}{3}$ — 3	3 — 4	4 — ∞
Tính chất chuyển động	Trượt lên	Lăn không trượt lên	Lăn không trượt xuống	Trượt xuống
a_0	$\dfrac{g\left(m - \frac{3}{4}M\right)}{m + M}$	$\dfrac{g\left(m - \frac{M}{3}\right)}{\frac{3}{2}m + M}$	$\dfrac{g\left(m - \frac{M}{3}\right)}{\frac{3}{2}m + M}$	$\dfrac{g\left(m - \frac{M}{4}\right)}{m + M}$
Dấu của a_0	> 0	> 0	< 0	< 0

21.2. Nhiệt học

a) Vách ngăn hoàn toàn dẫn nhiệt : $T_{He} = T_{H_2}$; $p_{He} = p_{H_2}$

Nếu hai khí khuếch tán vào nhau, hiện tượng không thay đổi. Vậy xem như hai khí trộn lẫn nhau :

$$2C_V = \frac{3}{2}R + \frac{5}{2}R = 4R \; ; \; 2C_P = \frac{5}{2}R + \frac{7}{2}R = 6R \Rightarrow \gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{6}{4} = 1{,}5$$

$$pV^\gamma = \text{hằng số} \Rightarrow p = p_0\left(\frac{V_0}{V}\right)^\gamma \Rightarrow p = 1{,}17.10^5 \text{ Pa} \Rightarrow V_{He} = V_{H_2} = \frac{9}{10}V_0$$

Với $V_0 = \dfrac{RT_0}{p_0} = \dfrac{8{,}31.300}{105} \approx 0{,}02493 \text{ m}^3 = 24{,}93$ lít $\Rightarrow V_{He} = V_{H_2} \approx 22{,}44$ lít.

Ta có : $T_0V_0^{\gamma-1} = T_1V_1^{\gamma-1} \Rightarrow T_1 = T_0.\left(\dfrac{V_0}{V_1}\right)^{\gamma-1} = T_0\left(\dfrac{10}{9}\right)^{0,5} = 316{,}2$ K.

b) – Tính thể tích :

Vách ngăn cách nhiệt hoàn toàn. Hệ chỉ cân bằng cơ học, ta có :

$$V_{1H_2} + V_{1He} = 2.\frac{9}{10}V_0$$

$$p_{1H_2} = p_{1He} = p_1$$

Suy ra : $p_{1H_2} = p_0\left(\dfrac{V_{1H_2}}{V_0}\right)^{\gamma_{H_2}}$; $p_{1He} = p_0\left(\dfrac{V_{1He}}{V_0}\right)^{\gamma_{He}}$

$$\Rightarrow \left(\frac{V_{1H_2}}{V_0}\right)^{\gamma_{H_2}} = \left(\frac{V_{1He}}{V_0}\right)^{\gamma_{He}}$$

Đặt $\dfrac{V_1}{V_0} = \Omega$, ta có : $\Omega_{H_2}^{1,4} = \Omega_{He}^{1,6} \Rightarrow \Omega_{H_2} = \Omega_{He}^{\frac{1,6}{1,4}}$

$$\Omega_{H_2} + \Omega_{He} = \frac{18}{10} \Rightarrow \Omega_{He}\left(1 + \Omega_{He}^{\frac{0,2}{1,4}}\right) = \frac{18}{10}$$

Giải gần đúng, coi $\dfrac{\Delta V}{V_0}$ là nhỏ : $\Omega = \dfrac{V_0 - \Delta V}{V_0} = 1 - \dfrac{\Delta V}{V_0}$.

$$\frac{18}{10} = \left(1 + \frac{\Delta V_{He}}{V_0}\right)\left[1 + \left(1 + \frac{\Delta V_{He}}{V_0}\right)^{\frac{1}{7}}\right]$$

Đặt $\Delta V = \Delta V_{He}$ ta có :

$$\frac{18}{10} = \left(1 + \frac{\Delta V}{V_0}\right)\left(2 + \frac{1}{7}\frac{\Delta V}{V_0}\right) = 2\left(1 + \frac{\Delta V}{V_0}\right)\left(1 + \frac{1}{14}\frac{\Delta V}{V_0}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{18}{10} \approx 2\left(1 + \frac{\Delta V}{V_0} + \frac{1}{14}\frac{\Delta V}{V_0}\right) = 2\left(1 + \frac{15}{14}\frac{\Delta V}{V_0}\right) \Rightarrow \frac{15}{7}\frac{\Delta V}{V_0} = 2 - \frac{18}{10} = \frac{2}{10}$$

$\Rightarrow \dfrac{\Delta V}{V_0} = \dfrac{14}{150}$. Từ đó ta tìm được : $V_{He} = 22{,}6\ l$; $V_{H_2} = 22{,}27\ l$.

– Tính nhiệt độ và áp suất :

$$p_0V_0^{\gamma} = p_{H_2}V_{H_2}^{\gamma} \Rightarrow p_{H_2} = p_0\left(\frac{V_0}{V_{H_2}}\right)^{1,4}$$

$$\Rightarrow p = p_{He} = p_{H_2} = 1{,}171.10^5\,\text{Pa}$$

$$T_{H_2} = T_0\left(\frac{V_0}{V_{H_2}}\right)^{\gamma-1} = 313{,}8\,\text{K} \ ; \ T_{He} = T_0\left(\frac{V_0}{V_{He}}\right)^{\gamma-1} = 320\,\text{K}$$

21.3. Điện học

Bài 1. 1. a) Cường độ điện trường cảm ứng $\vec{E}$ tại điểm cách trục r :

$\vec{E} = \vec{v} \wedge \vec{B}$; $\vec{E}$ hướng ra xa trục và $E = \omega rB$.

b) Mật độ dòng điện cảm ứng : $\vec{j} = \frac{1}{\rho}\vec{E}$.

Mật độ công suất tiêu hao bởi dòng điện cảm ứng :

$$p = \vec{j}\vec{E} = \frac{1}{\rho}E^2 = \frac{1}{\rho}\omega^2 r^2 B^2$$

2. a) $\mathscr{P} = \int p dV = \frac{1}{\rho}\omega^2 B^2 h \int_{d-c}^{d+c} dx \int_{-c}^{c}(x^2 + y^2)dy = \frac{4}{3}\frac{h}{\rho}\omega^2 B^2 c^2(3d^2 + c^2)$

$\mathscr{P}$ là công suất nhiệt toả ra, $\mathscr{P} \neq 0\, A_m$.

b) Tiêu hao công suất làm giảm tốc độ quay của đĩa

3. a) $\mathscr{P}_0 = 10$ W ; $\omega = \frac{1500.2\pi}{60}$ rad/s ; $\mathscr{P} = \frac{4}{3}\frac{h}{\rho}\omega^2 B^2 c^2(3d^2 + c^2)$

Thay số : $d_1 = 1{,}4$ cm $\Rightarrow \rho_1 = 0{,}36$ W $= 360$ mW (Học sinh tự tìm f_e ứng với d_2)

$$A = \sum_{m=1}^{k} A_m = V_0\left[p_k \ln p_k - p_0 \ln p_0 - (p_k - p_0)(1 + \ln p_0)\right]$$

$$= p_k V_0 \ln\frac{p_k}{p_0} - (p_k - p_0)V_0.$$

b) $\frac{\Delta\omega_1}{\omega} = \frac{\mathscr{P}_1}{\mathscr{P}_0} = 3{,}6\%$; $\frac{\Delta\omega_2}{\omega} = \frac{\mathscr{P}_2}{\mathscr{P}_0} = 0{,}78\%$;

Thay đổi tốc độ quay bằng cách thay đổi vị trí của nam châm.

c) Ứng dụng : làm hệ thống hãm.

Bài 2. 1.a) Vì lí do đối xứng, dòng điện cảm ứng là dòng điện tròn trong mặt phẳng vuông góc với $\vec{B}$.

Ta chia hình trụ thành các ống trụ bán kính x đến x + dx.

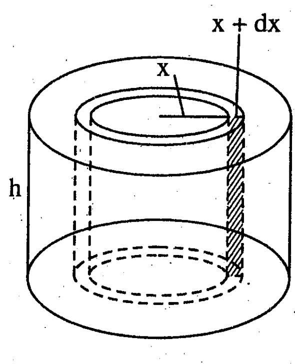
$$\Phi = \pi r^2 B$$

$$e_c = -\frac{d\Phi}{dt} = -\pi x^2 B_0 \omega \cos\omega t$$

$$R = \frac{2\pi x}{h dx}$$

$$d\mathscr{P} = \frac{e_c}{R} = \frac{\pi^2 x^3 B_0^2 \omega^2 \cos^2(\omega t) h dx}{2\pi\rho}$$

$$\mathscr{P} = \int_0^r d\mathscr{P} = \frac{\pi r^4 B_0^2 \omega^2 h}{8\rho}\cos^2\omega t$$



Hình 21.3G

Công suất nhiệt trung bình tiêu hao trong thỏi vật liệu :

$$\overline{\mathscr{P}} = \frac{1}{T}\int_0^T \mathscr{P}\,dt = \frac{\pi r^4 B_0^2 \omega^2 h}{16\rho}$$

Thay số ta được $\mathscr{P}$ = 1103 W = 1,103 kW.

c) Ứng dụng để nấu chảy các vật liệu.

d) và e) Dòng điện cảm ứng trong ống trụ là :

$$dI = \frac{e_c}{R} = \frac{B_0 h \omega x \cos(\omega t) dx}{2\rho}$$

Cảm ứng từ do dòng điện dI sinh ra :

$$dB_{cu} = \mu_0 \frac{dI}{h} = \frac{\mu_0 B_0 \omega x \cos(\omega t) dx}{2\rho}$$

Cảm ứng từ ở trên trục hình trụ là :

$$B_{cu} = \int_0^r dB = \frac{\mu_0 B_0 \omega r^2 \cos\omega t}{4\rho}$$

Cảm ứng từ $\vec{B}$ có chiều ngược với cảm ứng từ gây ra nó.

Muốn bỏ qua hiện tượng cảm ứng điện từ thì :

$$B_{cu} << B \text{ hay } \mu_0 \omega r^2 << 4\rho$$

Các điều kiện ở câu b dẫn đến :

$$\mu_0 \omega r^2 = 4\pi.10^{-7}.2\pi.5.10^6(7,5.10^{-2})^2 = 0,22 << 500$$

tức là thoả mãn điều kiện bỏ qua hiện tượng tự cảm.

2. a) Ta chia hình trụ thành n thanh sao cho tiết diện tổng cộng của n thanh vẫn bằng tiết diện hình trụ : $n\pi(r')^2 = \pi r^2 \Rightarrow r' = \frac{r}{\sqrt{n}}$.

Công suất tiêu hao trên một thanh là : $\mathscr{P} = \frac{\pi^3}{4\rho} B_0^2 f^2 h (r')^4$.

Công suất tiêu hao trên n thanh là :

$$n\mathscr{P}_n = \frac{\pi^3}{4\rho} B_0^2 f^2 h.n\left(\frac{r}{\sqrt{n}}\right)^4 = \frac{\mathscr{P}}{n}$$

Công suất tiêu hao giảm đi đáng kể.

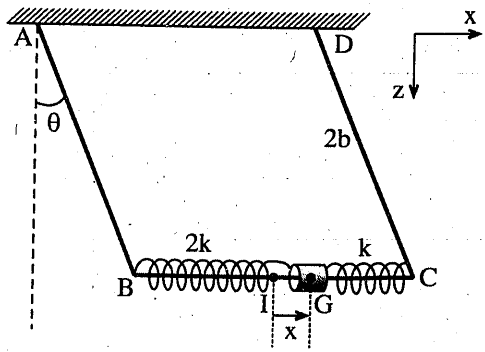
b) Cách làm giảm tổn hao :

– Chia nhỏ lõi sắt từ và đặt cách điện với nhau (lá thép silic trong máy biến áp).

– Chọn vật liệu có điện trở suất ρ lớn.

22. Đề thi chọn đội tuyển dự IPhO năm 2003, ngày thi thứ hai

22.1. Cơ học



Hình 22.1G

1. Cơ năng toàn phần của hệ gồm động năng và thế năng, được bảo toàn vì không có ma sát và lực là lực thế (trọng lực và lực đàn hồi).

Động năng của hệ :

$$W_đ = W_{đ(AB)} + W_{đ(CD)} + W_{đ(BC)} + W_{đtrụ}$$

Với $W_{đ(AB)} = W_{đ(CD)}$

$$= I\frac{\omega^2}{2} = \frac{m(2b)^2}{3}\frac{\dot{\theta}^2}{2} = \frac{2}{3}mb^2\dot{\theta}^2$$

$$W_{đ(BC)} = \frac{1}{2}mv_I^2 = \frac{1}{2}m(2b\dot{\theta})^2 = 2mb^2\dot{\theta}^2$$

Hình trụ có vận tốc : $\overrightarrow{v_G} = \overrightarrow{v_I} + \dot{x}\overrightarrow{e_x}$, trong đó $\vec{v}_I$ có phương vuông góc với AB.

Do vậy : $vGx = 2b\cos\theta.\dot{\theta} + \dot{x}$; $vGy = -2b\sin\theta.\dot{\theta}$

$$\frac{1}{2}mv_G^2 = \frac{1}{2}m(4b^2\dot{\theta}^2 + 4b\dot{x}\cos\theta.\dot{\theta} + \dot{x}^2)$$

Vậy $$W_đ = \frac{16}{3}mb^2\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}m(4b\dot{x}\cos\theta.\dot{\theta} + x^2).$$

Thế năng trọng trường là :

$$W_{t(AB)} = W_{t(CD)} = -mgb\cos\theta + C$$

$$W_{t(BC)} = -2mgb\cos\theta + C$$

$$W_{t(BC)} = -2mgb\cos\theta + C$$

Thế năng của lò xo :

$$W_{t(lò\ xo)} = \frac{1}{2}2k(b + x - h - d)^2 + \frac{1}{2}k(b - x - h - d)^2$$

$$= k(x - h)^2 + \frac{1}{2}k(x + h)^2$$

Vì vậy : $$W_t = -6mgb\cos\theta + k(x - h)^2 + \frac{1}{2}k(x + h)^2 + C$$

Do đó ta có : $W = W_đ + W_t$

$$= \frac{16}{3}mb^2\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}m(4b\dot{x}\cos\theta.\dot{\theta} + \dot{x}^2) - 6mgb\cos\theta + k(x - h)^2 + \frac{1}{2}k(x + h)^2$$

$= const$ (1)

2. Lập phương trình chuyển động của hình trụ dọc theo thanh BC.

Ta có : $m\dot{v}_{Gx} = F_x = -\dfrac{dE_{tlò xo}}{dx} = -\dfrac{3kx^2}{2} + kxh$

Lấy đạo hàm hai vế theo t :

$$m(\ddot{x} + 2b\cos\theta.\ddot{\theta} - 2b\sin\theta.\dot{\theta}^2) = -3kx + kh \qquad (2)$$

3. Khi toàn bộ hệ ở vị trí cân bằng thì : $\dot{x} = 0$; $\dot{\theta} = 0$.

Từ đó $x_c = \dfrac{h}{3}$; $\theta = 0$.

4. Nghiệm của phương trình trên có dạng $x = \dfrac{h}{3} + pb\theta \Rightarrow \dot{x} = pb\dot{\theta}$; $\ddot{x} = pb\ddot{\theta}$ (3)

Thay vào (1), ta có :

$$mb^2\theta^2\left[\frac{16}{3} + \frac{1}{2}(4p\cos\theta + p^2)\right] - 6mgb\cos\theta + k\left(\frac{3}{2}p^2b^2\theta^2 + \frac{4}{3}h^2\right) = \text{const}$$

Lấy đạo hàm, giản ước bỏ các số hạng bậc cao của θ, ta có :

$$2mb^2\ddot{\theta}\left[\frac{16}{3} + \frac{1}{2}(4p + p^2)\right] + (6mgb + 3kp^2b^2)\theta = 0 \qquad (4)$$

Từ (2), (3) và (4) ta có : $m\ddot{\theta}(pb + 2b\cos\theta) - 2mb\sin\theta.\dot{\theta}^2 = -3kpb\theta$ (5)

Rút gần đúng bậc 2 theo θ : $m(p + 2)\theta = -3kpb\theta$.

Như vậy nếu : $\theta = \theta_0\cos\omega t$, thì thay vào (4) và (5) ta có :

$$\omega^2 = \frac{9(2mg + kp^2b)}{mb[3k + 3p(4 + p)]} = \frac{3kp}{m(p + 2)}$$

Phương trình cho p là : $(3kb)p^2 + (16kb - 3mg)p - 6mg = 0$ (6)

5. a) Khi p = 1 ta có $9mg = 19kb \Rightarrow \omega = \omega_1 = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$.

b) Khi $9mg = 19kb$ thì (6) trở thành :

$$9p^2 + 29p - 38 = 0 \Rightarrow p = 1 \,;\, p = -\frac{38}{9}$$

Với p = 1 thì $\omega = \omega_1 = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$; với $p = -\dfrac{38}{9}$ thì $\omega = \omega_2 = \sqrt{\dfrac{57k}{10m}}$.

– Như vậy hệ gồm hai hệ dao động tử ghép với nhau (hệ các thanh và hệ hình trụ). Hai tần số ω_1 và ω_2 là tần số riêng của hai dao động tử đó.

Với các điều kiện ban đầu, hệ có thể dao động :

+ Với tần số góc ω_1, các thanh và hình trụ dao động cùng pha với nhau $\Rightarrow p = 1$.

$$\theta = \theta_0\cos\omega_1 t \;;\; x = x_c + b\theta_0\cos\omega_1 t$$

+ Với tần số góc ω_2, các thanh và hình trụ dao động ngược pha $\left(p = -\frac{38}{9}\right)$.

$$\theta = \theta_0\cos\omega_2 t \;;\; x = x_c - \frac{38}{9}b\theta_0\cos\omega_2 t$$

Nếu điều kiện ban đầu là bất kì, thì có sự tổ hợp tuyến tính các dao động riêng nói trên.

22.2. Điện học

1. Ta có : $p = qBR$ với p, q tương ứng là động lượng và điện tích của mỗi hạt prôtôn. Từ đó rút ra : $\omega = \frac{qB}{m}$. Mặt khác : $mc^2 = \sqrt{p^2c^2 + m_0^2c^4}$ nên :

$$\omega(t) = \frac{c}{R}\frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{m_0 c}{qRB(t)}\right)^2}} \qquad (1)$$

(m_0 là khối lượng nghỉ của hạt)

2. a) Vì sau mỗi vòng quay độ tăng năng lượng của mỗi hạt rất nhỏ, nên thời gian của một vòng quay bằng : $T \approx \frac{l}{v}$.

Dùng công thức liên hệ giữa động lượng p và năng lượng E của hạt :

$$p = \frac{Ev}{c^2},\; E = \sqrt{p^2c^2 + (m_c c^2)^2} \text{ ta có :}$$

$$T \approx \frac{l}{v} = \frac{lE}{pc^2} \Rightarrow f = \frac{c}{l}\sqrt{1 - \left(\frac{E_0}{E}\right)^2} \qquad (2)$$

Thay số ta được :

Tần số lúc đầu : $f \approx 0{,}141$ MHz.

Tần số lúc cuối : $f' \approx 1{,}37$ MHz.

b) $\Delta p = qR\Delta B \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta p}{qR\frac{\Delta B}{\Delta t}}$ với $p = \frac{\sqrt{E^2 - E_0^2}}{c} \Rightarrow \Delta t \approx 2{,}5$s.

c) Lực trung bình tác dụng lên hạt trong mỗi vòng quay :

$$\overline{F} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = qR\frac{\Delta B}{\Delta t}.6$$

Độ tăng năng lượng sau mỗi vòng quay : $\Delta E = \overline{F}.l = qRl\dfrac{\Delta B}{\Delta t} = 2,75$ keV.

d) Số vòng quay mỗi hạt : $N = \dfrac{E_{cuối} - E_{đầu}}{\Delta E} \approx 3,29.10^6$ vòng.

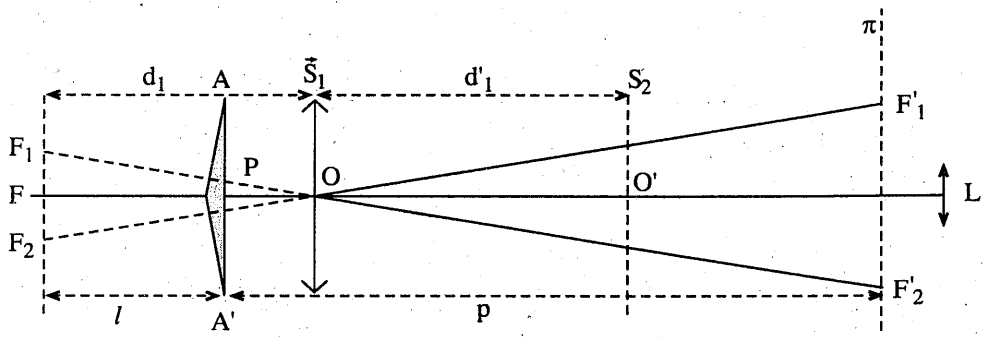
Tổng chiều dài đường đi của hạt : $s = Nl \approx 6,75.10^5$ km.

22.3. Quang học

1. Tính a và A :

Hai lăng kính cho hai ảnh F_1, F_2 của F, cách nhau :

$$a = 2l(n-1)A \qquad (1)$$



Hình 22.2G

Hai ảnh này trở thành vật đối với O, và được O cho ảnh thật trên tiêu diện π của L, ở cách F (tức là cách hai vật F_1, F_2) một khoảng : $(l + p - 2)$ (cm).

Khoảng cách a_1, a_2 của hai ảnh ấy ở hai vị trí của O ứng với hai số phóng đại k_1, k_2 nghịch đảo nhau, nên ta có ngay :

$$a = \sqrt{a_1a_2} = \sqrt{4,5.0,18} = 0,9 \text{ mm}$$

Vậy : $d_1' = k_1d_1 = \dfrac{4,5}{0,9}d_1 = 5d_1$, $d_2 = d_1'$ và $d_2' = d_1$.

Mặt khác : $\overline{S_1S_2} = d_2 - d_1 = d_1' - d_1 = 4d_1 = 48\text{cm}$.

Do đó : $d_1 = 12\text{cm}$, $d_1' = 60$ cm, $p = d_1 - d_1' - l + f_0 = 64\text{cm}$

và : $A = \dfrac{a}{2l(n-1)} = \dfrac{0,9}{2.100.0,5} = 9.10^{-3}\text{rad} \Rightarrow A \approx 30'$

2. a) Tính khoảng cách x từ L đến vị trí của O, cho ta quan sát được vân giao thoa :

Vân quan sát được qua L, ở trên mặt phẳng π cách O : x – 2 cm (= d') và là ảnh thật của hệ vân cách O một khoảng x' :

$$x' = \frac{(x-2)f}{x-2-f} = \frac{10-(x-2)}{x-12},$$

tức là cách hai nguồn kết hợp F_1, F_2 một khoảng :

$$D = p - 2 + 1 - (x - 2) - x' = 64 - 2 + 10 - x + 2 - \frac{10(x-2)}{x-12}$$

$$D = 74 - x - \frac{10(x-2)}{x-12} = \frac{(74-x)(x-12) - 10(x-2)}{x-12} = \frac{-x^2 + 76x - 868}{x-12}$$

Khoảng vân i_0 tại đó là : $i_0 = \frac{\lambda D}{a}$, còn tại mặt phẳng π (mà ta thực sự đo được) là :

$$i = i_0.\frac{x-2}{x'} = \frac{\lambda D}{a}\frac{(x-12)}{10} = \frac{\lambda}{a}.\frac{-x^2 + 76x - 868}{10} \qquad (2)$$

Trong biểu thức này, λ và a được đo bằng cùng một đơn vị milimét, nên i được đo bằng cùng đơn vị với x là centimét.

Biện luận : Hệ vân i_0 phải ở sau lưỡng lăng kính, còn hệ vân i phải ở trên π. Vậy x phải thoả mãn điều kiện :

$$d' + d \leq p - 2 \text{ ; } x - 2 + x' \leq p - 2 \text{ hay là } x + x' \leq 64 \text{ cm}$$

$$x + \frac{10(x-2)}{x-12} \leq 64$$

$$\frac{x^2 - 12x + 10x - 20 - 64x + 768}{x-12} \leq 0 \qquad (3)$$

Ảnh của hệ vân trên π là ảnh thật, vậy ta luôn luôn có : $x - 2 > f_0$ hay $x - 2 > 10 \Rightarrow x - 12 > 0$.

Vậy điều kiện (3) rút lại là : $x^2 - 66x + 748 \leq 0$.

Tam thức ở vế trái có hai nghiệm :

$$x_1 = 33 + \sqrt{341} \approx 51{,}5 \text{ cm} \text{ ; } x_2 = 33 - \sqrt{341} \approx 14{,}5 \text{ cm}$$

Vậy : S_1 cách kính lúp 51,5 cm, và S_2 cách 14,5 cm.

b) Tính giá trị cực đại i_m của i :

Biểu thức (2) của i cho thấy rằng cực đại i_m đạt được khi :

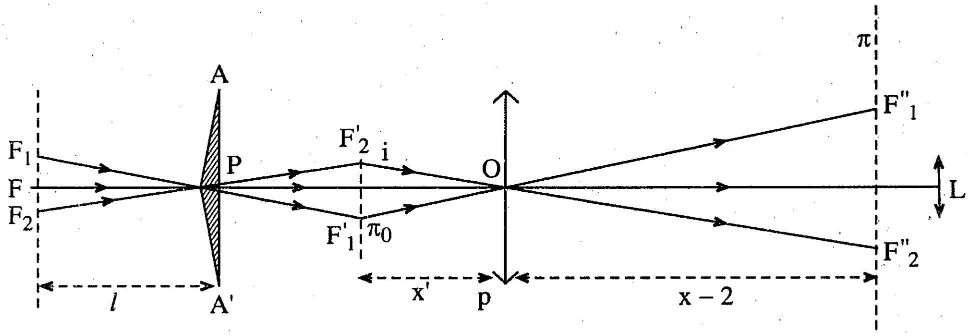
$$-x^2 + 76x - 868 = Ax^2 + Bx + C \text{ đạt cực đại hay khi}$$

$$x = -\frac{B'}{A} = \frac{76}{2} = 38 \text{ cm}$$

và có giá trị : $$i_m = \frac{AC - (B')^2}{A}\frac{\lambda}{a}\frac{1}{10} = \frac{868 - 1444}{-10}.\frac{0{,}546.10^{-3}}{0{,}9}$$

$$i_m = \frac{0{,}546.10^{-3}.576}{9} \approx 0{,}035\text{cm} = 0{,}35 \text{ mm}$$

Tính số vân N quan sát được :



Hình 22.3G

Độ rộng của trường giao thoa trong mặt phẳng π là $F_1''F_2''$ còn trong mặt phẳng π_0 liên hợp với π là $F_1'F_2'$. Ta có :

$$F_2'F_2' = a.\frac{PF_1'}{PF_1} = a.\frac{PF_1'}{l} \text{ và } F_1''F_2'' = F_1'F_2'.\frac{x-2}{x'}$$

Với x = 38 cm, ta có :

$$x' = \frac{10(38-2)}{38-12} = \frac{360}{26} = \frac{180}{13} \text{ cm, } \frac{x-2}{x'} = \frac{38-2}{\frac{180}{13}} = \frac{13}{5}$$

$$PF_1' = p - x - x' = 64 - 38 - \frac{180}{13} = \frac{158}{13} \text{ cm}$$

$$F_1''F_2'' = a.\frac{PF_1'}{l}.\frac{x-2}{x'} = 0{,}9.\frac{158}{13.10}.\frac{13}{5} \approx 2{,}85 \text{ mm}$$

Vậy số vân nhiều nhất có thể quan sát được là :

$$N = \frac{F_1''F_2''}{i} = \frac{2{,}85}{0{,}35} \approx 8 \text{ vân}$$

Bỏ thấu kính đi, thì D có giá trị : D' = l + p – 2 = 10 + 64 – 2 = 72 cm.

Và khoảng vân i có giá trị : $i' = \dfrac{\lambda D'}{a} = \dfrac{0{,}546.10^{-3}.720}{0{,}9} \approx 0{,}44$ mm.

Số vân quan sát được là : $N' = \dfrac{a}{i}.\dfrac{p-2}{l} = \dfrac{0{,}9}{0{,}44}.\dfrac{62}{10} \approx 12{,}7 \Rightarrow N' \approx 12$ vân.

3. Tính i'' và N''

Khi O ở cách π một khoảng x – 2 < f hay x < 12 cm, thì O vẫn cho một ảnh thật trên π nhưng của một vật ảo (tức là của hệ vân i_0) ở trên mặt phẳng π' liên hợp với π. Vậy, ta quan sát được ảnh của hệ vân i_0 trên π'.

Điểm V_3 như vậy ở cách L 12 cm.

Với x = 8 cm, tức là d' = 6 cm, ta có $d = \dfrac{6.10}{6-10}$ hay là $d' = -15$ cm, tức là mặt phẳng π' ở sau O, cách O một khoảng 15 cm, và cách F_1F_2 :

$$D' = l + p - x + 15 = 10 + 64 - 8 + 15 = 81 \text{ cm}$$

Khoảng vân i_1 (ảo) trên π' là :

$$i_1 = \frac{\lambda D''}{a} = \frac{0,546.10^{-3}}{0,9}.81 = 0,546.0,9 \text{ mm}$$

Còn khoảng vân t_3 quan sát được trên π là :

$$i'' = i_1\left|\frac{d'}{d}\right| = 0,546.0,9.\frac{6}{15} \approx 0,2 \text{ mm}$$

Và số vân quan sát được là :

$$N'' = \frac{a}{i_1}.\frac{D''-l}{l} = \frac{0,9}{0,546.0,9}.\frac{81-10}{10} \approx 13,003 \Rightarrow N'' \approx 13 \text{ vân}$$

23. Đề thi chọn đội tuyển dự IPhO năm 2004, ngày thi thứ nhất

23.1. Cơ học

a) Hệ có momen quán tính đối với O là : $I = \dfrac{mL^2}{3} + 2mL^2 = \dfrac{7mL^2}{3}$.

Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng :

$$\frac{7mL^2}{3}\frac{\omega^2}{2} = 2\,mgL\,(\cos\alpha - \cos\alpha_0)$$

Suy ra : $\omega = \sqrt{\dfrac{12g}{7L}(\cos\alpha - \cos\alpha_0)}$.

Ta lại có : $-2\,mgL\sin\alpha = I\gamma = \dfrac{7mL^2\gamma}{3} \Rightarrow \gamma = -\dfrac{6g}{7L}\sin\alpha$.

Lực mà thanh tác dụng lên quả cầu là F : $\vec{P} + \vec{F} = m\vec{a}$.

Theo phương vuông góc với thanh :

$$F_t - 2mg\sin\alpha = 2ma_t = -\frac{12g\sin\alpha}{7}$$

$$F_t = 2mg\sin\alpha - \frac{12mg\sin\alpha}{7} = \frac{2}{7}mg\sin\alpha$$

Theo phương trùng với thanh :

$$F_n - 2mg\cos\alpha = 2ma_n = 2m\omega^2 L = \frac{24}{7}mg(\cos\alpha - \cos\alpha_0)$$

$$F_n = 2mg\cos\alpha + \frac{24}{7}mg(\cos\alpha - \cos\alpha_0) = \frac{38}{7}mg\cos\alpha - \frac{24}{7}mg\cos\alpha_0$$

$$F = \sqrt{F_t^2 + F_n^2} = \frac{2mg}{7}\sqrt{\sin^2\alpha_0 + (19\cos\alpha - 12\cos\alpha_0)}$$

b) Tính gia tốc a của quả cầu :

Gia tốc tiếp tuyến : $a_t = \gamma.L = -\frac{6g}{7}\sin\alpha$.

Gia tốc pháp tuyến : $a_n = \omega^2 L = \frac{12}{7}gL(\cos\alpha - \cos\alpha_0)$.

Gia tốc toàn phần : $a^2 = a_t^2 + a_n^2 = \left(\frac{6g\sin\alpha}{7}\right)^2 + \left(\frac{12g(\cos\alpha - \cos\alpha_0)}{7}\right)^2$

$$= \left(\frac{6g}{7}\right)^2\left[\sin^2\alpha + 4(\cos\alpha - \cos\alpha_0)^2\right]$$

Biến đổi biểu thức trên ta có :

$$a^2 = \left(\frac{6g}{7}\right)^2\left[3\left(\cos\alpha - \frac{4\cos\alpha_0}{3}\right) - \frac{4\cos^2\alpha_0}{3} + 1\right] \quad (1)$$

Ta thấy : $\cos\alpha - \frac{4\cos\alpha_0}{3} = 0$ khi $\cos\alpha = \frac{4\cos\alpha_0}{3}$, vì vậy có các trường hợp sau :

– Nếu $\frac{4\cos\alpha_0}{3} > 1$ hay $\cos\alpha_0 > \frac{3}{4}$ thì a đạt cực tiểu khi cosα lớn nhất :

$$\cos\alpha = 1 \Rightarrow \text{góc } \alpha = 0.$$

Suy ra : $a_{min} = \frac{12g}{7}\sqrt{3\left(1 - \frac{4\cos\alpha_0}{3}\right) - \frac{4\cos^2\alpha_0}{3} + 1} = \frac{12}{7}g(1 - \cos\alpha_0)$.

Gia tốc a đạt cực đại khi cosα nhỏ nhất, tức là khi : $\cos\alpha = \cos\alpha_0$.

Ta có : $a_{max} = \frac{6}{7}g\sin\alpha_0$.

– Nếu $\frac{4\cos\alpha_0}{3} < 1$ hay $\cos\alpha_0 < \frac{3}{4}$ thì a đạt cực tiểu khi : $\cos\alpha = \frac{4\cos\alpha_0}{3}$.

Suy ra $a_{min} = \frac{6g}{7}\sqrt{1 - \frac{4\cos^2\alpha_0}{3}}$.

Ta cũng có thể biến đổi biểu thức (1) của a^2 :

$$a^2 = \left(\frac{3g}{7}\right)^2\left[(1-\cos^2\alpha)+4\cos^2\alpha+4\cos^2\alpha_0-8\cos\alpha\cos\alpha_0\right]$$

Để tìm a_{max} ta xét hàm $f(\cos\alpha) = (1 + 3\cos^2\alpha + 4\cos^2\alpha_0 - 8\cos\alpha.\cos\alpha_0)$.

$f(1) - f(\cos\alpha_0) = (4 + 4\cos^2\alpha_0 - 8\cos\alpha_0) - (1 - \cos^2\alpha_0) = 5\cos^2\alpha_0 - 8\cos\alpha_0 + 3$.

Phương trình $f(1) - f(\cos\alpha_0) = 0$ có 2 nghiệm là 1 và $\frac{3}{5}$.

Suy ra : $f(1) > f(\cos\alpha_0)$ khi $\cos\alpha_0 < \frac{3}{5}$;

và $f(1) < f(\cos\alpha_0)$ khi $\frac{3}{4} > \cos\alpha_0 > \frac{3}{5}$.

Như vậy có các trường hợp sau :

– Khi $\cos\alpha_0 < \frac{3}{5}$ ta có : a đạt max khi $\alpha = 0$; $\cos\alpha = 1$.

Khi đó ta có :

$$a_{max} = \frac{6g}{7}\sqrt{3\left(1-\frac{4\cos\alpha_0}{3}\right)^2-\frac{4\cos^2\alpha_0}{3}+1} = \frac{12}{7}g(1-\cos\alpha_0)$$

– Khi $\frac{3}{4} > \cos\alpha_0 > \frac{3}{5}$ thì $f(1) < f(\cos\alpha_0)$, a đạt max khi $\alpha = \alpha_0$.

Khi đó $a_{max} = \frac{6}{7}g\sin\alpha_0$.

Kết luận :

– Nếu $\cos\alpha_0 \geq \frac{3}{4}$ hay $0 \leq \alpha_0 \leq 41,4^o$, thì

$$a_{min} = \frac{12}{7}g(1-\cos\alpha_0)\ ;\ a_{max} = \frac{6}{7}g\sin\alpha_0$$

– Nếu $\frac{3}{4} \geq \cos\alpha_0 \geq \frac{3}{5}$ hay $41,4^o \leq \alpha_0 \leq 53,1^o$ thì

$$a_{min} = \frac{6g}{7}\sqrt{1-\frac{4\cos^2\alpha_0}{3}}\ ;\ a_{max} = \frac{6}{7}g\sin\alpha_0.$$

– Nếu $\cos\alpha_0 \leq \frac{3}{5}$ hay $53,1^o \leq \alpha_0 \leq 90^o$ thì

$$a_{min} = \frac{6g}{7}\sqrt{1-\frac{4\cos^2\alpha_0}{3}}\ ;\ amax = \frac{12}{7}g(1-\cos\alpha_0)$$

23.2. Nhiệt học

1. a) Sau 4 lần bơm, có một lượng không khí biến đổi đoạn nhiệt thuận nghịch như sau :

$$(p_0, 8V, T_0) \Rightarrow (p, 4V, T_4)$$

Suy ra : $T_4 = T_0\left(\dfrac{8V}{4V}\right)^{\gamma-1} = 300.(2)^{0,4} = 396\,K.$

b) Tương tự như vậy, sau 3 lần bơm, nhiệt độ không khí trong bình là :

$$T_3 = T_0\left(\frac{7V}{4V}\right)^{\gamma-1} = 300.\left(\frac{7}{4}\right)^{0,4} = 375\,K$$

Công trong lần bơm thứ tư là :

$$A'_3 = \Delta U = 7n_0(396 - 375) + n_0(396 - 300) = 243n_0 = 9,75\ J$$

với n_0 là số mol không khí trong thân bơm ở áp suất và nhiệt độ khí quyển :

$$n_0 = \frac{p_0V}{RT_0} = \frac{10^5 10^{-3}}{8,31.300} = 0,040\ mol$$

2. a) $p_n = p_0\left(1 + \dfrac{n}{4}\right)$

b) Sau lần bơm thứ nhất :

$$p_1(V + \Delta v) = p_0(V + v) \Rightarrow p_1 = p_0\frac{v}{V + \Delta v} + p_0\frac{V}{V + \Delta v}$$

Sau lần bơm thứ hai :

$$p_2(V + \Delta v) = p_1(V + v) \Rightarrow p_2 = p_0\frac{v}{V + \Delta v}\left(1 + \frac{V}{V + \Delta v}\right) + p_0\left(\frac{V}{V + \Delta v}\right)^2$$

...

Sau lần bơm thứ n :

$$p_n = p_0\frac{v}{V + \Delta v}\left[1 + \frac{V}{V + \Delta v} + ... + \left(\frac{V}{V + \Delta v}\right)^{n-1}\right] + p_0\left(\frac{V}{V + \Delta v}\right)^n$$

Áp dụng công thức : $(1 + x + \dots x^n)(1 - x) = 1 - x^n$
ta có :

$$\left[1 + ... + \left(\frac{V}{V + \Delta v}\right)^{n-1}\right] = \left[1 - \left(\frac{V}{V + \Delta v}\right)^n\right] : \left(1 - \frac{V}{V + \Delta v}\right)$$

$$p_n = p_0\frac{v}{\Delta v}\left[1 - \left(\frac{V}{V + \Delta v}\right)^n\right] + p_0\left(\frac{V}{V + \Delta v}\right)^n$$

c) Khi $n \to \infty$ thì $p_n \Rightarrow p_0\dfrac{v}{\Delta v} = p_{max}$. Đó là áp suất lớn nhất có thể đạt được trong bình.

23.3. Điện học

1. Sau khi đóng K, có dòng điện chạy trong mạch tích điện cho tụ điện. Khi đó thanh OA chịu tác dụng của lực điện từ, làm thanh quay quanh trục Oz. Khi thanh quay, trên thanh xuất hiện suất điện động cảm ứng.

Kí hiệu i là dòng điện chạy qua thanh OA. Lực điện từ dF tác dụng lên đoạn dr của thanh là Bidr. Mo men lực từ tác dụng lên thanh là :

$$M = \int_0^a Bir.dr = iB\frac{a^2}{2}$$

Phương trình chuyển động quay của thanh :

$$I\frac{d\omega}{dt} = iB\frac{a^2}{2} \Rightarrow \frac{1}{3}ma^2\frac{d\omega}{dt} = iB\frac{a^2}{2} \Rightarrow d\omega = \frac{3}{2}\frac{B}{m}idt \quad = \frac{3}{2}\frac{B}{m}dq$$

Tại thời điểm t = 0 thì ω = 0 và q = 0, nên suy ra :

$$\omega = \frac{3}{2}\frac{B}{m}q \qquad (1)$$

2. a) Suất điện động cảm ứng xuất hiện trên thanh OA :

$$e_c = -\frac{d\Phi}{dt} \Rightarrow e_c = \frac{Ba^2\omega}{2}$$

Áp dụng định luật Ôm :

$$E_0 - e_c = uc + Ri \Rightarrow E_0 - \frac{Ba^2\omega}{2} = \frac{q}{C} + R\frac{dq}{dt} \qquad (2)$$

Từ (1) và (2) : $$\frac{dq}{dt} + \frac{q}{RC}\left(1 + \frac{3}{4}\frac{B^2a^2C}{m}\right) = \frac{E_0}{R} \qquad (3)$$

Đặt $$t_0 = \frac{RC}{1 + \dfrac{3\quad B^2a^2C}{4m}} \text{ và } I_0 = \frac{E_0}{R} \qquad (4)$$

thì từ (3) tìm được : $q = Q_0e^{-\frac{t}{t_n}} + I_0t_0$

Biết khi t = 0, q = 0 ⇒ $Q_0 = -I_0t_0$.

Vậy ta có : $$q = I_0t_0\left(1 - e^{-\frac{t}{t_0}}\right) \qquad (5)$$

Từ (1) tìm được : $$\omega = \frac{3BI_0t_0}{2m}\left(1 - e^{-\frac{t}{t_0}}\right) \qquad (6)$$

b) Sau thời gian t đủ lớn ($t >> t_0$) thì $e^{-\frac{t}{t_0}} \approx 0$ và điện tích của tụ điện có trị số ổn định, không đổi : $q_0 = I_0 t_0 = \dfrac{CE_0}{1 + \dfrac{3B^2a^2C}{4m}}$ (7)

còn tốc độ quay của thanh đạt trị số ổn định không đổi (thanh quay đều)

$$\omega_0 = \frac{3BI_0t_0}{2m} = \frac{6BCE_0}{4m + 3B^2a^2C} \tag{8}$$

Khi đó, giữa hai đầu thanh có hiệu điện thế bằng suất điện động cảm ứng :

$$U_{th} = e_c = \frac{Ba^2\omega_0}{2} = \frac{3B^2a^2CE_0}{4m + 3B^2a^2C} \tag{9}$$

Hiệu điện thế giữa hai bản tụ điện là :

$$U_{co} = \frac{q_0}{C} = \frac{E_0}{1 + \dfrac{3B^2a^2C}{4m}} < E_0 \tag{10}$$

Ta thấy : $U_{th} + U_{co} = E_0$ (11)

Công tổng cộng của nguồn : $A_E = q_0E_0 = \dfrac{CE_0^2}{1 + \dfrac{3B^2a^2C}{4m}}$.

Năng lượng tụ điện : $W_C = \dfrac{q_0^2}{2C} = \dfrac{CE_0^2}{2\left(1 + \dfrac{3B^2a^2C}{4m}\right)^2}$.

Động năng của thanh : $W_{dth} = \dfrac{I\omega_0^2}{2} = \dfrac{1}{2}\dfrac{ma^2}{3}\dfrac{36B^2C^2E_0^2}{16m^2\left(1 + \dfrac{3B^2a^2C}{4m}\right)^2}$

$$= \frac{3}{4}\frac{B^2a^2C}{m}\frac{CE_0^2}{2\left(1 + \dfrac{3B^2a^2C}{4m}\right)^2}.$$

Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng : $A_E = W_c + W_{dth} + Q$,

ta có : $Q = A_E - (W_c + W_{th}) = \dfrac{CE_0^2}{2\left(1 + \dfrac{3B^2a^2C}{4m}\right)}$ (12)

3. a) Lập luận tương tự như ở câu 2, ta có phương trình :

$$\frac{dq}{dt} + \frac{q}{t_0} = I_0 \cos\omega_0 t \tag{13}$$

Biết khi t = 0, q = 0, ta được :

$$q = \frac{I_0 t_0}{1 + \omega_0^2 t_0^2}\left(\omega_0 t_0 \sin\omega_0 t + \cos\omega_0 t - e^{-\frac{t}{t_0}}\right) \tag{14}$$

và

$$\omega = \frac{3BI_0 t_0}{2m(1 + \omega_0^2 t_0^2)}\left(\omega_0 t_0 \sin\omega_0 t + \cos\omega_0 t - e^{-\frac{t}{t_0}}\right) \tag{15}$$

Từ (14) ta có :

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{I_0}{1 + \omega_0^2 t_0^2}\left(\omega_0^2 t_0^2 \cos\omega_0 t - \omega_0 t_0 \sin\omega_0 t + e^{-\frac{t}{t_0}}\right) \tag{16}$$

b) Sau thời gian t đủ lớn ($t >> t_0$), $e^{-\frac{t}{t_0}} \approx 0$, trong mạch có "chế độ cưỡng bức" :

$$i_{od} = \frac{I_0}{1 + \omega_0^2 t_0^2}\left(\omega_0^2 t_0^2 \cos\omega_0 t - \omega_0 t_0 \sin\omega_0 t\right) \tag{17}$$

$$\omega_{od} = \frac{3BI_0 t_0}{2m\left(1 + \omega_0^2 t_0^2\right)}\left(\omega_0 t_0 \sin\omega_0 t + \cos\omega_0 t\right)$$

24. Đề thi chọn đội tuyển dự IPhO năm 2004, ngày thi thứ hai

24.1. Cơ học

1. Ta có các phương trình vi phân :

$$I\theta_1'' = -K\theta_1 + K(\theta_2 - \theta_1) \tag{1}$$

$$I\theta_2'' = -K(\theta_2 - \theta_1) \tag{2}$$

2. Từ giả thiết, suy ra :

$$\theta_1'' = -\omega^2 A\cos\omega t = -\omega^2\theta_1 \tag{3}$$

$$\theta_2'' = -\omega^2 B\cos\omega t = -\omega^2\theta_2 \tag{4}$$

Thay (3), (4) vào (1) và (2), chia hai vế cho $\cos\omega t$:

$$(-I\omega^2 + 2K)A - KB = 0$$

$$KA + (I\omega^2 - K)B = 0 \Rightarrow \frac{A}{B} = \frac{-I\omega^2 + K}{K} = \frac{K}{-I\omega^2 + 2K}$$

Muốn cho hệ hai phương trình được nghiệm đúng đồng thời ta phải có :

$$(-I\omega^2 + K)(-I\omega^2 + 2K) = K^2 \Rightarrow I^2\omega^4 - 3KI\omega^2 + K^2 = 0$$

Nghiệm của phương trình là :

$$\omega^2 = \frac{3KI \pm \sqrt{5}KI}{2I^2} = \frac{1}{2}\left(3 \pm \sqrt{5}\right)\sqrt{\frac{K}{I}}$$

Như vậy với một trong hai giá trị sau đây của ω thì hai phương trình (1) và (2) đều được thoả mãn :

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{3+\sqrt{5}}{2}}\sqrt{\frac{K}{I}} \; ; \; \omega_2 = \sqrt{\frac{3-\sqrt{5}}{2}}\sqrt{\frac{K}{I}}$$

Nếu $\omega = \omega_1$ thì $\frac{A}{B} = 1 - \frac{I}{K}\omega_1^2 = -\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

Nếu $\omega = \omega_2$ thì $\frac{A}{B} = 1 - \frac{I}{K}\omega_2^2 = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$

3. Nếu $\theta_1(0) = \theta_0$ thì $\theta_2(0) = \frac{B}{A}\theta_1(0) = \frac{B}{A}\theta_0$

Theo kết quả của câu 2 thì :

– Nếu $\frac{B}{A} = -\frac{1}{1+\sqrt{5}}$ hai đĩa sẽ dao động với cùng tần số góc :

$$\omega = \omega_1 = \sqrt{\frac{3+\sqrt{5}}{2}}\sqrt{\frac{K}{I}} \approx 1{,}933\sqrt{\frac{K}{I}}$$

và $\theta_2(0) = -\frac{2\theta_0}{1+\sqrt{5}} = \frac{1-\sqrt{5}}{2}\theta_0 \approx -0{,}118\theta_0$

– Nếu $\frac{B}{A} = -\frac{1}{-1+\sqrt{5}}$ hai đĩa sẽ dao động với cùng tần số góc :

$$\omega = \omega_2 = \sqrt{\frac{3-\sqrt{5}}{2}}\sqrt{\frac{K}{I}} \approx 0{,}618\sqrt{\frac{K}{I}}$$

và $\theta_2(0) = \frac{2\theta_0}{-1+\sqrt{5}} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}\theta_0 \approx 1{,}618\theta_0$.

Tóm lại, nếu ban đầu đĩa A có vận tốc bằng 0 và có toạ độ góc θ_0 thì hai đĩa A và B sẽ dao động với cùng tần số góc nếu ở thời điểm ban đầu này :

a) Đĩa B có tốc độ góc bằng 0, có toạ độ góc $\theta_2(0) \approx -0{,}118\theta_0$. Hai đĩa luôn luôn chuyển động quay ngược chiều.

b) Đĩa B có tốc độ góc bằng 0, có toạ độ góc $\theta_2(0) \approx 1{,}618\theta_0$. Hai đĩa luôn luôn chuyển động quay cùng chiều.

24.2. Nhiệt học

a) Gọi khối lượng riêng của thuỷ tinh là ρ_1, của nước là ρ_2.

Thể tích của vỏ chai là : $V_1 = \dfrac{m}{\rho_1} = 1,852.\ 10^{-4}\ m^3$.

Ở đáy hồ, áp suất là $p = (10^5 + 2.10^4)$ Pa, thể tích V của không khí trong chai ở nhiệt độ 30°C hay 303 K sẽ là : $V = \dfrac{MRT}{\mu p}$.

Thể tích không khí trong chai vừa đủ để nổi lên từ đáy hồ nên :

$$(V + V_1)\,\rho_2 g = (m + M)\,g$$

$$\Rightarrow \left(\frac{MRT}{\mu p} + V_1\right)\rho_2 = m + M\ ;\ M = \frac{m - \rho_2 V_1}{\dfrac{RT\rho_2}{\mu p} - 1} \approx 4,35.\ 10^{-4}\ \text{kg}$$

b) Khi chai đã nổi lên mặt nước, điều kiện để chai chìm xuống là thể tích khí trong chai phải nhỏ hơn hoặc bằng giá trị của V đã tính ở trên. Lúc này nhiệt độ là T' và áp suất là áp suất khí quyển : $p = 10^5$ Pa. Ta có :

$$V = \frac{MRT}{\mu p} = \frac{MRT'}{\mu p'}\ ;\ T' = T\frac{p'}{p} = 252,5\text{K} = -20,5^\circ\text{C}$$

Ở nhiệt độ này nước đã đóng băng nên chai không thể chìm xuống được. Như vậy chai đã nổi lên thì không chìm xuống nữa.

24.3. Quang học

a) Tâm của hệ vân là một điểm sáng thì bán kính các vân tối là :

$$R_{tk} = \sqrt{\frac{R\lambda}{n}\left(k - \frac{1}{2}\right)}\ \text{với } k = 1, 2, 3...$$

Thay R = 3m, $\lambda_1 = 0,456\ \mu m$; k = 1, 2, 3 ta có :

$$R_{t1} \approx 0,826\ \text{mm}\ ;\ R_{t2} \approx 1,43\ \text{mm}\ ;\ R_{t3} \approx 1,849\ \text{mm}$$

b) Tăng nhiệt độ của hình trụ từ 15°C lên 100°C thì chiều cao của hình trụ tăng từ $h_{15} = h_0(1 + 15k)$ lên $h_{100} = (1 + 100k)$ tức là tăng thêm

$$\Delta h = h_{100} - h_{15} = h_0.85k \qquad (1)$$

Thấu kính được nâng cao lên. Dễ dàng thấy rằng các vân dồn vào tâm rồi biến mất ở tâm (có thể minh hoạ bằng hình vẽ). Có 18 vân đã đi qua tâm thì :

$$\Delta h = 18\frac{\lambda}{2} = 9\lambda \qquad (2)$$

Mặt khác, theo (1) : $\Delta h = h_0.85k = \dfrac{h_{15}.85k}{1 + 15k} \approx h_{15}.85k$ (3)

Từ (2) và (3) ta tìm được : $k = \frac{9\lambda}{85h_{15}}$.

Với $\lambda = 0{,}436\ \mu m$, với $h_{15} = h = 5$ mm, tính được $k = 9.10^{-6}\ K^{-1}$.

c) Hiệu quang trình của các tia ở đỉnh chỏm cầu khi chưa rút hết không khí là $e = nh$. Bậc giao thoa ở tâm hệ khi chưa rút hết không khí được tính bằng công thức :

$$2hn + \frac{\lambda}{2} = k\lambda + \frac{\lambda}{2}\ ;\ k = \frac{2hn}{\lambda}$$

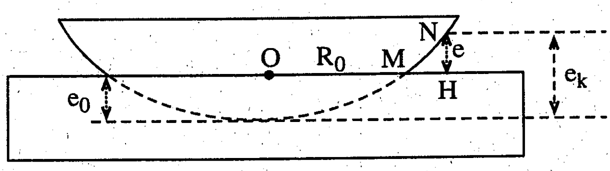
Khi đã rút hết không khí, bậc giao thoa là $k' = \frac{2h}{n} = \frac{k}{n}$, nhỏ đi n lần, tương đương với việc làm cho độ cao h giảm đi n lần, tức là hạ thấp thấu kính đi một đoạn :

$$\Delta h = h - \frac{h}{n} = h\left(1 - \frac{1}{1{,}000293}\right) \approx 0{,}000293h$$

$$\Delta h \approx 1{,}47\ \mu m$$

Thấu kính hạ thấp xuống, vậy các vân nở ra từ tâm, và cứ mỗi khi $\Delta h = \frac{\lambda}{2} = 0{,}218\ \mu m$ thì lại có một vân mới xuất hiện ở tâm rồi nở ra. Vậy số vân mới đã đi qua tâm hệ vân là : $N = \frac{\Delta h}{0.5\lambda} \approx 6{,}6$ vân, tức là đã có 7 vân sáng mới xuất hiện, nhưng vân cuối cùng chưa nở ra tới vân thứ nhất ban đầu mà chỉ có bán kính $R_1' = \sqrt{0{,}6}R_1$, với R_1 là bán kính vân sáng ban đầu.

d) Thấu kính và tấm kính phẳng tiếp xúc với nhau (Hình 24.1G) nên tại điểm M của vòng tròn tiếp xúc (bán kính R_0) có một vân tối, vân số 0. Nếu tại N có vân tối thứ k thì độ dày $e = NH$ của lớp không khí tại N là $e = k\frac{\lambda}{2}$.



Hình 24.1G

Kí hiệu e_k và e_0 là khoảng cách từ N và M tới mặt phẳng tiếp xúc với đỉnh chỏm cầu, ta có :

$$R_k^2 = 2Re_k . R_0^2 = 2Re_0 \text{ và } e = ek - e_0$$

Do đó :

$$R_k^2 - R_0^2 = 2R(e_k - e_0) = 2Re = Rk\lambda$$

$R_k = \sqrt{R_0^2 + Rk\frac{\lambda}{n}}$. Bán kính vân thứ 10 là : $R_{10} \approx 4,62$ mm. Ở M có vân tối số 0, vân tối thứ nhất ứng với k = 1. Giữa hai vân đó là vân sáng thứ nhất. Vậy vân sáng thứ nhất ứng với $k = \frac{1}{2}$, tức là $k = 1 - \frac{1}{2}$ và vân sáng thứ năm ứng với $k = 5 - \frac{1}{2} = 4,5$. Vậy bán kính vân sáng thứ 5 là :

$$R'_5 = \sqrt{9 + \frac{3.4,5.0,546}{1,000293}} \approx 3,89 \text{ mm}$$

24.4. Vật lí hạt nhân

a) Theo thuyết tương đối, $p_1 = \gamma m p v_1$ với $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$; $\beta = \frac{v_1}{c}$.

Từ đó : $\frac{p_1^2}{c^2} = \frac{m_p^2\beta^2}{1-\beta^2} \Rightarrow \beta = \frac{p_1}{\sqrt{m_p^2c^2 + p_1^2}} \approx 0,91$; $v_1 \approx 2,73.\ 10^8$ m/s.

Nếu tính theo cơ học cổ điển thì $v_1 = \frac{p_1}{m} = 6,58.10^8$ m/s lớn hơn vận tốc ánh sáng. Vô lí!

b) Cảm ứng từ B được tính theo bán kính quỹ đạo của các hạt :

$$B = \frac{mv_1}{qR} = \frac{p_1}{qR} \text{ với } p_1 = 2060 \text{ MeV/c} = 1,099.\ 10^{-18} \text{ kg.m/s}$$

Suy ra B = 1,76 T.

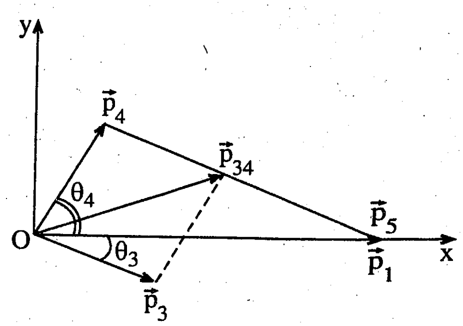
c) Các quỹ đạo của các hạt (1), (3), (4) đều có mặt lõm cùng hướng về một phía nên các hạt có điện tích cùng dấu, nghĩa là cùng mang điện tích dương. Theo định luật bảo toàn điện tích, điện tích trước lúc va chạm là 2e, vì vậy sau va chạm mỗi hạt có điện tích là e.

d) Ta có $B = \frac{p_1}{eR_1} = \frac{p_3}{eR_3} = \frac{p_4}{eR_4}$.

Từ đó $p_3 = 798$ MeVc^{-1} và $p_4 = 560$ MeVc^{-1}, nghĩa là $p_3 + p_4 < p_1$.

Vậy còn có một hạt (5) nữa sau phản ứng. Để tìm hạt này ta biểu diễn các vectơ động lượng theo sơ đồ vẽ ở hình 24.2G.

Ta có :



Hình 24.2G

$$p_{5x} = p_1 - p_3 \cos\theta_3 - p_4 \cos\theta_4 = 998 \text{ MeVc}^{-1}$$

$$p_{5y} = p_3 \sin\theta_3 - p_4 \sin \theta_4 = -232 \text{ MeVc}^{-1}$$

Từ đó : $p_5 = 1025 \text{ MeVc}^{-1}$ và $\vec{p}_5$ có hướng hợp với trục x góc $\theta_5 = -13{,}1^{\circ}$.

e) Phản ứng xảy ra phải thoả mãn định luật bảo toàn năng lượng. Năng lượng trước phản ứng :

$$E_1 = m_p c^2 + \sqrt{m_p^2 c^4 + p_1^2 c^2} = 3202 \text{ MeV}$$

Năng lượng sau phản ứng với 3 trường hợp đó là :

$$E_{11} = \sqrt{m_p^2 c^4 + p_3^2 c^2} + \sqrt{m_p^2 c^4 + p_4^2 c^2} + \sqrt{m_{\pi^0}^2 c^4 + p_5^2 c^2} = 3358 \text{ MeV}$$

$$E_{22} = \sqrt{m_p^2 c^4 + p_3^2 c^2} + \sqrt{m_{\pi^+}^2 c^4 + p_4^2 c^2} + \sqrt{m_n^2 c^4 + p_5^2 c^2} = 3199 \text{ MeV}$$

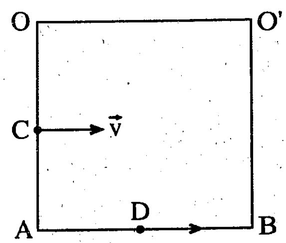
$$E_{11} = \sqrt{m_{\pi^+}^2 c^4 + p_3^2 c^2} + \sqrt{m_p^2 c^4 + p_4^2 c^2} + \sqrt{m_n^2 c^4 + p_5^2 c^2} = 3293 \text{ MeV}$$

Vậy chỉ phản ứng 2 là có thể xảy ra.

25. Đề thi chọn đội tuyển dự IPhO năm 2005, ngày thi thứ nhất

25.1. Cơ học

a) Biến thiên momen động lượng của hệ (đối với tâm O) bằng momen của xung lực.



Hình 25.1G

Kí hiệu ω là tốc độ góc của OA ngay sau va chạm, thì $\omega = \dfrac{2v}{l}$

Momen động lượng của OA (hoặc O'B) là :

$$I\omega = \frac{ml^2}{3}\omega = \frac{2}{3}mlv$$

Momen động lượng của AB, với VD = 2V, là $2mvl$.

Từ đó : $\dfrac{4}{3}mlv + 2mlv = \dfrac{10}{3}mlv = Xl \Rightarrow v = \dfrac{3X}{10m}$.

b) Động năng của một thanh quay quanh O là $\dfrac{I}{2}\omega^2 = \dfrac{2}{3}mv^2$.

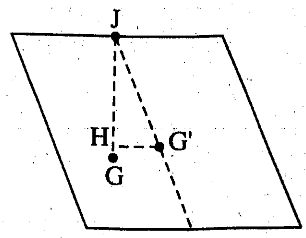
Động năng của thanh AB là : $\dfrac{m}{2}v_D^2 = 2mv^2$.

Động năng của cả khung : $W_d = \dfrac{4}{3}mv^2 + 2mv^2 = \dfrac{10}{3}mv^2 = \dfrac{3X^2}{10m}$.

c) Động năng này chuyển thành độ tăng thế năng. Khối tâm của khung từ vị trí G cách trần một đoạn $JG = \frac{2}{3}l$ được chuyển tới vị trí G' cách trần một đoạn $jH = \frac{2}{3}l\cos\varphi$, nghĩa là lên cao $\frac{2}{3}l(1 - \cos\varphi)$. Thế năng tăng một lượng :

$3mg\frac{2}{3}l\ (1 - \cos\varphi) = 2mgl\ (1 - \cos\varphi)$. Từ đó ta có :

$$W_d = \frac{3X^2}{10m} = 4mgl\sin^2\frac{\varphi}{2} \Rightarrow \sin\frac{\varphi}{2} = \frac{X\sqrt{3}}{2m\sqrt{10gl}}$$



Hình 25.2G

d) Nếu $X = mv_0$ thì động năng của khung :

$W_d = \frac{3X^2}{10m} = \frac{3}{5}\frac{mv_0^2}{2} = \frac{3}{5}W_{d0}$, W_{d0} là động năng của quả cầu.

Vậy tối đa có $\frac{2}{5}W_{d0} = r = 40\%$ động năng của quả cầu chuyển thành nhiệt. Nếu sau va chạm còn một ít động năng thì $r < 40\%$.

Chú ý : Khi xung $\vec{X}$ đập vào A thì ở các chốt O, O' xuất hiện các phản xung của trần $\vec{X}_0$ và $\vec{X}_{0'}$. Nhưng vì ta tính momen đối với O nên chúng không có mặt trong (1). Có thể tính được $\vec{X}_0 = \vec{X}_{0'} = \frac{\vec{X}}{10}$.

25.2. Điện học

a) Trước khi đóng khoá K, các bản chưa tích điện và dòng điện qua cuộn cảm bằng 0. Sau khi đóng khoá K, trên các bản kim loại có điện tích và có dòng điện chạy qua cuộn cảm.

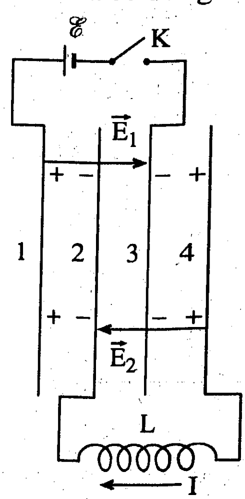
Giả sử tại một thời điểm bất kì trên các bản 1 và 3 có điện tích với độ lớn q_1, trên các bản 2 và 4 có điện tích q_2 và qua cuộn cảm có dòng điện I. Dấu của các điện tích, chiều của các vectơ cường độ điện trường $\vec{E}_1, \vec{E}_2$ và chiều của dòng điện như trên hình 25.3G.

Định luật Ôm cho đoạn mạch chứa nguồn điện có dạng :

$$\mathscr{E} = \frac{2q_1d}{\varepsilon_0S} - \frac{q_2d}{\varepsilon_0S} \qquad (1)$$

Tương tự, đối với đoạn mạch chứa cuộn cảm ta có :

$$-L\frac{dI}{dt} = \frac{q_1d}{\varepsilon_0S} - \frac{2q_2d}{\varepsilon_0S} \qquad (2)$$



Hình 25.3G

Mặt khác : $I = -q_2''$ (3)

Từ (1), (2) và (3) ta có phương trình : $q_2'' + \dfrac{3d}{2\varepsilon_0 SL}q_2 = \dfrac{\mathscr{E}}{2L}$ (4)

Nghiệm của phương trình này là :

$$q_2(t) = \sin\omega t + B\cos\omega t + \frac{\varepsilon_0 S\mathscr{E}}{3d} \text{ với } \omega = \sqrt{\frac{3d}{2\varepsilon_0 \mathscr{E} L}}.$$

Theo đề bài, lúc t = 0, $q_2(0) = 0$ và $q_2'(0) = 0$;

từ đó tìm được $A = 0$; $B = -\dfrac{\varepsilon_0 S\mathscr{E}}{3d}$.

Do đó ta có $q_2(t) = \dfrac{\varepsilon_0 S\mathscr{E}}{3d}(1 - \cos\omega t)$ (5)

Thay (5) vào (1) tìm được : $q_1(t) = \dfrac{\varepsilon_0 S\mathscr{E}}{6d}(4 - \cos\omega t)$ (6)

Ta cũng có $I(t) = -q_2' = -\dfrac{\varepsilon_0 S\mathscr{E}\omega}{3d}\sin\omega t$ (7)

b) Dòng điện đạt cực đại tại thời điểm :

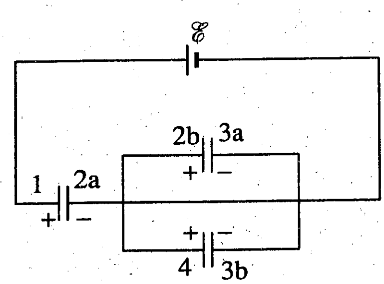
$$\omega t = \frac{\pi}{2} + \pi m \text{ (với m = 0, 1, 2...)}$$

Khi đó :

$$q_{1m} = \frac{2\varepsilon_0 S\mathscr{E}}{3d} \text{ (trên các bản 1 và 3)} \quad (8)$$

$$q_{2m} = \frac{\varepsilon_0 S\mathscr{E}}{3d} \text{ (trên các bản 2 và 4)} \quad (9)$$

Để xác định dấu và độ lớn điện tích trên hai mặt a và b của các bản 2 và 3 ta lập luận như sau : Khi cường độ dòng điện đạt cực đại, suất điện động tự cảm bằng 0 nghĩa là các bản 2 và 4 có cùng điện thế. Tại thời điểm đó ta có sơ đồ tương đương như hình 25.4G, với 2a, 2b và 3a, 3b tương ứng là hai mặt của bản 2 và bản 3. Điện dung của ba tụ đều bằng $C = \dfrac{\varepsilon_0 S}{d}$. Điện dung của hệ ba tụ này bằng :



Hình 25.4G

$$C_b = \frac{2C}{3} = \frac{2\varepsilon_0 S}{3d}$$

Điện tích trên bản 1 bằng : $q_{1m} = \frac{2\varepsilon_0 S\mathscr{E}}{3d}$.

Điện tích tổng cộng trên các bản 3a và 3b là : $q_{3m} = -\frac{2\varepsilon_0 S\mathscr{E}}{3d}$,

và trên mỗi mặt của bản 3 là :

$$q_{3a} = q_{3b} = -\frac{\varepsilon_0 S\mathscr{E}}{3d} \tag{10}$$

Điện tích của bản 4 (xem tụ điện thứ 3) là : $q_{4m} = \frac{\varepsilon_0 S\mathscr{E}}{3d}$.

Điện tích trên mặt 2a của bản 2 (xem tụ điện thứ nhất) là :

$$q_{2am} = -\frac{2\varepsilon_0 S\mathscr{E}}{3d} \tag{11}$$

Điện tích trên mặt 2b của bản 2 (xem tụ điện thứ 2) là :

$$q_{2bm} = \frac{\varepsilon_0 S\mathscr{E}}{3d} \tag{12}$$

Do đó, tổng điện tích trên bản 2 là :

$$q_{2m} = q_{2am} + q_{2bm} = -\frac{2\varepsilon_0 S\mathscr{E}}{3d} + \frac{\varepsilon_0 S\mathscr{E}}{3d} = -\frac{\varepsilon_0 S\mathscr{E}}{3d}$$

(có độ lớn trùng với kết quả (9) ở trên)

25.3. Quang học

a) Từ $dF = -\alpha F dx$, ta có $\int\frac{dF}{F} = -\alpha\int dx \Rightarrow \mathrm{Ln}\frac{F}{F_0} = -\alpha x \Rightarrow F = F_0 e^{-\alpha x}$

Với x = 1 km thì F = 0,99 F_0 suy ra :

$$\alpha = -\frac{\mathrm{Ln}0,99}{x} = 0,01\ \mathrm{km}^{-1} = 1.10^{-2}\ \mathrm{km}^{-1}$$

Muốn $F = \frac{1}{10}F_0$ thì $\frac{1}{10} = e^{-\frac{x}{100}} \Rightarrow x = 100.\ \ln 10 = 230$ km.

b) Đặt $\alpha = k\lambda^{-4}$ ta có $\alpha' = k\lambda'^{-4}$ và $\frac{\alpha'}{\alpha} = \left(\frac{\lambda}{\lambda'}\right)^4 = \left(\frac{0,6}{0,4}\right)^4 = \frac{81}{16} \approx 5$.

Tìm được : $\alpha' = 5.10^{-2}\ \mathrm{km}^{-1}$ và $x = \frac{10\mathrm{Ln}10}{5} = \frac{230}{5} = 46$ km.

c) Quang thông do nguồn dV phát ra trong phạm vi góc khối $d\Omega$ bao quanh phương θ là :

$$dF\theta = I_\theta d\Omega = R.A(1 + \cos^2\theta)\, dV d\Omega$$
$$d\Omega = 2\pi\sin\theta d\theta$$
$$dF\theta = 2\pi R.AdV(1 + \cos^2\theta)\sin\theta.d\theta$$

Quang thông do nguồn dV phát ra theo mọi hướng :

$$dF = \int \delta F_\theta = 2x2\pi R.A\,dV \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos^2\theta)\sin\theta.d\theta$$

Ta có : $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos^2\theta)\sin\theta.d\theta = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin\theta.d\theta + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2\theta.\sin\theta.d\theta$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin\theta.d\theta - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3\theta.d\theta = 2 - \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$$

Vậy $dF = \frac{16\pi}{3} R.AdV$.

Ta lại có $dV = dS.dx$; $A = \frac{F}{dS}$.

Cuối cùng ta được : $dF = \frac{16\pi}{3} RFdx$.

Mặt khác : $dF = -\alpha Fdx$. Nếu chỉ chú ý đến độ lớn của các đại lượng, ta sẽ có :

$$\alpha = \frac{16}{3}\pi R \text{ hay } R = \frac{3}{16\pi}\alpha$$

Đối với ánh sáng có bước sóng $\lambda = 0{,}6$ μm, thì $\alpha = 1.10^{-2}$ km^{-1} và :

$R = 6.10^{-4} m^{-1}.steradian^{-1}$

d) $L = RA\int_0^{l} e^{-\alpha x}dx = \frac{RA}{\alpha}(1 - e^{-\alpha.l}) \Rightarrow \frac{L}{A} = \frac{3}{16\pi}(1 - e^{-\alpha.l}) = 5{,}7.10^{-3}$

25.4. Vật lí hạt nhân

a) $$\vec{F} = \frac{d}{dt}(m\vec{u}) = \frac{d}{dt}\left(\frac{m_0\vec{u}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}\right) = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}\frac{d\vec{u}}{dt} + \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}\frac{\vec{u}\frac{d\vec{u}}{dt}}{c^2}\vec{u}$$

Trong từ trường vận tốc và gia tốc của hạt vuông góc nhau, nên $\vec{u}\frac{d\vec{u}}{dt} = 0$, ngoài ra :

$F_L = quB$; $a_{ht} = \frac{u^2}{R} = \left|\frac{d\vec{u}}{dt}\right|$.

Từ đó : $quB = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}\frac{u^2}{R} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \sqrt{1 + \left(\frac{qBR}{m_0c}\right)^2}$.

b) Từ hệ thức Einstein

$$E = mc^2 \ ; \ E = mc^2 = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}} = m_0c^2\sqrt{1+\left(\frac{qBR}{m_0c}\right)^2}$$

do đó năng lượng toàn phần của pôzitron và êlectron bằng :

$$E_+ = (0{,}511\ \text{Mev})\sqrt{1+\left(\frac{1{,}6.10^{-19}.0{,}1.160.10^{-3}}{9{,}11.10^{-31}.3.10^8}\right)^2} = 4{,}814\ \text{MeV}$$

$$E_- = (0{,}511\ \text{Mev})\sqrt{1+\left(\frac{1{,}6.10^{-19}.0{,}1.40.10^{-3}}{9{,}11.10^{-31}.3.10^8}\right)^2} = 1{,}3\ \text{MeV}$$

c) Theo định luật bảo toàn năng lượng (bỏ qua sự giật lùi của hạt nhân nặng) :

$$hf = \frac{hc}{\lambda} = E_+ + E_- = 6{,}114\ \text{MeV}$$

Từ đó : $\lambda = \dfrac{hc}{E_+ + E_-} = 0{,}002\ \text{Å}$

26. Đề thi chọn đội tuyển dự IPhO năm 2005, ngày thi thứ hai

26.1. Cơ học

1. a) Phương trình động lực học cho quả nặng M :

$$m_1\ddot{x} = -(k_1 + k_2)x + k_2y \Rightarrow \ddot{x} = -\frac{k_1+k_2}{m_1}x + \frac{k_2}{m_1}y \qquad (1)$$

Và cho quả nặng N :

$$m_2\ddot{y} = -(k_1 + k_2)y + k_2x \Rightarrow \ddot{y} = -\frac{k_1+k_2}{m_2}y + \frac{k_2}{m_2}x \qquad (2)$$

b) Đặt x = A cos(ωt + φ) và y = B cos(ωt + φ) thì (1) và (2) trở thành :

$$\left(-\omega^2 + \frac{k_1+k_2}{m_1}\right)x - \frac{k_2}{m_1}y = 0$$

$$\frac{k_2}{m_2}x + \left(\omega^2 - \frac{k_1+k_2}{m_1}\right)y = 0$$

Để hệ có nghiệm khác 0 thì có :

$$\left(\omega^2 - \frac{k_1+k_2}{m_1}\right)\left(\omega^2 - \frac{k_1+k_2}{m_2}\right) - \frac{k_2^2}{m_1m_2} = 0$$

hay $\quad \omega^4 - (k_1+k_2)\left(\dfrac{1}{m_1}+\dfrac{1}{m_2}\right)\omega^2 + \dfrac{(k_1+k_2)^2}{m_1m_2} - \dfrac{k_2^2}{m_1m_2} = 0$;

Phương trình trùng phương này có :

$$\Delta = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 m_2}\right)^2 (k_1 + k_2)^2 + \frac{4k_2^2}{m_1 m_2} > 0$$

$$\Rightarrow \quad \sqrt{\Delta} = \sqrt{\left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 m_2}\right)^2 (k_1 + k_2)^2 + \frac{4k_2^2}{m_1 m_2}} \qquad (3)$$

Suy ra nghiệm của phương trình : $(\omega^2)_{1,2} = \frac{m_1 + m_2}{2m_1 m_2}(k_1 + k_2) \pm \frac{1}{2}\sqrt{\Delta}$.

Dễ dàng chứng minh : $\frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2}(k_1 + k_2) > \sqrt{\Delta}$.

Vì vậy tồn tại hai giá trị của ω :

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{2m_1 m_2}(k_1 + k_2) - \frac{1}{2}\sqrt{\Delta}} \qquad (4)$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{2m_1 m_2}(k_1 + k_2) + \frac{1}{2}\sqrt{\Delta}} \qquad (5)$$

c) Hệ phương trình (1) và (2) là tuyến tính nên chồng chất hai nghiệm riêng là một nghiệm của hệ. Vì vậy có thể viết nghiệm của hệ dưới dạng :

$$x(t) = A_1\cos(\omega_1 t + \varphi) + A_2\cos(\omega_2 t + \varphi) \qquad (6)$$

$$y(t) = B_1\cos(\omega_1 t + \varphi) + B_2\cos(\omega_2 t + \varphi) \qquad (7)$$

A_1, A_2, B_1, B_2 và φ được xác định từ điều kiện ban đầu và chiều dài PQ.

2. a) Từ (3), (4) và (5) ta có :

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{k_1}{m}}, \quad \omega_2 = \sqrt{\frac{k_1 + 2k_2}{m}} \qquad (8)$$

Từ (8) $\quad k_1 = m\omega_1^2 \; ; k_2 = \frac{m}{2}(\omega_2^2 - \omega_1^2) \; ; k_1 + k_2 = \frac{m}{2}(\omega_1^2 + \omega_2^2) \qquad (9)$

Ta có hệ phương trình động lực học :

$$m\ddot{x} + (k_1 + k_2)x - k_2 y = 0 \qquad (10)$$

$$m\ddot{y} + (k_1 + k_2)y - k_2 x = \frac{F_0}{m}\cos\Omega t \qquad (11)$$

Thay (9) vào (10) và (11) ta được :

$$\ddot{x} + \frac{\omega_1^2 + \omega_2^2}{2}x + \frac{\omega_1^2 - \omega_2^2}{2}y = 0 \qquad (12)$$

$$\ddot{y} + \frac{\omega_1^2 + \omega_2^2}{2}y + \frac{\omega_1^2 - \omega_2^2}{2}x = \frac{F_0}{m}\cos\Omega t \qquad (13)$$

Đặt : $\omega_A = \sqrt{\dfrac{\omega_1^2 + \omega_2^2}{2}}$, $x = C\cos\Omega t$, $y = D\cos\Omega t$

thì $\ddot{x} = -\Omega^2 x$, $\ddot{y} = -\Omega^2 y$ ta thu được hệ phương trình để tìm C và D :

$$\left[\frac{\omega_1^2 + \omega_2^2}{2} - \Omega^2\right]C + \frac{\omega_1^2 - \omega_2^2}{2}D = 0 \tag{14}$$

$$\frac{\omega_1^2 - \omega_2^2}{2}C + \left[\frac{\omega_1^2 + \omega_2^2}{2} - \Omega^2\right]D = \frac{F_0}{m} \tag{15}$$

Từ đó rút ra các biên độ của M và N :

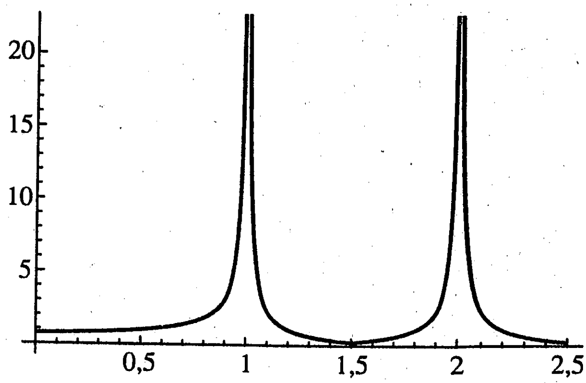
$$C = \frac{F_0}{2m}\left|\frac{\omega_1^2 - \omega_2^2}{(\omega_2^2 - \Omega^2)(\omega_2^2 - \Omega^2)}\right| \tag{16}$$

$$D = \frac{F_0}{m}\left|\frac{\omega_A^2 - \Omega^2}{(\omega_1^2 - \Omega^2)(\omega_2^2 - \Omega^2)}\right|, \tag{17}$$

với $\omega_A = \sqrt{\dfrac{\omega_1^2 + \omega_2^2}{2}}$ (18)

Như vậy biên độ D của quả nặng N có giá trị lớn tại các tần số cộng hưởng ω_1 và ω_2. Biên độ này bằng 0 tại tần số cộng hưởng ω_A.

b) Phác hoạ sự phụ thuộc của D vào Ω (Hình 26.1G). Lấy $\omega_1 = 1$, $\omega_2 = 2$ thì $\omega_A = \sqrt{\dfrac{5}{2}}$.



Hình 26.1G

26.2. Điện học

Từ sự tương tự cơ – điện, ta có thể đề xuất một sơ đồ mạch điện như bài 26.1.

a) Trường hợp này có thể giải tổng quát như trường hợp $m_1 \neq m_2$ (ở đây $L_1 \neq L_2$) của bài 26.1. Tuy nhiên ta sẽ giải bài toán cho trường hợp $L_1 = L_2 = L$. Ta viết được các phương trình sau :

$$-Li_1' = \frac{q_1}{C_1} \tag{1}$$

$$-Li_2' = \frac{-q_3}{C_1} \tag{2}$$

$$\frac{q_1}{C_1} + \frac{q_2}{C_2} + \frac{q_3}{C_3} = 0 \qquad (3)$$

$$i_4 = i_1 + i_3 \qquad (4)$$

$$i_3 = i_2 + i_5 \qquad (5)$$

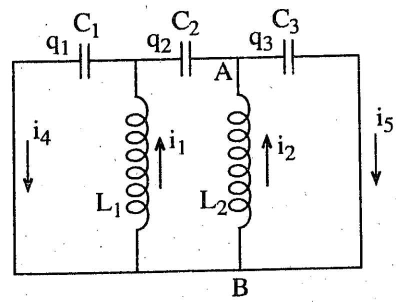
Lấy đạo hàm (3) ta được :

$$\frac{i_4}{C_1} + \frac{i_3}{C_2} + \frac{i_5'}{C_1} = 0 \qquad (6)$$

Sau khi biến đổi, đặt $q_1 + q_3 = X$, $q_1 - q_3 = Y$, ta rút ra các phương trình :

$$X'' + \frac{X}{L(C_1 + 2C_2)} = 0 \qquad (7)$$

$$Y'' + \frac{Y}{LC_1} = 0 \qquad (8)$$



Hình 26.2G

Ta tìm được :

$$X = X_0\cos(\omega_1 t) \qquad (9)$$

$$Y = Y_0\cos(\omega_2 t)$$

Hai tần số góc của mạch là :

$$\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{L(C_1 + 2C_2)}} \qquad (10)$$

và $$\omega_2 = \frac{1}{\sqrt{LC_1}} \qquad (11)$$

b) Ta có thể đặt điện áp xoay chiều vào hai điểm A và B trên hình 26.2G, tính được trở kháng của mạch đối với tín hiệu xoay chiều trong trường hợp này là :

$$\mathbb{Z} = \left| \frac{(C_1 + C_2)\omega - \frac{1}{L\omega}}{\left[(2C_2 + C_1)\omega - \frac{1}{L\omega}\right]\left(\omega C_1 - \frac{1}{L\omega}\right)} \right| \qquad (12)$$

Ta thấy trở kháng có giá trị lớn ở các tần số cộng hưởng ω_1 và ω_2. Nó triệt tiêu ở tần số phản cộng hưởng :

$$\omega_A = \frac{1}{\sqrt{L(C_1 + C_2)}} \qquad (13)$$

Lưu ý : Cũng có thể đề xuất một sơ đồ hơi khác, trong đó thay cho tụ C_2 là một cuộn cảm L_2. Ta cũng thu được kết quả tương tự, tuy nhiên các tần số ω_1, ω_2, ω_3 có biểu thức khác.

26.3. Nhiệt học

1. Gọi dF_{Hg} là áp lực của lớp thuỷ ngân có độ cao dh tác dụng lên S :

$$dF_{Hg} = (pk + \rho gh)adh \Rightarrow F_{Hg} = \int_0^{\frac{a}{2}} dF_{Hg} = \frac{1}{2}p_k a^2 + \frac{1}{8}\rho g a^3$$

Áp lực của khí quyển tác dụng lên nửa còn lại của vách ngăn : $F_A = \frac{1}{2}p_k a^2$.

Áp lực toàn phần tác dụng lên phía trái của S :

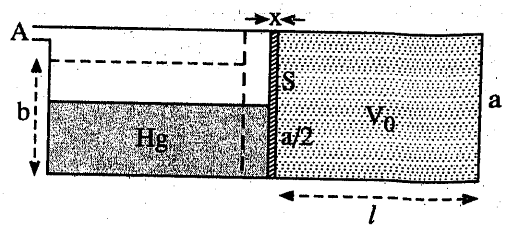
$$F = F_A + F_{Hg} = p_k a^2 + \frac{1}{8}\rho g a^3$$

Áp lực này cân bằng với áp lực của khối khí tác dụng lên mặt phải của S, vì vậy áp suất khối khí là : $p_0 = \frac{F}{a^2} = p_k + \frac{1}{8}\rho g a$.

Thay số : $p_0 = 1.029.10^5$Pa.

2. Khi vách ngăn dịch chuyển sang bên trái một đoạn x sao cho $0 \le x \le \frac{l}{2}$ thì thuỷ ngân có độ cao b. Thể tích khối khí bây giờ là :

$$V = (l + x)a^2 \Rightarrow x = \frac{V}{a^2} - l$$



Hình 26.3G

– Nếu $0 \le x \le \frac{l}{2}$ thì thuỷ ngân chưa trào ra ngoài theo lỗ A nên :

$$\frac{la^2}{2} = (l - x)ab \Rightarrow b = \frac{la}{2(l - x)} = \frac{1}{\left(2 - \frac{V}{V_0}\right)}\frac{a}{2},$$

trong đó $V_0 = a^2 l$. Do đó hoàn toàn tương tự như trên ta có :

$$p(V) = p_k + \frac{1}{8}\rho g a\left(\frac{1}{2 - \frac{V}{V_0}}\right)^2$$

– Nếu $\frac{l}{2} \le x \le l$ tức là $\frac{3}{2}V_0 \le V \le 2V_0$ thì thuỷ ngân trào ra ngoài và trong quá trình đó : $p(V) = p_k + \frac{1}{2}\rho g a$.

Trong suốt quá trình Hg trào ra ngoài p(V) không đổi.

Thay số :

– Nếu $V_0 \leq V \leq \frac{3}{2}V_0$ hay 2 lít ≤ V ≤ 3 lít thì :

$$p(V) = \left[101,2 + \frac{6,8}{(4-V)^2}\right]\text{kPa (V tính ra lít ; } V_0 = 2 \text{ lít).}$$

– Nếu $\frac{3}{2}V_0 \leq V \leq 2V_0$ hay 3 lít ≤ V ≤ 4 lít, thì

$$p(V) = p_k + \frac{1}{2}\rho ga = 108 \text{ kPa}$$

3. a) Từ $\frac{p_0V_0}{T_0} = \frac{p_1V_1}{T_1}$ ta có :

$$T_1 = T_0\frac{p_1V_1}{p_0V_0} = 2T_0\frac{\left(p_k + \frac{\rho ga}{2}\right)}{\left(p_k + \frac{\rho ga}{8}\right)} \approx 629,74 \text{ K} = 356,6^oC$$

b) Công khối khí dùng để đẩy lượng không khí ở phần bên trái xilanh ra ngoài :

$$A_1 = pk\Delta V = pkV_0$$

Công để đưa toàn bộ khối thuỷ ngân trào qua lỗ A :

$$A_2 = mg\Delta h = \frac{3}{8}\rho gaV_0$$

Công mà khối khí thực hiện :

$$A = A_1 + A_2 = \left(p_k + \frac{3}{8}\rho ga\right)V_0 \approx 202,41 \text{ J}$$

c) Độ tăng nội năng của khối khí :

$$\Delta U = nC_V\Delta T = \frac{5}{2}p_1V_1 - \frac{5}{2}p_0V_0 = \frac{5}{2}\left(p_k + \frac{7}{8}\rho ga\right)V_0 = 565 \text{ J}$$

Nhiệt lượng đã cung cấp cho khối khí :

$$Q = \Delta U + A = 767 \text{ J}$$

26.4. a) Vận tốc của ion khi đập vào kính ảnh là : $v = \sqrt{\frac{2E}{Am_p}}$, trong đó A = 39 và 41, m_P : khối lượng prôtôn. Suy ra : $v_{39} = 4,96.10^4$ m/s ; $v_{41} = 4,83.10^4$ m/s.

b) Quỹ đạo ion là đường tròn, OP là đường kính :

$$r = \frac{Am_pv}{eB}, \text{ suy ra : } r = \frac{\sqrt{2AEm_p}}{eB}$$

Suy ra : $OP_{39} = 5,76$ cm $OP_{41} = 5,91$ cm.

c) Ta có : $\frac{\Delta r}{r} = \frac{\Delta E}{2E} = \frac{\Delta(OP)}{OP} = \frac{1}{2.100}$

$\Delta OP_{39} \approx \Delta OP_{41} \approx 0{,}03cm$

Suy ra :

$OP_{39} = 5{,}76 \pm 0{,}03$ cm

$OP_{41} = 5{,}91 \pm 0{,}03$ cm

Như vậy 2 vết vẫn tách khỏi nhau.

d) Nếu ion không đi vuông góc với OP thì quỹ đạo không phải là nửa đường tròn mà lớn hơn (Hình 26.4G). Ta có :

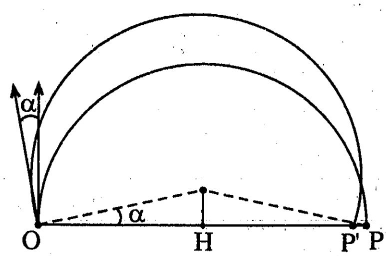
$$OP' = 2OH = 2r\cos\alpha = 2r\left[1 - 2\sin^2\frac{\alpha}{2}\right]$$

$$PP' = 4r\sin^2\frac{\alpha}{2} \approx r\alpha^2 = \Delta OP$$

Với $\alpha = \pm 3^o = \pm\frac{\pi}{60}$ ta suy ra :

$$\Delta OP_{39} \approx \Delta OP_{41} \approx 0{,}02 \text{ cm}$$

Như vậy 2 ion vẫn cho 2 vết tách nhau.



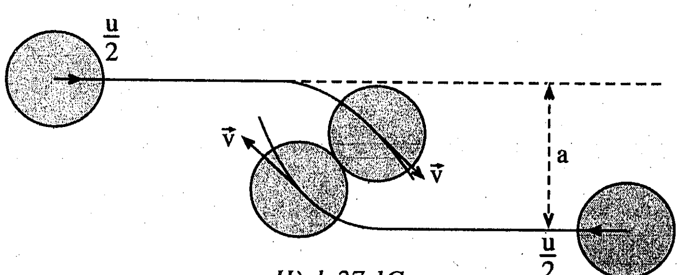
Hình 26.4G

27. Đề thi chọn đội tuyển dự IPhO năm 2006, ngày thi thứ nhất

27.1. Cơ học

a) Xét hai sao chuyển động với vận tốc tương đối trung bình trong hệ quy chiếu gắn với khối tâm của chúng, mỗi sao có vận tốc $\frac{u}{2}$ đối với khối tâm, chuyển động đến gần nhau. Ta xác định khoảng nhằm lớn nhất, kí hiệu là a, để có thể xảy ra va chạm. Khi ở xa nhau, tương tác giữa các sao coi như bằng 0. Khi đến gần nhau, do có lực hấp dẫn nên quỹ đạo của chúng bị lệch đi như hình 27.1G. Ở điều kiện giới hạn còn xảy ra va chạm, vận tốc khi va chạm là v, phương của vận tốc vuông góc với đường nối tâm hai sao. Theo định luật bảo toàn năng lượng :

$$2\frac{M}{2}\left(\frac{u}{2}\right)^2 = 2.\frac{Mv^2}{2} - \frac{GM^2}{2R}$$



Hình 27.1G

Theo định luật bảo toàn momen động lượng : $2.M\frac{a}{2}.\frac{u}{2} = 2.MRv$.

Giải hệ : $a = 2R\sqrt{\left(1 + \frac{2GM}{Ru^2}\right)} \approx 2R\sqrt{\frac{2GM}{Ru^2}}$ $\left(\text{Vì } \frac{2GM}{Ru^2} >> 1\right)$

Điều kiện để xảy ra va chạm là : trong hệ khối tâm của hai sao, chúng chuyển động trên hai đường thẳng song song cách nhau một khoảng d thỏa mãn :

$$d \le a \text{ hay } d \le 2R\sqrt{\frac{2GM}{Ru^2}}$$

b) Tiết diện va chạm :

$$S = \pi a^2 = 8\pi\frac{RGM}{u^2}$$

Chiều dài quãng đường tự do trung bình :

$$\lambda = \frac{1}{nS}, \text{ với n là mật độ sao :}$$

$$n = \frac{N}{(cT)^3} \text{ (c là tốc độ ánh sáng, T = 1 năm).}$$

Thời gian giữa hai va chạm : $\tau = \frac{\lambda}{u} = \frac{1}{nSu} = \frac{u(cT)^3}{8\pi NRGM}$.

Thay số với $c = 3.10^8$ m/s :

$$\tau = \frac{u(cT)^3}{8\pi NRGM} = \frac{5.10^4(3.10^8.365.24.3600)^3}{8.3,14.5.7.10^8.6,67.10^{-11}.2.10^{30}} \approx 3,6.10^{21}\text{s}$$

hoặc $\tau \approx 1,14.10^{14}$ năm.

27.2. Vật lí hạt nhân

a) Phương trình phản ứng hạt nhân : ${}^2_1D + {}^2_1D \rightarrow {}^1_1H + {}^3_1T$

Hạt X là hạt nhân ${}^3_1T$.

Vận tốc của hạt prôtôn tính theo cơ học cổ điển :

$$v_{pc} = \sqrt{\frac{2W_{pc}}{m_p}} = \sqrt{\frac{2.89,49.1,602.10^{-13}}{1,00783.1,66.10^{-27}}} \approx 1,31.10^8\text{ m/s} \approx 0,44c$$

v_p so sánh được với tốc độ ánh sáng, do đó khi tính toán cần áp dụng các công thức của lí thuyết tương đối.

b) Kí hiệu E_1, E_2, E_3, E_4, tương ứng là năng lượng toàn phần của hạt đơteri đi tới, của hạt đơteri đứng yên, của hạt prôtôn và của hạt triti (hạt X). Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng và các công thức của thuyết tương đối :

$$E_1 + E_2 = E_3 + E_4 \qquad (1)$$

với $\quad E_2 = m_{0D}c^2$ (vì $\vec{p}_2 = 0$) ; $E_1 = W_{d1} + m_{0D}c^2$, $E_3 = W_{d3} + m_{0p}c^2$,

$E_4^2 = p_4^2c^2 + m_{0T}^2c^4$, $W_{d1} = 87{,}80$ MeV, $W_{d3} = 89{,}49$ MeV , ta biến đổi (1) thành

$$p_4^2c^2 + m_{0T}^2c^4 = (E_1 - E_3)^2 + m_{0D}^2c^4 + 2m_{0D}^2c^2(E_1 - E_3) \qquad (2)$$

Áp dụng định luật bảo toàn động lượng : $\vec{p}_1 = \vec{p}_3 + \vec{p}_4$

Theo đề bài $\vec{p}_1 \perp \vec{p}_3$, nên ta có $p_4^2 = p_1^2 + p_3^2$.

Thay vào (2), ta rút ra :

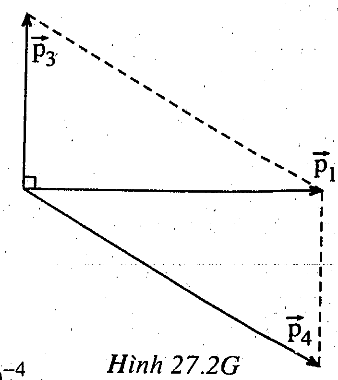
$m_{0T}^2c^4 = m_{0p}^2c^4 + 2m_{0D}^2c^4 - 2E_1E_3 + 2m_{0D}^2c^2(E_1 - E_3)$

được : $m_{0T}c^2 = 2808{,}8$ MeV ,

từ đó $m_{0T} = 3{,}01535$ u

So sánh m_{0T} với trị số đúng :

$$\frac{m_X - m_{0T}}{m_X} = \frac{3{,}01605u - 3{,}01535u}{3{,}01605u} \approx 2.10^{-4}$$



Hình 27.2G

c) Từ hệ thức : $W_d = mc^2 - m_0c^2 = E_0\left(\dfrac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right)$; $E_0 = m_0c^2$ rút ra :

$$v = c\sqrt{1 - \frac{1}{\left(1 + \dfrac{W_d}{E_0}\right)^2}} \qquad (3)$$

Đối với prôtôn, thay $W_d = 89{,}49$ MeV, $E_0 = 938{,}3$ MeV, ta tính được :

$$v_p = 1{,}225.10^8 \text{ m/s}$$

So sánh với trị số cổ điển $v_{pc} = 1{,}303.10^8$ m/s ta thấy $v_p < v_{pc}$.

Lí do : khi prôtôn chuyển động, khối lượng của nó tăng theo vận tốc.

d) Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng suy ra :

$$2m_{0D}c^2 + W_{d1} = (m_{0p}c^2 + W_{dp}) + (m_{0T}c^2 + W_{dT})$$

Rút W_{dT} ra và thay số ta tính được $W_{dT} = 2{,}41$ Mev.

Sử dụng (3), thay số ta tính được $v_T = 1{,}242.10^7$ m/s. Áp dụng công thức cơ học cổ điển thì $v_{TC} = 1{,}242.10^7$ m/s $\approx v_p$. Do tốc độ chuyển động không lớn, khối lượng tăng không đáng kể.

27.3. Nhiệt học

a) Khi ở trạng thái bão hoà, số phân tử nước bay ra khỏi diện tích S trong thời gian dt bằng số phân tử bay vào. Số đó có thể tính theo công thức :

$$z = \frac{1}{4} n \overline{v} S.dt = \frac{1}{4} \frac{p_{bh}}{kT} \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} Sdt \qquad (1)$$

Nếu trên mặt nước có gió thổi để không còn hơi bão hoà, ta có thể ước tính số phân tử bay vào bằng cách coi áp suất mặt nước là $0{,}8\,p_{bh}$. Số đó tính trong một đơn vị thời gian là :

$$z_1 = \frac{1}{4} \frac{0{,}8 p_{bh}}{kT} \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} Sdt$$

Khối lượng nước bay ra khỏi diện tích S trong một đơn vị thời gian là :

$$\frac{dm}{dt} = \frac{z - z_1}{N_A}\mu = \frac{0{,}2P_{bh}\mu}{4kN_A T}\sqrt{\frac{3RT}{\mu}}S = \frac{0{,}2P_{bh}}{4}\sqrt{\frac{3\mu}{RT}}S$$

Thay số $\mu = 18.10^{-3}$ kg/mol, ta có $\frac{dm}{dt} \approx 2{,}5$ g/s.

Trường hợp không có gió, trên mặt cốc hơi nước gần như bão hoà, sự bay hơi xảy ra rất chậm và không ước tính cụ thể được. Như vậy tốc độ bay hơi không lớn 2,5 g/s.

b) Khi đặt trong chân không, nước bay hơi làm khối lượng nước còn lại trong cốc ít dần và sự bay hơi cũng làm nhiệt độ nước trong bình lạnh dần tới 0^oC. Nếu coi nhiệt hoá hơi ở các nhiệt độ khác nhau đều là L thì lượng nước bay hơi Δm làm cho nước trong bình chuyển thành nước đá có thể tính gần đúng theo phương trình cân bằng nhiệt :

$$L\Delta m = C(m - \Delta m)\Delta t^o + \lambda(m - \Delta m)$$

$$\Delta m = \frac{C_n m\Delta t^o + \lambda m}{L + C_n.\Delta t^o + \lambda} \approx 76g$$

Sự chuyển thể nước đá thành thể hơi bay vào chân không xảy ra rất chậm so với sự bay hơi của nước ở thể lỏng. Vậy khi trong bình còn 500 – 76 = 424 gam nước đá, thì tốc độ nước bay vào chân không thay đổi rõ rệt.

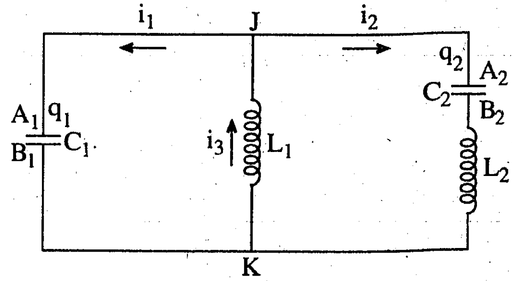
(Trong công thức (1), cũng có thể lấy giá trị vận tốc trung bình là $\sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$ và dùng hệ số $\frac{1}{6}$ thay cho $\frac{1}{4}$..., sẽ tính được kết quả có cùng bậc độ lớn)

27.4. Điện học

1. Chọn chiều dương của các dòng điện như hình 27.3G, ta có :

$$i_2 = \frac{dq_2}{dt} = q'_2$$

$$i_1 = \frac{dq_1}{dt} = q'_1$$



Hình 27.3G

Với q_1, q_2 là điện tích trên các bản A_1, A_2 của các tụ điện C_1, C_2.

Tại nút J ta có : $i_3 = i_1 + i_2$.

Xét mạch kín JA_1B_1KJ và JA_2B_2KJ, ta có :

$$\frac{q_1}{C_1} + L_1(i'_1 + i'_2) = 0$$

$$L_2 i'_2 + \frac{q_2}{C_2} + L_1(i'_1 + i'_2) = 0$$

Lấy đạo hàm theo t, rút ra :

$$i''_1 + i''_2 + \frac{i_1}{L_1C_1} = 0 \qquad (1)$$

$$L_1 i''_1 + (L_1 + L_2)i''_2 + \frac{i_2}{C_2} = 0 \qquad (2)$$

Hệ phương trình này mô tả sự biến thiên điều hòa của i_1 và i_2 theo thời gian.

2. Đặt $i_1 = A\cos(\omega t + \varphi)$; $i_2 = B\cos(\omega t + \varphi)$, (3)

trong đó A và B là các hằng số. Thay vào (1) và (2) ta có :

$$\begin{cases} (L_1C_1\omega^2 - 1)A + L_1C_1\omega^2 B = 0 & (4) \\ L_1C_2\omega^2 A + \left[(L_1 + L_2)C_2\omega^2 - 1\right]B = 0 & (5) \end{cases}$$

Để hệ (4) + (5) cho nghiệm không tầm thường, ta phải có :

$$\left(L_1L_2C_1C_2\right)\omega^4 - \left[L_1\left(C_1 + C_2\right) + L_2C_2\right]\omega^2 + 1 = 0 \qquad (6)$$

Giải (6) ta có :

$$\omega^2 = \frac{L_1\left(C_1 + C_2\right) + L_2C_2 \pm \sqrt{\Delta}}{2L_1L_2C_1C_2}$$

trong đó : $\Delta = (L_1C_1 + L_1C_2 + L_2C_2)^2 - 4L_1L_2C_1C_2 > 0$.

Như vậy có hai giá trị khả dĩ của tần số góc :

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{L_1(C_1 + C_2) + L_2C_2 - \sqrt{\Delta}}{2L_1L_2C_1C_2}} \quad (7)$$

và
$$\omega_2 = \sqrt{\frac{L_1(C_1 + C_2) + L_2C_2 + \sqrt{\Delta}}{2L_1L_2C_1C_2}} \quad (8)$$

3. a) Trong trường hợp $L_1 = L_2 = L$ và $C_2 = 2C_1 = 2C$ thì $\Delta = LC\sqrt{17}$ và ta có :

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{5 - \sqrt{17}}{4LC}} \; ; \; \omega_2 = \sqrt{\frac{5 + \sqrt{17}}{4LC}}$$

Với $\omega = \omega_1$, theo (4) thì ta có :

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{A_1}{B_1} = \frac{LC\omega_1^2}{1 - LC\omega_1^2} = \frac{5 - \sqrt{17}}{\sqrt{17} - 1} = k_1 > 0 \Rightarrow i_1 \text{ và } i_2 \text{ dao động điều hòa cùng pha.}$$

Với $\omega = \omega_2$ thì

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{A_2}{B_2} = \frac{LC\omega_2^2}{1 - LC\omega_2^2} = -\frac{5 + \sqrt{17}}{1 + \sqrt{17}} = k_2 < 0 \Rightarrow i_1 \text{ và } i_2 \text{ dao động ngược pha.}$$

b) Hệ phương trình (1) và (2) là tuyến tính, nên có thể viết (chọn gốc thời gian để $\varphi = 0$ phù hợp với điều kiện ban đầu)

$$q_1 = A_1\cos\omega_1 t + A_2\cos\omega_2 t \quad (9)$$

$$q_2 = B_1\cos\omega_1 t + B_2\cos\omega_2 t \quad (10)$$

với $\frac{A_1}{B_1} = k_1$ và $\frac{A_2}{B_2} = k_2$

Từ điều kiện ban đầu $q_1(0) = Q_0$; $q_1'(0) = 0$

$$q_2(0) = 0 \; ; \; q_2'(0) = 0$$

ta có : $A_1 + A_2 = Q_0$ và $B_1 + B_2 = 0$

Từ đó tìm được :

$$B_1 = -B_2 = \frac{2Q_0}{\sqrt{17}} \; ; \; A_1 = Q_0\frac{k_1}{k_1 - k_2} = \frac{2Q_0(5 - \sqrt{17})}{17 - \sqrt{17}}$$

$$A_2 = Q_0\frac{-k_2}{k_1 - k_2} = \frac{-2Q_0(5 + \sqrt{17})}{17 + \sqrt{17}}$$

Với k_1, k_2 có giá trị như trên ; $(k_1 - k_2) = \frac{\sqrt{17}}{2}$.

27.5. Vật lí hạt nhân

a) Ta có : $\frac{dN_A}{dt} = -\lambda_1 N_A$ (1)

$$\frac{dN_B}{dt} = \lambda_1 N_A - \lambda_2 N_B \quad (2)$$

Đạo hàm hai vế của (2) : $\frac{d^2N_B}{dt^2} = \lambda_1 \frac{dN_A}{dt} - \lambda_2 \frac{dN_B}{dt}$ (3)

Từ (2) : $N_A = \frac{1}{\lambda_1}\frac{dN_B}{dt} + \frac{\lambda_2}{\lambda_1}N_B$ và từ (3) : $\frac{dN_A}{dt} = \frac{1}{\lambda_1}\frac{d^2N_B}{dt^2} + \frac{\lambda_2}{\lambda_1}\frac{dN_B}{dt}$.

Thay vào (1) ta có phương trình :

$$\frac{d^2N_B}{dt} + (\lambda_1 + \lambda_2)\frac{dN_B}{dt} + \lambda_1\lambda_2 N_B = 0 \quad (4)$$

Nghiệm của phương trình (4) là :

$N_B = Ae^{-\alpha t} + Be^{-\beta t}$ (5). Khi t = 0 thì $N_B = 0$, suy ra B = –A (6)

Thay vào (4) rồi tìm điều kiện phương trình (4) được thỏa mãn tại t bất kì (đặt hệ số của $e^{-\alpha t}, e^{-\beta t}$ bằng 0) suy ra : $\alpha^2 - \lambda_1\alpha = 0$; $\beta^2 - \lambda_2\beta = 0$.

Do đó : $\alpha = \lambda_1$; $\beta = \lambda_2$ (7)

Ta tìm A. Từ (5), (6) và (7) : $\frac{dN_B}{dt} = A(-\lambda_1 e^{-\lambda_1 t} + \lambda_2 e^{-\lambda_2 t})$.

Tại t = 0 thì $\frac{dN_B}{dt} = A(\lambda_2 - \lambda_1)$, $N_A = N_0$; $N_B = 0$. Thay vào (2) tìm được :

$A = \frac{\lambda_1 N_0}{\lambda_2 - \lambda_1}$ và ta có :

$$N_B = \frac{\lambda_1 N_0}{\lambda_2 - \lambda_1}(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}) \quad (8)$$

Điều kiện cực trị của N_B : $\frac{dN_B}{dt} = A(-\lambda_1 e^{-\lambda_1 t} + \lambda_2 e^{-\lambda_2 t}) = 0$, suy ra :

$$t_m = \frac{\ln\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)}{\lambda_2 - \lambda_1}$$

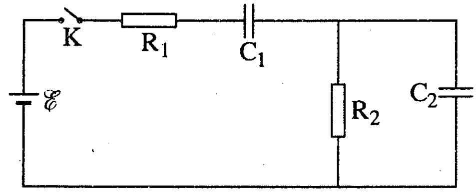
Thay vào (5) ta được :

$$N_{B\max} = \frac{\lambda N_0}{\lambda_2 - \lambda_1}\left[\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right)^{\frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}} - \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right)^{\frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}}\right]$$

b) Sơ đồ mạch điện như hình 27.4G. Lúc đầu các tụ điện không tích điện. Đóng K lúc t = 0. Gọi q là điện tích của bản trên tụ C_2, i là cường độ dòng điện đi qua nguồn :

$$\frac{q}{C_2} + R_1 i + \frac{1}{C_1}\int i dt = E \qquad (1)$$

$$\frac{q}{C_2} = R_2\left(i - \frac{dq}{dt}\right) \qquad (2)$$



Hình 27.4G

Đạo hàm hai vế của (2) và (1) theo t :

$$\frac{1}{C_2}\frac{dq}{dt} = R_2\left(\frac{di}{dt} - \frac{d^2q}{dt}\right) \qquad (3)$$

$$\frac{1}{C_2}\frac{dq}{dt} + R_1\frac{di}{dt} + \frac{i}{C_1} = 0 \qquad (4)$$

Từ (2) và (4) tính i và $\frac{di}{dt}$ rồi thay vào (3) ta có :

$$\frac{d^2q}{dt} + \left(\frac{1}{R_1C_1} + \frac{1}{R_2C_2} + \frac{1}{R_1C_2}\right)\frac{dq}{dt} + \frac{1}{R_1R_2C_1C_2}q = 0 \qquad (5)$$

Phương trình này tượng tự phương trình vi phân đối với N_B (là phương trình vi phân hạng hai, với các hệ số dương).

28. Đề thi chọn đội tuyển dự IPhO năm 2006, ngày thi thứ hai

28.1. Nhiệt học

1. Thế năng tương tác giữa hai nguyên tử là một hàm của khoảng cách giữa chúng :

$$U(r) = \frac{a}{r^{12,2}} - \frac{b}{r^{6,1}} \qquad (1)$$

Ta thấy : $r \to 0$, $U(r) \to \infty$

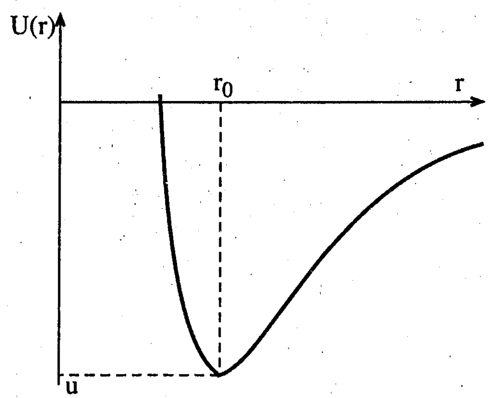
$r \to \infty$, $U(r) \to -0$

U(r) đạt giá trị min tại khoảng cách

$$r_0 = \left(\frac{2a}{b}\right)^{\frac{1}{6,1}}$$

Đường cong có điểm uốn tại

$$r_u = \left(3,7183\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{6,1}}$$



Hình 28.1G

Hình 28.1G vẽ đường cong U = U(r).

2. a) Vị trí cân bằng tương ứng với lực tương tác bằng 0 (hay cũng là vị trí ứng với cực tiểu của thế năng). Bởi vậy khoảng cách cân bằng giữa các nguyên tử (đây cũng chính là chu kì mạng) được tìm từ điều kiện $U'(r) = -f(r) = 0$. Suy ra :

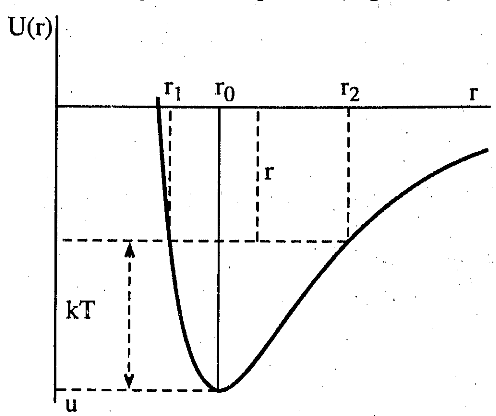
$$r_0 = \left(\frac{2a}{b}\right)^{\frac{1}{6,1}} \quad (2)$$

b) Thể tích tính trên một nguyên tử của mạng lập phương là r_0^3. (Chúng ta có thể hình dung mạng tinh thể đang xét như một tập hợp các khối lập phương xếp chặt trong đó tại tâm mỗi khối có đặt một nguyên tử. Nếu khoảng cách giữa tâm các nguyên tử này bằng r_0, thì cạnh của khối lập phương cũng bằng r_0. Do đó khối lượng riêng của tinh thể được tính theo công thức :

$$\rho = \frac{m}{r_0^3} = m\left(\frac{b}{2a}\right)^{\frac{3}{6,1}} \quad (3)$$

c) Sự dãn nở nhiệt của các vật rắn liên quan với sự tăng động năng của các nguyên tử dao động. Cùng với sự tăng nhiệt độ, miền biến thiên của khoảng cách giữa các nguyên tử cũng tăng. Một yếu tố đóng vai trò quan trọng ở đây là tính bất đối xứng của đường cong thế năng, cụ thể là độ lệch cực đại khỏi vị trí cân bằng về phía bên phải lớn hơn độ lệch ở phía bên trái (Hình 28.2G). Ta kí hiệu khoảng cách cực đại và cực tiểu giữa các nguyên tử trong quá trình dao động lần lượt là r_1 và r_2. Khi đó khoảng cách trung bình giữa các nguyên tử có thể ước lượng như giá trị trung bình cộng giữa hai khoảng cách đó. Các khoảng cách r_1 và r_2 chính là nghiệm của phương trình :

$$U(r) = U(r_0) + kT \quad (4)$$



Hình 28.2G

trong đó kT là năng lượng trung bình của chuyển động dao động theo một phương của các nguyên tử trong mạng tinh thể (k là hằng số Boltzman, T là nhiệt độ tuyệt đối). Kí hiệu $x = r^{-6,1}$ và chú ý tới công thức (2), thì phương trình (4) có dạng :

$$ax^2 - bx + \frac{b^2}{4a} - kT = 0 \quad (5)$$

Nghiệm của phương trình này là :

$$x_{1,2} = \frac{b}{2a}\left(1 \pm \sqrt{\frac{4akT}{b^2}}\right) \quad (6)$$

Bây giờ ta có thể tìm được các giá trị của r_1 và r_2 :

$$r_{1,2} = r_0(1 \pm \delta)^{-\frac{1}{6,1}} \approx r_0\left(1 \mp \frac{\delta}{6,1} + \frac{7,1}{74,42}\delta^2\right) \approx r_0\left(1 \mp \frac{\delta}{6,1} + 0,0954\delta^2\right) \qquad (7)$$

trong đó $\delta = \sqrt{\frac{4akT}{b^2}}$ và ta đã sử dụng công thức gần đúng và giữ lại tới số hạng nhỏ bậc hai. Khi này khoảng cách trung bình giữa các nguyên tử bằng :

$$\overline{r} = \frac{r_1 + r_2}{2} = r_0(1 + 0,0954\delta^2) = r_0\left(1 + \frac{0,38akT}{b^2}\right) \qquad (8)$$

So sánh (8) với công thức dãn nở vì nhiệt $l = l_0(l + \alpha\Delta T)$, ta tìm được hệ số dãn nở dài :

$$\alpha = 0,38\frac{ak}{b^2} \qquad (9)$$

28.2. Điện – từ

a) Vì đường sức từ không ra ngoài lõi sắt nên từ thông qua mỗi vòng dây đều như nhau. Các điện áp trên các đoạn dây tỉ lệ với số vòng dây, do đó cũng tỉ lệ với chiều dài ống dây :

$$u_{AM} + u_{MB} = U_0\sin\omega t \; ; \; u_{AM} = 1,5\, u_{MB}$$

Suy ra : $u_{AM} = 0,6\, U_0\sin\omega t$, $u_{MB} = 0,4U_0\sin\omega t$.

Dòng điện qua tụ điện là : $i_C = 0,4U_0\omega C\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = 0,4U_0\omega C\cos\omega t$.

Độ tự cảm của các phần ống dây AM, BM lần lượt là 0,6L ; 0,4L.

Từ trường trong lõi thép là tổng hợp từ trường do dòng điện chạy trong cả hai phần cuộn dây gây ra.

Gọi cường độ dòng điện qua BM là i_1, thì cường độ dòng điện qua AM là $i = i_1 + i_C$.

$$\Phi = 0,6L(i_1 + i_C) + 0,4Li_1 = Li_1 + 0,6Lic$$

$$\frac{d\Phi}{dt} = \left(L\frac{di_1}{dt} + 0,6L\frac{di_C}{dt}\right) = U_0\sin\omega t \; ;$$

$$L\frac{di_1}{dt} = U_0\sin\omega t + 0,24U_0LC\omega^2\sin\omega t$$

$$i_1 = -\frac{U_0}{\omega L}(1 + 0,24\omega^2 LC)\cos\omega t,$$

hay $$i_1 = \frac{U_0}{\omega L}(1 + 0,24\omega^2 LC)\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right).$$

b) Nếu thay tụ điện bằng điện trở R ta có : $i_R = \frac{0,4U_0}{R}\sin\omega t.$

Tương tự như câu a) : $\Phi = Li_1 + 0,6LiR$;

$$\frac{d\Phi}{dt} = \left(L\frac{di_1}{dt} + 0,6L\frac{di_R}{dt}\right) = U_0\sin\omega t$$

$$L\frac{di_1}{dt} = U_0\sin\omega t - 0,24\frac{U_0L\omega}{R}\cos\omega t$$

$$i_1 = -\frac{U_0}{\omega L}\cos\omega t - 0,24\frac{U_0}{R}\sin\omega t = a\cos\omega t + b\sin\omega t$$

Đặt $\frac{b}{a} = \tan\varphi$; $a = \sqrt{a^2 + b^2}\cos\varphi$; $b = \sqrt{a^2 + b^2}\sin\varphi$;

$$i_1 = \sqrt{a^2 + b^2}\,(\cos\varphi\cos\omega t + \sin\varphi\sin\omega t) = \sqrt{a^2 + b^2}\cos(\omega t - \varphi)$$

Suy ra : $I_{01} = \sqrt{a^2 + b^2}$. Cường độ hiệu dụng của dòng điện qua đoạn MB là :

$$I_1 = \frac{I_{01}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}} = U_0\sqrt{\frac{1}{2(\omega L)^2} + \frac{0,0576}{2R^2}}$$

Ta cũng, có thể dùng công thức :

$$I_1^2 = \frac{1}{T}\int_0^T (a\cos\omega t + b\sin\omega t)^2 dt = \frac{a^2 + b^2}{2}.$$

Từ đó ta cũng có : $I_1 = U_0\sqrt{\frac{1}{2(\omega L)^2} + \frac{0,0576}{2R^2}}$.

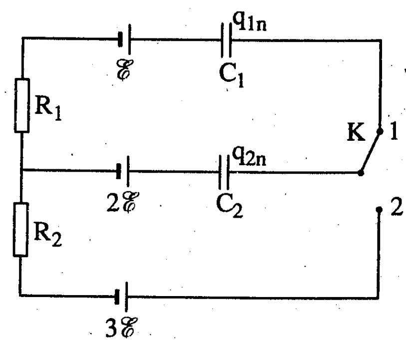
28.3. Điện học

Giả sử sau n lần đóng K vào 1, các bản nối với K của hai tụ điện có điện tích là q_{1n} và q_{2n} (Hình 28.3G), sau n lần đóng K vào 2, bản nối với K của tụ 2 có điện tích là q'_{2n} (Hình 28.4G). Nhiệt lượng tỏa ra trên hai điện trở là Q_{1n}, Q_{2n}.

Xét lần đóng thứ nhất n = 1,

+ Khi K → 1. Từ hình 28.3G ta có :

$$\begin{cases} q_{11} + q_{21} = 0 \\ \frac{q_{11}}{C} + \mathscr{E} = \frac{q_{21}}{C} + 2\mathscr{E} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q_{11} = \frac{C\mathscr{E}}{2} \\ q_{21} = -\frac{C\mathscr{E}}{2} \end{cases}$$



Hình 28.3G

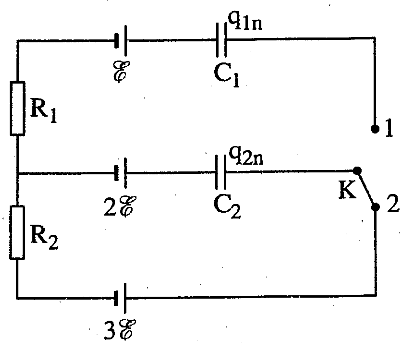
+ Khi K $\to$ 2, từ hình 28.4G ta có :

$q'_{21} = C\mathscr{E}$;

$$Q_{11} = \mathscr{E}\Delta q_1 - \frac{1}{2C}(q_{11}^2 + q_{21}^2) = \frac{C\mathscr{E}^2}{4}$$

$$Q_{21} = \mathscr{E}\Delta q_2 - \frac{1}{2C}(q'^2_{21} - q_{21}^2)$$

$$= \mathscr{E}(q'_{21} - q_{21}) - \frac{1}{2C}(q'^2_{21} - q_{21}^2) = \frac{9C\mathscr{E}^2}{8}$$



Hình 28.4G

Xét lần đóng thứ hai n = 2

+ Khi K $\to$ 1. Từ hình 28.3G ta có :

$$\begin{cases} q_{12} + q_{22} = q_{11} + q'_{21} = \dfrac{3C\mathscr{E}}{2} \\ \dfrac{q_{12}}{C} + \mathscr{E} = \dfrac{q_{22}}{C} + 2\mathscr{E} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q_{12} = \dfrac{5C\mathscr{E}}{4} \\ q_{22} = \dfrac{C\mathscr{E}}{4} \end{cases}$$

+ Khi K $\to$ 2. Từ hình 28.4G ta có : $q''_{22} = C\mathscr{E}$

$$Q_{12} = \mathscr{E}(q_{12} - q_{11}) - \frac{1}{2C}(q_{12}^2 + q_{22}^2 - q_{11}^2 - q'^2_{21}) = \frac{9C\mathscr{E}^2}{16}$$

$$Q_{22} = \mathscr{E}(q'_{22} - q_{22}) - \frac{1}{2C}(q'^2_{22} - q_{22}^2) = \frac{9C\mathscr{E}^2}{32}$$

Tổng quát hóa lần đóng thứ n :

+ Khi K $\to$ 1 ta có :

$$\begin{cases} q_{1n} + q_{2n} = q_{1(n-1)} + \mathscr{E}C \\ \dfrac{q_{1n}}{C} + \mathscr{E} = \dfrac{q_{2n}}{C} + 2\mathscr{E} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q_{1n} = \dfrac{q_{1(n-1)}}{2} + C\mathscr{E} \\ q_{2n} = \dfrac{q_{1(n-1)}}{2} \end{cases}$$

+ Khi K $\to$ 2 ta có : $q'_{2n} = C\mathscr{E}$

$$Q_{1n} = \mathscr{E}(q_{1n} - q_{1(n-1)}) - \frac{1}{2C}(q_{1n}^2 + q_{2n}^2 - q_{1(n-1)}^2 - C^2\mathscr{E}^2)$$

$$= \mathscr{E}\left(C\mathscr{E} + \frac{q_{1(n-1)}}{2} - q_{1(n-1)}\right) - \frac{1}{2C}\left[C\mathscr{E} + \frac{q_{1(n-1)}^2}{2} + \frac{q_{1(n-1)}^2}{2} - q_{1(n-1)}^2 - C^2\mathscr{E}^2\right]$$

$$= \frac{1}{4C}(2C\mathscr{E} - q_{1(n-1)})^2$$

$$Q_{2n} = \mathscr{E}(C\mathscr{E} - q_{2n}) - \frac{1}{2C}(C^2\mathscr{E}^2 - q_{2n}^2)$$

$$= \mathscr{E}\left(C\mathscr{E} - \frac{q_{1(n-1)}}{2}\right) - \frac{1}{2C}\left(C^2\mathscr{E}^2 - \frac{q_{1(n-1)}}{2}\right)^2$$

$$= \frac{1}{8C}(2C\mathscr{E} - q_{1(n-1)})^2$$

$\Rightarrow Q_{2n} = \dfrac{Q_{1n}}{2}$ kết quả này đúng với $n \geq 2$.

Mặt khác, từ (*) ta có : $q_{1(n-1)} = \dfrac{q_{1(n-2)}}{2} + C\mathscr{E}$.

$$Q_{1n} = \frac{1}{4C}\left(2C\mathscr{E} - \frac{q_{1(n-2)}}{2} - C\mathscr{E}\right)^2 = \frac{1}{4C}\left(C\mathscr{E} - \frac{q_{1(n-2)}}{2}\right)^2$$

$$= \frac{1}{16C}(2C\mathscr{E} - q_{1(n-2)})^2 = \frac{1}{4}Q_{1(n-1)}$$

Tương tự :

$Q_{2n} = \dfrac{1}{4}Q_{2(n-1)}$ kết quả này đúng với $n \geq 2$. Như vậy ta có :

$Q_{13} = \dfrac{1}{4}Q_{12}$; $Q_{14} = \dfrac{1}{4}Q_{13}$... nghĩa là ta có cấp số nhân với công bội $q = \dfrac{1}{4}$.
Do đó ta có :

$$Q_1 = Q_{11} + \sum_{n=2}^{\infty} Q_{1n} = Q_{11} + \frac{1}{1-q}Q_{12} \Rightarrow Q_1 = \frac{C\mathscr{E}^2}{4} + \frac{4}{3}\frac{9}{16}C\mathscr{E}^2 = C\mathscr{E}^2$$

Tương tự : $Q_2 = Q_{21} + \dfrac{1}{1-q}Q_{22} = \dfrac{9C\mathscr{E}^2}{8} + \dfrac{4}{3}\dfrac{9}{32}C\mathscr{E}^2 = \dfrac{3}{2}C\mathscr{E}^2$

Cuối cùng ta được : $\dfrac{Q_1}{Q_2} = \dfrac{2}{3}$.

28.4. Lượng tử ánh sáng

Theo định lí động năng : $eU = W_đ$ (ở đây $e = 1{,}6.10^{-19}C$)

Năng lượng E của phôtôn tới thoả mãn điều kiện :

$E = hf \leq W_đ = eU \Rightarrow \varepsilon = hf_{max} = \dfrac{hc}{\lambda_{min}} = eU \Rightarrow \lambda_{min} = \dfrac{hc}{eU}$ (là bước sóng ngắn nhất trong chùm phôtôn do ống phát ra). Thay số ta được $\lambda_{min} = 0{,}124$ Å.

a) Tính góc giật lùi của elêctron và góc tán xạ của phôtôn.

Động lượng của phôtôn tới là $p = \frac{\varepsilon}{c} = \frac{eU}{c}$ (1)

– Từ định luật bảo toàn năng lượng, ta có :

$$pc + m_e c^2 = p'c + W_{de} + m_e c^2$$

(p' là động lượng của phôtôn tán xạ)

$$\Rightarrow \quad p' = p - \frac{W_{de}}{c} = \frac{eU - W_{de}}{c} \quad (2)$$

– Từ định luật bảo toàn động lượng, ta có (Hình 28.5G) :

$$\vec{p} = \vec{p}\,' + \vec{p}_e$$

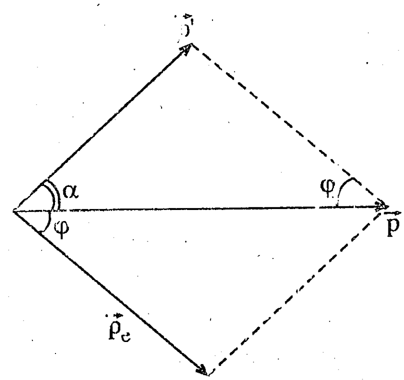
có $\quad p'^2 = p^2 + p_e^2 - 2pp_e\cos\varphi \quad (3)$

φ là góc giật lùi của êlectron.

– Từ hệ thức tương đối tính :

$$E^2 = p_e^2c^2 + m_e^2c^4 = (W_{de} + m_ec^2)^2$$

suy ra $p_e^2 = \frac{1}{c^2}\left[W_{de}^2 + 2W_{de}m_ec^2\right]$ (4)



Hình 28.5G

Thay (1), (2), và (4) vào (3) sẽ có :

$$\cos\varphi = \frac{c^2}{|e|U}\cdot\frac{W_{de}\left(m_e + \frac{|e|U}{c^2}\right)}{\sqrt{W_{de}^2 + 2W_{de}m_ec^2}} = \frac{\left(1 + \frac{E_0}{\varepsilon}\right)}{\sqrt{1 + 2\frac{E_0}{W_{de}}}} \quad (5)$$

Với $E_0 = m_ec^2 = 0{,}511$ Mev, $\varepsilon = eU = 0{,}1$ Mev. Thay số ta có $\varphi \approx 53^o7'$.

Ta lại có : $p_e^2 = p^2 + p'^2 - 2pp'\cos\alpha \Rightarrow \cos\alpha = \frac{p^2 + p'^2 - p_e^2}{2pp'}$

với α là góc tán xạ của phôtôn.

Từ (1), (2) và (4) ta được :

$$\cos\alpha = 1 - \frac{\frac{E_0}{\varepsilon}}{\left(\frac{\varepsilon}{W_{de}} - 1\right)} \quad (6)$$

Thay số ta được cosα = 0,432 suy ra : $\alpha \approx 64^o24'$.

b) Tính $W_{de max}$.

Từ (5) ta thấy W_{de} đạt cực đại khi $\cos\varphi$ có giá trị lớn nhất, tức là khi $\varphi = 0$. Vì vậy ta có : $W_{de\,max} = \dfrac{2E_0}{\left(1 + \dfrac{E_0}{\varepsilon}\right)^2 - 1}$.

Thay số ta tính được $W_{de\,max} \approx 28\,keV$.

28.5. Vật lí hạt nhân

a) Động năng của êlectron trong dòng phóng xạ β được tính bằng công thức :

$$W_{d\beta} = m_e c^2 - m_{0e}c^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}} - 1\right)m_{0e}c^2 \approx 0{,}13\ MeV$$

Trường hợp êlectron chuyển động trong hạt nhân, ta có thể lấy $L \approx 10^{-14}$ m, và động năng cực tiểu khi động lượng của êlectron $|p_x(e)|_{min}$. Do đó áp dụng hệ thức giữa năng lượng và xung lượng trong thuyết tương đối :

$(W_{d\,min}(e) + E_0)^2 = (|p_x(e)|_{min}\,c)^2 + E_0^2$ với $E_0 = m_{0e}c^2 = 0{,}511\ MeV$,

ta tính được :

$$W_{d\,min}(e) = \sqrt{\frac{\hbar^2 c^2}{16L^2} + E_0^2} - E_0 = 4{,}44\ MeV >> 0{,}13\ MeV$$

Giá trị này lớn hơn giá trị động năng của êlectron trong dòng phóng xạ β (đã tính ở trên) rất nhiều. Vậy phải kết luận rằng êlectron không có trong thành phần cấu tạo nên chất hạt nhân.

b) Ta có thể đặt $\Delta x \approx L$ và $\Delta p_x \approx \Delta|p_x|$. Trong các phép đo động lượng, giá trị $|p_x|$ là giá trị chính xác (trung bình) của các số đo $|p_1|, |p_2|, |p_3|, \ldots$ Khoảng sai số của các số đo này là $\Delta|p_x|$, giá trị trung bình $|p_x|$ sẽ nằm giữa khoảng sai số $\Delta|p_x|$. Vì vậy ta có :

$$|p_x| - \frac{1}{2}\Delta|p_x| \geq 0 \Rightarrow |p_x| \geq \frac{1}{2}\Delta|p_x|$$

Từ hệ thức bất định :

$$\Delta x.\Delta p_x \approx \Delta x.\Delta|p_x| \geq \frac{h}{4\pi} \text{ ta có : } \Delta|p_x| \geq \frac{h}{4\pi L} \Rightarrow |p_x| \geq \frac{1}{2}\Delta|p_x| \geq \frac{h}{8\pi L}.$$

Từ đây suy ra : $|p_x|_{min} = \dfrac{h}{8\pi L}$ (đpcm).

29. Đề thi chọn đội tuyển dự IPhO năm 2007, ngày thi thứ nhất

29.1. Cơ học

a) Phương trình động lực học cho vật M khi lò xo bị nén là :

$$Mz'' = -Mg - k(z - l)$$

Khi vật nằm yên, z" = 0, thì $z = z_a$ với $z_a = l - \frac{Mg}{k}$.

Phương trình cho z là : $z'' + \frac{k}{M}(z - z_a) = 0$,

và nghiệm của nó có dạng $z - z_a = A\cos(\omega t + \varphi)$ với $\omega = \sqrt{\frac{k}{M}}$.

Từ điều kiện đề bài : lúc t = 0, $z = z_b$ và z' = 0, ta có phương trình chuyển động của vật M :

$$z = z_a + (z_b - z_a)\cos\omega t$$

Lực căng mà lò xo tác dụng lên các vật M và m có độ lớn :

$$F = k(z - l) = k[(z_a - l) + (z_b - z_a)\cos\omega t]$$

Lực F có độ lớn cực đại F_{max} khi $\cos\omega t = -1$, vì $z_b < z_a$.

Vật m bị nâng lên khỏi mặt sàn khi $F_{max} \geq mg$. Do đó, phải nén vật M ít nhất đến toạ độ z_b mà : $z_b \leq l - \frac{(2M + m)g}{k}$.

b) Vật m bị nâng lên khỏi mặt sàn ở thời điểm t_1, khi lực căng của lò xo bằng trọng lực F = mg.

Theo (3) và (4) thì $\cos\omega t_1 = \frac{(M + m)}{k(z_b - z_a)}g$.

Toạ độ của vật M lúc đó là z_c với $z = z(t_1) = z_a + (z_b - z_a)\cos\omega t_1 = l + \frac{mg}{k}$.

Vận tốc của M lúc đó là : $vc = z'(t_1) = (z_b - z_a)\omega\sin\omega t_1$,

thay biểu thức của z_a và $\sin\omega t_1$ vào ta được :

$$v_c = \left(l - \frac{Mg}{k} - z_b\right)\sqrt{\frac{k}{M}}\sqrt{1 - \left(\frac{(M + m)g}{Mg - k(l - z_b)}\right)^2}$$

c) Khi vật m bị nâng lên khỏi mặt sàn, ta gọi z_M và z_m lần lượt là toạ độ của các vật M và m.

Phương trình động lực học cho hai vật đó là :

$$Mz''_m = -Mg + k(z_M - z_m - l)(\,Mz''_M = -Mg - k(z_M - z_m - l))$$
$$mz''_m = -mg - k(z_M - z_m - l)(\,mz''_m = -mg + k(z_M - z_m - l))$$

Cộng hai phương trình này vế với vế ta có : $Mz''_M + mz''_m = -(M+m)g$.

Toạ độ khối tâm G của hệ là : $z_G = \dfrac{Mz_M + mz_m}{M+m}$.

Gia tốc của khối tâm là : $z''_G = \dfrac{Mz''_M + mz''_m}{M+m} = -g$.

Do đó khối tâm chuyển động chậm dần đều theo phương trình :

$$z_G = z_{G_1} + v_{G_1}t - \frac{gt^2}{2}$$

Trong đó z_{G_1}, v_{G_1} là toạ độ và vận tốc khối tâm ở thời điểm t_1, khi vật m bắt đầu rời khỏi sàn, với $z_{G1} = \dfrac{Mz_C}{M+m}$ và $v_{G1} = \dfrac{Mv_C}{M+m}$.

Khối tâm G đạt độ cao cực đại ở thời điểm t_2 khi vận tốc của nó bằng 0, hay :

$$z'_G = v_G = v_{G_1} + gt_2 = 0 \text{ tức là : } t_2 = \frac{v_{G_1}}{g}.$$

Toạ độ khối tâm ở độ cao cực đại là :

$$z_{G\max} = z_G(t_2) = z_{G_1} + \frac{v_{G_1}^2}{2g} = \frac{Mz_C}{M+m} + \frac{v_{G_1}^2}{2g}$$

hay : $$z_{G\max} = \frac{Mg}{2k} + \frac{M}{M+m}\left(l - \frac{Mg}{k}\right) + \frac{kM}{2g(M+m)^2}\left(l - \frac{Mg}{k} - z_b\right)^2.$$

29.2. Nhiệt học

1. a) Ở đầu chu trình thứ k, pittông ở bên phải và van S_2 đóng, bình chứa n_{k-1} mol khí ở áp suất p_{k-1} và nhiệt độ T. Ta có : $p_{k-1}V_0 = n_{k-1}RT$.

Trong khi đó xilanh có thể tích v chứa n_0 mol khí cũng ở áp suất p_{k-1} và nhiệt độ T thoả mãn phương trình : $p_{k-1}v = n_0RT$.

Khi pittông chuyển động sang trái hai van đều đóng. Van S_1 mở ngay khi áp suất trong xilanh bằng p_0, ở thời điểm đó thể tích V_1 của khí trong xilanh được xác định bởi phương trình : $p_0V_1 = n_0RT$, hay : $p_{k-1}v = p_0V_1$.

Trong pha hút, áp suất p_0 vẫn còn không đổi và số mol khí n được hút vào trong xilanh được xác định bởi phương trình :

$$nRT = p_0(V - V_1) \text{ hay } nRT = p_0V - p_{k-1}v$$

Van S_1 đóng, pittông dịch chuyển về bên phải, khí trong xilanh bị nén lại. Khi áp suất đạt tới giá trị p_{k-1}, van S_2 mở. Ở thời điểm đó, thể tích V_2 của khí trong xilanh được xác định từ phương trình :

$$p_{k-1}V_2 = (n + n_0)RT = p_0V \qquad (1)$$

Sau đó khí được bơm vào bình cho tới khi pittông đi hết hành trình. Áp suất của khí trong bình bây giờ là p_k với :

$$(n + n_0)RT + n_{k-1}RT = p_k(V_0 + v)$$

Từ đó áp dụng phương trình trạng thái, suy ra :

$$p_0V + p_{k-1}V_0 = p_k(V_0 + v)$$

hay : $$p_k = p_0\frac{V}{V_0 + v} + p_{k-1}\; p_k = p_0\frac{V}{V_0 + v} + p_{k-1}\frac{V_0}{V_0 + v}$$

Như vậy, ta nhận được dãy các áp suất sau :

$$p_0$$

$$p_1 = p_0\frac{V}{V_0 + v} + p_0\frac{V_0}{V_0 + v},$$

$$p_2 = p_0\frac{V}{V_0 + v} + p_1\frac{V_0}{V_0 + v},$$

$$p_k = p_0\frac{V}{V_0 + v} + p_{k-1}\frac{V_0}{V_0 + v}$$

Khử các áp suất trung gian $p_{k-1}, p_{k-2}, ..., p_1$, ta được :

$$p_k = p_0\frac{V}{V_0 + v}\left[1 + \frac{V_0}{V_0 + v} + \left(\frac{V_0}{V_0 + v}\right)^2 + ... + \left(\frac{V_0}{V_0 + v}\right)^{k-1}\right] + p_0\left(\frac{V_0}{V_0 + v}\right)^k$$

Có thể viết lại vế phải dưới dạng :

$$p_k = p_0\frac{V}{V_0 + v}\left[\frac{1 - \left(\frac{V_0}{V_0 + v}\right)^k}{1 - \frac{V_0}{V_0 + v}}\right] + p_0\left(\frac{V_0}{V_0 + v}\right)^k$$

hay : $$p_k = p_0\frac{V}{v}\left[1 - \left(\frac{V_0}{V_0 + v}\right)^k\right] + p_0\left(\frac{V_0}{V_0 + v}\right)^k.$$

b) Khi k rất lớn, p_k tiến tới giới hạn : $p = p_0\dfrac{V}{v}$.

2. a) Trường hợp v = 0.

Khi v rất nhỏ, ta có : $\left(\dfrac{V_0}{V_0 + v}\right)^k \approx 1 - k\dfrac{v}{V_0}$. Dùng lại kết quả của câu 1.a, ta được :

$$p_k = p_0\left(1 + k\frac{V - v}{V_0}\right) \approx p_0\left(1 + k\frac{V}{V_0}\right)$$

b) Trước hết chúng ta tính công của áp lực trong chu trình thứ m của pittông. Dễ dàng thấy rằng công của áp lực khí quyển trong chu trình bằng 0. Theo đề bài, khí trong xilanh biến đổi đẳng nhiệt :

– Khi pittông dịch sang trái, van S_1 thường xuyên mở (vì v = 0), khí được hút vào xilanh với áp suất p_0 không đổi và thể tích của nó tăng là V, do đó ta có :

$$A_{m1} = -p_0V = -nRT$$

– Khi pittông dịch sang phải, khí được nén từ thể tích V đến thể tích V_2 (van S_2 đóng), từ đó (do $n_0 = 0$), ta có :

$$A_{m2} = -nRT\ln\frac{V_2}{V} = -p_0V\ln\frac{p_0}{p_{m-1}}$$

Sau đó van S_2 mở, không khí trong xilanh và bình bị nén từ thể tích $(V_2 + V_0)$ tới thể tích V_0, khi đó ta có :

$$A_{m3} = -(n + n_{m-1})RT\ln\frac{V_0}{V_0 + V_2} = -p_mV_0\ln\frac{p_{m-1}}{p_m}$$

Kết quả công toàn phần của áp lực thực hiện trong cả chu trình của pittông bằng :

$$A_m = A_{m1} + A_{m2} + A_{m3} = -p_0V\left(1 + \ln\frac{p_0}{p_{m-1}}\right) - p_mV_0\ln\frac{p_{m-1}}{p_m}$$

Lưu ý rằng $(n + n_{m-1})RT = p_0V + p_{m-1}V_0 = p_mV_0$, biểu thức của A_m có thể viết lại dưới dạng :

$$\begin{aligned}A_m &= -p_0V(1 + \ln p_0) - (p_mV_0 - p_0V)\ln p_{m-1} + p_mV_0\ln p_m\\ &= -(p_mV_0 - p_{m-1}V_0)(1 + \ln p_0) - p_{m-1}V_0\ln p_{m-1} + p_mV_0\ln p_m\\ &= -V_0(p_m - p_{m-1})(1 + \ln p_0) - p_{m-1}V_0\ln p_{m-1} + p_mV_0\ln p_m\\ &= V_0\left[p_m\ln p_m - p_{m-1}\ln p_{m-1} - (p_m - p_{m-1})(1 + \ln p_0)\right]\end{aligned}$$

Từ đây ta tính được công của áp lực sau k chu trình của pittông :

$$\begin{aligned}A &= \sum_{m=1}^{k} A_m = V_0\left[p_k\ln p_k - p_0\ln p_0 - (p_k - p_0)(1 + \ln p_0)\right]\\ &= p_kV_0\ln\frac{p_k}{p_0} - (p_k - p_0)V_0\end{aligned}$$

Đây cũng chính là công mà động cơ máy bơm cung cấp.

29.3. Điện học

Xét khi chất điện môi trong bình có độ cao h. Từ các phương trình của chất lưu lí tưởng : $S_1v_1 = S_2v_2$; $\frac{\rho v_1^2}{2} + \rho gh + p_0 = \frac{\rho v_2^2}{2} + p_0$.

Ta tính được : $v_1 = \sqrt{\frac{2gS_2^2}{S_1^2 - S_2^2}h}$.

Đặt $A = \sqrt{\frac{2gS_2^2}{S_1^2 - S_2^2}}$ thì $v_1 = A\sqrt{h}$.

Chú ý rằng $v_1 = -\frac{dh}{dt}$, ta có : $dh = -A\sqrt{h}dt$. Suy ra : $2h^{\frac{1}{2}} = -At + C$.

Vì tại t = 0, h = a, nên $C = 2\sqrt{a}$. Khi đó, ta có : $h = \left(\sqrt{a} - \frac{1}{2}At\right)^2$ (1)

Điện dung của tụ điện ở thời điểm đang xét là :

$$C = \frac{\varepsilon ah}{kd} + \frac{a}{kd}(a-h) = \frac{a^2}{kd} + \frac{ah}{kd}(\varepsilon - 1)$$

Do đó điện tích của tụ điện bằng : $q = \mathscr{E}C = \frac{\mathscr{E}a^2}{kd} + \frac{\mathscr{E}a(\varepsilon - 1)}{kd}h$.

Theo thời gian h giảm, do đó điện tích của tụ giảm, có nghĩa là tụ điện phóng điện về nguồn và cường độ dòng điện là :

$$i = -\frac{dq}{dt} = -\frac{\mathscr{E}a(\varepsilon - 1)}{kd}\frac{dh}{dt}$$

Thay biểu thức (1) và biểu thức của A vào, ta được :

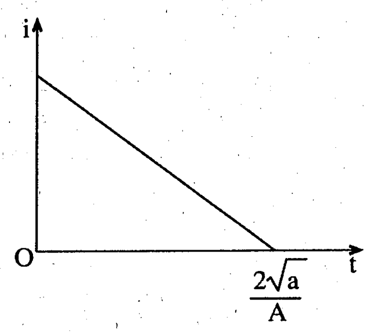
$$i = \frac{\mathscr{E}a(\varepsilon - 1)}{kd}\left(A\sqrt{a} - \frac{1}{2}A^2t\right)$$

$$i = \frac{\mathscr{E}a(\varepsilon - 1)}{kd}\left(S_2\sqrt{\frac{2ga}{S_1^2 - S_2^2}} - \frac{gS_2^2}{S_1^2 - S_2^2}t\right)$$

Ta thấy cường độ dòng điện giảm bậc nhất theo thời gian, cho nên cường độ dòng điện đạt giá trị lớn nhất tại t = 0 (lúc tụ bắt đầu phóng điện). Điều này có thể thấy rõ trên đồ thị hình 29.1G.

$$i_{max} = \frac{\mathscr{E}a(\varepsilon - 1)S_2}{kd}\sqrt{\frac{2ga}{S_1^2 - S_2^2}}$$

và dòng điện triệt tiêu tại thời điểm $t = \frac{2\sqrt{a}}{A}$.



Hình 29.1G

29.4. 1. Theo định luật II Newton :

$$m\vec{a} = q\vec{E} - \frac{m\vec{v}}{\tau} \quad (\tau \text{ có thứ nguyên thời gian})$$

Từ phương trình trên tính được : $\vec{v}(t) = \frac{\tau q E_0}{m}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})\vec{u}_x$,

trong đó $\vec{u}_x$ là vectơ đơn vị của trục Ox. Khi $t \to \infty$, thì $\vec{v} \to \vec{v}_\infty = \frac{\tau q E_0}{m}\vec{u}_x$.
Thời gian để vận tốc của êlectron đạt tới giá trị này với sai số 1% bằng : $t = \tau \ln 100 = 4,6\tau$.

2: a) Ta có : $\vec{j} = -Ne\vec{v}_\infty = \frac{Ne^2\tau}{m}\vec{E}_0 = \frac{\vec{E}_0}{\rho_e}$ (theo định nghĩa của điện trở suất).
Từ đó suy ra :

$$\rho_e = \frac{m_e}{Ne^2\tau}.$$

b) Mật độ nguyên tử Ge bằng : $N_{Ge} = \frac{\mu}{M}N_A = 4,4.10^{28}\text{ng.t}/\text{m}^3$.

Tỉ lệ số nguyên tử Sb bằng $\frac{N}{N_{Ge}} = 3,6.10^{-8}$

(đây là con số rất nhỏ, như vậy chỉ cần một lượng nhỏ tạp chất đã làm tăng độ dẫn điện của Ge lên rất mạnh).

c) Mặt khác ta cũng tính được :

$$\tau = \frac{m}{Ne^2\rho_e} = 1,8.10^{-12}\text{s}$$

Khi đó thời gian để vận tốc của êlectron đạt tới vận tốc giới hạn với sai số 1% bằng $8,3.10^{-12}\text{s}$. Thời gian này quá nhỏ, nên ta có thể bỏ qua chế độ quá độ và coi chế độ ổn định đạt được ngay lập tức.

3. a) Theo định nghĩa $I_0 = jS = jld$. Suy ra : $E_0 = \rho_e j = \frac{\rho_e I_0}{ld}$.

b) Dưới tác dụng của từ trường, các êlectron chuyển động bị lệch về phía chiều âm của trục Oy, tức là chúng tích tụ lại ở mặt phẳng có phương trình y = 0. Vì vậy xuất hiện các điện tích âm trên mặt phẳng này còn trên mặt phẳng y = *l*, thì do thiếu điện tích âm nên mang điện tích dương dẫn đến sự xuất hiện một hiệu điện thế giữa hai mặt bên (hiệu ứng Hall). Hiệu điện thế này tạo ra điện trường $\vec{E}_h$, hướng theo trục Oy.

c) Ở chế độ ổn định, phương trình chuyển động của một êlectron là :

$$-e(\vec{E}_0 + \vec{E}_h + \vec{v} \wedge \vec{B}_0) - \frac{m\vec{v}}{\tau} = 0 \quad \text{với} \quad \vec{v} = -\frac{1}{Ne}\vec{j} = \frac{1}{Ne}j\vec{u}_x$$

Trên trục Ox, ta có : $-\vec{E}_0 - \dfrac{m\vec{v}}{\tau} = 0$, từ đây ta nhận lại được vận tốc của êlectron ở chế độ ổn định như câu a).

Trên trục Oy, ta có : $\vec{E}_h + \vec{v} \wedge \vec{B}_0 = 0$, hay :

$$\vec{E}_h = -vB_0\vec{u}_y = -\frac{B_0}{Ne}j\vec{u}_y = -\frac{B_0I_0}{Ne l d}\vec{u}_y$$

với $\vec{u}_y$ là vectơ đơn vị của trục Oy.

d) Ta có : $U_h = -E_h l = \dfrac{B_0I_0}{Ned} = 19{,}5\text{mV}$. Đo U_h ta có thể tính được B_0.

Đây chính là một phương pháp đo từ trường.

29.5. Vật lí hạt nhân

1. Áp dụng định luật bảo toàn điện tích và bảo toàn số nuclôn tìm được : A = 95 ; Z = 53. Năng lượng tỏa ra : $\Delta E = \Delta mc^2 = 0{,}006675u.c^2$.

Động năng của mỗi nơtron thứ cấp :

$$W_đ = \frac{\Delta E}{3} = \frac{0{,}006675u.c^2}{3} = 3{,}352.10^{-13}\ J$$

Vận tốc của nơtron thứ cấp : $v_n = \sqrt{\dfrac{2W_đ}{m_n}}$ với $m_n = 1{,}008665\ u$

$$\Rightarrow v_n \approx 2{,}00.10^7\ m/s$$

2. Trong mỗi va chạm của nơtron với một nguyên tử cácbon. Áp dụng các định luật bảo toàn động lượng và bảo toàn năng lượng ta có :

$$m_nv_n = m_cv_c - m_nv'_n$$

(vì sau va chạm các hạt chuyển động cùng phương)

$$\frac{m_nv_n^2}{2} = \frac{m_cv_c^2}{2} + \frac{m_nv'^2_n}{2}$$

Với $\dfrac{m_c}{m_n} \approx 12$ ta tìm được : $v'_n = \dfrac{11}{13}v_n$.

Giả sử sau N lần va chạm, nơtron thứ cấp trở thành nơtron nhiệt có năng lượng cỡ $k_BT_0 \approx 0{,}026$ eV ($k_B = 1{,}381.10^{-23}J.K^{-1}$) ; thì nơtron nhiệt có vận tốc :

$$v_0 = \sqrt{\frac{2.0,026.1,6.10^{-19}}{1,008665.1,66.10^{-27}}} \approx 2,23.10^3\,m/s$$

Ta có : $\left(\frac{11}{13}\right)^N v_n = v_0$.

Rút ra $N = \frac{\ln v_n - \ln v_0}{\ln 13 - \ln 11} \approx 55.$

3. a) Ta có phương trình : ${}^{238}_{92}U + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{239}_{92}U$. Áp dụng định luật bảo toàn động lượng, đồng vị urani 239 không bền có vận tốc :

$$v \approx \frac{m_n}{m_n + m_u} v_0 \approx 9,33\,m/s$$

b) Phương trình phản ứng phân rã của urani 239 :

$${}^{239}_{92}U \rightarrow {}^{239}_{94}P_u + 2({}^{A}_{Z}X)$$

Áp dụng định luật bảo toàn điện tích và bảo toàn số nuclon, ta có :

A = 0 ; Z = −1. Vậy hạt X là êlectron, nghĩa là U239 có tính phóng xạ β^-. Do đó, phương trình phản ứng đầy đủ là :

$${}^{239}_{92}U \rightarrow {}^{239}_{94}Pu + 2({}^{0}_{-1}e) + 2({}^{0}_{0}\tilde{v}) \text{ với } \tilde{v} \text{ là phản notrinô}$$

Động năng cực đại của êlectron là :

$$2W_{d\max} = \Delta E = [m(U) + m_n - m(Pu) - 2m_e]c^2$$

$$W_{d\max} = 3,001.10^{-13}\,J$$

$$v_{max} = \sqrt{\frac{2W_{d\max}}{m_e}} \approx 8,13.10^8\,m/s > c$$

Điều đó vô lí!

Sở dĩ như vậy là vì với vận tốc lớn phải áp dụng công thức của thuyết tương đối :

$$W_d = \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right)m_e c^2 \text{ với } \beta = \frac{v}{c},\ \beta = 0,7335$$

Từ đó thay số rút ra : $v \approx 2,2.10^8\,m/s > c$.

29.6. Thuyết tương đối

1. a) Theo cách tính của người em : Quãng đường mà người anh đã đi là L = 24 nas nên thời gian chuyển động của người anh là $T = \frac{24nas}{0,8c} = 30$ năm. Do đó, khi

gặp nhau người em đã 20 + 30 = 50 tuổi. Nhưng người em thấy thời gian trôi qua trong tàu là chậm hơn, do đó người anh mới sống thêm $T' = \frac{T}{\gamma}$ năm. Với

$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \frac{1}{0,6}$ ta có T' = 18 năm và tuổi của người anh khi gặp nhau là

20 + 18 = 38 tuổi. Như thế người em kết luận : anh trẻ hơn mình 12 tuổi.

b) Theo cách tính của người anh : Trong hệ gắn với Trái Đất quãng đường là 24 nas, do đó trong hệ gắn với tàu, người anh thấy nó co lại thành $L = \frac{L}{\gamma} = 14,4$ nas

và anh ta đi mất $T = \frac{14,4c}{0,8c} = 18$ năm. Do đó, khi gặp em tuổi người anh là 20 + 18 = 38 tuổi. Cũng theo người anh thì thời gian trên Trái Đất trôi chậm hơn, thời gian T' = 18 năm của anh ta ứng với $T = \frac{T'}{\gamma} = 10,8$ năm trên Trái Đất, vì vậy khi gặp người em thì người em có 20 + 10,8 = 30,8 tuổi. Anh kết luận : em trẻ hơn mình 7,2 tuổi.

2. Đối với quan sát viên O thì máy bay và đồng hồ gắn với mặt đất có vận tốc tương ứng là $\overline{v}_b$ và $\overline{v}_d$ nên thời gian trôi chậm hơn. Nếu t_0, t_b và t_d tương ứng là thời gian bay đối với O, máy bay và mặt đất, thì :

$$t_0 = \gamma_b t_b = \gamma_d t_d,$$

với $\gamma_b = \left[1-\left(\frac{\overline{v}_b}{c}\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}} \approx 1 + \frac{v_b^2}{2c^2}$; $\gamma_d = \left[1-\left(\frac{v_d}{c}\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}} \approx 1 + \frac{v_d^2}{2c^2}$. Do đó :

$$\frac{t_b}{t_d} = \frac{\gamma_d}{\gamma_b} \approx 1 + \frac{v_d^2 - v_b^2}{2c^2}$$

Suy ra : $$\Delta t = t_b - t_d = t_d\left(\frac{t_b}{t_d} - 1\right) = t_d\frac{v_d^2 - v_b^2}{2c^2} \qquad (1)$$

– Khi bay theo hướng Đông thì : $v_b = v_d + v$. Thay số vào (1) ta có $\Delta t_Đ \approx -236$ns

– Khi bay theo hướng Tây thì : $v_b = v_d - v$, từ đó có $\Delta t_T = 124$ ns.

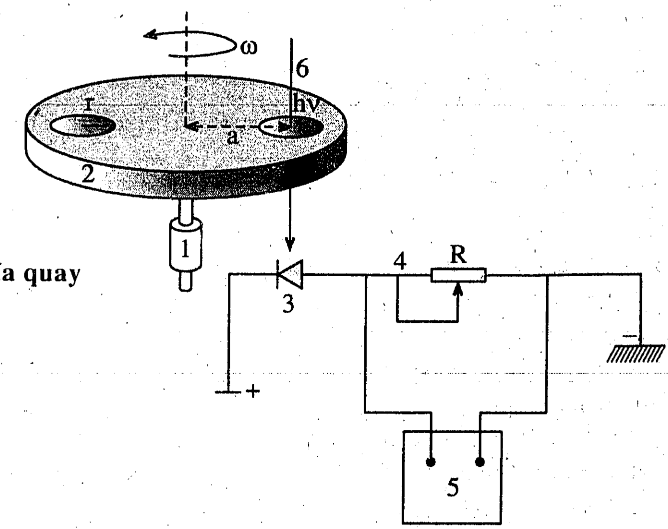
Như vậy $\Delta t_T - \Delta t_Đ = 360$ ns, nghĩa là thời gian bay theo hướng Đông ngắn hơn theo hướng Tây.

30. Đề thi chọn đội tuyển dự IPhO năm 2007, ngày thi thứ hai

Phương án thí nghiệm

30.1. Xác định momen lực phát động của động cơ và momen cản của trục quay.

Sơ đồ thí nghiệm đo tốc độ góc ω của đĩa quay như hình 30.1G.



Sơ đồ đo vận tốc góc của đĩa quay

1. Môtơ phát động
2. Đĩa quay
3. Phôtô điôt
4. Biến trở R
5. Máy đếm tần số
6. Điôt laze

Hình 30.1G

Góc quay φ của đĩa có giá trị $\varphi = n\pi$. Có thể dùng công thức $\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \gamma\dfrac{t^2}{2}$,

suy ra : gia tốc góc $\gamma = \dfrac{2(\varphi - \varphi_0 - \omega_0 t)}{t^2}$.

Momen lực được tính theo phương trình $M = I\gamma$, trong đó I là mômen quán tính của đĩa.

Ta cần tính I (dùng định lí Huyghens – Stainer)

Kí hiệu ρ_s mật độ khối lượng theo bề mặt đĩa ta có :

$$\rho_s = \frac{M}{\pi(R^2 - 2r^2)}$$

$$I = \frac{\rho_s \pi R^4}{2} - 2\left[\frac{\rho_s \pi r^4}{2} + \rho_s \pi a^2 r^2\right] \Rightarrow I = \frac{M}{2(R^2 - 2r^2)}\left[R^4 - 2r^4 - 4a^2r^2\right]$$

Từ đó : $M = I\gamma = \dfrac{M}{2(R^2 - 2r^2)}\left[R^4 - 2r^4 - 4a^2r^2\right]\gamma$ với γ là gia tốc góc

Như vậy ta cần phải tính gia tốc góc thông qua bảng số liệu đo sau :

$\varphi = n\pi$ (với n nguyên)	$\varphi_1 = ...$	$\varphi_2 = ...$	...	$\varphi_m = ...$
t	$t_1 = ...$	$t_2 = ...$	...	$t_m = ...$
$\gamma = \dfrac{2(\varphi - \varphi_0 - \omega_0 t)}{t^2}$	$\gamma_1 = ...$	$\gamma_2 = ...$	...	$\gamma_m = ...$

trong đó φ_0 là góc quay và ω_0 là tốc độ góc mà động cơ đạt được khi bắt đầu bấm đồng hồ đo thời gian.

Từ bảng số liệu tính được gia tốc góc γ.

Phương trình tính M_P và M_C (momen phát động và momen cản).

$$M = M_P - M_C = I\gamma$$

$$M_P = M + M_C$$

Phương pháp tiến hành thí nghiệm :

a) Đo M_C : Cho động cơ chạy ổn định (quay đều), ngắt nguồn điện, khi đó động cơ sẽ giảm dần tốc độ rồi dừng hẳn. Đo góc quay φ và thời gian quay như bảng trên rồi tính gia tốc góc của đĩa γ_c theo bảng số liệu. Khi đó ω_0 là tốc độ góc ban đầu ở trạng thái đĩa đang quay đều. Tính $M_C = I\gamma_c$.

b) Đo M khi động cơ khởi động $M = I\gamma$.

– Đo φ_0 : đóng cầu dao cho động cơ khởi động, qua máy đo tần số ta đọc được số vòng quay của đĩa. Khi đĩa bắt đầu chuyển động nhanh dần đều ứng với góc ban đầu φ_0 thì bấm đồng hồ đo thời gian.

– Đo ω_0 bằng cách đo góc quay $\Delta\varphi$ và thời gian quay Δt sau khi đĩa quay đạt được góc φ_0. Tốc độ góc ω_0 được xác định bởi $\dfrac{\Delta\varphi}{\Delta t}$.

Vậy momen lực phát động của động cơ đươc xác định bởi biểu thức :

$$M_P = M + M_C$$

$$M_P = I\gamma + I\gamma_c$$

Tính sai số của phép đo M và M_C.

30.2. Đo độ ẩm tỉ đối của không khí

a) Dụng cụ cấu tạo bởi hai nhiệt kế I, II.

+ Nhiệt kế I : để bình thường, đo nhiệt độ không khí ta được T_1 (Nhiệt kế khô).

+ Nhiệt kế II : bầu nhiệt kế bọc một lớp bông (hoặc vải bông...) đẫm nước. Nhiệt kế này chỉ nhiệt độ T_2 (Nhiệt kế ẩm).

T_2 là nhiệt độ cân bằng của nước thấm ở lớp bông. Áp suất hơi bão hoà của nước ở nhiệt độ T_2 bằng áp suất riêng phần của nước trong không khí ; $T_1 - T_2$ càng lớn thì không khí càng khô (độ ẩm tỉ đối càng nhỏ).

b) Độ ẩm tỉ đối của không khí tính bằng :

$$\eta = \frac{p_{bh}(T_2)}{p_{bh}(T_1)} = 1 - \frac{p_{bh}(T_1) - p_{bh}(T_2)}{p_{bh}(T_1)} \approx 100\%\left[1 - \frac{dp}{p}\right].$$

Trong công thức Clapeyron do $v_h \gg v_L$, nên ta có :

$$\frac{dp_{bh}}{dT} = \frac{L}{Tv_h} \text{ với } v_h = \frac{1}{18}\frac{RT}{p_{bh}}$$

Suy ra : $\dfrac{dp_{bh}}{p_{bh}} = \dfrac{18L}{RT^2}dT.$

$$\Rightarrow \eta = 1 - \frac{dp}{p} = 1 - \frac{18L}{RT^2}dT = 1 - 0{,}05391.dT$$

$$\approx 100\%[1 - 0{,}05391(T_1 - T_2)]$$

với $T_1 \approx 300K = 27^\circ C$.

$T_1 - T_2$ (°C)	0	...	0,2	...	3,6
η (%)	100	...	98,9	...	80,5

c) Học sinh nêu những nguyên nhân gây sai số và các biện pháp khắc phục.

30.3. Xác định chiết suất của tấm thuỷ tinh, hệ số phản xạ $R_\perp$ trong trường hợp tia tới vuông góc với bề mặt của tấm kính

1. Sơ đồ đo chiết suất của tấm điện môi :

Bố trí thước đo độ và tấm điện môi như hình 30.3G

Giải thích các bước thực nghiệm :

Có hai cách đo chiết suất của tấm điện môi :

a) Dùng định luật Brewster :

$$\tan\alpha_B = n_{21}$$

Đo góc tới khi tia tới thoả mãn điều kiện trên thì tính được chiết suất.

b) Dùng định luật khúc xạ ánh sáng $\dfrac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n_{21}$

– Đo các góc α và β ghi vào bảng dữ liệu.

α	$\alpha_1 = \dots$	$\alpha_2 = \dots$	...	$\alpha_n = \dots$
β	$\beta_1 = \dots$	$\beta_2 = \dots$	...	$\beta_n = \dots$
$\dfrac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n_{21}$	$n_{21_1} = \dots$	$n_{21_2} = \dots$	...	$n_{21_n} = \dots$

2. *Đo hệ số phản xạ $R_\perp$ trong trường hợp tia tới vuông góc với bề mặt của tấm kính*

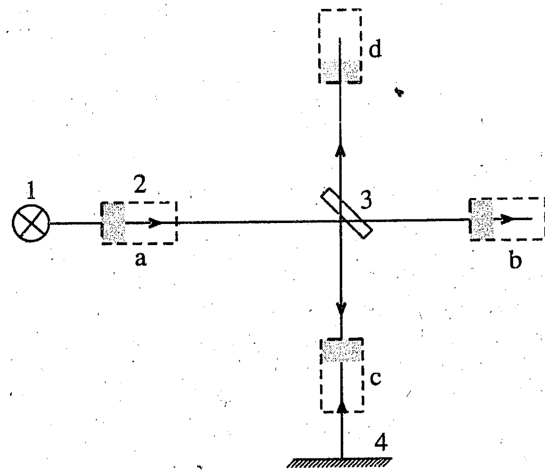
Sơ đồ đo :

1 : đèn laze

2 : máy đo độ rọi được dùng để đo cường độ ánh sáng (trong hình 30.3G, mặt màu đen là mặt nhận ánh sáng) ;

3 : tấm thuỷ tinh phẳng mỏng, hai mặt song song ;

4 : tấm thuỷ tinh phẳng cần đo hệ số phản xạ, trong trường hợp ánh sáng tới vuông góc với mặt thuỷ tinh.



Hình 30.3G

Máy đo độ rọi được đặt lần lượt ở các vị trí a, b, c và d. Đo độ rọi ở các vị trí đó thì suy ra cường độ ánh sáng tương ứng là I_0, I_1, I_2, và I_3.

Tấm thuỷ tinh 3 được đặt nghiêng góc 45^o với tia sáng.

Thiết lập công thức tính :

Hệ số truyền qua của ánh sáng qua tấm thủy tinh 3 dưới góc 45^o là : $T = \dfrac{I_1}{I_0}$.

Cường độ của chùm sáng chiếu đến tấm thuỷ tinh 4 theo phương vuông góc là I_2.
Cường độ chùm sáng phản xạ trên tấm thuỷ tinh 4 theo phương vuông góc là :

$$I_2' = \frac{I_3}{T}$$

Hệ số phản xạ ánh sáng bước sóng λ theo phương vuông góc là :

$$R = \frac{I_2'}{I_2} = \frac{I_3}{TI_2} = \frac{I_3 I_0}{I_1 I_2}$$

Yêu cầu đối với các thiết bị :

a) Máy đo phải được đặt sao cho tia sáng vuông góc với mặt nhận sáng. Ngoài ra phải có màn chắn có lỗ nhỏ đặt trước máy, sao cho tiết diện của chùm sáng vào máy ở các vị trí đều như nhau.

b) Tấm thuỷ tinh 3 phải phẳng và mỏng.

c) Muốn vậy, tốt nhất phải mài nhám và bôi đen mặt dưới.

Ước lượng sai số tỉ đối của phép đo :

Từ công thức : $R = \dfrac{I_0 I_3}{I_1 I_2}$ suy ra công thức tính sai số tỉ đối về R :

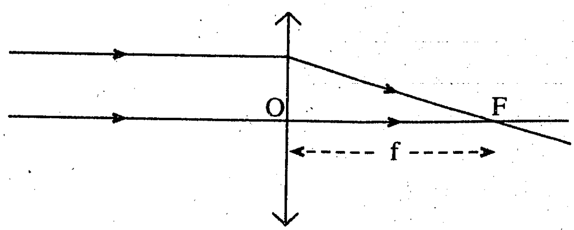
$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta I_0}{I_0} + \frac{\Delta I_3}{I_3} + \frac{\Delta I_1}{I_1} + \frac{\Delta I_2}{I_2}$$

Vì sai số tỉ đối về phép đo độ dọi là 1%, nên sai số tỉ đối của hệ số phản xạ theo phương pháp này là 4%.

30.4. Xác định bán kính cong của hai mặt thấu kính hội tụ và chiết suất của vật liệu dùng làm thấu kính

a) Trước hết bằng các phương pháp quen thuộc đo tiêu cự của thấu kính hội tụ ta được :

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left[\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right] \qquad (1)$$



Hình 30.4G

– Đặt mặt thứ nhất của thấu kính lên trên một tấm kính phẳng và cho một giọt nước (n = 1,333) vào chỗ tiếp xúc giữa thấu kính và mặt phẳng. Đo lại tiêu cự f_1 của hệ này ta được : $\dfrac{1}{f_1} = \dfrac{1}{f} + \dfrac{1}{f_A}$ trong đó f_A là tiêu cự của thấu kính phân kì bằng nước.

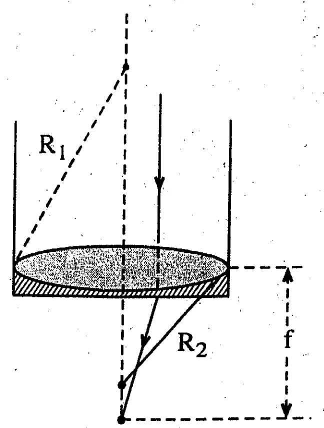
$$\frac{1}{f_A} = (1{,}333 - 1)\left[-\frac{1}{R_1}\right] \qquad (2)$$

– Lặp lại bước 2, với mặt kia của thấu kính, ta được :

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{f} + \frac{1}{f_B}$$

trong đó f_B là tiêu cự của thấu kính phân kì bằng nước

$$\frac{1}{f_B} = (1{,}333 - 1)\left[-\frac{1}{R_2}\right] \qquad (3)$$



Hình 30.5G

b) Từ các công thức (1), (2), (3) ta suy ra n, R_1, R_2.

c) Nêu những nguyên nhân sai số và cách khắc phục. Học sinh tự làm.

31. Đề thi chọn đội tuyển dự IPhO năm 2008, ngày thi thứ nhất

31.1. Cơ học

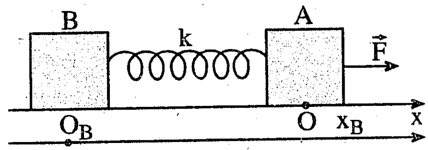
a) Phương trình chuyển động của A

Chọn trục Ox như hình 31.1G, 0 là vị trí ban đầu của A. Áp dụng định luật II Newton :

$$mx''_A = 2\mu mg - \mu mg - kx_A \Rightarrow x''_A = -\frac{k}{m}\left(x_A - \frac{\mu mg}{k}\right)$$

Phương trình dao động :

$$x_A = A_1 \sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t + \varphi\right) + \frac{\mu mg}{k} \qquad (1)$$



Hình 31.1G

Từ đó :

$$v_A = x'_A = A_1\sqrt{\frac{k}{m}}\cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t + \varphi\right) \qquad (2)$$

Điều kiện ban đầu : $t = 0 ; x_A = 0 ; v_A = 0 \Rightarrow A_1 = \frac{\mu mg}{k}, \varphi = -\frac{\pi}{2}$.

Phương trình chuyển động của vật A :

$$x_A = \frac{\mu mg}{k}\left[1 + \sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t - \frac{\pi}{2}\right)\right]; v_A = \mu g\sqrt{\frac{m}{k}}\cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t - \frac{\pi}{2}\right) \qquad (3)$$

b) Khi $t = t_1$, vật B bắt đầu chuyển động, B chỉ chuyển động khi lực đàn hồi của lò xo tác dụng vào B ít nhất bằng lực ma sát nghỉ cực đại và từ lúc đó trở đi : $v_A = v_0 = hs$. Tính t_1 :

$$x_A = \frac{\mu mg}{k}\left[1 + \sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t_1 - \frac{\pi}{2}\right)\right] = \frac{3\mu mg}{2k}$$

$$\Rightarrow t_1 = \frac{2\pi}{3}\sqrt{\frac{m}{k}} ; v_A = \mu g\sqrt{\frac{3m}{4k}} = v_0 \qquad (4)$$

Khi $t \geq t_1$ chọn trục toạ độ O_Bx_B, với gốc O_B là vị trí của vật B ở thời điểm nó cách A một khoảng bằng chiều dài tự nhiên của lò xo (chiều dài khi lò xo không bị biến dạng) và cho O_B chuyển động cùng với vật A với vận tốc v_0 không đổi.

Áp dụng định luật II Newton :

$$mx''_B = -\mu mg - kx_B \Rightarrow x_B = -\frac{\mu mg}{k} + A\sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t + \vartheta\right) \qquad (5)$$

$$v_B = x'_B = A\sqrt{\frac{k}{m}}\cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t + \vartheta\right)$$

Thay $t = t_1$; $x_B = -1,5\frac{\mu mg}{k}$ (dấu trừ chỉ lò xo bị dãn), $v_B = -v_0$ ta được :

$$x_B = -\frac{\mu mg}{k} + A\sin\left(\frac{2\pi}{3} + \vartheta\right) = -1,5\frac{\mu mg}{k},$$

$$v_B = x'_B = A\sqrt{\frac{k}{m}}.\cos\left(\frac{2\pi}{3} + \vartheta\right) = -\mu g\sqrt{\frac{3m}{4k}}$$

Từ đó tìm được : $\vartheta = -\frac{5\pi}{6}$; $A = \frac{\mu mg}{k}$; $v_{B\max} = \mu g\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow$

$$x_B = \frac{\mu mg}{k}\left[\sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}}(t - t_1) - \frac{5\pi}{6}\right) - 1\right] = \frac{\mu mg}{k}\left[\sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t - \frac{3\pi}{2}\right) - 1\right]$$

$$v_B = \mu g\sqrt{\frac{m}{k}}\cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t - \frac{3\pi}{2}\right), t \geq \frac{2\pi}{3}\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Đối với mặt sàn, vật B có vận tốc :

$$v_B^* = v_B + v_0 = \mu g\sqrt{\frac{m}{k}}\cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t - \frac{3\pi}{2}\right) + v_0$$

$$= \mu g\sqrt{\frac{m}{k}}\left[\cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t - \frac{3\pi}{2}\right) + \frac{\sqrt{3}}{2}\right] \tag{6}$$

Ở thời điểm $t = t_2$; $v_B = -v_0$ thì vật B có vận tốc bằng 0 đối với đất :

$$\cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t - \frac{3\pi}{2}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow t_2 = \frac{7\pi}{3}\sqrt{\frac{m}{k}} \tag{7}$$

Lúc đó $x_B(t_2) = \frac{\mu mg}{k}\left[\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right) - 1\right] = -\frac{\mu mg}{2k}$.

Vậy lò xo dãn một đoạn $0,5\frac{\mu mg}{k}$, lực đàn hồi nhỏ hơn lực ma sát nghỉ và vật B đứng yên, chỉ có vật A chuyển động đều cho đến thời điểm t_3 sao cho $v_0(t_3 - t_2) = \frac{\mu mg}{k}$ thì lò xo dãn một đoạn $1,5\frac{\mu mg}{k}$, vật B lại chuyển động. Quá trình lặp lại tuần hoàn với chu kì T.

Tính t_3 :

$$t_3 = t_2 + \frac{\mu mg}{kv_0} = \left(\frac{7\pi}{3} + \frac{2}{\sqrt{3}}\right)\sqrt{\frac{m}{k}} \approx 8,5\sqrt{\frac{m}{k}} \tag{8}$$

Chu kì chuyển động của vật B :

$$T = t_3 - t_1 = \left(\frac{5\pi}{3} + \frac{2}{\sqrt{3}}\right)\sqrt{\frac{m}{k}} \approx 6,4\sqrt{\frac{m}{k}} \qquad (9)$$

Kết luận :

$$t_1 = \frac{2\pi}{3}\sqrt{\frac{m}{k}},\ t_2 = \frac{7\pi}{3}\sqrt{\frac{m}{k}},\ t_3 = \left(\frac{7\pi}{3} + \frac{2}{\sqrt{3}}\right)\sqrt{\frac{m}{k}},\ T = \left(\frac{5\pi}{3} + \frac{2}{\sqrt{3}}\right)\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$\begin{cases} 0 \le t < t_1 : v_B^* = 0\,; \\ t_1 + nT \le t < t_2 + nT : v_B^* = \mu g\sqrt{\frac{m}{k}}\left[\cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t - \frac{3\pi}{2}\right) + \frac{\sqrt{3}}{2}\right] \quad (n = 0,1,2,3,...) \\ t_2 + nT \le t < t_3 + nT : v_B^* = 0 \end{cases}$$

31.2. Nhiệt học

a) Áp dụng định luật Boyle – Mariotte cho khí ở ngăn A, và cho khí ở ngăn B (xem hình 31.2Ga, b) [chọn đơn vị áp suất là kPa].

$$\begin{cases} 30V = (P' + 10)(4V - V') & (1) \\ 20V = P'V' & (2) \end{cases}$$

Khử V' trong (1) và (2), ta có :

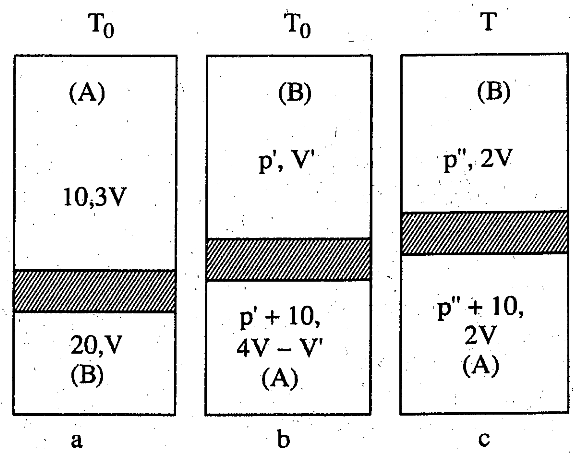
$$30V = (p' + 10)\left(4V - \frac{20V}{p'}\right)$$

Đơn giản hai vế cho V, ta nhận được phương trình cho p' :

$$2p'^2 - 5p' - 100 = 0 \qquad (3)$$

Lấy nghiệm dương :

$$p' = \frac{5 + \sqrt{825}}{4} \approx 8,43\,\text{kPa}$$



Hình 31.2G

Thay vào (2) ta được :

$$V' = \frac{20V}{p'} \approx 2,37\ V$$

Áp suất trong ngăn A là : p' + 10 = 18,43 kPa.

Thể tích của ngăn A là : 4V – V' = 1,63 V.

b) Kí hiệu T là nhiệt độ mà tại đó thể tích hai ngăn bằng nhau và bằng 2V. Áp dụng phương trình trạng thái lần lượt cho khí trong ngăn A và trong ngăn B. Ta có :

$$\begin{cases} \dfrac{10.3V}{T_0} = \dfrac{(p'' + 10).2V}{T} & (4) \\ \dfrac{20.V}{T_0} = \dfrac{p''.2V}{T} & (5) \end{cases}$$

Từ (4) và (5) rút ra :

$$\frac{3}{2} = \frac{p'' + 10}{p''} \Rightarrow p'' = 20 \text{ kPa}$$

Thay giá trị này của p" vào (5) ta có :

$$T = 2T_0$$

Như vậy phải tăng nhiệt độ tuyệt đối của hệ lên gấp hai lần thì thể tích của hai ngăn sẽ bằng nhau.

c) Nhiệt lượng Q mà khí nhận được sẽ là $Q = \Delta U + A$. (6)

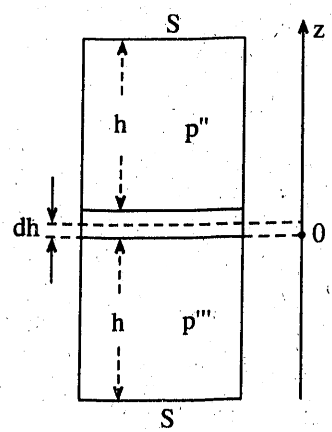
Chuyển sang hệ đơn vị SI, áp suất tính ra Pa, thể tích m^3 ta được :

$$\Delta U = (\nu_1 + \nu_2)C_v\,\Delta T = \left(\frac{10^4.3V}{RT_0} + \frac{2.10^4.V}{RT_0}\right)\frac{5}{2}R\,\Delta T = 12{,}5 \text{ J}$$

$$A = 10^4(2{,}37V - 2V) = 3700V = 0{,}37 \text{ J}$$

Cuối cùng : Q = 12,87 J.

d) Lấy trục Oz thẳng đứng, hướng lên trên, gốc O ứng với vị trí cân bằng của vách ngăn (đáy dưới) (Hình 31.3G).



Hình 31.3G

Xét độ dời của vách ngăn là dh thì toạ độ c đáy dưới vách ngăn là z = dh.

Biến thiên áp suất ở hai ngăn tác dụng lên vách ngăn là hai lực cùng chiều có độ lớn Sdp" và Sdp''', do đó : F = S(dp" + dp''').

Coi quá trình biến đổi của khí trong từng ngăn là đoạn nhiệt thuận nghịch, ta có :

$$p''h^{\gamma} = \text{const} \Rightarrow \frac{dp''}{p''} + \gamma\frac{dh}{h} = 0 \Rightarrow dp'' = -\gamma p''\frac{dh}{h}$$

Tương tự ta có :

$$p'''h^{\gamma} = \text{const} \Rightarrow dp''' = -\gamma p'''\frac{dh}{h}$$

$$F = -\gamma(p'' + p''')\frac{dh}{h}S = -\gamma(p'' + p''')\frac{z}{h}S \qquad (7)$$

Gọi M là khối lượng của vách ngăn, áp dụng định luật II Newton :

$$F = M\ddot{z} \tag{8}$$

Mặt khác, vì vách ngăn cân bằng nên :

$$Mg = S.10^4 \tag{9}$$

Từ (7), (8) và (9) suy ra $\ddot{z} + \dfrac{\gamma(p'' + p''')}{10^4}\dfrac{g}{h}z = 0$.

Vách ngăn dao động với tần số ω :

$$\omega = \sqrt{\frac{\gamma(p'' + p''')}{10^4}\frac{g}{h}} = \sqrt{1,4.5.\frac{9,81}{0,2}} = 18,53\ \text{rad.s}^{-1}$$

Tần số dao động của vách ngăn là : $f = \dfrac{\omega}{2\pi} = 3$ Hz.

31.3. Điện – từ

1. a) Vì d << a nên có thể xem lực từ do mỗi cạnh của vòng dây (1) tác dụng lên cạnh đối diện của vòng dây (2) là lực từ do dòng điện thẳng dài vô hạn gây ra với cảm ứng từ $B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi d}$. Lực từ tác dụng lên vòng dây (2) (lực đẩy) là :

$$F = IB.(4a) = \frac{2\mu_0 I^2 a}{\pi d} \tag{1}$$

Điều kiện cân bằng của vòng dây (2) : $F = mg \Rightarrow I = \sqrt{\dfrac{\pi mgd}{2\mu_0 a}} \approx 11$ A.

b) Ở thời điểm t, vòng dây (2) ở trên vị trí cân bằng một đoạn z, ta có phương trình :

$$\mu_0\frac{I^2 a}{\pi(d + z)} - mg = mz'' \tag{2}$$

Vì $z \ll d$, $\dfrac{1}{d + z} \approx \dfrac{1}{d}\left(1 - \dfrac{z}{d}\right)$ (3)

Từ (1), (2), (3) suy ra : $z'' + \dfrac{2\mu_0 I^2 a}{\pi d^2}z = 0$.

Vòng dây (2) dao động với chu kì : $T = \dfrac{\pi^{\frac{3}{2}}d}{I}\sqrt{\dfrac{2}{\mu_0 a}}$;

Khoảng thời gian cần tìm là : $\Delta t = \dfrac{T}{2}T = \dfrac{\pi^{\frac{3}{2}}d}{I\sqrt{2\mu_0 a}}$. Thay số ta được $\Delta t \approx 0,045$ s.

2. a) Lực từ tổng hợp hướng lên trên cân bằng với trọng lực :

$$\frac{\mu_0 I_1 I_2 a}{2\pi}\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x+a}\right) = mg \Rightarrow x^2 + ax - \frac{\mu_0 I_1 I_2 a^2}{2\pi mg} = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{a}{2}\left(\sqrt{1+\frac{2\mu_0 I_1 I_2 a}{\pi mg}} - 1\right) \approx \frac{\mu_0 I_1 I_2 a^2}{2\pi mg}, \left(\frac{2\mu_0 I_1 I_2 a}{\pi mg} \ll 1\right)$$

Thay số ta được $x \approx 1{,}6$ cm.

b) Vòng dây luôn luôn bị dây dẫn hút vào nó nên sau khi buông tay ra, nó chuyển động về phía dây dẫn với gia tốc ngày càng tăng và cuối cùng chạm vào dây dẫn. Khoảng cách nhỏ nhất bằng $\frac{a}{2} = 20$ cm.

31.4. Cơ học

a) Năng lượng của sao chổi

+ Tại điểm gần Mặt Trời nhất là : $W = \frac{1}{2}mv_1^2 - m\frac{GM_S}{kR_T}$ (1)

+ Tại điểm gần cắt quỹ đạo Trái Đất là : $W = \frac{1}{2}mv^2 - m\frac{GM_S}{R_T}$ (2)

trong đó m và M_S lần lượt là khối lượng của sao chổi và của Mặt Trời.

Vì quỹ đạo của Trái Đất là tròn, ta có : $v_T^2 = \frac{GM_S}{R_T}$ (3)

Từ (1), (2) và (3) suy ra :

$$\frac{1}{2}mv_1^2 - m\frac{GM_S}{kR_T} = \frac{1}{2}mv^2 - m\frac{GM_S}{R_T} \Rightarrow v^2 = v_1^2 + \frac{2GM_S}{R_T}\left(1-\frac{1}{k}\right)$$

$$\Rightarrow v^2 = v_1^2 + 2v_T^2\left(1-\frac{1}{k}\right)$$

Từ đó : $v = \sqrt{v_1^2 + 2v_T^2\left(1-\frac{1}{k}\right)} = 41{,}8$ km/s.

b) + Năng lượng của sao chổi bằng :

$$W = \frac{1}{2}mv_1^2 - m\frac{GM_S}{kR_T} = \frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{m}{k}v_T^2 = m\left(\frac{1}{2}v_1^2 - \frac{v_T^2}{k}\right) = -25.10^6\,\text{mJ} < 0$$

Điều này có nghĩa là quỹ đạo của sao chổi là một elip.

+ Năng lượng của sao chổi và bán trục lớn a của quỹ đạo của nó liên hệ với nhau bởi hệ thức :

$$W = -m\frac{GM_S}{2a} = -m\frac{v_T^2 R_T}{2a}$$

Kết hợp với (1) ta được :

$$\frac{1}{2}mv_1^2 - m\frac{GM_S}{kR_T} = -m\frac{v_T^2R_T}{2a}\ ;\ \frac{1}{2}mv_1^2 - 2\frac{m}{k}v_T^2 = -m\frac{v_T^2R_T}{2a}$$

Suy ra : $a = -\dfrac{v_T^2R_T^2}{v_1^2 - \dfrac{2v_T^2}{k}} = \dfrac{R_T}{\dfrac{2}{k} - \dfrac{v_1^2}{v_T^2}} = \lambda R_T$ với $\lambda = \dfrac{1}{\dfrac{2}{k} - \dfrac{v_1^2}{v_T^2}} = 17{,}9$.

+ Tại điểm cận nhật P, ta có : $r_P = kR_T = a(1 - e)$, suy ra :

$$e = 1 - \frac{kR_T}{a} = 1 - \frac{kR_T}{\lambda R_T} = 1 - \frac{k}{\lambda} = k\frac{v_1^2}{v_T^2} - 1 = 0{,}977 < 1$$

Với $e < 1$ lại một lần nữa khẳng định quỹ đạo sao chổi là một elip.

+ Theo định luật III Keple :

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{T_0^2}{R_T^3} \Rightarrow \frac{T^2}{\lambda^3R_T^3} = \frac{T_0^2}{R_T^3} \Rightarrow T = \lambda^{\frac{3}{2}}T_0 = nT_0$$

Vậy $n = \lambda^{\frac{3}{2}} = 75{,}7$ và chu kì của sao chổi này khoảng 76 năm (Đây chính là sao chổi Halley).

c) Theo định luật II Kepler, ta có :

$$r^2\frac{d\theta}{dt} = \frac{L}{m} = kR_Tv_1 \qquad (4)$$

ở đây L là momen động lượng và tại điểm cận nhật vận tốc của sao chổi vuông góc với vectơ bán kính. Vì phương trình quỹ đạo của sao chổi như đã biết là elip, ta có :

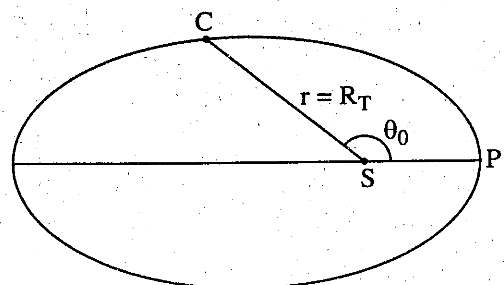
$$r = \frac{p}{1 + e\cos\theta} \text{ với } p = r_P(1 + e) = R_T\left(\frac{kv_1}{v_T}\right)^2$$

Thay vào (4), ta được $\dfrac{d\theta}{dt} = \dfrac{L}{m}.\dfrac{(1 + e\cos\theta)^2}{p^2} = \dfrac{v_T^4}{R_T(kv_1)^3}(1 + e\cos\theta)^2$

Đặt $z = R_T\dfrac{(kv_1)^3}{v_T^4}$, ta có :

$$\tau = \int_{-\theta_0}^{\theta_0} dt = z\int_{-\theta_0}^{\theta_0}\frac{d\theta}{(1 + e\cos\theta)^2}$$

trong đó θ_0 là góc ứng với giao điểm của quỹ đạo sao chổi và quỹ đạo Trái Đất (Hình 31.4G).



Hình 31.4G

Vì chỉ cần xác định cỡ độ lớn, hơn nữa trong trường hợp đang xét e = 0,977 nên trong tích phân trên ta có thể lấy gần đúng e = 1. Khi đó :

$$\tau = 2z\left[\frac{1}{2}\tan\left(\frac{\theta_0}{2}\right) + \frac{1}{6}\tan^3\left(\frac{\theta_0}{2}\right)\right] \tag{5}$$

Để tính θ_0 ta dựa vào phương trình : $R_T = \dfrac{p}{1 - e\cos\theta_0}$

suy ra $\cos\theta_0 = \dfrac{p - R_T}{eR_T}$.

Thay các biểu thức của p và e vào ta được :

$$\cos\theta_0 = \frac{R_T\left(\dfrac{kv_1}{v_T}\right)^2 - R_T}{R_T\left(k\dfrac{v_1^2}{v_T^2} - 1\right)} = \frac{\dfrac{k^2v_1^2}{v_T^2 - 1}}{\dfrac{kv_1^2}{v_T^2 - 1}}$$

Thay số ta được : $\theta_0 = 100^0$. Thay vào (5) ta tính được $\tau = 1{,}76z \approx 77$ ngày.

31.5. Thuyết tương đối

a) Biến thiên của động lượng :

$$dp_x = qEdt \Rightarrow p_x = qEt$$

$$dp_y = 0 \Rightarrow p_y = p_0 = \text{const}$$

Từ đó : $p^2 = p_x^2 + p_y^2 = p_0^2 + (qEt)^2$.

Áp dụng hệ thức giữa năng lượng và xung lượng ta có :

$$E = c\sqrt{p_0^2 + (qEt)^2 + m_0^2c^2}$$

Lúc t = 0 ta có : $E_0 = c\sqrt{p_0^2 + m_0^2c^2}$. Từ đó : $E = \sqrt{E_0^2 + (qEct)^2}$.

Mặt khác dựa vào hệ thức $\vec{p} = \dfrac{m_0\vec{v}}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}} = \dfrac{E}{c^2}\vec{v}$ để tìm p_x và p_y. Ta có :

$$p_x = \frac{E}{c^2}\frac{dx}{dt} = qEt \Rightarrow \frac{dx}{dt} = \frac{qEc^2t}{E} \Rightarrow dx = \frac{qEc^2tdt}{E} = \frac{qEc^2tdt}{\sqrt{E_0^2 + (qEct)^2}}$$

$$\Rightarrow x = c\sqrt{t^2 + \left(\frac{E_0}{qEc}\right)^2} - \frac{E_0}{qE} \tag{1}$$

Tương tự với p_y :

$$p_y = \frac{E}{c^2}\frac{dy}{dt} = p_0 \Rightarrow dy = \frac{p_0 c^2 dt}{\sqrt{E_0^2 + (qEct)^2}}$$

$$\Rightarrow y = \frac{p_0 c}{qE}\ln\left(\frac{qEc}{E_0}\right) + \frac{p_0 c}{qE}\ln\left(t + \sqrt{t^2 + \left(\frac{E_0}{qEc}\right)^2}\right)$$

Phương trình quỹ đạo của hạt là phương trình tham số :

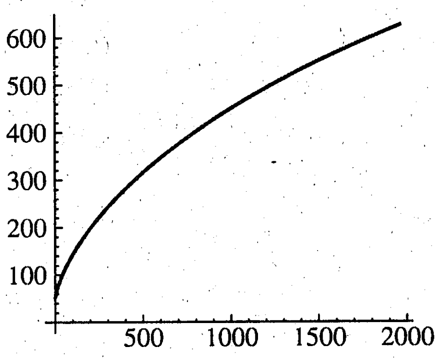
$$x = c\sqrt{t^2 + \left(\frac{E_0}{qEc}\right)^2} - \frac{E_0}{qE};$$

$$y = \frac{p_0 c}{qE}\ln\left(\frac{qEc}{E_0}\right) + \frac{p_0 c}{qE}\ln\left(t + \sqrt{t^2 + \left(\frac{E_0}{qEc}\right)^2}\right)$$

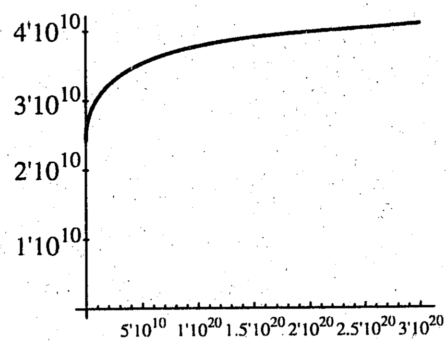
Ta vẽ quỹ đạo của hạt với số liệu sau :

$q = 10^{-6}$C ; $E = 10^4$ A/m^2 ; $p_0 = 0,1$ kg.m/s ; $c = 3.10^8$ m/s ; $m_0 = 10^{-4}$ kg

Khi $t \to \infty$, hạt chuyển động theo phương song song với trục Ox.



Hình 31.5G. Khi t nhỏ.



Hình 31.6G. Khi t lớn.

b) Vectơ vận tốc $\vec{v}$ của hạt tại thời điểm t có các thành phần như sau :

$$\begin{cases} v_x = \dfrac{ct}{\sqrt{t^2 + A^2}} \\ v_y = B\dfrac{\left(1 + \dfrac{t}{\sqrt{t^2 + A^2}}\right)}{t + \sqrt{t^2 + A^2}} = \dfrac{B}{\sqrt{t^2 + A^2}} \end{cases}$$

Suy ra : $v = c\sqrt{\dfrac{t^2 + \left(\dfrac{p_0}{qE}\right)^2}{t^2 + \left(\dfrac{E_0}{qEc}\right)^2}}$. Trong đó $A = \dfrac{E_0}{qEc}, B = \dfrac{p_0c}{qE}$.

Vectơ $\vec{v}$ hợp với trục Ox góc φ có : $\tan\varphi = \dfrac{v_y}{v_x} = \dfrac{B}{ct}$.

Khi $t = \dfrac{p_0}{qE}$ thì $v = \dfrac{p_0c\sqrt{2}}{\sqrt{2p_0^2c^2 + m_0^2c^4}}$ và $\varphi = \dfrac{\pi}{4}$.

31.6. Trước hết chúng ta tính góc khối $\Delta\omega$ nhìn hạt bitmut từ điểm phát tia X ở bản A. Góc khối $\Delta\omega$ được tính theo bán kính r của hạt bitmut và khoảng cách d từ bản A đến hạt bitmut : $\Delta\omega = \dfrac{r^2\pi}{d^2}$. Góc khối này chiếm tỉ lệ bằng $\rho = \dfrac{\Delta\omega}{4\pi} = \left(\dfrac{r}{2d}\right)^2 \approx 1{,}8.10^{-6}$ của góc khối 4π từ điểm phát tia X ở bản A.

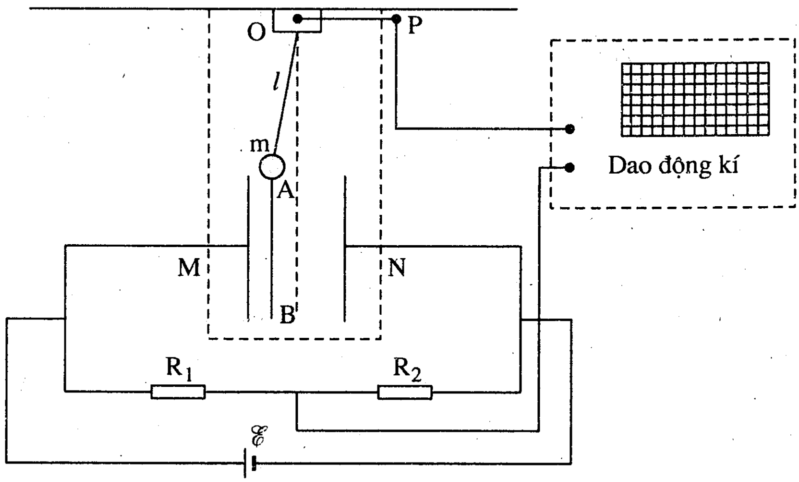
a) Nếu quan niệm tia X là sóng, thì năng lượng của nó sẽ phân bố đều trên mặt sóng cầu và phần năng lượng mà hạt bitmut nhận được sẽ chỉ bằng $1{,}8.10^{-6}$ phần năng lượng toàn phần của chùm tia X do bản A phát ra. Phần năng lượng nhỏ bé này lại phải phân phối cho một số rất lớn êlectron cấu tạo nên hạt bitmut, cho nên muốn làm bật một êlectron ra khỏi hạt bitmut thì phải cần một thời gian rọi sáng rất lâu, hoặc bằng một cách nào đó không thể hiểu được, phải truyền tất cả năng lượng của chúng cho một êlectron.

b) Nếu giải thích theo quan niệm hạt, thì xác suất để một hạt phôtôn đập trúng hạt bitmút là $1{,}8.10^{-6}$. Tức là cứ có 1 800 000 phôtôn bay ra từ bản A sẽ có trung bình 1 phôtôn đập trúng hạt bitmut. Nhưng trong thí nghiệm, trong 1 giây trung bình có 1000 phôtôn bay ra khỏi bản A, tức là trung bình cứ sau $\tau = \dfrac{1800000}{1000.60} = 30$ phút lại có 1 phôtôn đập vào hạt bitmut, và làm bật 1 êlectron từ hạt đó, làm cho hạt bitmut mất cân bằng. Tính toán này phù hợp với kết quả thu được từ thí nghiệm trên của Dobronravov và Ioffe.

32. Đề thi chọn đội tuyển dự IPhO năm 2008, ngày thi thứ hai

32.1. Đo gia tốc của vật chuyển động sử dụng cơ cấu biến đổi điện dung

a) Sơ đồ hệ đo như hình 32.1G.



Hình 32.1G

Khi ôtô chuyển động với gia tốc a sang phải, con lắc lệch sang trái do lực quán tính. Tấm AB được nối với dây treo kim loại, tách tụ C thành hai tụ C_1 và C_2 nối tiếp. Các tụ C_1, C_2, R_1, R_2 hình thành cầu Whistone.

Khi ôtô chuyển động có gia tốc, cầu mất cân bằng làm xuất hiện điện áp U trên dao động kí.

b) *Xây dựng công thức tính a :* (Hình 32.2G).

Coi góc lệch là nhỏ, tấm AB lệch khỏi vị trí cân bằng một khoảng :

$$\Delta x = l\sin\alpha \approx l\alpha \qquad (1)$$

Lực quán tính tác dụng lên con lắc :

$$F_{qt} = ma = mg\tan\alpha = mg\alpha \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có :

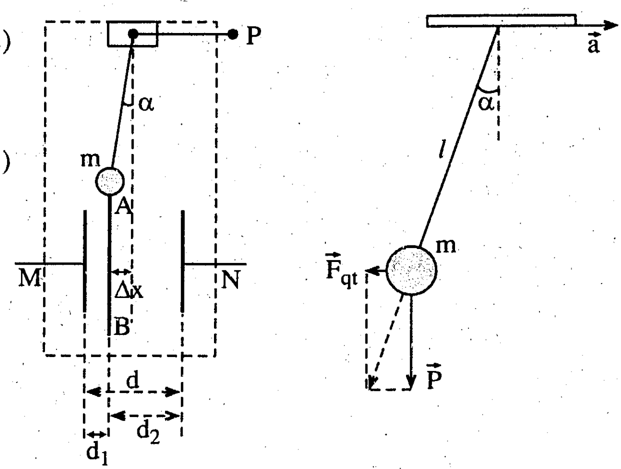
$$a = g\frac{\Delta x}{l} \Rightarrow \Delta x = \frac{al}{g} \qquad (3)$$

Mặt khác ta có :

$$C_1 = \frac{\varepsilon_o S}{d_1}\ ;\ C_2 = \frac{\varepsilon_o S}{d_2}, \text{ với}$$

$$d_1 + d_2 = d\ ;\ d_1 = \frac{d}{2} - \Delta x\ ;$$

$$d_2 = \frac{d}{2} + \Delta x.$$



Hình 32.2G

Ngoài ra : $U_{R2} = \dfrac{\mathscr{E}}{2}$;

$$\mathscr{E} = U_{C_1} + U_{C_2} = \frac{C_2 U_{C_2}}{C_{C_1}} + U_{C_2} = \left(\frac{d_1}{d_2} + 1\right) U_{C_2}$$

Suy ra $U_{C_2} = \dfrac{\mathscr{E} d_2}{d_1 + d_2} = \dfrac{\mathscr{E} d_2}{d}$

Hiệu điện thế đọc trên dao động kí :

$$U = U_{C2} - U_{R2} = \frac{\mathscr{E} d_2}{d} - \frac{\mathscr{E}}{2} = \frac{\mathscr{E}}{d}\left(\frac{2d_2 - d}{2}\right) = \frac{\mathscr{E}\Delta x}{d} = \mathscr{E}.\frac{C}{\varepsilon_o S}.\frac{la}{g}.$$

Từ đó : $a = U\dfrac{g\varepsilon_o S}{C\mathscr{E}l}$.

c) *Giới hạn đo của hệ* :

Thang đo là tuyến tính khi góc lệch nhỏ để $\tan\alpha \approx \sin\alpha$.

Với $\alpha \leq 10^o$ thì giới hạn đo $a < 0{,}17g$.

Hệ đo gặp sai số lớn khi đo cho các vật chuyển động với gia tốc biến thiên, đặc biệt là các dao động tuần hoàn và các dao động điều hoà.

32.2. Xác định đặc trưng của linh kiện quang điện trở

a) *Cơ sở lí thuyết*

Hệ thí nghiệm sử dụng hiện tượng bức xạ nhiệt cân bằng. Nhiệt độ sợi dây tóc bóng đèn ổn định ở giá trị khi năng lượng hấp thụ cân bằng với năng lượng bức xạ dạng sóng điện từ.

Để xác định được hệ số γ, ta cần xây dựng được đường thực nghiệm biểu diễn sự phụ thuộc điện trở của quang điện trở theo năng thông Φ.

Năng thông Φ mà quang điện trở nhận được sẽ tỉ lệ thuận với năng suất phát xạ toàn phần $\Re(T)$ của dây tóc bóng đèn, tức phụ thuộc vào nhiệt độ T của dây tóc vonfam.

Bằng việc xác định điện trở của đèn ta sẽ xác định được nhiệt độ dây tóc vonfam.

Như vậy, ta đã xây dựng được mối quan hệ giữa điện trở của đèn và điện trở của quang điện trở trong đó có chứa hệ số γ cần xác định.

Dây tóc bóng đèn khi có dòng đốt chạy qua sẽ thay đổi nhiệt độ và điện trở dây tóc thay đổi theo nhiệt độ theo hàm số :

$$R_t = R_0(1 + \alpha.t + \beta.t^2)$$

R_t và R_0 là điện trở dây tóc đèn ở t (^oC) và 0 (^oC) ; α, β là các hệ số nhiệt điện trở của dây tóc vonfam : $\alpha = 4{,}82.10^{-3}\ K^{-1}$; $\beta = 6{,}76.10^{-7}K^{-2}$.

Điện trở R_0 của dây tóc ở 0^oC xác định bằng cách đo điện trở R_p của dây tóc ở nhiệt độ phòng t_p đã biết trước nhờ nhiệt kế.

$$R_0 = \frac{R_p}{(1 + \alpha t_p + \beta t_p^2)}$$

Điện trở R_t đo được bằng phương pháp vôn – ampe : $R_t = \frac{U}{I}$.

Từ đó suy ra nhiệt độ tuyệt đối của dây tóc bóng đèn :

$$T = 273 + \frac{1}{2\beta}\left[\sqrt{\alpha^2 + 4\beta\left(\frac{R_t}{R_o} - 1\right)} - \alpha\right]$$

Quang điện trở là linh kiện có điện trở thay đổi theo năng thông bức xạ gửi tới có dạng $R = A\Phi^{-\gamma}$ với A, γ là các hằng số phụ thuộc vào bản chất vật liệu, kích thước và hình dạng quang trở.

Năng suất phát xạ toàn phần $\Re(T)$ tuân theo định luật Stefan – Boltzman :

$$\Re(T) = a\sigma.T^4 \text{ với a là hệ số (a < 1)}$$

Năng thông $\Phi \sim \Re(T)$ hay $\Phi = B.\Re(T)$ với B là hằng số phụ thuộc vị trí đặt quang điện trở so với nguồn phát bức xạ.

Khi đó ta có :

$$R = A\Phi^{-\gamma} = A.(Ba\sigma T^4)^{-\gamma} = A.(Ba\sigma)^{-\gamma}.T^{-4\gamma}$$

$$\ln R = \ln(A.(Ba\sigma)^{-\gamma}) - 4\gamma \ln T$$

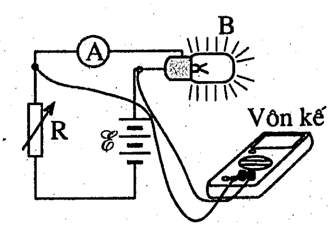
Từ đồ thị lnR theo lnT ta xác định được hệ số γ.

* Do độ rọi tỉ lệ với năng thông gửi tới, nên có thể sử dụng quang điện trở đo độ rọi ánh sáng.

b) *Các bước tiến hành thí nghiệm* (hình 32.3G)

– Đo điện trở dây tóc bóng đèn ở nhiệt độ phòng :

+ Hai đầu vôn kế mắc vào hai đầu đui đèn để xác định được chính xác hiệu điện thế đặt vào dây tóc.



Hình 32.3G

+ Ampe kế để thang đo nhỏ.

+ Sử dụng biến trở để chỉnh dòng điện qua đèn rất nhỏ để không làm thay đổi nhiệt độ sợi dây tóc, ghi lại giá trị cường độ dòng điện và hiệu điện thế trên vôn kế.

+ Lập bảng số liệu và tính giá trị điện trở $R = \frac{U}{I}$:

I	....	....	....	....
U	....	....	....	....
R	....	....	....	....

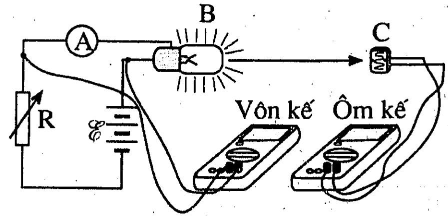
+ Dựng đồ thị R_p theo I, ngoại suy xác định được giá trị điện trở R_p ứng với dòng $I = 0$, đó chính là điện trở dây tóc ở nhiệt độ phòng.

(Có thể dùng ôm kế đo trực tiếp điện trở sợi dây bóng đèn nhưng sẽ kém chính xác hơn (Hình 32.4G)).

– Từ giá trị R_p ta tính được R_0.

– Mắc mạch đo như hình 24G.

– Thay đổi giá trị biến trở để chỉnh dòng chạy qua bóng đèn với các giá trị xác định. Đợi giá trị trên ôm kế ổn định, đọc bộ các giá trị của vôn kế và ôm kế ứng với giá trị khác nhau của ampe kế.



Hình 32.4G

– Lập bảng số liệu :

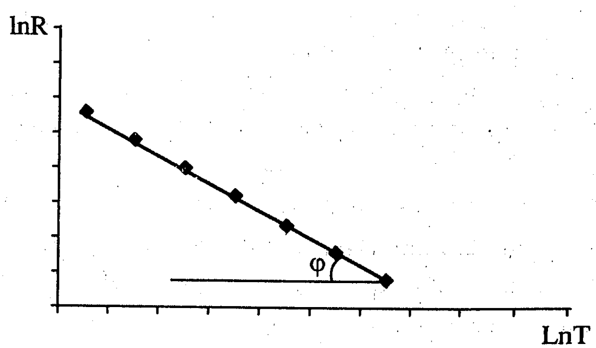
Lần đo	U	I	$R_t = \frac{U}{I}$	T	R	lnR	lnT
....	....	....	....	....	....	....	....
....	....	....	....	....	....	....	....
....	....	....	....	....	....	....	....
....	....	....	....	....	....	....	....

– Dựng đồ thị lnR theo lnT và tìm góc φ (Hình 32.5G).

Mặt khác ta có $\tan\varphi = 4\gamma \Rightarrow \gamma = \frac{\tan\varphi}{4}$.

c) Các *lưu ý khi tiến hành thí nghiệm. Các sai số thường mắc phải* :

+ *Lưu ý* : – Cần tiến hành thí nghiệm trong phòng tối hoặc có biện pháp che chắn ánh sáng bên ngoài để tránh nhiễu của tín hiệu ngoài đến quang điện trở.



– Vôn kế phải đo ngay tại hai đầu đui đèn để xác định điện trở dây đốt chuẩn xác.

Hình 32.5G

– Cần xác định điện trở đèn ở nhiệt độ phòng thông qua việc đo U, I rồi ngoại suy. Nếu dùng ôm kế đo trực tiếp sẽ dẫn đến sai số do dòng điện cấp bởi thiết bị đo có thể làm ảnh hưởng nhiệt độ sợi tóc.

Sai số mắc phải :

– Sai số do nhiệt kế đo nhiệt độ phòng.

– Sai số của các dụng cụ.

– Sai số xác định các giá trị trên đồ thị.

32.3. Xác định chiều dày màng mỏng bằng phương pháp giao thoa

a) Cơ sở lí thuyết.

Khoảng vân khi chưa đặt tấm kính sau hai nguồn kết hợp S_1, S_2 là :

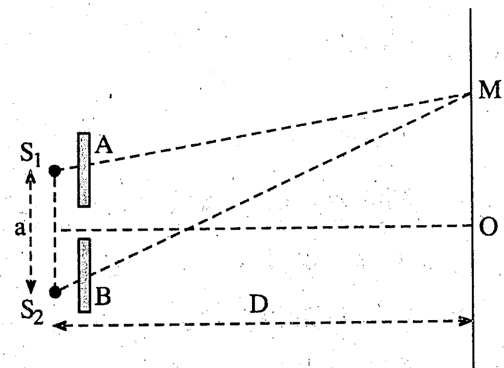
$$i = \frac{\lambda D}{a} \Rightarrow \lambda = \frac{ai}{D} \qquad (1)$$

Biết giá trị khoảng vân, ta có thể xác định được bước sóng dùng trong thí nghiệm.

Trong trường hợp nếu đặt cả hai tấm kính giống hệt nhau sau khe sáng S_1 và S_2, thì hiệu quang trình của hai chùm tia đến màn vẫn giống như trường hợp khi chưa đặt tấm kính. Hệ vân giao thoa sẽ không bị dịch chuyển (Hình 32.6G).

Khi đặt tấm kính chưa phủ màng ngay sau một khe sáng, còn tấm kính có phủ màng sau khe còn lại, hiệu quang trình của tia sáng từ S_1 và S_2 đến màn sẽ bị thay đổi so với khi chưa đặt kính một khoảng (n – 1)d. Lúc này hệ vân giao thoa sẽ dịch chuyển một khoảng :

$$x = \frac{(n-1)dD}{a} \Rightarrow d = \frac{ax}{(n-1)D} \qquad (2)$$



Hình 32.6G

Bằng việc đo khoảng dịch chuyển, ta xác định được chiều dày lớp màng phủ thêm trên tấm kính.

b) Cách tiến hành thí nghiệm, sai số mắc phải

– Xác định khoảng cách giữa hai khe sáng a và khoảng cách khe đến màn D.

– Bật nguồn sáng để có hệ vân giao thoa, xác định vị trí vân trung tâm và khoảng vân i.

– Tính toán bước sóng dùng trong thí nghiệm theo (1).

– Đặt trước hai khe sáng hai tấm kính (tấm có phủ màng và chưa phủ màng).

– Xác định vị trí vân trung tâm, so sánh với trường hợp chưa đặt tấm thuỷ tinh để xác định khoảng dịch chuyển của hệ vân x.

– Lặp lại thí nghiệm vài lần để tìm giá trị trung bình của khoảng dịch chuyển của hệ vân.

– Xác định chiều dày lớp màng theo công thức (2).

* Sai số phép đo :

– Sai số do cách đặt tấm kính sau khe sáng.

– Sai số dụng cụ, cách xác định khoảng vân và khoảng dịch chuyển.

32.4. Xác định hằng số Planck

a) Thiết lập các công thức sử dụng trong thí nghiệm.

Ta có $f(\lambda,T) = \dfrac{2\pi}{\lambda^3}\dfrac{hc}{e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}} - 1} \approx \dfrac{2\pi}{\lambda^3}\dfrac{hc}{e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}}}$ (do bước sóng λ là nhỏ).

Mặt khác điện trở của quang điện trở : $R \sim \Phi^{-\gamma} \sim f(\lambda,T)^{-\gamma}$.

$$\text{Do đó : } R = C_1.\left(\frac{2\pi}{\lambda^3}\frac{hc}{e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}}}\right)^{-\gamma} = C_1.\left(\frac{2\pi hc}{\lambda^3}\right)^{-\gamma} e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}\gamma} = C_3.e^{\frac{C_2}{\lambda T}\gamma} \qquad (*)$$

với C_1, C_3 là các hằng số, và $C_2 = \dfrac{hc}{k_B}$.

Từ (*) ta có $R = C_3.e^{\frac{C_2\gamma}{\lambda T}} \Rightarrow \ln R = \ln C_3 + \dfrac{C_2\gamma}{\lambda}.\dfrac{1}{T} = \ln C_3 + \dfrac{C_2\gamma}{\lambda}.\dfrac{1}{a}R_B^{-0,83}$.

Như vậy nếu ta xác định được giá trị a và γ, biết λ và dựng được R_{Bo} đồ thị phụ thuộc lnR theo $R_B^{-0,83}$ ta sẽ tìm được C_2 từ đó tìm được $h = \dfrac{C_2 k_B}{c}$.

Để xác định giá trị a ta đo điện trở dây tóc ở nhiệt độ phòng và đọc giá trị nhiệt độ phòng t_p trên nhiệt kế sẽ có $a = T_p.R_{Bo}^{-0,83}$.

Để xác định hệ số γ : ta sử dụng tỉ lệ giá trị điện trở đo được trên quang trở khi để đèn ở độ sáng nhất định trong trường hợp có kính phân cực (R_1) và không có kính phân cực (R_0).

Kính phân cực làm năng thông sau khi qua kính (Φ_1) so với trước khi qua kính (Φ_0) là : $\Phi_1 = \dfrac{\Phi_0}{2}(1 - k)$; mặt khác điện trở của quang điện trở đo được là :

$$R = A\Phi^{-\gamma}$$

$R_0 = A\Phi_0^{-\gamma}$;

$$R_1 = A\Phi_1^{-\gamma} \Rightarrow \frac{R_0}{R_1} = \left(\frac{\Phi_1}{\Phi_0}\right)^{\gamma} \Rightarrow \ln\left(\frac{R_0}{R_1}\right) = \gamma\ln\left(\frac{\Phi_1}{\Phi_0}\right) = -\gamma\ln\left(\frac{2}{1-k}\right)$$

b) Trình bày các bước tiến hành thí nghiệm và xử lí số liệu.

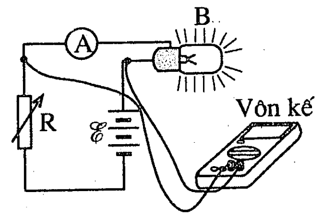
* Xác định hàm số biểu thị sự phụ thuộc nhiệt độ của dây sợi đốt T (K) của đèn thay đổi theo điện trở bóng đèn R_B (Ω) dạng hàm số $T = aR_B^{0,83}$ với a là hệ số.

– Mắc mạch điện như hình 32.7G :

+ Hai đầu vôn kế mắc vào hai đầu đui đèn để xác định được chính xác hiệu điện thế đặt vào dây tóc.

+ Ampe kế để thang đo nhỏ.

+ Sử dụng biến trở để chỉnh dòng điện qua đèn rất nhỏ để không làm thay đổi nhiệt độ sợi dây tóc, ghi lại giá trị cường độ dòng điện và hiệu điện thế trên vôn kế.



Hình 32.7G

+ Lập bảng số liệu và tính giá trị điện trở $R_B = \dfrac{U}{I}$:

I	...	...	...	...
U	...	...	...	...
R	...	...	...	...

+ Dựng đồ thị R_B theo I, ngoại suy xác định được giá trị điện trở R_{Bo} ứng với dòng I = 0, đó chính là điện trở dây tóc ở nhiệt độ phòng.

+ Đọc giá trị nhiệt độ trên nhiệt kế $T_p = 273 + t_p^o C$.

+ Ta có $T_p = aR_{Bo}^{0,83}$ từ đó xác định được giá trị a.

* *Xác định hệ số γ của quang trở :* $R = A\Phi^{-\gamma}$.

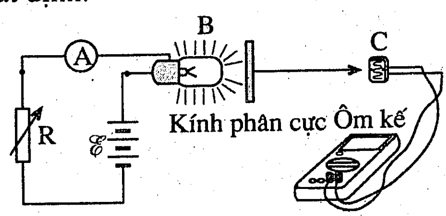
+ Gá bóng đèn và quang điện trở lên giá cách nhau một khoảng cách nhất định.

+ Bố trí hệ thí nghiệm như hình 32.8G :

+ Dùng biến trở chỉnh để đèn có độ sáng nhất định.

+ Ban đầu chưa đặt kính phân tích vào khe giữa đèn và quang điện trở, đo giá trị điện trở của quang điện trở R_0.

+ Đặt kính phân tích vào khe giữa đèn và quang điện trở, đo giá trị điện trở của quang điện trở R_1.



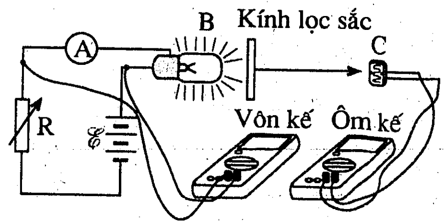
Hình 32.8G

+ Xác định giá trị γ theo công thức $\ln\dfrac{R_0}{R_1} = -\gamma\ln\dfrac{2}{1-k}$.

* Dựng đồ thị phụ thuộc lnR theo $R_B^{-0,83}$ với R là điện trở của quang điện trở tương ứng với điện trở bóng đèn R_B.

+ Bố trí hệ thí nghiệm như hình 32.9G :

+ Đo điện trở bóng đèn theo tỉ số giá trị hiệu điện thế giữa hai đui đèn đọc trên vôn kế và giá trị đọc trên ampe kế : $R_B = \frac{U}{I}$.



Hình 32.9G

+ Đọc giá trị điện trở quang trở R.

+ Thay đổi biến trở để thay đổi độ sáng của đèn.

+ Lặp lại bước xác định R_B và R.

+ Xây dựng bảng số liệu

U	...	...	...	...	...	...
I	...	...	...	...	...	...
$R_B = \frac{U}{I}$	...	...	...	...	...	...
R	...	...	...	...	...	...
$R_B^{-0,83}$	...	...	...	...	...	...
lnR	...	...	...	...	...	...

+ Dựng đồ thị (Hình 32.10G)

+ Xác định độ nghiêng đường đặc trưng tanφ.

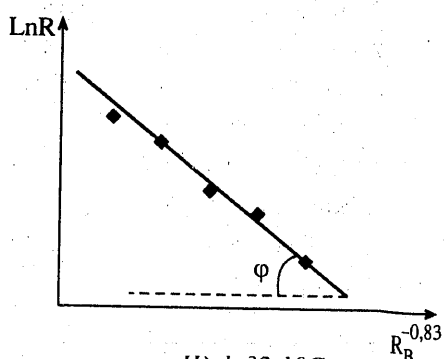
+ Giá trị $\tan\varphi = \frac{C_2\gamma}{\lambda}.\frac{1}{a} \Rightarrow C_2 = \frac{\lambda a \tan\varphi}{\gamma}$.

+ Tính $h = \frac{C_2 k_B}{c}$.

c) *Các lưu ý trong thí nghiệm :*

– Xác định trực tiếp giá trị điện trở bóng đèn ở nhiệt độ phòng bằng ôm kế, sẽ dẫn đến sai số do dòng điện cấp bởi thiết bị đo có thể làm ảnh hưởng nhiệt độ sợi tóc.

– Sai số khi đặt kính phân tích không vuông góc với phương truyền tia sáng từ đèn đến quang trở.



Hình 32.10G

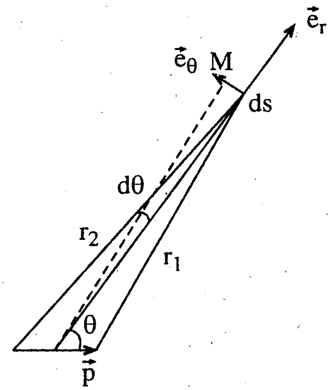
– Sai số do các dụng cụ ảnh hưởng đến giá trị đo,.....

33. Đề thi chọn đội tuyển dự IPhO năm 2009, ngày thi thứ nhất

33.1. Điện học

a) Xác định điện trường gây bởi lưỡng cực điện ở điểm xa O.

Gọi q_0 là điện tích lưỡng cực và l là khoảng cách giữa 2 điện tích của lưỡng cực thì momen lưỡng cực là $p = q_0 l$ (Hình 33.1G).



Hình 33.1G

Điện thế tại M :

$$V = \frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) = \frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{r_2 - r_1}{r_2 r_1}\right)$$

Coi $(r_2 - r_1) \approx l\cos\theta$; $r_1 \approx r_2 \approx r$; $q_0 l = p$, ta có :

$$V = \frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{r_2 - r_1}{r_2 r_1}\right) \approx \frac{q_0 l\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{p\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

Cường độ điện trường tại M :

Xét trong hệ tọa độ cực ta có thể viết :

$\vec{E} = \dfrac{p\cos\theta}{2\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{e}_r + \dfrac{p\sin\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{e}_\theta$ với $\vec{e}_r$, $\vec{e}_\theta$ là các vectơ đơn vị.

Phương trình chuyển động của điện tích trong điện trường trên có dạng :

$$m\vec{a} = q\vec{E} = \frac{qp\cos\theta}{2\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{e}_r + \frac{qp\sin\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{e}_\theta \qquad (*)$$

Trong tọa độ cực, chú ý rằng :

$$\vec{v} = r'\vec{e}_r + r\theta'\vec{e}_\theta,\ \frac{d\vec{e}_r}{dt} = \theta'\vec{e}_\theta\ ;\ \frac{d\vec{e}_\theta}{dt} = -\theta'\vec{e}_r,$$

ta có :

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = r''\vec{e}_r + r'\frac{d\vec{e}_r}{dt} + (r\theta')'\vec{e}_\theta + r\theta'\frac{d\vec{e}_\theta}{dt} = r''\vec{e}_r + r'\theta'\vec{e}_\theta + (r\theta')'\vec{e}_\theta - r(\theta')^2\vec{e}_r$$

hay $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt} = (r'' - r\theta'^2)\vec{e}_r + \dfrac{1}{r}(r^2\theta')'\vec{e}_\theta$ (**)

Từ (*) và (**) suy ra :

$$r'' - r\theta'^2 = \frac{qp\cos\theta}{2\pi\varepsilon_0 m r^3} \qquad (1)$$

$$(r^2\theta')' = \frac{qp\sin\theta}{4\pi\varepsilon_0 m r^2} \qquad (2)$$

Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng ta có :

$$\frac{1}{2}mv^2 + qV(r) = const = W_0$$

hay

$$\frac{1}{2}m(r'^2 + r^2\theta'^2) + \frac{qp\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = W_0 \Rightarrow r'^2 + r^2\theta'^2 + \frac{qp\cos\theta}{2\pi\varepsilon_0 mr^2} = \frac{2W_0}{m} \qquad (3)$$

Từ (1) và (3) ta có : $r'^2 + rr'' = \dfrac{2W_0}{m}$ (4)

b) Đặt $u(t) = r^2(t)$ ta có : $u' = 2rr' \Rightarrow u'' = 2rr'' + 2r'^2$.

Thay vào phương trình (4) có : $\dfrac{1}{2}u'' = \dfrac{2W_0}{m}$, lấy tích phân ta được :

$$u' = \frac{4W_0}{m}t + C_1 \Rightarrow u = \frac{2W_0}{m}t^2 + C_1t + C_2.$$

Hay $r^2(t) = \dfrac{2W_0}{m}t^2 + C_1t + C_2$.

Từ các điều kiện ban đầu ta tìm được : $C_1 = 2r_0r_0'$; $C_2 = r_0^2$.

Vậy : $r^2(t) = \dfrac{2W_0}{m}t^2 + 2r_0r_0't + r_0^2$ (5)

c) Để quỹ đạo của hạt là cung tròn thì r(t) = const.

Từ (5) $\Rightarrow$ $W_0 = 0$, $r_0' = 0$ đồng thời $r'(t) = 0$.

– Từ điều kiện $r'(t) = 0 \Rightarrow v = r\theta'$ và $\vec{v} \perp \vec{r}$; $\vec{v}_0 \perp \vec{r}_0$

– Từ điều kiện $W_0 = 0 \Rightarrow \dfrac{1}{2}m(r_0\theta')^2 + \dfrac{qp\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r_0^2} = 0$ (6)

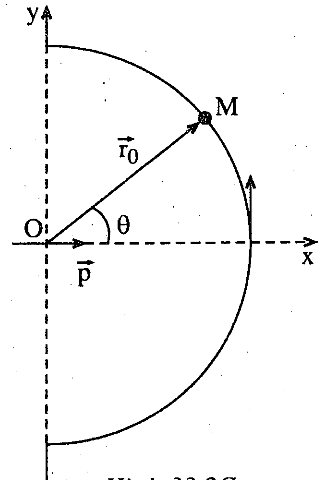
– Phương trình (6) viết lại thành : $\theta'^2 = -\dfrac{qp\cos\theta}{2\pi\varepsilon_0 mr_0^4}$ (7)

$$\theta'' = \frac{qp\sin\theta}{4\pi\varepsilon_0 mr_0^4} \qquad (8)$$

*) Trường hợp qp < 0, ta có $\theta'_{max} = \sqrt{-\dfrac{qp}{2\pi\varepsilon_0 mr_0^4}}$ khi $\theta = 0$. Góc θ tăng dần tới $\dfrac{\pi}{2}$.

Tại $\theta = \dfrac{\pi}{2}$ thì $\theta' = 0$ và $\theta'' < 0$, góc θ giảm và hạt quay trở lại. Tại $\theta = -\dfrac{\pi}{2}$

thì $\theta' = 0$ và $\theta'' > 0$, góc θ tăng, hạt lại chuyển động quay trở lại. Vậy $-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$. Hạt chuyển động trên nửa đường tròn như hình 33.2G.



Hình 33.2G

Vì $\frac{d\theta}{dt} = \sqrt{\frac{|qp|\cos\theta}{2\pi\varepsilon_0 m r_0^4}}$ nên chu kì của chuyển động này là :

$$T = 4\int_0^{\frac{\pi}{2}} dt = 4\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\frac{2\pi\varepsilon_0 m r_0^4}{|qp|}} \frac{d\theta}{\sqrt{\cos\theta}}$$

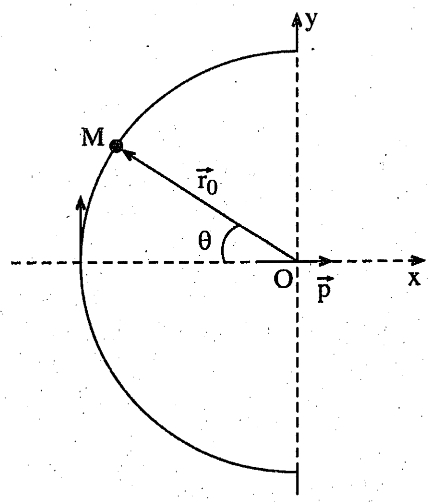
$$= 4\sqrt{\frac{2\pi\varepsilon_0 m r_0^4}{|qp|}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\theta}{\sqrt{\cos\theta}}$$

$$\Leftrightarrow T = 10,48\sqrt{\frac{2\pi\varepsilon_0 m r_0^4}{|qp|}}$$

*) Trường hợp qp > 0, ta có :

$$\theta'_{max} = \sqrt{\frac{qp}{2\pi\varepsilon_0 m r_0^4}} \text{ khi } \theta = \pi.$$

Khi $\theta = \frac{\pi}{2}$ và $\theta = \frac{3\pi}{2}$ thì $\theta' = 0$, hạt sẽ quay trở lại. Nghĩa là hạt sẽ dao động trên nửa đường tròn từ $\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{3\pi}{2}$ (Hình 33.3G).



Hình 33.3G

Chu kì của chuyển động :

$$T = 10,48\sqrt{\frac{2\pi\varepsilon_0 m r_0^4}{|qp|}}$$

33.2. Điện – từ

1. Phương trình chuyển động :

$$\vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = q\vec{v} \wedge \vec{B} \qquad (1)$$

Điều này có nghĩa là $\vec{F}$ luôn vuông góc với $\vec{v}$, tức $\vec{F}.\vec{v} = 0$ hay $m\frac{d\vec{v}}{dt}.\vec{v} = 0$. Từ đó : $\frac{dv^2}{dt} = 0 \Rightarrow v^2 = \text{const} = v_0^2$ tức là $v = v_0$.

2. a) Lấy đạo hàm của tích $\vec{r}.\vec{v}$ ta được :

$$\frac{d}{dt}(\vec{r}.\vec{v}) = v^2 + \vec{r}\frac{d\vec{v}}{dt}$$

Theo (1) và theo biểu thức của cảm ứng từ $\vec{B}$, ta có :

$$\vec{r}\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{q}{m}\vec{r}(\vec{v} \wedge \vec{B}) = \frac{kq}{mr^3}\vec{r}(\vec{v} \wedge \vec{r})$$

Vì $\vec{r} \perp (\vec{v} \wedge \vec{r})$ nên suy ra $\vec{r}.(\vec{v} \wedge \vec{B}) = 0$. Theo câu 1, $v = v_0$, nên cuối cùng ta có $\frac{d}{dt}(\vec{r}.\vec{v}) = v_0^2$. Lấy tích phân ta được :

$$\vec{r}.\vec{v} = v_0^2 t + C_1 \text{ với } C_1 \text{ là một hằng số.}$$

Dùng điều kiện ban đầu, tại t = 0 ta có $\vec{r}.\vec{v} = 0$ (vì $\vec{r}_0 \perp \vec{v}_0$) suy ra $C_1 = 0$. Kết quả ta được :

$$\vec{r}.\vec{v} = v_0^2 t \qquad (2)$$

* Để xác định r(t), ta viết phương trình (2) dưới dạng :

$$2\vec{r}\frac{d\vec{r}}{dt} = 2v_0^2 t \text{ hay } \frac{dr^2}{dt} = 2v_0^2 t$$

Lấy tích phân ta được : $r^2 = v_0^2 t^2 + C_2$.

Vì tại t = 0, $r = r_0$, suy ra $r^2 = v_0^2 t^2 + r_0^2$ (3)

Vậy r^2 là hàm bậc nhất của bình phương thời gian.

* Hệ thức (2) có thể viết lại dưới dạng :

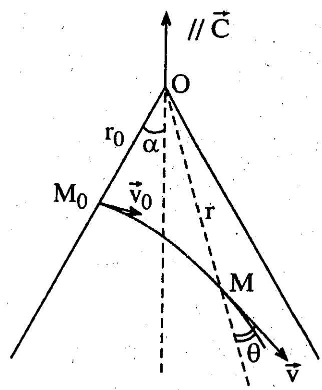
$$rv_0 \cos\theta = v_0^2 t \text{ (Hình 33.4G)}$$

hay $\cos\theta = \frac{v_0 t}{r}$.

Suy ra : $\tan^2\theta = \frac{1}{\cos^2\theta} - 1 = \frac{r^2}{v_0^2 t^2} - 1$

Theo (3), cuối cùng ta được :

$$\tan^2\theta = \frac{v_0^2 t^2 + r_0^2}{v_0^2 t^2} - 1 = \frac{r_0^2}{v_0^2 t^2} \Rightarrow \cos\theta = \frac{v_0}{r_0}t \qquad (4)$$



Hình 33.4G

Như vậy, $\cos\theta$ là hàm tuyến tính của thời gian, tăng từ 0 đến ∞ trong suốt quá trình chuyển động, tức là góc θ giảm từ $\frac{\pi}{2}$ tới 0 ; do đó, vận tốc ban đầu vuông góc với vectơ bán kính rồi dần dần định hướng theo hướng của $\vec{r}$.

b) Ta có $r = \sqrt{2}r_0$ tại thời điểm t sao cho, theo (3), $v_0t = r_0$. Thay vào (4), ta được $\cos\theta = 1$, suy ra $\theta = 45^0$.

3. Tính đến (1) và chú ý rằng $\frac{d\vec{r}}{dt} \wedge \vec{v} = \vec{v} \wedge \vec{v} = 0$, ta có :

$$\frac{d}{dt}(\vec{r} \wedge \vec{v}) = \frac{d\vec{r}}{dt} \wedge \vec{v} + \vec{r} \wedge \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{r} \wedge \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{r} \wedge \frac{q}{m}(\vec{v} \wedge \vec{B}) = \frac{kq}{mr^3}\vec{r} \wedge (\vec{v} \wedge \vec{r})$$

Theo hệ thức gợi ý trong đề bài $\vec{r} \wedge (\vec{v} \wedge \vec{r}) = \vec{v}.r^2 - \vec{r}.(\vec{v}.\vec{r})$, ta có :

$$\frac{d}{dt}(\vec{r} \wedge \vec{v}) = \frac{kq}{m}\left(\frac{\vec{v}}{r} - \frac{\vec{r}}{r^2}\left(\vec{v}.\frac{\vec{r}}{r}\right)\right) = \frac{kq}{m}\left[\frac{1}{r}\frac{d\vec{r}}{dt} - \frac{\vec{r}}{r^2}\frac{dr}{dt}\right],$$

vì $\vec{v}.\frac{\vec{r}}{r} = \frac{dr}{dt}$ – đây chính là thành phần của vận tốc theo phương bán kính vectơ.

Lưu ý rằng $\left[\frac{1}{r}\frac{d\vec{r}}{dt} - \frac{\vec{r}}{r^2}\frac{dr}{dt}\right] = \frac{d}{dt}\left(\frac{\vec{r}}{r}\right)$, suy ra :

$$\frac{d}{dt}(\vec{r} \wedge \vec{v}) = \frac{kq}{m}\left[\frac{1}{r}\frac{d\vec{r}}{dt} - \frac{\vec{r}}{r^2}\frac{dr}{dt}\right] = \frac{kq}{m}\frac{d}{dt}\left(\frac{\vec{r}}{r}\right)$$

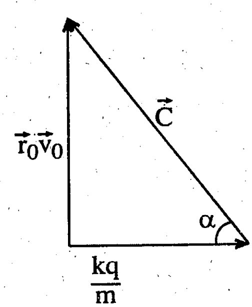
Lấy tích phân hai vế, ta được :

$$\vec{r} \wedge \vec{v} = \frac{kq}{m}\frac{\vec{r}}{r} + \vec{C} \quad (5)$$

Trong đó $\vec{C}$ là một vectơ không đổi, có độ lớn tính được từ hình 33.4G và 33.5G (dùng (5) và điều kiện ban đầu tại t = 0, $r = r_0$ và $v = v_0$).

Theo định lí Pitago :

$$C = \sqrt{(r_0v_0)^2 + \left(\frac{kq}{m}\right)^2} \quad (6)$$



Hình 33.5G

Theo tính chất của tích hữu hướng và (5) :

$$\vec{r}(\vec{r} \wedge \vec{v}) = 0 = \frac{kq}{m}r + \vec{C}.\vec{r} = r\left(\frac{kq}{m} + C\cos\varphi\right)$$

Với φ là góc tạo bởi vectơ $\vec{C}$ và vectơ $\vec{r}$.

Từ phương trình trên suy ra :

$$\cos\varphi = -\frac{kq}{mC} = \text{const} \quad (7)$$

Như vậy trong suốt quá trình hạt chuyển động góc φ luôn không đổi, điều này có nghĩa là quỹ đạo của hạt nằm trên một mặt nón đỉnh O, có trục song song với vectơ $\vec{C}$ và nửa góc ở đỉnh $\alpha = \pi - \varphi$ (Hình 33.4G).

Theo (6) và (7), ta có $\cos\alpha = -\cos\varphi = \frac{kq}{mC} = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{mr_0v_0}{kq}\right)^2}}$.

Hay đơn giản hơn : $\tan\alpha = \frac{mr_0v_0}{kq}$.

33.3. Nhiệt học

Xét mặt trên của tấm (có nhiệt độ T_1) : Khi một phân tử khí chuyển động với vận tốc v va chạm theo phương vuông góc với mặt trên tấm phẳng, thì nó bắn ra với vận tốc v_1 :

$$v_1 = \sqrt{\frac{3kT_1}{m}}$$

Mỗi lần va chạm, phân tử khí sẽ truyền cho tấm phẳng một xung lượng $m(v + v_1)$. Chuyển động của các phân tử khí là hỗn loạn nên một cách gần đúng, ta có coi số hạt đập vào diện tích S trong thời gian Δt là $\frac{1}{6}n_0 Sv\Delta t$ (n_0 là mật độ phân tử khí).

Do đó, áp suất gây bởi các phân tử khí lên mặt này :

$$p_1 = \frac{1}{6}\frac{n_o S\Delta t.mv(v+v_1)}{S\Delta t} = \frac{1}{6}n_o mv(v+v_1)$$

Tương tự, đối với mặt dưới của tấm ta có : $p_2 = \frac{1}{6}n_o mv(v+v_2)$.

Mặt khác ta có áp suất của khí tính theo công thức $p = n_o kT$.

Vậy lực nâng có giá trị cỡ :

$$F_n \sim (p_2 - p_1)S = \frac{n_o m}{6}v(v_2 - v_1)S = \frac{pS}{6kT}m\sqrt{\frac{3kT}{m}}\left(\sqrt{\frac{3kT_2}{m}} - \sqrt{\frac{3kT_1}{m}}\right)$$

$$= \frac{pS}{2\sqrt{T}}(\sqrt{T_2} - \sqrt{T_1})$$

Thay số : $F_n \sim \frac{133.0,1}{2\sqrt{283}}\left(\sqrt{573} - \sqrt{293}\right) \approx 2,7\,N$.

33.4. Quang học

a) Áp dụng định luật khúc xạ ánh sáng tại O : $\sin\alpha = n_1\sin\theta_0$.

Chia sợi quang thành nhiều lớp mỏng hình trụ đồng tâm. Xét trong mặt phẳng xOy, các lớp đó dày dy. Tại mỗi điểm góc tới của tia sáng là $(90^o - \theta)$, ta có :

$$n(y)\sin(90^o - \theta) = n_1\sin(90^o - \theta_0)$$

hay $\quad n(y)\cos\theta = n_1\cos\theta_0 = C$

$$C = n_1\cos\theta_0 = n_1\sqrt{1-\sin^2\theta_0} = n_1\sqrt{1-\frac{\sin^2\alpha}{n_1^2}} = \sqrt{n_1^2 - \sin^2\alpha}$$

b) $n(y)\cos\theta = C \Rightarrow \cos\theta = \dfrac{C}{n(y)}$.

Ta có : $\quad \dfrac{dx}{dy} = \cot\theta = \dfrac{\cos\theta}{\sqrt{1-\cos^2\theta}} = \dfrac{C}{\sqrt{n^2(y) - C^2}}$

$$\Rightarrow \quad x = \int_0^y \frac{C\,dy}{\sqrt{n^2(y) - C^2}} \; ; \; x = \int_0^y \frac{C\,dy}{\sqrt{n_1^2(1-k^2y^2) - C^2}}$$

Áp dụng công thức tích phân $\displaystyle\int \frac{dy}{\sqrt{a^2 - b^2y^2}} = \frac{1}{b}\arcsin\frac{by}{a}$

với $a = \sqrt{n_1^2 - C^2} = \sin\alpha$; $b = kn_1$, ta có :

$$x = \frac{C}{kn_1}\arcsin\frac{kn_1y}{\sin\alpha} + C_1$$

Theo điều kiện ban đầu : $x = 0$ thì $y = 0$, suy ra $C_1 = 0$. Ta tìm được phương trình quỹ đạo :

$$y = \frac{\sin\alpha}{kn_1}\sin\frac{kn_1}{C}x = \frac{\sin\alpha}{kn_1}\sin\frac{kn_1}{\sqrt{n_1^2 - \sin^2\alpha}}x$$

Vậy quỹ đạo của tia sáng là đường hình sin.

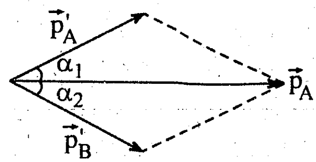
c) Điều kiện để tia sáng truyền trong sợi quang là : $\dfrac{\sin\alpha}{kn_1} \le R$. Muốn điều kiện này đúng với mọi α thì phải có $kn_1R \ge 1$.

d) Muốn tia sáng ló ra theo phương song song Ox thì tại $x = L$, y phải có độ lớn cực đại. Muốn vậy phải có điều kiện :

$$\frac{kn_1}{\sqrt{n_1^2 - \sin^2\alpha}}L = \frac{\pi}{2} + p\pi \text{ với p là số nguyên không âm.}$$

Suy ra $L = \dfrac{(2p+1)\pi\sqrt{n_1^2 - \sin^2\alpha}}{kn_1}$ với $p = 0, 1, 2...$

33.5. Vật lí hiện đại



Hình 33.6G

1. a) Kí hiệu $\vec{p}'_A$ và $\vec{p}'_B$ là các vectơ động lượng tương đối tính của các hạt A và B sau va chạm. Vì $v'_A = v'_B$ nên $p'_A = p'_B$. Áp dụng định luật bảo toàn động lượng ta có sơ đồ vectơ như hình 33.6G, nghĩa là $\alpha_1 = \alpha_2$, do đó $\vec{p}'_A$ và $\vec{p}'_B$ đối xứng đối với $\vec{p}_A$.

b) Ta có $p_A = 2p'_A \cos\alpha_1$ (1)

Kí hiệu α là góc giữa $\vec{v}'_A$ và $\vec{v}'_B$ và $\alpha = 2\alpha_1$. Giữa động năng tương đối tính và động lượng p của hạt có hệ thức $(pc)^2 = W_đ(W_đ + 2E_0)$ (E_0 là năng lượng nghỉ).

Áp dụng hệ thức đó cho hạt A ta có :

$$(p_Ac)^2 = W_{dA}(W_{dA} + 2E_0) \quad (2)$$

$$(p'_Ac)^2 = W'_{dA}(W'_{dA} + 2E_0) \quad (3)$$

Vì va chạm đàn hồi nên động năng tương đối tính được bảo toàn, mà $W'_{dA} = W'_{dB}$, nên

$$W_{dA} = W'_{dA} + W'_{dB} = 2W'_{dA}$$

Thay vào (3), ta được : $(p'_Ac)^2 = \dfrac{W_{dA}}{2}\left(\dfrac{W_{dA}}{2} + 2E_0\right)$ (4)

Từ (1), (2) và (4), suy ra :

$$(\cos\alpha_1)^2 = \left(\frac{p_A}{2p'_A}\right)^2 = \frac{W_{dA}(W_{dA} + 2E_0)}{4\dfrac{W_{dA}}{2}\left(\dfrac{W_{dA}}{2} + 2E_0\right)} = \frac{W_{dA} + 2E_0}{W_{dA} + 4E_0}$$

Từ đó $\cos\alpha = 2\cos^2\alpha_1 - 1 = \dfrac{W_{dA}}{W_{dA} + 4E_0} \Rightarrow 0 < \cos\alpha < 1$, suy ra α là góc nhọn

Thay số ta được $\cos\alpha = \dfrac{820}{820 + 4.1875} \approx 0{,}0986 \Rightarrow \alpha \approx 84{,}34^o$

Nếu là va chạm là cổ điển, tức phi tương đối tính, thì $\alpha = 90^o$. Thực vậy khi đó

$$W_đ << E_0 \text{ nên } \cos\alpha \approx 0 \Rightarrow \alpha \approx 90^o.$$

2. *Cách 1* : Từ $E_0 = m_0c^2$ ta có :

$$E = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{E_0}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}} = \frac{1875}{\sqrt{1-0{,}95^2}} = 6010 \text{ MeV}$$

Cách 2 : Chọn K là hệ quy chiếu phòng thí nghiệm, trong đó hai hạt chuyển động tới gặp nhau dọc theo trục Ox với cùng vận tốc v ; K' là hệ quy chiếu gắn với hạt A (tức là K' chuyển động với tốc độ v đối với K và Ox trùng với O'x'). Vận tốc tương đối u giữa hai hạt trong hệ K' chính là vận tốc v' của hạt B. Theo công thức cộng vận tốc ta có : $v' = u = \dfrac{v-(-v)}{1+\dfrac{v^2}{c^2}} = \dfrac{2v}{1+\dfrac{v^2}{c^2}}$.

Suy ra : $uv^2 - 2c^2v + uc^2 = 0$.

Giải ra tìm được $v = \dfrac{c^2 - c\sqrt{c^2-u^2}}{u}$ (loại nghiệm v > c).

Thay u = 0,95c, ta có v ≈ 0,724c. Từ đó :

$$E'^2 = \frac{c^2}{c^2-v^2}E_0^2 \Rightarrow E' = \frac{E_0}{0,6896} = 2719\text{ MeV}.$$

33.6. Thuyết tương đối

a) Xét trong hệ K, vận tốc của hạt tại các thời điểm t và t + dt là u và u + adt dọc theo trục x (song song với $\vec{V}$). Trong hệ K', hạt chuyển động với vận tốc $\vec{V}$ đối với K các vận tốc tương ứng là :

$$u' = \frac{u-V}{1-\dfrac{uV}{c^2}} \text{ và } u' + a'dt' = \frac{u+adt-V}{1-(u+adt)\dfrac{V}{c^2}} \qquad (1)$$

Vế phải của (1) có thể viết lại như sau :

$$\frac{u+adt-V}{1-\dfrac{uV}{c^2}-\dfrac{aVdt}{c^2}} = \frac{u+adt-V}{\left(1-\dfrac{uV}{c^2}\right)\left(\dfrac{1-\dfrac{aVdt}{c^2}}{1-\dfrac{uV}{c^2}}\right)} = \frac{u+adt-V}{1-\dfrac{uV}{c^2}}\left(1-\frac{aVdt}{c^2\left(1-\dfrac{uV}{c^2}\right)}\right)^{-1}$$

$$= \frac{u-V}{1-\dfrac{uV}{c^2}} + \frac{adt}{1-\dfrac{uV}{c^2}} + \frac{(u-V)aVdt}{c^2\left(1-\dfrac{uV}{c^2}\right)^2} \text{ (ở đây đã bỏ qua số hạng chứa} (dt)^2\text{)}$$

$$= \frac{u-V}{1-\dfrac{uV}{c^2}} + \frac{adt}{1-\dfrac{uV}{c^2}}\left[1+\frac{(u-V)V}{c^2\left(1-\dfrac{uV}{c^2}\right)}\right]$$

$$= \frac{u-V}{1-\dfrac{uV}{c^2}} + \frac{adt}{\left(1-\dfrac{uV}{c^2}\right)^2}\frac{c^2-uV+uV-V^2}{c^2} = \frac{u-V}{1-\dfrac{uV}{c^2}} + \frac{adt\left(1-\dfrac{V^2}{c^2}\right)}{\left(1-\dfrac{uV}{c^2}\right)^2}$$

20A-CĐ..VL..2010

Thay vào (1) suy ra : $$a'dt' = \frac{adt\left(1-\frac{V^2}{c^2}\right)}{\left(1-\frac{uV}{c^2}\right)^2} \quad (2)$$

Áp dụng công thức biến đổi Lorentz ta có :

$$dt' = \frac{dt - \frac{Vdx}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} = dt\frac{1-u\frac{V}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} \quad (3)$$

Chia hai vế của (2) và (3) cho nhau, ta được : $a' = \frac{a}{\left(1-\frac{uV}{c^2}\right)^3}\left(1-\frac{V^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}$.

b) Trong hệ K vận tốc của hạt ở thời điểm t và t + dt lần lượt là (0, u, 0) và (0, u + adt, 0).

Trong hệ K', các vận tốc của hạt tương ứng là :

$$\left(-V, u\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}, 0\right) \text{ và } \left(-V, (u+adt)\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}, 0\right)$$

Suy ra $$a'dt' = adt\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}} \quad (4)$$

Chú ý rằng theo phép biến đổi Lorentz : $$dt' = \frac{dt}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} \quad (5)$$

Chia hai vế của (3) cho (4), ta được $a' = a\left(1-\frac{V^2}{c^2}\right)$ dọc theo trục y.

c) Trong hệ K vận tốc của hạt ở các thời điểm t và t + dt lần lượt có các thành phần $(u\cos\alpha, u\sin\alpha, 0)$ và $(u\cos\alpha + a\cos\alpha dt, u\sin\alpha + a\sin\alpha dt, 0)$.

* Đối với thành phần theo trục x' của gia tốc, làm tương tự như ở câu a) ta được :

$$a'_{x'} = \frac{a\cos\alpha\left(1-\frac{V^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}}{\left(1-\frac{uV\cos\alpha}{c^2}\right)^3}$$

• Đối với thành phần theo trục y', ta có :

$$u'_{y'} = \frac{u\sin\alpha\sqrt{1-\beta^2}}{1 - \frac{V}{c^2}u\cos\alpha} \quad \text{và} \quad u'_{y'} + a'_{y}dt' = \frac{(u\sin\alpha + a\sin\alpha dt)\sqrt{1-\beta^2}}{1 - \frac{V}{c^2}(u\cos\alpha + a\cos\alpha dt)}$$

với $\beta = \frac{V}{c}$,

$$\text{hay } u'_{y'} + a'_{y}dt = \frac{(u\sin\alpha + a\sin\alpha dt)\sqrt{1-\beta^2}}{1 - \frac{V}{c^2}(u\cos\alpha + a\cos\alpha dt)} = \frac{(u\sin\alpha + a\sin\alpha dt)\sqrt{1-\beta^2}}{1 - \frac{V}{c^2}u\cos\alpha - \frac{V}{c^2}a\cos\alpha dt}$$

$$= \frac{(u\sin\alpha + a\sin\alpha dt)\sqrt{1-\beta^2}}{\left(1 - \frac{V}{c^2}u\cos\alpha\right)\left[1 - \frac{Va\cos\alpha dt}{c^2\left(1 - \frac{V}{c^2}u\cos\alpha\right)}\right]}$$

$$= \frac{(u_y + a\sin\alpha dt)\sqrt{1-\beta^2}}{\left(1 - \frac{V}{c^2}u\cos\alpha\right)}\left[1 - \frac{Va\cos\alpha dt}{c^2\left(1 - \frac{V}{c^2}u\cos\alpha\right)}\right]^{-1}$$

$$= \frac{(u\sin\alpha + a\sin\alpha dt)\sqrt{1-\beta^2}}{\left(1 - \frac{V}{c^2}u\cos\alpha\right)}\left[1 + \frac{Va\cos\alpha dt}{c^2\left(1 - \frac{V}{c^2}u\cos\alpha\right)}\right]$$

$$= \frac{u\sin\alpha\sqrt{1-\beta^2}}{\left(1 - \frac{V}{c^2}u\cos\alpha\right)} + \sqrt{1-\beta^2}dt\left[\frac{a\sin\alpha}{(1 - \frac{V}{c^2}u\cos\alpha)} + \frac{Vu\sin\alpha a\cos\alpha}{c^2(1 - \frac{V}{c^2}u\cos\alpha)^2}\right]$$

$$\text{Suy ra } a'_{y}dt' = \frac{dt\sqrt{1-\beta^2}}{c^2\left(1 - \frac{V}{c^2}u\cos\alpha\right)^2}\left[ac^2\sin\alpha(1 - \frac{V}{c^2}u\cos\alpha) + Vu\sin\alpha a\cos\alpha\right]$$

$$= \frac{a\sin\alpha dt\sqrt{1-\beta^2}}{\left(1 - \frac{V}{c^2}u\cos\alpha\right)^2}$$

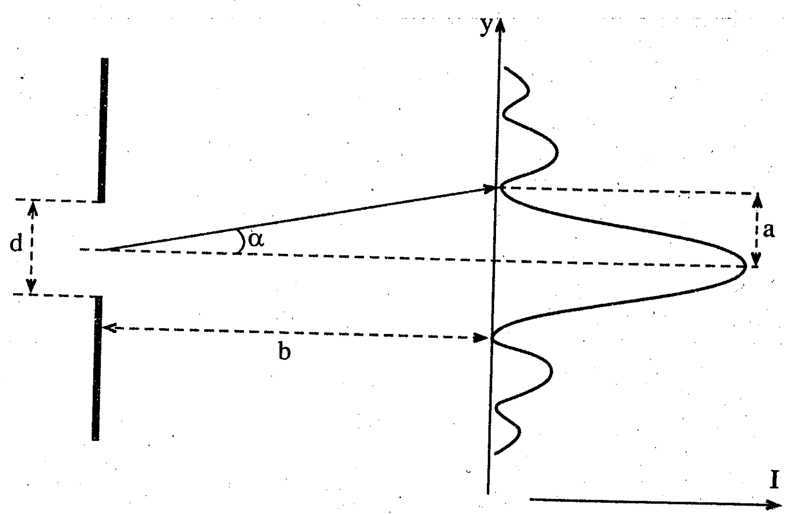
Chú ý rằng trong trường hợp này $dt' = \dfrac{dt}{\sqrt{1 - \dfrac{V^2}{c^2}}}$. Cuối cùng ta được :

$$a'_{y'} = \frac{a\sin\alpha}{\left(1 - \dfrac{V}{c^2}u\cos\alpha\right)^2}\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)$$

34. Đề thi chọn đội tuyển dự IPhO năm 2009, ngày thi thứ hai

34.1. Kiểm chứng hệ thức bất định Heisenberg về động lượng và toạ độ

Cơ sở lí thuyết : Dựa trên hiện tượng nhiễu xạ của ánh sáng đơn sắc qua khe hẹp. Khi cho chùm sáng đơn sắc song song đi qua khe hẹp, tia sáng bị lệch phương truyền do hiện tượng nhiễu xạ. Bằng việc thu ảnh nhiễu xạ trên màn ta có phân bố cường độ ánh sáng nhiễu xạ dạng như hình 34.1G.



Hình 34.1G

Với các cực tiểu nhiễu xạ tương ứng với góc α thoả mãn : $\sin\alpha = n\dfrac{\lambda}{d}$ với n = 1, 2, 3,..

Xét hiện tượng nhiễu xạ theo nguyên lí bất định Heisenberg :

– Khi phôtôn đi qua khe hẹp thì độ bất định về toạ độ là $\Delta y = d$.

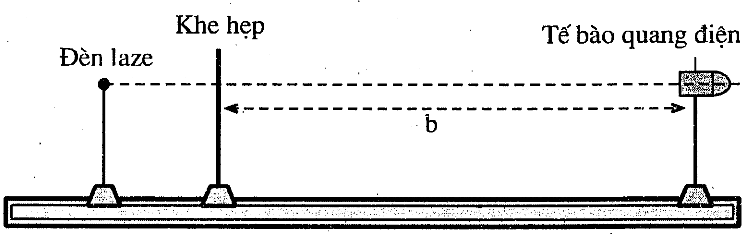
– Mật độ xác suất của thành phần động lượng p_y được xác định bởi sự phân bố cường độ tia sáng của phổ nhiễu xạ. Do đó độ bất định về động lượng $\Delta p_y = \dfrac{h}{\lambda}\sin\alpha_1$ với α_1 là góc nhiễu xạ ứng với cực tiểu thứ nhất.

Vì $\sin\alpha_1 = \dfrac{\lambda}{d}$ nên ta có $\Delta p_y.\Delta y = \dfrac{h}{\lambda}\sin\alpha_1.d = \dfrac{h}{\lambda}.\dfrac{\lambda}{d}.d = h.$

Tính toán trên đã sử dụng phép gần đúng nhưng chúng ta vẫn thu được tích số $\Delta p_y.\Delta y$ có cỡ giá trị hằng số Planck tức nguyên lí bất định của Heisenberg cũng được nghiệm đúng trong thí nghiệm này :

$$\Delta p_y.\Delta y \geq \frac{h}{4\pi}$$

Bố trí thí nghiệm : Xây dựng sơ đồ nghiên cứu phổ nhiễu xạ của tia laze qua khe hẹp rồi vẽ dạng đồ thị phân bố cường độ ánh sáng sau khi đi qua khe hẹp.



Hình 34.2G

– Đèn laze được nối vào nguồn điện để phát tia ánh sáng đơn sắc bước sóng λ.

– Tế bào quang điện được gắn trên bộ vi dịch chuyển để có thể dịch chuyển theo phương ngang vuông góc với đường truyền tia sáng và được nối với vôn kế.

– Đèn laze được chiếu qua khe hẹp đến tế bào quang điện.

Thu thập số liệu :

– Dịch chuyển tế bào quang điện bằng bộ vi dịch chuyển, xác định các vị trí cực đại và cực tiểu chính phân bố cường độ sáng thông qua giá trị hiển thị trên vôn kế, ghi lại các vị trí của tế bào quang điện.

– Xác định độ rộng giữa hai cực tiểu chính thứ nhất bằng 2a.

– Đo khoảng cách b từ khe hẹp đến vị trí mặt phẳng đặt tế bào quang điện.

– Tính toán độ bất định về động lượng : $\Delta p_y = \dfrac{h}{\lambda}\sin\alpha_1 = \dfrac{h}{\lambda}\dfrac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$

– Tích số $\Delta p_y.\Delta y = \dfrac{h}{\lambda}\dfrac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}d$ và so sánh với giá trị hằng số Planck h.

34.2. Xác định nhiệt độ Curie của chất sắt từ

1. Xây dựng hệ đo, các bước thực nghiệm và xử lí số liệu

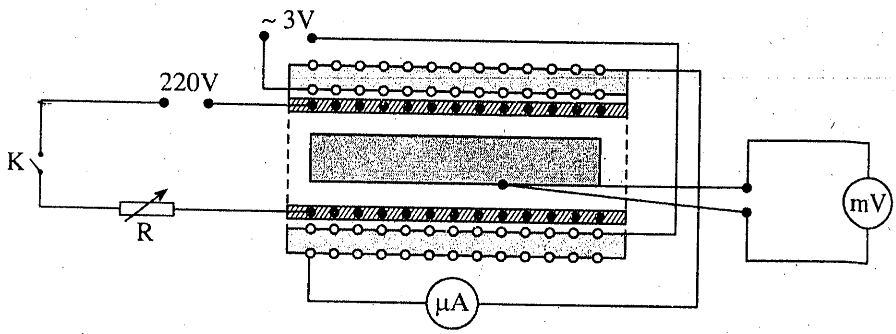
* Chế tạo lò nung điện :

– Yêu cầu : Tạo ra nguồn nhiệt độ nhưng không tạo ra từ trường trong lòng lò.

– Cách chế tạo : Gồm hai cuộn dây giống nhau mắc nối tiếp được quấn ngược chiều để khi có dòng điện chạy qua, thì từ trường do hai cuộn dây gây ra trong lò triệt tiêu nhau.

* Đưa lò nung vừa tạo ở trên vào trong lòng ống dây bao gồm hai cuộn dây được quấn chồng lên nhau đã cho trước.

* Mắc mạch điện như hình 34.3G.



Hình 34.3G

– Nối dây lò nung với nguồn điện 220 V thông qua một biến trở và khoá K để có thể điều chỉnh điện áp nuôi lò, do đó có thể điều khiển nhiệt độ ổn định của lò ở các giá trị khác nhau.

– Nối một cuộn dây trong ống dây với nguồn xoay chiều 3 V, cuộn này đóng vai trò cuộn sơ cấp (giả sử có N_1 vòng).

Cuộn dây còn lại của máy biến áp nối với micrôampe kế (giả sử có N_2 vòng).

Giả sử đặt vào hai đầu cuộn sơ cấp của máy biến áp một điện áp u_1, trong cuộn dây có dòng điện i_1 chạy qua làm xuất hiện suất điện động tự cảm :

$$e_{tc1} = -N_1\frac{d\Phi}{dt} = -N_1\frac{d(Li_1)}{dt}$$

Khi đó trong cuộn thứ cấp xuất hiện suất điện động cảm ứng e_{c2} :

$$e_{c2} = -N_2\frac{d\Phi}{dt} = -N_2\frac{d(Li_1)}{dt} = -N_2L\frac{di_1}{dt}$$

Suất điện động e_{c2} gây nên dòng điện I_2 đo được bằng micrôampe kế.

Hệ số tự cảm L ở đây chủ yếu gây ra do lõi sắt từ với độ từ thẩm $\mu >> 1$. Hệ số từ thẩm μ này sẽ suy giảm khi nhiệt độ tăng.

Do đó khi tăng nhiệt độ làm $\mu \to 1$ và dòng điện i_2 giảm dần đến giá trị i_2.

Dựa trên các suy luận trên, bằng cách tăng dần nhiệt độ lò (đo nhiệt độ bằng cặp nhiệt điện và đồng hồ), thu thập bộ số liệu phụ thuộc I_2 (đọc trên micrôampe kế) theo nhiệt độ T, dựng đồ thị của số chỉ micrôampe kế I_2 theo nhiệt độ T, rồi ngoại suy ta xác định được nhiệt độ Curie mà tại đó $\mu = 1$.

2. Các lưu ý trong thí nghiệm, sai số phép đo

– Cần đợi thời gian để nhiệt độ lò nung ổn định.

– Cần thực hiện phép đo cả khi nhiệt độ nung lớn hơn nhiệt độ Curie, và sau đó giảm dần nhiệt độ lò đến khi nhỏ hơn nhiệt độ Curie.

– Các thang đo của dụng cụ cần thay đổi chơ phù hợp.

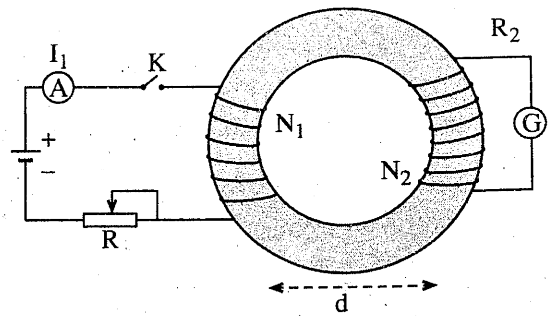
– Sai số phép đo được tính dựa trên các dụng cụ và trên đồ thị ngoại suy.

34.3. Xác định độ từ thẩm của chất sắt từ

Cơ sở lí thuyết :

Xét một lõi sắt từ hình xuyến trên đó có quấn hai cuộn dây có số vòng là N_1 và N_2. Khi cho dòng điện chạy qua cuộn thứ nhất (N_1), trong lòng lõi sắt sẽ xuất hiện từ trường và từ trường này sẽ đi qua cả cuộn dây thứ hai (N_2).

Gọi d là đường kính trung bình lõi hình xuyến. Chu vi hình xuyến πd là chiều dài mạch từ.



Hình 34.4G

Khi dòng điện chạy qua cuộn thứ nhất là I_1 thì cảm ứng từ chạy trong mạch từ là :

$$B = \mu_0\mu\frac{N_1I_1}{\pi d} \text{ với } \mu_0 = 4.10^{-7} \text{ H/m}$$

Từ thông gửi qua cuộn thứ hai là :

$$\Phi = N_2BS = \mu_0\mu\frac{N_1N_2I_1}{\pi d}S \text{, với S là tiết diện mạch từ.}$$

Khi vừa ngắt khoá K, dòng điện chạy qua cuộn thứ nhất I_1 sẽ giảm về 0 và gây ra sự biến thiên từ thông chạy qua cuộn thứ hai (giảm từ $\Phi \to 0$) và tổng điện tích chạy qua điện thế xung kích là q.

Xét khoảng thời gian Δt nhỏ, từ thông qua cuộn thứ hai giảm đi $\Delta\Phi$ tương ứng với điện lượng đi qua là Δq . Ở cuộn thứ hai sinh ra suất điện động cảm ứng e_{c2} và dòng điện i_2.

Lượng điện qua điện kế là :

$$\Delta q = i_2\Delta t = e_{c2}\frac{\Delta t}{R_2} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\frac{\Delta t}{R_2} = \frac{\Delta\Phi}{R_2} \text{ (}R_2\text{ là điện trở cuộn dây }N_2\text{).}$$

Toàn bộ điện lượng qua cuộn thứ hai là :

$$q = \sum\Delta q = \frac{1}{R_2}\sum|\Delta\Phi| = \frac{1}{R_2}(\Phi - 0) = \frac{N_1N_2}{\pi dR_2}\mu_0\mu I_1S$$

suy ra $\mu = \dfrac{q\pi dR_2}{N_1N_2\mu_0I_1S}$.

Các bước thí nghiệm :

* Chuẩn bị :

– Đo đường kính trong và ngoài của lõi sắt từ hình xuyến d_1 và d_2, tìm được $d = \dfrac{d_1 + d_2}{2}$.

– Đo đường kính e của sợi dây đồng bằng panme.

– Quấn hai cuộn dây với số vòng là N_1 và N_2 lên lõi sắt từ.

– Tính điện trở cuộn dây N_2 :

$$R_2 = \rho\frac{l_2}{s} = \rho\frac{N_2\pi(d_2 - d_1)}{\pi\left(\dfrac{e}{2}\right)^2} = 4\rho\frac{N_2(d_2 - d_1)}{e^2}.$$

* Thao tác :

Chỉnh biến trở để thay đổi dòng I_1, mở khoá K, đọc giá trị q trên điện kế xung kích, ghi giá trị vào bảng sau :

Lần đo	I_1	Điện lượng q
...	...	...
...	...	...

– Tính độ từ thẩm μ ứng với mỗi lần đo :

$$\mu = \frac{q\pi dR_2}{N_1N_2\mu_0I_1S} = \frac{q\pi\dfrac{d_1 + d_2}{2}4\rho\dfrac{N_2(d_2 - d_1)}{e^2}}{N_1N_2\mu_oI_1\pi\dfrac{(d_2 - d_1)^2}{4}} = 8\frac{q\pi\rho(d_1 + d_2)}{N_1\mu_oI_1\pi e^2(d_2 - d_1)}$$

Lặp lại các thao tác trên và tính giá trị trung bình $\overline{\mu}$.

34.4. Khảo sát đặc trưng của điôt chân không

a) *Sơ đồ thí nghiệm :*

Mắc mạch điện như hình 34.5G.

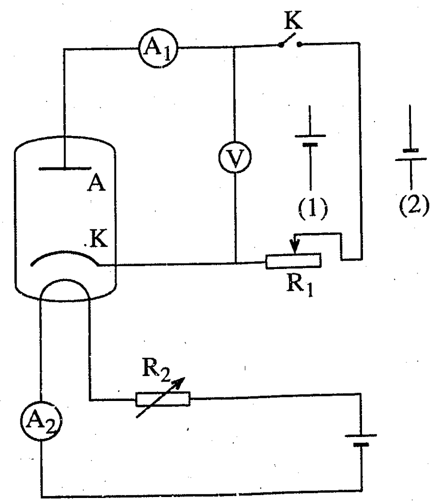
b) *Thao tác thực nghiệm :*

– Thay đổi biến trở R_2 để thay đổi dòng điện nuôi dây nung catôt (đọc giá trị I_2 trên ampe kế A_2).

– Với mỗi giá trị dòng I_2 tương ứng với giá trị đọc trên A_2, ta tiến hành các khảo sát sau :

* Khảo sát nhánh phân cực thuận của điôt :

– Mắc nguồn điện cấp cho anôt và catôt ($U_{AK} > 0$) để tạo phân cực thuận cho điôt (mắc nguồn nuôi theo (1)).



Hình 34.5G

– Dịch chuyển con chạy biến trở R_1 để thay đổi điện áp U_{AK}, đọc giá trị hiển thị trên ampe kế A_1 và vôn kế V tương ứng. Ghi số liệu tương ứng vào bảng :

I_2 =........

Lần đo	U_{AK}	I_1
...	...	...
...	...	...

* Khảo sát nhánh phân cực nghịch của điôt :

– Mắc nguồn điện cấp cho anôt và catôt ($U_{AK} < 0$) để tạo phân cực ngược cho điôt (mắc nguồn nuôi theo (2)).

– Thay đổi biến trở R_1 để thay đổi điện áp U_{AK}, đọc giá trị hiển thị trên ampe kế A_1 và vôn kế V tương ứng.

Ghi số liệu tương ứng vào bảng :

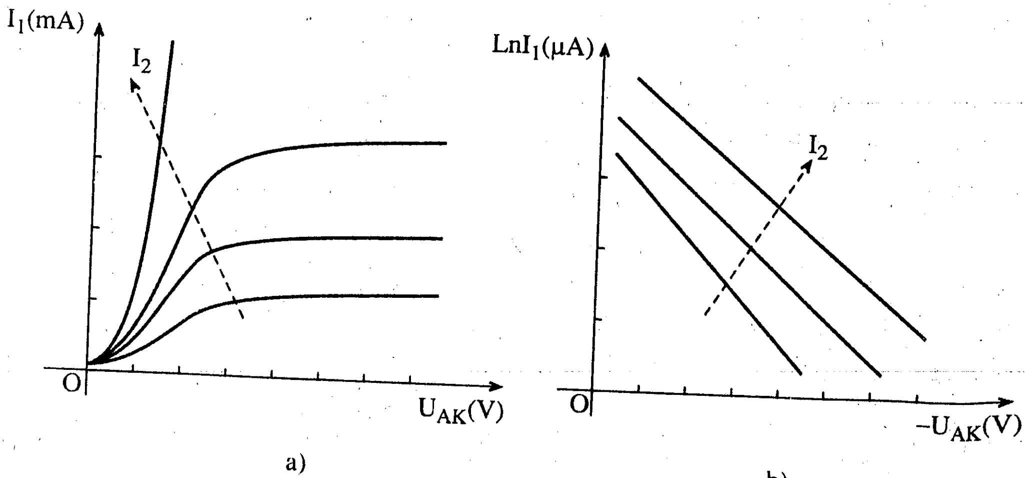
I_2 =........

Lần đo	U_{AK}	I_1
...	...	...
...	...	...

Lặp lại quá trình khảo sát các nhánh phân cực thuận và ngược điôt với các dòng I_2 khác nhau.

Dựng đồ thị I_1 theo U_{AK} ứng với các dòng I_2 khác nhau để thu được đặc tuyến điôt.

2. Khi tiến hành thí nghiệm chính xác thì đặc tuyến vôn–ampe có dạng (Hình 34.6Ga, b) :



Hình 34.6G

– Đặc tuyến I(U) của điôt chân không có thể phân chia thành 3 vùng chính :

+ Vùng "dòng khởi điểm" : Dòng chạy qua điôt khi $U_{AK} < 0$ có dạng :

$$I_1 = I_0.e^{-\left|\frac{eU_{AK}}{kT}\right|}$$

với : k là hằng số Boltzman ; $k = 1,38.10^{-23}$ J/K.

T là nhiệt độ tuyệt đối của catôt.

Sở dĩ có dòng điện trong vùng này là do ban đầu, các êlectron nhiệt bứt ra từ catôt có động năng ban đầu và đến được anôt.

+ Vùng "điện tích không gian" : Khi $U_{AK} > 0$, các êlectron nhiệt phát ra được gia tốc bằng điện trường gây bởi U_{AK} và chuyển động có hướng về phía anôt. Dòng điện trong điôt tăng dần theo điện áp U_{AK} với dạng hàm mũ.

+ Vùng "bão hoà" : Khi U_{AK} tăng đến giá trị nhất định, thì hầu như tất cả các êlectron nhiệt phát ra từ catôt đều đến được anôt, dòng điện chạy qua điôt lúc này bão hoà.

3. Nêu cách thu thập và xử lí số liệu để xác định nhiệt độ của catôt

Xét với một giá trị dòng nuôi I_2 xác định, lúc này catôt có nhiệt độ T.

Để xác định nhiệt độ của catôt, ta căn cứ vào đặc tuyến $I_1(U_{AK})$ ứng với vùng khởi điểm khi phân cực ngược.

Ta có :

$$I_1 = I_0.e^{-\left|\frac{eU_{AK}}{kT}\right|} \Rightarrow \ln I_1 = \ln I_0 - \left|\frac{e}{kT}\right|.U_{AK}$$

c) Dựa vào độ nghiêng của đồ thị $I_1(U_{AK})$ta xác định được giá trị nhiệt độ T.

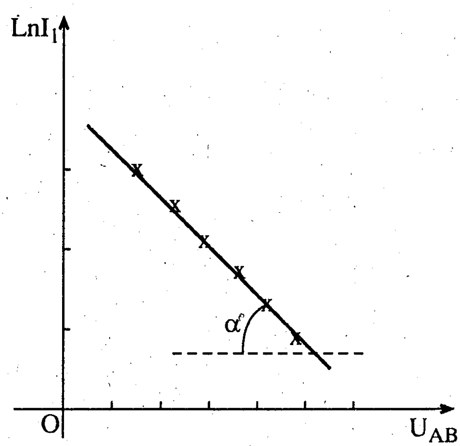
Thu thập số liệu :

– Tiến hành đo đặc trưng điôt vùng phân cực ngược (vùng khởi điểm). Ghi lại giá trị vào bảng số liệu :

I_2 =........

Lần đo	U_{AK}	I_1	Ln I_1
...	...	...	...
...	...	...	...

– Dựng đồ thị $\ln(I_1)$ theo U_{AK} (Hình 34.7G).



Hình 34.7G

Dựa vào độ nghiêng của đồ thị $I_1(U_{AK})$ ta xác định được giá trị nhiệt độ T.

$$\tan\alpha = \frac{e}{kT} \Rightarrow T = \frac{e}{k\tan\alpha}$$

35. Đề thi chọn đội tuyển dự IPhO năm 2010, ngày thi thứ nhất

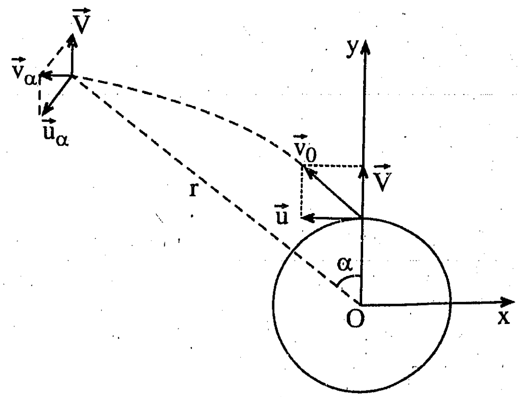
35.1. a) Đối với trạm hay máy thăm dò, ta có phương trình định luật II Newton :

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{GMm}{r^2}\vec{e}_r$$

Từ đó :

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{GM}{r^2}\vec{e}_r \Rightarrow \frac{d\vec{v}}{d\alpha}.\frac{d\alpha}{dt} = -\frac{GM}{r^2}\vec{e}_r$$

$$\frac{d\vec{v}}{d\alpha} = -\frac{GM}{r^2}\frac{dt}{d\alpha}\vec{e}_r \qquad (1)$$



Hình 35.1G

Theo định luật bảo toàn momen động lượng :

$$rmv_\perp = Rmu \Rightarrow r\left(r\frac{d\alpha}{dt}\right) = Ru \Rightarrow \frac{d\alpha}{dt} = \frac{Ru}{r^2} \qquad (2)$$

Thay (2) vào (1) : $$d\vec{v} = -\left(\frac{GM}{Ru}d\alpha\right)\vec{e}_r \qquad (3)$$

Đối với trạm vũ trụ ta cũng có phương trình (3), vì phương trình này không chứa khối lượng của chúng.

Phương trình (3) cho thấy $d\vec{v}$ là như nhau đối với cả trạm và máy khi vectơ vị trí quay được một góc $d\alpha$ như nhau. Do đó ta có :

$$\vec{u}_\alpha - \vec{u}_0 = \vec{v}_\alpha - \vec{v}_0$$

$\Rightarrow \vec{v}_\alpha - \vec{u}_\alpha = \vec{v}_0 - \vec{u}_0 = \vec{V}$ (điều phải chứng minh).

b) Áp dụng bảo toàn momen động lượng cho máy thăm dò :

$$rm(u - V\sin\alpha) = Rmu \Rightarrow r(\alpha) = \frac{uR}{u - V\sin\alpha} = \frac{R}{1 - \frac{V}{u}\sin\alpha} \qquad (4)$$

c) Điều kiện quỹ đạo là đường cong kín là $e = \frac{V}{u} < 1 \Rightarrow V < u$.

Cũng có thể lập luận như sau : Năng lượng toàn phần của máy thăm dò là :

$$W = \frac{mv^2}{2} - \frac{GMm}{r} = \frac{m(u^2 + V^2)}{2} - \frac{GMm}{R} \qquad (5)$$

Mặt khác, áp dụng định luật II Newton :

$$\frac{GMm}{R^2} = \frac{mu^2}{R} \tag{6}$$

Từ (5) và (6) : $W = \frac{m(V^2 - u^2)}{2}$.

Điều kiện quỹ đạo là đường cong kín là $W < 0$, suy ra $V < u$.

d) Quỹ đạo không đóng kín (parabol hoặc hypebol) khi $V \geq u$ hay $\frac{u}{V} \leq 1$.

Từ (4) ta có $r(\alpha) = \frac{uR}{u - V\sin\alpha}$. Ta thấy :

$$r \to \infty \text{ khi } u - V\sin\alpha \to 0\text{, hay } \sin\alpha \to \frac{u}{V}.$$

Vậy $\alpha_{gh} = \arcsin\frac{u}{V}$.

e) Áp dụng bảo toàn momen động lượng : từ (4) ta có :

$$r(\alpha) = \frac{uR}{u - V\sin\alpha}$$

Ta thấy : r_{max} khi $\sin\alpha = 1$, hay $\alpha = \frac{\pi}{2}$ (điểm cực viễn nằm trên trục x).

$$\text{Vậy } r_{max} = \frac{uR}{u - V} \tag{4a}$$

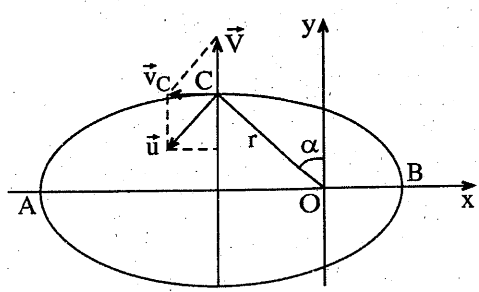
còn r_{min} khi $\sin\alpha = -1$ hay $\alpha = \frac{3\pi}{2}$ (điểm cực cận trên trục x).

$$\text{Vậy } r_{min} = \frac{uR}{u + V} \tag{4b}$$

Tại đỉnh C (Hình 35.2G), ta có :

$$\overrightarrow{v_C} \perp \vec{V} \Rightarrow u^2 = v_c^2 + V^2$$

$$\Rightarrow v_C = \sqrt{u^2 - V^2}$$



Hình 35.2G

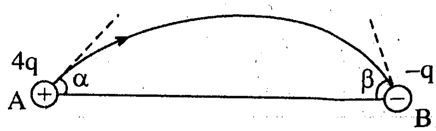
Bán trục lớn của quỹ đạo là :

$$a = \frac{1}{2}(r_{max} + r_{min}) = \frac{1}{2}Ru\left(\frac{1}{u - V} + \frac{1}{u + V}\right) = \frac{Ru^2}{u^2 - V^2}$$

Mặt khác cũng tại C ta có :

$$v_c\cos\alpha.r = Ru\text{, mà } r\cos\alpha = b \text{ nên : } b = \frac{Ru}{v_c} = \frac{Ru}{\sqrt{u^2 - V^2}}.$$

35.2. 1.Giả thiết đường sức đi từ A dưới góc α, đến B. Tại B đường sức này hợp với BA một góc β (Hình 35.3G). Xét mặt cầu bán kính r rất nhỏ bao quanh điện tích A. Có thể coi cường độ điện trường qua mặt cầu chỉ do điện tích 4q gây ra. Số đường sức trong mặt nón (có nửa góc ở đỉnh là α, trục là AB) sẽ là :



Hình 35.3G

$$\Delta N = E.\Delta S = \frac{4q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}.2\pi r.r(1-\cos\alpha) = \frac{4q}{2\varepsilon_0}(1-\cos\alpha)$$

Tương tự, số đường sức trong hình nón đỉnh B (có trục BA có nửa góc ở đỉnh β) là :

$$\Delta N' = \frac{q}{2\varepsilon_0}(1-\cos\beta)$$

Bởi vì $\Delta N' = \Delta N$ nên ta có : $\frac{4q}{2\varepsilon_0}(1-\cos\alpha) = \frac{q}{2\varepsilon_0}(1-\cos\beta)$;

$$\Rightarrow 4\sin^2\frac{\alpha}{2} = \sin^2\frac{\beta}{2} \Rightarrow \sin\frac{\beta}{2} = 2\sin\frac{\alpha}{2}$$

Để đường sức đến được B thì phương trình $\sin\frac{\beta}{2} = 2\sin\frac{\alpha}{2}$ phải có nghiệm nghĩa là phải có :

$$2\sin\frac{\alpha}{2} \le 1 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} \le 30^\circ \Rightarrow \alpha \le 60^\circ$$

2. a) Khi thả đồng thời hai quả cầu, áp dụng định luật bảo toàn năng lượng ta có :

$$\frac{-4kq^2}{r_0} = \frac{-4kq^2}{r} + 2.\frac{mv^2}{2}. \text{ Suy ra : } v = \sqrt{\frac{4kq^2}{mr_0}\left(\frac{r_0}{r}-1\right)}.$$

Khi giữ cố định một quả cầu thì định luật bảo toàn năng lượng cho ta :

$$\frac{-4kq^2}{r_0} = \frac{-4kq^2}{r} + \frac{mv^2}{2} \; ; \; v_1 = \sqrt{\frac{8kq^2}{mr_0}\left(\frac{r_0}{r}-1\right)} = v\sqrt{2}.$$

Ở mỗi vị trí (ứng với r xác định), vận tốc tăng $\sqrt{2}$ lần $\Rightarrow$ vận tốc trung bình tăng $\sqrt{2}$ lần. Vì quãng đường tăng 2 lần nên thời gian tăng $\sqrt{2}$ lần :

$$\tau_1 = \tau\sqrt{2}$$

b) Ta có dr = vdt, suy ra :

$$dt = \frac{dr}{v} = \sqrt{\frac{mr_0}{4kq^2\left(\frac{r_0}{r} - 1\right)}}dr$$

Theo giả thiết, khi thả hai quả cầu từ khoảng cách r_0 thì thời gian :

$$\tau = \int_0^{\tau} dt = \int_{r_0}^{\frac{r_0}{3}} \sqrt{\frac{mr_0}{4kq^2\left(\frac{r_0}{r} - 1\right)}}dr \qquad (1)$$

Khi thả chúng từ khoảng cách $2r_0$ thì sau τ' khoảng cách giữa chúng giảm 3 lần. Tương tự như trên :

$$\tau' = \int_0^{\tau'} dt = \int_{2r_0}^{2\frac{r_0}{3}} \sqrt{\frac{m2r_0}{4kq^2\left(\frac{2r_0}{r} - 1\right)}}dr = \int_{2r_0}^{2\frac{r_0}{3}} \sqrt{\frac{m2r_0}{4kq^2\left(\frac{r_0}{\frac{r}{2}} - 1\right)}}2d\frac{r}{2}$$

Đổi biến tích phân thành : $r^* = \frac{r}{2}$ thì cận tích phân thay đổi như sau : khi $r = 2r_0$ thì $r^* = \frac{2r_0}{2} = r_0$.

Do đó ta có $\tau' = 2\sqrt{2}\int_{r_0}^{\frac{r_0}{3}} \sqrt{\frac{mr_0}{4kq^2\left(\frac{r_0}{r^*} - 1\right)}}dr^*$ (2)

So sánh (2) với (1) ta thấy : $\int_{r_0}^{\frac{r_0}{3}} \sqrt{\frac{mr_0}{4kq^2\left(1 - \frac{r_0}{r^*}\right)}}dr^* = \tau$ nên $\tau' = 2\sqrt{2}\tau$.

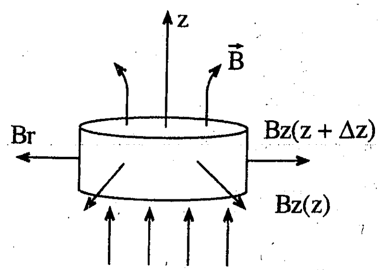
35.3. 1. Xét một hình trụ tưởng tượng bao quanh ống dây, có chiều cao Δz và bán kính r. Từ thông toàn phần qua mặt trụ kín bằng 0 :

$$\Phi = 0 \Rightarrow B_z(z + \Delta z)\pi r^2 - B_z(z)\pi r^2 + B_r.2\pi r\Delta z = 0$$

$$\Rightarrow B_r = \frac{r}{2}\frac{B_z(z) - B_z(z + \Delta z)}{\Delta z} = -\frac{r}{2}\frac{dB_z}{dz}$$

$$\Rightarrow B_r = \frac{\alpha B_0 r}{2} = 0{,}4\,T \qquad (1)$$

Vì từ trường $\vec{B}$ đối xứng trụ nên các thành phần nằm ngang của các lực từ tác dụng lên các vòng dây của ống dây cân bằng nhau, nghĩa là lực từ tổng hợp tác dụng lên ống dây hướng theo phương Oz và có độ lớn :



Hình 35.4G

$$F_z = 2\pi rNIB_r = 2\pi rNI\frac{\alpha B_0 r}{2}$$

$$= \alpha B_0\pi r^2 NI = bI \qquad (2)$$

với $b = \alpha B_0\pi r^2 N = 2,512$ T.m

Từ đó : $F_z = 0,377$ N.

2. a) Các lực tác dụng lên hệ gồm :

– Lực hồi phục $F_{hp} = -kz = -m\omega_0^2 z$ $(\omega_0 = 2\pi f_0)$.

– Lực cản của môi trường : $F_c = -\beta v$, với $\beta = \frac{2\gamma p_0 S}{v_a} = 26,4$ N.s.m^{-1}.

– Lực từ $F_z = bi$.

Theo định luật II Newton :

$$ma = F_{hp} + F_c + F_z \Rightarrow mz'' = -m\omega_0^2 z - \beta v + bi \qquad (3)$$

Mặt khác, ngoài điện áp e, ở ống dây có xuất hiện suất điện động cảm ứng e_c và suất điện động tự cảm e_{tc}. Do đó theo định luật Ôm :

$$e + e_c + e_{tc} = Ri \qquad (4)$$

với $e_{tc} = -\frac{d\Phi_z}{dt} = -\frac{d}{dt}\left[N\pi r^2 B_o(1 - \alpha z)\right] = \alpha B_o\pi r^2 Nz' \Rightarrow e_{tc} = bz'$

và $e_{tc} = -L\frac{di}{dt}$.

Thay e_{tc} và e_{tc} vào (4) ta có phương trình :

$$E_o\cos\omega t + bz' - L\frac{di}{dt} = Ri \qquad (5)$$

Trong phương trình (5) ta có thể bỏ đi số hạng $-L\frac{di}{dt}$, vì L nhỏ không đáng kể.

Từ (5) ta có :

$$e + bz' = Ri \Rightarrow i = \frac{bz' + e}{R} \qquad (6)$$

Thay (6) vào (3) ta được phương trình :

$$mz'' + \beta v + m\omega_0^2 z = b\left(\frac{bz' + e}{R}\right) \Rightarrow mz'' + \beta z' + m\omega_0^2 z = b\left(\frac{bz' + e}{R}\right)$$

hay $$z'' + \frac{1}{m}\left(\beta - \frac{b^2}{R}\right)z' + \omega_0^2 z = \frac{bE_0}{mR}\cos\omega t$$

$$z'' + \chi z' + \omega_0^2 z = D\cos\omega t \qquad (7)$$

Trong đó : $D = \frac{bE_0}{mR} = 10,47$, còn $\beta = 26,4$; $b = 2,512$; $\chi = 413,7$.

Thay $z = A\cos(\omega t + \varphi_2)$ vào (7) ta được :

$$A(\omega) = \frac{D}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + (\chi\omega)^2}} = \frac{10,47}{\sqrt{(\omega^2 - 188,4^2)^2 + (413,7\omega)^2}}$$

b) Đồ thị hàm số $A = A(\omega)$ được vẽ trên hình 35.5G.

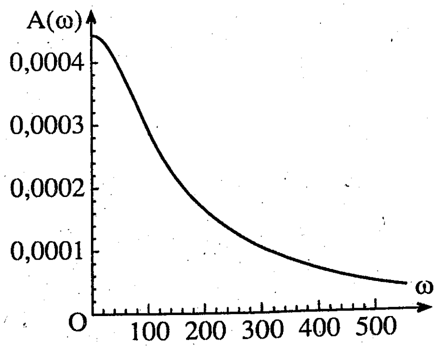
Tìm cực đại của A :

$$\frac{d}{d\omega}\left[(\omega^2 - 188,4^2)^2 + (413,7\omega)^2\right] = 0$$

$\Rightarrow \omega = 0$

Như vậy A đạt cực đại khi $\omega = 0$.

Không xảy ra cộng hưởng!



Hình 35.5G

c) Với tần số góc $\omega = \omega_0$, đặt

$z = A\cos(\omega t + \varphi_2)$,

thì $z'' = -A\omega^2\cos(\omega t + \varphi_2) = -\omega^2 z = -\omega_0^2 z$.

Thay vào (7) ta có :

$$\chi z' = D\cos\omega t \ ; \ \frac{dz}{dt} = \frac{D}{\chi}\cos\omega t$$

Từ đó : $z = \frac{D}{\chi\omega}\sin\omega t = 1,34.10^{-4}\sin(188,4t)$.

35.4. a) Gọi a là hằng số cách tử thì $a\sin\varphi = 3\lambda$ (1)

Lấy vi phân hai vế :

$$a\cos\varphi.\Delta\varphi = 3\Delta\lambda \text{ với } \Delta\lambda = \lambda' - \lambda \qquad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có : $\tan\varphi = \frac{\lambda.\Delta\varphi}{\Delta\lambda}$ (3)

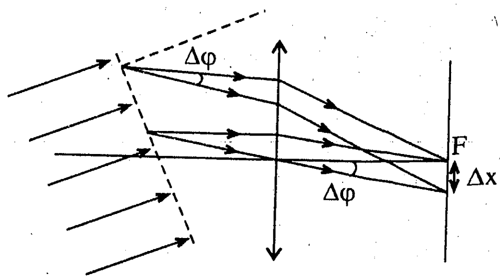
Mặt khác, từ hình 35.6G ta có :

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta x}{f}\text{, do đó :}$$

$$\tan\varphi = \frac{\lambda.\Delta x}{f.\Delta\lambda} = \frac{6912.3.10^{-3}}{0,74.27} \approx 1,038$$

$\Rightarrow \varphi \approx 46,06^o$ và $\sin\varphi \approx 0,72$

Từ (1) : $a = \dfrac{3\lambda}{\sin\varphi} \approx \dfrac{3.0,6912}{0,72} \approx 2,9\mu m$.



Hình 35.6G

b) Từ $a\sin\varphi' = 4\lambda$ ta có :

$$\sin\varphi' = \frac{4\lambda}{a} \approx \frac{4.0,6912}{2,9} \approx 0,9534\ ;\ \varphi' \approx 72,44^o$$

Chùm tia này hợp với pháp tuyến của cách tử và với quang trục của thấu kính các góc là :

$$(\varphi' - \varphi) = 72,44^o - 46,06^o = 26,38^o$$

Với λ' : $a\sin(\varphi' + \Delta\varphi') = 4\lambda'$

$$\sin(\varphi' + \Delta\varphi') = \frac{4\lambda'}{2} \approx \frac{4.0,6939}{2,9} \approx 0,9571$$

$$\varphi' + \Delta\varphi' \approx 73,16^o$$

Chùm tia này hợp với pháp tuyến của của cách tử góc $(\varphi' + \Delta\varphi')$ và hợp với quang trục của thấu kính góc :

$$(\varphi' + \Delta\varphi' - \varphi) = 73,16^o - 46,06^o = 27,1^o$$

Khoảng cách giữa hai vạch cực đại chính bậc 4 ứng với hai ánh sáng đơn sắc đó là :

$$\Delta x' = f\left[\tan 27,1^o - \tan 26,38^o\right] \approx 0,74(0,5117 - 0,4960) \approx 0,012\text{ cm}$$

c) Cực đại bậc 2 được xác định bởi : $\sin\varphi = \dfrac{2\lambda}{a'}$.

Lấy vi phân hai vế : $\Delta\varphi.\cos\varphi = \dfrac{2\Delta\lambda}{a'}$.

Từ đó ta có $\tan\varphi = \dfrac{\lambda.\Delta\varphi}{\Delta\lambda}$.

Mặt khác $x = f.\tan\varphi$.

Lấy vi phân hai vế :

$$\Delta x = \frac{f}{\cos^2\varphi}\Delta\varphi \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{\Delta x}{f}\cos^2\varphi$$

Từ đó ta có : $\tan\varphi = \dfrac{\lambda.\Delta x}{\Delta\lambda.f}\cos^2\varphi = \dfrac{\lambda.\Delta x}{\Delta\lambda.f}\left(\dfrac{1}{1+\tan^2\varphi}\right)$,

với $\dfrac{\lambda.\Delta x}{\Delta\lambda.f} = \dfrac{6912.1,5.10^{-3}}{0,74.27} \approx 0,519$.

Để tìm φ ta giải phương trình $\tan^3\varphi + \tan\varphi = 0,519$.

Đây là phương trình bậc 3, có thể giải bằng máy tính hoặc bằng đồ thị. Ta tìm được :

$$\tan\varphi \approx 0,435 \Rightarrow \varphi \approx 23,5^o \; ; \; \sin\varphi \approx 0,3989$$

Từ đó tìm được hằng số cách tử

$$a' = \frac{\lambda}{\sin\varphi} = \frac{0,6912.10^{-6}}{0,3989} \approx 3,5.10^{-6}\,\text{m}$$

35.5. a) Vì tương tác giữa hai nguyên tử liền kề là đáng kể nên ta bỏ qua các tương tác khác. Áp dụng định luật II Newton, ta viết được các phương trình vi phân mô tả chuyển động của các nguyên tử ở ô mạng thứ n (M > m). Coi chiều dương của trục tọa độ hướng từ nguyên tử thứ n đến nguyên tử thứ (n + 1) :

$$\begin{cases} Mx''_n = -\alpha(x_n - x_{n-1}) + \alpha(x_{n+1} - x_n) = \alpha(x_{n+1} + x_{n-1} - 2x_n) & (1) \\ mx''_{n+1} = -\alpha(x_{n+1} - x_n) + \alpha(x_{n+2} - x_{n+1}) = \alpha(x_{n+2} + x_n - 2x_{n+1}) & (2) \end{cases}$$

b) Để tìm nghiệm của hệ phương trình có 2 cách :

Cách 1 : Nghiệm của hệ có dạng :

$$x_n = A_n\sin(aqn)\cos(\omega t+\varphi)$$

$$\Rightarrow x'_n = -\omega A_n\sin(aqn)\sin(\omega t+\varphi) \; ; \; x''_n = -\omega^2 A_n\sin(aqn)\cos(\omega t+\varphi)$$

$$\Rightarrow x''_n = -\omega^2 x_n, \; x''_{n\pm1} = -\omega^2 x_{n\pm1}, \; x''_{n\pm2} = -\omega^2 x_{n\pm2}, ...$$

Đặt $A_{n-2} = A_n = A_{n+2} = ... = A$, $A_{n-1} = A_{n+1} = ... = B$

và thay vào (1) và (2) ta có :

$$-AM\omega^2\sin(aqn) = \alpha\{B\sin[aq(n+1)] + B\sin[aq(n-1)] - A\sin(aqn)\}$$

$$\Rightarrow A(2\alpha - M\omega^2)\sin(aqn) = \alpha B\{\sin[aq(n+1)] + \sin[aq(n-1)]\}$$

$$= \alpha B2\sin(aqn)\cos(aq)$$

$$\Rightarrow A(2\alpha - M\omega^2) = 2\alpha B\cos(aq) \qquad (3)$$

Tương tự ta có :

$$B(2\alpha - M\omega^2)\sin[aq(n+1)] = \alpha A\{\sin[aq(n+2)] + \sin(aqn)\}$$
$$= \alpha A 2\sin[aq(n+1)]\cos(aq)$$

$$\Rightarrow B(2\alpha - m\omega^2) = 2\alpha A\cos(aq) \tag{4}$$

Nhân (3) và (4) vế với vế, ta có :

$$AB(M\omega^2 - 2\alpha)(m\omega^2 - 2\alpha) = 4\alpha^2 AB\cos^2(aq) = 2\alpha^2(1 + \cos 2aq)$$

$$\Rightarrow 4\alpha^2 + Mm\omega^4 - 2\alpha(M+m)\omega^2 = 2\alpha^2[1 + \cos(2aq)]$$

$$\Rightarrow \omega^4 - 2\alpha\frac{M+m}{Mm}\omega^2 + \frac{4\alpha^2}{Mm}\sin^2(aq) = 0 \tag{5}$$

Cách 2 :

Đặt $x_n = Ae^{i(aqn-\omega t)}$, $x_{n\pm1} = Be^{i\{aq(n\pm1)-\omega t\}}$, $x_{n\pm2} = Ae^{i\{aq(n\pm2)-\omega t\}}$ ta có :

$$x''_n = -\omega^2 x_n;\ x''_{n\pm1} = -\omega^2 x_{n\pm1};\ x''_{n\pm2} = -\omega^2 x_{n\pm2}, \ldots$$

Thay vào (1) và (2) ta được :

$$-M\omega^2 Ae^{i(aqn-\omega t)} = -\alpha(Be^{iaq} + Be^{-iaq} - 2A)e^{i(aqn-\omega t)}$$

$$(2\alpha - M\omega^2)A = -\alpha(Be^{iaq} + Be^{-iaq}) = -2\alpha B\cos(aq) \tag{6}$$

Tương tự ta có : $(2\alpha - m\omega^2)B = -2\alpha A\cos(aq)$ (7)

Nhân (6) và (7) vế với vế ta được :

$$4\alpha^2 + Mm\omega^4 - 2\alpha(M+m)\omega^2 = 4\alpha^2\cos^2(aq)$$

Suy ra phương trình tìm ω :

$$\omega^4 - 2\alpha\frac{M+m}{Mm}\omega^2 + \frac{4\alpha^2}{Mm}[1-\cos^2(aq)] = 0$$

$$\omega^4 + 2\alpha\frac{M+m}{Mm}\omega^2 + \frac{4\alpha^2}{Mm}\sin^2 aq = 0$$

Phương trình này có 2 nghiệm :

$$\begin{cases} \omega_+ = \sqrt{\alpha\left(\dfrac{1}{M}+\dfrac{1}{m}\right) + \alpha\sqrt{\left(\dfrac{1}{M}+\dfrac{1}{m}\right)^2 - \dfrac{4}{Mm}\sin^2 aq}} = \sqrt{\dfrac{4\alpha}{3m}\left(1+\sqrt{1-\dfrac{3}{4}\sin^2 aq}\right)} & (8) \\ \omega_- = \sqrt{\alpha\left(\dfrac{1}{M}+\dfrac{1}{m}\right) - \alpha\sqrt{\left(\dfrac{1}{M}+\dfrac{1}{m}\right)^2 - \dfrac{4}{Mm}\sin^2 aq}} = \sqrt{\dfrac{4\alpha}{3m}\left(1-\sqrt{1-\dfrac{3}{4}\sin^2 aq}\right)} & (9) \end{cases}$$

c) Theo (8) và (9), ta thấy $\omega = \omega(q)$ là hàm số phụ thuộc vào q một cách tuần hoàn với chu kì $\frac{\pi}{a}$: $\omega(q) = \omega\left(q + m\frac{\pi}{a}\right)$. Vì vậy khi xét hệ thức tán sắc ta chỉ cần xét các giá trị của q trong miền $-\frac{\pi}{2a} \le q \le \frac{\pi}{2a}$ (vùng Brillouin thứ nhất).

Tại tâm và biên vùng Brillouin thứ nhất :

Ta xét nghiệm với dấu (–) :

Khi $q = 0$, $\omega_- = 0$.

Khi q nhỏ, $\omega_- = aq\sqrt{\frac{\alpha}{4m}} \sim q$.

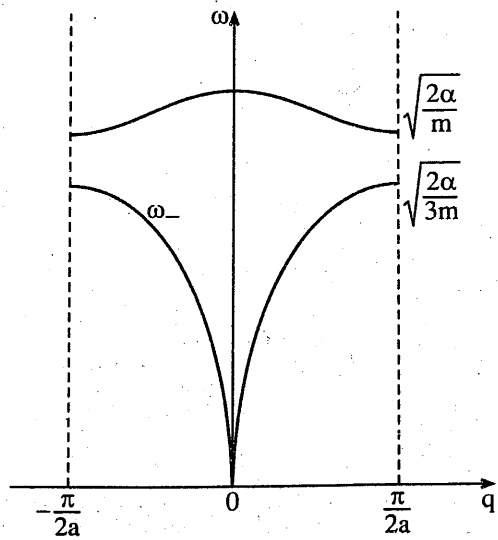
Khi $\sqrt{\frac{8\alpha}{3m}}$ $q = \pm\frac{\pi}{2a}, \omega_- = \sqrt{\frac{2\alpha}{3m}}$.

Ta xét nghiệm với dấu (+) :

Khi $q = 0$, $\omega_+ = \sqrt{\frac{8\alpha}{3m}}$.

Khi $q = \pm\frac{\pi}{2a}, \omega_+ = \sqrt{\frac{2\alpha}{m}} > \sqrt{\frac{2\alpha}{3m}}$.

d) Đồ thị của $\omega = \omega(q)$ được phác họa ở hình 35.7G gồm hai nhánh (nhánh âm và nhánh quang) :



Hình 35.7G

e) Dựa vào hình 35.7G ta có một nhận xét quan trọng. Trên phổ của $\omega = \omega(q)$ có một khoảng giá trị từ $\omega_- = \sqrt{\frac{2\alpha}{3m}}$ đến giá trị $\omega_+ = \sqrt{\frac{2\alpha}{m}}$ không ứng với nghiệm nào của phương trình sóng truyền trong tinh thể, có nghĩa là không có dao động ứng với tần số nằm trong khoảng đó. Như vậy, tại biên của vùng Brillouin có tồn tại một miền cấm. Sóng ứng với tần số trong miền đó không lan truyền trong tinh thể được, mà bị hấp thụ mạnh.

35.6. a) Hệ dao động quanh khối tâm. Mỗi quả cầu M, m nối với khối tâm bằng lò xo tương ứng có độ cứng k_1, k_2 và chiều dài tự nhiên l_1, l_2 :

$$\frac{M}{m} = \frac{l_2}{l_1} = \frac{k_1}{k_2};\ \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} = \frac{1}{k}\ ;\ k_1 = k\frac{M+m}{m}$$

$Mx_1'' = -k_1x_1$. Hệ dao động điều hòa với tần số góc riêng :

$$\omega = \sqrt{\frac{k_1}{M}} = \sqrt{k\frac{M+m}{Mm}} = \sqrt{\frac{k}{\mu}}$$

Do đó ta có : $k = \mu\omega^2$.

b) Coi hệ như một chất điểm dao động điều hòa với khối lượng rút gọn μ. Năng lượng W, động năng $W_đ$, thế năng W_t và động lượng p của nó có các mối liên hệ sau :

$$T = \frac{p^2}{2\mu},\ W_t = \frac{1}{2}\mu\omega^2x^2,\ W = W_t + W_đ = \frac{p^2}{2\mu} + \frac{1}{2}\mu\omega^2x^2 \qquad (1)$$

Dùng hệ thức bất định : $\Delta p.\Delta x \geq \frac{\hbar}{2}$ với $\Delta p = p - \overline{p} = p, \Delta x = x - \overline{x} = x$.

Vì các giá trị trung bình đối với dao động điều hòa đều bằng 0 :

$$\overline{p} = 0,\ \overline{x} = 0$$

Do đó, ta có :

$$px \geq \frac{\hbar}{2} \Rightarrow p^2x^2 \geq \frac{\hbar^2}{4} \Rightarrow p^2 \geq \frac{\hbar^2}{4x^2} \qquad (2)$$

Thay bất đẳng thức (2) vào (1), ta có :

$$W \geq \frac{\hbar^2}{8\mu x^2} + \frac{1}{2}\mu\omega^2x^2$$

Khảo sát hàm số $y = \frac{\hbar^2}{8\mu x^2} + \frac{1}{2}\mu\omega^2x^2$, ta thấy tại $x = \sqrt{\frac{\hbar}{2\mu\omega}}$ hàm số đạt cực tiểu và có giá trị bằng :

$$y_{min} = y\Big|_{x=\sqrt{\frac{\hbar}{2\mu\omega}}} = \frac{1}{2}\hbar\omega$$

Từ đó tìm được : $W_{min} = \frac{1}{2}\hbar\omega$.

Như vậy ở trạng thái cơ bản, phân tử có kích thước cỡ $\sqrt{\frac{\hbar}{2\mu\omega}}$ và năng lượng $\frac{1}{2}\hbar\omega$.

c) Gọi G là khối tâm của hệ hai hạt A và B, v_1 và v_2 là vận tốc các hạt trong hệ quy chiếu G. Vì hai hạt giống nhau nên $v_1 = -v_2 = v$. Động năng của mỗi hạt là :

$$W_đ = E_0\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}-1\right) = \alpha E_0$$

Suy ra : $$\left(\frac{v}{c}\right)^2 = 1-\left(\frac{1}{1+\alpha}\right)^2 = \frac{2\alpha+\alpha^2}{(1+\alpha)^2} \qquad (3)$$

Hạt A có vận tốc v đối với G, khối tâm G lại có vận tốc v đối với B. Do đó xét hệ quy chiếu gắn với B thì theo công thức cộng vận tốc, trong hệ gắn với hạt B, hạt A có vận tốc :

$$v' = \frac{v+v}{1+\frac{v.v}{c^2}} = \frac{2v}{1+\frac{v^2}{c^2}} = \frac{2vc^2}{v^2+c^2} \Rightarrow \frac{v'}{c} = \frac{2vc}{v^2+c^2}$$

và có động năng :

$$W'_đ = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v'^2}{c^2}}}-1\right) = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{4v^2c^2}{(c^2+v^2)^2}}}-1\right).$$

$$W'_đ = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{4v^2c^2}{(c^2+v^2)^2}}}-1\right) = m_0c^2\left(\frac{c^2+v^2}{c^2-v^2}-1\right)$$

$$W'_đ = m_0c^2\left(\frac{2v^2}{c^2-v^2}\right) = m_0c^2\left(\frac{2}{\frac{c^2}{v^2}-1}\right)$$

Thay $\left(\frac{v}{c}\right)^2$ từ (3) ta được :

$$W'_đ = m_0c^2\left(\frac{2}{\frac{(1+\alpha)^2}{2\alpha+\alpha^2}-1}\right) = m_0c^2(4\alpha+2\alpha^2)$$

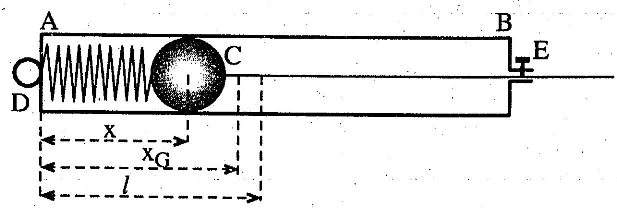
Cuối cùng ta được : $W'_đ = 2E_0(2+\alpha)\alpha$.

36. Đề thi chọn đội tuyển dự IPhO năm 2010, ngày thi thứ hai

36.1. a) ***Xác định tỉ số khối lượng M và m***

Phương án 1 : (Hình 36.1G)

Cố định quả cầu ở một vị trí (bằng vít E và dây căng). Xác định vị trí trọng tâm của hệ bằng cách đẩy chậm và nhẹ ống ra mép bàn để tìm giới hạn khi ống còn nằm cân bằng. Đo khoảng cách x_G từ trọng tâm của hệ đến đầu kín của ống.



Hình 36.1G

Gọi x là khoảng cách từ vật C đến đầu ống,

l là khoảng cách từ đầu A của ống đến khối tâm của riêng ống (tính cả vòng treo),

x_G là khối tâm của cả hệ vật và ống, ta có :

$$x_G = \frac{mx + Ml}{m + M}$$

Thay đổi vị trí vật m bằng cách dịch chuyển dây một đoạn Δx, và xác định độ dịch chuyển Δx_G của khối tâm của cả hệ đến vị trí mới :

$$\Delta x_G = \frac{m\Delta x}{m + M}$$

Lặp lại các bước trên để xác định các cặp giá trị Δx và Δx_G mới. Ghi số liệu vào bảng :

Lần đo	Δx	Δx_G
...	...	...
...	...	...

Dựng đồ thị phụ thuộc Δx_G theo Δx và xác định độ nghiêng của đường đồ thị.

Từ đó tính được tỉ số $\dfrac{M}{m}$.

Phương án 2 : (Hình 36.2G)

Trạng thái 1 : Đặt ống nằm ngang trên bàn.

Lúc này lò xo sẽ ở trạng thái không nén cũng không giãn. Kéo nhẹ dây để dây không chùng và đánh dấu vị trí mép dây tại vị trí đầu B của ống AB.

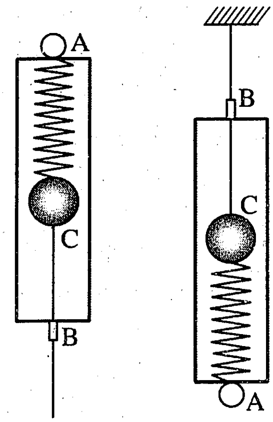
Trạng thái 2 : Dựng đứng ống để đầu B hướng lên trên. Lò xo sẽ bị nén và chịu tác dụng của trọng lực vật m. Kéo để dây không không chùng và đánh dấu vị trí mép dây ở đầu B. Đo khoảng dịch chuyển Δx_1 của vật m giữa hai trạng thái trên của ống tương ứng với hai vị trí đánh dấu trên dây.

Khi đó ta có

$$mg = k.\Delta x_1 \qquad (*)$$

Trạng thái 3 : Dựng đứng ống để đầu A hướng lên trên. Treo dây vào giá đỡ. Lúc này lò xo bị nén dưới tác dụng của ống M.

Kéo nhẹ để dây căng và đánh dấu vị trí dây ở mép đầu B. Đo độ dịch chuyển Δx_2.



Hình 36.2G

Khi đó ta có :

$$Mg = k.\Delta x_2 \qquad (**)$$

Từ (*) và (**) ta có $\frac{M}{m} = \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1}$.

b) *Tính khối lượng m và độ cứng k của lò xo*

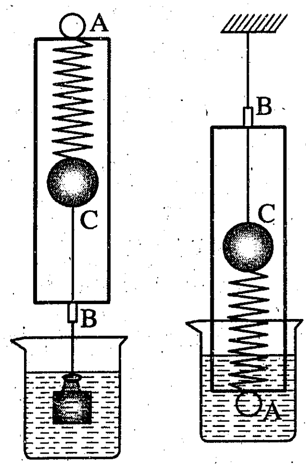
Phương án 1 : Sử dụng vật gia trọng (Hình 36.3G)

Dựng ống thẳng đứng, đầu dây được buộc với vật gia trọng khối lượng m_1.

Đánh dấu vị trí của dây căng ứng với mép đầu B.

Nhúng vật gia trọng vào trong cốc nước. Xác định mức dâng của nước để tính thể tích V của khối nước bị chiếm chỗ.

Do tác dụng của lực đẩy Archimède lò xo bị co lại một đoạn tương ứng với độ dịch chuyển trên dây là Δl :



Hình 36.3G

$$F_A = \rho_n V = k.\Delta l \Rightarrow k = \frac{\rho_n V}{\Delta l}$$

Dựng ống thẳng đứng với hai trường hợp đầu A và đầu B hướng lên. Tính độ dịch chuyển ΔL của vật m qua vị trí đánh dấu trên dây.

Từ đó ta có $mg = k\frac{\Delta L}{2} \Rightarrow m = kg\frac{\Delta L}{2}$.

Phương án 2 : Không dùng vật gia trọng.

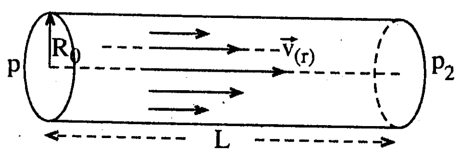
Treo hệ bằng dây vào móc treo trên giá đỡ. Đánh dấu vị trí dây ở đầu B.

Nhúng đầu A của ống hình trụ xuống nước. Dưới tác dụng của lực đẩy Archimède, đầu B của ống sẽ dịch chuyển. Đánh dấu vị trí đầu B trên dây.

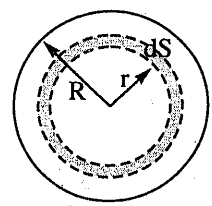
Thực hiện các bước kế tiếp tương tự như phương án 1.

36.2. a) Xây dựng công thức tính sự thay đổi áp suất theo thời gian của chất khí trong bình, khi bình được nối với ống mao quản và khí dần thoát ra khỏi bình qua ống.

Xét hình trụ bán kính r ($r < R_0$) đồng trục với ống hình trụ có dòng khí chảy qua (Hình 36.4G).



Hình 36.4G



Hình 36.5G

Do lực nội ma sát giữa các lớp khí bên trong của hình trụ bị triệt tiêu, nên lực cản tổng cộng lên hình trụ bán kính r là lực ma sát cản ứng với lớp vỏ hình trụ ứng với diện tích $A = 2\pi rL$. Do đó lực cản tổng cộng tác động lên dòng khí chảy trong ống hình trụ có bán kính đáy r là :

$$F_{ms} = \eta.2\pi rL\frac{dv}{dr}$$

Lực kéo chất khí ở trong ống hình trụ bán kính r là do độ chênh lệch áp suất giữa hai đầu ống : $F_{kéo} = (p - p_2)\pi r^2$.

Khi dòng chảy ổn định, lực kéo và lực cản cân bằng : $F_{ms} + F_{kéo} = 0$,

$$\Rightarrow \eta.2\pi rL\frac{dv}{dr} + (p - p_2)\pi r^2 = 0$$

Từ đó :

$$\frac{dv}{dr} = -\frac{(p - p_2)}{2\eta L}rdr \Rightarrow \int_0^v \frac{dv}{dr} = \int_{R_0}^r -\frac{(p - p_2)}{2\eta L}rdr \Rightarrow v = \frac{(p - p_2)}{4\eta L}(R_0^2 - r^2)$$

Thể tích của lượng khí chảy qua ống trong một đơn vị thời gian là :

$$\frac{dV}{dt} = \int_0^{R_0} v.2\pi rdr = \int_0^{R_0} \frac{(p - p_2)}{4\eta L}(R_0^2 - r^2).2\pi rdr$$

$$= \frac{\pi(p - p_2)R_0^4}{8\eta L} = \frac{\pi(p - p_2)d^4}{128\eta L}$$

Như vậy, ta thấy lượng khí chảy qua ống luôn phụ thuộc vào sự chênh lệch áp suất giữa hai đầu ống và là hàm phụ thuộc vào áp suất chất khí.

Trong một đơn vị thời gian, số phân tử khí đi qua ống là $\frac{dn}{dt}$, ứng với $\frac{dV}{dt}$ là :

$$dn.RT = \bar{p}dV \Rightarrow \frac{dn}{dt} = \frac{\bar{p}}{RT}\frac{dV}{dt} = \frac{p + p_2}{2RT}\frac{\pi(p - p_2)d^4}{128\eta L}$$

$$\frac{dn}{dt} = \frac{\pi(p^2 - p_2{}^2)d^4}{256\eta LRT} \approx \frac{\pi p^2 d^4}{256\eta LRT} \text{ (do } p_2^2 << p^2\text{)}$$

Mặt khác số mol khí đi qua ống mao quản chính là số mol khí thoát ra từ bình có thể tích V. Do đó ta có :

$$dp = -\frac{RT}{V}dn \Rightarrow \frac{dp}{dt} = -\frac{RT}{V}\frac{dn}{dt} = -\frac{RT}{V}\frac{\pi p^2 d^4}{256\eta LRT} = -\frac{\pi p^2 d^4}{256\eta LV}$$

Từ đó :

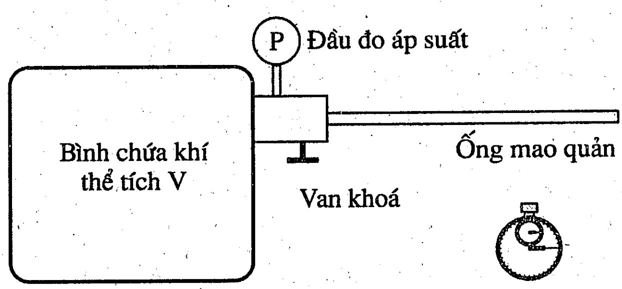
$$\frac{dp}{p^2} = -\frac{\pi d^4}{256\eta LV}dt \Rightarrow \int_{p_0}^{p}\frac{dp}{p^2} = \int_0^t \frac{\pi d^4}{256\eta LV}dt \Rightarrow \frac{1}{p} - \frac{1}{p_0} = \frac{\pi d^4}{256\eta LV}t$$

Như vậy ta thấy áp suất trong bình có thể tích V sẽ thay đổi theo thời gian t và sự thay đổi $\frac{1}{p}$ theo t có dạng đường thẳng :

$$\frac{1}{p} = \frac{\pi d^4}{256\eta LV}t + \frac{1}{p_0}$$

b) *Phương án thực hành*

+ Bố trí thí nghiệm như hình 36.6G.



Hình 36.6G

+ Trình tự thí nghiệm :

– Van đang khóa. Giá trị áp suất ban đầu của bình p_0.

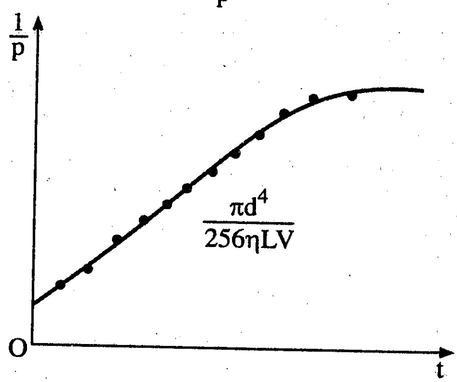
– Mở van để khí thoát ra khỏi bình qua ống mao quản. Lấy thời điểm đó làm mốc thời gian t = 0.

– Trong khi khí đang thoát ra khỏi bình, đọc các giá trị tương ứng của áp suất p trong bình và thời gian t trên đồng hồ bấm dây.

+ Ghi số liệu vào bảng :

Lần đo	p	t	$\frac{1}{p}$
...	...	...	...
...	...	...	...

Dựng đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc $\frac{1}{p}$ theo thời gian t (Hình 36.7G)



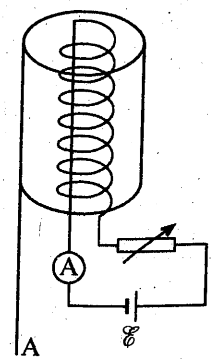
Hình 36.7G

Xác định độ nghiêng của đồ thị ứng với đoạn tuyến tính từ đó tính giá trị độ nhớt η.

36.3. a) ***Xác định công thoát êlectron của vonfam***

Để xác định được W, chúng ta cần phải thu được số liệu về mối quan hệ giữa cường độ dòng bão hòa chạy trong điôt ứng với mỗi giá trị nhiệt độ của sơi dây catôt.

• *Xác định nhiệt độ của catôt.* Bố trí thí nghiệm như hình 36.8G : mắc nối tiếp catôt, hộp điện trở mẫu, ampe kế và nguồn điện một chiều thành một mạch kín *(hộp điện trở mẫu để giá trị cực đại).*



Hình 36.8G

Thay đổi điện trở mẫu đến giá trị R_M, đọc giá trị cường độ dòng điện I trên ampe kế để xác định điện trở dây vonfam R_K :

$$R_k = \frac{U}{I} - R_M$$

Khi đó nhiệt độ của catôt là :

$$T_K = 273 + \frac{R_K - R_0}{R_0\alpha} = 273 + \frac{\frac{U}{I} - R_M - R_0}{R_0\alpha} = 273 + \frac{U - I(R_M + R_0)}{R_0\alpha I}$$

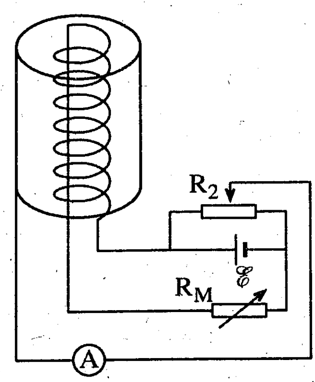
Như vậy, với mỗi giá trị điện trở mẫu R_M ta sẽ xác định được nhiệt độ của catôt tương ứng.

• *Xác định công thoát W*

Mắc mạch điện như hình 36.9G, nguồn một chiều lúc này sẽ làm nhiệm vụ vừa đốt nóng catôt, vừa đặt hiệu điện thế phân cực lên anôt và catôt.

– Đặt giá trị xác định của điện trở mẫu R_{M1}, tra cứu để biết giá trị nhiệt độ catôt T_{K1}.

Điều chỉnh biến trở R_2 để thay đổi hiệu điện thế U_{AK}, quan sát giá trị dòng điện chạy qua ampe kế đến khi cường độ dòng điện đạt giá trị bão hòa, ghi lại giá trị dòng điện I_{B1}. Ghi cặp giá trị T_{K1} và I_{B1} tương ứng.



Hình 36.9G

– Thay đổi giá trị điện trở mẫu, làm tương tự như bước trên để ghi các cặp giá trị T_{K1} và I_{B1} tương ứng.

Bảng ghi số liệu :

T_K	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
I_B	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....

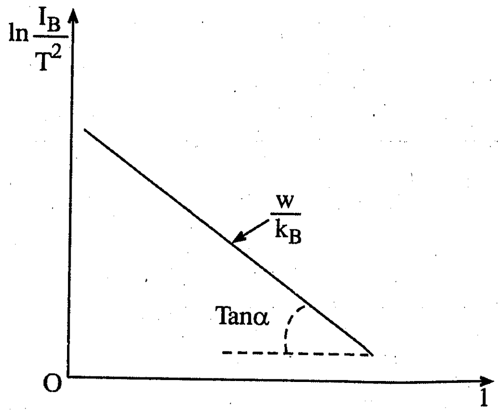
Từ công thức $I_B = A.T^2 e^{-\frac{W}{k_B T}}$ ta có :

$$\ln\frac{I_B}{T^2} = \ln A - \frac{W}{k_B}\frac{1}{T}$$

Đồ thị $\ln\frac{I_B}{T^2}$ theo $\frac{1}{T}$ sẽ có dạng đoạn thẳng (Hình 3.10G).

Xác định độ nghiêng đường thẳng đồ thị và tính W từ độ nghiêng của đường thẳng đó ta có :

$$\tan\alpha = \frac{W}{k_B} \Rightarrow W = k_B.\tan\alpha$$

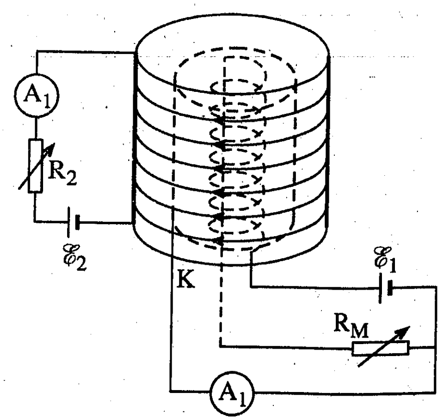


Hình 3.10G

b) *Xác định điện tích riêng của êlectron*

+ *Bố trí thí nghiệm* như hình 36.11G và phải đặt điôt chân không đồng trục với ống dây. Êlectron phát ra từ catôt sẽ được gia tốc bằng điện trường tạo ra bởi hiệu điện thế U_{AK}, ta có :

$$\frac{mv^2}{2} = eU_{AK} \qquad (1)$$



Hình 36.11G

Trong quá trình êlectron đi từ K sang A, do tác dụng của từ trường $\vec{B}$ gây bởi ống dây nên nó chịu tác dụng của lực Lorentz và có xu hướng chuyển động tròn với bán kính r xác định theo phương trình :

$$f_L = ma_n = \frac{mv^2}{r} = evB \quad (2)$$

với $\quad B = \mu_0 \frac{N}{L} I_2 \qquad (3)$

Từ (1) và (2) ta có : $\frac{e}{m} = \frac{2U_{AK}}{B^2r^2}$

Như vậy với U_{AK} không đổi, khi ta tăng B sẽ làm giảm bán kính quỹ đạo tròn của êlectron và khi B tăng quá giá trị giới hạn B_0 thì sẽ làm các êlectron đều chuyển động tròn trong khoảng không gian giữa A và K với bán kính $r < \frac{r_2 - r_1}{2}$. Vì vậy khi đó không có dòng điện chạy qua điôt. Do đó ta có thể xác định được điện tích riêng dựa vào giá trị cường độ dòng điện chạy qua ống dây I_{20} ứng với dòng điện qua điôt $I_1 = 0$. Cụ thể là ta có :

$$\frac{e}{m} = \frac{8U_{AK}}{B_0{}^2(r_2 - r_1)^2} \text{ với } B_0 = \mu_0 \frac{N}{L} I_{20}$$

+ *Tiến hành thí nghiệm :*

– Để điện trở mẫu ở giá trị xác định để số êlectron nhiệt phát ra từ catôt là không đổi.

– Đặt hiệu điện thế $U_{AK} = E_1$ không đổi.

– Thay đổi giá trị biến trở R_2 và ứng với mỗi lần đo ghi lại cặp giá trị I_1, I_2 chỉ thị trên ampe kế A_1 và A_2

I_1	...	...	...	...	...	...	...
I_2	...	...	...	...	...	...	...

– Dựng đồ thi I_1 theo I_2 để xác định giá trị I_{20}.

Tính điện tích riêng của êlectron theo công thức :

$$\frac{e}{m} = \frac{8U_{AK}}{B_0^2(r_2 - r_1)^2}, \text{ với } B_0 = \mu_0 \frac{N}{L} I_{20}.$$

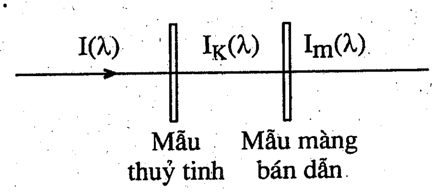
36.4. *Cơ sở lí thuyết :*

Giả sử ở bước sóng λ, cường độ ánh sáng sau khi đi qua máy đơn sắc là I(λ). Sau khi đi qua tấm thủy tinh, cường độ sáng sẽ là $I_K(\lambda)$, sau khi đi qua mẫu màng bán dẫn cường độ sáng sẽ là $I_m(\lambda) = I_k(\lambda)e^{-k(\lambda).d}$, với d là chiều dày lớp màng bán dẫn không đổi (Hình 36.12G).

Giá trị của điện trở của quang điện trở khi có :

– Mẫu thủy tinh $R_k(\lambda) = \dfrac{C(\lambda)}{I_k(\lambda)}$.

– Mẫu thủy tinh phủ màng $R_m(\lambda) = \dfrac{C(\lambda)}{I_m(\lambda)}$.



Hình 36.12G

Độ truyền qua của màng :

$$T(\lambda) = \frac{I_m(\lambda)}{I_k(\lambda)} = \frac{R_k(\lambda)}{R_m(\lambda)} = e^{-k(\lambda).d} \quad (1)$$

Mặt khác trong dải bước sóng ánh sáng có năng lượng phôtôn gần với năng lượng hơi lớn hơn E_g có :

$$\left(k(\lambda)h\frac{c}{\lambda}\right)^2 = Ah\left(\frac{c}{\lambda} - E_g\right)$$

$$\text{hay } \left(k(\lambda)dh\frac{c}{\lambda}\right)^2 = Ad^2\left(h\frac{c}{\lambda} - E_g\right)$$

nên từ (1) ta có :

$$\left(\ln\frac{1}{T(\lambda)}\right)^2 \cdot \left(\frac{hc}{\lambda}\right)^2 = (Ad^2)\left(\frac{hc}{\lambda} - E_g\right) \quad (2)$$

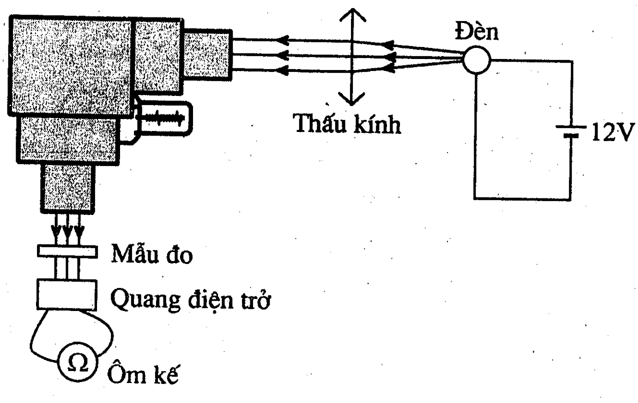
Đặt $Y = \left(\ln\frac{1}{T(\lambda)}\right)^2 \cdot \left(\frac{hc}{\lambda}\right)^2$ và $X = \frac{hc}{\lambda}$; $B = (Ad^2)$ thì (2) có dạng

$$Y = B(X - E_g).$$

Như vậy trong vùng năng lượng phôtôn gần E_g có mối quan hệ $Y = B(X - E_g)$ và đồ thị $Y = f(X)$ có dạng đường thẳng. Dựng đồ thị $Y(X)$ ta sẽ xác định được E_g.

Tiến hành thí nghiệm :

– Bố trí thí nghiệm như hình 36.13G.



Hình 36.13G

– Thay đổi vị trí X của tay quay và đo điện trở của quang điện trở bằng ôm kế với mẫu thủy tinh chưa phủ màng $R_k(\lambda)$ và có phủ màng $R_m(\lambda)$.

– Chuyển đổi giá trị x sang giá trị bước sóng λ và ghi số liệu vào bảng và xử lí số liệu.

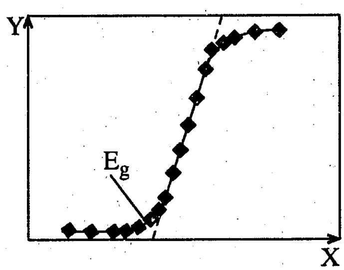
λ	$R_k\ (\lambda)$	$R_m\ (\lambda)$	$T(\lambda)$	X (eV)	Y $(eV)^2$
...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...

Với mỗi giá trị bước sóng λ ta có $T(\lambda) = \dfrac{R_k(\lambda)}{R_m(\lambda)}$.

Tính toán các giá trị Y, X tương ứng với mỗi giá trị λ :

$$X = \frac{hc}{\lambda}\ ;\ Y = \left(\ln\frac{1}{T(\lambda)}\right)^2 . \left(\frac{hc}{\lambda}\right)^2$$

Dựng đồ thị Y theo X và ngoại suy đoạn tuyến tính để xác định E_g (Hình 36.14G).



Hình 36.14G

MỤC LỤC

Chịu trách nhiệm xuất bản :
Chủ tịch HĐQT kiêm Tổng Giám đốc NGÔ TRẦN ÁI
Phó Tổng Giám đốc kiêm Tổng biên tập NGUYỄN QUÝ THAO

Tổ chức bản thảo và chịu trách nhiệm nội dung :
Phó Tổng biên tập PHAN XUÂN THÀNH
Giám đốc Công ty cổ phần Dịch vụ xuất bản Giáo dục Hà Nội PHAN KẾ THÁI

Biên tập nội dung :
VŨ THỊ THANH MAI

Biên tập kĩ thuật :
KIỀU NGUYỆT VIÊN

Trình bày bìa :
TẠ THANH TÙNG

Sửa bản in :
VŨ THỊ THANH MAI

Chế bản :
CÔNG TY CỔ PHẦN THIẾT KẾ VÀ PHÁT HÀNH SÁCH GIÁO DỤC

CÁC ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI VẬT LÍ (2001 - 2010)

Mã số : C3L22H1 - CPD

In 2.000 bản (QĐ 25), khổ 17 x 24cm tại Công ty CP in SGK Hòa Phát – 157 Tôn Đức Thắng, TP Đà Nẵng. Số XB : 23-2011/CXB/29-2153/GD. Số in : 257/11. In xong và nộp lưu chiểu tháng 05 năm 2011.

VŨ THANH KHIẾT (Chủ biên) - PHẠM KHÁNH HỘI
(Sưu tầm và tuyển chọn)

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI
VẬT LÍ
TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

Lời nói đầu

Nhằm giúp các bạn học sinh giỏi Vật lí, các thầy, cô giáo Vật lí, đặc biệt là học sinh chuyên Vật lí có tư liệu tham khảo trong quá trình học tập, ôn tập, chuẩn bị tốt cho các kì thi chọn học sinh giỏi ở trường, ở các tỉnh, thành phố, các kì thi chọn học sinh giỏi cấp quốc gia và kì thi chọn đội tuyển học sinh Việt Nam dự thi Olympic Vật lí, chúng tôi sưu tầm và biên soạn cuốn **Đề thi học sinh giỏi Vật lí trung học phổ thông**.

Nội dung cuốn sách chia làm hai phần :

Phần một. Đề Thi

A. Đề thi chọn học sinh giỏi Quốc gia trung học phổ thông từ năm 2011 đến năm 2016

B. Đề thi chọn đội tuyển Olympic Vật lí từ năm 2011 đến năm 2015

Phần hai. *Hướng dẫn giải*

Các bạn học sinh hãy cố gắng tự giải được các đề thi này, và chỉ sử dụng *Hướng dẫn giải* để đối chiếu với kết quả mình đã tìm được.

Chúng tôi mong nhận được các ý kiến đóng góp cho nội dung cuốn sách để cuốn sách ngày càng giúp ích cho việc bồi dưỡng đội ngũ học sinh giỏi Vật lí ở các địa phương trong toàn quốc.

CÁC TÁC GIẢ

PHẦN MỘT
ĐỀ THI

A. ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI QUỐC GIA TRUNG HỌC PHỔ THÔNG (THPT)

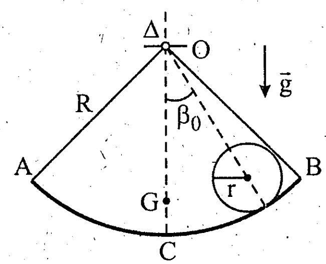
1) Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia THPT năm 2011, ngày thi thứ nhất

1.1 Cho vật 1 là một bản mỏng đều, đồng chất, được uốn theo dạng lòng máng thành một phần tư hình trụ AB cứng, ngắn, có trục Δ, bán kính R và được gắn với điểm O bằng các thanh cứng, mảnh, nhẹ. Vật 1 có thể quay không ma sát quanh một trục cố định (trùng với trục Δ) đi qua điểm O. Trên hình 1.1, OA và OB là các thanh cùng độ dài R, OAB nằm trong mặt phẳng vuông góc với trục Δ, chứa khối tâm G của vật 1, C là giao điểm của OG và lòng máng.

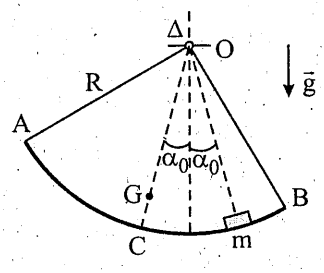
1. Tìm vị trí khối tâm G của vật 1.
2. Giữ cho vật 1 luôn cố định rồi đặt nó lên vật 2 là một hình trụ rỗng, mỏng, đồng chất, cùng chiều dài với vật 1, bán kính r (r < R), nằm dọc theo đường sinh của vật 1. Kéo vật 2 lệch ra khỏi vị trí cân bằng một góc nhỏ β_0, rồi thả nhẹ.

   a) Tìm chu kì dao động nhỏ của vật 2. Biết rằng trong quá trình dao động, vật 2 luôn lăn không trượt trên vật 1.

   b) Biết μ là hệ số ma sát nghỉ giữa vật 1 và vật 2. Tìm giá trị lớn nhất của góc β_0 để trong quá trình dao động điều hoà, vật 2 không bị trượt trên vật 1.



Hình 1.1



Hình 1.2

3. Thay vật 2 bằng một vật nhỏ 3. Vật 3 nằm trong mặt phẳng OAB. Kéo cho vật 1 và vật 3 lệch khỏi vị trí cân bằng sao cho G và vật 3 nằm về hai phía mặt phẳng thẳng đứng chứa Δ, với các góc lệch đều là α_0 như hình 1.2, rồi thả nhẹ. Bỏ qua ma sát. Tìm khoảng thời gian nhỏ nhất để vật 3 đi tới C.

1.2 Một hình trụ chứa chất khí đơn nguyên tử, chiều dài L, diện tích đáy S, chuyển động dọc theo phương song song với trục của bình. Khối lượng khí trong bình là m. Ở thời điểm bình đang chuyển động với gia tốc a_0 ($a_0 > 0$), người ta bắt đầu làm cho gia tốc của bình giảm thật chậm tới giá trị $\frac{a_0}{2}$. Coi khí trong bình là lí tưởng. Giả thiết ở mỗi thời điểm, các phần tử khí có gia tốc như nhau và nhiệt độ đồng đều trong toàn khối khí. Bỏ qua tác dụng của trọng lực.

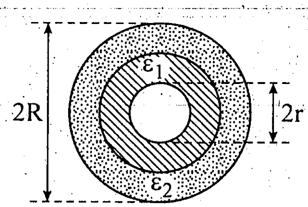
1. Cho rằng nhiệt độ của khí luôn là T không đổi và $\frac{\mu a_0 L}{RT} \ll 1$, trong đó μ là khối lượng mol của chất khí, R là hằng số khí. Hãy tính :

   a) Áp suất do khí tác dụng lên mỗi đáy bình khi gia tốc của bình là a.

   b) Công do khối khí thực hiện trong quá trình giảm gia tốc trên.

2. Giả thiết bình hoàn toàn cách nhiệt và nhiệt độ khí thay đổi rất nhỏ trong quá trình giảm gia tốc. Biết nhiệt độ ban đầu của khối khí là T. Tìm độ biến thiên nhiệt độ của khối khí trong quá trình trên.

Một tụ điện hình trụ dài L, bán kính các bản tụ tương ứng là r và R. Không gian giữa hai bản tụ được lấp đầy bởi hai lớp điện môi cứng, cùng chiều dày, có hằng số điện môi tương ứng là ε_1 và ε_2 (Hình 1.3). Lớp điện môi ε_1 có thể kéo được ra khỏi tụ điện. Tụ điện được nối với hai cực của nguồn điện có hiệu điện thế U không đổi.

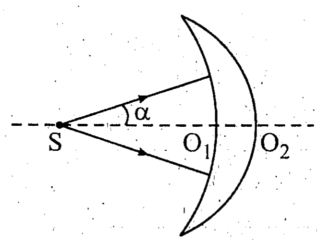


Hình 1.3

Ở thời điểm t = 0, lớp điện môi ε_1 bắt đầu được kéo ra khỏi tụ điện với tốc độ không đổi v. Giả thiết điện trường chỉ tập trung trong không gian giữa hai bản tụ, bỏ qua mọi ma sát. Xét trong khoảng $0 < t < \frac{L}{v}$ hãy :

1. Viết biểu thức điện dung của tụ theo thời gian t.
2. Tính lực điện tác dụng lên lớp điện môi ε_1 ở thời điểm t.
3. Xác định cường độ và chiều dòng điện qua nguồn.

Cho một thấu kính hội tụ lõm – lồi, bằng thuỷ tinh, chiết suất n = 1,5 như hình 1.4. Mặt lõm có bán kính R_1 = 5,5 cm và có đỉnh tại O_1. Mặt lồi có bán kính R_2 và đỉnh tại O_2. Khoảng cách O_1O_2 = 0,5 cm. Một điểm sáng S được đặt tại đúng tâm của mặt lõm và chiếu một chùm tia có góc mở rộng vào mặt thấu kính.



Hình 1.4

1. Xét chùm sáng hình nón xuất phát từ S chiếu vào thấu kính với góc giữa đường sinh và trục hình nón là $\alpha = 15^o$. Với giá trị $R_2 = 3$ cm, hãy xác định vị trí điểm đầu và điểm cuối của dải các giao điểm của các phương tia sáng ló ra khỏi thấu kính và trục chính.

2. Tìm giá trị R_2 sao cho chùm tia ló ra khỏi thấu kính là một chùm tia đồng quy, rộng.

1.5 Trong nguyên tử hiđrô lúc đầu có êlectron chuyển động tròn với bán kính quỹ đạo $r = 2,12.10^{-10}$ m quanh hạt nhân dưới tác dụng của lực Cu-lông. Ta chỉ sử dụng các định luật vật lí cổ điển để nghiên cứu chuyển động của êlectron trong nguyên tử. Theo đó, khi êlectron chuyển động với gia tốc a thì nguyên tử sẽ bức xạ điện từ với công suất $\mathscr{P} = \dfrac{2ke^2}{3c^3}a^2$ (trong đó $c = 3.10^8$ m/s ; $e = 1,6.10^{-19}$ C ; $k = 9.10^9$ Nm^2/C^2).

Coi gia tốc toàn phần a của êlectron là gia tốc hướng tâm. Hãy tính thời gian cần thiết để bán kính quỹ đạo giảm đến $r_0 = 0,53.10^{-10}$ m và ước tính trong thời gian đó êlectron chuyển động trên quỹ đạo được bao nhiêu vòng.

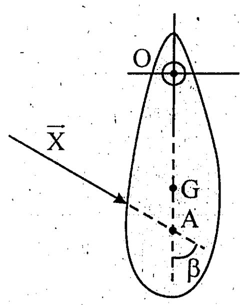
(2) Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia THPT năm 2011, ngày thi thứ hai

2.1 Một con lắc vật lí có khối lượng M, khối tâm tại G và có thể quay quanh trục nằm ngang đi qua điểm O nằm trên con lắc. Momen quán tính của con lắc đối với trục quay là I. Biết khoảng cách OG = d. Con lắc được thả từ vị trí có OG hợp với phương thẳng đứng một góc $\alpha_0 = 60^o$ (G phía dưới O). Bỏ qua ma sát ở trục quay và lực cản môi trường.

1. Tính độ lớn phản lực của trục quay lên con lắc khi OG hợp với phương thẳng đứng một góc α.
2. Tính gia tốc toàn phần lớn nhất của khối tâm con lắc trong quá trình dao động.
3. Khi con lắc đang ở vị trí cân bằng thì chịu tác dụng một xung lượng $\vec{X}$ của lực $\vec{F}$ trong thời gian rất ngắn Δt theo phương đi qua điểm A trên trục OG (lực $\vec{F}$ hợp với OG góc β (xem hình 2.1)).

   a) Xác định xung lượng của lực do trục quay tác dụng lên con lắc trong thời gian tác dụng Δt.

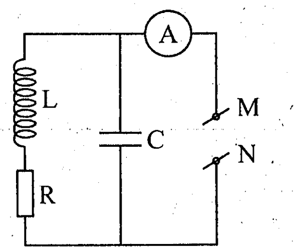
   b) Xác định góc β và vị trí điểm A để xung lượng của lực tác dụng lên trục quay bằng 0.



Hình 2.1

2.2 Cho mạch điện như hình 2.2. Cuộn dây có độ tự của L, tụ điện có điện dung C, điện trở có giá trị R. Biết điện áp giữa M và N là $u_{MN} = U_0\cos^2\omega t$, với ω có thể thay đổi được nhưng U_0 không đổi. A là ampe kế nhiệt, các phần tử trong mạch được coi là lí tưởng.

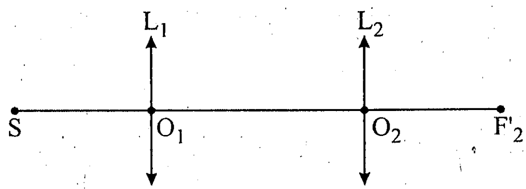
1. Tìm giá trị ω để thành phần xoay chiều của dòng điện qua ampe kế có biên độ không phụ thuộc vào điện trở R. Xác định số chỉ của ampe kế trong trường hợp này.
2. Tìm giá trị ω để số chỉ của ampke kế là nhỏ nhất. Biết rằng $\frac{L}{C} > R^2$.



Hình 2.2

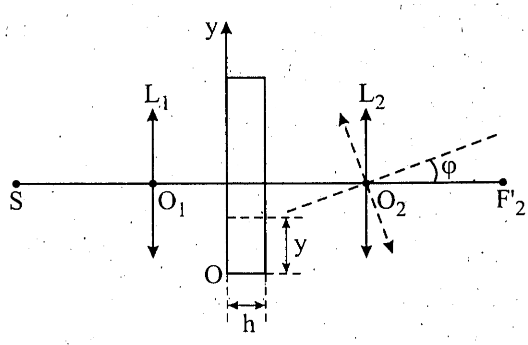
2.3 Cho một quang hệ gồm hai thấu kính mỏng L_1 và L_2 giống nhau có cùng tiêu cự f đặt đồng trục. Trên hình 2.3, O_1 và O_2 là quang tâm của hai thấu kính, F'_2 là tiêu điểm ảnh của thấu kính L_2. Một điểm sáng S đặt tại tiêu điểm của thấu kính L_1.

1. Tìm khoảng cách giữa hai thấu kính sao cho khi một bản mặt song song đồng chất, chiết suất n, đặt vùng giữa S và O_1 hoặc giữa O_2 và F'_2 theo phương vuông góc với quang trục thì ảnh của S qua hệ đều ở cùng một vị trí.



Hình 2.3

2. Đặt trong khoảng giữa hệ hai thấu kính L_1 và L_2 một bản mặt song song vuông góc với quang trục để tạo thành một quang hệ mới (Hình 2.4). Bản mặt song song này có bề dày h, chiết suất n thay đổi theo quy luật $n = n_0 + ky$ (n_0 và k là hằng số, k > 0), với trục Oy vuông góc với quang trục và cắt quang trục của hệ thấu kính. Bỏ qua sự thay đổi chiết suất dọc theo đường truyền của tia sáng trong bản mặt song song.



Hình 2.4

a) Xác định vị trí ảnh S qua quang hệ.

b) Từ vị trí đồng trục, quay thấu kính L_2 một góc φ nhỏ, sao cho trục chính của L_2 vẫn nằm trong mặt phẳng chứa Oy và O_2 (Hình 2.4). Xác định vị trí mới của ảnh.

1. *Xử lí số liệu*

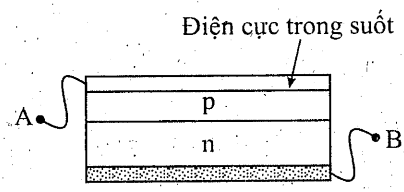
Một hỗn hợp gồm hai khí acgon (Ar) và hiđrô (H_2) có khối lượng 8,5 gam, được chứa trong thể tích $V_0 = 10\ dm^3$ ở áp suất $p_0 = 10^5\ N/m^2$. Khi nén đoạn nhiệt khối khí trên ta được các cặp giá trị thể tích V và áp suất p tương ứng theo bảng số liệu sau :

V (dm^3)	9,00	8,20	7,40	6,70	6,10
p ($10^5\ N/m^2$)	1,17	1,35	1,57	1,83	2,11

Biết nguyên tử lượng của acgon là 40 g/mol và hiđrô là 1 g/mol. Giả thiết trong quá trình nén đoạn nhiệt, khí không bị phân li. Hãy xác định khối lượng khí Ar và H_2 trong hỗn hợp.

2. *Khảo sát đặc tính của pin quang điện*

Pin quang điện có cấu tạo gồm lớp chuyển tiếp p – n và hai điện cực (Hình 2.5). Một trong hai điện cực làm bằng chất có tính dẫn điện tốt và ánh sáng có thể xuyên qua. Khi chiếu sáng thích hợp vào lớp chuyển tiếp p – n sẽ xuất hiện hiệu điện thế một chiều ở hai điện cực của pin.



Hình 2.5

Khảo sát pin quang điện như là một linh kiện điện tử. Nếu giữa hai điện cực A và B của pin có hiệu điện thế U_{AB} thì dòng điện qua pin có dạng $I_{AB} = I_d(e^{\alpha U_{AB}} - 1) + I_g$, với I_g đặc trưng cho thành phần dòng điện sinh ra do sự chiếu sáng vào lớp chuyển tiếp ($I_g = 0$ khi không chiếu sáng), α và I_d là các hệ số đặc trưng cho pin ($I_d > 0$, $\alpha > 0$). Giả thiết α và I_d luôn không đổi. Khi pin được chiếu sáng ổn định thì I_g không đổi và trong trường hợp chiếu sáng mạnh $|I_g| \gg I_d$.

Yêu cầu :

2.1. Với pin quang điện khi được chiếu sáng thích hợp và ổn định :

a) Tính điện áp hở mạch U_0 của pin theo I_g, I_d và α.

b) Mắc trực tiếp pin với một biến trở. Công suất tiêu thụ trên biến trở đạt giá trị cực đại $\mathscr{P}_m$ khi biến trở có điện trở R_m và điện áp giữa hai đầu biến trở là U_m.

- Viết phương trình xác định U_m theo I_g, I_d và α.
- Xác định $\mathscr{P}_m$ theo R_m, I_g, I_d và α.

2.2. Cho các dụng cụ sau :

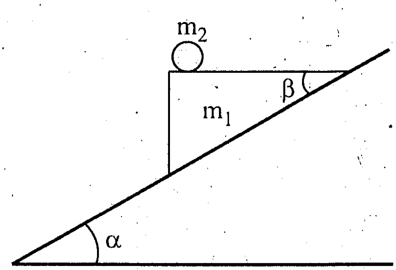
- 01 pin quang điện ;
- 01 ampe kế và 01 vôn kế một chiều đều có nhiều thang đo, 01 biến trở ;
- 01 nguồn điện một chiều ổn định ;
- 01 nguồn sáng có thể thay đổi được cường độ sáng trong khoảng giá trị rộng ;
- Giá đỡ, dây nối, khoá K và thiết bị che chắn cần thiết.

a) Vẽ sơ đồ thí nghiệm để khảo sát đường đặc trưng vôn - ampe của pin. Vẽ phác dạng đường đồ thị đặc trưng vôn - ampe của pin khi pin được chiếu sáng ổn định và chỉ ra giá trị dòng I_g, điện áp U_0 trên đồ thị.

b) Trình bày phương án thí nghiệm để xác định các đại lượng đặc trưng I_d và α của pin.

3 Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia THPT năm 2012, ngày thi thứ nhất

Trên một mặt phẳng nghiêng góc α so với mặt nằm ngang, người ta đặt một chiếc nêm có góc nêm là β, khối lượng m_1 và một quả cầu đặc đồng chất, khối lượng m_2, bán kính R (Hình 3.1). Thả cho hệ chuyển động và chỉ khảo sát các quá trình khi nêm còn trượt trên mặt phẳng nghiêng. Biết gia tốc rơi tự do là g.



Hình 3.1

1. Xét $\alpha = \beta$, $m_1 \gg m_2$. Xác định gia tốc tương đối của quả cầu so với nêm khi quả cầu còn chuyển động trên nêm trong các trường hợp :

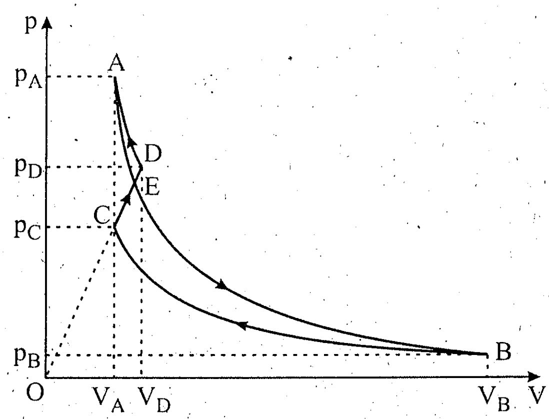
a) Bỏ qua mọi ma sát.

b) Quả cầu lăn không trượt trên nêm và nêm trượt không ma sát trên mặt phẳng nghiêng. Bỏ qua ma sát lăn.

2. Xét $\beta = 2\alpha = 60^o$, $m_1 = m_2$. Trong quá trình chuyển động của quả cầu và nêm, quả cầu lăn không trượt trên nêm và nêm trượt không ma sát trên mặt phẳng nghiêng. Xác định gia tốc của nêm khi quả cầu còn lăn trên nêm.

3. Sau khi quả cầu rời nêm, quả cầu được giữ lại còn nêm trượt vào vùng có hệ số ma sát $\mu = ks$, với s là quãng đường nêm trượt được kể từ khi nêm bắt đầu lọt hoàn toàn vào trong vùng đó, k là một hằng số dương. Sau khi đi được quãng đường s bằng s_0 thì nêm dừng lại. Tính thời gian τ để nêm đi được quãng đường s_0.

Một mol khí lí tưởng lưỡng nguyên tử thực hiện chu trình ABCDA trên giản đồ p – V gồm các quá trình đoạn nhiệt AB, đẳng nhiệt BC, đẳng nhiệt DA và quá trình CD có áp suất tỉ lệ thuận với thể tích (Hình 3.2). Biết nhiệt độ tuyệt đối trong quá trình DA gấp đôi nhiệt độ tuyệt đối trong quá trình BC. Cho $p_C = 4.10^5$ N/m^2, $V_C = V_A = 5$ dm^3.



Hình 3.2

1. Xác định các thông số trạng thái p_A, p_B, V_B, V_D, p_D.
2. Gọi E là giao điểm của đường AB và CD. Tính công của chu trình EBCE.

Giả sử trong không gian có một từ trường có tính đối xứng trụ với trục đối xứng là Δ. Cảm ứng từ tại một điểm cách trục Δ một khoảng r có phương gần như song song với trục Δ và có độ lớn là $B(r) = \dfrac{A}{r^n}$ $\left(n = \dfrac{2}{3}\right.$ và A là một hằng số dương).

Một hạt có khối lượng m, điện tích q (q > 0) chuyển động trên một mặt phẳng vuông góc với trục Δ. Bỏ qua tác dụng của các lực khác so với lực từ. Lúc đầu hạt chuyển động tròn đều trên quỹ đạo có bán kính R với tâm O nằm trên trục Δ.

1. Xác định tốc độ dài và tốc độ góc của hạt.
2. Khi đang chuyển động tròn đều trên quỹ đạo bán kính R nói trên, hạt bị một ngoại lực tác dụng trong thời gian ngắn làm hạt dịch chuyển một đoạn nhỏ x_0

theo phương bán kính ($x_0 \ll R$). Biết rằng sau đó hạt dao động tuần hoàn theo phương bán kính đi qua hạt. Tìm chu kì của dao động này.

3. Giả thiết ban đầu hạt ở điểm M cách trục Δ một khoảng R_1 và có vận tốc hướng theo phương bán kính ra xa trục. Biết rằng trong quá trình chuyển động, khoảng cách cực đại từ hạt tới trục Δ là R_2. Tính vận tốc ban đầu của hạt.

3.4 Một nguồn sáng điểm nằm trong chất lỏng và cách mặt chất lỏng một khoảng H. Một người đặt mắt trong không khí phía trên mặt chất lỏng để quan sát ảnh của nguồn sáng.

1. Giả thiết chất lỏng là đồng chất và có chiết suất n = 1,5. Tính khoảng cách từ ảnh của nguồn sáng đến mặt chất lỏng trong các trường hợp sau :

   a) Mắt nhìn nguồn sáng theo phương vuông góc với mặt chất lỏng.

   b) Mắt nhìn nguồn sáng theo phương hợp với mặt chất lỏng một góc $\alpha = 60^o$.

2. Giả thiết chiết suất của chất lỏng chỉ thay đổi theo phương vuông góc với mặt chất lỏng theo quy luật $n = \sqrt{2 + \frac{y}{H}}$, với y là khoảng cách từ điểm đang xét đến mặt chất lỏng. Biết tia sáng truyền từ nguồn sáng ló ra khỏi mặt chất lỏng đi tới mắt theo phương hợp với mặt chất lỏng một góc $\alpha = 60^o$. Hỏi tia này ló ra ở điểm cách nguồn sáng một khoảng bao nhiêu theo phương nằm ngang ?

3.5 Trên một xe ô tô cách người quan sát khoảng cách là s, người ta đặt một nguồn phát âm với tần số không đổi $f_0 = 600$ Hz. Cho xe chạy nhanh dần đều với gia tốc $a = 3\ m/s^2$ hướng lại gần người quan sát. Ở vị trí người quan sát người ta đặt một máy thu âm. Tần số thu âm được theo thời gian t kể từ thời điểm xe bắt đầu chuyển động (chọn làm mốc thời gian ứng với t = 0) được cho trong bảng sau :

t (s)	3	6	9	12	15
f (Hz)	608	626	645	666	690

1. Giả thiết trong thời gian truyền âm từ xe đến người quan sát, vận tốc của xe thay đổi không đáng kể. Căn cứ vào bảng số liệu thu được ở trên hãy xác định vận tốc truyền âm v_a.

2. Không bỏ qua sự thay đổi vận tốc của xe trong thời gian truyền âm từ xe đến người quan sát, căn cứ vào bảng số liệu thu được ở trên hãy xác định vận tốc truyền âm v_a và khoảng cách s ban đầu.

④ Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia THPT năm 2012, ngày thi thứ hai

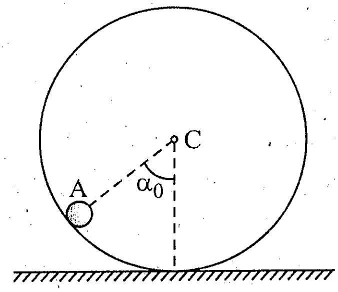
4.1 Cho một vành trụ mỏng đều, đồng chất, bán kính R và có khối lượng M. Trong lòng vành trụ có gắn cố định ở A một quả cầu nhỏ (bán kính rất nhỏ so với R), khối lượng m. Biết A nằm trong mặt phẳng mà mặt phẳng này vuông góc với trục và đi qua khối tâm C của vành trụ. Người ta đặt vành trụ trên mặt phẳng nằm ngang. Biết gia tốc rơi tự do là g.

1. Giả thiết không có ma sát giữa vành trụ và mặt phẳng. Đẩy vành trụ sao cho AC nghiêng một góc α_0 ($\alpha_0 < 90^o$) so với phương thẳng đứng rồi buông ra cho hệ chuyển động với vận tốc ban đầu bằng 0 (Hình 4.1).

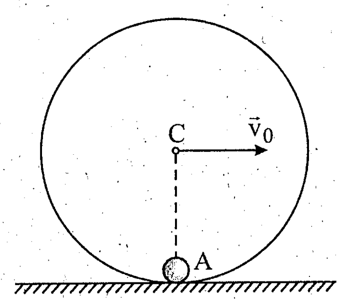
   a) Tính động năng cực đại của hệ.

   b) Viết phương trình quỹ đạo của A trong hệ quy chiếu gắn với mặt đất.

   c) Xác định tốc độ góc của bán kính AC khi AC lệch góc α ($\alpha < \alpha_0$) so với phương thẳng đứng.



Hình 4.1



Hình 4.2

2. Giả thiết có ma sát giữa vành và mặt nằm ngang. Khi vành đang đứng yên trên mặt nằm ngang, tác dụng một xung lực trong thời gian rất ngắn lên vành sao cho trục của vành có vận tốc v_0 theo phương ngang (Hình 4.2). Biết rằng sau đó vành lăn không trượt. Bỏ qua ma sát lăn. Gọi β là góc hợp bởi AC và phương thẳng đứng. Tính vận tốc khối tâm C của vành theo β và tìm điều kiện về v_0 để trong quá trình chuyển động vành không bị nhảy lên.

4.2 Một quả cầu có thể tích V không đổi đặt trong không khí gần sát mặt đất, nơi có áp suất p_0, nhiệt độ T_0. Coi gia tốc trọng trường là g không đổi và không khí là khí lí tưởng.

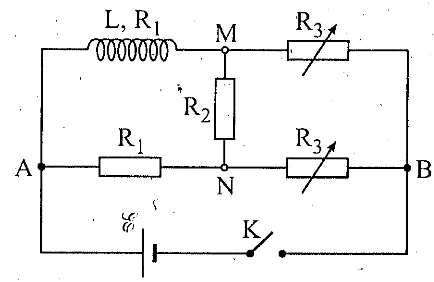
1. Cho khối lượng mol của không khí là μ.

   a) Tính lực đẩy Ác-si-mét của không khí tác dụng lên quả cầu.

   b) Khi đưa quả cầu lên cao, tìm quy luật biến đổi của lực đẩy nói trên theo độ cao z so với mặt đất nếu nhiệt độ khí quyển ở độ cao z là $T = T_0 - az$, với a là một hằng số dương.

2. Giữ quả cầu ở một vị trí cố định. Nếu độ ẩm của không khí tăng thêm 10%, áp suất và nhiệt độ của không khí ẩm trong vùng đặt quả cầu không đổi thì lực đẩy Ác-si-mét tác dụng lên quả cầu tăng hay giảm một lượng bằng bao nhiêu ? Biết khối lượng riêng của hơi nước bão hoà ở nhiệt độ đã cho là A, khối lượng mol của không khí khô là $\mu_{kk} = 29$ g/mol và của hơi nước là $\mu_{hn} = 18$ g/mol.

Cho mạch điện có sơ đồ như hình 4.3. Nguồn điện có suất điện động $\mathscr{E}$, điện trở trong không đáng kể, cuộn dây có điện trở R_1, độ tự cảm L. Cho $R_1 = R_2 = R$. Gọi giá trị của các biến trở là R_3.



Hình 4.3

1. Đóng khoá K. Tính cường độ dòng điện qua cuộn dây và qua R_2 ở thời điểm ngay sau khi K đóng và khi dòng điện chạy qua các phần tử trong mạch đã ổn định.

2. Thay đổi R_3 rồi sau đó đóng K, khi các dòng điện chạy qua các đoạn mạch có cường độ ổn định thì ngắt khoá K.

   a) Chọn thời điểm t = 0 lúc ngắt K. Tìm biểu thức cường độ dòng điện chạy qua cuộn dây theo thời gian t.

   b) Tìm giá trị của R_3 sao cho tổng điện lượng chạy qua R_2 sau khi ngắt K có giá trị cực đại. Áp dụng số $\mathscr{E} = 6$ V ; $R = 2\ \Omega$; $L = 0{,}64$ H.

Trong loại máy ảnh có vật kính cố định, khoảng cách từ vật kính đến màn ghi ảnh là không thay đổi được và lớn hơn tiêu cự của thấu kính. Ảnh trên màn ghi ảnh được coi là rõ nét nếu ảnh của một điểm là một hình tròn có đường kính nhỏ hơn hoặc bằng δ. Gọi đường kính đường rìa của vật kính là D và tiêu cự của nó là f.

1. Biết máy chụp được vật cách vật kính một khoảng từ x tới vô cùng. Tính x theo D, f, δ.

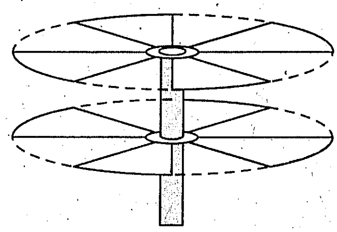
2. Xét một máy ảnh số thuộc loại trên có "độ phân giải" 10,1 Megapixels, vật kính có tiêu cự 6,1 mm và có khẩu độ tỉ đối $\dfrac{D}{f} = \dfrac{1}{28}$. Máy ảnh này cho ảnh rõ nét của những vật nằm cách máy từ x_1 (m) đến vô cực. Một máy ảnh thứ hai cùng loại có "độ phân giải" 5,1 Megapixels, vật kính có tiêu cự 5,0 mm và có

cùng khẩu độ tỉ đối 1 : 28. Máy ảnh này cho ảnh rõ nét của những vật nằm cách máy từ x_2 (m) đến vô cực.

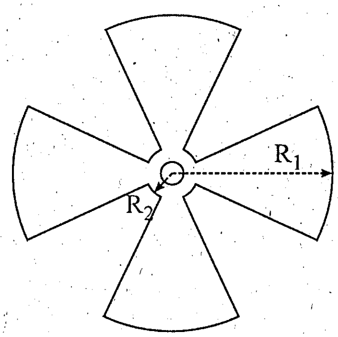
Cho biết màn ghi ảnh của hai máy trên có cùng kích thước. Màn ghi ảnh là tấm phẳng nhỏ có chứa rất nhiều phần tử nhạy sáng được phân bố đều trên bề mặt. Mỗi phần tử nhạy sáng gọi là một pixel (điểm ảnh). 1 Megapixels = 10^6 pixel. "Độ phân giải" là số pixel trên màn ghi ảnh. Tính x_2 theo x_1.

Một cách gần đúng người ta coi mặt đất là một mặt dẫn điện tốt. Ở gần bề mặt Trái Đất có một điện trường hướng xuống mặt đất theo phương vuông góc với mặt đất.

Để đo cường độ điện trường E_0 gần bề mặt Trái Đất, người ta sử dụng cơ cấu khí bao gồm hai tấm kim loại phẳng được cắt thành dạng cánh quạt giống hệt nhau (H. 4.4). Mỗi cánh có diện tích chiếm 1/8 vùng diện tích tạo bởi hai đường tròn đồng tâm bán kính R_1 và R_2 (H. 4.5). Hai tấm được đặt đồng trục, tấm trên có thể quay khi quay trục, tấm dưới được giữ đứng yên độc lập với trục quay của tấm trên và cách điện so với tấm trên. Trong thực tế khoảng cách giữa hai tấm kim loại là nhỏ.



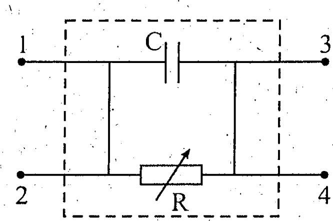
Hình 4.4



Hình 4.5

Cho các dụng cụ sau :

- Cơ cấu cơ khí gồm hai tấm kim loại trên với R_1 = 8 cm và R_2 = 2 cm ;
- 01 mô tơ điện một chiều, có tốc độ quay 3000 vòng/phút khi được cấp điện áp 9 V ;
- 01 nguồn điện một chiều 9 V ;
- Một hộp kín gồm tụ điện có điện dung C = 0,01 μF và hộp điện trở có thể đặt giá trị từ 200 kΩ đến 30 MΩ được mắc song song như hình 4.6 ;
- 01 dao động kí điện tử ;
- Dây nối, hệ thống giá đỡ, giá treo, thiết bị che chắn, ngắt điện cần thiết.



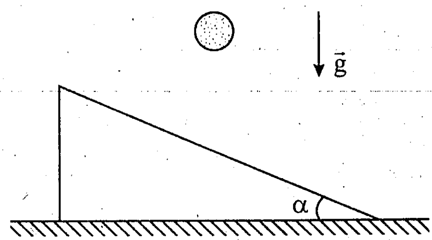
Hình 4.6

Yêu cầu :

1. Khi đặt cơ cấu cơ khí ở trên bề mặt Trái Đất như hình 4.4, tấm trên nối đất và được quay với tốc độ góc ω. Viết biểu thức mô tả sự thay đổi điện tích ở bề mặt tấm dưới theo ω và thời gian t (chọn mốc thời gian t = 0 là thời điểm tấm trên che hoàn toàn tấm dưới). Hãy đưa ra biểu thức xác định độ lớn điện tích lớn nhất xuất hiện trên tấm dưới.
2. Vẽ sơ đồ thí nghiệm và nêu các bước tiến hành để xác định độ lớn điện tích lớn nhất xuất hiện trên tấm dưới, từ đó suy ra cường độ điện trường gần bề mặt Trái Đất.

(5) Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia THPT năm 2013, ngày thi thứ nhất

Một quả cầu đặc đồng chất, khối lượng m, bán kính r, lúc đầu được giữ đứng yên và không quay, tâm quả cầu ở độ cao nào đó so với mặt sàn nằm ngang. Trên sàn có một vật hình nêm, khối lượng M, mặt nêm nghiêng góc α so với phương nằm ngang (H. 5.1). Thả cho quả cầu rơi tự do xuống nêm. Biết rằng ngay trước khi va chạm vào mặt nêm, tâm quả cầu có vận tốc v_0. Coi quả cầu và nêm là các vật rắn tuyệt đối. Bỏ qua tác động của trọng lực trong khoảng thời gian va chạm.



Hình 5.1

1. Sau va chạm, nêm chỉ dịch chuyển tịnh tiến trên mặt sàn. Bỏ qua ma sát. Coi va chạm là hoàn toàn đàn hồi.

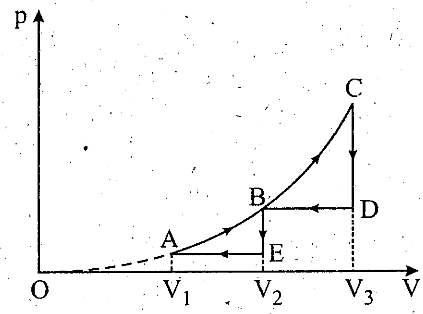
   a) Tìm tốc độ dịch chuyển của nêm ngay sau va chạm.

   b) Với α bằng bao nhiêu thì động năng thu được của nêm ngay sau va chạm là lớn nhất ? Tìm biểu thức động năng lớn nhất đó.

   c) Xác định xung lượng của lực mà mặt sàn tác dụng lên nêm trong quá trình va chạm.

2. Nêm được giữ cố định. Hệ số ma sát giữa nêm và quả cầu là μ. Tính động năng và góc giữa phương chuyển động của quả cầu và mặt nêm ngay sau va chạm.

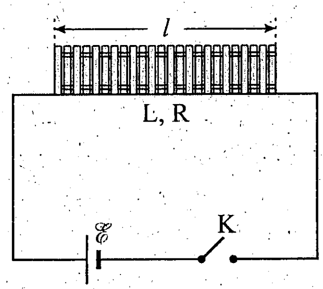
Một mol khí lí tưởng đơn nguyên tử thực hiện chu trình ABCDBEA được biểu diễn trên giản đồ p – V (H. 5.2). CD và BE là các quá trình đẳng tích, DB và EA là các quá trình đẳng áp. Các quá trình AB và BC có áp suất p và thể tích V liên hệ với nhau theo công thức : $p = \alpha V^2$, trong đó α là một hằng số dương. Thể tích khí ở trạng thái A là V_1, ở trạng thái B là V_2 và ở trạng thái C là V_3 sao cho $V_2 = \frac{1}{2}(V_1 + V_2)$. Biết rằng tỉ số giữa nhiệt độ tuyệt đối lớn nhất và nhiệt độ tuyệt đối nhỏ nhất của khí trong chu trình ABCDBEA là n.



Hình 5.2

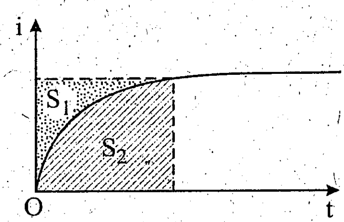
1. Tính công thực hiện trong chu trình ABEA theo V_1, n và α.
2. Tìm hiệu suất của chu trình ABCDBEA theo n. Áp dụng bằng số n = 3.

5.3 Một ống dây dài gồm các vòng dây phẳng được quấn sát nhau, đơn lớp, số vòng dây là N, diện tích giới hạn bởi mỗi vòng dây là S. Chiều dài ống dây là *l*, điện trở suất của chất làm dây quấn là ρ. Ban đầu ống dây chưa có lõi.



Hình 5.3

1. Mắc ống dây với một nguồn điện không đổi có suất điện động ℰ, điện trở trong của nguồn không đáng kể. Ban đầu khoá K ngắt (H. 5.3). Ở thời điểm t = 0, người ta đóng khoá K, cường độ dòng điện i trong mạch tăng theo thời gian có dạng đồ thị như hình 5.4. Sau thời gian nào đó dòng điện coi như đạt giá trị ổn định.



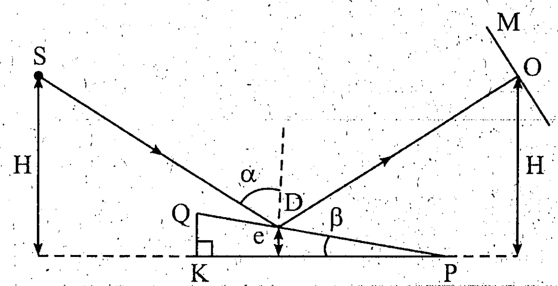
Hình 5.4

   a) Xác định trị số diện tích S_1 và cho biết ý nghĩa của trị số diện tích S_1, S_2 trên hình 5.4.

   b) Xác định độ lớn của cảm ứng từ trong lòng ống dây theo các thông số của ống dây và S_1 khi dòng điện trong mạch đã đạt giá trị ổn định.

2. Ống dây có lõi sắt từ và điện trở ống dây R = 5 Ω. Nguồn điện không đổi có ℰ = 6 V và điện trở trong không đáng kể. Lúc đầu khoá K ngắt, chọn mốc thời gian t = 0 là thời điểm đóng khoá K. Nhờ việc kéo ra và đẩy vào lõi sắt, độ tự cảm của ống dây thay đổi theo quy luật : $L = L_0(1 + \alpha\sin\omega t)$ với $L_0 = 0{,}2$ H ; $\alpha = 0{,}01$; $\omega = 5$ rad/s. Viết biểu thức cường độ dòng điện trong mạch khi đó.

5.4. Cho một chiếc nêm quang học làm bằng chất trong suốt, đồng tính và có tiết diện thẳng là tam giác vuông KPQ (H. 5.5). Hai mặt phẳng KP và QP hợp với nhau một góc β rất nhỏ. Biết chiết suất của nêm đối với ánh sáng đơn sắc có bước sóng $\lambda = 0,6\ \mu m$ là $n = \sqrt{3}$.



Hình 5.5

1. Bức xạ đơn sắc λ trên được phát ra từ nguồn sáng điểm S đặt cách mặt phẳng PK của nêm một khoảng H. Xét chùm sáng hẹp đi từ nguồn S tới mặt phẳng nghiêng của nêm tại vị trí D với góc tới $\alpha = 60^o$, bề dày của nêm tại D là e. Chùm sáng sau khi qua nêm tới vuông góc với màn M tại điểm O. Biết O cũng cách mặt phẳng PK của nêm một đoạn là H. Tìm bề dày e nhỏ nhất để tại điểm O ta thu được vân sáng.
2. Chiếu chùm ánh sáng đơn sắc bước sóng λ trên vào mặt nêm QP theo phương gần như vuông góc với QP. Quan sắt hệ vân giao thoa trên mặt nêm người ta thấy khoảng cách giữa hai vân sáng liên tiếp là $i = 0,10$ mm. Xác định góc nghiêng β của nêm.

5.5. Xác định hằng số điện môi ε và điện trường đánh thủng E_t của lớp chất điện môi trong lòng tụ điện

Cho các dụng cụ sau :

- Hộp điện trở mẫu có dải giá trị nguyên từ 1 Ω đến 10 MΩ ;
- 01 nguồn điện xoay chiều f = 50 Hz, U = 220 V ;
- 01 ampe kế xoay chiều ;
- 01 tụ điện gồm hai bản tụ bằng kim loại có diện tích S và khoảng cách giữa hai bản tụ là d, không gian giữa hai bản tụ được lấp đầy bởi lớp chất điện môi đồng tính cần xác định hằng số điện môi ε và điện trường đánh thủng E_t ;
- Các dây nối và ngắt điện cần thiết.

Yêu cầu :

1. Trình bày cách bố trí thí nghiệm và xây dựng các công thức cần thiết.
2. Nêu các bước tiến hành thí nghiệm, bảng biểu cần thiết và cách xác định ε và E_t.

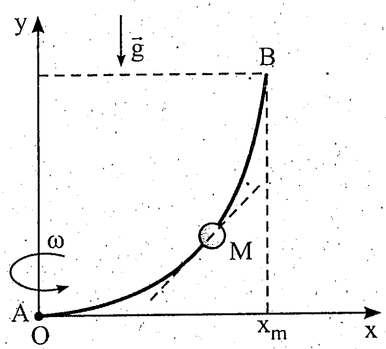
(6) Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia THPT năm 2013, ngày thi thứ hai

6.1 Một thanh kim loại AB cứng, mảnh được uốn sao cho trùng với đồ thị hàm số $y = ax^n$, với n nguyên dương ; a là hằng số (a > 0) ; $0 \le x \le x_m$ với x_m là hoành độ đầu B của thanh (H. 6.1). Một hạt nhỏ khối lượng M được lồng vào thanh, hạt có thể chuyển động tới mọi điểm trên thanh. Đầu A của thanh được chặn để hạt không rơi ra khỏi thanh. Thanh được quay đều với tốc độ góc ω không đổi quanh trục Oy thẳng đứng. Cho gia tốc trọng trường $g = 10\ m/s^2$.

1. Tìm toạ độ x_0 của hạt để hạt cân bằng tại đó trong hai trường hợp :

   a) Bỏ qua ma sát giữa hạt và thanh kim loại. Biện luận các kết quả thu được theo n.

   b) Xét trường hợp riêng : n = 2 ; $a = 5\ m^{-1}$; $x_m = 0{,}60$ m ; ω = 8 rad/s, giữa hạt và thanh kim loại có ma sát với hệ số ma sát là μ = 0,05.



Hình 6.1

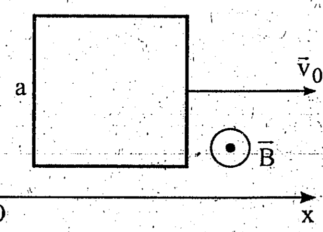
2. Xét n = 2 và $\omega^2 < 2ag$. Bỏ qua ma sát. Từ vị trí hạt cân bằng, người ta cung cấp cho hạt vận tốc ban đầu v_0 (trong hệ quy chiếu gắn với thanh) theo phương tiếp tuyến với thanh. Xác định giá trị v_0 lớn nhất để hạt không văng ra khỏi thanh.

6.2

1. Một mol khí thực đơn nguyên tử có các thông số trạng thái liên hệ với nhau theo công thức $p(V - b) = RT$, với b là hằng số phụ thuộc vào bản chất khí. Xác định hiệu các nhiệt dung mol đẳng áp C_p và đẳng tích C_V.

2. Xét một mol khí thực đơn nguyên tử có kích thước nguyên tử không đáng kể nhưng giữa các nguyên tử có lực tương tác. Ở nhiệt độ T, thể tích của mol khí trên là V. Cho rằng thế năng tương tác giữa các nguyên tử khí tỉ lệ với mật độ khí ; $E_T = -\alpha\rho$, với α là hằng số ; ρ là mật độ số hạt. Xác định hiệu các nhiệt dung mol đẳng áp C_p và đẳng tích C_V của khí trên ở nhiệt độ T.

6.3 Một khung dây kim loại cứng, hình vuông và có điện trở không đáng kể được đặt trên mặt bàn nằm ngang không có ma sát. Khung có khối lượng m, chiều dài mỗi cạnh là a và có độ tự cảm là L. Khung dây và bàn được đặt trong không gian có một từ trường không đều, đường sức từ thẳng đứng, có cảm ứng từ thay đổi theo quy luật : $B = B_0(1 + kx)$, với B_0 và k là các hằng số dương đã biết (H. 6.2). Lúc đầu khung dây nằm yên và trong khung không có dòng điện. Ở thời điểm t = 0 người ta truyền cho khung vận tốc ban đầu $\vec{v}_0$ dọc theo trục Ox. Giả thiết khung không bị biến dạng.

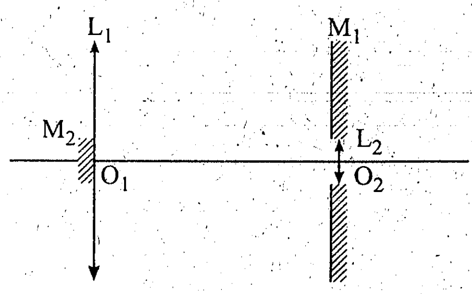


Hình 6.2

1. Tìm khoảng thời gian ngắn nhất t_{min} kể từ thời điểm khung dây bắt đầu chuyển động đến khi khung có vận tốc bằng 0.

2. Tính điện lượng dịch chuyển trong khung trong khoảng thời gian t_{min} trên.

Kính thiên văn là hệ quang học đồng trục gồm vật kính là thấu kính hội tụ L_1, tiêu cự f_1 và thị kính là thấu kính hội tụ L_2, tiêu cự f_2 ($f_2 < f_1$). Vật kính L_1 và thị kính L_2 có rìa là đường tròn, đường kính khẩu độ của L_1 là D. Một người mắt không có tật sử dụng kính này để quan sát vật ở rất xa trong trạng thái mắt không phải điều tiết thì số bội giác của kính thiên văn này là G. Nhược điểm của kính thiên văn trên là khoảng cách giữa quang tâm O_1 và O_2 của vật kính và thị kính (gọi là chiều dài của kính thiên văn) là tương đối lớn. Để cải tiến kính thiên văn trên, người ta lắp thêm vào vị trí của vật kính và thị kính hai gương phẳng, tròn, M_1 và M_2 như hình 6.3. Việc cải tiến này giúp cho chiều dài của kính thiên văn giảm đi đáng kể. Để tận dụng tối đa năng lượng ánh sáng của vật, người ta chế tạo M_1 và M_2 sao cho M_1 nhận được toàn bộ ánh sáng sau khi qua L_1 và M_2 nhận được toàn bộ ánh sáng từ M_1 phản xạ đến. Một người mắt không có tật sử dụng kính thiên văn cải tiến để quan sát các vật ở rất xa trong trạng thái ngắm chừng ở vô cực thì chiều dài của kính là l ($f_2 < l < f_1 + f_2$).



Hình 6.3

1. Tính f_1 và f_2 theo G và l.

2. Tìm đường kính rìa của M_1, M_2 và đường kính khẩu độ của L_2 theo G và D.

3. Tìm giá trị nhỏ nhất của G để có thể chế tạo được kính thiên văn cải tiến trên.

6.5 Xác định độ nhớt của chất lỏng.

Xét hệ đồng trục gồm khối trụ nhúng trong một cốc hình trụ đựng chất lỏng có độ nhớt η. Khi cho khối trụ quay với tốc độ góc ω_0 không đổi và giữ cốc đứng yên, chất lỏng chuyển động tròn, ổn định theo các đường dòng vuông góc với trục. Tốc độ góc của các dòng chảy giảm dần từ bề mặt bên của khối trụ ra thành cốc do lực nội ma sát giữa các dòng chảy. Tốc độ dòng chảy lớn nhất ở sát bề mặt khối trụ và bằng 0 ở sát thành cốc. Lực nội ma sát tác dụng lên một đơn vị diện tích bề mặt bên của lớp chất lỏng hình trụ cách trục cốc một khoảng r là $\sigma_{ms} = \eta r \frac{d\omega}{dr}$, với $\frac{d\omega}{dr}$ là độ biến thiên tốc độ góc trên một đơn vị chiều dài theo phương vuông góc với trục. Bỏ qua lực ma sát nhớt của chất lỏng tác dụng lên đáy của hình trụ.

Cho các dụng cụ sau :

- Động cơ điện một chiều gồm một stato cấu tạo bởi nam châm vĩnh cửu và rôto là một khung dây. Biết khi rôto quay trong từ trường gây bởi stato sẽ sinh ra suất điện động cảm ứng e(V) liên hệ với tốc độ quay của rôto ω (rad/s) theo biểu thức : $\omega = 38e$. Trên động cơ có gắn sẵn bộ hiển thị tốc độ vòng quay. Ma sát ở trục động cơ không đáng kể ;
- 01 nguồn điện một chiều ổn định, 01 biến trở, 01 ampe kế một chiều ;
- Một khối trụ đặc bán kính R_1, có thể nối với trục động cơ điện ;
- Một cốc thuỷ tinh hình trụ có bán kính thành trong là R_2 ($R_2 > R_1$) ;
- Thước đo độ dài, bình đựng chất lỏng cần xác định độ nhớt ;
- Khớp nối, dây nối, giá gá mẫu, khoá K cần thiết.

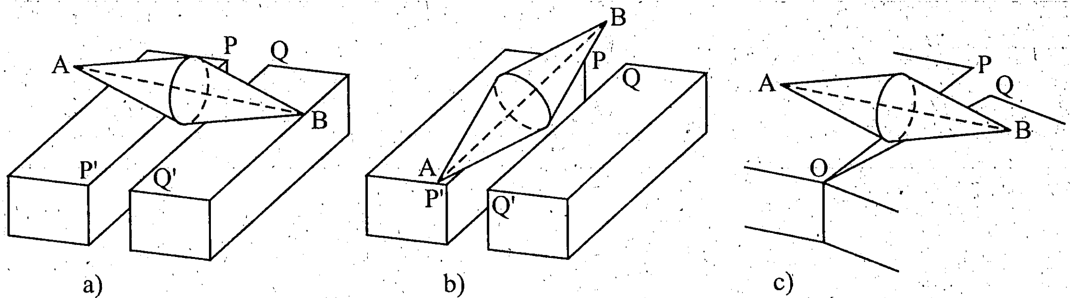
Yêu cầu :

1. Trình bày cách bố trí thí nghiệm và xây dựng các công thức cần thiết.
2. Nêu các bước tiến hành thí nghiệm, bảng biểu cần thiết và cách xác định độ nhớt của chất lỏng.

(7) Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia THPT năm 2014, ngày thi thứ nhất

7.1 Cho cơ hệ gồm một vật rắn M và hai vật đỡ giống hệt nhau. Vật M khối lượng m có dạng hình nón kép được tạo bởi hai hình nón đặc đồng chất giống hệt nhau, đáy chung là hình tròn bán kính R, khoảng cách giữa hai đỉnh AB = $2l$. Vật đỡ hình hộp chữ nhật có độ cao H và khối lượng m. Bỏ qua mọi ma sát.

1. Đặt hai vật đỡ rất gần nhau trên mặt phẳng nằm ngang nhẵn sao cho các cạnh PP' và QQ' của chúng song song với nhau. Thả nhẹ vật M trên hai vật đỡ theo hai cách. Giả thiết rằng trong quá trình chuyển động, các vật không quay và trục AB của vật M luôn song song với mặt phẳng nằm ngang (Hình 7.1).



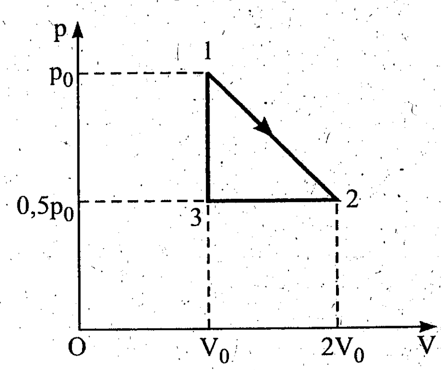
Hình 7.1

a) Trục AB nằm vuông góc với các cạnh PP' và QQ' của hai vật đỡ như hình a. Tìm độ lớn vận tốc vật M tại thời điểm nó bắt đầu rời khỏi hai vật đỡ.

b) Trục AB song song với các cạnh PP' và QQ' của hai vật đỡ như hình b. Tìm độ lớn vận tốc của vật M ngay trước khi nó va đập xuống mặt phẳng ngang.

2. Đặt hai vật đỡ sao cho P', Q' trùng nhau tại O và các cạnh OP, OQ của chúng hợp với nhau góc $\widehat{POQ} = 2\beta$. Nâng đều các đầu P, Q của hai vật đỡ lên cho đến khi mặt phẳng (POQ) hợp với mặt nằm ngang một góc γ rồi giữ chúng cố định (Hình c). Quan sát thấy rằng vật M chuyển động thẳng đều và trong quá trình chuyển động, đáy chung của hai hình nón luôn nằm trong mặt phẳng thẳng đứng chứa đường phân giác của góc $\widehat{POQ}$. Tìm mối liên hệ giữa các góc β, γ.

7.2. Một lượng khí thực lưỡng nguyên tử tuân theo phương trình trạng thái $p = \frac{nRT}{V} - \frac{n^2a}{V^2}$ thực hiện quá trình dãn nở từ trạng thái 1 (p_0, V_0) đến trạng thái 2 ($p_0/2$, $2V_0$) biểu diễn trên đồ thị pV như hình 7.2. Biết rằng trong quá trình biến đổi đoạn nhiệt thuận nghịch, khí tuân theo phương trình $TV^{R/C_V} = \text{const}$, giả thiết rằng nhiệt dung mol đẳng tích $C_V = \frac{5}{2}R$. Cho $p_0 = 0,2$ MPa, $V_0 = 25$ lít, $R = 8,31$ J/(mol.K), $a = 1$ J m^3/mol^2, $n = 1$ mol.



Hình 7.2

1. Tìm nhiệt độ cực đại của khí trong quá trình 1 – 2.

2. Nội năng của lượng khí trên tuân gần đúng theo phương trình $U = nC_V T - \frac{n^2\alpha}{V}$, trong đó α là hằng số. Áp dụng nguyên lí I cho quá trình đoạn nhiệt thuận nghịch vô cùng bé, tìm α.

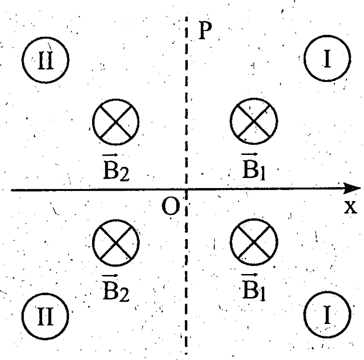
3. Từ trạng thái 2 ($p_0/2$, $2V_0$) thực hiện quá trình nén đẳng áp đến trạng thái 3 ($p_0/2$, V_0), sau đó thực hiện quá trình tăng áp đẳng tích để trở về trạng thái 1 (p_0, V_0). Tính hiệu suất của chu trình.

4. Nếu khí đang xét là khí lí tưởng lưỡng nguyên tử ($a = 0$) thì hiệu suất của chu trình đang xét bằng bao nhiêu ?

7.3 Hai vùng không gian I và II được ngăn cách với nhau bởi mặt phẳng P (có toạ độ $x = 0$), trong đó tồn tại các từ trường đều $\vec{B}_1$ và $\vec{B}_2$ có phương chiều như hình 7.3 và có độ lớn cảm ứng từ tương ứng là B_1 và $B_2 = kB_1$ ($k > 2$).

Tại một thời điểm nào đó, một vật nhỏ khối lượng M tích điện dương q được bắn từ gốc toạ độ O với vận tốc ban đầu $\vec{v}_0$ theo chiều dương của trục Ox. Bỏ qua tác dụng của trọng trường.

1. Vẽ quỹ đạo của vật trong vùng không gian này. Tìm độ lớn vận tốc trung bình của vật $\left(\vec{v}_{TB} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}\right)$ trong một khoảng thời gian đủ dài theo v_0 và k.



Hình 7.3

2. Sau thời gian đủ dài, bắn tiếp từ gốc toạ độ O một vật nhỏ khác có khối lượng m và điện tích $q' = -q$ với động lượng ban đầu $\vec{p}' = -M\vec{v}_0$. Quỹ đạo của hai vật giao nhau tại A. Biết thời gian hai vật chuyển động từ O đến A là như nhau. Tìm tỉ số $\frac{m}{M}$ theo k.

7.4 Lí thuyết nguyên tử hiđrô và các ion tương tự hiđrô (He^+, Li^{++},...) được Bo xây dựng dựa trên hệ tiên đề sau :

– Êlectron mang điện tích $-e$ ($e = 1{,}602.10^{-19}$ C), khối lượng m_e ($m_e = 9{,}1094.10^{-31}$ kg) chuyển động trong nguyên tử theo những quỹ đạo tròn bán kính r xung quanh một hạt nhân mang điện tích +Ze dưới tác dụng của lực hút Cu-lông :

$$F = k\frac{Ze^2}{r^2}$$

($k = 8,987552.10^9$ Nm^2/C^2, Z = 1 đối với nguyên tử hiđrô, $Z \geq 2$ đối với các ion khác). Các quỹ đạo tròn khả dĩ của êlectron phải là các quỹ đạo dừng và thoả mãn điều kiện lượng tử hoá :

$$L_n = m_e v_n r_n = n\frac{h}{2\pi};\ n = 1, 2, 3,...$$

($h = 6,62607.10^{-34}$ J.s là hằng số Plăng).

– Khi êlectron chuyển động trên quỹ đạo dừng thứ n thì nguyên tử không hấp thụ hoặc bức xạ sóng điện từ và có năng lượng E_n xác định. Nguyên tử chỉ hấp thụ hay bức xạ sóng điện từ khi chuyển từ một trạng thái dừng này sang một trạng thái dừng khác. Tần số của bức xạ khi nguyên tử chuyển từ trạng thái dừng có năng lượng E_n về trạng thái dừng có năng lượng E_m thấp hơn được tính bằng công thức :

$$f_{nm} = \frac{E_n - E_m}{h} = \frac{c}{\lambda_{nm}};\ n > m \geq 1$$

(λ_{nm} là bước sóng của bức xạ, c = 299792458 m/s là tốc độ ánh sáng trong chân không).

1. Tính bán kính quỹ đạo r_n và năng lượng E_n của êlectron.
2. Biết thời gian sống của trạng thái kích thích thứ nhất là 10^{-8} s, tính số vòng mà êlectron thực hiện được quanh hạt nhân nguyên tử hiđrô trong trạng thái này.
3. Khi nguyên tử chuyển từ trạng thái dừng có năng lượng E_n về trạng thái dừng có năng lượng E_m thấp hơn nó, bức xạ phôtôn có bước sóng λ_{nm} thoả mãn công thức :

$$\frac{1}{\lambda_{nm}} = RZ^2\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right),$$

R được gọi là hằng số Rít-béc lí thuyết. Tìm biểu thức của R và tính giá trị của nó.

4. Trong các tính toán lí thuyết trên, hạt nhân được giả thiết là đủ nặng so với êlectron và xem khối lượng của hạt nhân là lớn vô cùng. Trong thực tế khối lượng của hạt nhân nguyên tử hiđrô và hạt nhân nguyên tử heli lần lượt là $m_H \approx 1836m_e$ và $m_{He} \approx 7298{,}33m_e$.

   a) Tìm biểu thức chính xác và tính giá trị của hằng số Rít-béc R_H của nguyên tử hiđrô.

   b) Tính hằng số Rít-béc R_{He} cho ion He^+.

   c) Tính hiệu số giữa bước sóng của vạch quang phổ ứng với sự chuyển dời $3 \to 2$ của hiđrô và bước sóng của vạch quang phổ ứng với sự chuyển dời $6 \to 4$ của ion He^+.

7.5 Một ống phát tia X làm việc ở hiệu điện thế U phát ra phôtôn có bước sóng ngắn nhất là $\lambda_0 = 0{,}1250$ nm.

1. Tìm hiệu điện thế làm việc của ống. Bỏ qua động năng của êlectron khi nó bứt khỏi catôt.

2. Phôtôn có bước sóng λ_0 tới tán xạ trên một êlectron tự do đang chuyển động với vận tốc không đổi. Sau va chạm ta thu được một hệ gồm một êlectron đứng yên và một phôtôn tán xạ. Biết góc tán xạ $\theta = 60^o$. Tính :

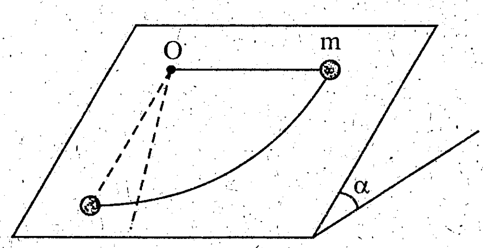
   a) Bước sóng của phôtôn tán xạ.

   b) Bước sóng Đơ - Brơi của êlectron trước va chạm.

   Cho biết khối lượng nghỉ của êlectron là $m_e = 9{,}1.10^{-31}$ kg, hằng số Plăng $h = 6{,}626.10^{-34}$ J.s, tốc độ ánh sáng $c \approx 3.10^8$ m/s.

8 Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia THPT năm 2014, ngày thi thứ hai

8.1 Đặt một vật nhỏ khối lượng m = 10 g trên một mặt phẳng, mặt phẳng này nghiêng với mặt phẳng ngang góc $\alpha = 30^o$. Vật được nối vào điểm O cố định trên mặt nghiêng nhờ một dây mảnh, nhẹ, không dãn có chiều dài R = 40 cm. Ban đầu vật được giữ cố định trên mặt nghiêng ở vị trí dây nối nằm ngang rồi được thả nhẹ cho chuyển động (H. 8.1). Vật đổi chiều chuyển động lần đầu tiên khi dây quay được góc 120^o so với vị trí ban đầu.



Hình 8.1

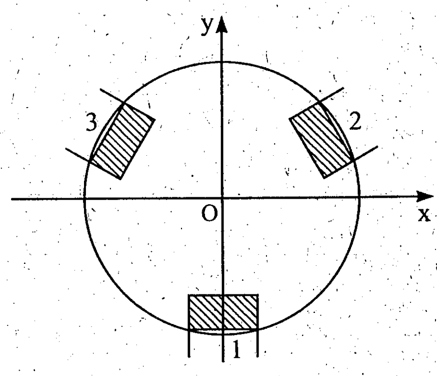
Trong suốt quá trình chuyển động dây luôn căng. Lực ma sát có phương tiếp tuyến với quỹ đạo và có chiều ngược với chiều chuyển động. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$.

1. Tính hệ số ma sát giữa vật và mặt nghiêng.
2. Tính độ lớn vận tốc cực đại và lực căng dây cực đại trong quá trình vật chuyển động.
3. Tính tổng quãng đường vật đi được từ lúc thả vật cho đến khi vật dừng lại hẳn.

8.2 Một hỗn hợp gồm nước, hơi nước bão hoà và không khí được chứa trong một xilanh có pit-tông khít bằng kim loại. Ban đầu áp suất riêng phần của hơi nước bão hoà và không khí bằng nhau. Di chuyển pit-tông vô cùng chậm để thực hiện quá trình dãn nở đẳng nhiệt thuận nghịch hỗn hợp trên. Ở trạng thái cuối, thể tích của hơi nước và không khí tăng lên 3 lần còn áp suất của hỗn hợp hơi nước và không khí lên thành xilanh giảm 2 lần so với trạng thái ban đầu. Coi thể tích của nước ở dạng lỏng là không đáng kể, hơi nước và không khí tuân theo phương trình trạng khái khí lí tưởng.

1. Chứng minh rằng hơi nước ở trạng thái cuối là hơi khô.
2. Tính tỉ lệ khối lượng của nước và hơi nước bão hoà chứa trong xilanh lúc đầu.
3. Vẽ đồ thị áp suất của hơi nước và không khí lên thành xilanh theo thể tích khi hệ biến đổi từ trạng thái đầu đến trạng thái cuối.

8.3 Cho dòng điện ba pha tần số góc ω chạy vào ba cuộn dây giống hệt nhau quấn trên ba lõi sắt đặt lệch nhau 120^o trên một vòng tròn, các cuộn dây sẽ trở thành các nam châm điện (H. 8.2). Cảm ứng từ trong các cuộn dây biến thiên điều hoà cùng tần số với cường độ dòng điện tương ứng trong các cuộn dây. Cho biểu thức của cảm ứng từ tại tâm O của vòng tròn gây bởi ba cuộn dây tương ứng là :



Hình 8.2

$$B_1 = B_0\sin\omega t,\ B_2 = B_0\sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right),\ B_3 = B_0\sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right).$$

Ở một thời điểm bất kì, nếu giá trị của biểu thức cảm ứng từ tại O của cuộn dây nào đó dương, nghĩa là vectơ cảm ứng từ của nó hướng từ O ra ngoài theo phương vuông góc với mặt của cuộn dây, còn nếu giá trị của biểu thức cảm ứng từ tại O của cuộn dây nào đó âm, nghĩa là vectơ cảm ứng từ của nó hướng từ O vào trong theo phương vuông góc với mặt của cuộn dây.

1. Chứng minh rằng vectơ cảm ứng từ tổng hợp $\vec{B}$ tại O có độ lớn không phụ thuộc vào thời gian. Tính giá trị này.

2. Chứng minh rằng vectơ cảm ứng từ tổng hợp $\vec{B}$ tại O quay trong mặt phẳng song song với ba trục cuộn dây với vận tốc góc ω không đổi đúng bằng tần số góc của dòng điện ba pha. Nếu muốn đổi chiều quay của từ trường (đổi chiều quay của động cơ), trong kĩ thuật cần xử lí như thế nào ?

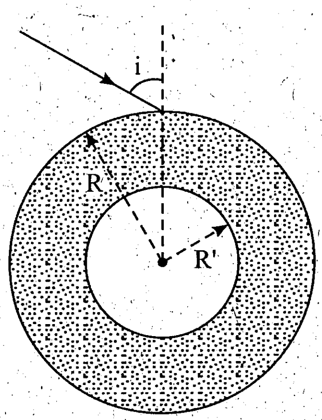
3. Đặt một vòng dây nhỏ hình tròn vào trong từ trường quay sao cho tâm của vòng dây trùng với O. Vòng dây có thể quay quanh đường kính MN. Đường kính MN vuông góc với mặt phẳng chứa ba trục cuộn dây. Vòng dây có diện tích S, điện trở R. Bỏ qua độ tự cảm của vòng dây.

   a) Giữ vòng dây cố định, ở thời điểm t = 0 vectơ cảm ứng từ tổng hợp $\vec{B}$ tại O vuông góc với mặt phẳng vòng dây. Viết biểu thức của suất điện động cảm ứng trong vòng dây và biểu thức momen lực từ tác dụng lên vòng dây.

   b) Thả cho vòng dây trên quay tự do quanh MN. Mô tả chuyển động của vòng dây trong từ trường này.

8.4 Cho một khối thuỷ tinh dạng hình trụ rỗng có tiết diện thẳng như hình 8.3. Các giá trị bán kính ngoài và bán kính trong của khối lần lượt là R và $R' = \frac{R}{2}$. Chiết suất của môi trường bên ngoài và phần không khí nằm bên trong hốc trụ đều có giá trị bằng 1. Chiết suất của khối thuỷ tinh thay đổi theo khoảng cách r đến trục đối xứng theo quy luật :

$$n_r = \sqrt{2 + \frac{R^2}{4r^2}}, \left(\frac{R}{2} \le r \le R\right).$$



Hình 8.3

Chiếu một tia sáng tới mặt ngoài của khối thuỷ tinh. Tia sáng này nằm trong mặt phẳng vuông góc với trục đối xứng của khối và hợp với pháp tuyến tại điểm tới một góc là i.

1. Chứng minh rằng tại một vị trí nằm trên đường truyền tia sáng nằm cách trục một khoảng là r, góc lệch của tia sáng i_r so với phương bán kính luôn thoả mãn hệ thức : $n_r \sin i_r = \text{const}$.

2. Góc tới i phải thoả mãn điều kiện nào để tia sáng tới được mặt trong của khối ?

3. Góc tới i phải thoả mãn điều kiện nào để tia sáng lọt được vào trong hốc trụ của không khí ?

4. Tính góc lệch giữa tia sáng tới và tia sáng ló ra khỏi khối trong các trường hợp góc tới $i = 30^o$ và $i = 60^o$.

Cho biết $\int \frac{dx}{x^2+1} = \arctan x$.

85 Để xác định momen từ của một thỏi nam châm (bậc $10\ Am^2$), người ta khảo sát dao động của thỏi nam châm treo nằm ngang trong từ trường.

Cho các dụng cụ, thiết bị sau :

– Một thỏi nam châm hình trụ bán kính r, dài *l*, khối lượng m ;
– Sợi dây nhẹ đủ dài, mềm, không dãn, không đàn hồi ;
– Một đồng hồ vạn năng hiện số ;
– Một đồng hồ đo thời gian ;
– Một khung hình trụ tròn đã biết trục đối xứng hình học vuông góc với tiết diện ngang của khung. Khung gồm nhiều vòng, bán kính trung bình R (R rất lớn so với *l* và r) ;
– Một nguồn điện một chiều 9 V ;
– Biến trở, đảo mạch, dây nối ;
– Các giá đỡ, giá treo để bố trí các dụng cụ thí nghiệm ;
– Thước dài, thước kẹp.

Thành phần nằm ngang của từ trường Trái Đất tại nơi làm thí nghiệm có độ lớn $B_{TĐ} \approx 0,35.10^{-4}$ T và phương chiều đã biết.

Yêu cầu :

a) Xây dựng sơ đồ thí nghiệm để xác định momen từ của thỏi nam châm.

b) Xây dựng cơ sở lí thuyết và các phương trình cần thiết.

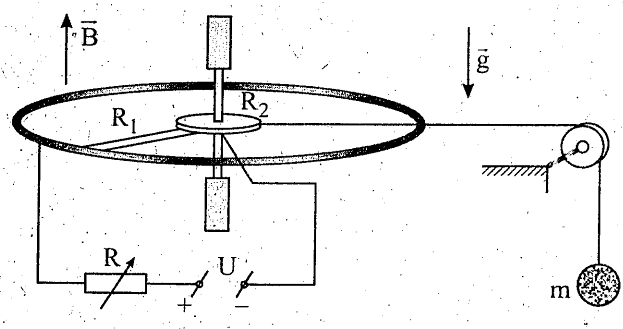
c) Dẫn ra biểu thức xác định momen từ của thỏi nam châm.

d) Nêu nguyên nhân gây sai số.

⑨ Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia THPT năm 2015, ngày thi thứ nhất

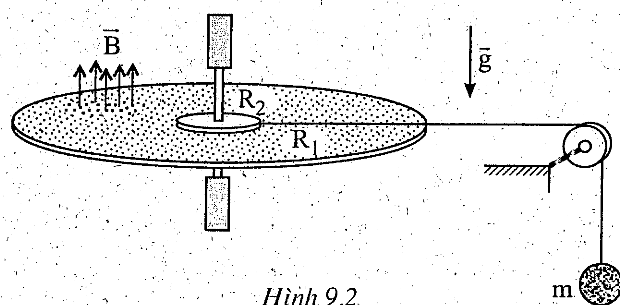
9.1.

1. Cho một cơ cấu bao gồm một vòng dây cứng dẫn điện tốt có bán kính R_1 và một thanh kim loại cứng, một đầu có thể trượt trên bề mặt vòng dây và luôn tiếp xúc với vòng dây, đầu kia gắn cố định với một trục quay thẳng đứng đi qua tâm vòng dây. Vòng dây và thanh kim loại cùng nằm trong mặt phẳng ngang. Hai đầu trục quay được gá trên hai ổ trục vòng bi cố định. Trên trục của thanh kim loại có gắn một ròng rọc bán kính R_2, khối lượng không đáng kể. Cơ cấu được đặt trong không gian có từ trường đều $\vec{B}$ vuông góc với mặt phẳng vòng dây. Người ta quấn vào ròng rọc một sợi dây dài, mảnh, nhẹ, không dãn. Đầu dây được vắt qua một ròng rọc khác và nối với vật nhỏ có khối lượng m. Vòng dây, thanh kim loại tạo thành một mạch kín qua biến trở R và nguồn điện có hiệu điện thế U không đổi (H. 9.1). Ban đầu biến trở được điều chỉnh để vật đi lên, sau đó thay đổi biến trở đến giá trị R_0 để vật m được nâng lên với tốc độ v không đổi. Tính R_0. Bỏ qua mọi ma sát và momen quán tính ở trục. Coi điện trở tiếp xúc, dây nối và thanh kim loại là không đáng kể. Gia tốc trọng trường là $\vec{g}$.



Hình 9.1

2. Cơ cấu vòng, thanh và hệ nguồn ở trên được thay thế bằng một đĩa tròn bằng nhôm có điện trở suất ρ, bán kính R_1, bề dày d. Đĩa có trục quay thẳng đứng vuông góc với bề mặt đĩa và đi qua tâm đĩa, hai đầu trục quay được gá trên hai ổ trục vòng bi cố định. Chỉ một phần diện tích nhỏ của đĩa, hình vuông có diện tích S, chịu tác dụng của từ trường đều $\vec{B}$ vuông góc với bề mặt đĩa (H. 9.2). Biết khoảng cách trung bình của vùng từ trường tác dụng lên đĩa đến trục quay là r. Bỏ qua mọi ma sát và momen quán tính ở trục. Gia tốc trọng trường là g. Tính vận tốc lớn nhất của vật.



Hình 9.2

9.2 Một máy điều hoà nhiệt độ hai chiều hoạt động theo chu trình Các-nô thuận nghịch làm việc giữa nguồn nhiệt có nhiệt độ tuyệt đối T_p (bên trong phòng) và nguồn nhiệt có nhiệt độ tuyệt đối T_n (không gian rộng bên ngoài phòng). Khi hoạt động liên tục, máy tiêu thụ công suất $\mathscr{P}$ từ đường tải điện năng. Khi máy lấy nhiệt lượng từ bên trong phòng và truyền ra bên ngoài để làm mát căn phòng, máy là một *máy lạnh*. Ngược lại, khi máy hấp thụ nhiệt lượng từ bên ngoài và nhả vào trong phòng để sưởi ấm, máy là một *bơm nhiệt lượng*. Do phòng không hoàn toàn cách nhiệt nên xảy ra quá trình truyền nhiệt giữa môi trường và phòng. Quá trình truyền nhiệt tuân theo phương trình $Q = A(T_n - T_p)t$, với A là hệ số truyền nhiệt và được coi là không đổi ; t là thời gian. Để duy trì nhiệt độ trong phòng, máy điều hoà nhiệt độ được kiểm soát bằng một bộ điều khiển mở – tắt thông thường.

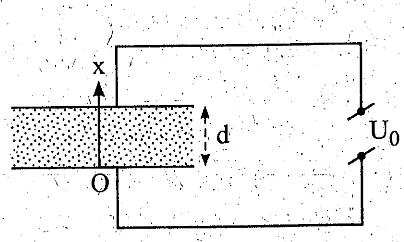
Máy lạnh sẽ hoạt động khi nhiệt độ trong phòng cao hơn giá trị nhiệt độ đặt trước và tạm ngừng hoạt động khi nhiệt độ trong phòng thấp hơn nhiệt độ đặt trước.

Với bơm nhiệt lượng thì việc mở – tắt là ngược lại.

1. Mùa hè, khi nhiệt môi trường bên ngoài là $37^{o}C$, nếu cho máy lạnh chạy liên tục thì nhiệt độ thấp nhất trong phòng đạt được là $17^{o}C$. Để máy lạnh hoạt động 40% trên tổng thời gian thì cần đặt cho máy ở nhiệt độ bao nhiêu ?
2. Mùa đông, nếu cho bơm nhiệt lượng chạy liên tục thì nhiệt độ cao nhất bên trong phòng đạt được là $27^{o}C$, tìm nhiệt độ môi trường bên ngoài. Để máy chỉ hoạt động 40% trên tổng thời gian thì cần đặt máy ở nhiệt độ bao nhiêu ?
3. Một gia đình có hai căn phòng (một và hai) như nhau và được lắp hai điều hoà nhiệt độ hai chiều giống hệt nhau. Ở một thời điểm nào đó, nhiệt độ bên ngoài đang là $25^{o}C$, phòng một dùng máy để làm mát và đặt nhiệt độ $24^{o}C$, phòng hai thì lại dùng để sưởi ấm và đặt nhiệt độ ở $26^{o}C$. Hãy chứng tỏ rằng máy ở phòng hai sẽ tạm ngừng hoạt động lần đầu tiên trước máy ở phòng một.

9.3 Cho một tụ điện phẳng có diện tích bản tụ là S, khoảng cách giữa hai bản tụ là d. Chọn trục toạ độ Ox vuông góc với bản tụ, gốc O nằm trên một bản tụ (H. 9.3). Người ta lấp đầy không gian giữa hai bản tụ bằng một tấm điện môi có hằng số điện môi phụ thuộc vào toạ độ x theo quy luật

$\varepsilon(x) = \dfrac{\varepsilon_1}{1+\alpha x}$, với ε_1 và α là các hằng số dương.



Hình 9.3

Tụ được mắc vào một hiệu điện thế U_0 không đổi. Hãy tính :

1. Điện dung của tụ điện.
2. Mật độ điện tích mặt trên các bản tụ và điện trường tại điểm trong tụ có toạ độ x.
3. Tính công cần thiết để đưa một nửa tấm điện môi ra khỏi tụ điện. Bỏ qua ma sát và gia tốc trọng trường.

9.4 Khi một tia sáng đến mặt phẳng phân cách giữa hai môi trường có chiết suất n_1 và n_2 theo phương vuông góc thì đồng thời xuất hiện cả tia phản xạ và tia khúc xạ. Tỉ số giữa cường độ I_p của tia phản xạ và I_0 của tia tới được cho bởi biểu thức :

$$\frac{I_p}{I_0} = \left(\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}\right)^2.$$

Chiếu một chùm tia sáng hẹp vào bề mặt một tấm thuỷ tinh có hai mặt song song theo phương gần như vuông góc với bề mặt. Chiết suất của tấm thuỷ tinh là n, chiết suất không khí là $n_0 = 1$.

1. Hỏi có bao nhiêu phần trăm cường độ của chùm sáng đó sẽ truyền được qua tấm thuỷ tinh này ? Bỏ qua sự hấp thụ của tấm thuỷ tinh với ánh sáng và biết độ dày của tấm thuỷ tinh rất lớn so với bước sóng của ánh sáng. Áp dụng bằng số với n = 1,45.
2. Để giảm sự phản xạ ánh sáng xảy ra khi chiếu vào tấm thuỷ tinh, người ta phủ lên mặt của tấm thuỷ tinh một lớp chất trong suốt có chiết suất $n' = \sqrt{n}$ và độ dày cỡ độ lớn của bước sóng ánh sáng. Khi đó thấy tấm thuỷ tinh này gần như khử được sự phản xạ với ánh sáng đơn sắc có bước sóng λ xác định. Hãy giải thích hiện tượng và tính bề dày nhỏ nhất của lớp chất phủ này theo n và λ.

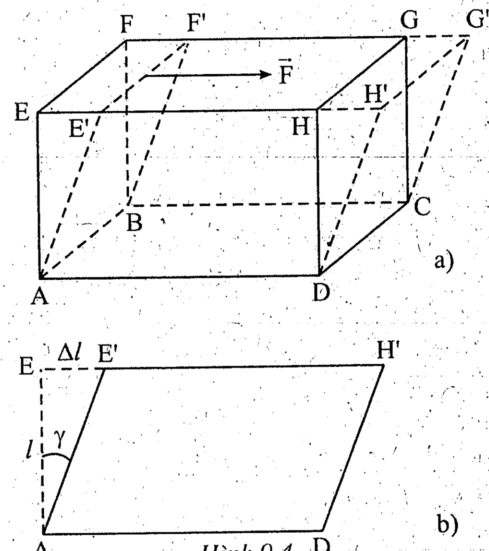
9.5 Xác định suất trượt G của vật liệu làm ống kim loại.

Biến dạng kéo (hay nén) và biến dạng lệch (hay trượt) là hai loại biến dạng cơ bản của vật rắn kim loại. Ngoài ra, còn có các biến dạng khác như biến dạng uốn, biến dạng xoắn ; các biến dạng này đều có thể quy về hai loại biến dạng cơ bản nói trên.

Xét một vật rắn hình khối ABCDEFGH. Nếu đáy ABCD được giữ cố định, có lực tác dụng $\vec{F}$ phân bố đều trên mặt đáy trên EFGH và hướng song song với cạnh FG thì vật rắn biến dạng thành hình hộp xiên ABCDE'F'G'H' (H. 9.4). Biến dạng như vậy gọi là biến dạng lệch. Suất trượt G của vật liệu làm hình khối được xác định là tỉ số giữa ứng suất ngang σ gây nên biến dạng lệch với độ biến dạng tỉ đối $\Delta l/l$.

$$G = \frac{\sigma}{\Delta l/l} = \frac{F/S}{\gamma}$$

với S là diện tích mặt EFGH ; Δl là độ biến dạng nhỏ EE', l là độ dài cạnh AE ; γ là góc lệch nhỏ.



Hình 9.4

Trong thí nghiệm này cần xác định suất trượt G của vật liệu làm ống kim loại.

Cho các dụng cụ :

- Ống kim loại hình trụ tiết diện nhỏ cần xác định suất trượt. Ống có bán kính trong R_1 và bán kính ngoài R_2 ;
- Thanh kim lại cứng, nhỏ, hình trụ, đồng chất, tiết diện đều ;
- Hai vật gia trọng nhỏ giống hệt nhau khối lượng M ;
- Đồng hồ bấm giây đo thời gian ;
- Thước đo chiều dài ;
- Khớp nối cơ học, chốt hãm, giá treo, giá đỡ cần thiết.

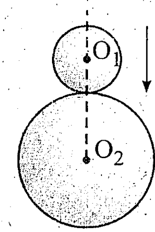
Yêu cầu :

1. Trình bày cơ sở lí thuyết và xây dựng các công thức cần thiết xác định suất trượt G của vật liệu làm ống kim loại hình trụ.
2. Trình bày các bước tiến hành thí nghiệm và các bảng biểu cần thiết, cách xử lí số liệu để xác định suất trượt G.

(10) Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia THPT năm 2015, ngày thi thứ hai

10.1 Hai quả cầu đặc đồng chất được tạo từ cùng một vật liệu có bán kính tương ứng là r và 2r. Biết gia tốc trọng trường là g, bỏ qua lực cản không khí.

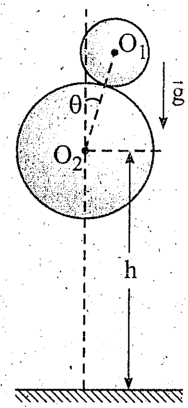
1. Ban đầu quả cầu nhỏ được giữ nằm yên trên quả cầu lớn, đường nối tâm hai quả cầu nằm theo phương thẳng đứng (H.10.1). Giữ cố định quả cầu lớn trên mặt đất. Tại thời điểm t = 0, tác động nhẹ để quả cầu nhỏ di chuyển và bắt đầu lăn không trượt trên bề mặt quả cầu lớn dưới tác dụng của trọng lực. Tìm góc lệch giữa phương nối tâm hai quả cầu và phương thẳng đứng theo thời gian t khi quả cầu nhỏ vẫn còn lăn không trượt trên bề mặt quả cầu lớn.



Hình 10.1

2. Người ta đưa hai quả cầu lên cao, sao cho khoảng cách từ tâm quả cầu lớn đến mặt đất là h. Ban đầu quả cầu nhỏ được đặt phía trên quả cầu lớn (với một khe hở rất nhỏ giữa chúng), đường nối tâm các quả cầu lệch so với phương thẳng đứng một góc θ nhỏ (H.10.2). Người ta thả đồng thời hai quả cầu với vận tốc ban đầu bằng 0. Giả thiết các va chạm là hoàn toàn đàn hồi, chuyển động quay của các quả cầu sinh ra do quá trình va chạm là nhỏ. Tìm vận tốc quả cầu nhỏ có được ngay sau khi va chạm với quả cầu lớn và độ cao cực đại của quả cầu nhỏ đạt được sau lần va chạm đó.

Cho biết $\int \frac{dx}{\sin x} = \ln \tan\left(\frac{x}{2}\right)$



Hình 10.2

10.2 Một xilanh hình trụ chứa không khí ẩm có độ ẩm tương đối 80% được đóng kín bằng một pit-tông di động. Nhiệt độ của hệ luôn được giữ không đổi. Ban đầu áp suất trong xilanh là $p_1 = 100$ kPa và thể tích $V_1 = 50{,}0$ lít. Thực hiện quá trình nén pit-tông vô cùng chậm về trạng thái cuối có áp suất $p_2 = 200$ kPa và thể tích $V_2 = 24{,}7$ lít. Giả thiết thể tích của nước ở dạng lỏng là không đáng kể, trạng thái của hơi nước và không khí tuân theo phương trình trạng thái của khí lí tưởng. Cho khối lượng mol của không khí là $\mu_{kk} = 29$ g.mol^{-1} ; của nước là $\mu_n = 18$ g.mol^{-1} ; hằng số khí R = 8,31 J.mol^{-1}.K^{-1} ; lấy nhiệt hoá hơi riêng của nước L = 2250 J/g. Hãy :

1. Tính độ ẩm tương đối của không khí ẩm ở trạng thái cuối và khối lượng không khí trong xilanh.
2. Tính công mà hỗn hợp không khí và hơi nước tác dụng lên pit-tông.
3. Tính nhiệt lượng mà nước và hơi nước đã nhận được trong quá trình trên.

Cho bảng áp suất hơi nước bão hoà phụ thuộc nhiệt độ :

t^{o}(C)	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
p (kPa)	3,17	3,36	3,57	3,78	4,01	4,24	4,49	4,75	5,03	5,32	5,62

103 Trước khi mẫu nguyên tử Bo ra đời thì nhà bác học Tôm-sơn đã đưa ra một mô hình khác về nguyên tử. Ông coi nguyên tử gồm một "giọt chất lỏng" hình cầu mang điện tích dương và êlectron là hạt mang điện tích âm "bơi" trong quả cầu đó.

Xét một nguyên tử hiđrô theo mô hình trên có bán kính $R = 10^{-10}$ m, điện tích dương được phân bố theo một quy luật nào đó có tính đối xứng cầu với tổng điện tích $Q = 1,6.10^{-19}$ C, còn êlectron thì dao động bên trong giọt chất lỏng này. Giả thiết giọt chất lỏng nằm cố định và có khối lượng $M = 1,67.10^{-27}$ kg ; chất lỏng có hằng số điện môi $\varepsilon = 1$; êlectron có khối lượng $m = 9,1.10^{-31}$ kg và điện tích $q = -1,6.10^{-19}$ C được coi như là chất điểm so với nguyên tử. Bỏ qua tác dụng của trọng lực.

1. Điện tích dương của nguyên tử này phải được phân bố theo quy luật nào ? Biết rằng, nếu thay vì dao động quanh tâm, êlectron có thể quay đều với tốc độ góc ω_0 như nhau trên vòng tròn bán kính r có giá trị bất kì ($r \le R$) dưới tác dụng của lực tĩnh điện. Tính ω_0.

2. Theo cách phân bố điện tích trên, nếu êlectron dao động trong nguyên tử thì êlectron có dao động điều hoà không ? Tìm chu kì dao động của êlectron và so sánh với chu kì quay tròn trong ý 1.

Nếu chỉ xét nguyên tử với sự vắng mặt của êlectron :

3. Tính thế năng tĩnh điện và thế năng hấp dẫn của quả cầu nguyên tử này. So sánh giá trị của hai loại thế năng nói trên và biện luận về vai trò của thế năng hấp dẫn trong trường hợp này. Coi rằng sự phân bố khối lượng có cùng quy luật với phân bố điện tích.

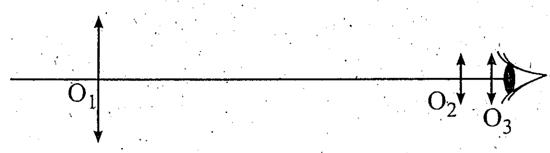
4. Do có dạng giống như giọt chất lỏng nên nguyên tử có hệ số căng bề mặt là σ. Bán kính R ở trên chính là bán kính cân bằng ổn định của nguyên tử này. Tính σ.

104 Ống ngắm sử dụng trong trắc địa có thể coi là một kính thiên văn cỡ nhỏ với cấu tạo bao gồm :

– Vật kính O_1 là một thấu kính hội tụ mỏng, tiêu cự 20 cm và đường kính đường rìa 3 cm.

– Thị kính là một hệ kép gồm hai thấu kính hội tụ mỏng đặt cố định và đồng trục, cách nhau 2 cm. Thấu kính phía trước O_2 có tiêu cự 3 cm ; thấu kính phía sau O_3 và có tiêu cự 1 cm. Đường kính đường rìa của các thấu kính O_2 và O_3 đều bằng 0,7 cm. Hệ vật kính và thị kính được đặt đồng trục (Hình 10.3).

Khi đo đạc, ống ngắm được đặt nằm ngang và hướng vào điểm giữa của một chiếc thước dài đặt thẳng đứng. Thước đặt cách vật kính một đoạn d_1. Người quan sát đặt mắt sát ngay sau thấu kính O_3 của thị kính và điều chỉnh khoảng cách giữa vật kính và thị kính để ngắm chừng ở điểm cực viễn. Biết người quan sát có điểm cực viễn cách mắt 50 cm và khoảng cách giữa vật kính và thị kính O_1O_2 khi đó là 19,5 cm.



Hình 10.3

1. Tính d_1 và số bội giác của ống ngắm.
2. Qua kính, người quan sát nhìn thấy một đoạn của thước. Tính chiều dài đoạn đó.
3. Ống ngắm trên vẫn giữ nguyên số bội giác đối với người quan sát nếu thay thị kính kép bằng một thấu kính mỏng, tìm tiêu cự thấu kính mới và khoảng cách giữa thấu kính đó và vật kính. Biết mắt vẫn đặt sát thị kính mới.

10.5

1. Dưới tác dụng của lực $\vec{F}$, một hạt có khối lượng nghỉ m_0 chuyển động tương đối tính vận tốc $\vec{u}$ và gia tốc $\vec{a}$. Tìm mối liên hệ giữa lực $\vec{F}$ và các đại lượng m_0, $\vec{u}$ và $\vec{a}$.
2. Dưới tác dụng của từ trường đều $\vec{B}$, một hạt có điện tích q, khối lượng nghỉ m_0 chuyển động tương đối tính theo quỹ đạo tròn bán kính R trong mặt phẳng vuông góc với từ trường. Đặt $\omega_B = \dfrac{qB}{m}$, với m là khối lượng của hạt khi chuyển động. Bỏ qua tác dụng của trọng lực. Hãy :

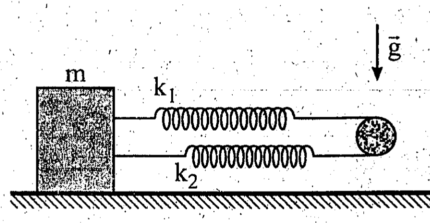
   a) Chứng minh hạt chuyển động tròn đều với vận tốc góc $\omega = \omega_B$.

   b) Tìm tốc độ u của hạt qua các đại lượng q, m_0. B và R.

   c) Tìm biểu thức động năng của hạt và tính động năng của hạt trong trường hợp từ trường yếu.

(11) Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia THPT năm 2016, ngày thi thứ nhất

11.1 Trên mặt phẳng nằm ngang, cho một cơ hệ gồm một vật nhỏ có khối lượng m được gắn với hai lò xo có độ cứng tương ứng là k_1 và k_2. Hai đầu còn lại của lò xo được nối với nhau bằng một sợi dây mảnh đủ dài, không dãn và vắt qua một ròng rọc (Hình 11.1). Khối lượng các lò xo, dây nối và ròng rọc không đáng kể. Ban đầu hệ nằm yên, ròng rọc được giữ sao cho các lò xo không biến dạng và luôn song song với mặt phẳng nằm ngang. Coi lực cản không khí, ma sát giữa ròng rọc và trục không đáng kể, dây không bị trượt trên ròng rọc. Gia tốc trọng trường là $\vec{g}$.



Hình 11.1

1. Bỏ qua ma sát giữa vật và mặt phẳng. Kéo vật dọc theo trục lò xo tới vị trí sao cho lò xo k_1 bị dãn một đoạn nhỏ rồi thả nhẹ. Tính khoảng thời gian kể từ khi thả vật tới khi các lò xo không bị biến dạng lần thứ nhất trong hai trường hợp :

   a) Giữ ròng rọc cố định.

   b) Giữ trục ròng rọc cố định, ròng rọc có thể quay.

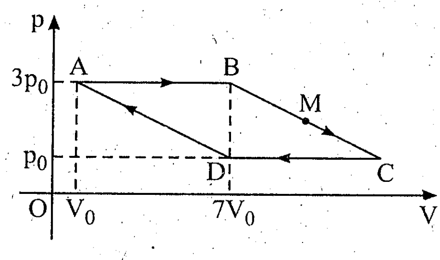
2. Cho hệ số ma sát nghỉ và hệ số ma sát trượt giữa vật với mặt phẳng tương ứng là μ_1 và μ_2 ($\mu_1 > \mu_2$). Tại thời điểm ban đầu $t_0 = 0$ vật đứng yên, các lò xo không biến dạng và dây nối qua ròng rọc không bị chùng, người ta kéo ròng rọc chuyển động song song với trục của lò xo theo phương ngang, hướng sang phải. Quá trình kéo ròng rọc được thực hiện sao cho ròng rọc có thể quay tự do quanh trục của nó.

   a) Ròng rọc được kéo với vận tốc $\vec{v}$ không đổi. Xác định thời điểm t_1 khi vật m có vận tốc bằng $\vec{v}$ lần thứ nhất. Tính nhiệt lượng sinh ra trong quá trình chuyển động đó.

   b) Ngay tại thời điểm t_1, ròng rọc được tác dụng lực để có gia tốc không đổi $\vec{a}_0$ cùng hướng với $\vec{v}$. Xác định gia tốc $\vec{a}_0$ để vật luôn trượt trên mặt ngang và cách ròng rọc một khoảng không đổi. Biết rằng trong quá trình chuyển động, bề mặt vật luôn tiếp xúc với mặt phẳng nằm ngang.

11.2 Một mol khí lí tưởng đơn nguyên tử thực hiện một chu trình ABCDA được biểu diễn trên giản đồ p – V có dạng hình bình hành (Hình 11.2). Cho : $p_A = p_B = 3p_0$, $p_C = p_D = p_0$, $V_A = V_0$, $V_B = V_D = 7V_0$, trong đó p_0 và V_0 là các thông số coi như đã biết.

1. Tìm phương trình của mối liên hệ giữa nhiệt độ và thể tích trong quá trình BC.
2. Tìm nhiệt độ lớn nhất T_{max} và nhiệt độ nhỏ nhất T_{min} của khí trong chu trình trên.
3. Chứng minh rằng trung điểm M của đoạn BC chính là điểm chuyển đổi nhận nhiệt – nhả nhiệt của khí trong quá trình BC.
4. Tính hiệu suất của chu trình đã cho.



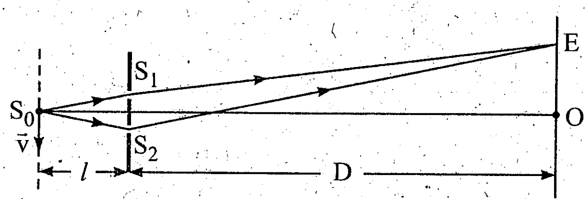
Hình 11.2

11.3 Xét hệ giao thoa Y-âng, hai khe song song S_1, S_2 cách nhau một khoảng a = 2 mm, màn quan sát E cách mặt phẳng chứa hai khe một khoảng D = 2 m. Hệ thống khe – màn được đặt trong không khí. Nguồn sáng S là dây tóc thẳng hình trụ có đường kính rất nhỏ của một bóng đèn điện được đặt trước hai khe S_1, S_2. Trong thí nghiệm, dây tóc luôn được đặt song song với hai khe S_1, S_2. Ban đầu S đặt tại S_0 cách đều S_1, S_2.

1. Đặt trước hai khe một tấm kính lọc sắc, chỉ để lọt qua bức xạ có bước sóng 0,500 μm. Miền quan sát được hình ảnh giao thoa có dạng đối xứng, khoảng cách giữa hai vân ngoài cùng là 20 mm.

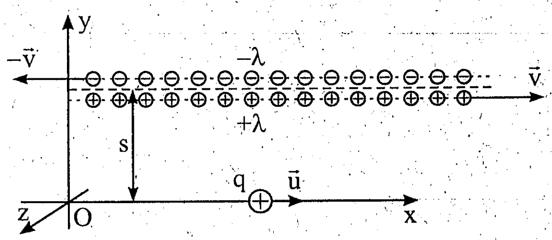
   a) Xác định hiệu khoảng cách từ khe S_2 và khe S_1 tới vị trí vân sáng bậc 3 trên màn.

   b) Xác định số vân sáng, vân tối quan sát được trên màn.
2. Ánh sáng phát ra từ dây tóc bóng đèn là ánh sáng trắng, gồm các ánh sáng đơn sắc nằm trong dải 0,400 μm ≤ λ ≤ 0,750 μm được chiếu vào hai khe Y-âng. Xác định số bức xạ và bước sóng của từng bức xạ cho vân sáng trùng nhau tại vị trí vân sáng bậc 5 của ánh sáng đỏ có λ = 0,750 μm.
3. Tại vị trí vân sáng trung tâm ban đầu O trên màn E, đặt một máy thu quang điện có độ nhạy cao. Cho nguồn sáng S dịch chuyển trong mặt phẳng P song song với mặt phẳng chứa hai khe S_1, S_2 với tốc độ không đổi v = 1 cm/s như hình 11.3. Hãy xác định tần số dao động của dòng quang điện trong máy thu khi nguồn sáng còn ở gần trục S_0O. Biết rằng nhờ kính lọc sắc, ánh sáng tới hai khe có bước sóng λ = 0,400 μm, nguồn sáng S cách mặt phẳng chứa hai khe S_1, S_2 là l = 1 m. Coi cường độ dòng quang điện tỉ lệ với cường độ sáng tại O.



Hình 11.3

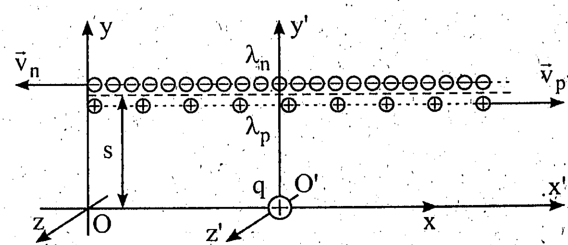
11.4 Trong bài này chúng ta xét một hệ điện tích được đặt trong môi trường chân không để từ đó thiết lập mối liên hệ giữa hằng số điện ε_0, hằng số từ μ_0 và tốc độ ánh sáng c trong chân không.



Hình 11.4

Trong hệ quy chiếu phòng thí nghiệm K, giả sử có một chuỗi dài vô hạn các điện tích dương giống hệt và cách đều nhau chuyển động sang bên phải với vận tốc $\vec{v}$. Coi rằng các điện tích này phân bố rất gần nhau đến mức có thể coi như chúng tạo thành một dây điện tích liên tục với mật độ điện tích dài $+\lambda$. Song song và rất gần dây này có một dây khác giống hệt nhưng có mật độ điện tích dài $-\lambda$ chứa các điện tích âm chuyển động với vận tốc $-\vec{v}$. Các điện tích âm và dương luôn luôn chuyển động ổn định dọc theo các dây đã cho với tốc độ không đổi v. Một điện tích điểm q ($q > 0$) chuyển động với vận tốc không đổi $\vec{u}$ song song với hai dây nói trên về phía bên phải. Gọi s là khoảng cách giữa điện tích q đến trục đối xứng nằm giữa hai dây (Hình 11.4). Khoảng cách s lớn hơn nhiều lần khoảng cách giữa hai dây. Hai dây điện tích $+\lambda$ và $-\lambda$ là rất gần nhau nên từ vị trí của điện tích q có thể coi hai dây đó như là một dây dẫn trung hoà có chiều dài vô hạn với cường độ dòng điện $I = 2\lambda v$.

1. Xác định độ lớn lực từ, lực điện tác dụng lên điện tích q trong hệ quy chiếu K.



Hình 11.5

2. Xét bài toán trong hệ quy chiếu K' gắn với điện tích gắn với điện tích q. Gọi vận tốc của điện tích âm và điện tích dương trên hai dây khi đó tương ứng là $\vec{v}_n$ và $\vec{v}_p$ (Hình 11.5). Do hiệu ứng tương đối tính, hai dây đã cho tương đương với một dây không trung hoà với mật độ điện tích dài tổng cộng $\lambda_T = \lambda_p + \lambda_n$. Trong đó λ_p và λ_n tương ứng là mật độ điện tích dài của dây điện tích dương và dây điện tích âm trong hệ quy chiếu K'. Biết rằng, điện tích bất biến với phép biến đổi Lo-ren.

   a) Chứng minh : $\lambda_T = -\dfrac{2\lambda uv}{c^2\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}$.

   b) Xác định độ lớn lực từ, lực điện tác dụng lên điện tích q trong hệ quy chiếu K'.

3. Theo thuyết tương đối hẹp, lực tổng cộng F tác dụng lên điện tích q trong hệ K liên hệ với lực tổng cộng F' tác dụng lên điện tích q trong K' bằng công thức $F = F'\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$. Từ mối liên hệ này và các kết quả đã tính ở trên hãy rút ra mối liên hệ giữa ε_0, μ_0 và c.

Cho biết :

- Các hệ quy chiếu K và K' có các trục tương ứng song song. Khi K' chuyển động dọc theo phương Ox của K với tốc độ u không đổi, ta có thể sử dụng các công thức cộng vận tốc $v'_x = \dfrac{v_x - u}{1 - v_x \dfrac{u}{c^2}}$, $v'_y = v_y$, $v'_z = v_z$.
- Điện trường $\vec{E}$ do điện tích điểm q gây ra tại điểm đặt cách nó một khoảng r trong chân không có biểu thức $E = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$.
- Cảm ứng từ B của từ trường do dòng điện không đổi I chạy trên dây dẫn thẳng dài vô hạn gây ra tại điểm đặt cách nó một khoảng r trong chân không có biểu thức $B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$.

1.6 Xác định chiều dài của vật và chiết suất của thấu kính.

Để xác định chiều dài của một vật mà ta không thể đo trực tiếp có nhiều cách khác nhau. Trong bài toán này ta xác định chiều dài dây tóc bóng đèn sợi đốt và xác định chiết suất của chất làm thấu kính hội tụ thông qua phép đo quang học.

Cho các dụng cụ sau :

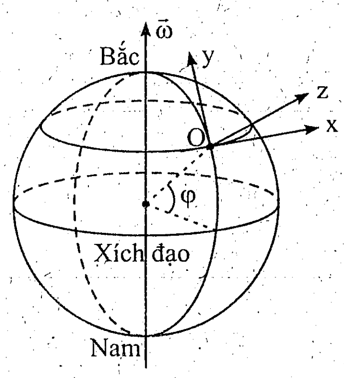
- Một thấu kính hội tụ mỏng, hai mặt cầu có cùng bán kính (chưa biết tiêu cự, chiết suất chất làm thấu kính và bán kính cong của thấu kính) ;
- Một bóng đèn sợi đốt được che phủ bởi kính lọc sắc màu đỏ có dây tóc dạng hình trụ cần xác định chiều dài h. Vị trí dây tóc là cố định trong đèn nhưng ta không thể xác định trực tiếp được từ bên ngoài ;
- 01 màn chắn ;
- 01 nguồn điện một chiều ổn định, 01 biến trở ;
- Thước đo chiều dài, thước kẹp ;
- Dây nối, khoá K, giá đỡ cần thiết.

Hãy : 1. Trình bày cơ sở lí thuyết xác định chiều dài h của dây tóc bóng đèn và chiết suất n của chất làm thấu kính đối với ánh sáng phát ra từ đèn sợi đốt.

2. Trình bày sơ đồ thí nghiệm, các bước tiến hành, bảng biểu cần thiết và cách xử lí số liệu để xác định h, n.

(12) Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia THPT năm 2016, ngày thi thứ hai

Vào giữa thế kỉ XIX, nhà khoa học Fu-cô đã khảo sát chuyển động của một con lắc có cấu tạo tương tự như một con lắc đơn. Căn cứ vào chuyển động của mặt phẳng dao động của con lắc, ông đã chứng tỏ rằng Trái Đất tự quay xung quanh trục của nó. Con lắc đó gọi là con lắc Fu-cô. Trong bài này ta khảo sát chuyển động của con lắc Fu-cô dưới dạng chuyển động của một con lắc đơn trọng hệ quy chiếu quay, được đặc trưng bởi lực quán tính Cô-ri-ô-lít và dưới tác dụng của trọng lực.



Hình 12.1

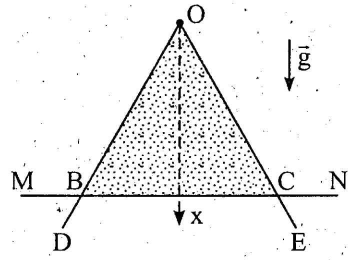
Tại một nơi có vĩ độ φ trên bán cầu Bắc của Trái Đất, người ta treo một con lắc đơn khối lượng M, chiều dài l. Gọi O là vị trí cân bằng của vật M khi con lắc đứng yên. Chọn hệ toạ độ Oxyz gắn cố định với Trái Đất, mặt phẳng Oxy nằm ngang song song với bề mặt Trái Đất, trục Ox theo hướng Đông và tiếp tuyến với đường vĩ tuyến đi qua điểm O ; trục Oy theo hướng Bắc và tiếp tuyến với đường kinh tuyến đi qua điểm O ; trục Oz đi qua tâm Trái Đất (H. 12.1). Do Trái Đất tự quay quanh trục của nó với vận tốc góc $\vec{\omega}$ (có phương trùng với trục quay của Trái Đất, chiều từ địa cực Nam tới địa cực Bắc) nên hệ toạ độ đã chọn cũng quay với vận tốc góc $\vec{\omega}$. Khi vật M chuyển động với vận tốc $\vec{v}$ sẽ chịu tác dụng của lực Cô-ri-ô-lít theo công thức $\vec{F}_C = -2M(\vec{\omega} \times \vec{v})$. Trong đó $\vec{\omega} \times \vec{v}$ là kí hiệu tích vectơ của hai vectơ $\vec{\omega}$ và $\vec{v}$. Lực $\vec{F}_C$ có phương vuông góc với mặt phẳng chứa $\vec{\omega}$ và $\vec{v}$ và có các thành phần $F_x = -2M(\omega_y v_z - \omega_z v_y)$, $F_y = -2M(\omega_z v_x - \omega_x v_z)$, $F_z = -2M(\omega_x v_y - \omega_y v_x)$. Giả thiết vật M chỉ chịu tác dụng của trọng lực (coi gần đúng hướng theo phương Oz), lực Cô-ri-ô-lít và lực căng của dây treo. Gọi mặt phẳng chứa trục Oz và dây treo của con lắc là mặt phẳng dao động. Coi biên độ góc của con lắc là nhỏ, vật M chỉ chuyển động trong mặt phẳng Oxy và độ lớn của thành phần lực Cô-ri-ô-lít theo phương Oz là rất nhỏ so với trọng lực.

1. Bỏ qua sự thay đổi tần số dao động của con lắc gây bởi tác dụng của lực Cô-ri-ô-lít. Mô tả chuyển động của mặt phẳng dao động và vẽ phác dạng quỹ đạo của vật M trên mặt phẳng Oxy trong khoảng thời gian bằng 1 chu kì. Biết rằng tại thời điểm $t = 0$ vật M ở điểm O và có vận tốc ban đầu hướng theo chiều dương của trục Oy.
2. Hai thành phần của lực Cô-ri-ô-lít theo phương Ox và Oy có thể viết dưới dạng : $F_x = Mbv_y$ và $F_y = -Mbv_x$, trong đó b được gọi là thông số Cô-ri-ô-lít (cho vĩ độ φ). Tìm b.

3. Do tác dụng của lực Cô-ri-ô-lít, mặt phẳng dao động và tần số dao động của con lắc đều thay đổi. Viết phương trình định luật II Niu-tơn cho vật M trên mặt phẳng Oxy và tìm các tần số góc Ω đặc trưng cho dao động của con lắc. Biết rằng hệ phương trình chuyển động của vật M có nghiệm dạng $x = A\sin(\Omega t)$ và $y = B\cos(\Omega t)$, trong đó A, B là các hệ số không đổi.

12.2

1. Một màng nước xà phòng có suất căng bề mặt σ được căng trên một khung cứng gồm hai thanh cố định OD và OE trên đó có thanh mảnh MN nằm ngang, tạo thành một tam giác đều OBC. Khung nằm trong mặt phẳng thẳng đứng. Thanh MN nằm ngang có khối lượng m, có thể trượt tịnh tiến không ma sát trên hai thanh OD và OE. Chọn trục toạ độ Ox theo phương thẳng đứng và chiều dương hướng xuống dưới (Hình 12.2).



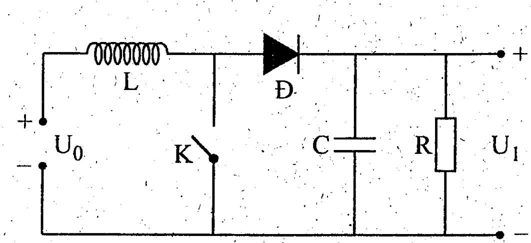
Hình 12.2

a) Khi thanh MN nằm cân bằng, trung điểm của thanh ở vị trí ứng với toạ độ x_0 trên trục Ox ; tìm x_0 theo m, g và σ (g là gia tốc trọng trường).

b) Từ vị trí cân bằng, kéo thanh MN tịnh tiến xuống dưới một đoạn nhỏ rồi thả nhẹ. Chứng minh thanh MN dao động điều hoà và tính chu kì dao động của thanh.

2. Tính công nhỏ nhất để thổi được một quả bong bóng xà phòng có bán kính R. Biết trong quá trình đó nhiệt độ không đổi, áp suất khí quyển là p_0 và suất căng bề mặt của màng xà phòng là σ.

12.3 Trong các xe ô tô, xe máy điện người ta thường dùng nguồn từ acquy hiệu điện thế thấp và sử dụng một mạch khuếch đại hiệu điện thế một chiều (mạch nhận áp) để cấp hiệu điện thế cao cho động cơ. Hình 12.3 mô tả sơ đồ nguyên lí đơn giản của một mạch khuếch đại hiệu điện thế một chiều. Mạch điện gồm một cuộn dây L thuần cảm, điôt Đ lí tưởng, tụ điện C và khoá chuyển mạch K được mắc vào nguồn điện có hiệu điện thế U_0 không đổi. Hiệu điện thế cao được lấy ra ở hai đầu của tụ C. Tụ có điện dung khá lớn. Khoá K trong mạch điện là khoá điện tử và chu kì đóng – ngắt của khoá K là rất ngắn nên chỉ một phần năng lượng tích trữ trong cuộn



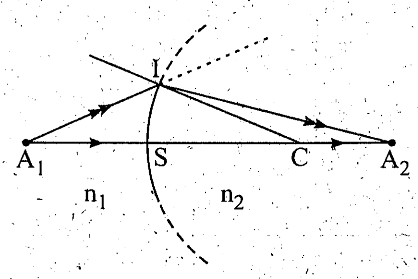
Hình 12.3

cảm chuyển sang tụ sau mỗi chu kì đóng – ngắt. Trong mỗi chu kì đóng – ngắt, khoá đóng trong khoảng thời gian t_1 và ngắt trong khoảng thời gian t_2. Chu kì đóng – ngắt $T = t_1 + t_2$ rất ngắn, thoả mãn $T \ll 2\pi\sqrt{LC}$. Điện trở tải R là lớn nên dòng điện qua điện trở là nhỏ và có thể bỏ qua.

1. Ở thời điểm ban đầu $t = 0$, tụ điện chưa được tích điện và trong mạch chưa có dòng điện, đóng khoá K và nối mạch với nguồn U_0. Tìm biểu thức hiệu điện thế U_1 giữa hai đầu tụ điện và cường độ dòng điện qua cuộn cảm theo thời gian t trong chu kì đóng – ngắt đầu tiên.
2. Sau nhiều chu kì đóng – ngắt khoá K, dòng điện qua cuộn cảm sẽ biến thiên tuần hoàn với chu kì T và hiệu điện thế U_1 giữa hai đầu tụ điện gần như không thay đổi. Tính tỉ số $\dfrac{U_1}{U_0}$ theo hệ số $\alpha = \dfrac{t_1}{t_1 + t_2}$.

12.4 Lưỡng chất cầu là một tập hợp hai môi trường trong suốt, ngăn cách nhau bởi một phần (hoặc toàn bộ) mặt cầu. Trong bài này, chúng ta sẽ chỉ xét lưỡng cầu có đường kính khẩu độ nhỏ. Quy ước chiều truyền ánh sáng là chiều dương và sử dụng kí hiệu $\overline{AB}$ để biểu diễn độ dài đại số của đoạn thẳng nối hai điểm A, B bất kì ($\overline{AB} = AB > 0$ khi từ A tới B cùng chiều dương quy ước và ngược lại).

1. Cho một chỏm cầu bán kính R, tâm C, đỉnh S, ngăn cách hai môi trường trong suốt có chiết suất n_1, n_2 khác nhau. A_1 là một điểm sáng ở trong môi trường chiết suất n_1 qua lưỡng chất cầu sẽ tạo ảnh là điểm A_2 (H. 12.4). Các điểm A_1, S, C, A_2 nằm trên cùng một đường thẳng. Biết công thức cơ bản của



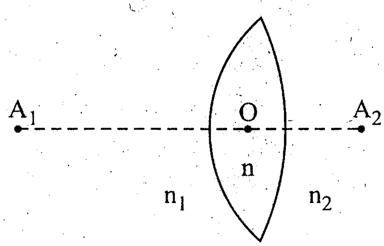
Hình 12.4

lưỡng cầu $\dfrac{n_1\overline{CA_1}}{\overline{IA_1}} = \dfrac{n_2\overline{CA_2}}{\overline{IA_2}}$, trong đó I là một điểm tới nằm trên chỏm cầu phân cách giữa hai môi trường.

a) Chứng minh công thức liên hợp của lưỡng chất cầu có đường kính khẩu độ nhỏ $\dfrac{n_1}{\overline{SA_1}} = \dfrac{n_2}{\overline{SA_2}} = \dfrac{n_1 - n_2}{\overline{SC}}$.

b) Dịch chuyển điểm A_1 trên đường thẳng đi qua S và C. Khi điểm A_1 dần tới một điểm F_1 thì điểm ảnh A_2 xa dần ra vô cực, $\overline{SF_1} = f_1$ gọi là tiêu cự vật. Còn khi điểm A_1 xa dần ra vô cực thì điểm ảnh A_2 của nó dần tới một vị trí giới hạn F_2, $\overline{SF_2} = f_2$ gọi là tiêu cự ảnh. Chứng minh $f_1 = \dfrac{n_1\overline{SC}}{n_1 - n_2}$ và $f_2 = -\dfrac{n_2\overline{SC}}{n_1 - n_2}$.

2. Cho một thấu kính mỏng có chiết suất n giới hạn bởi hai chỏm cầu bán kính R_1 và R_2. Đặt thấu kính giữa hai môi trường trong suốt có chiết suất n_1, n_2. A_1 là một điểm sáng trên trục chính ở trong môi trường chiết suất n_1 tạo ảnh là điểm A_2 (Hình 12.5). Gọi O là quang tâm của thấu kính. Tính tiêu cự vật f_1, tiêu cự ảnh f_2 và chứng minh hệ thức : $\dfrac{f_1}{\overline{OA_1}} + \dfrac{f_2}{\overline{OA_2}} = 1$.



Hình 12.5

12.5 Một phôtôn có năng lượng cao chuyển động theo phương Ox tới va chạm với một êlectron đang đứng yên làm cho êlectron này chuyển động còn phôtôn bị thay đổi hướng. Sau va chạm, góc lệch giữa phương chuyển động của phôtôn và êlectron so với phương Ox tương ứng là θ và φ. Cho hằng số Plăng $h = 6,625.10^{-34}$ J.s, tốc độ ánh sáng trong chân không $c = 3.10^8$ m/s, khối lượng nghỉ của êlectron $m_e = 9,1.10^{-31}$ kg, độ lớn điện tích của êlectron $|e| = 1,6.10^{-19}$ C.

1. Chứng minh rằng động năng mà êlectron thu được không bao giờ đạt tới giá trị bằng năng lượng của phôtôn trước va chạm.

2. Xét trường hợp $\theta + \varphi = \dfrac{\pi}{2}$.

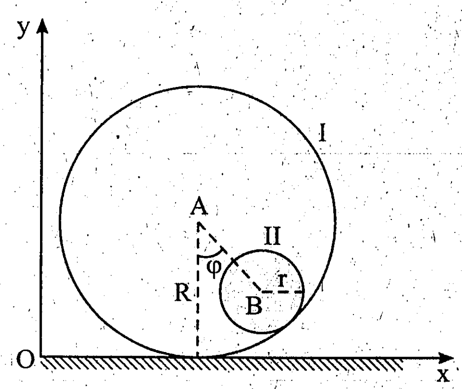
   a) Chứng minh rằng động năng của êlectron (tính theo đơn vị J) thu được sau va chạm có biểu thức $W_d = \dfrac{m_e c^2(1 - \sin\varphi)}{\sin\varphi}$.

   b) Cho góc $\theta = 0,007$ rad, êlectron (sau khi bị va chạm bởi phôtôn) chuyển động đến đập vào một nguyên tử hiđrô đứng yên ở trạng thái cơ bản. Nguyên tử hiđrô có thể phát ra các bức xạ có bước sóng bằng bao nhiêu ? Biết rằng ở trạng thái dừng, nguyên tử hiđrô có năng lượng $E_n = -\dfrac{13,6}{n^2}$ (eV) trong đó $n = 1, 2, 3, 4,\ldots$

B ĐỀ THI CHỌN ĐỘI TUYỂN OLYMPIC VẬT LÍ

1 Đề thi chọn đội tuyển Olympic năm 2011, ngày thi thứ nhất

1.1 Một vành trụ mỏng I, đồng chất, khối lượng M, bán kính R. Trong lòng vành trụ có một khối trụ đặc II, đồng chất, khối lượng m, bán kính r, cùng chiều dài với vành trụ. Trong hình 1.1. Oxy là mặt phẳng tiết diện vuông góc với trục vành trụ, A và B là giao điểm của mặt phẳng Oxy với hai trục. Tác dụng lực có phương đi qua A vào vành trụ sao cho vành trụ lăn không trượt trên mặt phẳng nằm ngang dọc theo chiều dương trục Ox. Biết khối trụ lăn không trượt trong lòng vành trụ, trục khối trụ luôn song song với trục vành trụ.

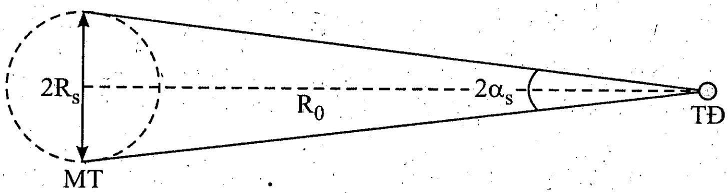


Hình 1.1

Ở thời điểm t, góc hợp bởi AB và phương thẳng đứng là φ ; vận tốc của A là v_A, tốc độ góc của AB quanh trục đi qua A là ω.

1. Tính động năng của hệ ở thời điểm t.
2. Xác định lực ma sát giữa vành trụ và khối trụ, giữa vành trụ và mặt phẳng nằm ngang theo gia tốc x''_A của A và gia tốc góc φ'' của đoạn AB ở thời điểm t.
3. Giả thiết rằng trục vành trụ chuyển động đều.
   a) Tìm gia tốc góc φ'' của đoạn AB theo φ, R, r, gia tốc của A và gia tốc trọng trường g.
   b) Xác định quy luật biến đổi của φ theo thời gian nếu φ chỉ nhận các giá trị nhỏ.

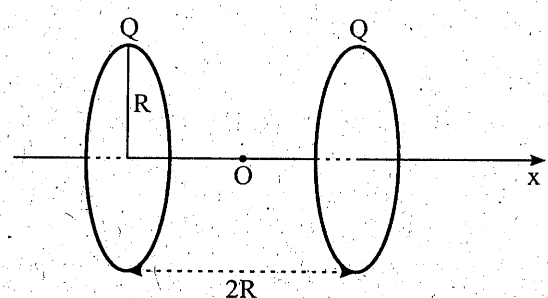
1.2 Mặt Trời (MT) được coi như một khối khí lí tưởng dạng hình cầu, tâm O, bán kính R_S, có khối lượng riêng ρ_S không đổi và được nhìn từ Trái Đất (TĐ) dưới đường kính góc là $2\alpha_S = 32'$ (Hình 1.2). Trái Đất quay xung quanh MT với quỹ đạo thực tế có thể coi như là tròn với bán kính $R_0 = 149{,}5.10^6$ km và chu kì T = 365 ngày. Cho hằng số hấp dẫn $G = \frac{3}{2}.10^{-10}\,\text{N.m}^2.\text{kg}^{-2}$, khối lượng mol của khí MT là $\mu = 1{,}25.10^{-3}$ kg.mol^{-1} và hằng số khí lí tưởng $R = 8{,}31$ J.mol^{-1}.K^{-1}.



Hình 1.2

1. Tính bán kính R_S và khối lượng riêng ρ_S.
2. Hãy xác định áp suất p(r) tại một điểm bên trong MT, cách tâm O một khoảng r với giả thiết áp suất bằng 0 tại biên của MT. Từ đó tính áp suất p_0 và nhiệt độ T_0 tại tâm MT.
3. Tính thế năng hấp dẫn của MT theo G, R_S và ρ_S, rồi sau đó theo khối lượng M_S và bán kính R_S của MT.

1.3 Cho hai vòng kim loại mảnh giống hệt nhau, bán kính R, mỗi vòng có điện tích Q (Q > 0) được phân bố đều trên toàn vòng. Hai vòng được đặt cố định song song với nhau trong chân không, khoảng cách giữa hai vòng là 2R. Chọn trục toạ độ Ox trùng với trục đối xứng của hai vòng với gốc toạ độ O đặt tại điểm cách đều hai vòng (Hình 1.3).



Hình 1.3

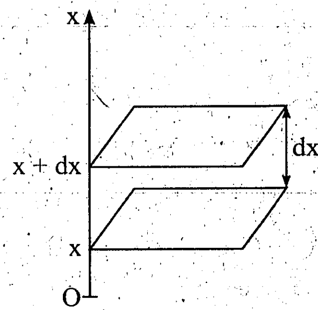
1. Xác định cường độ điện trường tại điểm bất kì trên trục x.
2. Một điện tích dương q, khối lượng m chuyển động dọc theo trục x từ xa vô cùng lại gần hai vòng với vận tốc ban đầu v_0. Bằng phương pháp đồ thị, hãy cho biết v_0 phải thoả mãn điều kiện gì để điện tích q có thể đi đến gốc toạ độ.
3. Liệu có tồn tại vị trí mà ta có thể đặt điện tích q nằm yên ở đó không ? Nếu có thì đó là vị trí cân bằng bền hay không bền ?
4. Điện tích q được giữ tại điểm trên trục x có toạ độ x_0 ($0 < x_0 \ll R$). Tại thời điểm t = 0, thả nhẹ điện tích q ra. Hãy xác định vị trí của q ở thời điểm t bất kì.

1.4 Một dòng khí phóng xạ đơn nguyên tử (có chu kì bán rã là T, khối lượng một nguyên tử là m) chuyển động xuyên qua một lớp chất bảo vệ có bề dày a.

Biết số nguyên tử khí khuếch tán theo phương Ox vuông góc với bề mặt lớp chất bảo vệ, qua một đơn vị diện tích, trong một đơn vị thời gian, tỉ lệ thuận với độ biến thiên mật độ khí trên một đơn vị chiều dài :

$$dN = -D\frac{dn}{dx}$$

với D là một hằng số dương, n là mật độ khí. (Hình 1.4).



Hình 1.4

Giả thiết rằng ở trạng thái ổn định, mật độ khí tại mỗi điểm không đổi theo thời gian. Hãy tìm :

1. Khối lượng riêng của khí trong lớp chất bảo vệ như là hàm của toạ độ x.
2. Bề dày a để khi ra khỏi lớp chất bảo vệ, mật độ khí giảm đi 10^6 lần.

15 Xác định bước sóng laze, chiết suất của chất lỏng và gia tốc trọng trường

Cho các dụng cụ sau :

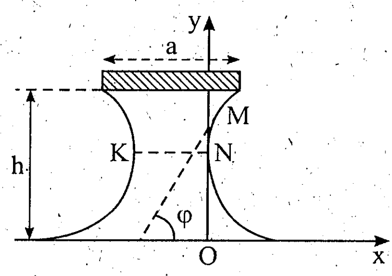
- Bình thuỷ tinh hình trụ mỏng, hở, trên thành có khắc các vạch chia độ dài ;
- Can đựng chất lỏng trong suốt cần xác định chiết suất ;
- Bàn xoay liên kết với động cơ điện xoay chiều có thể điều khiển tốc độ quay thông qua điều khiển điện áp cấp cho động cơ. Trên bàn xoay có gắn hệ thống mâm cặp để có thể cố định bình hình trụ đặt trên đó ;
- Nguồn điện xoay chiều 220 V, biến trở ;
- Dao động kí điện tử, pin quang điện, bút laze ;
- Thước đo có độ chia phù hợp, cách tử truyền qua đã biết hằng số cách tử N ;
- Miếng giấy bạc mỏng có thể sử dụng làm mặt phản xạ, màn chiếu, các thiết bị che chắn, giá đỡ, dây nối, ngắt điện, băng dính, bút đánh dấu cần thiết.

Yêu cầu :

1. Trình bày cách bố trí thí nghiệm, các bước tiến hành và xử lí số liệu để xác định bước sóng của bút laze và chiết suất của chất lỏng đựng trong can.
2. Trình bày hai phương án thí nghiệm xác định gia tốc trọng trường g, bao gồm :
   - Xây dựng các công thức cần thiết ;
   - Bố trí thí nghiệm và các bước tiến hành để thu thập số liệu ;
   - Cách xử lí số liệu để xác định g.

② Đề thi chọn đội tuyển Olympic năm 2011, ngày thi thứ hai

2.1 Một tấm kim loại mỏng hình chữ nhật, một cạnh có độ dài a, một cạnh rất dài so với a, đặt trên mặt một chất lỏng dính ướt hoàn toàn đối với kim loại này. Tấm kinh loại được nâng chậm lên đến vị trí cao nhất sao cho chất lỏng vẫn còn bám vào tấm. Gọi φ là góc hợp bởi tiếp tuyến tại điểm M bất kì trên mặt giới hạn chất lỏng với mặt nằm ngang (Hình 2.1). Biết áp suất khí quyển là p_0, khối lượng riêng của chất lỏng là ρ, hệ số căng bề mặt của chất lỏng là σ, gia tốc trọng trường là g.



Hình 2.1

1. Tìm các toạ độ x, y của M trong hệ trục toạ độ Oxy cho như hình vẽ theo φ, σ, ρ và g.

2. Cho $a > 1,1\sqrt{\dfrac{\sigma}{\rho g}}$. Hãy xác định :

   a) Chiều cao cực đại h của tấm kim loại so với mặt chất lỏng nằm ngang.

   b) Bề rộng nhỏ nhất b (b = KN) của cột chất lỏng bám vào tấm kim loại.

   c) Lực tác dụng theo phương thẳng đứng lên một đơn vị dài (theo cạnh dài) của tấm, biết trọng lượng một đơn vị dài (theo cạnh dài) của tấm kim loại là P_1.

3. Lập các phương trình đủ để tìm lại các kết quả của ý 2 trong trường hợp $a < \sqrt{\dfrac{\sigma}{\rho g}}$.

Cho biết :

- Bán kính cong R tại một điểm trên đường cong có thể xác định theo công thức : $R = \left|\dfrac{ds}{d\varphi}\right|$ với dφ là góc tạo bởi các tiếp tuyến của đường cong tại điểm đầu và điểm cuối của cung ds trên đường cong chứa điểm đang xét.

- $\displaystyle\int \frac{d\alpha}{\cos\alpha} = ln\left|\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\alpha}{2}\right)\right| + C.$

2.2

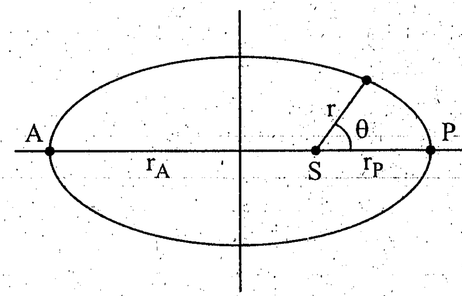
1. Xét một hành tinh (khối lượng m) chuyển động quanh Mặt Trời (khối lượng M). Ta định nghĩa vectơ $\vec{Z}$ như sau :

$$\vec{Z} = \frac{1}{\alpha}\vec{v} \times \vec{L} - \vec{e}_r$$

trong đó α = GMm (G là hằng số hấp dẫn), $\vec{v}$ và $\vec{L}$ lần lượt là vận tốc và momen động lượng của hành tinh. Trong bài toán này, ta chọn hệ toạ độ cực có gốc là Mặt Trời (S), $\vec{e}_r$ và $\vec{e}_\theta$ là vectơ đơn vị ứng với hai toạ độ r, θ.

a) Chứng minh rằng nếu hành tinh chỉ chịu tác dụng bởi lực hấp dẫn của Mặt Trời thì $\vec{Z}$ là một vectơ không đổi, hướng từ S về phía điểm cận nhật P (Hình 2.2).

b) Dùng vectơ $\vec{Z}$, hãy chứng tỏ phương trình quỹ đạo trong toạ độ cực của hành tinh là :



Hình 2.2

$$r = \frac{p}{1 + e\cos\theta}$$

Biểu diễn các đại lượng p và e ở trên qua r_A và r_P, trong đó A là điểm viễn nhật, P là điểm cận nhật của hành tinh.

2. Như vậy theo ý 1, nếu chỉ có lực hấp dẫn của Mặt Trời tác dụng lên hành tinh thì quỹ đạo của hành tinh là cố định, đặc biệt là điểm cận nhật P cũng cố định. Trong thực tế, những quan sát thiên văn cho thấy P dịch chuyển chậm và thể hiện rõ nhất đối với Thuỷ tinh, hành tinh ở gần Mặt Trời nhất. Sở dĩ như vậy là vì theo thuyết tương đối rộng, chuyển động của một hành tinh xung quanh Mặt Trời (cả hai đều được giả thiết là các quả cầu đồng chất) cần phải được mô tả bởi thế hấp dẫn Niu-tơn $U(r) = -\frac{GMm}{r}$ cộng với một thế nhiễu loạn :

$$U_P = \frac{GM}{c^2}\frac{L^2}{m}\frac{1}{r^3} = -\frac{\varepsilon}{3r^3}$$

trong đó c là tốc độ ánh sáng trong chân không, $\varepsilon = -\frac{3GM}{c^2}\frac{L^2}{m}$.

a) Chứng minh rằng U_P thoả mãn điều kiện là một thế nhiễu loạn, tức $|U_P| \ll |U|$.

b) Do có nhiễu loạn, quỹ đạo của Thuỷ tinh thay đổi, nhưng nhiễu loạn là rất nhỏ nên trong phép gần đúng bậc nhất vẫn có thể coi quỹ đạo hành tinh là elip. Viết biểu thức của vectơ $\vec{Z}$ khi có tính đến thế nhiễu loạn. Tính $\frac{d\vec{Z}}{dt}$ và biểu diễn nó như một hàm số của ε, G, M, $\frac{d\theta}{dt}$, e và p của elip (đã tìm được ở ý 1). Từ đó suy ra độ biến thiên $\Delta\vec{Z}$ trong một chu kì T của Thuỷ tinh quay trên quỹ đạo elip và đi đến kết luận rằng, thế nhiễu loạn có nguồn gốc tương đối tính U_P đã làm biến đổi quỹ đạo tương ứng với sự quay chậm của trục dài elip quỹ đạo xung quanh gốc S (tức Mặt Trời).

c) Tính góc quay $\Delta\varphi$ của quỹ đạo Thuỷ tinh theo một chu kì như là một hàm số của G, M, c và các khoảng cách cực đại và cực tiểu r_A và r_P.

d) Từ những kết quả trên suy ra "độ dịch thế kỉ" đối với Thuỷ tinh là góc $\delta\Omega$ mà trục lớn quỹ đạo quay được trong một thế kỉ. Tính $\delta\Omega$ ra giây (góc). Thực nghiệm đo được góc này là $\delta\Omega = 42,6'' \pm 0,9''$. Hãy so sánh kết quả này và kết quả bạn vừa tìm được dựa trên thuyết tương đối.

Các số liệu cần thiết : Hằng số hấp dẫn vũ trụ : $G = 6,67.10^{-11}\ N.m^2.kg^{-2}$, khối lượng Mặt Trời : $M = 2.10^{30}$ kg. Đối với Thuỷ tinh : chu kì quay quanh Mặt Trời T = 88 ngày, $r_A = 7,0.10^{10}$ m và $r_P = 4,6.10^{10}$ m.

Cho biết trong hệ toạ độ cực (r ; θ) có các hệ thức sau :

$$\frac{d\vec{e}_\theta}{dt} = \dot{\vec{e}}_\theta = -\dot{\theta}\vec{e}_r\ ;\ \frac{d\vec{e}_r}{dt} = \dot{\vec{e}}_r = \dot{\theta}\vec{e}_\theta\ ;\ \vec{v} = \dot{r}\vec{e}_r + r\dot{\theta}\vec{e}_\theta.$$

23

1. Có hai anh em sinh đôi A và B. Tim mỗi người đều đập một lần trong 1 giây và tương ứng với mỗi nhịp tim có truyền đi một xung vô tuyến điện. A ở lại và đứng yên trên Trái Đất (được xem như một hệ quy chiếu quán tính). Còn B thì bay vào vũ trụ, lúc đầu đứng yên tại thời điểm t = 0, sau đó được gia tốc rất nhanh với vận tốc v không đổi (trong vòng chưa đến một nhịp tim và không làm rối loạn nhịp tim của anh ta).

Xét anh B bay trong thời gian t_1 (theo đồng hồ của anh ta) bao gồm cả quá trình phát xung và nhận xung từ Trái Đất. Sau đó, vào thời điểm $t = t_1$, chuyển động của B bất ngờ được đảo chiều và B trở về tới Trái Đất với vận tốc $\frac{v}{2}$. Hỏi :

a) Anh B đã phát đi bao nhiêu xung trong quá trình bay đi và về ?

b) Anh B đã nhận được bao nhiêu xung trong quá trình bay đi, bay về ?

c) Tỉ số n giữa tổng xung nhận được và tổng số xung gửi đi của anh B trong quá trình bay đi và về bằng bao nhiêu ?

2. Cho K và K' là hai hệ quy chiếu quán tính có các trục toạ độ song song với nhau. Giả sử K' chuyển động với vận tốc $\vec{v}$ tuỳ ý so với K và $\vec{r}$, $\vec{u}$, t ($\vec{r}\,'$, $\vec{u}'$, t') tương ứng là bán kính vectơ, vận tốc và thời gian trong hệ quy chiếu K (K'). Sử dụng phép biến đổi Lo-ren để chứng minh :

a) $$\vec{r} = \vec{r}\,' - \frac{\vec{r}\,'v}{v}.\frac{\vec{v}}{v} + \frac{\frac{(\vec{r}'.\vec{v}')\vec{v}}{v^2} + \vec{v}t}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}.$$

b) $$u = \frac{\sqrt{(\vec{u}'+\vec{v})^2 - \frac{[\vec{u}'\times\vec{v}]^2}{c^2}}}{1+\frac{1}{c^2}(\vec{u}'.\vec{v})}.$$

24 Phôtôn A của tia X có bước sóng $\lambda_0 = 0{,}116$ nm và một êlectron chuyển động tới va chạm với nhau. Sau va chạm ta được êlectron đứng yên và phôtôn B. Biết góc lập bởi phương truyền của phôtôn A với phương truyền của phôtôn B là $\theta = 60^o$. Tính bước sóng Đơ - Brơi của êlectron trước va chạm. Cho khối lượng nghỉ của êlectron $m_e = 9{,}1.10^{-31}$ kg, hằng số Plăng $h = 6{,}626.10^{-34}$ J.s và tốc độ ánh sáng trong chân không $c = 3.10^8$ m.s^{-1}.

25 Xác định hệ số ma sát trượt và hệ số cản

Xét chuyển động của một tấm nhựa phẳng trên một mặt bàn phẳng nằm ngang, người ta nhận thấy trong quá trình chuyển động, tấm chịu tác dụng của lực ma sát trượt (hệ số ma sát trượt α) và chịu lực cản của môi trường tỉ lệ thuận với vận tốc ($\vec{f}_c = -\beta\vec{v}$, β là hệ số cản). Coi các va chạm trong quá trình làm thí nghiệm (nếu có) là hoàn toàn đàn hồi.

Cho các dụng cụ sau :

– Vật nhỏ có khối lượng m đã biết ;

– Thước đo có vạch chia đến milimet ;

– Các sợi dây mềm, mảnh, nhẹ ;

– Tấm nhựa phẳng hình chữ nhật ;

– Bàn thí nghiệm, giá đỡ, giá treo cần thiết.

Yêu cầu :

1. Trình bày cơ sở lí thuyết và xây dựng các công thức cần thiết để xác định hệ số ma sát trượt α giữa tấm nhựa với mặt bàn và hệ số cản β của môi trường khi tấm nhựa chuyển động.
2. Trình bày cách bố trí thí nghiệm, thu thập và xử lí số liệu để xác định α và β.

Cho biết : $\ln(l + x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5} - \ldots$ khi $|x| \ll 1$.

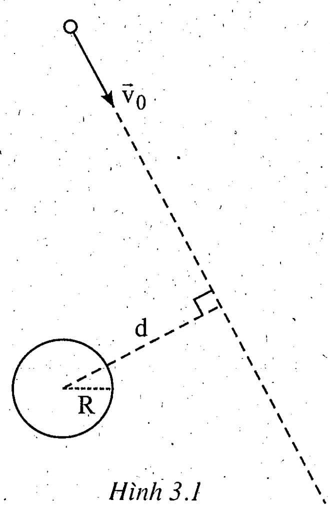
③ Đề thi chọn đội tuyển Olympic năm 2012, ngày thi thứ nhất

3.1 Một con tàu vũ trụ lúc đầu có vận tốc $\vec{v}_0$ so với một hành tinh và đang ở rất xa hành tinh, không mở động cơ và bay đến gần hành tinh này với khoảng nhắm d như hình 3.1 theo quỹ đạo hyperbol. Biết hành tinh có khối lượng M, bán kính R và không có khí quyển, khối lượng m của tàu rất nhỏ so với khối lượng của hành tinh và trong quá trình chuyển động, tàu không bị chạm vào bề mặt hành tinh. Coi hệ gồm con tàu và hành tinh là hệ cô lập.

1. Hãy xác định :

   a) Góc lệch θ giữa phương chuyển động của tàu khi tàu đã bay qua, ra xa hành tinh và phương ban đầu.

   b) Điều kiện để tàu không bị chạm vào bề mặt hành tinh. Trong trường hợp thoả mãn điều kiện đó, với con tàu có tốc độ ban đầu v_0 cho trước, hãy xác định góc lệch θ cực đại và độ biến thiên động lượng cực đại của tàu sau khi đã bay qua và ra xa hành tinh.



Hình 3.1

2. Giả thiết khi bay tới điểm cực cận (điểm cách hành tinh một khoảng ngắn nhất) thì con tàu cách tâm hành tinh một khoảng 2R và phương chuyển động của tàu bị lệch đi một góc 45^0 so với khi ở xa vô cùng.

a) Xác định tốc độ ban đầu v_0 và khoảng nhằm d của tàu theo R, M.

b) Để tàu hạ cánh xuống bề mặt hành tinh tại điểm đối diện qua tâm hành tinh, người ta mở động cơ tàu trong thời gian ngắn để khí phụt ra theo phương chuyển động của tàu với tốc độ u so với tàu. Hỏi khối lượng nhiên liệu phải đốt cháy chiếm bao nhiêu phần khối lượng của tàu lúc đầu ?

3.2 Một giọt nước hình cầu nằm lơ lửng ở một vị trí cố định trong không khí, cách xa mặt đất và xa các vật khác. Nhiệt độ của giọt nước và không khí đều là T và không đổi. Khi nước bay hơi từ bề mặt giọt nước và khuếch tán trong không khí thì số phân tử hơi nước khuếch tán qua một đơn vị diện tích vuông góc với phương Ox bất kì, sau một đơn vị thời gian được xác định bằng công thức $N = -D\frac{dn}{dx}$, trong đó D là hệ số khuếch tán và không đổi, $\frac{dn}{dx}$ là độ biến thiên mật độ phân tử hơi nước trên một đơn vị chiều dài theo phương Ox, dấu trừ chứng tỏ dòng phân tử hơi nước khuếch tán hướng theo chiều giảm của mật độ. Bỏ qua tác dụng của trọng lực và coi hơi nước là khí lí tưởng.

1. Biết khối lượng riêng của hơi nước bão hoà ở sát giọt nước là ρ_{bh}, khối lượng riêng của hơi nước ở các điểm rất xa giọt nước là ρ_∞. Bỏ qua sự phụ thuộc khối lượng riêng của hơi nước bão hoà ρ_{bh} ở sát bề mặt giọt nước theo bán kính giọt nước trong quá trình nước bay hơi. Coi quá trình bay hơi là rất chậm.

a) Xác định khối lượng nước q bay hơi khỏi giọt nước có bán kính a trong một đơn vị thời gian.

b) Tính thời gian bay hơi hoàn toàn của một giọt nước có bán kính ban đầu là a.

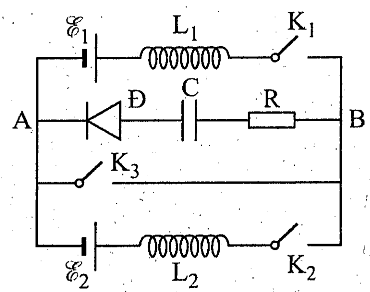
2. Giả thiết hơi nước trong môi trường không khí xung quanh giọt nước đều là hơi bão hoà ở cùng nhiệt độ T. Do lực căng mặt ngoài của nước mà giọt nước có dạng hình cầu và áp suất hơi bão hoà ở sát mặt giọt nước có giá trị lớn hơn áp suất hơi bão hoà ở xa giọt nước. Gọi p_{bh} là áp suất hơi bão hoà ở sát giọt nước và p_{bh_∞} là áp suất hơi bão hoà ở các điểm rất xa giọt nước. Biết rằng

ở nhiệt độ T, độ chênh lệch áp suất $p_{bh} - p_{bh_\infty}$ là nhỏ so với p_{bh}, hơi nước ở sát bề mặt giọt nước có khối lượng riêng là ρ_{bh}, suất căng mặt ngoài của nước là σ, khối lượng riêng của nước là ρ_n và khối lượng mol của hơi nước là μ.

a) Tính hiệu số $p_{bh} - p_{bh_\infty}$ khi giọt nước đang có bán kính là a.

b) Tìm thời gian để bán kính giọt nước giảm từ a đến $\frac{a}{3}$ trong khí quyển chứa đầy hơi nước bão hoà nêu trên.

3.3 Cho mạch điện có sơ đồ hình 13.2. Các nguồn điện một chiều $\mathscr{E}_1$ và $\mathscr{E}_2$ đều có suất điện động 5 V và điện trở trong không đáng kể. Hai cuộn cảm thuần L_1 và L_2 có độ tự cảm tương ứng là 0,5 H và 0,25 H. Tụ điện có điện dung C = 200 μF, điện trở có giá trị R. Điôt chỉnh lưu Đ là lí tưởng. Ban đầu, tụ điện chưa tích điện, K_1 và K_2 mở, K_3 đóng. Tại một thời điểm nào đó thì đóng K_1, sau khi đóng K_1 một thời gian $t_1 = 0,1$ s thì đóng K_2. Sau khi đóng K_2 một thời gian $t_2 = 0,2$ s thì mở K_3.



Hình 3.2

Tìm biểu thức phụ thuộc thời gian của điện tích trên bản của tụ điện C nối với B sau khi mở K_3 và tính hiệu điện thế cực đại của tụ điện C trong các trường hợp sau :

1. R = 5 Ω.
2. R = 60 Ω.

3.4 Một chùm sáng đơn sắc bước sóng λ, song song, tiết diện lớn, có số phôtôn trong một đơn vị thể tích là n.

1. Chiếu chùm sáng nói trên tới một mặt phẳng theo phương hợp với pháp tuyến của mặt phẳng một góc i. Xác định áp suất và lực của ánh sáng tác dụng lên một đơn vị diện tích của mặt phẳng này trong hai trường hợp sau :

   a) Mặt phẳng được ánh sáng chiếu tới là mặt gương có hệ số phản xạ là r.

   b) Mặt phẳng được ánh sáng chiếu tới là mặt nhám tán xạ ánh sáng. Giả thiết mọi phôtôn chiếu tới mặt này đều bị tán xạ và các phôtôn được tán xạ đều theo mọi phương (số phôtôn tán xạ từ một diện tích rất nhỏ trong cùng một thời gian theo các góc khối bằng nhau đều có giá trị như nhau).

2. Chùm sáng nói trên chiếu tới một quả cầu bán kính R ($R \gg \lambda$). Biết quả cầu nằm hoàn toàn trong chùm sáng. Tính lực do chùm sáng tác dụng lên quả cầu trong hai trường hợp sau :

a) Mặt cầu là mặt gương phản xạ lí tưởng.

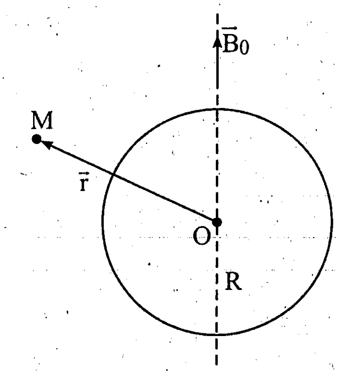
b) Mặt cầu là mặt nhám có tính chất đã nêu ở ý 1b.

3.5 Cho một quả cầu siêu dẫn có khối lượng m, bán kính R và trên bề mặt không có dòng điện chạy qua.

1. Quả cầu siêu dẫn trên được đặt vào trong một từ trường đều có cảm ứng từ $\vec{B}_0$ (Hình 3.3).

   a) Vẽ phác dạng đường sức từ ở vùng không gian gần quả cầu.

   b) Tìm vectơ cảm ứng từ do quả cầu sinh ra tại một điểm M nằm ngoài quả cầu xác định bởi $\vec{r} = \overrightarrow{OM}$.

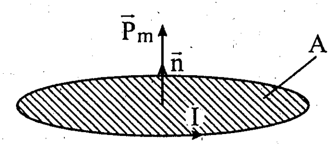


Hình 3.3

2. Quả cầu siêu dẫn chuyển động dọc theo trục, hướng đến tâm của một vòng dây tròn cố định có bán kính a ($a \gg R$). Biết trong vòng dây luôn có dòng điện không đổi có cường độ I. Gọi v là tốc độ của quả cầu khi nó đi đến điểm cách tâm vòng dây một khoảng là h. Tìm v để quả cầu có thể đến được tâm vòng dây. Bỏ qua tác dụng của trọng lực và lực cản môi trường.

Lưu ý : Trong quả cầu siêu dẫn từ trường luôn bằng 0.

Momen từ của một dòng điện tròn có cường độ I chạy quanh một mặt có diện tích A là $\vec{P}_m = I.A.\vec{n}$, với $\vec{n}$ là pháp tuyến của mặt (Hình 3.4).



Hình 3.4

Cảm ứng từ gây ra bởi một momen từ $\vec{\mu}_m$ tại một điểm cách nó một đoạn r xác định bởi $\vec{r}$ là $\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\left[\frac{3(\vec{\mu}_m.\vec{r}).\vec{r}}{r^5} - \frac{\vec{\mu}_m}{r^3}\right]$ với μ_0 là độ từ thẩm chân không.

Khi một momen từ $\vec{\mu}_m$ đặt trong từ trường $\vec{B}$ thì nó chịu tác dụng của một momen lực là $\vec{\tau} = \vec{\mu}_m \wedge \vec{B}$.

3.6 Xét chuyển động phi tương đối tính của một hạt nơtron khối lượng m_1, với vận tốc $\vec{v}_1$ tới va chạm với hạt bia có khối lượng m_2 đang đứng yên trong hệ quy chiếu phòng thí nghiệm. Nơtron bị tán xạ theo hướng vectơ đơn vị $\vec{n}$ lập góc Φ với phương chuyển động của nơtron tới trong hệ quy chiếu khối tâm. Giả thiết rằng va chạm là hoàn toàn đàn hồi.

1. a) Biểu diễn động lượng sau va chạm $\vec{p}'_1$ của nơtron tới và $\vec{p}'_2$ của hạt bia trong hệ phòng thí nghiệm dưới dạng $\alpha\vec{n} + \beta\vec{v}_1$ với các hệ số α và β được tính theo m_1, m_2 và $v_1 = |\vec{v}_1|$.

   b) Chứng minh rằng tỉ số giữa động năng của nơtron tán xạ và nơtron tới xét trong hệ quy chiếu phòng thí nghiệm là :

$$x = \frac{m_1^2 + m_2^2 + 2m_1m_2\cos\Phi}{(m_1 + m_2)^2}$$

2. Hạt bia là hạt nhân có số khối A, nơtron có khối lượng xấp xỉ bằng một đơn vị khối lượng nguyên tử. Coi quá trình tán xạ nơtron là đẳng hướng đối với hệ quy chiếu khối tâm. Xét trong hệ phòng thí nghiệm, hãy :

   a) Tính xác suất tìm được nơtron tán xạ có động năng nằm trong khoảng giữa $W'_đ$ và $W'_đ + dW'_đ$ ($W'_đ$ là động năng của nơtron tán xạ).

   b) Tính tỉ số giữa động năng trung bình của nơtron tán xạ và động năng của nơtron tới trong trường hợp hạt bia là hạt nhân bo (A = 10).

   c) Một nơtron bay đến vùng có nhiều hạt bia cùng loại và đang đứng yên. Sau khi bị va chạm với một hạt bia nào đó thì nơtron có thể va chạm với hạt bia tiếp theo. Hãy xác định số va chạm k cần thiết của nơtron với hạt bia để một khi một nơtron tới có năng lượng $W'_{đ_1}$ = 1MeV sau k lần va chạm sẽ được làm chậm lại và năng lượng chỉ còn $W'_{đ_k}$ = 0,05 eV trong các trường hợp sau :

   + Hạt bia là hạt nhân hiđrô có A = 1.

   + Hạt bia là hạt nhân bo có A = 10.

   + Hạt bia là hạt nhân sắt có A = 56.

   Hãy đưa ra nhận xét dùng loại hạt bia nào làm chậm nơtron tốt hơn.

(4) Đề thi chọn đội tuyển Olympic năm 2012, ngày thi thứ hai

4.1 Một hình trụ rỗng bán kính R được giữ thẳng đứng. Một đĩa mỏng đồng chất khối lượng m, bán kính r (r < R), lăn không trượt ở mặt trong của hình trụ sao cho tiếp điểm của nó với hình trụ luôn nằm trên một mặt phẳng nằm ngang.

Gọi μ là hệ số ma sát nghỉ giữa đĩa và hình trụ, θ là góc nghiêng của đĩa so với phương thẳng đứng. Cho gia tốc trọng trường là g, bỏ qua ma sát lăn và lực cản môi trường.

1. Giả sử đĩa lăn đều, không trượt và luôn nghiêng một góc $\theta = \theta_0$ không đổi.

   a) Tính vận tốc góc của khối tâm đĩa trong chuyển động quay quanh trục hình trụ.

   b) Hỏi θ_0 phải nằm trong khoảng giá trị $[\theta_{min}, \theta_{max}]$ nào thì điều giả sử trên (lăn không trượt với góc nghiêng không đổi) thoả mãn ?

2. Giả sử khi đĩa đang chuyển động với góc nghiêng θ_0 nằm trong khoảng $[\theta_{min}, \theta_{max}]$, người ta tác động trong thời gian ngắn làm cho đĩa thay đổi góc nghiêng một giá trị nhỏ. Biết rằng trong quá trình chuyển động tiếp theo, lực ma sát đủ lớn để giữ cho đĩa tiếp tục lăn không trượt.

   a) Gọi momen quán tính của đĩa đối với trục quay tiếp tuyến với đĩa và nằm trong mặt phẳng của đĩa là $I = \gamma mr^2$. Tìm giá trị của γ.

   b) Hãy phán đoán chuyển động tiếp theo của đĩa khi đĩa bị thay đổi góc nghiêng một giá trị nhỏ quanh góc θ_0. Giải thích.

4.2 Một máy nhiệt lí tưởng hoạt động theo các chu trình tuần hoàn với nguồn nóng là một khối nước có khối lượng $m_1 = 10$ kg ở nhiệt độ ban đầu $t_1 = 100^oC$, nguồn lạnh là một khối nước có khối lượng $m_2 = 5$ kg và ban đầu là nước đá ở nhiệt độ $t_2 = 0^oC$. Giả sử trong mỗi chu trình, nhiệt độ nguồn nóng và nguồn lạnh thay đổi không đáng kể. Các chu trình đều cho hiệu suất cực đại. Bỏ qua tương tác nhiệt với môi trường bên ngoài. Biết ẩn nhiệt nóng chảy của nước đá là $\lambda = 334$ kJ.kg^{-1} và nhiệt dung riêng của nước là $c = 4,18$ kJ.kg^{-1}.K^{-1}.

1. Xác định nhiệt độ t_3 của nguồn nóng khi khối nước đá đã tan được một nửa.

2. Xác định công lớn nhất A_{max} có thể nhận được và nhiệt độ cuối cùng t_c của nguồn nóng.

4.3 Một cuộn dây có lõi sắt được mắc vào hai cực A, B của nguồn điện xoay chiều có điện áp $u_{AB} = U_0\cos\omega t$ (U_0 và ω không đổi). Cuộn dây có độ tự cảm L và điện trở thuần không đáng kể, điện trở thuần R nối với trung điểm M của cuộn dây và N (H. 4.1). Biết lõi sắt có độ từ thẩm lớn và từ thông qua mỗi vòng dây trên cuộn cảm đều như nhau. Chỉ xét trường hợp khi các dòng điện trong mạch ở chế độ ổn định.

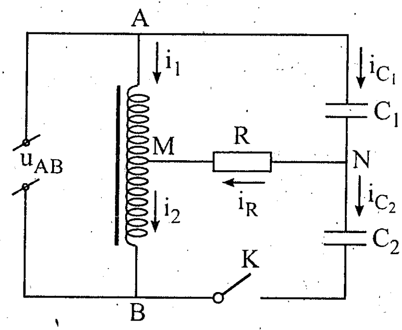
Cho biết $L\omega = \frac{4\sqrt{2}}{C_1\omega} = 4\sqrt{2}R$. Quy ước chiều dương và kí hiệu các dòng điện chạy trong mạch như trên hình 14.1.

1. Khoá K mở. Tìm biểu thức cường độ dòng điện qua mỗi nửa cuộn dây và độ lệch pha giữa chúng.
2. Khoá K đóng. Biết cường độ dòng điện qua điện trở R có biên độ tăng lên $\sqrt{2}$ lần so với khi K mở và sớm pha $\frac{\pi}{3}$ so với u_{AB}.

   Hãy xác định :

   a) Điện áp hiệu dụng trên các tụ điện.

   b) Tỉ số của các điện dụng $\frac{C_2}{C_1}$.



Hình 4.1

4.4 Một thị kính gồm hai thấu kính L_1 và L_2 mỏng, phẳng – lồi, đặt đồng trục. Các thấu kính được làm bằng thuỷ tinh chiết suất n và có tiêu cự tương ứng là f_1 và f_2 (đối với ánh sáng có bước sóng λ), đặt cách nhau một khoảng là e không đổi ($e < f_1$). Thấu kính L_1 ở phía trước gọi là kính trường và thấu kính L_2 ở phía sau gọi là kính mắt. Giả thiết rằng điều kiện tương điểm hoàn toàn được thoả mãn.

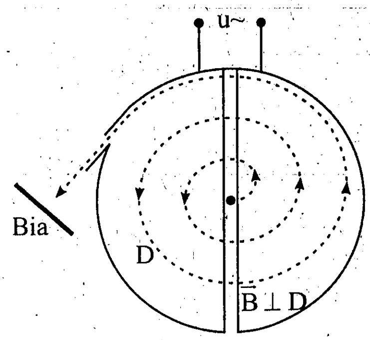
1. Chiếu vào thị kính một chùm sáng đơn sắc bước sóng λ song song với trục chính của thị kính. Biết chùm tia ló ra khỏi kính mắt hội tụ tại điểm F. Chứng minh rằng mỗi tia ló ra khỏi kính mắt đều có đường kéo dài cắt đường kéo dài của tia tới tương ứng với nó tại một điểm nằm trên một mặt phẳng cố định vuông góc với trục chính tại H. Xác định khoảng cách f = HF từ mặt phẳng này tới F.

2. Gọi f_{01}, f_{02} là tiêu cự của các thấu kính ứng với ánh sáng có bước sóng λ_0 và thấu kính có chiết suất tương ứng là n_0.

   a) Tìm điều kiện về khoảng cách e giữa hai thấu kính ($e = e_0$) để f tính ở ý 1 hầu như không thay đổi khi chiết suất n của thấu kính thay đổi một lượng nhỏ quanh giá trị n_0.

   b) Giả thiết chiết suất n của chất làm các thấu kính phụ thuộc vào bước sóng λ theo quy luật $n = a + \frac{b}{\lambda^2}$ (a, b là các hằng số dương ; a > 1) và khoảng cách giữa hai kính là ke_0 (e_0 tính ở ý 2a, k là hằng số dương). Tìm độ biến thiên ΔD (với $D = \frac{1}{f}$) theo độ biến thiên $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$ của bước sóng. Coi $\lambda \ll \lambda_0$.

4.5 Xiclôtrôn là máy gia tốc hạt tích điện có cấu tạo gồm hai hộp rỗng có dạng trụ nửa hình tròn gọi là các D, đặt cách nhau một khoảng rất nhỏ (khe). Máy được đặt trong một buồng đã hút hết không khí. Các D được nối với nguồn điện có điện áp u biên độ không đổi nhưng dấu thay đổi một cách tuần hoàn theo thời gian với tần số f_0. Một nam châm điện mạnh tạo ra một từ trường đều có vectơ cảm ứng từ $\vec{B}$ vuông góc với các mặt D.



Hình 4.2

Một hạt prôtôn có khối lượng nghỉ m_0, mang điện tích e phát ra giữa hai thành khe, được gia tốc bởi máy xiclôtrôn đến va đập vào bia như trên hình 4.2.

1. Khi hạt có tốc độ nhỏ, để đảm bảo sự đồng bộ (hạt luôn được điện trường tăng tốc khi đi qua khe) thì cảm ứng từ trong các D cần có trị số B_0 là bao nhiêu ?
2. Khi hạt có tốc độ lớn mà tần số dòng xoay chiều và cảm ứng từ B không đổi thì xuất hiện sự không đồng bộ cản trở sự tăng năng lượng của hạt. Để thực hiện sự đồng bộ, có thể có hai cách sau :

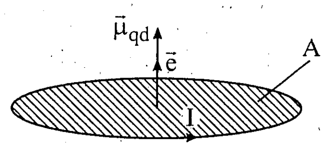
   a) Thay đổi tần số f của điện áp u, giữ nguyên biên độ điện áp và cảm ứng từ $B = B_0$. Chọn t = 0 là thời điểm hạt chuyển động với tần số f_1. Tìm quy luật thay đổi của f theo thời gian t để đảm bảo sự đồng bộ và sau mỗi vòng chuyển động, năng lượng của hạt tăng thêm một lượng không đổi là ΔE.

   b) Thay đổi cảm ứng từ để tần số chuyển động của hạt luôn là f_0 không đổi. Hãy :

   – Tìm quy luật thay đổi cảm ứng từ B theo động năng $W_đ$ của hạt.

   – Tìm quy luật thay đổi bán kính quỹ đạo của hạt theo cảm ứng từ B.

4.6 Trong mẫu nguyên tử Bo, khi êlectron chuyển động quanh hạt nhân trên quỹ đạo dừng thứ n thì momen động lượng của nó bằng một số nguyên lần hằng số Plăng rút gọn $L_n = n\hbar$. Mẫu nguyên tử Bo đã cơ bản giải thích được cấu trúc quang phổ vạch của hiđrô. Tuy nhiên, khi sử dụng máy quang phổ hiện đại người ta nhận thấy thực tế mỗi vạch trên lại bao gồm hai vạch nằm sát nhau và quang phổ như vậy gọi là quang phổ có cấu trúc tế vi. Nguyên nhân của sự tách vạch này là do êlectron không chỉ chuyển động trên quỹ đạo quanh hạt nhân mà còn chuyển động tự quay quanh trục qua tâm của nó với momen động lượng tự quay $\vec{S}$ gọi là spin và chuyển động tự quay này sinh ra momen từ gọi là momen từ spin. Tuỳ thuộc vào định hướng của spin và chuyển động quỹ đạo của êlectron, năng lượng của êlectron có thể tăng hoặc giảm một chút so với khi không tính đến spin. Trong bài toán này ta sẽ nghiên cứu sự tách vạch quang phổ được mô tả ở trên do tương tác spin – quỹ đạo gây ra bằng mô hình giả định bán cổ điển khi coi êlectron như một quả cầu đặc tích điện đều có điện tích e, khối lượng m quay đều xung quanh một trục đối xứng của nó.



Hình 4.3

1. Biết momen động lượng ứng với chuyển động tự quay của êlectron có độ lớn $S = s\hbar\left(s = \frac{1}{2}\right)$.

   Hãy tính momen từ spin của êlectron do sự tự quay gây nên. Nhận xét về kết quả thu được so với momen từ spin của êlectron thực tế là $\mu_s = 2s\mu_B$, với $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m}$ là manhêtôn Bo.

   Cho biết momen từ của một dòng điện tròn có cường độ I chạy quanh một mặt có diện tích A là $\vec{\mu}_{qd} = I.A.\vec{e}$ ($\vec{e}$ là vectơ pháp tuyến mặt của A) (Hình 4.3).

2. Khảo sát êlectron đang chuyển động trên quỹ đạo thứ n trong nguyên tử hiđrô. Xét trong hệ quy chiếu gắn với khối tâm của êlectron, hạt nhân mang điện tích chuyển động và sinh ra từ trường. Spin của êlectron bị lượng tử hoá, hình chiếu của nó lên phương từ trường chỉ có thể nhận một trong hai giá trị $\pm s\hbar$, với $s = \frac{1}{2}$. Tính năng lượng tương tác của từ trường hạt nhân và momen từ spin của êlectron qua n, s, hằng số tế vi $\alpha = \frac{e^2}{4\pi\hbar}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$ và hằng số Rít-béc $R_y = \frac{mk^2e^4}{2\hbar^2}$

   ($k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$; ε_0 là hằng số điện ; μ_0 là độ từ thẩm của chân không).

   Cho biết :

   – Momen từ spin của êlectron là $\mu_s = 2s\mu_B$.

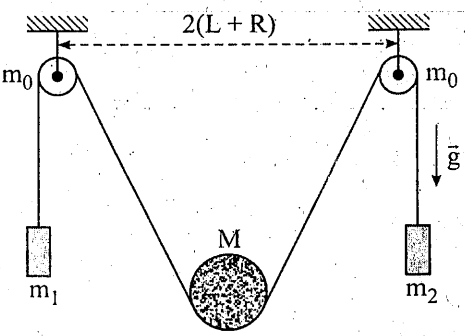
   – Năng lượng tương tác giữa momen từ $\vec{M}$ và từ trường $\vec{B}$ là $U = -\vec{M}.\vec{B}$.

3. Khi chuyển từ hệ quy chiếu gắn với êlectron ở trên về hệ quy chiếu phòng thí nghiệm, do hiệu ứng tương đối tính Tô-mát, năng lượng tương tác vừa tính ở ý 2 giảm đi một nửa giá trị. Hãy tính hiệu bước sóng của hai vạch kép khi êlectron chuyển từ trạng thái kích thích ứng với $n = 2$ về trạng thái cơ bản (trạng thái có năng lượng thấp nhất).

4. Các vạch sáng trong quang phổ của nguyên tử hiđrô có độ rộng. Điều này có thể giải thích là do các mức năng lượng có tính bất định (bất định Hai-xen-béc) và do chuyển động nhiệt của các nguyên tử. Bỏ qua sự bất định Hai-xen-béc, bỏ qua tương tác spin – quỹ đạo, hãy đánh giá bề rộng của vạch phổ do êlectron chuyển từ trạng thái kích thích ứng với quỹ đạo n về trạng thái cơ bản gây nên. Cho biết nguyên tử hiđrô nằm trong môi trường có nhiệt độ T.

(5) Đề thi chọn đội tuyển Olympic năm 2013, ngày thi thứ nhất

Treo hệ gồm hai vật m_1, m_2, giống hệt nhau có cùng khối lượng m và một quả cầu đặc đồng chất có khối lượng M, bán kính R vào hai ròng rọc cố định bằng hai sợi dây mảnh, mềm, nhẹ, không dãn và đủ dài. Các sợi dây nối vào quả cầu tại hai điểm ở hai đầu một đường kính song song với mặt phẳng nằm ngang như hình 5.1. Hai ròng rọc giống hệt nhau có dạng hình trụ đặc, đồng chất, khối lượng m_0, bán kính r và nằm trên cùng độ cao, cách nhau một khoảng $2(L + R)$. Biết $r \ll L$ và ròng rọc có trục vuông góc với mặt phẳng hình vẽ. Bỏ qua ma sát ở trục quay và lực cản không khí. Giả thiết rằng dây không trượt trên ròng rọc. Gia tốc rơi tự do là $\vec{g}$.



Hình 5.1

1. Xác định điều kiện cần thiết để hệ cân bằng và tính khoảng cách từ tâm hình học của M đến mặt phẳng chứa hai trục của ròng rọc khi hệ cân bằng.

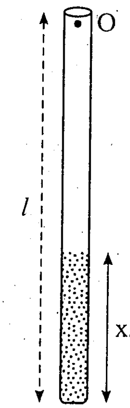
2. Từ vị trí cân bằng kéo vật M xuống phía dưới một đoạn nhỏ A theo phương thẳng đứng rồi buông nhẹ.

   a) Tìm chu kì dao động của các vật.

   b) Tính vận tốc cực đại của M, m_1 và m_2.

3. Khi hệ thống đang nằm yên tại vị trí cân bằng thì đoạn dây nối vật M và ròng rọc bên trái bị đứt. Tính gia tốc của m_2 và lực căng của các phần sợi dây nối m_2 với ròng rọc và ròng rọc với M ngay tại thời điểm dây nối bị đứt.

5.2 Một ống kim loại mỏng, nhẹ chứa thuỷ ngân có thể dao động quanh một trục nhỏ cố định, nằm ngang đi qua điểm O ở đầu ống (H. 5.2). Hệ số dãn nở khối của thuỷ ngân là $\alpha = 18.10^{-5}K^{-1}$, hệ số dãn nở dài của kim loại làm ống là $\beta = 1,0.10^{-5}K^{-1}$. Gọi tỉ số chiều dài của đoạn ống chứa thuỷ ngân so với chiều dài của cả ống là x ($0 < x < 1$). Bỏ qua mọi ma sát và sự tương tác giữa thuỷ ngân và thành ống.

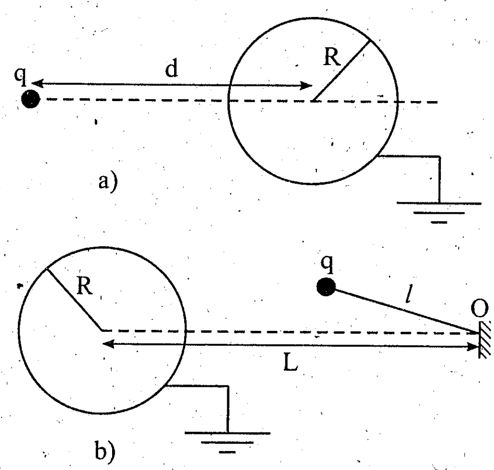


Hình 5.2

1. Ống đứng yên. Tìm giá trị $x = x_0$ để khoảng cách từ đầu O đến trọng tâm của khối thuỷ ngân hầu như không phụ thuộc vào nhiệt độ.
2. Cho ống thực hiện dao động nhỏ quanh trục qua O. Tìm giá trị $x = x_1$ để chu kì dao động của ống hầu như không phụ thuộc vào nhiệt độ.
3. Giả thiết ở nhiệt độ nào đó $x = 0,5$ và chiều dài ống là l. Biết nhiệt dung riêng của thuỷ ngân trong ống là c, khối lượng thuỷ ngân là m. Tính nhiệt lượng cần cung cấp cho ống để nhiệt độ thuỷ ngân tăng thêm Δt. Bỏ qua nhiệt dung của ống và sự trao đổi nhiệt với môi trường xung quanh.

5.3 Một điện tích mang điện tích dương q được đặt gần một quả cầu kim loại bán kính R. Quả cầu được nối đất và giữ cố định (Hình 5.3).

1. Điện tích điểm q được đặt cố định tại một điểm nằm cách tâm quả cầu một khoảng d (Hình a). Xác định vectơ cường độ điện trường $\vec{E}$ tại các điểm nằm trên đường nối điện tích và tâm quả cầu, cách điện tích q một khoảng r. Vẽ phác dạng đồ thị về sự phụ thuộc cường độ điện trường E theo khoảng cách r.
2. Điện tích điểm q có khối lượng m được nối với một sợi dây mềm, nhẹ, mảnh, không dãn, cách điện và có chiều dài l. Đầu kia của dây được gắn vào điểm O cố định (Hình b). Điểm O và tâm quả cầu cách nhau L ($L > l + R$). Bỏ qua tác dụng của trọng lực. Kích thích để q dao động nhỏ trong điện trường. Tìm tần số dao động.



Hình 5.3

54 Một nhiệt kế chất lỏng được đặt trong không khí có cấu tạo gồm phần vỏ thuỷ tinh chiết suất n_{tt} có dạng ống trụ, bán kính ngoài R và phần rỗng bên trong có bán kính r chứa chất lỏng. Hai mặt trong và ngoài của vỏ này là nhẵn và có chung trục O được đặt thẳng đứng. Một người đặt mắt tại M cách trục O của nhiệt kế một khoảng D và quan sát cột chất lỏng theo phương vuông góc với trục O. Bỏ qua sự thay đổi chiết suất của các môi trường theo tần số ánh sáng. Hãy xác định góc trông trong mặt phẳng nằm ngang mà mắt người đó nhìn thấy được cột chất lỏng. Xét hai trường hợp sau :

1. Chất lỏng là thuỷ ngân phản xạ hoàn toàn ánh sáng từ không khí khúc xạ qua thuỷ tinh đến bề mặt của nó.
2. Chất lỏng là một dung dịch chiết suất n_{dd} đã được hoà tan một chất huỳnh quang phát ánh sáng đỏ theo mọi phương khi được chiếu rọi bởi ánh sáng trắng. Cho $n_{dd} < n_{tt}$.

55 Một tàu vũ trụ bay thẳng từ Trái Đất đến một ngôi sao ở cách Trái Đất một khoảng L. Trên nửa quãng đường đầu tàu chuyển động nhanh dần với gia tốc riêng (gia tốc đối với hệ quy chiếu quán tính có vận tốc bằng vận tốc của tàu ở mỗi thời điểm) có độ lớn không đổi là a. Coi hệ quy chiếu gắn với Trái Đất là hệ quy chiếu quán tính. Chọn mốc thời gian t = 0 ở thời điểm tàu bắt đầu phóng.

1. Khi tàu còn đang ở trên nửa quãng đường đầu, hãy tính vận tốc của tàu ở thời điểm t và quãng đường tàu đi được trong thời gian t đối với quan sát viên đứng yên trên Trái Đất.
2. Trong nửa quãng đường sau, con tàu chuyển động chậm dần với gia tốc riêng có độ lớn là a. Hãy tính thời gian tàu đi từ Trái Đất đến ngôi sao đối với quan sát viên đứng yên trên Trái Đất và đối với nhà du hành ngồi trên tàu.

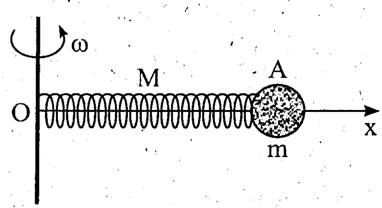
   Cho biết $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 + x^2}} = ln\left(x + \sqrt{a^2 + x^2}\right)$.

56 Nghiên cứu nguyên tử hiđrô theo mẫu nguyên tử Bo. Nguyên tử hiđrô được coi như hệ cô lập gồm hai hạt mang điện bao gồm hạt nhân có khối lượng M mang điện tích dương e và êlectron có khối lượng m mang điện tích –e. Êlectron chuyển động trên các quỹ đạo dừng, xác định dưới tác dụng của lực hút Cu-lông. Biết khi êlectron chuyển động trên quỹ đạo dừng thứ n, momen động lượng của nguyên tử có giá trị $L_n = n\frac{h}{2\pi}$ với h = 6,626.10^{-34} J.s là hằng số Plăng. Cho biết khối lượng êlectron $m = 9,1.10^{-31}$ kg ; điện tích nguyên tố $e = 1,6.10^{-19}$ C ; khối lượng hạt nhân $M = 1836m$.

1. Tính vận tốc của êlectron khi nó chuyển động trên quỹ đạo dừng ứng với $n = 1$ và xác định các tần số ánh sáng mà nguyên tử hiđrô có thể hấp thụ khi nó đang ở trạng thái cơ bản.
2. Coi bán kính nguyên tử là bán kính quỹ đạo dừng thứ nhất ($n = 1$) của êlectron. Sử dụng nguyên lí bất định Hai-xen-béc, đánh giá độ bất định vận tốc của êlctron trong nguyên tử. Nhận xét về giá trị độ bất định vận tốc vừa tính được với giá trị vận tốc tính từ ý 1.
3. Giả thiết quỹ đạo dừng của êlectron là các đường tròn đồng phẳng, đồng tâm. Người ta đặt nguyên tử vào một từ trường đều có cảm ứng từ $\vec{B}$ vuông góc với mặt phẳng quỹ đạo của êlectron và $\vec{B}$ có độ lớn rất nhỏ. Giả thiết rằng êlectron vẫn chuyển động trên quỹ đạo tròn trong mặt phẳng vuông góc với từ trường. Tìm biểu thức xác định bán kính quỹ đạo dừng các mức năng lượng của êlectron.

(6) Đề thi chọn đội tuyển Olympic năm 2013, ngày thi thứ hai

6.1 Một lò xo có độ cứng k, chiều dài tự nhiên L_0 và có khối lượng M phân bố đều theo chiều dài khi không bị biến dạng. Một đầu lò xo được gắn cố định ở O, đầu kia gắn với quả cầu A khối lượng m, kích thước nhỏ. Quả cầu có thể dịch chuyển không ma sát trên một trục nằm ngang Ox (H. 6.1). Người ta quay trục Ox với tốc độ góc ω không đổi quanh một trục thẳng đứng đi qua đầu O của lò xo. Gọi chiều dài của lò xo khi hệ cân bằng là L.



Hình 6.1

1. Tìm L trong hai trường hợp sau :
   a) Bỏ qua khối lượng m so với M ($m \ll M$).
   b) Khối lượng m đáng kể so với M.
2. Tìm động năng của hệ gồm quả cầu và lò xo khi hệ cân bằng.

Cho biết : $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x$; $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = \frac{a^2}{2}\left(\arcsin\frac{x}{a} - \frac{x}{a}\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}}\right)$.

6.2

Bài 1. Một trong những phương pháp làm lạnh hiện đại có thể đạt được nhiệt độ rất thấp là phương pháp khử từ đoạn nhiệt. Để tìm hiểu phương pháp này ta hãy xét một mô hình đơn giản : Hệ gồm N hạt giống nhau, mỗi hạt đều có momen từ có độ lớn μ không đổi. Khi đặt hệ N hạt trên trong một từ trường đều có cảm ứng từ $\vec{B}$, giả thiết rằng momen từ của các hạt chỉ định hướng theo phương song song với từ trường và sự thay đổi năng lượng của hệ chủ yếu là do tương tác của các momen từ với từ trường. Khi hệ hạt ở nhiệt độ T, xác suất để momen từ định hướng cùng chiều với từ trường là $P_+ = Ae^{-\frac{E_+}{kT}}$ và ngược chiều với từ trường là $P_- = Ae^{-\frac{E_-}{kT}}$.

Trong đó A là hệ số chuẩn hoá, $E_+ = -\mu B$ và $E_- = \mu B$ là các giá trị năng lượng của hạt khi momen từ của nó cùng chiều hoặc ngược chiều với từ trường, k là hằng số Bôn-xơ-man, T là nhiệt độ tuyệt đối. Bỏ qua tương tác giữa các hạt trong hệ.

1. Tính hệ số chuẩn hoá A và năng lượng trung bình của hệ.
2. Tính entropy S của hệ theo cảm ứng từ B và nhiệt độ T. Biết rằng $\lim\limits_{x \to \infty} S = 0$.
3. Nhiệt độ ban đầu của hệ là 100 K khi đặt trong từ trường có cảm ứng từ B = 1 T. Giữ hệ đoạn nhiệt và giảm chậm từ trường ngoài về 10^{-3} T, tính nhiệt độ của hệ khi đó.

Bài 2. Thế năng của các phân tử khí trong một trường xuyên tâm nào đó phụ thuộc vào khoảng cách đến tâm của trường theo công thức : $U(r) = \alpha r^2$, với α là một hằng số dương. Khi nhiệt độ khí là T, mật độ khí ở tâm của trường là n_0.

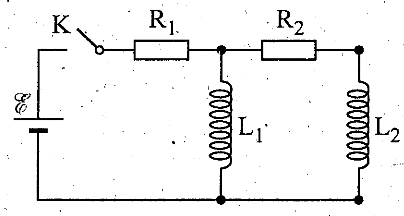
1. Chứng minh rằng mật độ khí ở điểm cách tâm một khoảng r tuân theo phân bố Bôn-xơ-man $n(r) = n_0 e^{-\frac{U(r)}{kT}} = n_0 e^{-\frac{\alpha r^2}{kT}}$, với k là hằng số Bôn-xơ-man.
2. Tìm tỉ số giữa số các phân tử khí nằm trong khoảng có thế năng U và U + dU và tổng số phân tử khí trong trường.
3. Để mật độ các phân tử khí ở tâm của trường tăng lên tám lần thì phải tăng hay giảm nhiệt độ khí đi bao nhiêu lần ?

   Cho biết : $\int\limits_0^\infty e^{-ax^2}dx = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{a}}$.

Cho mạch điện như hình 6.2. Hai cuộn dây L_1 và L_2 là thuần cảm và đều có độ tự cảm là L, các điện trở R_1 và R_2 đều bằng R, nguồn điện có suất điện động $\mathscr{E}$ và điện trở trong không đáng kể. Lúc đầu khoá K mở. Chọn mốc thời gian t = 0 kể từ thời điểm bắt đầu đóng khoá K.

1. Đóng khoá K, xác định cường độ dòng điện qua các cuộn dây theo thời gian t và vẽ phác dạng đồ thị biểu diễn các dòng điện ấy theo t.

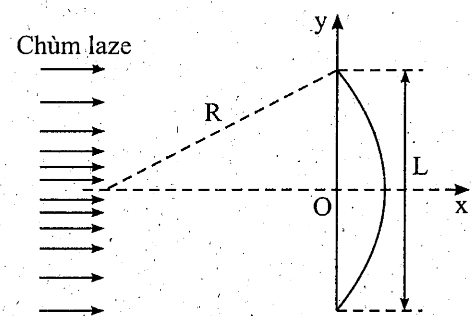
2. Tính điện lượng tổng cộng qua R_2 sau khi đóng K.



Hình 6.2

3. Thay cuộn dây L_1 bằng một tụ điện có điện dung C (ban đầu tụ điện chưa tích điện). Đóng khoá K, tính cường độ dòng điện qua tụ điện theo thời gian t.

6.4 Cho một khối thuỷ tinh trong suốt dạng hình lăng trụ đứng có đáy dạng một phần của hình tròn (H. 6.3) và chiều cao là H được đặt trong không khí. Bán kính cong của đáy là R, độ rộng L = R. Chọn hệ trục toạ độ Oxyz sao cho mặt phẳng yOz trùng với mặt phẳng bên của lăng trụ, gốc O nằm tại tâm mặt phẳng và mặt xOy song song với mặt phẳng đáy của lăng trụ. Biết vật liệu làm lăng trụ có chiết suất phụ thuộc vào toạ độ x theo công thức : $n(x) = \sqrt{3} + \frac{2x}{R}$.

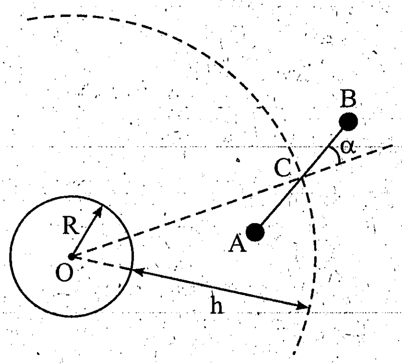


Hình 6.3

Người ta chiếu một chùm tia laze rộng, song song với trục Ox tới vuông góc với mặt phẳng yOz của lăng trụ. Chùm laze có cường độ sáng phân bố đều trên độ rộng của chùm theo phương trục z nhưng thay đổi theo phương trục y dạng $I(y) = I_0\left(1 - \frac{|y|}{R}\right)$ với I_0 là cường độ sáng tại y = 0. Coi rằng các tia laze không bị phản xạ trên các bề mặt lăng trụ.

1. Các tia ló khỏi lăng trụ cắt mặt phẳng xOz trong vùng nào ?
2. Tìm lực do chùm laze tác dụng lên lăng trụ.
3. Người ta dịch lăng trụ dọc theo phương Oy một đoạn $\left(a < \frac{R}{2}\right)$. Giả thiết lăng trụ không bị xoay. Tìm các thành phần F_x, F_y của lực do chùm sáng tác dụng lên lăng trụ.

6.5 Trái Đất coi như hình cầu có khối lượng M, tâm O, bán kính R. Hệ quy chiếu gắn với Trái Đất được xem như hệ quy chiếu quán tính. Từ mặt đất, một vệ tinh nhân tạo được phóng lên quỹ đạo tròn quanh Trái Đất ở độ cao h so với mặt đất (H. 6.4). Khi vệ tinh đang chuyển động ổn định ở độ cao h, vệ tinh tự động mở các tấm pin mặt trời ra hai bên. Khi đó có thể coi gần đúng vệ tinh như một hệ gồm hai chất điểm A, B có khối lượng giống nhau m, được nối với nhau bằng một thanh cứng nhẹ, dài $2l$, có khối tâm C ở độ cao h. Thanh cứng nằm trong mặt phẳng quỹ đạo và tạo với phương OC một góc α. AB chỉ có thể quay quanh trục vuông góc với mặt phẳng quỹ đạo và đi qua C.



Hình 6.4

1. Tìm các giá trị α ứng với các vị trí cân bằng của vệ tinh.
2. Khi vệ tinh chuyển động, tấm pin mặt trời dao động nhỏ quanh vị trí cân bằng bền. Tính chu kì dao động đó.

6.6 Xác định điện trở thuần và độ tự cảm của cuộn dây

Để xác định điện trở thuần và độ tự cảm của một cuộn dây cho trước, người ta sử dụng mạch cầu và dùng điện kế G để xác định trạng thái khi cầu cân bằng.

Cho các dụng cụ và linh kiện sau :

- 01 cuộn dây cần xác định độ tự cảm L và điện trở thuần r ;
- 02 hộp điện trở thuần có thể đặt được các giá trị điện trở ;
- 01 điện trở thuần đã biết giá trị ;
- 01 tụ điện biết trước điện dung C ;
- 01 nguồn điện một chiều chưa biết giá trị điện áp ;
- 01 nguồn điện xoay chiều có thể thay đổi tần số trong dải rộng nhưng chưa biết giá trị điện áp và tần số ;
- 01 điện kế G có các chế độ cho phép xác định trạng thái khi dòng một chiều hoặc dòng xoay chiều qua nó bằng 0 ;
- Dây nối, khoá K cần thiết.

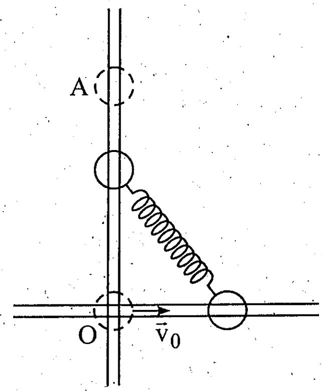
Yêu cầu :

1. Vẽ sơ đồ thí nghiệm, nêu các bước tiến hành để xác định điện trở thuần r của cuộn dây.
2. Trình bày hai phương án thí nghiệm khác nhau để xác định độ tự cảm L của cuộn dây. Mỗi phương án yêu cầu : vẽ sơ đồ thí nghiệm, nêu các bước tiến hành để xác định L.

(7) Đề thi chọn đội tuyển Olympic năm 2014, ngày thi thứ nhất

7.1

1. Hai quả cầu nhỏ có cùng khối lượng m = 10 g được nối với nhau bằng một lò xo nhẹ, có chiều dài tự nhiên l = 10 cm và độ cứng k = 100 N/m. Hai quả cầu này có thể trượt không ma sát trên mặt phẳng nằm ngang dọc theo hai thanh (Hình 7.1). Ban đầu lò xo không biến dạng, hai quả nằm ở A và O như hình vẽ. Truyền cho quả cầu ở O vận tốc v_0 = 2 m/s. Tính độ dãn tỉ đối lớn nhất của lò xo.
2. Giải lại bài toán trên trong trường hợp các quả cầu có thể chuyển động không ma sát trên mặt phẳng nằm ngang.

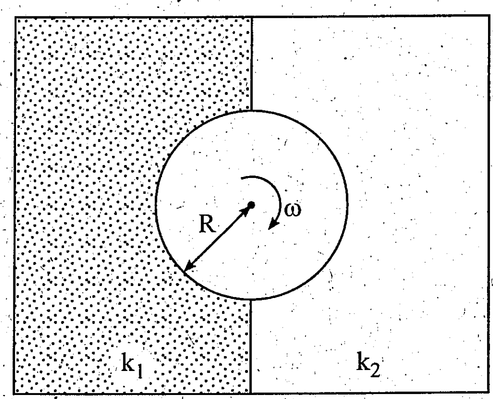


Hình 7.1

7.2 Một đĩa đồng chất nằm ngang, khối lượng M, bán kính R, đang quay với vận tốc góc ω_0 quanh trục thẳng đứng đi qua tâm đĩa thì rơi lên mặt sàn nằm ngang. Lực cản của sàn tác dụng lên phần đĩa diện tích ΔS có vận tốc $\vec{v}$ là $\vec{F}_c = -k\Delta S.\vec{v}$, với k là hệ số cản (Hình 7.2).

Mặt sàn gồm hai phần được ngăn cách nhau bởi đường thẳng Δ, có hệ số cản là k_1, k_2 ($k_1 > k_2$). Tại thời điểm ban đầu, tâm đĩa nằm trên đường phân cách Δ.

1. Xác định độ lớn gia tốc góc và gia tốc khối tâm của đĩa tại thời điểm ban đầu.
2. Tìm khoảng cách mà tâm đĩa bị dịch đi từ thời điểm ban đầu cho đến khi dừng hẳn.



Hình 7.2

7.3 Một bình hình trụ có vỏ dẫn nhiệt, chiều dài L chứa một lượng khí lí tưởng lưỡng nguyên tử có khối lượng mol μ. Bình được đặt thẳng đứng trong trọng trường g. Giữ cố định nhiệt độ đáy dưới của bình là T_0. Khi trạng thái dừng được thiết lập (không có đối lưu) nhiệt độ đáy trên của bình là T_L.

1. Tìm T_L theo T_0, μ, g và L.

2. Xác định vị trí khối tâm của lượng khí trong bình.
3. Tính nhiệt dung mol đẳng tích của khí trong bình.

7.4 Một từ trường $\vec{B}$ đối xứng quanh trục Oz. Trong hệ toạ độ trụ, tại $M(r, \theta, z)$ ở lân cận trục (điều kiện cận trục), cảm ứng từ có các thành phần sau :

$$\begin{cases} B_z = B_z(z) \\ B_r = -\dfrac{r}{2}\dfrac{dB_z}{dz} \end{cases} \qquad (*)$$

trong đó B_z là hàm khả vi đến bậc hai của biến z. Xét một nguồn điểm A trên Oz phát ra các prôtôn có vận tốc $\vec{v}_0$ hợp với Oz góc α. Bỏ qua trọng lực và chỉ xét α nhỏ.

1. Chứng minh rằng phương trình chuyển động của prôtôn có dạng :

$$\begin{cases} \dfrac{d\theta}{dt} = kB_z \\ \dfrac{d^2r}{dt^2} = -k^2rB_z^2 \\ \dfrac{d^2z}{dt^2} = 0 \end{cases}$$

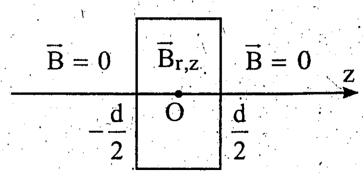
   với k là hằng số phụ thuộc vào khối lượng m, điện tích e của prôtôn.

2. Chứng minh quỹ đạo của prôtôn tuân theo phương trình vi phân :

$$\frac{d^2r}{dz^2} + \left(\frac{eB_z}{2mv_0\cos\alpha}\right)^2 r = 0$$

   Từ phương trình này, chứng tỏ rằng mọi prôtôn được phát từ A với cùng độ lớn vận tốc v_0 sẽ có quỹ đạo cắt Oz tại cùng một điểm.

3. Thấu kính từ mỏng là một vùng không gian tâm O và độ dày nhỏ d, trong đó có một từ trường đối xứng trục. Xét từ trường bên trong thấu kính có dạng như hình 7.3. Bỏ qua từ trường ở bên ngoài thấu kính và giả sử khoảng cách r của các prôtôn tới trục gần như không đổi trong thấu kính mỏng đó. Xét một chùm prôtôn có cùng vận tốc v_0 đi qua thấu kính mỏng song song với trục Oz. Chứng minh rằng thấu kính này là thấu kính hội tụ có tiêu cự ảnh f' xác định bởi :



Hình 7.3

$$\frac{1}{f'} = \left(\frac{e}{2mv_0}\right)^2 \int_{-d/2}^{d/2} B_z^2 dz$$

Áp dụng : Tính độ tụ của thấu kính từ trong trường hợp B được cho bởi $B_z = B_0 e^{-az^2}$. Cho $e = 1{,}6.10^{-19}$ C, $m = 1{,}67.10^{-27}$ kg, $v_0 = 2.10^5$ m/s, $B_0 = 0{,}08$ T, $a = 72\ m^{-2}$, $d = 8$ mm, $\int_0^{0{,}048} e^{-t^2} dt = 0{,}047963$.

7.5 Một hạt nhân có A nuclôn gồm Z prôtôn và N nơtron. Năng lượng liên kết là năng lượng tối thiểu cần thiết để tách tất cả A nuclôn ra khỏi nhau. Nó được cho bởi công thức bán thực nghiệm sau :

$$E(A,Z) = a_V A^\alpha - a_S A^\beta - \frac{a_C Z^\gamma}{A^\delta} - a_A \frac{(A-2Z)^\sigma}{A} \qquad (**)$$

trong đó a_V, a_S,..., α, β,... là các hệ số.

1. Trong mỗi giọt, hạt nhân được coi là gồm A quả bóng nuclôn giống nhau, dính sát vào nhau và lực hạt nhân giữa các nuclôn chỉ có tác dụng khi chúng tiếp xúc nhau. Gọi u là năng lượng liên kết giữa hai nuclôn khi các quả bóng xếp chặt vào nhau, mỗi quả sẽ bị bao quanh bởi 12 quả khác. Tính α, a_V theo u.
2. Thực tế, chỉ có các nuclôn bên trong lòng hạt nhân mới có 12 nuclôn khác bao quanh. Còn các nuclôn ở lớp ngoài của hạt nhân chỉ có 6 nuclôn khác bao. Do vậy ở ý 1 ta đã tính thừa năng lượng liên kết. Số hạng thứ hai trong (**) là do hạt nhân có bề mặt. Biết rằng hệ số xếp chặt, tức là tỉ lệ giữa thể tích tổng cộng của các nuclôn và thể tích hạt nhân là η. Tính β, a_S theo u, η.
3. Do các prôtôn mang điện tích dương giống nhau, nên số hạng thứ ba của (**) chính là độ giảm của năng lượng liên kết bởi lí do này. Coi hạt nhân là một quả cầu tích điện đều, hãy tìm các chỉ số γ, δ và biểu diễn hệ số a_C theo ε_0, điện tích nguyên tố e và bán kính R_0 của nuclôn.
4. Số hạng thứ tư trong (**) là do sự bất đối xứng giữa số hạt nhân prôtôn và số hạt nơtron. Ta sẽ kết hợp với mẫu vỏ để tìm biểu thức của số hạng này. Giả thiết các nuclôn không tương tác với nhau và bị giam trong thể tích của hạt nhân mà thế năng có dạng $U(r) = \frac{1}{2}kr^2$, k là một hệ số dương, r là khoảng cách từ tâm hạt nhân đến nuclôn. Năng lượng của các hạt nuclôn sẽ bị lượng tử hoá.

a) Trước hết xét chuyển động của các hạt nuclôn theo trục Ox với $U(x) = \frac{1}{2}kx^2$. Vẽ hệ toạ độ với trục hoành là x và trục tung là p. Hệ toạ độ đó gọi là không gian pha và trạng thái của nuclôn tại một thời điểm bất kì bởi một điểm trong không gian pha gọi là điểm pha. Theo thời gian, điểm pha di chuyển trong không gian pha vẽ nên quỹ đạo pha. Hạt cổ điển dao động điều hoà sẽ có quỹ đạo pha là đường elip mà diện tích của nó tỉ lệ với năng lượng của hạt. Với hạt lượng tử thì các trạng thái dừng sẽ ứng với một số giá trị xác định của diện tích thoả mãn điều kiện lượng tử hoá

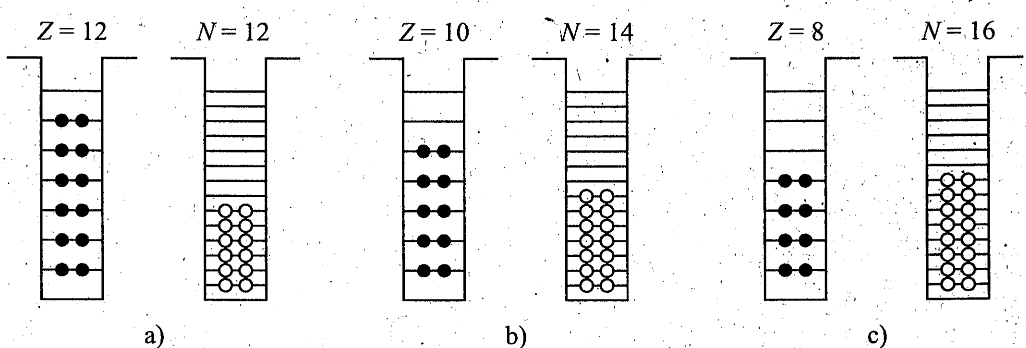
$$S_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)h,\ n = 0, 1, 2,..., h = 6{,}625.10^{-34}\ \text{J.s.}$$

Chứng minh rằng các mức năng lượng của hạt nuclôn có dạng

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\frac{h}{2\pi},\ \text{với}\ \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}\ \text{(m là khối lượng nuclôn).}$$

b) Hãy tìm biểu thức các mức năng lượng của hạt chuyển động trong hố thế ba chiều với giả thiết dao động theo các phương là độc lập.

c) Các nuclôn bị chi phối bởi nguyên lí loại từ Pao-li, ở mỗi mức năng lượng không có quá một hạt cùng loại. Vì nuclôn có spin, có thể hướng lên hoặc hướng xuống nên nguyên lí loại trừ Pao-li cho phép tối đa hai nuclôn cùng loại ở trên cùng một mức năng lượng, một hạt có spin hướng lên, một hạt có spin hướng xuống. Prôtôn và nơtron là hai loại hạt khác nhau nên nguyên lí loại trừ Pao-li áp dụng cho từng nhóm hạt. Bỏ qua sự chênh lệch khối lượng của hai hạt này thì mức năng lượng của chúng là giống nhau hoàn toàn. Hình 7.4 là ví dụ về sự sắp xếp các nuclôn của hạt nhân có cùng số khối A : hình a ứng với N = Z, hình b và hình c ứng với N ≠ Z. Năng lượng liên kết của hạt nhân bất đối xứng (N ≠ Z) sẽ lớn hơn năng lượng liên kết của hạt nhân đối xứng (N = Z). Tìm σ.



Hình 7.4

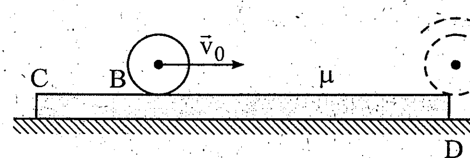
5. Trong tất cả các hạt nhân có cùng số khối A ở trên. Tìm hạt nhân bền nhất. Áp dụng $a_C = 0{,}58$ MeV, $a_A = 0{,}3$ MeV.

7.6. Theo nguyên lí bất định, xung lượng và toạ độ không bao giờ cùng được xác định một cách chính xác. Hai-xen-béc đã đề xuất độ bất định của toạ độ và xung lượng liên hệ với nhau bởi hệ thức gọi là hệ thức bất định Hai-xen-béc : $\Delta x.\Delta p \geq h$.

Trong một buồng bọt người ta quan sát thấy vết bọt của một hạt có động năng T = 200 MeV có bề rộng cỡ 10^{-6} m. Hỏi vệt đó có thể là quỹ đạo chuyển động của một hạt α được không ? Biết rằng $m_\alpha = 4{,}0015$ u, 1 u = 931,5 MeV/c^2.

(8) Đề thi chọn đội tuyển Olympic năm 2014, ngày thi thứ hai

8.1. Một vật hình trụ đặc, đồng chất, bán kính R, khối lượng m chuyển động trên một tấm gỗ đủ mỏng CD đang đứng yên. Tại một thời điểm nào đó, vật chuyển động qua điểm B (BD = l) với vận tốc $\vec{v}_0$ hướng về phía D và không quay. Đúng lúc đó người ta kéo tấm gỗ trên mặt sàn nằm ngang theo hướng CD với gia tốc xác định a nào đó cho vật lăn có trượt về D và rơi xuống bàn. Hệ số ma sát μ giữa vật và bàn đủ lớn (Hình 8.1).



Hình 8.1

1. Tìm điều kiện để vật luôn lăn có trượt trên đoạn BD.
2. Cho $v_0 = \sqrt{\dfrac{\mu g l}{3}}$ và gia tốc a thoả mãn ý 1. Biện luận bài toán với các giá trị a khác nhau và mô tả các chuyển động khả dĩ của vật sau khi rơi lên mặt bàn.

8.2. Hệ số nén k của chất khí được định nghĩa bằng :

$$k = -\frac{1}{V}\frac{dV}{dp}$$

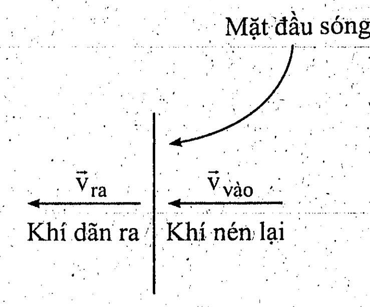
$-dV$ là độ giảm thể tích V gây ra bởi độ tăng áp suất dp. Hệ số này có giá trị phụ thuộc vào điều kiện nén. Xét một mol khí có áp suất p, thể tích V, nhiệt độ T thoả mãn phương trình trạng thái : $\left(p + \dfrac{a}{V^2}\right)V = RT$

và nội năng : $U = C_V T - \dfrac{a}{V}$

1. Người ta phân biệt quá trình nén đoạn nhiệt và đẳng nhiệt với các hệ số k_S, k_T.

Chứng minh rằng $\dfrac{k_T}{k_S} = \dfrac{C_p}{C_V}$.

2. Tốc độ truyền âm trong chất khí có thể tìm được dựa trên mô hình đơn giản sau (Hình 8.2). Xét một sóng truyền trong môi trường khí và giả thiết mặt đầu sóng được truyền với tốc độ v. Để thuận tiện ta sử dụng hệ quy chiếu sao cho mặt đầu sóng đứng yên, khi đó các hạt khí trong cùng sóng chưa truyền đến sẽ chuyển động lại gần mặt đầu sóng và khí bị nén lại tại mặt đầu sóng, còn các hạt khí trong vùng sóng đã đi qua sẽ chuyển động ra xa mặt đầu sóng và khí dãn ra.

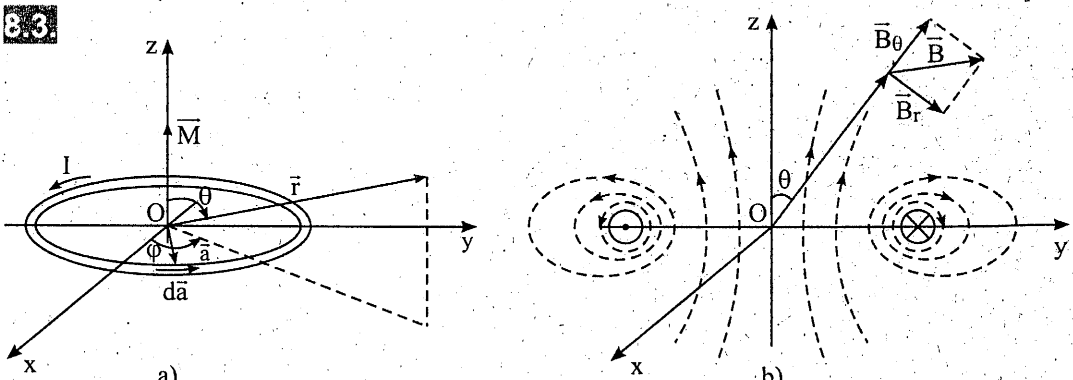


Hình 8.2

Chứng minh rằng : $v = \dfrac{1}{\sqrt{k\rho}}$ (ρ là khối lượng riêng của khí).

3. Áp dụng để tính v trong khí lưỡng nguyên tử có $\mu = 28$ g/mol, $a = 0{,}2$ Pa.m^6/mol^2, $t = 27^oC$, $p = 10^5$ Pa. Biết hằng số khí lí tưởng $R = 8{,}31$ J/(mol.K) và coi quá trình nén là đoạn nhiệt.

8.3.



Hình 8.3

1. Một dòng điện có cường độ I chạy trong vòng dây dẫn tròn bán kính a. Chọn hệ toạ độ cầu như hình 8.3a, gốc O tại tâm vòng dây. Theo định luật Bi-ô-xa-va – La-pla-xơ, ta có : $d\vec{B} = \dfrac{\mu_0}{4\pi} I \dfrac{d\vec{a} \times (\vec{r} - \vec{a})}{|\vec{r} - \vec{a}|^3}$.

trong đó μ_0 là từ độ từ thẩm chân không.

a) Chứng tỏ rằng, từ trường do vòng dây tạo ra ở những điểm cách xa tâm vòng dây ($r \gg a$) được xác định bằng hệ thức :

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\left(3\frac{\vec{M}.\vec{r}}{r^5} - \frac{\vec{M}}{r^3}\right), \quad \vec{M} = \frac{1}{2}I\oint \vec{a} \times d\vec{a}.$$

$\vec{M}$ được gọi là momen từ của vòng dây.

b) Các đường sức từ nằm trong một mặt phẳng chứa trục Oz có phương trình dạng $r = r(\theta)$. Phân tích vectơ $\vec{B}$ thành các thành phần $\vec{B}_r$ và $\vec{B}_0$, viết biểu thức của B_r, B_θ và $r = r(\theta)$.

2. Coi từ trường của Trái Đất được xác định giống như ý 1. Ta sử dụng hệ toạ độ mà mặt phẳng xích đạo vuông góc với momen từ (nghiêng 11^o so với mặt phẳng xích đạo địa lí). Khi các hạt mang điện bay từ vũ trụ đến Trái Đất, tuỳ thuộc vào hướng và độ lớn của vận tốc, chúng có thể xuyên qua hoặc phản xạ, hoặc bị giam giữ. Coi Trái Đất là hệ quy chiếu quán tính, bỏ qua chuyển động tự quay của Trái Đất và bỏ qua gia tốc rơi tự do g.

a) Chứng tỏ rằng hạt khối lượng m, điện tích q chuyển động trong từ trường thì đại lượng :

$$\sin^2\theta\left(mv^2\frac{d\varphi}{dt} + \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{qM}{r}\right)$$

được bảo toàn.

b) Xét hạt ở xa vô cùng chuyển động đến Trái Đất với vận tốc v nằm trong mặt phẳng xích đạo $\left(\theta = \frac{\pi}{2}\right)$. Gọi b là khoảng cách từ tâm Trái Đất đến phương ban đầu của vận tốc. Tìm khoảng cách cực tiểu từ hạt đến tâm Trái Đất.

3. Nếu vận tốc ban đầu của hạt không nằm trong mặt phẳng xích đạo từ, chuyển động của nó rất phức tạp nhưng ta sẽ mô tả nó một cách đơn giản. Xét trường hợp hạt bị giam trong từ trường Trái Đất. Chuyển động của nó có thể phân tích thành ba chuyển động thành phần với chu kì τ_1, τ_2, τ_3 (với $\tau_1 \ll \tau_2 \ll \tau_3$). Trong đó :

I. Thành phần thứ nhất là thành phần chuyển động quay trên một quỹ đạo tròn vuông góc với đường sức từ.

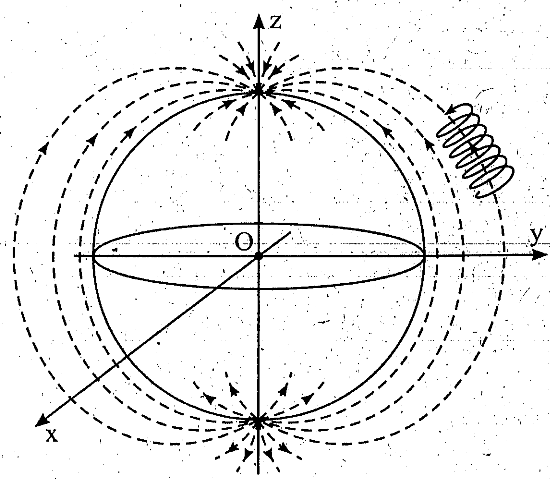
II. Thành phần thứ hai là thành phần chuyển động dọc theo đường sức từ.

III. Thành phần thứ ba là chuyển động quay của mặt phẳng kinh tuyến xung quanh trục của momen từ.

a) Nếu bán kính chuyển động tròn đủ nhỏ, ta có thể coi từ trường gần đúng là đều. Phân tích vận tốc $\vec{v}$ của hạt thành hai phần vuông góc ($\vec{v}_{\perp}$) và song song ($\vec{v}_{//}$) với từ trường ($\vec{B}$). Tìm bán kính quay R và vận tốc góc ω theo q, B và $v_{\perp}$.

b) Khi tâm quay của hạt chuyển động dọc theo đường sức từ, độ lớn B của từ trường có sự thay đổi. Trong hệ quy chiếu gắn với tâm quay, B tăng tỉ lệ thuận theo t. Chỉ ra rằng nếu B tăng đủ chậm thì từ thông gửi qua diện tích chắn bởi quỹ đạo quay của hạt bằng hằng số, từ đó suy ra rằng momen từ của hạt bằng hằng số.

c) Khi hạt lại gần hai cực của Trái Đất (Hình 8.4), B mạnh lên rất nhiều, bán kính quay của hạt giảm, do vậy $v_{\perp}$ tăng lên. Định luật bảo toàn năng lượng khi đó đòi hỏi $v_{//}$ giảm xuống. Tại thời điểm $v_{//} = 0$, hạt dừng trượt và sau đó trượt ngược trở lại, điểm này có tên gọi là điểm gương. Tìm biểu thức xác định vị trí điểm gương theo giá trị góc α_0 là góc tạo bởi phương chuyển động của hạt và đường sức từ khi hạt chuyển động cắt mặt phẳng xích đạo.



Hình 8.4

d) Tìm biểu thức tính chu kì trượt τ_2 theo v_1, α_0 và khoảng cách R_0 tới tâm Trái Đất tại mặt phẳng xích đạo.

e) Tính τ_3 của mặt phẳng kinh tuyến xung quanh trục momen từ.

Cho biết : $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b}(\vec{a}.\vec{c}) - \vec{c}(\vec{a}.\vec{b})$

$$\frac{1}{|\vec{r} - \vec{a}|^3} \approx \frac{1}{r^3} + 3\frac{\vec{r}.\vec{a}}{r^5}$$

$$(v_r, v_\theta, v_\varphi) = \left(\frac{dr}{dt}, r\frac{d\theta}{dt}, r\sin\theta\frac{d\varphi}{dt}\right)$$

8.4. Vào những ngày nắng to, mặt đường nhựa hấp thụ ánh sáng Mặt Trời nên bị nung nóng và làm nóng phần không khí tiếp giáp mặt đường, dẫn đến nhiệt độ của lớp không khí ở gần mặt đường thay đổi theo độ cao. Giả thiết rằng chiết suất của không khí (n) phụ thuộc vào nhiệt độ (T) của nó theo hệ thức $n = 1 + \frac{a}{T}$ và nhiệt độ của lớp không khí ở gần mặt đường phụ thuộc vào độ cao (z) so với mặt đường theo hệ thức $z = \frac{1}{k}\left(1 - \frac{bT^2}{(T+a)^2}\right)$, trong đó a, b, k là các hằng số dương, $b \geq 1$.

1. Một nguồn sáng điểm nằm trên mặt đường (z = 0) phát ra ánh sáng theo mọi phương. Mặt đường được coi là mặt phẳng nằm ngang. Xác định dạng đường trượt của một tia sáng phát ra hợp với phương ngang một góc α_0.
2. Xác định khoảng cách xa nhất mà một người nhìn được, biết hai mắt người đó ở độ cao h.

8.5 Trong một ống trụ rỗng có bán kính trong R_1, người ta đặt đồng trục một lõi trụ đặc bán kính R_2 ($R_2 < R_1$). Bơm một dòng chất lỏng chảy trong ống. Tốc độ chảy dừng của dòng chất lỏng trong ống tại một điểm cách trục ống một đoạn r được xác định bởi :

$$u(r) = -\frac{1}{4\eta}\frac{\Delta p}{\Delta x}r^2 + A\ln r + B, \; (R_2 \leq r \leq R_1)$$

và giảm dần đến 0 ở sát thành ống do lực nội ma sát giữa các dòng chảy. Ở đây η là hệ số nhớt của chất lỏng, $\frac{\Delta p}{\Delta x}$ là độ chênh lệch áp suất trên một đơn vị dài của ống, A, B là các hệ số được xác định từ điều kiện biên.

Cho các dụng cụ và thiết bị sau :

– Ống có cấu tạo như trên với các giá trị R_1, R_2 đã biết ;

– Bình đựng chất lỏng cần xác định độ nhớt ;

– Áp kế chữ U, thước, nước ;

– Bơm có van điều chỉnh lưu lượng ;

– Van khoá và lưu lượng kế ;

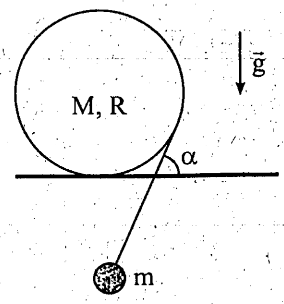
– Giá đỡ, dây treo và các khớp nối cần thiết.

Hãy :

1. Xây dựng công thức liên hệ giữa η và lưu lượng q của chất lỏng.
2. Đề xuất một phương án đo hệ số nhớt của chất lỏng trên.

(9) Đề thi chọn đội tuyển Olympic năm 2015, ngày thi thứ nhất

9.1 Một hình trụ đặc, đồng chất, khối lượng M, bán kính R được đặt trên hai thanh ray song song nằm ngang. Một sợi dây dài, mảnh, nhẹ, không dãn quấn quanh hình trụ. Đầu tự do của sợi dây được luồn vào giữa hai ray và gắn vào vật nhỏ khối lượng m = 3M. Ban đầu các vật được giữ đứng yên, dây ở trạng thái căng và hợp với phương ngang một góc α (H. 9.1). Trục của hình trụ vuông góc với ray. Trọng tâm của hình trụ, sợi dây và vật m nằm trong cùng một mặt phẳng thẳng đứng. Thả nhẹ cho hệ chuyển động.



Hình 9.1

1. Để sau khi thả, hình trụ sẽ chuyển động lăn không trượt, thì hệ số ma sát μ giữa hình trụ và thanh ray phải thoả mãn điều kiện nào ? Tính gia tốc tức thời của trục hình trụ ngay tại thời điểm thả hệ khi đó.
2. Tồn tại một giá trị $\alpha = \alpha_0$ sao cho sau khi thả hệ, hình trụ sẽ chuyển động lăn không trượt và sợi dây luôn hợp với phương ngang góc α_0 không đổi. Tìm giá trị của α_0 và điều kiện của μ trong trường hợp này.
3. Với $\alpha \neq \alpha_0$ và điều kiện trong ý 1 được thoả mãn thì ngay sau khi thả hệ, dây treo có xu hướng quay theo chiều nào ?

9.2 Một hành tinh có dạng hình cầu, bán kính $R = 6{,}4.10^6$ m, bao gồm một lớp vỏ ngoài ở trạng thái rắn và lõi bên trong hình cầu ở trạng thái lỏng. Khối lượng riêng của phần lỏng và rắn được coi là như nhau và bằng $\rho = 5{,}5.10^3$ kg/m^3. Vật chất tạo nên hành tinh có chứa một lượng nhỏ $^{238}_{92}U$ và $^{232}_{90}Th$ là những đồng vị phóng xạ α. Sau phóng xạ α đầu tiên, các chuỗi phóng xạ nhanh chóng kết thúc ở đồng vị chì bền. Bảng 1 dưới đây cho biết chu kì bán rã τ, nồng độ khối lượng tỉ đối c và tổng năng lượng W toả ra trong cả chuỗi phóng xạ của từng đồng vị.

Bảng 1.

Đồng vị	τ (10^9 năm)	W (MeV)	c (kg đồng vị/kg vật chất)
$^{238}_{92}U$	4,5	47,5	$3{,}1.10^{-8}$
$^{232}_{90}Th$	14,0	41,8	$1{,}2.10^{-7}$

Độ dẫn nhiệt của lớp vỏ cứng và khối lỏng bên trong tương ứng là $k_s = 2,9$ W.m^{-1}.K^{-1} và $k_m = 38,0$ W.m^{-1}.K^{-1}.

1. Tính công suất toả nhiệt q do phóng xạ từ một đơn vị thể tích vật chất (theo đơn vị W/m^3).
2. Giả thiết rằng hành tinh không có khí quyển, nằm cách xa các nguồn bức xạ khác và phát xạ như vật đen tuyệt đối. Hãy tính nhiệt độ T_s tại bề mặt hành tinh.
3. Theo định luật Phu-ri-ơ : $\delta Q = -k\dfrac{dT}{dx}dSdt$, trong đó δQ là nhiệt lượng truyền trong thời gian dt qua diện tích dS nằm vuông góc với trục Ox, mà dọc theo nó nhiệt độ T thay đổi. Dấu trừ cho thấy nhiệt năng được truyền từ nơi có nhiệt độ cao về nơi có nhiệt độ thấp hơn. Gọi R_1 là bán kính của mặt tiếp giáp giữa lớp vỏ rắn và lõi. T_C là nhiệt độ tại tâm hành tinh. Tìm biểu thức biểu diễn sự phụ thuộc của nhiệt độ trong lòng hành tinh theo khoảng cách đến tâm hành tinh.
4. Biết nhiệt độ nóng chảy của vật chất tạo nên hành tinh $T_m = 1500$ K. Hãy xác định độ dày d của lớp vỏ cứng và nhiệt độ T_C tại tâm hành tinh.

Cho : số Avô-ga-đrô $N_A = 6,02.10^{23}$ mol^{-1}, điện tích nguyên tố $e = 1,6.10^{-19}$ C, hằng số Xtê-phan – Bôn-xơ-man $\sigma = 5,67.10^{-8}$ W.m^{-2}.K^{-4}. Lấy khối lượng nguyên tử (theo đơn vị cacbon) bằng số khối của nó.

93 Một miền không gian chỉ có trường điện từ gồm từ trường đều với vectơ cảm ứng từ $\vec{B}$ hướng theo trục Oz, điện trường tĩnh có các thành phần của vectơ cường độ điện trường $\vec{E}$ phụ thuộc vào các toạ độ dưới dạng : $E_x = \alpha x$, $E_y = \alpha y$, $E_z = \beta z$, trong đó α, β là các hằng số và $\alpha > 0$.

1. Hai hằng số α, β phải liên hệ với nhau như thế nào ?
2. Cho một hạt mang điện tích $q > 0$, khối lượng m chuyển động trong miền không gian nói trên. Viết các phương trình vi phân mô tả chuyển động của hạt trong trường điện từ. Từ đó tìm ra quy luật chuyển động của hạt theo trục Oz.

   Sử dụng các kí hiệu $\omega_c = \dfrac{qB}{m}$; $\omega_a = \sqrt{\dfrac{2q\alpha}{m}}$.
3. Với điều kiện nào của α thì hạt sẽ chuyển động trong miền không gian hữu hạn ?

4. Giả thiết $\omega_c \gg \omega_a$. Tại thời điểm ban đầu ($t = 0$) hạt nằm tại vị trí $(R, 0, 0)$ và có vận tốc bằng 0.

   a) Tìm biểu thức của $x(t)$ và $y(t)$.

   b) Chứng tỏ rằng tồn tại hệ quy chiếu quay mà trong đó quỹ đạo chuyển động của hạt là đường tròn.

   c) Mô tả quỹ đạo chuyển động của hạt trong mặt phẳng Oxy.

9.4 Một cách tử nhiễu xạ cấu tạo từ $3N + 1$ khe hẹp song song. Tâm các khe cách đều nhau một khoảng d. Bề rộng của các khe liên tiếp giảm theo cấp số nhân với hệ số k ($k > 1$). Chiếu một chùm sáng song song, đơn sắc, bước sóng λ đến cách tử theo phương vuông góc với mặt cách tử. Một thấu kính hội tụ được đặt sau cách tử (để thu chùm sáng nhiễu xạ) sao cho quang trục chính của thấu kính trùng với phương pháp tuyến của mặt cách tử. Hình ảnh nhiễu xạ được quan sát trên màn đặt tại tiêu diện ảnh của thấu kính.

1. Tìm sự phụ thuộc của cường độ sáng trên màn vào góc nhiễu xạ θ (là góc tạo bởi tia nhiễu xạ và tia tới).

2. Nếu ta che các khe thứ 3, 6, 9,... 3N của cách tử thì phân bố cường độ ánh sáng thay đổi như thế nào ? Xét cho trường hợp $N \gg 1$.

Cho : Công thức Ơ-le $e^{i\alpha} = \cos\alpha + i\sin\alpha$.

9.5

1. Một hạt chuyển động với vận tốc $\vec{u'}$ trong mặt phẳng O'x'y' của hệ quy chiếu K' mà hệ này chuyển động với vận tốc $\vec{v}$ không đổi dọc theo trục Ox của hệ quy chiếu quán tính K, sao cho trục O'x' luôn luôn trùng với trục Ox. Gọi $\vec{u}$ là vận tốc của hạt trong hệ quy chiếu K. Biến đổi tương đối tính của các thành phần vận tốc được cho bởi :

$$u_x = \frac{u'_x + v}{1 + \dfrac{vu'_x}{c^2}}, \quad u_x = \frac{u'_y}{\gamma_0\left(1 + \dfrac{vu'_x}{c^2}\right)}, \quad \frac{1}{\gamma_0} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}.$$

   Dẫn ra công thức biến đổi của năng lượng và các thành phần động lượng của hạt từ hệ K' sang hệ K.

2. Hạt mêzôn π^0 có khối lượng nghỉ M phân rã thành hai phôtôn có tần số giống nhau. Trong hệ quy chiếu riêng của mêzôn π^0, xác suất để hạt phôtôn bay ra (tính

cho một đơn vị góc khối) là như nhau theo mọi phương. Nói cách khác, xác suất $dP'(\theta')$ để hạt phôtôn bay ra theo phương nằm trong góc khối $d\Omega'(\theta')$ là :

$$dP'(\theta') = \frac{1}{4\pi} d\Omega'(\theta') = \frac{1}{4\pi} 2\pi \sin\theta' d\theta'.$$

trong đó θ' là góc hợp bởi hướng bay của phôtôn và trục O'x'.

Trong hệ quy chiếu đứng yên (hệ quy chiếu phòng thí nghiệm), hạt mêzôn π^0 chuyển động với vận tốc v dọc theo trục Ox.

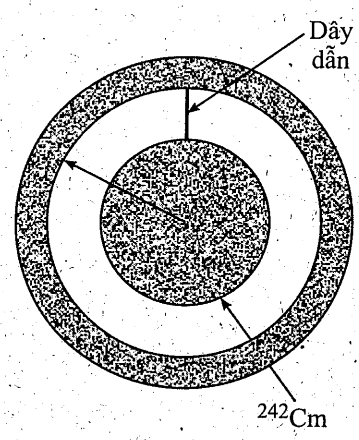
a) Xác suất để phôtôn bay ra dưới góc khối $d\Omega(\theta)$ sẽ có dạng :

$$dP(\theta) = f(\theta).2\pi\sin\theta d\theta.$$

Hãy xác định hàm $f(\theta)$.

b) Gọi $dP(\varepsilon)$ là xác suất để phôtôn có năng lượng nằm trong khoảng từ ε đến $\varepsilon + d\varepsilon$. Xác suất này có thể được biểu diễn dưới dạng $dP(\varepsilon) = g(\varepsilon).d\varepsilon$, với ε là năng lượng của phôtôn. Tìm $g(\varepsilon)$.

9.6. Một quả cầu kim loại, bán kính $r_1 = 10$ cm, được bao quanh bởi một vỏ cầu đồng tâm cũng bằng kim loại có bán kính trong là $r_2 = 2r_1$. Giữa vỏ cầu và quả cầu là chân không. Một lượng n = 0,01 mol đồng vị ^{242}Cm được phủ đều trên mặt quả cầu thành một lớp mỏng (Hình 9.2). Hạt nhân ^{242}Cm phân rã và phát ra hạt α có năng lượng E = 6,1 MeV với chu kì bán rã T = 163 ngày. Vỏ cầu được nối với quả cầu bằng một dây dẫn điện mảnh, nằm theo phương bán kính. Giả thiết sự có mặt của dây dẫn và dòng điện qua nó không ảnh hưởng lên điện trường giữa quả cầu và vỏ cầu, vỏ cầu và quả cầu hấp thụ hoàn toàn các hạt α bay tới chúng, nhưng lớp Cm thì không ảnh hưởng gì tới chuyển động của hạt α. Xét hệ ở trạng thái dừng, là trạng thái mà cường độ dòng điện đạt giá trị ổn định. Bỏ qua sự phát xạ electron từ quả cầu và vỏ cầu.



Hình 9.2

1. Xác định cường độ dòng điện đi qua dây dẫn, khi điện trở của nó bằng $R_1 = 100$ kΩ.
2. Điện trở của dây dẫn phải có giá trị R_2 bằng bao nhiêu để cường độ dòng điện qua nó bằng nửa dòng điện trong ý 1 ?

Cho : số Avô-ga-đrô $N_A = 6{,}02.10^{23}$ mol^{-1}, trị số điện tích êlectron $e = 1{,}6.10^{-19}$ C.

(10) Đề thi chọn đội tuyển Olympic năm 2015, ngày thi thứ thứ hai

10.1 Một giọt mưa được hình thành và rơi xuyên qua đám mây chứa các hạt nước nhỏ li ti, phân bố đều và nằm lơ lửng trong không trung. Trong khi rơi, giọt mưa tích dần nước bằng việc nhập tất cả những hạt nước nhỏ trên đường mà nó quét qua đám mây. Ta giả thiết một cách lí tưởng hoá bài toán này : Không khí không làm ảnh hưởng đến chuyển động của giọt mưa, kích thước ban đầu của giọt mưa nhỏ không đáng kể và giọt mưa luôn có dạng hình cầu. Khối lượng riêng của giọt mưa và của đám mây hơi nước tương ứng là ρ, ρ_0 và được coi là các hằng số.

1. Bán kính giọt mưa r phụ thuộc vào thời gian t theo một hàm số r(t) nào đó. Lập phương trình vi phân của hàm này.
2. Giả thiết r(t) có dạng $r(t) = A\left(\dfrac{\rho_0}{\rho}\right)^{\alpha} g^{\beta} t^{\gamma}$. Trong đó A, α, β, γ là các hệ số không thứ nguyên và A là một số không phụ thuộc vào tham số nào ; g là gia tốc trọng trường. Xác định giá trị của các hệ số A, α, β, γ.
3. Tìm gia tốc của giọt mưa khi nó chuyển động trong đám mây.
4. Tính độ biến thiên cơ năng của giọt mưa theo độ cao h mà nó đã rơi kể từ lúc được hình thành.

10.2 Một bình hình trụ chứa nước có bán kính trong r = 10 cm và chiều cao đủ nhỏ. Hình trụ được đậy chặt bằng một nắp hình bán cầu có cùng bán kính trong với hình trụ. Ban đầu nhiệt độ của bình là $t_1 = 90^oC$ và áp suất bên trong bán cầu là $p_0 = 10^5$ Pa. Biết rằng dưới áp suất p_0 nước sẽ sôi ở nhiệt độ $t_0 = 100^oC$.

1. Nếu bình đựng và nắp cách nhiệt tuyệt đối thì có thể đun sôi được nước ở trong bình hay không, khi quá trình đun là đủ chậm để bình luôn ở trạng thái cân bằng nhiệt ? Tại sao ?
2. Chứng minh rằng áp suất hơi bão hoà p phụ thuộc vào nhiệt độ T theo phương trình Cla-pê-rôn – Clau-di-út : $\dfrac{1}{T}\dfrac{dT}{dp} = \dfrac{V_h - V_l}{L} \approx \dfrac{V_h}{L}$.

   trong đó V_h, V_l lần lượt là thể tích riêng của thể chất ở thể hơi, thể lỏng và $V_h \gg V_l$; L là nhiệt hoá hơi riêng.
3. Giả sử có một cơ chế nào đó để truyền nhiệt từ trong bình ra ngoài thông qua nắp đậy (cho một dòng nước làm mát chạy qua liên tục chẳng hạn), sao cho

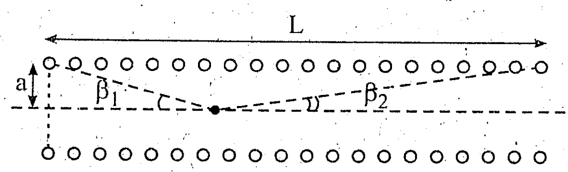
trong suốt quá trình đun, nhiệt độ của hỗn hợp khí và hơi nước ở trong vùng không gian dưới nắp đậy luôn được duy trì ở nhiệt độ t_0. Cho nước có khối lượng mol là $\mu = 18{,}0$ g.mol^{-1}, nhiệt hoá hơi riêng ở áp suất p_0 là $L = 2260$ J.g^{-1} và có thể coi nhiệt hoá hơi riêng là hằng số khi nhiệt độ thay đổi nhỏ, hằng số khí $R = 8{,}31$ J.mol^{-1}.K^{-1}. Có thể coi gần đúng hơi nước bão hoà là khí lí tưởng.

a) Nước trong bình sẽ sôi khi được đun đến nhiệt độ t bằng bao nhiêu ?

b) Tính nhiệt lượng mà bình truyền cho hệ thống làm mát trong một giây để trạng thái sôi của nước trong bình luôn được duy trì một cách ổn định.

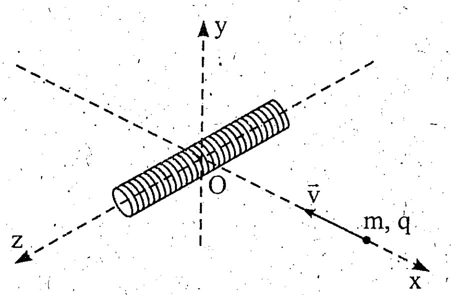
10.3 Một ống dây xô-lê-nô-ít hình trụ, chiều dài L, bán kính a, gồm N vòng dây quấn sát nhau (cách điện với nhau). Cho dòng điện cường độ I chạy trong dây.

1. Xác định cảm ứng từ tại một điểm trên trục của ống dây và nhìn bán kính hai đầu ống xô-lê-nô-ít dưới các góc lần lượt là β_1 và β_2 (Hình 10.1).



Hình 10.1

2. Chọn hệ trục toạ độ như hình 10.2, gốc O nằm trên trục và cách đều hai đầu ống. Một hạt có điện tích q (q > 0), khối lượng m chuyển động với vận tốc ban đầu v từ rất xa theo phương trục Ox về phía ống dây. Tìm tốc độ lớn nhất để điện tích q không chạm vào ống. Giả thiết rằng tại vùng bên trong và gần tâm của ống xô-lê-nô-ít, từ trường là đều và có giá trị bằng từ trường trên trục của ống. Bỏ qua mọi ma sát và ảnh hưởng của trọng lực.



Hình 10.2

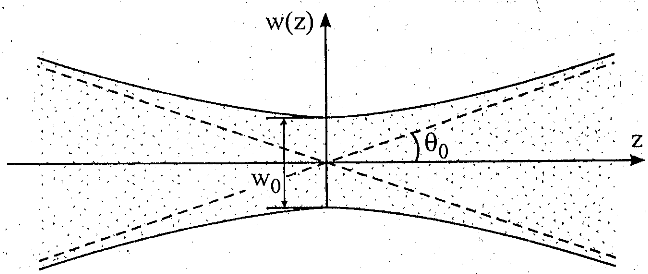
10.4

1. Một chùm sáng hẹp công suất $\mathscr{P}$ chiếu tới quả cầu trong suốt, chiết suất n dưới góc tới θ. Các hệ số truyền qua và phản xạ tại mặt phân cách tương ứng là T và R. Chọn hệ trục toạ độ Oyz trùng với mặt phẳng tới của chùm sáng, có gốc O tại tâm quả cầu, trục Oz hướng theo hướng của chùm sáng tới. Chứng minh rằng các thành phần lực F_z và F_y mà chùm sáng tác dụng lên quả cầu có biểu thức như sau :

$$\begin{cases} F_z = \dfrac{\mathscr{P}}{c}\left\{1 + R\cos 2\theta - \dfrac{T^2[\cos(2\theta - 2\varphi) + R\cos 2\theta]}{1 + R^2 + 2R\cos 2\varphi}\right\} \\ F_y = \dfrac{\mathscr{P}}{c}\left\{R\sin 2\theta - \dfrac{T^2[\sin(2\theta - 2\varphi) + R\sin 2\theta]}{1 + R^2 + 2R\cos 2\varphi}\right\} \end{cases}$$

trong đó φ là góc khúc xạ lần đầu, c là tốc độ ánh sáng trong chân không.

2. Chùm sáng song song lí tưởng là một chùm sáng có mặt phân cách rõ nét giữa môi trường có sóng truyền qua và môi trường không có sóng truyền qua, đồng thời cường độ sáng được phân bố đều bên trong chùm. Tuy nhiên, do nguyên lí bất định Hai-xen-béc (hay nói cách khác do nhiễu xạ theo quan điểm sóng) mà thực tế các chùm sáng không có mặt phân cách rõ nét và sóng truyền đi chiếm toàn bộ không gian. Trong hệ toạ độ trụ mà trục Oz trùng với đường thẳng nằm ở tâm của chùm và hướng theo chiều truyền sóng, phân bố cường độ ánh sáng trong chùm có dạng (H. 10.3)



Hình 10.3

$$I(r,z) = \frac{\mathscr{P}}{\pi w^2(z)}\exp\left(-\frac{2r^2}{w^2(z)}\right) \quad (*)$$

trong đó $\mathscr{P}$ là công suất của chùm sáng và $w(z) = w_0\sqrt{1 + \left(\dfrac{z}{z_0}\right)^2}$, với z_0 là một hằng số.

a) Xét luồng phôtôn đến mặt phẳng z = const. Công thức (*) cho thấy mật độ dòng phôtôn tại trục (r = 0) là lớn nhất, sau đó giảm rất nhanh theo r. Để mô tả chùm sáng, người ta dùng đại lượng gọi là bán kính của chùm σ được định nghĩa là căn quân phương của toạ độ r mà các phôtôn đập tới, tức là $\sigma = \sqrt{\langle r^2 \rangle}$. Chứng minh rằng $\sigma = \dfrac{w(r)}{2}$.

b) Tại mặt phẳng $z = 0$, bề rộng của chùm sáng là nhỏ nhất và bằng w_0. Khi z càng lớn, chùm sáng càng xoè rộng ra. Khi z đủ lớn thì biên của chùm sáng có dạng mặt nón với đỉnh ở tâm chùm sáng và góc ở đỉnh là θ_0 (Hình 10.3). Sử dụng hệ thức bất định Hai-xen-béc, chứng tỏ rằng giữa θ_0, w_0 và bước sóng λ có mối liên hệ : $\theta_0 \sim \dfrac{\lambda}{w_0}$.

3. Đặt quả cầu có bán kính $a \ll w_0$ và các hệ số $T = 0$, $R = 1$ vào chùm sáng nói ở ý 2 sao cho tâm quả cầu có toạ độ $z = 0$, $r = 0$. Tính lực tác dụng lên quả cầu đó.

Cho : Công thức Ơ-le : $e^{i\alpha} = \cos\alpha + i\sin\alpha$;

Khai triển $\dfrac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + \ldots$ với $|x| < 1$.

10.5 Trong bài toán này, ta xét bức xạ điện từ trong một hộp kín có thành phản xạ lí tưởng. Theo quan điểm của Vật lí lượng tử, bức xạ điện từ là tập hợp các hạt chuyển động hỗn loạn không tương tác với nhau gọi là các phôtôn. Nói một cách khác, bức xạ điện từ là một khí phôtôn có nhiều mặt tương tự như khí lí tưởng và do đó nhiều tính chất của nó có thể được thiết lập dựa trên thuyết động học phân tử. Tất nhiên cũng có những khác biệt căn bản. Chẳng hạn, trong cùng một môi trường tất cả các phôtôn đều chuyển động với cùng một vận tốc. Ngoài ra số lượng các phôtôn cũng không phải là không đổi khi thay đổi trạng thái : chúng có thể được sinh ra hoặc bị hấp thụ.

1. Trước hết, ta giả thiết các phôtôn trong hộp chỉ có một tần số f duy nhất. Gọi u là mật độ năng lượng của khí phôtôn trong hộp.

   a) Chứng minh rằng áp suất p do khí phôtôn tạo ra khi va chạm vào thành hộp có giá trị :

$$p = \frac{1}{3}u.$$

   b) Tưởng tượng trên thành hộp có khoét một lỗ nhỏ, hãy biểu diễn năng lượng do các phôtôn bay ra mang đi trong một đơn vị thời gian trên một đơn vị diện tích theo u và c.

2. Thực tế, bức xạ điện từ trong hộp là tập hợp các phôtôn với rất nhiều tần số khác nhau từ 0 đến vô cùng. Gọi du(f) là mật độ năng lượng của khí phôtôn có tần số nằm trong khoảng f đến f + df.

a) Chứng tỏ rằng áp suất và năng suất bức xạ của khí phôtôn vẫn được tính theo ý 1, không phụ thuộc vào dạng cụ thể của hàm du(f).

b) Lí thuyết lượng tử cho biết $du(f) = \dfrac{8\pi hf^3}{c^3\left(e^{\frac{hf}{kT}} - 1\right)}df$, trong đó h là hằng số Plăng, k là hằng số Bôn-xơ-man, T là nhiệt độ tuyệt đối của khí phôtôn. Tìm mật độ năng lượng tổng cộng u của khí phôtôn ứng với mọi tần số.

c) Entropi S của một hệ phụ thuộc vào thể tích V và nhiệt độ T dưới dạng $S = f(V, T) + S_0$, với S_0 là một hằng số. Tìm f(V, T), biết độ biến thiên entropi dS trong quá trình cân bằng vô cùng bé liên hệ với nhiệt lượng trao đổi δQ và nhiệt độ T bằng biểu thức $dS = \dfrac{\delta Q}{T}$. Từ đó suy ra phương trình đoạn nhiệt của khí phôtôn.

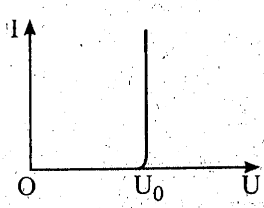
Cho : $\displaystyle\int_0^{\infty} \frac{x^3dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^4}{15}$.

10.6 Xác định điện dung của một tụ điện cho trước

Cho các dụng cụ sau :

– Tụ điện cần xác định điện dung (giá trị cỡ vài μF) ;

– 01 nguồn điện một chiều có các thông số chưa biết (suất điện động cỡ 20 V, điện trở trong dưới 100 Ω) ;



Hình 10.4

– 01 đèn LED có đường đặc trưng vôn – ampe như hình 10.4 (đèn có thể xem là điôt lí tưởng, giá trị U_0 cỡ vài V) ;

– 01 hộp điện trở thuần có thể đặt được các giá trị điện trở ; 01 điện trở thuần có độ lớn chưa biết (các giá trị điện trở vào cỡ kΩ) ;

– Đồng hồ bấm giây ;

– Khoá điện, dây nối đủ dùng.

Hãy :

1. Xây dựng công thức để tìm điện dung của tụ điện.
2. Đề xuất một phương án thí nghiệm để xác định điện dung của tụ điện (vẽ sơ đồ thí nghiệm, nêu các bước tiến hành thí nghiệm và xử lí kết quả).

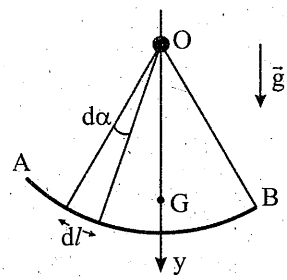
PHẦN HAI
HƯỚNG DẪN GIẢI

A ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI QUỐC GIA THPT

1 Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia THPT năm 2011, ngày thi thứ nhất

1.1

1. Do tính đối xứng, ta thấy ngay G nằm trên đường thẳng đứng Oy (xem hình 1.1G) nên chỉ cần tính toạ độ $y_G = OG$ của vật.



Hình 1.1G

Mật độ khối lượng $\rho = \dfrac{2m}{\pi R}$.

Xét phần tử dài dl, có khối lượng :

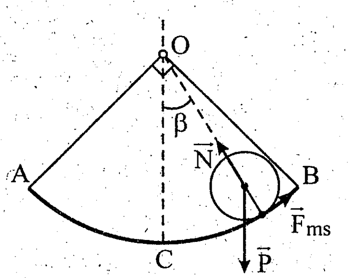
$$dm = \rho l = \frac{2m}{\pi R}dl = \frac{2m}{\pi}d\alpha.$$

Theo công thức tính toạ độ khối tâm :

$$y_G = \frac{1}{m}\int_{-\pi/4}^{\pi/4} R\cos\alpha\frac{2m}{\pi}d\alpha = \frac{2\sqrt{2}R}{\pi}. \text{ Vậy } OG = \frac{2\sqrt{2}R}{\pi}.$$

Chú ý : Có thể dùng phương pháp năng lượng để tính OG.

2. Xét vật 2 ở vị trí ứng với góc lệch β. Gọi φ là góc mà vật 2 tự quay quanh mình nó (Hình 1.2G).



Hình 1.2G

Chọn chiều dương tất cả các chuyển động ngược chiều kim đồng hồ. Lực tác dụng lên vật 2 gồm : trọng lực, phản lực, lực ma sát nghỉ.

Phương trình chuyển động của khối tâm vật 2 xét theo phương tiếp tuyến với quỹ đạo :

$$m_2a = F_{ms} - m_2g\sin\beta$$

Vì β nhỏ : $\sin\beta \approx \beta$ (rad) $\Rightarrow m_2(R - r)\beta'' = F_{ms} - m_2g\beta$ (1)

Phương trình chuyển động quay của khối trụ nhỏ quanh khối tâm :

$$m_2r^2\varphi'' = F_{ms}r \quad (2)$$

Điều kiện lăn không trượt : $(R - r)\beta' = -r\varphi' \Rightarrow (R - r)\beta'' = -r\varphi''$ (3)

Thay (2) và (3) vào (1) ta được : $\beta'' + \dfrac{g}{2(R-r)}\beta = 0$ (4)

Phương trình (4) biểu diễn dao động điều hoà với chu kì $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{2(R-r)}{g}}$

Từ (2) $\Rightarrow F_{ms} = m_2r\varphi'' = -m_2(R-r)\beta'' = m_2(R-r)\omega^2\beta = \dfrac{1}{2}m_2g\beta$ (5)

Phản lực : $N = m_2g\cos\beta = m_2g\left(1 - \dfrac{\beta^2}{2}\right)$ (6)

Điều kiện lăn không trượt : $\left|\dfrac{F_{ms}}{N}\right| \le \mu$ với mọi β (7)

Thay (5) và (6) vào (7) ta có : $\left|\dfrac{F_{ms}}{N}\right| = f(\beta) = \dfrac{\beta}{2-\beta^2} \le \mu \ \forall\ 0 \le \beta \le \beta_0$

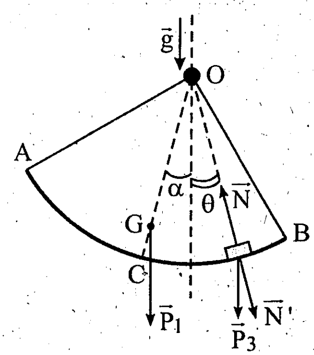
Bất phương trình trên cho nghiệm : $\beta_0 \le \dfrac{1}{2}\left(\sqrt{8 + \dfrac{1}{\mu^2}} - \dfrac{1}{\mu}\right)$.

Cần chú ý : Để có kết quả này cần có thêm điều kiện giới hạn về β_0 để $\sin\beta_0 \simeq \beta_0$ (rad).

3. Xét tại thời điểm khối tâm vật 1 và vật 3 có li độ góc tương ứng là α, θ (Hình 1.3G).

Phương trình chuyển động của vật 3 theo phương tiếp tuyến với hình trụ :

$$m_3R\theta'' = -m_3g\theta \quad (1)$$



Hình 1.3G

Nghiệm là : $\theta = \theta_0\cos\omega_0t = \alpha_0\cos\omega_0t$, với $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{g}{R}}$.

Phương trình quay của G quanh O : $m_1R^2\alpha'' = -m_1g\dfrac{2\sqrt{2}R}{\pi}\alpha$ (2)

Nghiệm phương trình là : $\alpha = \alpha_0\cos\omega_1t$, với $\omega_1 = \sqrt{\dfrac{2\sqrt{2}g}{\pi R}}$ (3)

Góc lệch của vật 3 so với phương OG là :

$$\gamma = \alpha - \theta = 2\alpha_0\cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_0}{2}t\right)\cos\left(\frac{\omega_1 + \omega_0}{2}t\right)$$

Khi vật 3 tới C thì $\gamma = 0$. Suy ra $t_{min} = \dfrac{\pi}{\omega_1 + \omega_0}$.

12

1. a) Đặt trục toạ độ Ox dọc theo trục bình, chiều dương cùng chiều chuyển động của bình.

Xét một lớp khí mỏng khối lượng dm, chiều dày dx, ở cách đáy bình một đoạn x. Trong hệ quy chiếu gắn với Trái Đất, lớp khí này chuyển động cùng bình với gia tốc a và chịu tác dụng của hai lực theo phương Ox là $p_{(x)}S$ và $-p_{(x+dx)}S$.

Theo định luật II Niu-tơn ta có : $[p_{(x)} - p_{(x+dx)}]S = dm.a$ hay $-dp.S = dm.a$ (1)

Mặt khác, phương trình trạng thái với lớp khí là : $p_{(x)}Sdx = \frac{dm}{\mu}RT$ (2)

Từ (1) và (2) tìm được : $p_{(x)} = p_{(0)}e^{-\frac{\mu a}{RT}x} \approx p_{(0)}\left(1 - \frac{\mu a}{RT}x\right)$ (3)

Để tìm $p_{(0)}$, ta dùng định luật bảo toàn khối lượng. Từ (2) và (3) tính dm, sau đó tích phân, tính được :

$$m = \int_0^L dm = \frac{p_{(0)}S\mu}{RT}\int_0^L\left(1 - \frac{\mu a}{RT}x\right)dx = \frac{p_{(0)}S\mu}{RT}\left(L - \frac{\mu a L^2}{2RT}\right)$$

Vậy : $$p_{(0)} = \frac{mRT}{S\mu L\left(1 - \frac{\mu a L}{2RT}\right)} \approx \frac{mRT}{S\mu L}\left(1 + \frac{\mu a L}{2RT}\right)$$

$$p_{(L)} = \frac{mRT}{S\mu L}\left(1 + \frac{\mu a L}{2RT}\right)\left(1 - \frac{\mu a L}{RT}\right) \approx \frac{mRT}{S\mu L}\left(1 - \frac{\mu a L}{2RT}\right).$$

b) Xác định vị trí khối tâm chất khí :

$$x_G = \frac{1}{m}\int_0^L x\,dm = \frac{1}{m}\int_0^L \frac{p_{(0)}S\mu}{RT}x\left(1 - \frac{\mu a}{RT}x\right)dx$$

$$= \left(\frac{L}{2} - \frac{\mu a L^2}{3RT}\right)\left(1 + \frac{\mu a L}{2RT}\right) \approx L\left(\frac{1}{2} - \frac{\mu a L}{12RT}\right)$$

Khi gia tốc thay đổi một lượng da, khối tâm dịch chuyển một khoảng $dx_G = \frac{\mu L^2}{12RT}da$.

Trong hệ quy chiếu gắn với vỏ bình, công nguyên tố do lực quán tính thực hiện lên khối khí là $\delta A = Fdx_G = ma\frac{\mu L^2}{12RT}da \Rightarrow A = \int_{a_0}^{a_0/2}\frac{m\mu L^2}{12RT}ada = -\frac{m\mu L^2}{32RT}a_0^2$

Công do khí thực hiện : $A' = -A = \frac{m\mu L^2}{32RT}a_0^2$

2. Áp dụng nguyên lí I Nhiệt động lực học cho cả khối khí : $\Delta U = A$

$$\Rightarrow \frac{m}{\mu}\frac{3R}{2}\Delta T = -\frac{m\mu L^2}{32RT}a_0^2$$

Do đó, $\Delta T = -\frac{\mu^2L^2}{48R^2T}a_0^2$.

1. Khi một phần lớp điện môi ε_1 với chiều dài x được rút ra khỏi tụ điện, phần còn lại trong tụ điện có chiều dài L – x. Lúc này, tụ điện có thể coi như hệ gồm hai tụ điện mắc song song.

Tụ điện thứ nhất có chiều dài x, có lớp điện môi là không khí có $\varepsilon = 1$ và lớp điện môi ε_2 :

$$C_1 = \frac{2\pi\varepsilon_0}{ln\frac{R+r}{2r} + \frac{1}{\varepsilon_2}ln\frac{2R}{R+r}}x = Ax$$

Tụ điện thứ hai có chiều dài L – x, có lớp điện môi ε_1 và lớp điện môi ε_2 :

$$C_2 = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\frac{1}{\varepsilon_1}ln\frac{R+r}{2r} + \frac{1}{\varepsilon_2}ln\frac{2R}{R+r}}(L-x) = B(L-x)$$

Điện dung tương đương :

$$C = C_1 + C_2 = Ax + B(L-x) = BL + (A-B)x = BL + (A-B)vt$$

Vì B > A nên A – B < 0 và điện dung của tụ điện giảm dần đều theo thời gian.

2. Vì tụ điện được nối với nguồn nên hiệu điện thế giữa hai bản là U không đổi. Khi lớp điện môi được kéo ra khỏi tụ điện một đoạn x = vt, năng lượng của tụ điện thay đổi. Công của ngoại lực F và công của nguồn điện bằng biến thiên năng lượng W của tụ điện $Fdx + Udq = dW$.

Do đó $Fdx = \frac{1}{2}U^2dC - Udq = -\frac{1}{2}U^2dC = -\frac{1}{2}U^2(A-B)dx$ và $F = -\frac{1}{2}(A-B)U^2$

Lực điện $F_đ$ trái chiều với ngoại lực F nên $F_đ = \frac{1}{2}(A-B)U^2 < 0$.

Lực điện tác dụng lên tấm điện môi hướng vào trong lòng tụ điện.

3. Chọn chiều dương của dòng điện là chiều dòng điện tích điện cho tụ điện, ta có : $i = \frac{dq}{dt} = \frac{UdC}{dt} = U(A-B)v < 0 \Rightarrow$ tụ điện phóng điện qua nguồn.

1.4 Gọi C_1, O_1 ; C_2, O_2 là tâm và đỉnh của các mặt cầu tương ứng.

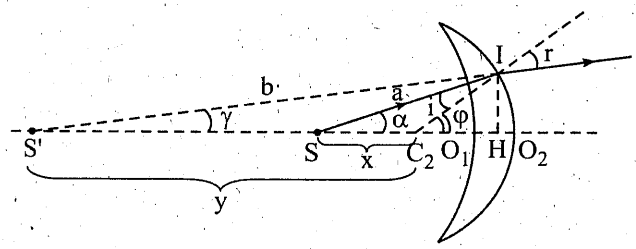
Đường thẳng O_1O_2 là trục chính của thấu kính.

Do thấu kính hội tụ nên $R_1 > R_2$ và C_2 nằm trong khoảng C_1O_1 (Hình 1.4G).

Xét một tia sáng bất kì phát ra từ S và làm với trục chính góc α.

Do nguồn sáng S đặt tại tâm của mặt lõm nên tia sáng này sẽ truyền thẳng đến điểm I trên mặt cầu lồi rồi khúc xạ đi ra ngoài.

Đường kéo dài của tia ló cắt trục chính tại S' ; S' là ảnh của S qua thấu kính.



Hình 1.4G

Gọi i và r là góc tới và góc khúc xạ tại I : $\sin r = n\sin i$.

Đặt $SC_2 = x$ và $S'C_2 = y$.

1. Với các thông số đã cho, dễ dàng chứng minh được rằng tam giác SC_2I cân tại C_2 và góc $i = \alpha$, vì vậy theo định luật khúc xạ : $\dfrac{\sin r}{\sin i} = \dfrac{\sin r}{\sin\alpha} = n$.

   Ta có : $\gamma = \varphi - r = \alpha + i - r = 2\alpha - r$

   Áp dụng định lí hàm số sin cho tam giác $S'C_2I$:

$$y = \frac{R_2\sin r}{\sin\gamma} = \frac{R_2\sin r}{\sin(2\alpha - r)} = \frac{nR_2}{\dfrac{\sin 2\alpha}{\sin\alpha}\cos r - \dfrac{\sin r}{\sin\alpha}\cos 2\alpha} = \frac{nR_2}{\dfrac{\sin 2\alpha}{\sin\alpha}\cos r - n\cos 2\alpha}$$

   - Thay $\alpha = 15^o$ ta tính được $r = 22,84^o$, $y_1 = 9,35$ cm
   - Thay $\alpha \approx 0^o$ ta tính được $r \approx 0^o$, $y_2 = \dfrac{nR_2}{2 - n} = 9$ cm.

   Vậy dải điểm ảnh nằm trên trục chính, ở bên trái C_2, có bề rộng :

$$\Delta y = y_1 - y_2 = 0,35 \text{ cm}.$$

2. Đối với tam giác SC_2I, ta có : $\dfrac{\sin i}{x} = \dfrac{\sin\varphi}{a}$ với $a = SI$.

   Đối với tam giác $S'C_2I$: $\dfrac{\sin r}{y} = \dfrac{\sin\varphi}{b}$ với $b = S'I \Rightarrow \dfrac{x\sin r}{y\sin i} = \dfrac{a}{b} \Rightarrow \dfrac{nx}{y} = \dfrac{a}{b}$

Mặt khác, xét hai tam giác SC_2I và $S'C_2I$ ta có : $\begin{cases} a = \sqrt{R_2^2 + x^2 + 2R_2 x\cos\varphi} \\ b = \sqrt{R_2^2 + x^2 + 2R_2 y\cos\varphi} \end{cases}$

Thay vào biểu thức của a và b ta có :

$$\frac{n^2x^2}{y^2} = \frac{R_2^2 + x^2 + 2R_2 x\cos\varphi}{R_2^2 + y^2 + 2R_2 y\cos\varphi} \Rightarrow n^2x^2 + 2R_2 n^2x^2 y\cos\varphi = y^2(R_2^2 + x^2) + 2R_2 xy^2\cos\varphi$$

Để các tia tới (góc φ khác nhau) đều có đường kéo dài đi qua S' thì phương trình trên có nghiệm R_2 không phụ thuộc vào r.

$$\Rightarrow 2R_2 n^2x^2 y\cos\varphi = 2R_2 xy^2\cos\varphi \Rightarrow n^2x = y^2$$

Thay vào phương trình trên ta có $R_2 = nx$.

Mặt khác, $C_2O_2 = SO_2 - SC_2 = SO_1 + O_1O_2 - SC_2$

$$\Rightarrow R_2 = (R_1 + O_1O_2)\frac{n}{n+1} = 3,6 \text{ cm}$$

15. Sử dụng điều kiện $\mathscr{P} = \frac{2ke^2}{3c^3}a^2$ ta có $\frac{dW}{dt} = -\mathscr{P} = -\frac{2e^2L}{3c^3}a^2$ (1)

Vì êlectron chuyển động tròn với bán kính quỹ đạo r nên chịu lực hướng tâm là lực Cu-lông, theo phương trình định luật II Niu-tơn : $F_{ht} = \frac{ke^2}{r^2} = m\frac{v^2}{r}$ (2)

Năng lượng toàn phần và gia tốc của êlectron là :

$$W = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{ke^2}{r} = \frac{ke^2}{2r} - \frac{ke^2}{r} = -\frac{ke^2}{2r} \quad (3)$$

$$a = a_{ht} = \frac{ke^2}{mr^2} \quad (4)$$

Thay (2), (3), (4) vào (1) $\Rightarrow \frac{ke^2}{2r^2}.\frac{dr}{dt} = -\frac{2ke^2}{3c^3}\left(\frac{ke^2}{mr^2}\right)^2 \Rightarrow dt = -\frac{3m^2r^2c^3}{4k^2e^4}dr$ (5)

Với r = R tại thời điểm t = 0, thời gian mà tại đó $r = R_0$ là :

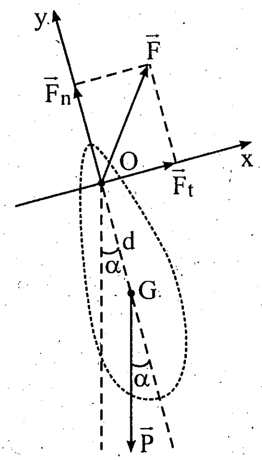
$$t = -\int_R^{R_0} \frac{3mc^3}{4k^2e^4}r^2dr = \frac{m^2c^3}{4k^2e^4}(R^3 - R_0^3)$$, thay số tính được $t = 10^{-9}$ s.

Có $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi r}{e}\sqrt{\frac{mr}{k}} = 1,22.10^{-15}\text{s}$; $T' = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{\pi r}{4e}\sqrt{\frac{mr}{k}} = \frac{T}{8} = 0,153.10^{-15}\text{s}$

Số vòng quay của êlectron là : $N = \frac{2t}{T + T'} \approx 10^6$ vòng.

② Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia THPT năm 2011, ngày thi thứ hai

2.1.



Hình 2.1G

1. Độ lớn phản lực của trục quay lên con lắc (Hình 2.1G).

Chiếu phương trình động lực học $m\vec{g} + \vec{F} = m\vec{a}$ lên các phương :

Ox tiếp tuyến với quỹ đạo khối tâm :

$$m\gamma d = F_t - mg\sin\alpha \quad (1)$$

Oy trùng với phương GO : $m\omega^2 d = F_n - mg\cos\alpha$ (2)

Phương trình chuyển động quay : $I\gamma = -mgd\sin\alpha$ (3)

Từ (1) và (3) suy ra :

$$F_t = mg(1 - A)\sin\alpha, \text{ với } A = \frac{md^2}{I} \quad (4)$$

Định luật bảo toàn năng lượng : $\dfrac{I\omega^2}{2} = mgd(\cos\alpha - \cos\alpha_0)$ (5)

Từ (2) và (5) suy ra : $F_n = mg[(1 - 2A)\cos\alpha + 2A\cos\alpha_0]$

Do đó : $F = \sqrt{F_n^2 + F_t^2} = mg\sqrt{[(1-2A)\cos\alpha + 2A\cos\alpha_0]^2 + (1-A)^2\sin^2\alpha}$

2. Tính gia tốc toàn phần lớn nhất của khối tâm con lắc trong quá trình dao động.

Gia tốc khối tâm :

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2} = \sqrt{(\omega^2 d)^2 + (\gamma d)^2} = g\sqrt{4A^2(\cos\alpha - \cos\alpha_0)^2 + A^2\sin^2\alpha}$$

$$= gA\sqrt{1 - 8\cos\alpha\cos\alpha_0 + 3\cos^2\alpha + 4\cos^2\alpha_0}$$

Khi $\alpha_0 = 60^\circ$ ta có $a = g\dfrac{md^2}{I}\sqrt{2 - 4\cos\alpha + 3\cos^2\alpha}$

Để a cực đại cần có : $(2 - 4\cos\alpha + 3\cos^2\alpha)' = 0$, khi đó $\cos\alpha = \dfrac{2}{3} \Rightarrow a = \sqrt{\dfrac{2}{3}}\dfrac{mgd^2}{I}$

3. Khi tác dụng xung lực $\vec{X}$.

a) Phân tích xung lượng X_O của lực trục quay tác dụng lên con lắc thành hai phần X_{Oy}, X_{Ox} theo phương thẳng đứng Oy và phương ngang Ox. Áp dụng định lí biến thiên động lượng và momen động lượng với v_x, v_y là các thành phần vận tốc khối tâm sau va chạm :

$$mv_{Gx} = X\sin\beta + X_{Ox} ; \qquad (1)$$

$$I\overline{\omega} = lX\sin\beta, \text{ với } \overline{\omega} = \frac{v_{Gx}}{d} \qquad (2)$$

Từ (1) có : $X_{Oy} = X\cos\beta$; $X_{Ox} = mv_{Gx} - X\sin\beta = \left(\frac{mld}{I} - 1\right)X\sin\beta$ (3)

Độ lớn của X_O : $X_O = \sqrt{X_{Ox}^2 + X_{Oy}^2} = X\sqrt{\left(\frac{mld}{I} - 1\right)^2 \sin^2\beta + \cos^2\beta}$

b) Để trục quay không chịu tác động của xung lực $\overrightarrow{X}$ thì cần hai điều kiện :

$X_{Oy} = 0 \Rightarrow \beta = \frac{\pi}{2}$ và $X_{Ox} = 0 \Rightarrow X_O = 0 \Rightarrow l = OA = \frac{I}{md}$.

2.2

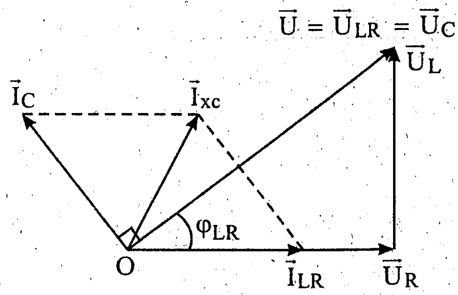
1. Viết lại biểu thức điện áp : $u_{AB} = U_0\cos^2\omega t = \frac{U_0}{2}(1 + \cos 2\omega t)$

Thành phần điện áp không đổi :

$u_1 = \frac{U_0}{2}$ tạo ra dòng điện có cường độ

$I_1 = \frac{U_0}{2R}$

Biểu diễn các thành phần điện áp xoay chiều chạy qua L, R và C trên giản đồ (Hình 2.2G).



Hình 2.2G

Từ giản đồ : $I_{xc}^2 = I_{LR}^2 + I_C^2 - 2I_{RL}I_C\cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_{LR}\right)$

Trong đó : $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_{LR}\right) = \sin\varphi_{LR} = \frac{U_L}{U_{LR}} = \frac{2\omega L}{\sqrt{R^2 + L^2 4\omega^2}}$

$$I_R = \frac{U}{\sqrt{R^2 + L^2 4\omega^2}} ; I_C = 2\omega CU$$

Từ đó $I_{xc}^2 = U^2\left[\frac{1 - 8\omega^2 LC}{R^2 + L^2 4\omega^2} + 4\omega^2 C^2\right]$ (1)

Để biên độ thành phần xoay chiều không phụ thuộc vào R thì :

$$1 - 8\omega^2 LC = 0 \Rightarrow \omega = \frac{1}{2\sqrt{2LC}}$$

Số chỉ ampe kế là giá trị hiệu dụng của cường độ dòng điện :

$$I = \sqrt{\overline{i^2}} = \sqrt{\overline{(I_1 + i_{xc})^2}} = \sqrt{I_1^2 + \frac{I_0^2}{2}} = \frac{U_0}{2}\sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{C}{2L}}$$

2. Để số chỉ của ampe kế là nhỏ nhất thì I_{xc} nhỏ nhất.

Đặt $x = (2\omega)^2$; từ (1) có hàm số $y = \left[\frac{1 - 2LCx}{R^2 + L^2x} + C^2x\right]$ (2)

I_{xc} nhỏ nhất khi $y' = 0 \Rightarrow y' = \frac{-2LC(R^2 + L^2x) - L^2(1 - 2LCx)}{(R^2 + L^2x)^2} + C^2 = 0$

$\Rightarrow -2LC(R^2 + L^2x^*) - L^2(1 - 2LCx^*) + C^2(R^2 + L^2x^*)^2 = 0$

Giải ra tìm được : $x^* = \frac{1}{L^2}\left[\sqrt{\frac{L^2}{C^2} + \frac{2LR^2}{C}} - R^2\right]$. Vậy $\omega = \frac{\sqrt{\sqrt{\frac{L^2}{C^2} + \frac{2LR^2}{C}} - R^2}}{2L}$.

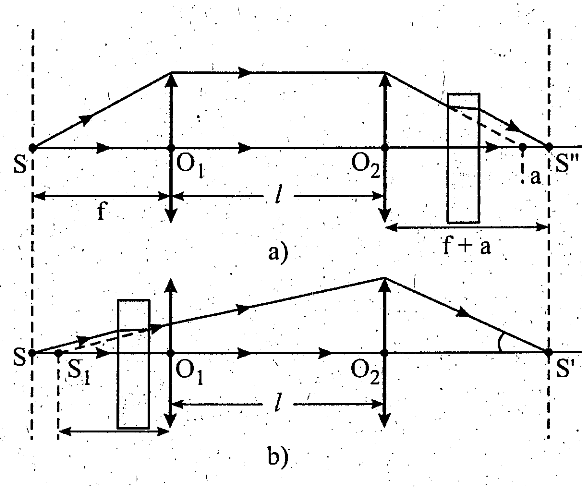
2.G

1. Khi chưa đặt bản mặt song song, ảnh của S sẽ hội tụ tại F_2'.

• *Khi đặt bản mặt song song phía sau thấu kính L_2* (Hình 2.3Ga).

Ảnh S" của S qua quang hệ bị dịch đi một đoạn $a = h\left(1 - \frac{1}{n}\right)$ theo đường truyền tia sáng và do đó cách L_2 là $d_2' = f + a$, từ đó tính được $d_2 = \frac{(f + a)f}{a}$ (1)

• Khi đặt bản mặt song song phía trước thấu kính L_1 (Hình 2.3Gb).



Hình 2.3G

Sơ đồ tạo ảnh :

$$S \rightarrow \text{Bản mỏng} \rightarrow S' \xrightarrow{d_1} L_1 \xrightarrow{d_1'} S'' \xrightarrow{d_2} L_2 \xrightarrow{d_2'} S'''$$

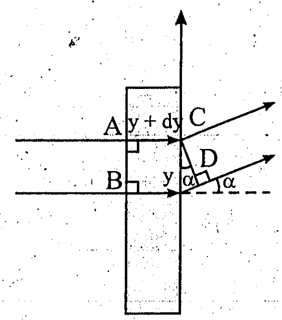
Ta có : $d_1 = f - a \Rightarrow d_1' = \frac{d_1 f}{d_1 - f} = -\frac{(f - a)f}{a}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra : $l = d_2 + d_1' = \frac{(f + a)f}{a} - \frac{(f - a)f}{a} = 2f.$

2. a) Xét chùm tia rất hẹp, giới hạn bởi hai tia sáng song song ở độ cao y và y + dy, các tia ló ra khỏi bản mặt bị lệch góc α so với tia tới. Sự thay đổi chiết suất chỉ có thể bỏ qua nếu đường truyền của mỗi tia trong bản mặt gần như thẳng và gần như vuông góc với bản mặt.

Do đó quang trình của tia AC là : $h(n_0 + k(y + dy))$ và BD là : $h(n_0 + ky) + dy\sin\alpha$ (Hình 2.4G).

Quang trình của hai tia giữa hai mặt đầu sóng AB và CD bằng nhau : $h(n_0 + k(y + dy)) = h(n_0 + ky) + dy\sin\alpha$.



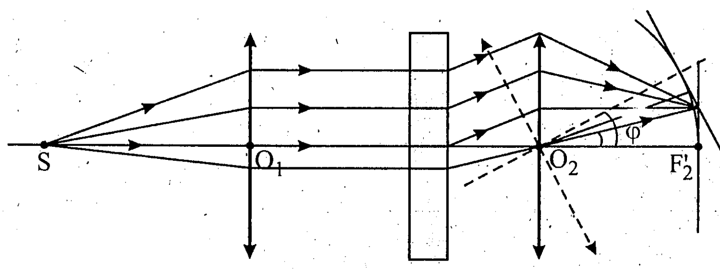
Hình 2.4G

Từ đó suy ra : $\sin\alpha = kh$ không phụ thuộc vào y, nên chùm sáng qua bản mặt là chùm song song lệch so với quang trục một góc α. Vì vậy chùm tia qua thấu kính L_2 hội tụ tại điểm S" nằm trên tiêu diện và cách tiêu điểm là :

$$S''F_2 = f\tan\alpha = \frac{khf}{\sqrt{1-k^2h^2}}$$

Từ giả thiết, có thể suy ra $kh \ll 1$, do đó có thể làm gần đúng : $S''F_2 \approx khf$.

b) Điểm ảnh S" luôn nằm tại giao điểm giữa tia sáng O_2S'' qua quang tâm và tiêu diện ảnh của thấu kính L_2. Khi trục chính của thấu kính L_2 lệch đi góc φ, tiêu diện ảnh của L_2 cũng quay đi góc φ (Hình 2.5G).



Hình 2.5G

Vậy S''' nằm trên O_2S'' và cách O_2 một đoạn : $O_2S''' = \dfrac{f}{\cos(\varphi - \alpha)}$.

2.4

1. Gọi hệ số nén đoạn nhiệt của hỗn hợp khí là γ.

Từ phương trình đoạn nhiệt : $pV^\gamma = p_0V_0^\gamma \Rightarrow ln\left(\dfrac{p}{p_0}\right) = \gamma ln\left(\dfrac{V_0}{V}\right)$

Bằng việc xác định độ nghiêng của đường đồ thị $ln\left(\dfrac{p}{p_0}\right)$ theo $ln\left(\dfrac{V_0}{V}\right)$ ta có giá trị γ.

Lập bảng số liệu

V (dm^3)	10,0	9,00	8,20	7,40	6,70	6,10
p (10^5 N/m^2)	1,00	1,17	1,35	1,57	1,83	2,11
$ln\left(\frac{V_0}{V}\right)$	0,00	0,11	0,20	0,30	0,40	0,49
$ln\left(\frac{p}{p_0}\right)$	0,00	0,16	0,30	0,45	0,60	0,75

Dựng đồ thị $ln\left(\frac{p}{p_0}\right)$ theo $ln\left(\frac{V_0}{V}\right)$ (Hình 2.6G) $\Rightarrow \gamma = 1,53$

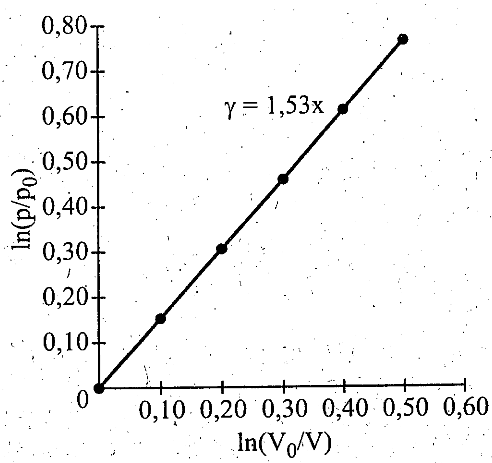
$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{C_V + R}{C_V} = 1,53 \Rightarrow C_V = 1,89\,R$$

Trong 1 mol hỗn hợp khí, gọi n_1 là số mol khí Ar, n_2 là số mol khí H_2.

Ta có : $\frac{3}{2}Rn_1 + \frac{5}{2}Rn_2 = 1,89R$

với $n_1 + n_2 = 1 \Rightarrow n_2 = 0,61$ mol

và $n_2 = 0,39$ mol.



Hình 2.6G

Khối lượng mol của hỗn hợp là : $\mu = 40n_1 + 2n_2 = 25,2$ g/mol.

Vậy trong 8,5 g hỗn hợp khí có : 8,24 g Ar và 0,26 g H_2.

2.

2.1. a) Xác định điện áp U_0

Khi chiếu sáng và hở mạch, cường độ dòng điện I = 0 và điện áp sinh ra trên hai đầu pin chính là thế hở mạch U_0 :

$$I = I_d(e^{\alpha U_0} - 1) + I_g = 0 \Rightarrow U_0 = \frac{1}{\alpha} ln\left(1 - \frac{I_g}{I_d}\right) \qquad (1)$$

b) Viết phương trình xác định U_m và tính $\mathscr{P}_m$ theo R_m.

• Khi mắc pin với điện trở R và chiếu sáng, dòng điện qua pin và dòng điện qua R có độ lớn bằng nhau. Hiệu điện thế giữa hai đầu của pin cũng bằng hiệu điện thế giữa hai đầu điện trở.

Do đó công suất tiêu thụ trên R là : $\mathscr{P} = UI = UI_d[(e^{\alpha U} - 1) + I_g]$

Công suất cực đại ứng với $U = U_m$ khi $\mathscr{P}'(U_m) = 0 \Rightarrow I_d[(e^{\alpha U_m} - 1) + I_g + U_m\alpha e^{\alpha U_m}] = 0$

$$\Rightarrow (1 + \alpha U_m)e^{\alpha U_m} = 1 - \frac{I_g}{I_d} \qquad (2)$$

• Xác định công suất cực đại theo giá trị trở tải.

Từ (2) ta có : $$e^{\alpha U_m} = \frac{I_d - I_g}{I_d(1 + \alpha U_m)} \qquad (3)$$

Định luật Ôm với điện trở : $$\frac{U_m}{R_m} = I = I_d(e^{\alpha U_m} - 1) + I_g \qquad (4)$$

Từ (3), (4) suy ra : $$\frac{U_m}{R_m} = \frac{\alpha U_m(I_g - I_d)}{(1 + \alpha U_m)} \Rightarrow U_m = \frac{\alpha R_m(I_g - I_d) - 1}{\alpha}$$

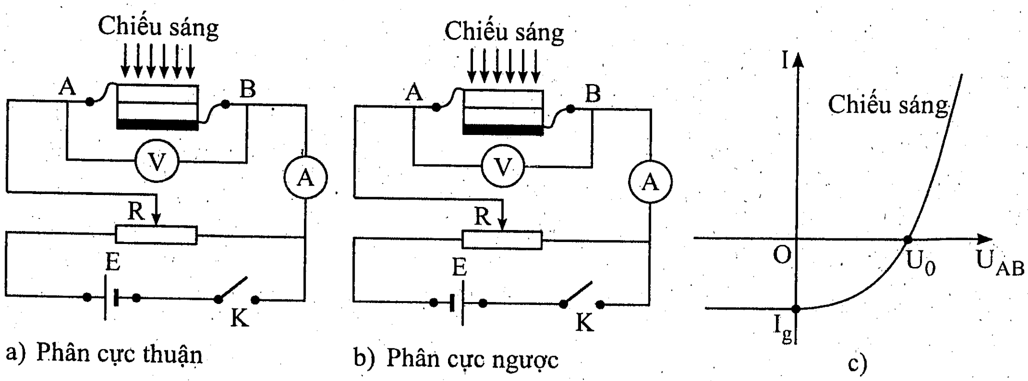
Công suất cực đại : $$\mathscr{P}_m = \frac{U_m^2}{R_m} = \frac{(\alpha R_m(I_g - I_d) - 1)^2}{\alpha^2 R_m} = \left(\sqrt{R_m}(I_g - I_d) - \frac{1}{\alpha\sqrt{R_m}}\right)^2$$

2.2. a) Đặc trưng vôn - ampe của pin

Vẽ sơ đồ mắc mạch (Hình 2.7Ga, b).

Vẽ phác dạng đồ thị vôn - ampe (Hình 2.7Gc).

Chỉ ra được giá trị U_0 và I_g là giao của đường đặc trưng với trục hoành và trục tung.



Hình 2.7G

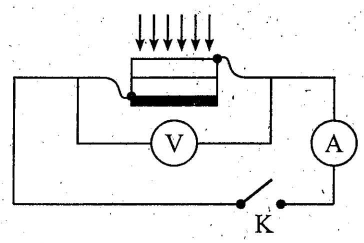
b) Phương án thí nghiệm xác định các giá trị đặc trưng I_d và α của pin

• Cơ sở lí thuyết (Hình 2.8G).

Điện áp hở mạch khi chiếu sáng : $U_0 = \frac{1}{\alpha} ln\left(1 - \frac{I_g}{I_d}\right)$.

Chiếu sáng mạnh : $|I_g| \gg I_d$ suy ra :

$$U_0 \approx \frac{1}{\alpha} ln\frac{-I_g}{I_d} = \frac{1}{\alpha} ln|I_g| - \frac{1}{\alpha} lnI_d = Aln|I_g| + B$$



Hình 2.8G

Như vậy, để tìm α và I_d ta cần vẽ được đồ thị $U_0 = U_0(I_g)$. Đồ thị này được dựng bằng việc thay đổi cường độ chiếu sáng để nhận các cặp giá trị I_g và U_0 tương ứng.

Xác định U_0 : Đo thế hở mạch ; I_g chính là dòng ngắn mạch.

• Tiến hành thí nghiệm : Sử dụng chế độ chiếu sáng mạnh.

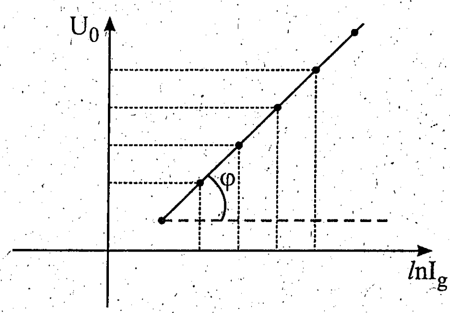
– Chiếu sáng vào bề mặt pin, dùng vôn kế đo hiệu điện thế hở mạch U_0.

– Nối tắt hai đầu pin thông qua ampe kế, đọc chỉ số dòng điện tương ứng I_g.

– Lặp lại các thao tác trên với các cường độ chiếu sáng khác nhau.

Ghi số liệu vào bảng dưới.

Lần đo	U_0	I_g
1	....	....
2	....	....
3	....	....
....	....	....



Hình 2.9G

• Xử lí số liệu : Dựng đồ thị biểu diễn mối quan hệ U_0 theo lnI_g (Hình 2.9G).

Từ độ nghiêng đồ thị suy ra : $A = \frac{1}{\alpha} = \tan\varphi \Rightarrow \alpha = \cot\varphi$

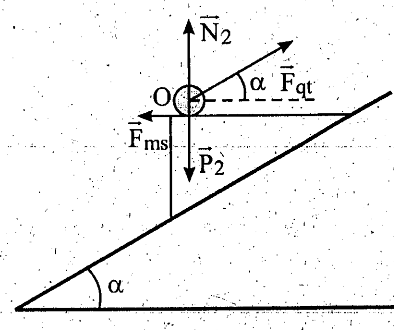
Từ điểm cắt ngoại suy của đường với trục lnI_g suy ra : $B = -\frac{1}{\alpha} lnI_d \Rightarrow I_d = e^{-\alpha B}$.

(3) Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia THPT năm 2012, ngày thi thứ nhất

3.1

1. Bỏ qua khối lượng của quả cầu, nên gia tốc của nêm là $a_1 = g\sin\alpha$

a) Theo phương song song mặt nêm có thành phần lực quán tính gây ra gia tốc cho quả cầu là $F_{qt}\cos\alpha$, nên gia tốc tương đối của quả cầu so với nêm là : $a_{21} = \dfrac{F_{qt}}{m_2} = a_1\cos\alpha = \dfrac{1}{2}g\sin2\alpha$ (Hình 3.1G).



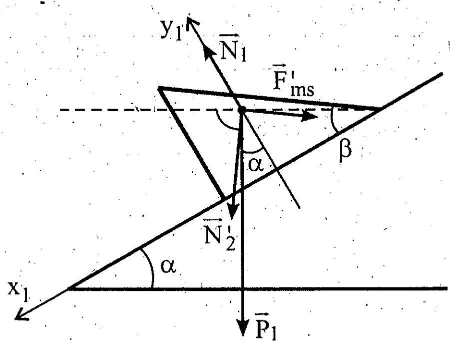
Hình 3.1G

b) Xét quả cầu : $m_2a_1\cos\alpha - F_{msn} = m_2a_{21}$

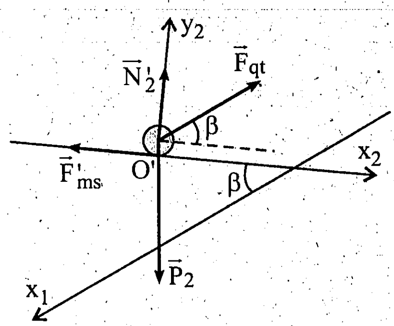
$\Rightarrow m_2g\sin\alpha\cos\alpha - F_{msn} = m_2a_{21}$ (*)

$$F_{msn}R = \frac{2}{5}m_2R^2\gamma \Rightarrow \frac{2}{5}m_2a_{21} = F_{msn} \text{ (**) (Hình 3.2G)}$$

Từ (*), (**) tính được : $a_{21} = \dfrac{5}{7}g\sin\alpha\cos\alpha = \dfrac{5}{14}g\sin2\alpha$.



Hình 3.2G



Hình 3.3G

2. Xét chuyển động của nêm trong hệ quy chiếu đất (Hình 3.3G) :

$$m_1g\sin\alpha + N'_2\sin\beta - F_{mns}\cos\beta = m_1a_1 \quad (1)$$

Xét chuyển động của quả cầu trong hệ quy chiếu gắn với nêm :

Theo O'x_2 : $m_2g\sin(\beta - \alpha) + m_2a_1\cos\beta - F_{msn} = m_2a_{21}$ (2)

Theo O'y_2 : $N_2 + m_2a_1\sin\beta - m_2g\cos(\beta - \alpha) = 0$ (3)

Phương trình cho chuyển động quay : $F_{mns}R = \dfrac{2}{5}m_2R^2\gamma = \dfrac{2}{5}m_2R^2\dfrac{a_{21}}{R}$

$$\Rightarrow \frac{2}{5}m_2a_{21} = F_{msn} \quad (4)$$

$$N'_2 = N_2 \quad (5)$$

Thay số với $\alpha = 30^o$; $\beta = 60^o$; $m_1 = m_2$, tính được $a_1 = \dfrac{11}{17}g$.

3. Khi nêm trượt trên mặt phẳng nghiêng, theo phương dọc mặt phẳng nghiêng, phương trình định luật II Niu-tơn : $m_1 g\sin\alpha - F_{ms} = m_1 x'' \Rightarrow m_1 g\sin\alpha - km_1 gx\cos\alpha = m_1 x''$

$x'' + kxg\cos\alpha - g\sin\alpha = 0$. Đặt : $X = x - \dfrac{\tan\alpha}{k}$ ta được : $X'' + kg\cos\alpha X = 0$.

Như vậy nêm trượt dưới tác dụng của hợp lực theo phương dọc mặt phẳng nghiêng là lực giả đàn hồi với $\omega = \sqrt{gk\cos\alpha}$, chu kì T, biên độ A : $X = A\sin\omega t$.

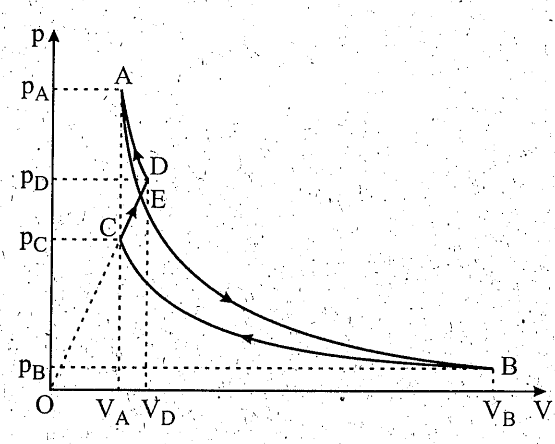
Vị trí cân bằng của nêm có toạ độ $X = 0 \Rightarrow x_0 = \dfrac{\tan\alpha}{k}$, trong đó chọn $x = 0$ tại vị trí nêm bắt đầu lọt hẳn vào vùng có $\mu = ks$.

Quãng đường vật đi được $s_0 = A + x_0$.

Thời gian chuyển động của nêm là :

$$\tau = \frac{T}{4} + \frac{\arcsin\left(\frac{x_0}{A}\right)}{\omega} = \frac{\pi + 2\arcsin\left(\frac{\tan\alpha}{ks_0 - \tan\alpha}\right)}{2\sqrt{kg\cos\alpha}}.$$

3.2



Hình 3.4G

1. Xét trạng thái A và C, có $V_A = V_C$

nên $\dfrac{p_A}{p_C} = \dfrac{T_A}{T_C} = \dfrac{T_2}{T_1} = 2$

$\Rightarrow p_A = 2p_C = 8.10^5\ N/m^2$

(Hình 3.4G).

Xét quá trình AB :

$\left(\dfrac{V_B}{V_A}\right)^{\gamma-1} = \dfrac{T_A}{T_B} = 2$, với $\gamma = \dfrac{7}{5}$

tính được $V_B = 2^{\frac{5}{2}} V_A = 28{,}3.10^{-3}\ m^3$

Xét quá trình đẳng nhiệt BC :

$$p_B V_B = p_C V_C = RT_1 \Rightarrow p_B = \frac{p_C V_C}{V_B} = 2^{-\frac{5}{2}}.4.10^5 = 0{,}71.10^5\ N/m^2$$

$$P_C V_C = RT_1 \Rightarrow T_1 = \frac{p_C V_C}{R} = \frac{4.10^5.5.10^{-3}}{8{,}31} = 240{,}67\ K$$

Xét quá trình đẳng nhiệt DA : $p_D V_D = RT_2 \Rightarrow p_D = \dfrac{RT_2}{V_D}$ (1)

Xét quá trình CD : Vì đồ thị là đường thẳng đi qua gốc toạ độ nên $p = kV$, với $k = \dfrac{p_C}{V_C} = 0{,}8.10^8\ \text{N.m}^{-5}$

Vậy $p_D = kV_D$ (2)

Từ (1) và (2) tính được : $V_D = \sqrt{\dfrac{RT_2}{k}} = \sqrt{\dfrac{2RT_1}{k}} \approx 7{,}07.10^{-3}\ \text{m}^3$

$p_D = kV_D = 5{,}66.10^5\ \text{N/m}^2$.

2. E là giao điểm của CD và AB, tại đó có :

$$p_E = kV_E = \frac{p_A V_A^{\gamma}}{V_E^{\gamma}} \Rightarrow V_E^{\gamma+1} = \frac{p_A V_A^{\gamma}}{k} \Rightarrow V_E = 6{,}67.10^{-3}\ \text{m}^3\ ;$$

$p_E = kV_E = 5{,}34.10^5\ \text{N/m}^2$

$\left(\dfrac{V_A}{V_E}\right)^{\gamma-1} = \dfrac{T_E}{T_A} \Rightarrow T_E = T_2\left(\dfrac{V_A}{V_E}\right)^{\gamma-1}$. Thay số tính được : $T_E = 481{,}34.\left(\dfrac{5}{6{,}67}\right)^{\frac{2}{5}} = 42{,}9\ \text{K}$.

Quá trình EB : $A_{EB} = -\Delta U_{EB} = \dfrac{R(T_B - T_E)}{1-\gamma} = \dfrac{8{,}31(240{,}67 - 428{,}94)}{1 - \dfrac{7}{5}} = 3910\ \text{J}$

Quá trình BC : $A_{BC} = RT_B \ln\dfrac{V_C}{V_B} = RT_1 \ln\dfrac{V_A}{V_B} = 8{,}31.240{,}67.\ln 2^{-\frac{5}{2}} = -3466\ \text{J}$

Quá trình CE :

$$A_{CE} = \frac{1}{2}(p_C + p_E)(V_E - V_C) = \frac{1}{2}(4{,}00 + 5{,}34)(6{,}67 - 5).10^2 = 779{,}89\ \text{J}$$

Công của chu trình là :

$$A = A_{EB} + A_{BC} + A_{CE} = 3911{,}31 - 3465{,}68 + 779{,}89 = 1226\ \text{J}$$

33

1. Gọi vận tốc của hạt là v_0 và tốc độ góc là ω_0.

Lực Lo-ren : $F_L = qv_0B = q\omega_0 RB = q\omega_0 R\dfrac{A}{R^n} = q\omega_0 AR^{1-n}$ đóng vai trò lực hướng tâm nên : $F_L = q\omega_0 AR^{1-n} = m\omega_0^2 R \Rightarrow \omega_0 = \dfrac{Aq}{mR^n} = \dfrac{Aq}{mR^{\frac{2}{3}}}$

Vận tốc ban đầu của hạt mang điện là : $v_0 = \omega_0 R = \dfrac{Aq}{mR^n}R = \dfrac{Aq}{m}R^{1-n} = \dfrac{Aq}{m}R^{\frac{1}{3}}$

2. Khi hạt lệch một khoảng x khỏi vị trí cân bằng,

$$B = \frac{A}{(R+x)^n} = \frac{m\omega_0 R^n}{q}\frac{1}{R^n}\left(1 - n\frac{x}{R}\right)$$

Vì $x_0 \ll R$ ta coi lực từ vẫn hướng về O, momen động lượng được bảo toàn :

$$m\omega(R+x)^2 = m\omega_0 R^2 \text{ nên } \omega = \omega_0\left(1 - \frac{2x}{R}\right)$$

Lực từ $F_L = qvB = q\omega_0\left(1 - \frac{2x}{R}\right)(R+x)\frac{m\omega_0}{q}\left(1 - \frac{nx}{R}\right) = m\omega_0^2(R-(n+1)x)$

Chọn hệ quy chiếu chuyển động quay với ω ta có :

$$F_{ht} = m\omega^2(R+x) = m\left(\omega_0\left(1 - \frac{2x}{R}\right)\right)^2(R+x) = m\omega_0^2(R-3x)$$

Lực Lo-ren hướng về tâm, còn lực quán tính hướng ra xa tâm, ta có phương trình :

$mx'' = -F_L + F_{ht} = -m\omega_0^2(R-(n+1)x) + m\omega_0^2(R-3x) \Rightarrow x'' - \omega_0^2(2-n)x = 0$

Hạt dao động với tần số góc $\omega_{dd} = \omega_0\sqrt{2-n} = \frac{2\omega_0}{\sqrt{3}}$; chu kì $T = \frac{2\pi}{\omega_{dd}} = \frac{m\sqrt{3}\pi\sqrt[3]{R^2}}{qA}$

3. Momen lực Lo-ren là $M_F = Fr\cos\alpha = qvBr\cos\alpha = qvBr\cos\alpha = \frac{dL}{dt}$

Suy ra $dL = qvBr\cos\alpha dt = qBrdr = q\frac{A}{r^{n-1}}dr$ vì $v\cos\alpha dt = dr$

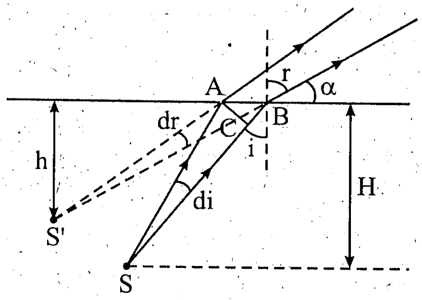
$$\int_0^{L_2} dL = \int_{R_1}^{R_2} q\frac{A}{r^{n-1}}dr \Rightarrow mvR_2 = \left.\frac{qAr^{2-n}}{2-n}\right|_{R_1}^{R_2} = \frac{qA}{2-n}\left(R_2^{2-n} - R_1^{2-n}\right)$$

nên $v = \frac{qA\left(R_2^{2-n} - R_1^{2-n}\right)}{mR_2(2-n)}$.

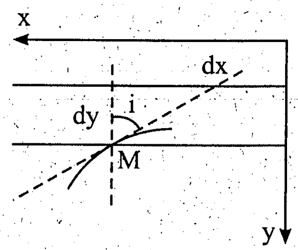
3.4

1. a) $h = \frac{H}{n} = \frac{2H}{3}$.

b) Vẽ hai tia SB và SA đến mặt thoáng với các góc i và i + di (di rất nhỏ) ló ra với góc tới $r = 90^o - \alpha$ và r + dr (Hình 3.5G). Đường kéo dài của hai tia ló cắt nhau ở S'.



Hình 3.5G



Hình 3.6G

Từ nsini = sinr $\Rightarrow$ ncosi.di = cosr.dr $\Rightarrow \dfrac{di}{dr} = \dfrac{1}{n}\dfrac{\cos r}{\cos i}$

$$AB = \frac{AC}{\cos i} = \frac{1}{\cos i}SBdi = \frac{H}{\cos^2 i}di$$

Tương tự : $AB = \dfrac{h}{\cos^2 r}dr$. Do đó $\dfrac{h}{\cos^2 r}dr = \dfrac{H}{\cos^2 i}di$

$h = \dfrac{H}{n}\dfrac{\cos^3 r}{\cos^3 i}$ với $i = 90^o - \alpha = 30^o$; $\sin r = \dfrac{\sin i}{n} = \dfrac{1}{3}$; $\cos r = \dfrac{2\sqrt{2}}{3}$.

Do đó $h = H\dfrac{64.4}{27.9}\sqrt{\dfrac{2}{3}} \approx 0{,}86\,H.$

2. Chia môi trường thành nhiều lớp mỏng bằng các mặt phẳng vuông góc Oy, bề dày dy (Hình 3.6G).

   Đặt gốc toạ độ tại điểm tia sáng ló ra.

   Tại điểm xét M có toạ độ (x, y), tia sáng hợp với Oy một góc i.

   Tại điểm ló, góc khúc xạ là $90^o - \alpha$, ta có $n\sin i = \sin(90^o - \alpha) = \cos\alpha$ $\Rightarrow \sin i = \dfrac{\cos\alpha}{n}$

$$\frac{dx}{dy} = \tan i = \frac{\sin i}{\sqrt{1-\sin^2 i}} = \frac{\cos\alpha}{\sqrt{n^2-\cos^2\alpha}} \text{ nên } x = \int_0^H \frac{\cos\alpha dy}{\sqrt{n^2-\cos^2\alpha}} = \int_0^H \frac{\cos\alpha dy}{\sqrt{2-\cos^2\alpha+\dfrac{y}{H}}}$$

$$x = 2H\cos\alpha\sqrt{2-\cos^2\alpha+\frac{y}{H}}\Bigg|_0^H = 2H\cos\alpha\left(\sqrt{3-\cos^2\alpha}-\sqrt{2-\cos^2\alpha}\right)$$

Thay $\alpha = 60^o$ ta có $x = \dfrac{H}{2}\left(\sqrt{11}-\sqrt{7}\right) \approx 0{,}34\,H.$

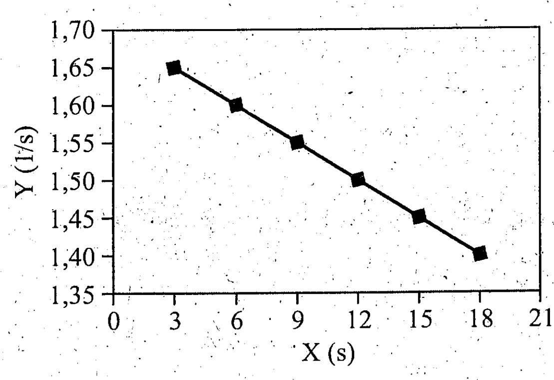
3.5 1. Sau thời gian t xe có vận tốc v = at, lúc này tần số thu được là :

$$f = f_0\frac{v_a}{v_a - v} = f_0\frac{v_a}{v_a - at}$$

Do đó $\frac{1}{f} = \frac{1}{f_0}\left(1 - \frac{a}{v_a}t\right)$, đồ thị $Y = \frac{1}{f}$ theo X = t có dạng đường thẳng Y = AX + B

với $A = -\frac{a}{f_0 v_a}$ từ độ nghiêng xác định được v_a : $v_a \approx 309$ m/s (Hình 3.7G)

t(s)	f(Hz)	1/f ($\times 10^{-3}$s)
3	608	1,64
6	626	1,60
9	645	1,55
12	666	1,50
15	690	1,45
18	715	1,40



Hình 3.7G

2. Tới thời điểm t_1 xe đi được quãng đường là $\frac{at_1^2}{2}$ và cách nguồn thu là $x = s - \frac{at_1^2}{2}$

Vận tốc xe là $v = at_1$; Thời gian truyền âm từ xe đến nguồn thu là $\Delta t_1 = \frac{x}{v_a} = \frac{2s - at_1^2}{2v_a}$

Như vậy tính từ thời điểm bắt đầu xe chuyển động thì ở thời điểm t ở nguồn thu âm ứng với xe có vận tốc v, ta có :

$$t = t_1 + \Delta t_1 = t_1 + \frac{2s - at_1^2}{2v_a} \Rightarrow \frac{a}{2}t_1^2 - v_a t_1 + (s - v_a t) = 0 \Rightarrow t_1 = \frac{v_a - \sqrt{v_a^2 + 2as - 2av_a t}}{a}$$

do đó $v = v_a - \sqrt{v_a^2 + 2as - 2av_a t}$

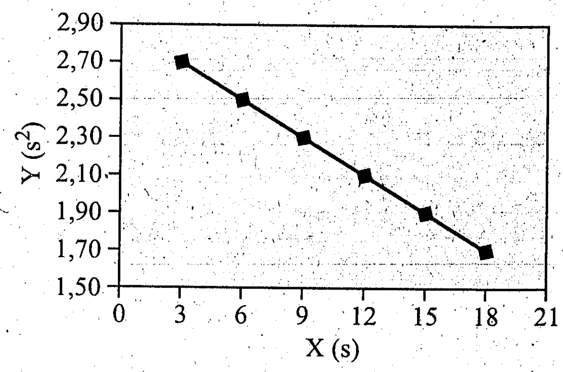
Tần số thu được là :

$$f = f_0\frac{v_a}{v_a - v} = f_0\frac{v_a}{\sqrt{v_a^2 + 2as - 2av_a t}} \Rightarrow \left(\frac{1}{f}\right)^2 = \left(\frac{1}{f_0}\right)^2\left(1 + \frac{2as}{v_a^2}\right) - \left(\frac{1}{f_0}\right)^2\frac{2a}{v_a}t$$

Đặt $Y = \left(\frac{1}{f}\right)^2$ và X = t ; $A = -\left(\frac{1}{f_0}\right)^2\frac{2a}{v_a}$; $B = \left(\frac{1}{f_0}\right)^2\left(1 + \frac{2as}{v_a^2}\right)$ thì ta có Y = AX + B

Dựng đồ thị Y theo X ta xác định được v_a và s (Hình 3.8G).

t (s)	f (Hz)	$1/f^2$ ($10^{-6}s^2$)
3	608	2,71
6	626	2,55
9	645	2,40
12	666	2,25
15	690	2,10
18	715	1,96



Hình 3.8G

Xác định được $v_a = 334$ m/s ; s = 505 m.

4 Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia THPT năm 2012, ngày thi thứ hai

4.1

1. a) Động năng cực đại của hệ bằng thế năng cực đại : $W = mgR(1 - \cos\alpha_0)$

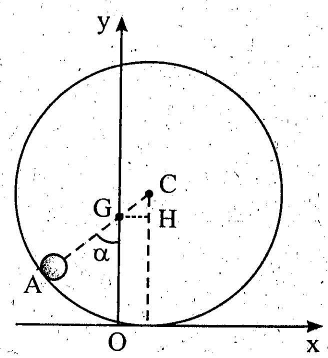
b) Khối tâm G của hệ nằm trên AC cách C là $GC = \dfrac{mR}{M+m}$

G đứng yên theo phương ngang. Chọn hệ trục Oxy cố định như hình 4.1G, trong đó Oy qua G.

$x_A = AG\sin\alpha = \dfrac{MR}{M+m}\sin\alpha$; $y_A = R(1 - \cos\alpha)$

Đặt $AG = \dfrac{MR}{M+m} = d \Rightarrow \dfrac{x^2}{d^2} + \dfrac{(y-R)^2}{R^2} = 1$

Quỹ đạo là một đoạn của elip có hai bán trục là d và R.



Hình 4.1G

c) Vận tốc của C có phương nằm ngang, của G có phương thẳng đứng.

Từ C và G kẻ các đường thẳng vuông góc với vectơ vận tốc ta xác định được trục quay tức thời là H song song với trục của vành.

$$I_G = m\left(\frac{MR}{M+m}\right)^2 + MR^2 + M\left(\frac{mR}{M+m}\right)^2 = \frac{M^2 + 2Mm}{M+m}R^2$$

$$I_H = I_G + (M+m)\left(\frac{mR\sin\alpha}{M+m}\right)^2 = \frac{M^2 + 2Mm + m^2\sin^2\alpha}{M+m}R^2$$

Cơ năng bảo toàn nên : $mgR(\cos\alpha - \cos\alpha_0) = I_H\dfrac{\omega^2}{2}$

Suy ra : $\omega = \sqrt{\dfrac{2m(M+m)g(\cos\alpha - \cos\alpha_0)}{(M^2 + 2Mm + m^2\sin^2\alpha)R}}$

2. Momen quán tính của hệ đối với tiếp điểm B là (Hình 4.2G) :

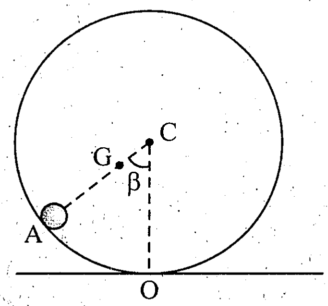
$I_B = (MR^2 + MR^2 + 2mR^2(1 - \cos\beta)) = 2(M + m - m\cos\beta)R^2$

Lúc đầu hệ, $\cos\beta = 1$, hệ có động năng :

$$W_đ = I_B\frac{\omega_0^2}{2} = Mv_0^2$$

Khi AC lệch góc β hệ cổ động năng :

$$W'_đ = I_B\frac{\omega^2}{2} = \frac{2(M + m - m\cos\beta)R^2}{2}\frac{v^2}{R^2}$$



Hình 4.2G

Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng :

$$W'_đ + mg(1 - \cos\beta)R = W_đ$$

$(M + m - m\cos\beta)v^2 + mgR(1 - \cos\beta) = Mv_0^2$ nên $v = \sqrt{\dfrac{Mv_0^2 - mgR(1-\cos\beta)}{M + m - m\cos\beta}}$

Khi A độ cao 2R thì $\cos\beta = -1$ nên $v = \sqrt{\dfrac{Mv_0^2 - 2mgR}{2m + M}}$

Điều kiện vành trụ không nhảy lên là $\dfrac{mv^2}{R} \le (m + M)g$ hay $v_0 \le \sqrt{\left(3 + 4\dfrac{m}{M} + \dfrac{M}{m}\right)Rg}$

4.2.

1. a) Lực đẩy Ác-si-mét là : $F = \rho gV = \dfrac{p_0V\mu g}{RT_0}$

b) Từ điều kiện cân bằng của một lớp khí mỏng dày dz tính được $dp = -\rho gdz$

Mặt khác $p = \dfrac{\rho RT}{\mu}$ với $T = T_0 - az$, từ đó $dp = \dfrac{R}{\mu}(\rho dT + T_0d\rho - azd\rho) = -\rho gdz$

Vì $dT = -adz$ nên $\dfrac{R(T_0 - az)d\rho}{\mu\rho} = \left(\dfrac{R}{\mu}a - g\right)dz$, tính được $\dfrac{d\rho}{\rho} = \dfrac{aR - \mu g}{R(T_0 - az)}dz$

Từ đó tính được $\rho = \rho_0\left(1 - \dfrac{az}{T_0}\right)^{\frac{\mu g}{Ra}-1}$;

– Nếu V đủ nhỏ thì $F = \rho Vg = \rho_0 Vg\left(1 - \dfrac{az}{T_0}\right)^{\frac{\mu g}{Ra}-1}$ với $\rho_0 = \dfrac{p_0\mu}{RT_0}$

– Nếu V lớn, cần kể đến sự phụ thuộc của ρ vào độ cao trong phạm vi quả cầu.

2. Gọi M là khối lượng của quả cầu, ρ_{kk} khối lượng riêng của không khí khô, D là khối lượng riêng của hơi nước ở trạng thái bão hoà, α là độ ẩm tương đối, lực nâng của không khí ẩm là $F = [V(\rho_{kk} + \alpha D) - M]g$

   Khi độ ẩm tăng thêm 10% : $F' = [V(\rho_{kk} + \alpha D + \Delta\rho_{kk} + 0{,}1D) - M]g$

   suy ra : $\Delta F = gV[\Delta\rho_{kk} + 0{,}1A]$

   Áp suất không khí ẩm được xác định theo định luật Đan-tôn :

   $$p = p_{kk} + p_{hn} \Rightarrow \Delta p = \Delta p_{kk} + \Delta p_{hn}$$

   Vì áp suất p không đổi nên $\Delta p_{kk} = -\Delta p_{hn}$;

   Áp suất riêng phần của hơi nước và không khí lần lượt là :

   $$p_{hn} = \frac{\rho_{hn}RT}{\mu_{hn}};\ p_{kk} = \frac{\rho_{kk}RT}{\mu_{kk}}$$

   Từ đó tính được $\dfrac{\Delta\rho_{kk}}{\mu_{kk}} = \dfrac{-\Delta\rho_{hn}}{\mu_{hn}} = \dfrac{-0{,}1D}{\mu_{hn}}$ suy ra $\Delta\rho_{kk} = -\dfrac{\mu_{kk}}{\mu_{hn}}0{,}1D$ (*)

   Theo (*) dấu trừ chứng tỏ khi độ ẩm tăng thì khối lượng riêng của không khí giảm, do đó $\Delta F = 0{,}1\left(1 - \dfrac{\mu_{kk}}{\mu_{hn}}\right)DgV \approx -0{,}061DgV$. Lực nâng giảm.

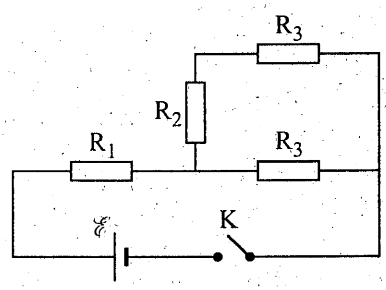
4.3

1. Đóng khoá K.

   Trước khi đóng khoá K, không có dòng điện qua cuộn dây L nên $i_{(0-)} = 0$, vậy ngay sau khi đóng khoá K có $i_{(0+)} = 0$ (1)

   Vì không có dòng điện qua cuộn dây, mạch điện có dạng như hình 4.3G, có

   $$I_{(0+)} = \frac{\mathscr{E}}{R + \dfrac{(R+R_3)R_3}{R+2R_3}} = \frac{\mathscr{E}(R+2R_3)}{R^2 + 3RR_3 + R_3^2};$$



Hình 4.3G

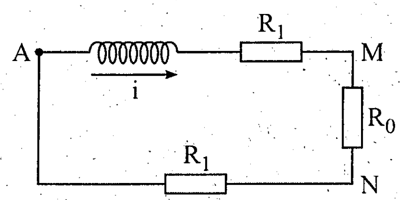
Cường độ dòng điện qua R_2 : $I_{2(0+)} = \frac{R_3}{R+2R_3} I_{(0+)} = \frac{\mathscr{E}R_3}{R^2+3RR_3+R_3^2}$ (2)

Khi các dòng điện có giá trị ổn định, ta có mạch cầu cân bằng :

Cường độ dòng điện chạy qua R_2 bằng 0

Cường độ dòng điện qua cuộn dây là : $I_0 = \frac{\mathscr{E}}{R_1+R_3} = \frac{\mathscr{E}}{R+R_3}$ (3)

2. a) Sau khi ngắt K, trong mạch có suất điện động tự cảm, ta vẽ lại mạch điện (Hình 4.4G).



Hình 4.4G

Đặt $R_0 = \frac{2R_3R_2}{2R_3+R_2} = \frac{2R_3R}{2R_3+R}$.

Áp dụng định luật Ôm :

$$-L\frac{di}{dt} = i(2R_1+R_0) \Rightarrow i = I_m e^{-\frac{2R+R_0}{L}t}$$

Lúc t = 0, từ (3) $I_m = I_0 \Rightarrow i = \frac{\mathscr{E}}{R+R_3} e^{-\frac{2R+R_0}{L}t}$

b) Cường độ dòng điện chạy qua R_2 :

$$i_2 = \frac{R_0}{R_2} i = \frac{2R_3}{2R_3+R} i = \frac{2R_3\mathscr{E}}{(R+R_3)(2R_3+R)} e^{-\frac{2R+R_0}{L}t}$$

Tổng điện lượng qua R_2 :

$$q = \int_0^\infty i_2 dt = \frac{2R_3L\mathscr{E}}{(R+R_3)(2R_3+R)(2R+R_0)} = 2L\mathscr{E} f_{(R_3)} \quad (4)$$

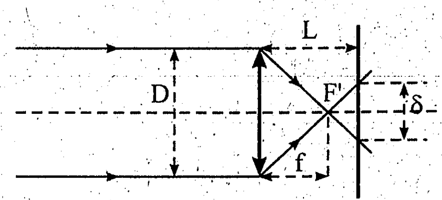
$$f_{(R_3)} = \frac{R_3}{(R+R_3)(2R_3+R)\left(2R+\frac{2R_3R}{2R_3+R}\right)} = \frac{R_3}{(R+R_3)R[6R_3+2R]}$$

Đạo hàm $f_{(R_3)}$ theo R_3 và đặt đạo hàm bằng 0, ta được : $R_3 = \frac{R}{\sqrt{3}}$ (5)

Từ (4) và (5) tìm được : $q_{max} = \frac{L\mathscr{E}}{2R^2\left[2+\sqrt{3}\right]} \approx 0{,}13\,C$

4.4

1. Các đại lượng cho trong bài được chỉ ra trên hình 4.5G.



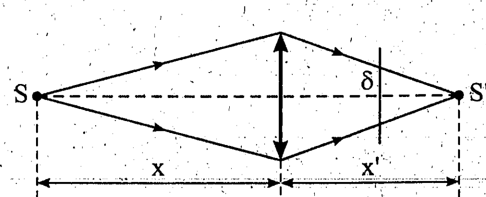
Hình 4.5G

Khi điểm sáng ở vô cực thì ảnh của nó ở tiêu điểm F'.

Chùm sáng cho trên màn ghi ảnh một vết sáng có đường kính δ nên coi như có ảnh nét trên màn ghi ảnh.

$$\frac{\delta}{D} = \frac{L-f}{f} = \frac{L}{f} - 1 \qquad (1)$$

Khi điểm sáng ở S gần thấu kính nhất thì ảnh thật của nó cho bởi thấu kính ở sau màn vì ảnh thật của thấu kính dịch chuyển cùng chiều với vật (Hình 4.6G).



Hình 4.6G

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x'} = \frac{1}{f} \ (1) \text{ và } \frac{\delta}{D} = \frac{x'-L}{x'} = 1 - \frac{L}{x'} \ (2)$$

Giải (1) và (2), ta có : $x = \frac{f}{2}\left(\frac{D}{\delta} + 1\right)$ (3)

2. Áp dụng công thức (3) cho thấu kính 1 và 2 ta có :

$$x_1 = \frac{f_1}{2}\left(\frac{D_1}{\delta_1} + 1\right) ; \ x_2 = \frac{f_2}{2}\left(\frac{D_2}{\delta_2} + 1\right). \text{ Suy ra : } \frac{2x_2 - f_2}{2x_1 - f_1} = \frac{f_2 D_2 \delta_1}{f_1 D_1 \delta_2} = \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 \frac{\delta_1}{\delta_2} \ (4)$$

Gọi s là diện tích của màn ghi ảnh và M_1 là "độ phân giải" của máy ảnh thứ nhất. Diện tích của mỗi pixel là $\frac{s}{M_1}$. Do đó, ta có thể lấy kích thước của mỗi pixel trên màn ghi ảnh của máy ảnh thứ nhất là $\delta_1 = \sqrt{s/M_1}$. Tương tự, đối với máy ảnh thứ hai : $\delta_2 = \sqrt{s/M_2}$.

Thay vào công thức (4) ta thu được : $\frac{2x_2 - f_2}{2x_1 - f_1} = \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 \frac{\delta_1}{\delta_2} = \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 \sqrt{\frac{M_2}{M_1}}$.

Thay số, ta được : $x_2 = 0{,}5x_1 + 1{,}0$.

4.5

1. Khi tấm kim loại trên quay sẽ làm tâm dưới lúc bị che chắn bởi tâm trên lúc không bị che trong điện trường. Chu kì quay $T = \frac{2\pi}{\omega}$.

Điện tích xuất hiện trên bản tỉ lệ với diện tích phơi ra điện trường. Diện tích phơi dưới điện trường thay đổi theo thời gian :

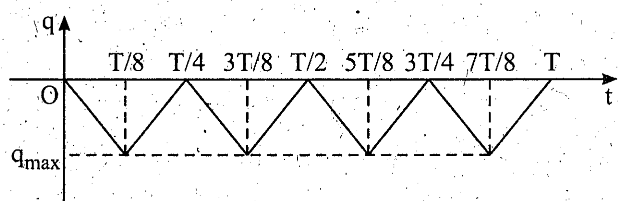
$$0 \le t \le \frac{T}{8} \Rightarrow s(t) = \frac{\pi\left(R_1^2 - R_2^2\right)}{2}\frac{t}{T/8} = 4\pi\left(R_1^2 - R_2^2\right)\frac{t}{T}$$

$$\frac{T}{8} \le t \le \frac{T}{4} \Rightarrow s(t) = \frac{\pi\left(R_1^2 - R_2^2\right)}{2}\left(1 - \frac{t}{T/4}\right) = \frac{\pi\left(R_1^2 - R_2^2\right)}{2}\left(1 - \frac{4t}{T}\right)$$

Do đó điện tích xuất hiện trên bàn là :

$$0 \le t \le \frac{T}{8} \Rightarrow q(t) = -4\pi\left(R_1^2 - R_2^2\right)\varepsilon_0 E_0\frac{t}{T}$$

$$\frac{T}{8} \le t \le \frac{T}{4} \Rightarrow q(t) = -\frac{\pi\left(R_1^2 - R_2^2\right)}{2}\varepsilon_0 E_0\left(1 - \frac{4t}{T}\right)$$



Hình 4.7G

Đồ thị biểu diễn q(t) có dạng hình vẽ với : $\left|q_{max}\right| = \frac{\pi\left(R_1^2 - R_2^2\right)\varepsilon_0 E_0}{2}$ (Hình 4.7G).

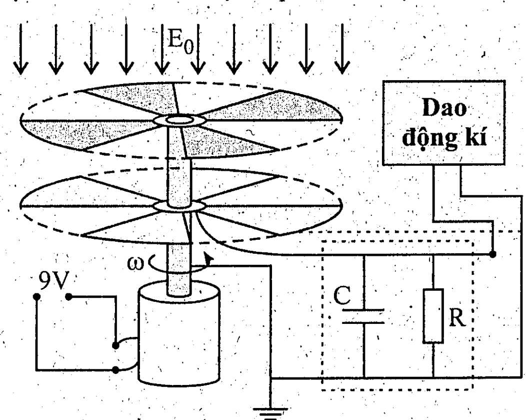
Phương án thí nghiệm : Bố trí thí nghiệm như hình 4.8G.

Bản trên nối với trục mô tơ điện và nối đất, bản dưới mắc qua hệ gồm hộp điện trở và tụ điện được mắc song song. Tụ điện và điện trở (hộp điện trở) đóng vai trò khuếch đại tín hiệu để chuyển điện tích thành điện áp hiển thị trên dao động kí.

Xét các trường hợp điện trở R :

– Khi điện trở R nhỏ, điện tích từ tấm dưới chủ yếu chạy qua điện trở, điện tích tích tụ vào tụ điện không đáng kể. Trường hợp này xảy ra khi $R \ll \frac{T}{8C} = 0{,}25\ \text{M}\Omega$.

Do điện trở nhỏ nhất là 0,2 MΩ nên không thể áp dụng trường hợp trên.



Hình 4.8G

– Khi điện trở R lớn, điện tích chủ yếu nạp cho tụ điện. Trường hợp này khi $R \gg \frac{T}{8C} = 0,25\ M\Omega$.

$$|q_{max}| = CU_{max} = \frac{\pi\left(R_1^2 - R_2^2\right)\varepsilon_0 E_0}{2} \Rightarrow E_0 = \frac{2CU_{max}}{R\pi\left(R_1^2 - R_2^2\right)\varepsilon_0} \quad (1)$$

Như vậy chỉ khảo sát với trường hợp các điện trở có giá trị lớn để xác định được giá trị E_0.

Các bước tiến hành thí nghiệm :

– Lắp đặt hệ thí nghiệm như hình vẽ.
– Đặt hộp điện trở ở một giá trị bất kì, xác định giá trị biên độ tín hiệu cực đại hiển thị trên dao động kí, ghi vào bảng số liệu.
– Lặp lại thí nghiệm với nhiều giá trị điện trở R của hộp biến trở, ghi lại biên độ tín hiệu hiển thị trên dao động kí, ghi vào bảng số liệu.

Bảng số liệu

Lần đo	Điện trở R	Biên độ tín hiệu U
1		
2		
3		

Xác định giá trị điện trường E_0 theo công thức (1). Giá trị điện trường là giá trị lớn nhất thu được trong dải khảo sát điện trở cao (điện trở càng lớn càng chính xác).

5 Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia THPT năm 2013, ngày thi thứ nhất

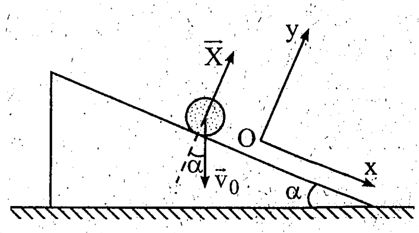
5.1

1. a) Xung lượng X của lực do nêm tác dụng lên quả cầu vuông góc với mặt nêm (Hình 5.1G).

$v_x = v_0\sin\alpha$ (1) không đổi trước và sau va chạm.

$X = m(v_y + v_0\cos\alpha)$ (2)

$Mv = -X\sin\alpha$ (3)



Hình 5.1G

Bảo toàn động năng : $m\frac{v_0^2}{2} = m\frac{v_x^2}{2} + m\frac{v_y^2}{2} + M\frac{v^2}{2}$ (4)

Giải hệ (1), (2), (3), (4) tìm được : $X = \dfrac{2v_0\cos\alpha}{\dfrac{1}{m} + \dfrac{\sin^2\alpha}{M}}$; $v = -\dfrac{2v_0\cos\alpha\sin\alpha}{\dfrac{M}{m} + \sin^2\alpha}$

Tốc độ nêm là : $|v| = \dfrac{2v_0\cos\alpha\sin\alpha}{\dfrac{M}{m} + \sin^2\alpha}$ (4)

b) Biểu thức động năng của nêm ngay sau va chạm là : $W_đ = \dfrac{1}{2}M\left(\dfrac{2v_0\cos\alpha\sin\alpha}{\dfrac{M}{m} + \sin^2\alpha}\right)^2$

Khảo sát hàm số : $f(\alpha) = \dfrac{\cos\alpha\sin\alpha}{\dfrac{M}{m} + \sin^2\alpha}$; tìm được f_{max} khi $\tan\alpha = \sqrt{\dfrac{M}{M+m}}$ (5)

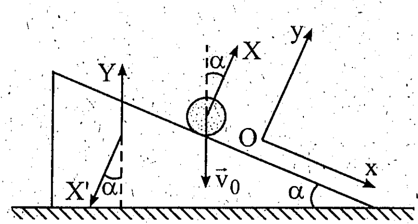
Động năng của nêm đạt cực đại khi f_{max}, khi đó :

$$W_{đmax} = 2Mv_0^2f^2_{(\tan\alpha)max} = \frac{1}{2}mv_0^2\frac{m}{M+m} \quad (6)$$

$$W_{đmax} = \frac{m}{M+m}W_{đ0}$$

c) Dưới tác dụng của các xung X' = X và Y, nêm không dịch chuyển theo phương thẳng đứng (Hình 5.2G). Vậy :

$$Y = X'\cos\alpha = \frac{2v_0\cos^2\alpha}{\dfrac{1}{m} + \dfrac{\sin^2\alpha}{M}} \quad (7)$$



Hình 5.2G

2. Gọi xung của phản lực là X và xung của lực ma sát có độ lớn là μX. Chọn hệ trục như hình vẽ. Có hai trường hợp :

• *Trường hợp 1 :*

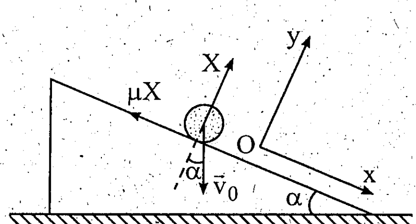
Trong suốt quá trình va chạm luôn có lực ma sát trượt tác dụng lên quả cầu.

Theo phương vuông góc với mặt nêm, vận tốc chỉ đổi chiều mà không đổi về độ lớn (Hình 5.3G) : $v_y = v_0\cos\alpha$. Vậy ta có :

$X = 2mv_0\cos\alpha$ (1)

$-\mu X = m(v_x - v_0\sin\alpha)$ (2)

$\mu Xr = I\omega$ (3)



Hình 5.3G

Giải hệ tìm được : $v_x = v_0(\sin\alpha - 2\mu\cos\alpha)$; $\omega = \dfrac{5\mu v_0\cos\alpha}{r}$

Sau va chạm vận tốc của vật hợp với mặt nêm một góc β, với $\tan\beta = \dfrac{v_y}{v_x} = \dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha - 2\mu\cos\alpha}$

Động năng của quả cầu : $W_đ = \dfrac{m}{2}\left(v_x^2 + v_y^2\right) + \dfrac{1}{2}I\omega^2$ với $\omega = \dfrac{5\mu v_0\cos\alpha}{r}$

$$W_đ = \frac{m}{2}v_0^2(\sin\alpha - 2\mu\cos\alpha)^2 + \frac{m}{2}v_0^2\cos^2\alpha + \frac{1}{5}mr^2\left(\frac{5\mu v_0\cos\alpha}{r}\right)^2$$

$$W_đ = \frac{m}{2}v_0^2(1 + 14\mu^2\cos^2\alpha - 4\mu\cos\alpha\sin\alpha)$$

Điều kiện để có hiện tượng này là $v_x = v_0(\sin\alpha - 2\mu\cos\alpha) \geq \omega r \Rightarrow \tan\alpha \geq 7\mu$.

• *Trường hợp 2 :* Nếu $\tan\alpha \leq 7\mu$ xét trong quá trình va chạm τ, trong khoảng thời gian $\tau_1 < \tau$ có lực ma sát trượt tác dụng lên quả cầu, thời gian còn lại quả cầu lăn không trượt, chỉ có ma sát nghỉ.

Theo phương vuông góc với mặt nêm, vận tốc chỉ đổi chiều mà không đổi về độ lớn ; $v_y = v_0\cos\alpha$. Vậy :

$$-\mu X = m(v_x - v_0\sin\alpha) \quad (1)$$

$$\mu X r = I\omega \quad (2)$$

$$v_x = \omega r \quad (3)$$

Giải hệ tìm được $v_x = \dfrac{5}{7}v_0\sin\alpha$; $\omega = \dfrac{5}{7}\dfrac{v_0\sin\alpha}{r}$

Sau đó chỉ có lực ma sát nghỉ tác dụng nên v_x không thay đổi, v_y tăng tiếp đến $v_0\cos\alpha$.

Vận tốc của vật hợp với mặt nêm góc β với $\tan\beta = \dfrac{v_y}{v_x} = \dfrac{v_0\cos\alpha}{\frac{5}{7}v_0\sin\alpha} = \dfrac{7}{5}\cot\alpha$

Động năng của quả cầu ngay sau va chạm $W_đ = \dfrac{mv_0^2}{2}\left(1 - \dfrac{2}{7}\sin^2\alpha\right)$.

5.2

1. Tính công thực hiện trong chu trình ABEA theo V_1, α và n.

   Kí hiệu A là trạng thái 1, B là 2, C là 3, D là 4, E là 5.

Theo đề bài, ba điểm A, B và C nằm trên đường parabol đi qua gốc toạ độ, ta có :

$$p_1 = p_5 = \alpha V_1^2 \ (1),\ p_2 = p_4 = \alpha V_2^2 \ (2),\ p_3 = \alpha V_3^2 \qquad (3)$$

với p_1, p_2, p_3, p_4 và p_5 là áp suất của khối khí ở các trạng thái : A, B, C, D và E.

Mặt khác, theo phương trình trạng thái của khí lí tưởng và ba phương trình trên ta được :

$$p_1V_1 = RT_1 \Rightarrow \alpha V_1^2.V_1 = \alpha V_1^3 = RT_1 \Rightarrow T_1 = \frac{\alpha}{R}V_1^3 \qquad (4)$$

Tượng tự : $T_2 = \frac{\alpha}{R}V_2^3$ (5), và $T_3 = \frac{\alpha}{R}V_3^3$ (6)

Từ họ các đường đẳng nhiệt ta nhận thấy T_3 là nhiệt độ lớn nhất và T_1 là nhiệt độ nhỏ nhất của khí trong chu trình nên theo đề bài : $T_3 = nT_1$.

Thay (6) và (4) vào phương trình vừa nhận được, ta có :

$$n\frac{\alpha}{R}V_1^3 = \frac{\alpha}{R}V_3^3 \Rightarrow V_3^3 = nV_1^3 \Rightarrow V_3 = \sqrt[3]{n}V_1 \qquad (7)$$

Mặt khác, theo đề bài $V_2 = \frac{1}{2}(V_1 + V_3)$

Thay (7) vào ta được : $V_2 = \frac{1}{2}\left(\sqrt[3]{n} + 1\right)V_1$

$$A_1 = \int_{V_1}^{V_2} \alpha V^2 dV - \alpha V_1^2(V_2 - V_1) = \alpha\left(\frac{V_2^3}{3} - V_2V_1^2 + \frac{2}{3}V_1^3\right)$$

Thế biểu thức của V_2 vào ta có $A_1 = \alpha\left[\frac{2}{3} + \frac{1}{24}\left(1+\sqrt[3]{n}\right)^3 - \frac{1}{2}\left(1+\sqrt[3]{n}\right)\right]V_1^3$ (8)

2. Tìm hiệu suất của chu trình ABCDBEA theo n

• Công A thực hiện trong chu trình ABCDBEA : Từ (8), (9).

Tương tự như ý 1, ta có :

$$A_2 = \alpha\left(\frac{V_3^3}{3} - V_3V_2^2 + \frac{2}{3}V_2^3\right) = \alpha\left[\frac{n}{3} + \frac{1}{12}\left(1+\sqrt[3]{n}\right)^3 - \frac{1}{4}\left(1+\sqrt[3]{n}\right)^2\sqrt[3]{n}\right]V_1^3 \ (9)$$

$$A = A_1 + A_2 = \frac{\alpha V_1^3}{24}\left(\sqrt[3]{n} - 1\right)^2\left(7 - 5\sqrt[3]{n}\right)$$

• Dễ thấy rằng các quá trình đẳng tích CD, BE và đẳng áp DB, EA đều toả nhiệt, nên nhiệt lượng Q máy nhận được chỉ trong các quá trình A – B – C.

Áp dụng nguyên lí I nhiệt động lực học ta có :

$$Q = \frac{3}{2}R(T_3 - T_1) + \int_{V_1}^{V_3} \alpha V^2 dV = \frac{3}{2}R\left(\frac{\alpha V_3^3}{R} - \frac{\alpha V_1^3}{R}\right) + \frac{\alpha}{3}\left(V_3^3 - V_1^3\right)$$

$$= \frac{11}{6}\alpha\left(V_3^3 - V_1^3\right) = \frac{11}{6}\alpha(n-1)V_1^3$$

Vậy hiệu suất của chu trình đã cho là $H = \frac{A}{Q} = \frac{\left(\sqrt[3]{n}-1\right)^2\left(7-5\sqrt[3]{n}\right)}{44(n-1)}$

Với n = 3 thay vào công thức trên ta được H = 0,032.

53

1. a) S_1 là điện lượng bị cản lại không được chuyển qua cuộn dây do có sự xuất hiện suất điện động tự cảm.

S_2 là điện lượng chuyển qua cuộn dây lúc đóng K trong thời gian từ $t = 0$ đến $t = t_0$.

Gọi R là điện trở của mạch, ta có :

$$\mathscr{E} = Ri + L\frac{di}{dt} \Rightarrow \frac{\mathscr{E}}{R}dt = idt + \frac{L}{R}di$$

$$\frac{\mathscr{E}}{R}\int dt = \int idt + \frac{L}{R}\int_0^{I_0} di \rightarrow I_0\int dt = S_2 + \frac{L}{R}\int_0^{I_0} di = S_2 + \frac{L}{R}I_0 = S_2 + \frac{L}{R}.\frac{\mathscr{E}}{R}$$

Vì $I_0\int dt = S_1 + S_2$ nên $S_1 + S_2 = S_2 + \frac{L}{R}.\frac{\mathscr{E}}{R} \Rightarrow S_1 = \frac{L}{R}.\frac{\mathscr{E}}{R}$ (1) với $L = \frac{\mu_0 N^2 S}{l}$

Trong các công thức trên, điện trở cuộn dây được tính : $R = \rho\frac{l}{s}$.

với $s = \pi r^2 = \pi\left(\frac{l}{2N}\right)^2$ và chiều dài dây $l = N.\pi D = N.\pi\sqrt{\frac{4S}{\pi}} = N\sqrt{4\pi S}$

Vậy $R = \rho\frac{2N\sqrt{\pi S}}{\pi\left(\frac{l}{2N}\right)^2} = \frac{8\rho N^3\sqrt{\pi S}}{\pi l^2}$ (2) do đó $\Rightarrow S_1 = \frac{\mu_0 N^2 S}{N\sqrt{4\pi S}}.\frac{\mathscr{E}\pi^2 l^4}{64\rho^2 N^6 \pi S} = \frac{\mu_0\mathscr{E}\sqrt{\pi}l^4}{128\rho^2 N^5\sqrt{S}}$

b) Mặt khác $N\Phi = LI_0$ với $\Phi_0 = BS$ là từ thông qua một vòng dây. (Coi gần đúng L không đổi).

$$L\frac{\mathscr{E}}{R} = NBS \Rightarrow B = \frac{\mathscr{E}L}{NRS} = \frac{L}{NS}.\frac{\mathscr{E}}{R} \quad (3)$$

Từ (1) $\frac{\mathscr{E}}{R} = \frac{S_1 R}{L}$ và thay (2) vào (3) ta có : $B = \frac{L}{NS}.\frac{S_1 R}{L} = \frac{S_1 R}{NS} = \frac{8\rho N^2 S_1}{\sqrt{\pi S}l^2}$

2. Cuộn dây vẫn mắc với nguồn điện $\mathscr{E}$. Ban đầu khoá K mở, sau khi đóng K.

Giả sử cuộn cảm có độ tự cảm L_0 không đổi, dòng điện qua cuộn dây được xác định

$$\mathscr{E} = Ri + L_0\frac{di}{dt} \Rightarrow d\left(i - \frac{\mathscr{E}}{R}\right) = -\frac{R}{L_0}\left(i - \frac{\mathscr{E}}{R}\right)dt$$

Suy ra : $i = \dfrac{\mathscr{E}}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L_0}g}\right) = I_0 - I_0e^{-\frac{R}{L_0}t} = I_0 - i_L$ trong đó i_L là dòng điện gây bởi hiện tượng tự cảm.

Với hằng số thời gian $\tau = \dfrac{L_0}{R} = 4.10^{-2}s \ll \dfrac{2\pi}{\omega} = 1{,}257\,s$, ta thấy dòng điện tăng rất nhanh tới giá trị ổn định $I_0 = \dfrac{\mathscr{E}}{R}$, trong thời gian $t_0 \ll T$ với T là chu kì biến đổi của độ tự cảm L. Như vậy, có thể bỏ qua sự biến đổi L trong thời gian t_0.

Do L thay đổi, dòng điện trong mạch sẽ thay đổi quanh giá trị I_0 và được xác định từ phương trình :

$$\mathscr{E} = Ri + i\frac{dL}{dt} \Rightarrow i = \frac{\mathscr{E}}{R + dL/dt} \text{ trong đó } \frac{dL}{dt} = L_0\alpha\omega\cos\omega t = 0{,}01\cos5t(H)$$

$$i = \frac{\mathscr{E}}{R + \dfrac{dL}{dt}} = \frac{6}{5 + 0{,}01\cos5t} = \frac{6}{5(1 + 2.10^{-3}\cos5t)} = 1{,}2(1 + 2.10^{-3}\cos5t)^{-1}$$

$$i = 1{,}2 - 2{,}4.10^{-3}\cos5t\,(A).$$

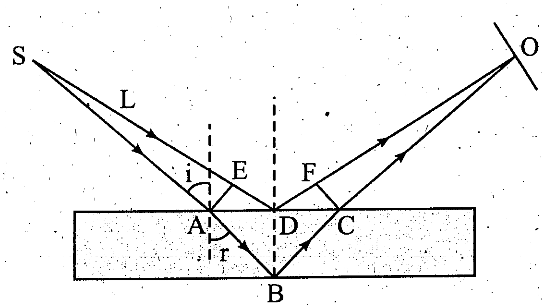
5.4.

1. (Hình 5.4G)

Tìm điều kiện bề dày e phải thoả mãn :

Chùm sáng tới nêm là chùm hẹp nên tới nêm tại một vùng nhỏ ở lân cận D, do đó ta coi vùng này của nêm như một bản mặt song song có bề dày là e. Vì S ở rất xa nêm nên ta coi SA = SE ; OC = OF.

Đồng thời, khi phản xạ ở mặt tiếp xúc với môi trường chiết suất lớn hơn có sự mất nửa bước sóng.



Hình 5.4G

Do đó hiệu quang trình của các tia phản xạ SABCO, SDO là :

$$\Delta = (AB + BC)n - \left(ED + DF + \frac{\lambda}{2}\right) \Rightarrow \Delta = \frac{2ne}{\cos r} - 2e\tan r\sin i - \frac{\lambda}{2}$$

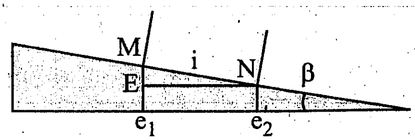
Thay $\sin r = \frac{\sin i}{n}$; $\cos r = \frac{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}{n}$ và biến đổi ta được $\Delta = 2e\sqrt{n^2 - \sin^2 i} - \frac{\lambda}{2}$

Khi $i = \alpha = 60^o$. Ta tìm tỉ số $\frac{\Delta}{\lambda} = \frac{2e\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}}{\lambda} - 0{,}5 = k \Rightarrow e = (2k+1)\frac{\lambda}{6}$, $k = 0, 1, 2,...$

Với e_{min} ứng với $k = 0$, tìm được $e_{min} = \frac{\lambda}{6} = 0{,}1\mu m$.

2. Hiệu quang trình Δ phụ thuộc vào độ dày e và góc tới α. Với góc tới $\alpha \approx 0$ (Hình 5.5G) ta có :

$$\Delta = 2e\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} - \frac{\lambda}{2} \approx 2en - \frac{\lambda}{2}$$



Hình 5.5G

Giả sử độ dày của nêm tại điểm đang xét là e_1 tương ứng với vân sáng bậc k, khi đó $2e_1n - \frac{\lambda}{2} = -k\lambda$ với k là một số nguyên.

Còn vân sáng bậc (k + 1) sẽ tương ứng với độ dày e_2 : $2e_2n - \frac{\lambda}{2} = -(k+1)\lambda$

Trừ phương trình sau cho phương trình trước, ta được :

$$2(e_1 - e_2)n = \lambda \Rightarrow ME = (e_1 - e_2) = \frac{\lambda}{2n}$$

Bây giờ từ tam giác EMN ta tìm được khoảng vân trên nêm MN :

$$i = \frac{e_1 - e_2}{\sin\beta} \approx \frac{e_1 - e_2}{\beta}$$

Từ đó ta tìm được góc nêm $\beta \approx \frac{\lambda}{2nMN} = 1{,}744.10^{-3}\text{rad} \approx 0{,}1^o$.

5.6 1. Mắc mạch điện như sơ đồ hình 5.6G.

Cường độ dòng điện qua mạch là : $I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{d}{\varepsilon\varepsilon_0 S\omega}\right)^2}} \Rightarrow \left(\frac{U}{I}\right)^2 = R^2 + \left(\frac{d}{\varepsilon\varepsilon_0 S\omega}\right)^2$

Đặt $X = R^2$; $Y = \left(\frac{U}{I}\right)^2 \Rightarrow Y = X + \left(\frac{d}{\varepsilon\varepsilon_0 S\omega}\right)^2$

Tại điểm tụ bắt đầu bị đánh thủng, ta có giá trị $u_t = U_{0Cmax} = I_{0t}Z_C$.

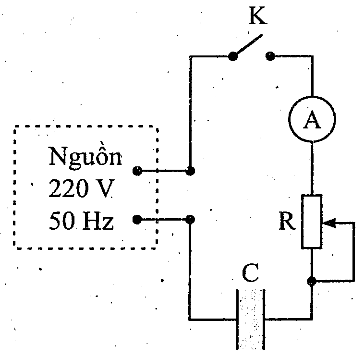
Khi $R = 0 \Rightarrow Y_C = \left(\frac{d}{\varepsilon\varepsilon_0 S\omega}\right)^2$

$$\Rightarrow \quad \varepsilon = \frac{d}{\sqrt{Y_C}\varepsilon_0 S\omega} \qquad (1)$$

$$u_t = \frac{1}{\omega C} I_{0t} = \frac{d}{\omega\varepsilon\varepsilon_0 S}\frac{U\sqrt{2}}{\sqrt{X_t + Y_C}} = E_t d$$

$$\Rightarrow \quad E_t = \frac{U\sqrt{2}}{\varepsilon\varepsilon_0 S\omega\sqrt{X_t + Y_C}} \qquad (2)$$

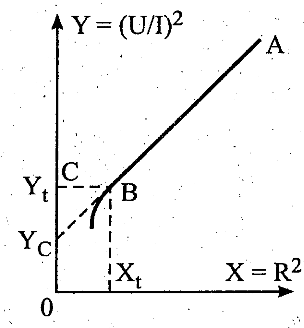
hoặc $E_t = \dfrac{U\sqrt{2}}{\varepsilon\varepsilon_0 S\omega\sqrt{Y_t}}$ (3)



Hình 5.6G

2. Đặt các giá trị điện trở khác nhau từ hộp điện trở mẫu, ghi giá trị R và dòng điện I tương ứng vào bảng sau :

STT	R	I	$X = R^2$	$Y = \left(\frac{U}{I}\right)^2$
......	....	....	....	....
......	....	....	....	....



Hình 5.7G

Dựng đồ thị về sự phụ thuộc $Y = \left(\frac{U}{I}\right)^2$ theo $X = R^2$. (Hình 5.7G).

Nhận xét :

– Giao điểm của đoạn thẳng AB kéo dài với trục tung là Y_C cho phép xác định hằng số điện môi ε theo công thức (1).

– Xác định điện trường đánh thủng : Phần đường cong phi tuyến BC ứng với giai đoạn tụ bị đánh thủng. Tại điểm bắt đầu bị đánh thủng (điểm B) có toạ độ (X_t ; Y_t), từ đó xác định được điện trường đánh thủng theo công thức (3).

⑥ Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia THPT năm 2013, ngày thi thứ hai

6.1.

1. a) Chọn hệ quy chiếu gắn với thanh kim loại

– Các lực tác dụng lên vật M ở vị trí cân bằng A (x_0 ; y_0) như hình 6.1G.

– Phương trình định luật II Niu-tơn : $\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{qt} = \vec{0}$ (1)

– Chiếu (1) lên phương tiếp tuyến At ta có : $F_{qt}\cos\alpha - Mg\sin\alpha = 0$ (2)

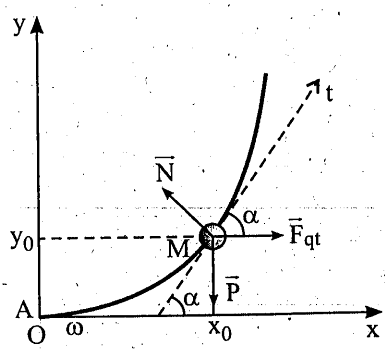
– Suy ra : $\tan\alpha = \dfrac{F_{qt}}{Mg} = \dfrac{\omega^2 x_0}{g}$ (3)

– Hệ số góc tiếp tuyến At là :

$$\tan\alpha = y'_{(x_0)} = nax_0^{n-1} \quad (4)$$

– Từ (3), (4) suy ra vị trí cân bằng của hạt được xác định :

Với $n \neq 2$, $x_0 = 0$ hoặc $x_0 = \left(\dfrac{\omega^2}{nag}\right)^{\frac{1}{n-2}}$.



Hình 6.1G

b) Với n = 2, thay vào (3) và (4) tìm được vị trí cân bằng của hạt :

Nếu $\omega^2 \neq 2ag$ có duy nhất một vị trí cân bằng $x_0 = 0$.

Nếu $\omega^2 = 2ag$ hạt cân bằng ở mọi vị trí $0 \leq x_0 \leq x_m$.

Từ các số liệu đã cho thoả mãn điều kiện $\omega^2 < 2ag$ (5)

Các lực tác dụng lên vật M ở vị trí cân bằng A(x ; y) như hình vẽ.

– Điều kiện cân bằng : $\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{qt} + \vec{F}_{ms} = \vec{0}$ (6)

– Để xét chiều của lực ma sát nghỉ xuất hiện, cần so sánh các thành phần của lực $\vec{F}_{qt}$ và $\vec{P}$ theo phương tiếp tuyến tại A.

$$F_{qt}\cos\alpha > Mg\sin\alpha \Rightarrow \omega^2 > \frac{g\sin\alpha}{x\cos\alpha} = \frac{g}{x}\tan\alpha = 2ag$$

$$F_{qt}\cos\alpha < Mg\sin\alpha \Rightarrow \omega^2 < 2ag$$

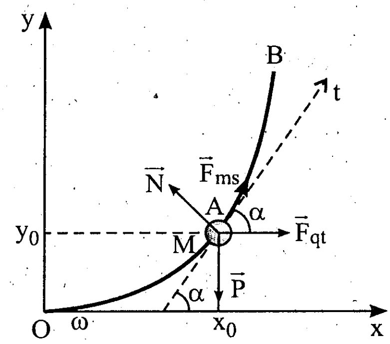
Vậy với $\omega^2 < 2ag$ hạt có xu hướng đi xuống, lực ma sát hướng lên. Theo số liệu bài ra, chỉ xét trường hợp này.

– Chiếu (1) lên phương tiếp tuyến At ta có : (Hình 6.2G)

$$F_{qt}\cos\alpha - Mg\sin\alpha + F_{ms} = 0 \qquad (7)$$

– Chiếu (6) lên phương vuông góc với At, ta có :

$$N = F_{qt}\sin\alpha + Mg\cos\alpha$$
$$= M(\omega^2 x\sin\alpha + g\cos\alpha) \qquad (8)$$



Hình 6.2G

Vì vật cân bằng nên $0 \le F_{ms} \le \mu N \qquad (9)$

– Từ $F_{ms} \le \mu N$ và kết hợp với (7), (8).

Từ đó có bất phương trình : $2a\mu\omega^2x^2 - (2ag - \omega^2)x + \mu g \ge 0$.

Thay số : $32x^2 - 36x + 0,5 \ge 0$

Giải bất phương trình tìm được khoảng xác định vị trí cân bằng của hạt là $0 \le x \le 0,0140$ m.

2. Chọn hệ quy chiếu gắn với thanh kim loại, với $\omega^2 < 2ag$, ta có vị trí cân bằng $x_0 = 0$; $y_0 = 0$.

Áp dụng định lí biến thiên động năng :

$$\frac{1}{2}mv_{0_{max}}^2 = \frac{1}{2}M\omega^2\left(x_m^2 - x_0^2\right) - Mg(y_m - y_0)$$

Với $y_m = ax_m^2$

Từ đó tính được $v_{0_{max}}^2 = (2ag - \omega^2)x_m^2$. Vậy $v_{0_{max}} = \sqrt{(2ag - \omega^2)}x_m$

6.2.

1. Xét quá trình đẳng áp : $dU = C_pdT - pdV = C_VdT \Rightarrow C_P - C_V = p\dfrac{dV}{dT}$

Mặt khác : $p(V - b) = RT \Rightarrow pdV = RdT \Rightarrow \dfrac{dV}{dT} = \dfrac{R}{p}$. Thay vào ta có $C_P - C_V = R$.

2. Tìm $C_p - C_V$:

$$E_T = -\alpha\rho = -\alpha\frac{N_A}{V} \Rightarrow dE_T = \frac{\alpha N_A}{V^2}dV$$

$$dU = dU_{LT} + dE_T = C_VdT + \frac{\alpha N_A}{V^2}dV = C_VdT + \left(\frac{\alpha N_A}{V^2}\right)dV$$

Theo phương trình khí thực ta có : $\left(p+\frac{a}{V^2}\right)V = RT$ có $dU = C_V dT + \frac{a}{V^2}dV$

Do đó $\frac{a}{V^2} = \left(\frac{\alpha N_A}{V^2}\right) \Rightarrow a = \alpha N_A$.

Xét quá trình đẳng áp $dQ = C_p dT = C_V dT + \left(p + \frac{\alpha N_A}{V^2}\right)dV \Rightarrow C_p = C_V + \frac{RT}{V}\frac{dV}{dT}$ (1)

$$\left(p+\frac{\alpha N_A}{V^2}\right)V = RT \Rightarrow p = \frac{RT}{V} - \frac{\alpha N_A}{V} \Rightarrow 0 = \frac{R}{V}dT - \left[\frac{RT}{V^2} - \frac{2\alpha N_A}{V^3}\right]dV$$

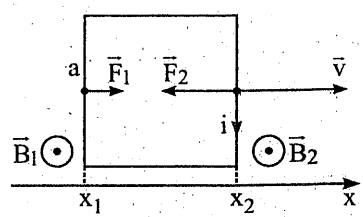
$$\Rightarrow \frac{dV}{dT} = \frac{RV^2}{RTV + 2\alpha N_A} \Rightarrow C_p = C_V + \frac{RT}{V}\frac{RV^2}{RTV - 2\alpha N_A} = C_V + \frac{R^2TV}{RTV - 2\alpha N_A}$$

Vậy : $C_p - C_V = \frac{R^2TV}{RTV - 2\alpha N_A}$

6.3.

1. (Hình 6.3G)

Suất điện động cảm ứng xuất hiện trong khung do các cạnh khung vuông góc Ox chuyển động cắt đường sức từ :



Hình 6.3G

$$\mathscr{E}_{(t)} = \mathscr{E}_2 - \mathscr{E}_1 = (B_2 - B_1)a\frac{dx}{dt} = kB_0a^2\frac{dx}{dt}$$

Theo định luật Ôm : $\mathscr{E}_{(t)} = L\frac{di}{dt} + iR$.

Vì $R = 0$ nên $kB_0a^2\frac{dx}{dt} = L\frac{di}{dt}$ hay $di = \frac{kB_0a^2}{L}dx \Rightarrow i = \frac{kB_0a^2}{L}x + C$.

Trong đó C là một hằng số phụ thuộc vào cách chọn gốc thời gian khảo sát.

Nếu chọn $C = 0$, có $i_{(0)} = \frac{kB_0a^2}{L}x_{(0)}$ vì $i_{(0)} = 0 \Rightarrow x_{(0)} = 0$.

Lực tác dụng lên khung ở thời điểm xét là :

$$F = -ia[B_0(1+kx_2) - B_0(1+kx_1)] = -\frac{k^2a^4B_0^2}{L}x = mx'' \quad (*)$$

Đưa về dạng : $x'' + \frac{k^2a^4B_0^2}{mL}x = 0$.

Khung dao động điều hoà với $\omega = \sqrt{\dfrac{k^2a^4B_0^2}{mL}}$; $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{mL}{k^2a^4B_0^2}}$.

Khung có $v = 0$ sau $\dfrac{1}{4}$ chu kì : $t_{min} = \dfrac{T}{4} = \dfrac{\pi}{2}\sqrt{\dfrac{mL}{k^2a^4B_0^2}}$.

Nghiệm của phương trình (*) là : $x = A\cos\left(\sqrt{\dfrac{k^2a^4B_0^2}{mL}}t + \varphi\right)$.

2. Khi $t = 0$ có $x_{(0)} = 0$; $v_{(0)} > 0 \Rightarrow \varphi = -\dfrac{\pi}{2}$.

Vậy $x = A\cos\left(\sqrt{\dfrac{k^2a^4B_0^2}{mL}}t - \dfrac{\pi}{2}\right)$ và $v_{(t)} = -\omega A\cos\left(\omega t - \dfrac{\pi}{2}\right)$.

Khi $t = 0$ thì $v = v_0$ nên $A = \dfrac{v_0}{\omega} = v_0\sqrt{\dfrac{mL}{k^2a^4B_0^2}}$; $x = v_0\sqrt{\dfrac{mL}{k^2a^4B_0^2}}\cos\left(\sqrt{\dfrac{k^2a^4B_0^2}{mL}}t - \dfrac{\pi}{2}\right)$

$$i = \frac{ka^2B_0}{L}x = \frac{ka^2B_0v_0}{L}\sqrt{\frac{mL}{k^2a^4B_0^2}}\cos\left(\sqrt{\frac{k^2a^4B_0^2}{mL}}t - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$q = \int_0^{T/4} i\,dt = \int_0^{T/4}\frac{a^2B_0}{L}A\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)dt = \frac{ka^2B_0}{L}\frac{A}{\omega} = \frac{ka^2B_0}{L}\frac{v_0}{\omega^2} = \frac{mv_0}{ka^2B_0}.$$

6.4.

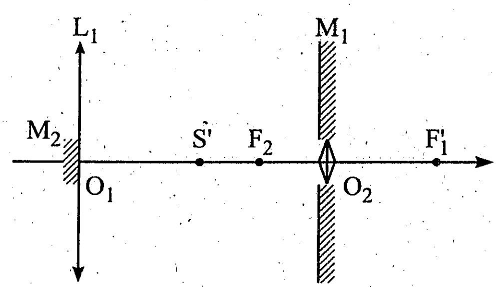
1. Khi ngắm chừng ở vô cực thì số bội giác của kính thiên văn là $G = \dfrac{f_1}{f_2}$ (1)

– Vì vật ở rất xa nên ảnh của nó qua L_1 trùng với F_1' (Hình 6.4G).

– Do ngắm chừng ở vô cực nên ảnh qua hệ L_1, M_1, M_2 sẽ hiện ra ở F_2.

– Gọi S' là ảnh của F_1' qua M_1 ta có :

$$\begin{cases} O_2S' = -O_2F_1' = -(f_1 - O_1O_2) \\ O_1F_2 = -O_1S' = -(O_1O_2 + O_2S') \end{cases}$$



Hình 6.4G

Từ đó ta có : $O_1O_2 + O_2F_2 = -(O_1O_2 - (f_1 - O_1O_2))$

Mà $O_2F_2 = -f_2$ nên $O_1O_2 + f_2 = -(O_1O_2 - (f_1 - O_1O_2)) \Rightarrow O_1O_2 = \dfrac{f_1 + f_2}{3} = l$ (2)

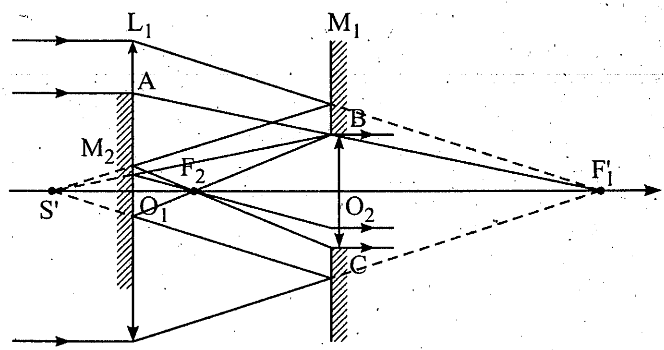
Nếu không có các gương phẳng, để ảnh cuối cùng hiện ra ở vô cùng thì F_1' trùng với F_2 do đó chiều dài cần thiết của kính là $f_1 + f_2$. Việc sử dụng thêm gương đã làm giảm chiều dài của kính.

Giải hệ phương trình (1) và (2) ta có : $f_1 = \dfrac{3G}{G+1}l,\ f_2 = \dfrac{3}{G+1}l.$

Vì $f_2 = \dfrac{3}{G+1}l < l \Rightarrow G > 2$;

suy ra : $\overline{O_1S'} = \overline{O_1O_2} + \overline{O_2S'} = \overline{O_1O_2} - (f_1 - \overline{O_1O_2}) = \dfrac{2f_2 - f_1}{3} < 0$

Nên S' nằm sau O_1 như hình 6.5G.



Hình 6.5G

2. Gọi đường kính rìa tối ưu của các gương là d_1 và d_2, đường kính của thị kính là d. Từ hình vẽ trên ta có :

- $\dfrac{d_1}{D} = \dfrac{\overline{O_2F_1'}}{\overline{O_1F_1'}} = \dfrac{f_1 - \dfrac{f_1+f_2}{3}}{f_1} = \dfrac{2f_1 - f_2}{3f_1} \Rightarrow d_1 = \dfrac{2f_1 - f_2}{3f_1}D = \dfrac{2G-1}{3G}D$

- $\dfrac{d_2}{d_1} = \dfrac{\overline{O_1S'}}{\overline{O_2S'}} = \dfrac{\dfrac{f_1 - 2f_2}{3}}{\dfrac{f_1 - 2f_2}{3} + \dfrac{f_1 + f_2}{3}} = \dfrac{f_1 - 2f_2}{2f_1 - f_2} \Rightarrow d_2 = \dfrac{f_1 - 2f_2}{2f_1 - f_2}d_1 = \dfrac{f_1 - 2f_2}{3f_1}D = \dfrac{G-2}{3G}D$

3. Điều kiện để tồn tại d_2 là $G > 2$ (3)

Mặt khác, ta có $\dfrac{d}{d_2} = \dfrac{\overline{F_2O_2}}{\overline{F_2O_1}} = \dfrac{f_2}{\dfrac{f_1+f_2}{3} - f_2} = \dfrac{3f_2}{f_1 - 2f_2} \Rightarrow d = \dfrac{3f_2}{f_1 - 2f_2}d_1 = \dfrac{f_2}{f_1}D = \dfrac{D}{G}$

Kí hiệu A là điểm thấp nhất ở nửa trên của thấu kính L_1 cho ánh sáng truyền qua, khi đó B là điểm thấp nhất của nửa trên của gương M_1.

Từ hình vẽ ta có : $\dfrac{BC}{d_2} = \dfrac{2f_1 - f_2}{3f_1} \Rightarrow BC = \dfrac{2f_1 - f_2}{3f_1}d_2 = \dfrac{(2G-1)(G-2)}{9G^2}D$

Điều kiện để thấu kính L_2 đặt lọt vào trong gương M_1 là :

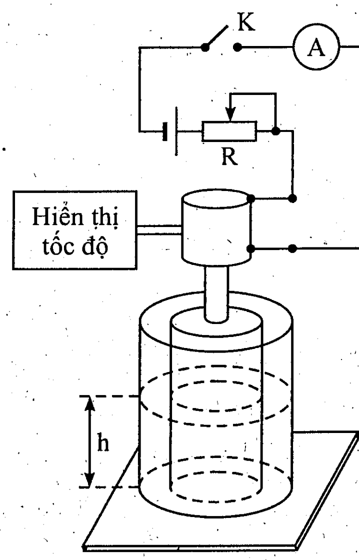
$$BC \geq d \Leftrightarrow \frac{(2G-1)(G-2)}{9G^2} \geq \frac{1}{G} \Rightarrow G \geq \frac{7+\sqrt{45}}{2} \qquad (4)$$

Từ (3) và (4) suy ra điều kiện G phải thoả mãn là $G \geq \dfrac{7+\sqrt{45}}{2} \Rightarrow G_{min} \approx 6{,}85$.

6.5.

1. Bố trí thí nghiệm, xây dựng công thức

Bố trí thí nghiệm như hình 6.6G, cần đặt khối trụ đồng trục với trục cốc trụ, đổ chất lỏng cần xác định độ nhớt vào cốc. Khi đóng khoá K, động cơ sẽ quay và làm hình trụ quay, chất lỏng trong cốc sẽ quay sinh ra lực cản nhớt tác dụng ngược lên khối trụ. Cân bằng giữa momen phát động của động cơ và lực cản nhớt sẽ làm động cơ quay đều.



Hình 6.6G

Xây dựng công thức :

Khảo sát chuyển động của chất lỏng trong cốc khi trụ quay đều với tốc độ ω_0.

Momen gây bởi lực ma sát tác dụng lên bề mặt lớp chất lỏng hình trụ bán kính r là :

$$T = 2\pi r^3 h\eta\frac{d\omega(r)}{dr} \text{ nên } \omega(r) = \int_{R_1}^{r}\frac{T}{2\pi r^3 h\eta}dr = \frac{T}{4\pi h\eta}\left(\frac{1}{R_1^2} - \frac{1}{r^2}\right)$$

Tốc độ quay $\omega(R_1) = \omega_0$ và $\omega(R_2) = 0$ nên $T = \dfrac{4\pi h R_1^2 R_2^2}{R_2^2 - R_1^2}\eta\omega_0$

Khi rôto quay sẽ sinh ra suất điện động cảm ứng e trên động cơ. Công suất điện chuyển thành công suất cơ và sinh ra momen quay $P = ie = \omega T$ với i là dòng điện chạy trong mạch.

Momen cơ là $T = \dfrac{ie}{\omega} = \dfrac{i}{38}$

Khi động cơ quay ổn định, momen cơ cân bằng với momen cản gây bởi lực ma sát nhớt của dung dịch :

$$\frac{i}{38} = \frac{4\pi h R_1^2 R_2^2}{R_2^2 - R_1^2}\eta\omega \Rightarrow i = \frac{152\pi h R_1^2 R_2^2}{R_2^2 - R_1^2}\eta\omega$$

Như vậy bằng việc thay đổi biến trở, xác định các cặp giá trị giữa dòng điện trong mạch và tốc độ quay của động cơ ta sẽ xác định được độ nhớt η.

2. Các bước tiến hành thí nghiệm, bảng biểu và xử lí số liệu

– Bố trí thí nghiệm như hình vẽ.

– Tiến hành thí nghiệm.

+ Xác định đường kính trụ trong và đường kính trong của cốc.

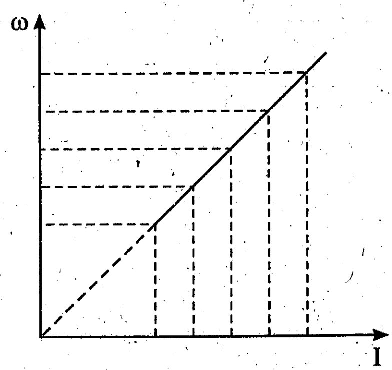
+ Đo chiều cao h của chất lỏng trong cốc.

+ Bật khoá K, đợi động cơ quay ổn định, đọc giá trị dòng điện I trên ampe kế và tốc độ quay ω của môtơ, ghi vào bảng số liệu.

+ Thay đổi biến trở và ghi cặp I, ω tương ứng vào bảng.

Bảng số liệu :

Lần đo	I	ω
1	....	....
2	....	....
......	....	....
......	....	....



Hình 6.7G

Xử lí số liệu, ta có : $I = \frac{152\pi h R_1^2 R_2^2}{R_2^2 - R_1^2}\eta\omega$

Dựng đồ thị I theo ω, đồ thị dạng đường thẳng (Hình 6.7G), xác định độ nghiêng và từ đó tính được độ nhớt η.

7 Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia THPT năm 2014, ngày thi thứ nhất

7.1.

1. a) Xét trường hợp R ≤ H, hai vật rời nhau sau khi vật M đi được quãng đường R, m đi được đoạn đường *l*. Dễ dàng chứng minh được mối liên hệ vận tốc của M là v_1 và vận tốc của m là v_2 theo biểu thức $v_1\cos\alpha = v_2\sin\alpha \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \tan\alpha$.

Với α là nửa góc ở đỉnh của hình nón.

Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng : $\frac{1}{2}mv_1^2 + 2\frac{1}{2}mv_2^2 = mgR$

$$v_1^2\left(1 + 2\frac{1}{\tan^2\alpha}\right) = 2gR \Rightarrow v_1^2 = \frac{2gR\tan^2\alpha}{2 + \tan^2\alpha}.$$

– Trường hợp R > H, hai vật rời nhau sau khi vật M đi được quãng đường H và vật đỡ đi được quãng đường $\frac{H}{\tan\alpha}$. Tương tự ý trên, ta có $v_1\cos\alpha = v_2\sin\alpha$ $\Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \tan\alpha.$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + 2\frac{1}{2}mv_2^2 = mgH$$

$$v_1^2\left(1 + 2\frac{1}{\tan^2\alpha}\right) = 2gH \Rightarrow v_1^2 = \frac{2gH\tan^2\alpha}{2 + \tan^2\alpha}.$$

b) Tương tự ý trên, tính được : $v_1\cos\varphi = v_2\sin\varphi \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \tan\varphi$. Trong đó φ là nửa góc hợp tâm của vật M và hai điểm tiếp xúc với vật M. áp dụng định luật bảo toàn năng lượng :

$$\frac{1}{2}Mv_1^2 + 2\frac{1}{2}mv_2^2 = MgR(1 - \cos\varphi)$$

$$v_1^2\left(1 + 2\frac{1}{\tan^2\varphi}\right) = 2gR(1 - \cos\varphi)$$

$$\Rightarrow v_1^2 = \frac{2gR(1 - \cos\varphi)\tan^2\varphi}{2 + \tan^2\varphi};\ v_2^2 = \frac{2gR(1 - \cos\varphi)}{2 + \tan^2\varphi}$$

Khi vật M chưa rời khỏi vật đỡ, vật đỡ chịu tác dụng của lực nén từ vật M nên tiếp tục tăng tốc.

Khi lực nén bằng 0, gia tốc của vật đỡ bằng 0, v_2 đạt giá trị cực đại.

Khảo sát sự phụ thuộc của v_2 theo $X = \cos\varphi$:

$$v_2^2 = \frac{2gR(1 - \cos\varphi)\cos^2\varphi}{1 + \cos^2\varphi} = 2gR\frac{X^2(1 - X)}{1 + X^2}$$

$$\Rightarrow 2v_2.dv_2 = 2gR\frac{(2X - 3X^2)(1 + X^2) - (X^2 - X^3)2X}{(1 + X^2)^2}dX = 2gR\frac{X(2 - 3X - X^3)}{(1 + X^2)^2}dX$$

v_2 đạt giá trị cực đại $\Leftrightarrow \cos^3\varphi + 3\cos\varphi - 2 = 0 \Rightarrow \cos\varphi_0 = 0{,}596$.

φ_0 là góc giá trị của góc φ khi vật M bắt đầu rời hai vật đỡ.

Tốc độ của vật M : $v_1^2 = 2gR\dfrac{1-\cos^2\varphi_0}{1+\cos^2\varphi_0}(1-\cos\varphi_0) \approx 0{,}384gR$

Vật M còn cách mặt đất : $h = H - R(1 - \cos\varphi_0)$

Biện luận :

– Nếu $H < R(1 - \cos\varphi_0) \approx 0{,}404\ R$ thì vật M chạm đất trước khi rời các vật đỡ, lúc chạm đất góc φ thoả mãn $H = R(1 - \cos\varphi) \Rightarrow \cos\varphi = 1 - \dfrac{H}{R}$.

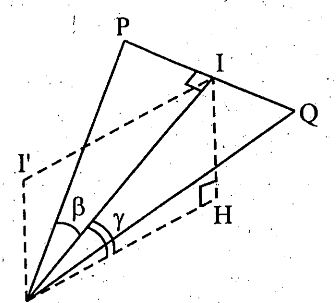
Vận tốc ngay trước khi chạm đất xác định theo định luật bảo toàn năng lượng và liên hệ vận tốc :

$$v_1^2 = 2gR\frac{1-\cos^2\varphi}{1+\cos^2\varphi}(1-\cos\varphi) \Rightarrow v_1 = \sqrt{2g\frac{(2R-H)H^2}{2R^2+H^2-2RH}}$$

– Nếu $H > R(1 - \cos\varphi_0) \approx 0{,}404\ R$ thì sau khi rơi, vật M chuyển động rơi tự do :

$$v_f = \sqrt{v_1^2 + 2gh} = \sqrt{2gH\left(1 - 0{,}212\frac{R}{H}\right)}$$

2. Ta có : Vật M chuyển động đều khi độ cao khối tâm của vật không thay đổi. Lúc vật ở sát O, độ cao của khối tâm so với O là R. Lúc vật ở vị trí khe có bề rộng $2l$, khối tâm ở ngang mặt phẳng OPQ. Khi đi từ I đến I', trọng tâm bị hạ xuống một đoạn IH – R (Hình 7.1G). Vật giống như trượt trên mặt nghiêng có góc nghiêng thoả mãn :



Hình 7.1G

$$\tan\alpha' = \frac{IH - R}{OH} = \tan\gamma - \frac{R}{l\cot\beta\cos\gamma}$$

$$= \frac{\sin\gamma - \tan\alpha.\tan\beta}{\cos\gamma}$$

Vật chuyển động đều lúc :

$$\tan\alpha' = 0 \Rightarrow \sin\gamma = \frac{R}{l}\tan\beta = \tan\alpha.\tan\beta$$

với α là nửa góc ở đỉnh của hình nón.

7.2.

1. Từ đồ thị đường 12 ta dễ dàng lập được phương trình đường thẳng đi qua 12

$$p = -\frac{p_0}{2V_0}V + \frac{3}{2}p_0 \qquad (1)$$

Từ phương trình trạng thái cho 1 mol khí : $p = \frac{RT}{V} - \frac{a}{V^2}$ (2)

Từ (1) và (2) rút ra : $RT = -\frac{p_0}{2V_0}V^2 + \frac{3}{2}p_0 V + \frac{a}{V}$ (3)

Nhiệt độ cực đại của khí trong quá trình 12 được xác định từ phương trình (3) : nhiệt độ cực đại khi $V = 1{,}49643\ V_0$ (Nghiệm của phương trình $80V^3 - 3V^2 + 10^{-5} = 0$, lấy nghiệm trong khoảng $[V_0, 2V_0]$). $T_{max} \approx 680$ K.

2. Lấy vi phân loga phương trình đoạn nhiệt $TV^{\frac{R}{C_V}} = \text{const}$ ta thu được :

$$\frac{dT}{T} + \frac{R}{C_V}\frac{dV}{V} = 0 \Rightarrow \frac{RTdV}{V} = -C_V dT \qquad (4)$$

Mặt khác, trong quá trình đoạn nhiệt ta có : $dQ = dU + pdV = 0 \Rightarrow dU = -pdV$.

Thay p từ phương trình trạng thái : $dU = -pdV = -\frac{nRTdV}{V} + \frac{n^2 a}{V^2}dV$ (5)

Kết hợp với phương trình (4), ta thu được :

$$dU = nC_V dT + \frac{n^2 a}{V^2}dV = d\left(nC_V T - \frac{n^2 a}{V}\right) \text{ hay } U = nC_V T - \frac{n^2 a}{V}, \text{ hay } \alpha = a.$$

3. Ta xét quá trình 12, áp dụng nguyên lí I trong quá trình này ta thu được :

$$dQ = \frac{-1{,}5 + 1{,}05.10^6 V^2 - 2{,}4V^3}{V^2}dV$$

$$dQ = 0 \text{ khi } V_C \approx 1{,}74869\ V_0$$

Nhiệt lượng khí nhận được trong quá trình dãn theo quá trình 12 từ $V = V_0$ đến $V = V_C$ là :

$$Q_{1C} = \int_{V_0}^{V_C} dQ = 4193{,}05 \text{ J}.$$

Trong quá trình nén đẳng tích 23, $C_p > 0$, $dT < 0$ nên $dQ < 0$, trong quá trình này hệ toả nhiệt. Trong quá trình tăng áp đẳng tích 31 hệ nhận nhiệt.

Nhiệt lượng hệ nhận được trong quá trình này là : $Q_{31} = C_V(T_1 - T_3) = 6250$ J.

Nhiệt lượng tổng cộng mà khí nhận được trong cả chu trình 1231 là :

$$Q = Q_{1C} + Q_{31} = 10440 \text{ J}$$

Công mà lượng khí sinh ra khi thực hiện một chu trình 1231 chính bằng diện tích hình tam giác 1231 trên giản đồ pV từ đó :

$$A = \frac{1}{2}\left(p_0 - \frac{p_0}{2}\right)(2V_0 - V_0) = \frac{1}{4}p_0V_0 = 1250 \text{ J}$$

Hiệu suất của chu trình : $H = \dfrac{A}{Q} = 11{,}9692\ \%$.

4. Đối với tác nhân là khí lí tưởng nhiệt trong quá trình 12 :

$$dQ = \frac{m}{\mu}\frac{5R}{2}d\left(\frac{pV}{\frac{m}{\mu}R}\right) + pdV = \frac{5}{2}Vdp + \frac{7}{2}pdV.$$

Thế P từ công thức (1) ta được :

$$dQ = \frac{5}{2}Vd\left(-\frac{p_0}{2V_0}V + \frac{3}{2}p_0\right) + \frac{7}{2}\left(-\frac{p_0}{2V_0}V + \frac{3}{2}p_0\right)dV$$

$$= -\frac{5}{4}\frac{p_0}{V_0}VdV - \frac{7}{4}\frac{p_0}{V_0}VdV + \frac{21}{4}p_0dV = \left(-\frac{12}{4}\frac{p_0}{V_0}V + \frac{21}{4}p_0\right)dV.$$

Dễ thấy $dQ = 0$ khi $V_C = 1{,}75\ V_0$ và chú ý trong quá trình dãn từ trạng thái 1 đến trạng thái 2 thì $dV > 0$.

Do đó, trong quá trình dãn theo quá trình 12 từ $V = V_0$ đến $V = V_C$ thì hệ khí nhận nhiệt ($dQ > 0$) và trong quá trình tiếp theo từ $V = V_C$ đến $V = 2V_0$ hệ khí toả nhiệt. Nhiệt lượng khí nhận được trong quá trình dãn theo quá trình 12 từ $V = V_0$ đến $V = V_C$ là :

$$Q_{1C} = \int_{V_0}^{V_C} dQ = \frac{27}{32}p_0V_0.$$

Trong quá trình nén đẳng áp 23 hệ toả nhiệt, dễ dàng tìm được nhiệt độ tại trạng thái 3 từ phương trình trạng thái : $T_3 = 0{,}5\ T_1$. Trong quá trình tăng áp đẳng tích 31 hệ nhận nhiệt. Nhiệt lượng hệ nhận được trong quá trình này là :

$$Q_{31} = \frac{m}{\mu}C_V(T_1 - T_3) = \frac{5}{4}\frac{m}{\mu}RT_1 = \frac{5}{4}p_0V_0.$$

Nhiệt lượng tổng cộng mà khí nhận được trong cả chu trình 1231 là :

$$Q = Q_{1C} + Q_{31} = \frac{67}{32}p_0V_0$$

Công mà khí sinh ra khi thực hiện một chu trình 1231 chính bằng diện tích hình tam giác 1231 trên giản đồ pV, từ đó :

$$A = \frac{1}{2}\left(p_0 - \frac{p_0}{2}\right)(2V_0 - V_0) = \frac{1}{4}p_0V_0$$

Hiệu suất của chu trình : $H = \dfrac{A}{Q} = \dfrac{8}{67} \approx 11{,}9\%$.

7.3.

1. Do tác dụng của từ trường, quỹ đạo của vật là các nửa đường tròn trên hình 7.2G.

Trong từ trường $\vec{B}_1$ đường kính quỹ đạo và chu kì chuyển động của vật là :

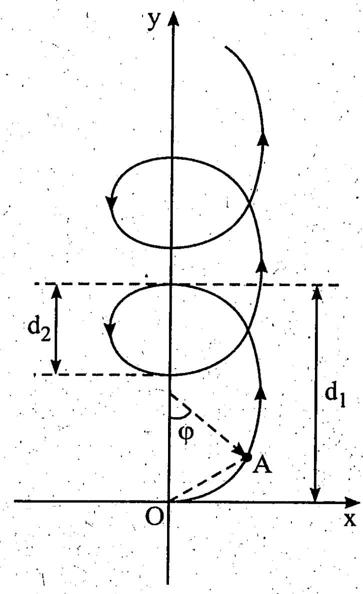
$$d_1 = \frac{2Mv}{qB_1} \; ; \; T_1 = \frac{2\pi M}{qB_1} \qquad (1)$$

Trong từ trường $\vec{B}_2$ đường kính quỹ đạo và chu kì chuyển động của vật là :

$$d_2 = \frac{2Mv}{qB_2} \; ; \; T_2 = \frac{2\pi M}{qB_2} \qquad (2)$$

Như vậy, thời gian vật đi hết một vòng trong hai từ trường là :

$$T = \frac{\pi M}{q}\left(\frac{1}{B_1} + \frac{1}{B_2}\right) \qquad (3)$$



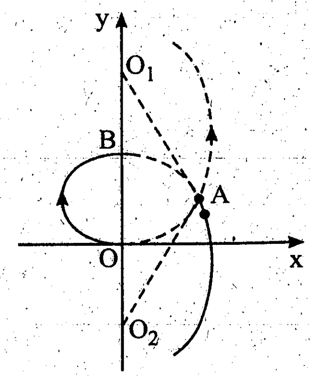
Hình 7.2G

Sau thời gian rất dài, có thể coi gần đúng vật đi được N rất lớn vòng trong hai từ trường.

$$\overline{v} = \frac{N(d_2 - d_1)}{NT} = \frac{\dfrac{2Mv_0}{q}\left(\dfrac{1}{B_1} - \dfrac{1}{B_2}\right)}{\dfrac{\pi M}{q}\left(\dfrac{1}{B_1} + \dfrac{1}{B_2}\right)} = \frac{2v_0}{\pi}.\frac{B_2 - B_1}{B_1 + B_2} = \frac{2}{\pi}.\frac{k-1}{k+1}v_0$$

2. Quỹ đạo của hai vật sẽ giao nhau tại A như hình 7.3G. Gọi O_1, O_2 lần lượt là tâm quỹ đạo tròn của hai vật trong vùng từ trường B_1 ; R_1 và R_2 là bán kính

quỹ đạo của các vật trong các vùng từ trường. Do các vật được bắn vào trong từ trường với các động lượng bằng nhau nên bán kính quỹ đạo của chúng trong các vùng từ trường là như nhau :



Hình 7.3G

$$O_1A = O_2A \Rightarrow AO_1O = AO_2O = \varphi$$

Thời gian vật thứ nhất chuyển động đến A là :

$$t_1 = \frac{\varphi}{2\pi}T_1 = \frac{\varphi M}{qB_1}$$

Thời gian vật thứ hai chuyển động đến A là :

$$t_2 = \frac{T'_2}{2} + \frac{\varphi}{2\pi}T'_1 = \frac{\pi m}{qB_2} + \frac{\varphi m}{qB_1}$$

với T'_1 và T'_2 là chu kì chuyển động của vật thứ hai trong các vùng từ trường :

$$T'_1 = \frac{2\pi m}{qB_1}\ ;\ T'_2 = \frac{2\pi m}{qB_2}$$

Các vật mất thời gian như nhau : $t_1 = t_2 = \Delta t$

Suy ra : $\dfrac{\varphi M}{qB_1} = \dfrac{\pi m}{qB_2} + \dfrac{\varphi m}{qB_1} \Rightarrow \dfrac{m}{M} = \dfrac{\varphi}{\varphi + \dfrac{\pi}{k}}$ (*)

Ta còn có : $\Delta ABO \sim \Delta O_2AB \Rightarrow \dfrac{AB}{R_1} = \dfrac{2R_2}{AB} = \sqrt{\dfrac{2R_2}{R_1}} = \sqrt{\dfrac{2B_1}{B_2}} = \sqrt{\dfrac{2}{k}} = 2\sin\dfrac{\varphi}{2}$

$\Rightarrow \varphi = 2\arcsin\sqrt{\dfrac{1}{2k}}$. Thay vào (*), ta được : $\dfrac{m}{M} = \dfrac{2\arcsin\left(\sqrt{\dfrac{1}{2k}}\right)}{\dfrac{\pi}{k} + 2\arcsin\left(\sqrt{\dfrac{1}{2k}}\right)}$

7.4.

1. Dựa vào các quy tắc lượng tử hoá :

$$L_n = m_e v_n r_n = n\frac{h}{2\pi} \Rightarrow v_n = \frac{nh}{2\pi m_e r_n} \quad (1)$$

và định luật II Niu-tơn cho chuyển động tròn của êlectron :

$$\frac{m_e v_n^2}{r_n} = \frac{kZe^2}{r_n^2} \quad (2)$$

Rút v_n từ (1) thay vào (2) ta tính được :

$$r_n = n^2\frac{h^2}{4\pi^2 Ze^2 m_e k} = n^2\frac{a}{Z} \qquad (3)$$

$$a = \frac{h^2}{4\pi^2 e^2 m_e k} = 0{,}53.10^{-10}\,\text{m} \qquad (3a)$$

là quỹ đạo Bo thứ nhất cho nguyên tử hiđrô.

Năng lượng chuyển động của êlectron trên quỹ đạo n :

$$E_n = \frac{m_e v_n^2}{2} - \frac{kZe^2}{r_n} = -\frac{kZe^2}{2r_n} = -\frac{Z^2}{n^2}.\frac{2\pi^2 e^4 m_e k^2}{h^2}$$

2. Bán kính quỹ đạo n = 2, vận tốc, chu kì chuyển động của êlectron trên quỹ đạo đó bằng $r_2 = 4a = 4.0{,}53.10^{-10} = 2{,}12.10^{-10}$ m

$$v_2 = \frac{2h}{2\pi m_e 4a} = \frac{6{,}62607.10^{-34}}{4.3{,}14.9{,}1094.10^{-31}.0{,}53.10^{-10}} = 1{,}09215.10^6\,\text{m/s}$$

$$\omega = \frac{v_2}{r_2} = \frac{1{,}09215.10^6}{2{,}12.10^{-10}} = 5{,}15.10^{15}\,\text{rad/s}$$

Số vòng quay tổng cộng trong thời gian $t = 10^{-8}$ s là :

$$N = \frac{\omega t}{2\pi} = \frac{5{,}15.10^{15}.10^{-8}}{6{,}2832} \approx 8{,}2.10^6 \text{ vòng}$$

3. Tần số và bước sóng bức xạ điện từ khi êlectron chuyển từ trạng thái E_n về trạng thái E_m được tính bằng công thức :

$$f_{nm} = \frac{c}{\lambda_{nm}} = \frac{E_n - E_m}{h} \Rightarrow \frac{1}{\lambda_{nm}} = m_e\frac{2\pi^2 Z^2 e^4 k^2}{h^3 c}\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right) = RZ^2\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

$$R = m_e\frac{2\pi^2 e^4 k^2}{h^3 c} = 1{,}09738.10^{-7}\,\text{m}^{-1}$$

là biểu thức và giá trị lí thuyết của hằng số Rít-béc.

4. a) Trong biểu thức lí thuyết của hằng số Rít-béc, chúng ta thay đổi khối lượng m_e bằng khối lượng rút gọn :

$$m = \frac{m_e M}{m_e + M} = \frac{m_e}{1 + \frac{m_e}{M}} \approx m_e\left(1 - \frac{m_e}{M}\right)$$

Hay là : $R_M = R\left(1 - \dfrac{m_e}{M}\right)$

Đối với hiđrô $m_H = 1836m_e$, nên :

$$R_H = 1{,}09738.10^7\left(1 - \frac{1}{1836}\right)m^{-1} = 1{,}09678.10^7 m^{-1}$$

b) Đối với heli $m_{He} = 7298{,}33m_e$, nên :

$$R_{He} = 1{,}09738.10^7\left(1 - \frac{1}{7298{,}33}\right)m^{-1} = 1{,}9723.10^7 m^{-1}$$

c) Ta có : $\dfrac{1}{\lambda} = R\left(\dfrac{Z^2}{m^2} - \dfrac{Z^2}{n^2}\right)$ với $R_M = \dfrac{R}{1 + \dfrac{m_0}{M}}$ và $Z_H = 1$, $Z_{He} = 2$ nên biểu thức trong ngoặc cho hiđrô và cho heli đều bằng $\dfrac{5}{36}$ và hiệu của các bước sóng được xác định từ hiệu các hằng số Rít-béc. Lấy vi phân hai vế :

$$-\frac{1}{\lambda^2}d\lambda = \frac{5}{36}dR \text{ hay } -d\lambda = \frac{5}{36}\lambda^2 dR = \frac{dR}{\frac{5}{36}R^2}$$

Từ đó giá trị gần đúng của hiệu các bước sóng :

$$|\Delta\lambda| = \lambda_H - \lambda_{He} \approx \frac{5}{36}\lambda^2\Delta R = \frac{R_{He} - R_H}{\frac{5}{36}R_H^2} = \frac{0{,}00044.10^{-3}}{\frac{5}{36}(1{,}09678.10^{-3})^2} \approx 2{,}63 Å$$

7.5.

1. Theo định lí về động năng : $eU = W_đ$

   Năng lượng ε của phôtôn tới thoả mãn :

$$\varepsilon = \frac{hc}{\lambda} \le W_đ = eU \Rightarrow \varepsilon = \frac{hc}{\lambda_{min}} = eU \Rightarrow U = \frac{hc}{e\lambda_{min}} \approx 10^4 V$$

2. Gọi λ và λ' lần lượt là bước sóng của các phôtôn tới và phôtôn tán xạ.

   a) Kí hiệu E và p_e lần lượt là năng lượng toàn phần và xung lượng (động lượng) của êlectron trước va chạm, $E_0 = m_ec^2$ là năng lượng nghỉ của êlectron. Theo định luật bảo toàn năng lượng và xung lượng ta có :

$$\frac{hc}{\lambda} + E = m_ec^2 + \frac{hc}{\lambda'} \Rightarrow E = E_0 + \varepsilon' - \varepsilon \qquad (1)$$

$$p_e\sin\varphi = \frac{h}{\lambda}\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{h}{\lambda} \quad (2)$$

$$p_e\cos\varphi + \frac{h}{\lambda}\cos\theta = p_e\cos\varphi + \frac{h}{2\lambda} = \frac{h}{\lambda'} \quad (3)$$

Khử φ ở các phương trình trên ta có :

$$p_e^2\sin^2\varphi = \frac{3h^2}{4\lambda^2};\ p_e^2\cos^2\varphi = \left(\frac{h}{\lambda'} - \frac{h}{2\lambda}\right)^2 \Rightarrow p_e^2\left(\frac{h}{\lambda'} - \frac{h}{2\lambda}\right)^2 + \frac{3h^2}{4\lambda^2}$$

Suy ra : $p_e^2 = h^2\left(\frac{1}{\lambda^2} + \frac{1}{\lambda'^2} - \frac{1}{\lambda\lambda'}\right) = \frac{\varepsilon^2 + \varepsilon'^2 - \varepsilon\varepsilon'}{c^2}$ (4)

Mặt khác, từ công thức năng – xung lượng Anh-xtanh ($E = \sqrt{p^2c^2 + m_0^2c^4}$), ta có (áp dụng (1)) :

$$p_e^2 = \frac{E^2 - E_0^2}{c^2} = \frac{(E_0 + \varepsilon' - \varepsilon)^2 - E_0^2}{c^2} = \frac{\varepsilon'^2 + \varepsilon^2 - 2\varepsilon'\varepsilon - 2E_0\varepsilon + 2E_0\varepsilon'}{c^2} \quad (5)$$

Từ (4) và (5) : $\frac{\varepsilon^2 + \varepsilon'^2 - \varepsilon\varepsilon'}{c^2} = \frac{\varepsilon'^2 + \varepsilon^2 - 2\varepsilon'\varepsilon - 2E_0\varepsilon + 2E_0\varepsilon'}{c^2} \Rightarrow 2E_0\varepsilon' - 2E_0\varepsilon = \varepsilon'\varepsilon$

Hay : $\frac{1}{\varepsilon} - \frac{1}{\varepsilon'} = \frac{1}{2E_0} \Rightarrow \Delta\lambda = \lambda - \lambda' = \frac{h}{2m_ec} \Rightarrow \lambda' = \lambda - \frac{h}{2m_ec}$ (6)

Thay $\lambda = 0{,}125$ nm ta tính được : $\lambda' = 0{,}1238$ nm.

b) Theo công thức tính bước sóng Đơ – Brơi, ta có :

$$\lambda_e = \frac{h}{p_e} = \frac{hc}{\sqrt{\varepsilon^2 + \varepsilon'^2 - \varepsilon\varepsilon'}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{\lambda^2} + \frac{1}{\lambda'^2} - \frac{1}{\lambda\lambda'}}} = 0{,}1244\text{nm}$$

8 Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia THPT năm 2014, ngày thi thứ hai

8.1.

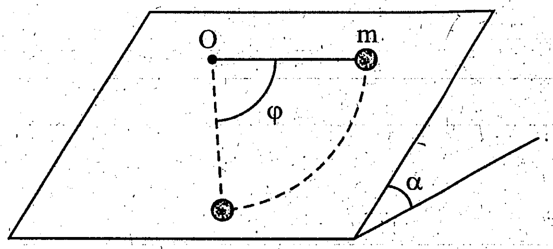
Vật chịu tác dụng của bốn lực :

- Trọng lực $\vec{P}$ hướng theo phương thẳng đứng xuống dưới.
- Phản lực $\vec{N}$ hướng vuông góc với mặt phẳng nghiêng.
- Do dây luôn căng nên vật chuyển động tròn quanh O. Lực ma sát $\vec{f}_{ms}$ hướng dọc theo mặt nghiêng vuông góc với sợi dây và ngược chiều với chiều chuyển động.
- Lực căng dây $\vec{T}$ hướng dọc theo sợi dây về O.

Do chỉ có trọng lực $\vec{P}$ và phản lực $\vec{N}$ là có thành phần hướng theo phương vuông góc với mặt phẳng nghiêng nên :

$N = mg\cos\alpha \Rightarrow f_{ms} = \mu mg\cos\alpha$

Xét vị trí dây hợp với phương ngang một góc bất kì là φ (rad) và có vận tốc tức thời v. Chọn mốc tính thế năng tại vị trí thấp nhất của vật (Hình 8.1G).



Hình 8.1G

Trước khi vật đảo chiều chuyển động :

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgR\sin\varphi\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha.R\varphi \quad (1)$$

$$mg\sin\alpha.\cos\varphi - \mu mg\cos\alpha = ma_{tt} \quad (2)$$

$$T - mg\sin\alpha\sin\varphi = ma_{ht} = \frac{mv^2}{R} \quad (3)$$

1. Vật dừng lại khi v = 0. Từ (1) suy ra :

$$\sin\varphi_0\sin\alpha = \mu\cos\alpha.\varphi_0 \Rightarrow \mu = \frac{\tan\alpha.\sin\varphi_0}{\varphi_0} = \frac{\frac{1}{\sqrt{3}}.\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{2\pi}{3}} = \frac{3}{4\pi}.$$

2. Độ lớn vận tốc đạt cực đại địa phương tại vị trí $a_{tt} = 0$ ("vị trí cân bằng").

Mặt khác, do cơ năng của vật giảm dần và động năng luôn nhỏ hơn cơ năng nên dễ thấy động năng của vật đạt giá trị lớn nhất khi đi qua "vị trí cân bằng" lần đầu tiên.

Từ (2) suy ra : $\sin\alpha.\cos\varphi_1 = \mu\cos\alpha \Rightarrow \cos\varphi_1 = \frac{\mu}{\tan\alpha} = \frac{3\sqrt{3}}{4} \Rightarrow \varphi_1 \approx 1{,}1445$ rad.

Thay vào (1) ta tính được : $v = \sqrt{2gR(\sin\alpha\sin\varphi_1 - \mu\varphi_1\cos\alpha)} \approx 1{,}32$ m/s.

Do T phụ thuộc vào động năng theo (3) nên T đạt giá trị lớn nhất tại một vị trí nào đó trước khi vật đảo chiều chuyển động.

Từ (1) và (3) ta có : $T = mg\sin\alpha\sin\varphi + \frac{mv^2}{R} = 3mg\sin\alpha.\sin\varphi - 2\mu mg\cos\alpha.\varphi$ (4)

Để tìm giá trị lớn nhất của T, ta lấy đạo hàm của T theo φ và đặt bằng 0.

$$\frac{dT}{d\varphi} = 3mg\sin\alpha.\cos\varphi_2 - 2\mu mg\cos\alpha = 0 \Rightarrow \cos\varphi_2 = \frac{2\mu}{3\tan\alpha} = \frac{\sqrt{3}}{2\pi} \Rightarrow \varphi_2 \approx 1{,}29 \text{ rad.}$$

Thay vào (4), ta tính được : $T = mg(3\sin\alpha.\sin\varphi_2 - 2\mu\varphi_2.\cos\alpha) \approx 0{,}0907$ N.

3. Sau khi vật đảo chiều chuyển động, lực ma sát đổi chiều :

$$mg\sin\alpha.\cos\varphi + \mu mg\cos\alpha = ma_{tt} \qquad (5)$$

Gia tốc tiếp tuyến của vật bằng 0 khi : $mg\sin\alpha.\cos\varphi_3 + \mu mg\cos\alpha = 0$

$$\Rightarrow \cos\varphi_3 = -\frac{\mu}{\tan\alpha} \Rightarrow \varphi_3 = (\pi - \varphi_1)\text{ rad} \approx 1{,}997\text{ rad.}$$

Hay $\varphi_3 \approx 114{,}4^o$; φ_3 là "vị trí cân bằng" mới.

Vị trí vật dừng lại lần đầu tiên cách vị trí φ_3 khoảng $\theta_0 = 5{,}6^o$.

Ở các vị trí lệch ít so với vị trí này, $\varphi = \varphi_3 + \theta$ với θ đủ nhỏ, từ (5) ta có :

$$ma_{tt} = mg\sin\alpha.\cos\varphi + \mu mg\cos\alpha$$

$$= mg\sin\alpha.\cos\varphi_3.\cos\theta - mg\sin\alpha.\sin\varphi_3.\sin\theta + \mu mg\cos\alpha \approx -mg\sin\alpha.\sin\varphi_3.\theta$$

$\Rightarrow \theta'' + \dfrac{g\sin\alpha.\sin\varphi_3}{R}\theta = 0 \Rightarrow$ Chuyển động của vật có thể xem là dao động điều hoà quanh vị trí φ_3 với "biên độ" θ_0 trước khi vật đổi chiều chuyển động lần thứ hai.

Suy ra, vật dừng lại tại ví trí : $\varphi_4 = \varphi_3 - \theta_0 = 2\varphi_3 - \varphi_0$.

Tại vị trí này, thành phần song song với mặt nghiêng vuông góc với dây treo của trọng lực $mg\sin\alpha.\cos\varphi$ nhỏ hơn lực ma sát nghỉ cực đại $\mu mg\cos\alpha$ nên vật ngừng chuyển động. Tổng quãng đường vật đi được cho đến khi dừng lại là :

$$L = R(2\varphi_0 - \varphi_4) = R(3\varphi_0 + 2\varphi_1 - 2\pi) \approx 0{,}92\text{ m.}$$

8.2.

1. Gọi khối lượng hơi nước bão hoà ở trạng thái ban đầu là m_1, khối lượng nước là m_2 và số mol không khí là n. Thể tích hỗn hợp hơi nước và không khí ở trạng thái ban đầu là V_1. Áp suất hỗn hợp khí ban đầu là $p_1 = p_{hn1} + p_{kk1}$, trong đó $p_{hn1} = p_{kk1}$ là áp suất riêng phần của hơi nước bão hoà và không khí ở thời điểm ban đầu.

$$\Rightarrow p_{hn1} = p_{kk1} = p_{bh} = \frac{p_1}{2}.$$

Không khí tuân theo phương trình trạng thái khí lí tưởng nên trong quá trình đẳng nhiệt :

$$p_{kk1}V_1 = p_{kk2}V_2 \Rightarrow p_{kk2} = \frac{V_1}{V_2}p_{kk1} = \frac{p_1}{6}$$

Áp suất hỗn hợp hơi nước và không khí lúc sau là :

$$p_2 = \frac{p_1}{2}$$

Áp suất riêng phần của hơi nước :

$$p_{hn2} = \frac{p_1}{2} - \frac{p_1}{6} = \frac{p_1}{3} < p_{bh}$$

Vậy, hơi nước ở trạng thái cuối là hơi khô hay toàn bộ nước trong xilanh đã hoá hơi hết. Khối lượng hơi nước ở trạng thái cuối $m = m_1 + m_2$.

2. Ta có các phương trình trạng thái :

$$p_{hn1}V_1 = \frac{m_1}{\mu}RT; p_{hn2}V_2 = \frac{m}{\mu}RT \Rightarrow \frac{m}{m_1} = \frac{p_{hn2}V_2}{p_{hn1}V_1} = 2 \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = 1.$$

3. Trước tiên cần tìm trạng thái C mà tại đó nước vừa hoá hơi hết.

Gọi thể tích của hệ trong trạng thái này là V_C.

Ở trạng thái này nước vừa hoá hơi hết nên áp suất của hơi nước $p_{hnC} = p_{bh} = p_{hn1}$.

Khối lượng hơi nước trong trạng thái C là $2m_1$. Ta viết các phương trình trạng thái cho hơi nước và không khí :

$$p_{hnC}V_C = \frac{2m_1}{\mu}RT; \ p_{hn1}V_1 = \frac{m_1}{\mu}RT \Rightarrow V_C = 2V_1$$

$$p_{kkC}V_C = nRT = p_{kk1}V_1 \Rightarrow p_{kkC} = \frac{p_1}{4}$$

Áp suất lên thành bình :

$$p_C = p_{hnC} + p_{kkC} = 3\frac{p_1}{4}$$

– Khi $V_1 \le V < V_C$ hơi nước là bão hoà, áp suất hơi nước $p_{hn} = p_{bh}$.

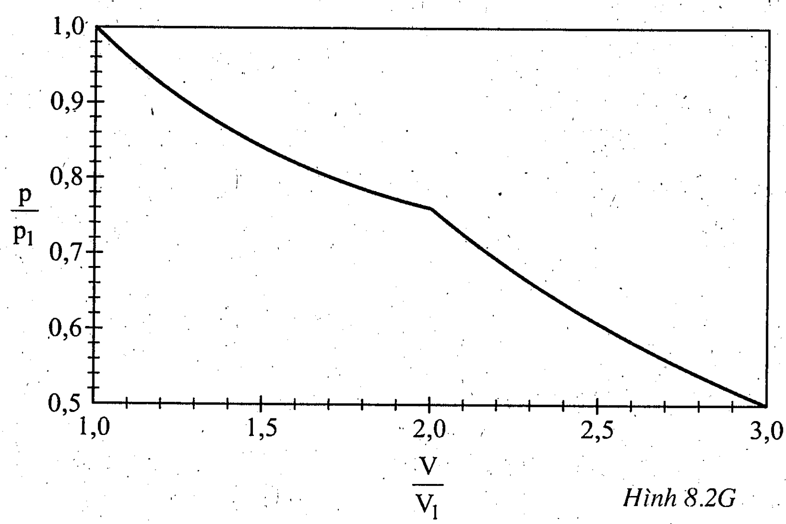
Áp suất không khí $p_{kk} = p_{kk1}\frac{V_1}{V}$ và áp suất lên thành bình :

$$p = p_{hn} + p_{kk} = \frac{p_1}{2}\left(1 + \frac{V_1}{V}\right)$$

– Khi $V_C \le V$ hệ chỉ gồm hơi nước và không khí, áp suất lên thành bình :

$$p = p_{hn} + p_{kk} = p_1\frac{3V_1}{2V}$$

Ta có đồ thị như hình 8.2G.



Hình 8.2G

8.3. Ta xét các thành phần từ trường trên trục Ox và Oy :

$$B_x = B_0\sin\omega t - \frac{1}{2}B_0\sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) - \frac{1}{2}B_0\sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$= B_0\sin\omega t - \frac{1}{2}B_0\left[2\sin\omega t.\cos\frac{2\pi}{3}\right] = \frac{3}{2}B_0\sin\omega t$$

$$B_y = -\frac{\sqrt{3}}{2}B_0\sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) + \frac{\sqrt{3}}{2}B_0\sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2}B_0.2\cos\omega t.\sin\frac{2\pi}{3} = \frac{3}{2}B_0\cos\omega t.$$

1. $B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2} = \frac{3}{2}B_0$

2. tan góc hợp bởi vectơ $\vec{B}$ và trục Ox : $\tan\varphi = \frac{B_y}{B_x} = \tan\omega t \Rightarrow \varphi = \omega t + k\pi$ ($k \in Z$).

Vận tốc góc của vectơ $\vec{B}$ nhận được bằng cách đạo hàm góc φ theo t : $\varphi' = \omega$; nghĩa là vectơ $\vec{B}$ quay trong mặt phẳng Oxy với vận tốc góc ω đúng bằng tần số góc của dòng điện ba pha, theo chiều từ cuộn dây có dòng điện sớm pha sang cuộn dây có dòng điện trễ pha hơn.

Trong kĩ thuật, muốn thay đổi chiều quay của động cơ, chỉ cần tráo vị trí của hai trong ba đầu vào ở ổ cắm của mạng điện ba pha. Việc làm này làm cho tính sớm pha hay trễ pha của các dòng điện trong các cuộn dây thay đổi, từ trường sẽ đảo chiều quay.

3. a) Từ thông qua khung dây S lúc đó là : $\Phi = \vec{B}.\vec{S} = \frac{3}{2}B_0S\cos\omega t$

Suất điện động cảm ứng trong vòng dây được tính theo công thức :

$$e = -\dot{\Phi} = \frac{3}{2}B_0S\omega\sin\omega t$$

Trong vòng dây có điện trở R và độ tự cảm L, xuất hiện dòng điện tương ứng :

$$i = \frac{3B_0S\omega}{2Z}\sin(\omega t - \varphi);\ \text{với } Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2};\ \tan\varphi = \frac{\omega L}{R}$$

Bỏ qua độ tự cảm L thì : $Z = R$; $\varphi = 0 \Rightarrow i = \frac{3B_0S\omega}{2R}\sin\omega t$;

Momen lực từ tác dụng lên vòng dây :

$$M_B = BiS\sin\omega t = \frac{9B_0^2S^2\omega}{4R}\sin^2\omega t = \frac{9B_0^2S^2\omega}{8R}(1 - \cos2\omega t) > 0$$

b) Cho vòng dây có thể quay tự do quanh trục đối xứng.

Xét vòng dây tại thời điểm khung quay với tốc độ góc ω', từ trường $\vec{B}$ hợp với pháp tuyến của vòng dây góc α ($0 \le \alpha \le \pi$).

Từ thông qua vòng dây :

$$\Phi = \vec{B}.\vec{S} = \frac{3}{2}B_0S\cos\alpha \Rightarrow e = -\frac{d\Phi}{dt} = \frac{3}{2}B_0S\sin\alpha.\frac{d\alpha}{dt} = \frac{3}{2}B_0S\sin\alpha(\omega - \omega')$$

$$\Rightarrow\ i = \frac{3B_0S\sin\alpha}{2R}(\omega - \omega')$$

Momen lực từ tác dụng lên vòng dây : $M_B = BiS\sin\alpha = \frac{9B_0^2S^2\sin^2\alpha}{4R}(\omega - \omega') \ge 0$

Nhận xét :

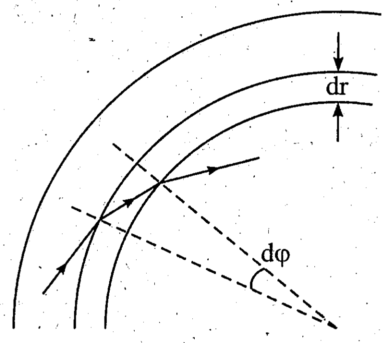
- Vật luôn chuyển động nhanh dần.
- Lúc góc lệch α thay đổi từ 0 đến π, ban đầu momen lực từ tăng dần rồi sau đó giảm dần. Lúc α thay đổi đến π, chiều dòng điện qua vòng dây đổi chiều, suy ra chiều pháp tuyến thay đổi, góc giữa từ trường $\vec{B}$ và phương pháp tuyến thay đổi về 0. Quá trình lặp lại như trên.
- Momen lực phụ thuộc vào độ lệch giữa tốc độ góc của vòng dây và của từ trường quay.

Vậy, vòng dây chuyển động nhanh dần với gia tốc góc thay đổi liên tục theo thời gian. Gia tốc góc tăng dần từ 0 đến một giá trị cực đại rồi lại giảm dần về 0, sau đó tiếp tục lặp lại các biến đổi tương tự như vậy nhưng giá trị cực đại ngày càng giảm dần còn thời gian thực hiện một biến đổi ngày càng dài (do độ lệch $\omega - \omega'$ giảm dần).

8.4.

1. Chia khối thành các lớp trụ mỏng.

Chiết suất của các lớp trụ coi là không đổi (Hình 8.3G).



Hình 8.3G

Tại mặt của lớp trụ cách trục là (r + dr), theo định luật khúc xạ ánh sáng :

$$n_{r+dr}\sin i_{r+dr} = n_r \sin i'_{r+dr} \qquad (1)$$

$$\Rightarrow n_{r+dr}(r+dr)\sin i_{r+dr} = n_r(r+dr)\sin i'_{r+dr}$$

Tại hai mặt của lớp trụ, sử dụng định lí hàm số sin :

$$\frac{\sin'_{r+dr}}{\sin i_r} = \frac{r}{r+dr} \Rightarrow n_r(r+dr)\sin i'_{r+dr} = n_r r \sin i_r \ (2)$$

Từ (1) và (2), tổng quát hoá lên ta được : $n_r r \sin i_r = \text{const} = R\sin i$.

2. Áp dụng công thức trên :

Để đến được mặt trong của khối thuỷ tinh thì :

$$1.R\sin i = \sqrt{3}.\frac{R}{2}\sin i_{r'} \le \frac{\sqrt{3}R}{2} \Rightarrow i \le 60^o.$$

3. Để lọt được vào trong hốc rỗng thì : $1.R\sin i = 1.\frac{R}{2}\sin i_{r'} < \frac{R}{2} \Rightarrow i < 30^o$

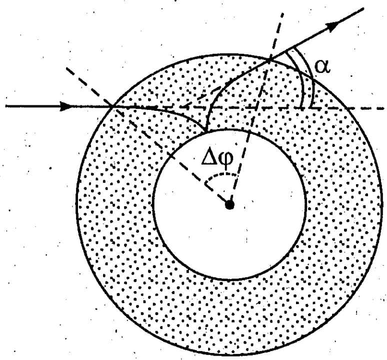
Ta có : $R\sin i = n_r r \sin i_r \Rightarrow \sin i_r = \dfrac{R\sin i}{n_r r} \Rightarrow \tan i_r = \sqrt{\dfrac{\sin^2 i_r}{1-\sin^2 i_r}} = \sqrt{\dfrac{R^2\sin^2 i}{n_r^2 r^2 - R^2 \sin^2 i}}$

Dựa vào hình học : $r d\varphi = dr \tan i_r \Rightarrow d\varphi = \sqrt{\dfrac{R^2\sin^2 i}{2r^2 + R^2\left(\dfrac{1}{4} - \sin^2 i\right)}}\dfrac{dr}{r}$

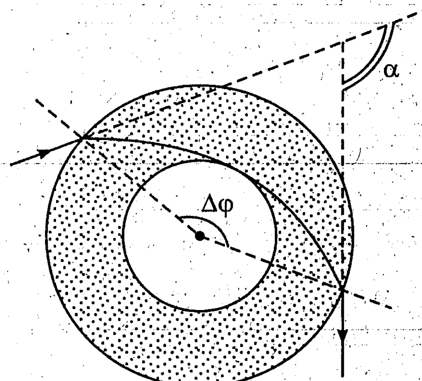
4. • Trường hợp 1 : góc tới $i = 30^o$ (Hình 8.4G)

$$\Rightarrow d\varphi = \frac{\sqrt{2}R}{4r^2}dr \Rightarrow \Delta\varphi = 2\int_{R/2}^{R}\frac{\sqrt{2}R}{4r^2}dr = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Góc lệch giữa tia tới và tia ló là : $\alpha = \pi - \Delta\varphi - 2i = \dfrac{2\pi}{3} - \dfrac{\sqrt{2}}{2} \approx 1{,}39\,\text{rad}.$



Hình 8.4G



Hình 8.5G

• Trường hợp 2 : góc tới $i = 60^0$ (Hình 8.5G).

$$\Rightarrow d\varphi = \sqrt{\frac{R^2\sin^2 i}{2r^2 + R^2\left(\frac{1}{4} - \sin^2 i\right)}}\frac{dr}{r} = \sqrt{\frac{3R^2}{8r^2 - 2R^2}}\frac{dr}{r}.$$

$$\Rightarrow \Delta\varphi = 2\int_{R/2}^{R}\sqrt{\frac{3R^2}{8r^2 - 2R^2}}\frac{dr}{r} = \sqrt{6}\int_{R/2}^{R}\frac{1}{\sqrt{\frac{4r^2}{R^2} - 1}}\frac{dr}{r}$$

Đặt : $t = \sqrt{\frac{4r^2}{R^2} - 1} \Rightarrow dt = \frac{8rdr}{R^2\sqrt{\frac{4r^2}{R^2} - 1}} \Rightarrow dr = \frac{R^2\sqrt{\frac{4r^2}{R^2} - 1}}{8r}dt$

$$\Delta\varphi = \sqrt{6}\int_0^{\sqrt{3}}\frac{R^2dt}{8r^2} = \sqrt{6}\int_0^{\sqrt{3}}\frac{dt}{2(t^2+1)} = \frac{\sqrt{6}}{2}\arctan(t)\Big|_0^{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}\pi}{6}$$

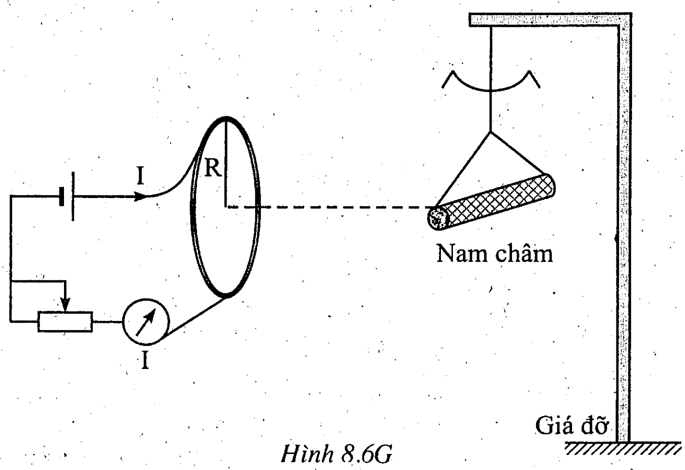
Tương tự ở trên ta tính được : $\alpha = 2\pi - \Delta\varphi - 2i = \frac{8 - \sqrt{6}}{6}\pi \approx 2{,}91\,\text{rad}$.

8.5

a) Bố trí thí nghiệm như hình 8.6G.

Cố định vị trí đặt khung dây (thẳng đứng) và vị trí treo nam châm trên trục của khung dây.

b) Từ trường tại vị trí treo nam châm gồm : $\vec{B} = \vec{B}_d + \vec{B}_{TĐ}$, với $B_d \sim NI$, có thể viết dưới dạng $B_d = AI$, trong đó A là hằng số phụ thuộc vào vị trí số vòng dây và bán kính R, I là cường độ dòng điện chạy qua khung.



Hình 8.6G

Chọn phương $\vec{B}_d // \vec{B}_{TĐ}$ ta có : $B = B_d + B_{TĐ} = AI + B_{TĐ}$

Phương trình dao động : $\vec{M} = I_{qt}\vec{\gamma}$, hay $\mu B\alpha = -I_{qt}\gamma \Rightarrow \alpha'' + \frac{\mu B}{I_{qt}}\alpha = 0$

Chu kì dao động $T = 2\pi\sqrt{\frac{I_{qt}}{\mu B}}$, từ đó :

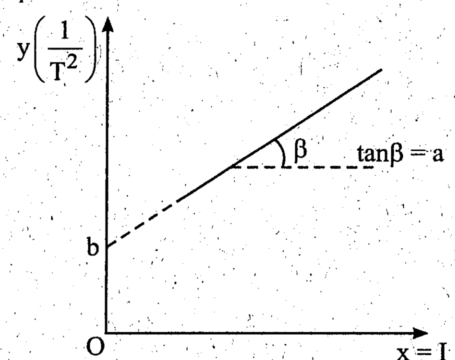
$$\frac{1}{T^2} = \frac{\mu}{4\pi^2 I_{qt}}(B_d + B_{TĐ}) = \frac{\mu}{4\pi^2 I_{qt}}B_d + \frac{\mu}{4\pi^2 I_{qt}}B_{TĐ}$$

Đặt x = I (cường độ dòng điện) và $y = \frac{1}{T^2}$

ta có : y = ax + b,

trong đó $a = \frac{\mu A}{4\pi^2 I_{qt}}$, $b = \frac{\mu}{4\pi^2 I_{qt}}B_{TĐ}$

Đồ thị có dạng như hình 8.7G.



Hình 8.7G

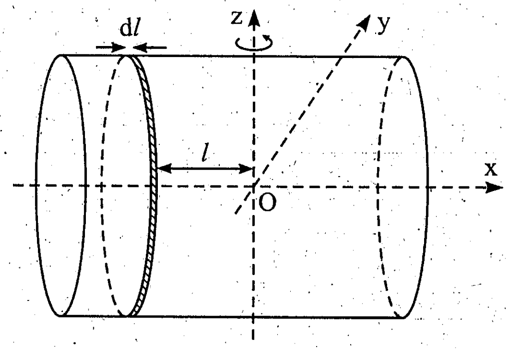
c) Momen từ của thỏi nam châm $\mu = \frac{4\pi^2 I_{qt}}{B_{TĐ}}b$;

các hệ số a và b có thể được xác định bằng phương pháp đồ thị hoặc phương pháp bình phương tối thiểu.

• Biểu thức momen quán tính I_{qt}.

Momen quán tính đối với trục Ox (Hình 8.8G) :

$I_x = \frac{MR^2}{2}$. Chú ý : $I_y = I_z$.



Hình 8.8G

Chia thành các đĩa mỏng và dùng định lí Huy-ghen – Stai-nơ tính momen quán tính của đĩa mỏng đối với trục Oz và Oy.

$$dI_z = dI_y = \frac{R^2dm}{4} + l^2dm\ ;\ \ I_z = I_y = 2\int_0^L dI_y = m\left(\frac{R^2}{4} + \frac{l^2}{12}\right) = I_{qt}$$

d) Nguyên nhân sai số :

– Tùy theo độ lớn của I_{qt}. Nếu I_{qt} lớn, dao động không rõ rệt ⇒ cần hỗ trợ B_d khung dây (tăng dòng),...

– Từ trường Trái Đất không đồng nhất trong khu vực đo.

(9) Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia THPT năm 2015, ngày thi thứ nhất

9.1.

1. Giả sử dòng điện chạy qua biến trở I ⇒ công suất toả nhiệt của biến trở và công suất của lực căng tác dụng lên m :

$$\mathscr{P}_R = R_0I^2$$

$$\mathscr{P}_m = mgv$$

Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng ta có :

$$UI = \mathscr{P}_R + \mathscr{P}_m = R_0I^2 + mgv \qquad (1)$$

Vận tốc góc của thanh kim loại :

$$\omega = \frac{v}{R_2} \Rightarrow \varepsilon = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = B\frac{1}{2}R_1^2\omega = \frac{BR_1^2v}{2R_2} \Rightarrow I = \frac{U-\varepsilon}{R_0} = \frac{U - \dfrac{BR_1^2v}{2R_2}}{R_0} \qquad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có :

$$U\frac{U-\dfrac{BR_1^2v}{2R_2}}{R_0}=\frac{\left(U-\dfrac{BR_1^2v}{2R_2}\right)^2}{R_0}+mgv\Rightarrow R_0=\frac{BR_1^2}{2mgR_2}\left(U-\frac{BR_1^2v}{2R_2}\right)$$

2. Khi đĩa quay, trong vùng có từ trường sẽ xuất hiện một điện trường xoáy. Trên thực tế các êlectron rất mau chóng đạt tốc độ ổn định, vì thế lực tác dụng tổng cộng lên chúng gần như bằng 0 (bỏ qua lực quán tính vì khối lượng của các êlectron quá bé), do đó :

$$\vec{F}\approx q_e(\vec{E}+\vec{v}_s\times\vec{B})=\vec{0}\Rightarrow\vec{E}=-\vec{v}_s\times\vec{B}\Rightarrow E=|\vec{v}_s\times\vec{B}|=v_sB=\frac{vBr}{R_2}$$

Công suất toả nhiệt trên vùng có từ trường :

$$\mathscr{P}=RI^2=\frac{\rho l}{S_0}(jS_0)^2=\sigma E^2lS_0=\sigma E^2V=\sigma E^2Sd=\frac{1}{\rho}\frac{v^2B^2r^2}{R_2^2}Sd$$

Áp dụng định lí động năng ta có :

$$mgvdt-\mathscr{P}dt=d\left(\frac{mv^2}{2}\right)\Rightarrow mgv-\frac{1}{\rho}\frac{v^2B^2r^2}{R_2^2}Sd=mv\frac{dv}{dt}$$

Khi $v=v_{max}$, $\dfrac{dv}{dt}=0$ nên : $mgv_{max}-\dfrac{1}{\rho}\dfrac{v_{max}^2B^2r^2}{R_2^2}Sd=0$

Từ đó ta có vận tốc cực đại của m là : $v_{max}=\dfrac{mg\rho R_2^2}{B^2r^2Sd}$

9.2.

Gọi công suất của động cơ là W, khi máy hoạt động liên tục (theo giả thiết) ta có :

$$Q=\frac{T_{min}}{T_n-T_{min}}Wt=A(T_n-T_{min})t\Rightarrow W=A\frac{(T_n-T_{min})^2}{T_{min}}$$

1. Thời gian để máy hạ nhiệt độ phòng từ $T_0+\Delta T\rightarrow T_0$ (nhiệt độ máy ngừng hoạt động) :

$$\tau_1\approx\frac{C\Delta T}{\dfrac{T_0}{T_n-T_0}W-A(T'_n-T_0)}=\frac{(T_n-T_0)T_{min}}{A[T_0(T_n-T_{min})^2-T_{min}(T_n-T_0)^2]}C\Delta T$$

C là nhiệt dung của phòng. Thời gian để nhiệt độ trong phòng tăng từ $T_0\rightarrow T_0+\Delta T$ (khi máy ngừng hoạt động) :

$$\tau_2 \approx \frac{C\Delta T}{A(T_n - T_0)} \Rightarrow \frac{\tau_1}{\tau_2} = \frac{(T_n - T_0)^2 T_{min}}{T_0(T_n - T_{min})^2 - T_{min}(T_n - T_0)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{(T_n - T_0)^2 T_{min}}{(T_n - T_{min})^2 T_0} = \frac{\tau_1}{\tau_1 + \tau_2} = \eta = 40\%$$

$$\Rightarrow (T_n - T_0)^2 + \eta\frac{(T_n - T_{min})^2}{T_{min}}(T_n - T_0) - \eta\frac{(T_n - T_{min})^2}{T_{min}}T_n = 0$$

Thay số ta được : $(T_n - T_0)^2 + \frac{16}{29}(T_n - T_0) - \frac{4960}{29} = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} T_n - T_0 \approx 12,8\,K \\ T_n - T_0 \approx -13,4\,K \end{array}\right.$

Kết hợp với điều kiện $T_n > T_0$ ta có : $T_0 = T_n - 12,8\,K = 297,2\,K \Rightarrow t_0 = 24,2^oC$.

2. Gọi công suất sưởi ấm là $\mathscr{P}$ ta có : $\mathscr{P} = \frac{T_p}{T_p - T'_n}W$.

Khi máy sưởi hoạt động liên tục $T_p = T_{max}$, đồng thời $\mathscr{P} = A(T_{max} - T'_n)$, do đó :

$$\frac{T_{max}}{T_{max} - T'_n}A\frac{(T_n - T_{min})^2}{T_{min}} = A(T_{max} - T'_n)$$

$$\Rightarrow T'_n = -\sqrt{\frac{T_{max}}{T_{min}}}(T_n - T_{min}) + T_{max} \approx 279,7K \Rightarrow t'_n \approx 6,7^oC.$$

Gọi thời gian để máy nâng nhiệt độ từ $T'_0 - \Delta T' \to T'_0$ là τ'_1, thời gian để nhiệt độ trong phòng giảm từ T'_0 xuống $T'_0 - \Delta T'$ khi máy ngừng hoạt động là τ'_2, ta có :

$$\tau'_1 = \frac{C\Delta T'}{\frac{T'_0}{T'_0 - T''_n}W - A(T'_0 - T''_n)} = \frac{C\Delta T' T_{min}(T'_0 - T''_n)}{A[T'_0(T_n - T_{min})^2 - T_{min}(T'_0 - T''_n)^2]}$$

$$\tau'_2 = \frac{C\Delta T'}{A(T'_0 - T''_n)^2}$$

Do đó :

$$\frac{\tau'_1}{\tau'_2} = \frac{T_{min}(T'_0 - T''_n)^2}{T'_0(T_n - T_{min})^2 - T_{min}(T'_0 - T''_n)^2} \Rightarrow \frac{T_{min}(T'_0 - T''_n)^2}{T'_0(T_n - T_{min})^2} = \frac{\tau'_1}{\tau'_1 + \tau'_2} = \eta' = 40\%$$

$$\Rightarrow (T'_0 - T''_n)^2 - \eta'\frac{(T_n - T_{min})^2}{T_{min}}(T'_0 - T''_n) - \eta'\frac{(T_n - T_{min})^2}{T_{min}}T''_n = 0$$

Thay số ta được : $(T'_0 - T'')^2 - \frac{16}{29}(T'_0 - T''_n) - \frac{4478,4}{29} = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} T'_0 - T''_n \approx 12,7K \\ T'_0 - T''_n \approx -12,1K \end{array}\right.$

Vì $T'_0 > T'_n$ nên : $T'_0 = T''_n + 12,7K = 292,4K \Rightarrow t'_0 = 19,4^oC$.

3. Ta có : $\frac{\eta'}{\eta} = \frac{T_0(T'_0 - T''_n)^2}{T'_0(T'_n - T_0)^2}$

Trong trường hợp này : $\begin{cases} T''_n = T'_n = 298K \\ T_0 = 297K, T'_0 = 299K \end{cases} \Rightarrow \frac{\eta'}{\eta} = \frac{T_0}{T'_0} = \frac{297}{299} < 1$

Suy ra, thời gian hoạt động của máy ở phòng 2 sẽ nhỏ hơn thời gian hoạt động của máy ở phòng 1, nên máy ở phòng 2 sẽ tạm ngừng hoạt động sớm hơn. Chú ý rằng điều này chỉ hiển nhiên khi $\tau'_1 + \tau'_2 = \tau = \tau_1 + \tau_2$, vì thế trong thực tế có thể điều này không đúng.

9.3. Giả sử điện tích của bản tụ là q $\Rightarrow$ điện trường tại x : $E_x = \frac{q}{\varepsilon\varepsilon_0 S} = \frac{q}{\varepsilon_1\varepsilon_0 S}(1 + \alpha x)$

Hiệu điện thế giữa hai bản tụ : $U = \int_0^d E_x dx = \frac{q}{\varepsilon_1\varepsilon_0 S}\int_0^d (1 + \alpha x)dx = \frac{qd}{\varepsilon_1\varepsilon_0 S}\left(1 + \alpha\frac{d}{2}\right)$

1. Điện dung của tụ : $C = \frac{q}{U} = \frac{\varepsilon_1\varepsilon_0 S}{d\left(1 + \alpha\frac{d}{2}\right)}$

2. Ta có : $\sigma = \frac{q}{S} = \frac{CU_0}{S} \Rightarrow \sigma = \frac{\varepsilon_1\varepsilon_0 U_0}{d\left(1 + \alpha\frac{d}{2}\right)}$

Do đó mật độ điện tích trên bản tụ dương σ_+ và trên bản tụ âm σ_- là :

$$\sigma_+ = \frac{\varepsilon_1\varepsilon_0 U_0}{d\left(1 + \alpha\frac{d}{2}\right)};\ \sigma_- = -\frac{\varepsilon_1\varepsilon_0 U_0}{d\left(1 + \alpha\frac{d}{2}\right)}$$

Cường độ điện trường tại x : $E_x = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0} = \frac{U}{d}\frac{1 + ax}{1 + \alpha\frac{d}{2}}$

3. Điện dung mới của tụ : $C' = \frac{\left(C + \frac{\varepsilon_0 S}{d}\right)}{2} \Rightarrow$ Công mà nguồn đã thực hiện :

$$A_n = U_0\Delta q = U_0(C'U_0 - CU_0) = (C' - C)U_0^2$$

Do đó : $A + A_n = \Delta W = \frac{1}{2}C'U_0^2 - \frac{1}{2}CU_0^2 = \frac{1}{2}(C' - C)U_0^2$

$\Rightarrow$ Công mà ta phải thực hiện : $A = -A_n + \frac{1}{2}(C' - C)U_0^2 = \frac{1}{2}(C - C')U_0^2$

hay : $A = \frac{1}{4}\left(\frac{\varepsilon_1}{1 + \alpha\frac{d}{2}} - 1\right)\frac{\varepsilon_0 S}{d}U_0^2$

9.4. Theo giả thiết : $R = \frac{I_p}{I_0} = \left(\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_2}\right)^2 = R_{21} = \left(\frac{n_{21} - 1}{n_{21} + 1}\right)^2 = \left(\frac{1 - n_{12}}{1 + n_{12}}\right)^2 = R_{12}$

Suy ra $T = 1 - R = T_{21} = 1 - R_{21} = 1 - R_{12} = T_{12}$

1. Về hệ số phản xạ rất bé nên ta có thể bỏ qua các đóng góp của các thành phần phản xạ : $I = T^2 I_0 = (1 - R)^2 I_0 = \left(1 - \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2\right)^2 I_0 = \frac{16n^2}{(n+1)^4}I_0$

Do đó tỉ lệ ánh sáng truyền qua : $T' = T^2 = \frac{I}{I_0} = \frac{16n^2}{(n+1)^4} \approx 93{,}4\%$

Nếu kể đến tất cả các thành phần phản xạ thì ta phải kể đến sự giao thoa của các thành phần. Đây là bài toán rất phức tạp và dữ kiện đã cho của đề bài không đủ để giải quyết vấn đề này. Trong trường hợp các thành phần phản xạ thứ cấp không giao thoa với nhau, mỗi thành phần sẽ thực hiện hai lần truyền qua và 2k lần phản xạ (k = 0, 1, 2,...), khi đó :

$$I = T^2 I_0(1 + R^2 + R^4 + ...) = \frac{(1-R)^2}{1 - R^2}I_0 = \left(\frac{1-R}{1+R}\right)I_0$$

Do đó : $T' = \frac{I}{I_0} = \frac{1-R}{1+R} = \frac{2n}{n^2+1} \approx 93{,}5\%$

2. Biên độ sáng của hai thành phần phản xạ từ lớp phủ :

$$\begin{cases} E_1 = \sqrt{R_0}E_0 = \sqrt{R_0 I_0} \\ E_2 = T_0\sqrt{R_0}E_0 = (1 - R_0)\sqrt{R_0 I_0} \end{cases} \quad \text{trong đó } R_0 = \left(\frac{\sqrt{n} - 1}{\sqrt{n} + 1}\right)^2$$

Hai thành phần phản xạ này lệch pha với nhau một lượng $\Delta\varphi = 2\pi\frac{2\sqrt{n}e}{\lambda}$.

Hai sóng này giao thoa với nhau cho biên độ cực tiểu khi $\Delta\varphi = \pi + k.2\pi$, ($k \in Z$).

Do đó : $e = \frac{\lambda}{4\sqrt{n}}(1 + 2k)$; $e_{min} = \frac{\lambda}{4\sqrt{n}}$

9.5.

1. Xét một vỏ trụ rỗng bán kính r bề dày dr, chiều dài l.

Nếu giữ cố định một đầu trụ và xoay đầu còn lại một góc α đủ nhỏ thì trên trụ xuất hiện một ứng suất :

$$\sigma = \frac{dF}{dS} = \frac{dM}{rdS} = \frac{dM}{r.2\pi rdr} = G\frac{\alpha r}{l} \Rightarrow dM = \frac{2\pi G\alpha}{l}r^3dr$$

trong đó dM là momen lực tác dụng lên ống trụ để xoay nó một góc α.

Do đó momen lực tác dụng lên cả hình trụ :

$$M = \frac{2\pi G\alpha}{l}\int_{R_1}^{R_2} r^3dr = \frac{\pi G(R_2^4 - R_1^4)}{2l}\alpha$$

Suy ra, nếu gắn một thanh cứng vào đầu tự do của ống và gắn hai vật nặng M vào hai phía của thanh sao cho khoảng cách từ các vật nặng tới trụ là x, khi đó momen lực mà ống tác dụng lên thanh là :

$$M' = -M = -\frac{\pi G(R_2^4 - R_1^4)}{2l}\alpha = (I_0 + 2Mx^2) + \alpha''$$

Do đó : $\alpha'' + \dfrac{\pi G(R_2^4 - R_1^4)}{2l(I_0 + 2Mx^2)}\alpha = 0$

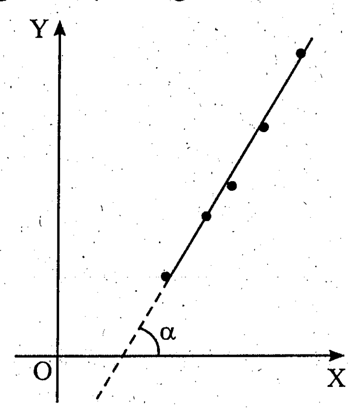
Chu kì dao động của thanh là :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{2l(I_0 + 2Mx^2)}{\pi G(R_2^4 - R_1^4)}} \Rightarrow \frac{2Mlx^2}{\pi(R_2^4 - R_1^4)} = G\frac{T^2}{8\pi} - \frac{I_0 l}{R_2^4 - R_1^4}$$

Đặt : $X = \dfrac{T^2}{4\pi}$(s), $Y = \dfrac{2Ml}{R_2^4 - R_1^2}x^2$ (kg/m), ta có : $Y = GX - Y_0$

2. Dùng thước đo l, x, dùng đồng hồ đo chu kì dao động, ta được bảng số liệu sau :

Lần đo	1	2	3	.....	n
x	x_1	x_2	x_3	.....	x_n
T	T_1	T_2	T_3	.....	T_n
X	X_1	X_2	X_3	.....	X_n
Y	Y_1	Y_2	Y_3	.....	Y_n



Hình 9.1G

Vẽ đồ thị mô tả sự phụ thuộc của Y vào X (H. 9.1G).

Dùng thước xác định $\tan\alpha$ ta sẽ đo được : $G = \tan\alpha$.

⑩ Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia THPT năm 2015, ngày thi thứ hai

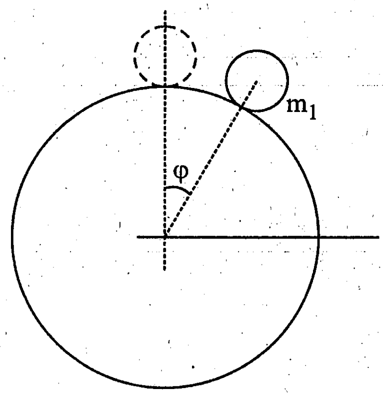
10.1.

1. Áp dụng định luật bảo toàn cơ năng (Hình 10.1G), ta có :

$$\frac{1}{2}m_1v_{01}^2 + \frac{1}{2}I_1\omega^2 = m_1g(R_1 + R_2)(1 - \cos\varphi) \quad (1)$$

Vì m_1 lăn không trượt trên m_2 nên :

$$\omega = \frac{v_{01}}{R_1} = \frac{R_1 + R_2}{R_1}\varphi' = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)\frac{d\varphi}{dt} \quad (2)$$



Hình 10.1G

Từ (1) và (2) ta có :

$$\varphi'^2 = \frac{2g(1-\cos\varphi)}{R_1\left(1+\dfrac{R_2}{R_1}\right)\left(1+\dfrac{I}{m_1R_1^2}\right)} = \frac{4g}{R_1\left(1+\dfrac{R_2}{R_1}\right)\left(1+\dfrac{I}{m_1R_1^2}\right)}\sin^2\frac{\varphi}{2}$$

Do đó : $$\frac{d\varphi}{\sin\frac{\varphi}{2}} = \frac{2}{\sqrt{\left(1+\dfrac{R_2}{R_1}\right)\left(1+\dfrac{I}{m_1R_1^2}\right)}}\sqrt{\frac{g}{R_1}}dt$$

Tích phân hai vế ta được : $$\int_{\varphi_0}^{\varphi}\frac{d\varphi}{\sin\frac{\varphi}{2}} = 2ln\left(\frac{\tan\frac{\varphi}{4}}{\tan\frac{\varphi_0}{4}}\right) = \frac{2}{\sqrt{\left(1+\dfrac{R_2}{R_1}\right)\left(1+\dfrac{I}{m_1R_1^2}\right)}}\sqrt{\frac{g}{R_1}}t$$

Do đó : $$\varphi = 4\arctan\left(\tan\left(\frac{\varphi_0}{4}\right)e^{\frac{\sqrt{g}t}{\sqrt{(R_1+R_2)\left(1+\frac{I}{m_1R_1^2}\right)}}}\right)$$

Thay điều kiện của đề bài : $R_2 = 2R_1 = 2r$, $I = \frac{2}{5}m_1r^2$ ta có :

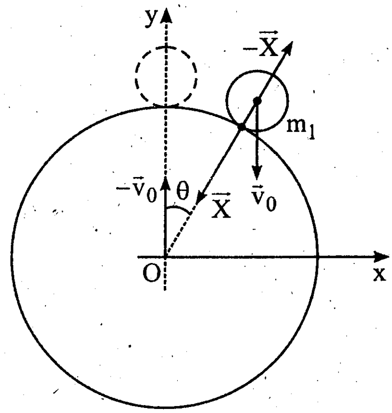
$$\varphi = 4\arctan\left(\tan\left(\frac{\varphi_0}{4}\right)e^{\sqrt{\frac{5g}{21r}}t}\right)$$

với φ_0 là góc mà O_1O_2 lệch ra khỏi phương thẳng đứng ở $t = 0$.

2. Vận tốc hai quả cầu ngay trước khi quả cầu lớn va chạm với sàn (chọn chiều dương hướng lên), (Hình 10.2G) :

$$v_0 = -\sqrt{2g(h - R_2)}$$

Vì sàn cứng tuyệt đối nên sau khi m_2 va chạm với sàn, vận tốc của hai quả cầu lần lượt là $\vec{v}_2 = -\vec{v}_0$, $\vec{v}_1 = \vec{v}_0$. Giả sử trong khoảng thời gian hai quả cầu va chạm với nhau, quả cầu nhỏ truyền cho quả cầu lớn một xung $\vec{X}$ $\Rightarrow$ quả cầu lớn truyền trả lại quả cầu nhỏ xung $-\vec{X}$. Theo định luật bảo toàn cơ năng ta có :



Hình 10.2G

$$\frac{(m_1\vec{v}_0 - \vec{X})^2}{2m_1} + \frac{(-m_2\vec{v}_0 + \vec{X})^2}{2m_2} = \frac{m_1 v_0^2}{2} + \frac{m_2 v_0^2}{2}$$

hay : $-2v_0X\cos\theta + \dfrac{m_1 + m_2}{2m_1m_2}X^2 = 0$

Vì X không thể bằng 0, nên : $X = 4\dfrac{m_1}{1 + \dfrac{m_1}{m_2}}v_0\cos\theta$ (3)

Vận tốc của quả cầu nhỏ ngay sau va chạm :

$$\vec{v} = \frac{m_1\vec{v}_0 - \vec{X}}{m_1} = \vec{v}_0 - \frac{\vec{X}}{m_1} \Rightarrow \begin{cases} v_x = \dfrac{X}{m_1}\sin\theta \\ v_y = -v_0 + \dfrac{X}{m_1}\cos\theta \end{cases} \quad (4)$$

Từ (3), (4) và (5) ta có : $\begin{cases} v_x = 2\dfrac{\sqrt{2g(h - R_2)}}{1 + \dfrac{m_1}{m_2}}\sin 2\theta \\ v_y = \left(-1 + \dfrac{4}{1 + \dfrac{m_1}{m_2}}\cos^2\theta\right)\sqrt{2g(h - R_2)} \end{cases}$

Từ đó ta có vận tốc của m_1 sau va chạm có độ lớn v và hợp với chiều dương của trục Ox một góc α, với :

$$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=\sqrt{2g(h-R_2)\left(1+8\frac{1-\frac{m_1}{m_2}}{\left(1+\frac{m_1}{m_2}\right)^2}\cos^2\theta\right)}\ ;\ \alpha=\arctan\left(\cot\theta-\frac{1+\frac{m_1}{m_2}}{2\sin2\theta}\right)$$

Độ cao cực đại mà tâm quả cầu nhỏ đạt được sau va chạm :

$$h_{max}=R_2+(R_1+R_2)\cos\theta+\frac{v_y^2}{2g}$$

$$\Rightarrow\quad h_{max}=R_2+(R_1+R_2)\cos\theta+\left(-1+\frac{4}{1+\frac{m_1}{m_2}}\cos^2\theta\right)^2(h-R_2)$$

Vì hai quả cầu làm bởi cùng một chất liệu và $R_2=2R_1=2R$ nên $\frac{m_1}{m_2}=\frac{1}{8}$ nên

$$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=\sqrt{2g(h-2r)\left(1+\frac{448}{81}\cos^2\theta\right)}\ ;\ \alpha=\arctan\left(\cot\theta-\frac{9}{16\sin2\theta}\right)$$

$$h_{max}=(2+3\cos\theta)r+\left(-1+\frac{32}{9}\cos^2\theta\right)^2(h-2r).$$

$$\text{hay : } h_{max}=\left(3\cos\theta+\frac{128}{9}\cos^2\theta-\frac{2048}{81}\cos^4\theta\right)r+\left(-1+\frac{32}{9}\cos^2\theta\right)^2h.$$

10.2. Giả sử hơi nước trong xilanh chưa bão hoà khi bị nén về thể tích 24,7 $l\Rightarrow$

$$p_2=\frac{V_1}{V_2}p_1\approx202\,\text{kPa}>200\,\text{kPa}$$

trái với giả thiết $\Rightarrow$ hơi nước trong xilanh sau khi nén đạt trạng thái bão hoà.

Gọi áp suất riêng phần của không khí ban đầu là p_{kk}, áp suất hơi nước bão hoà là p_{bh}, ta có :

$$\begin{cases}p_{kk}+ap_{bh}=p_1\\ \frac{V_1}{V_2}p_{kk}+p_{bh}=p_2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}p_{kk}=\dfrac{-p_1-ap_2}{a\frac{V_1}{V_2}-1}\approx\dfrac{4940}{51}\,\text{kPa}\\[2ex] p_{bh}=\dfrac{\frac{V_1}{V_2}p_1-p_2}{a\frac{V_1}{V_2}-1}\approx\dfrac{200}{51}\,\text{kPa}\end{cases}$$

1. Từ những lập luận trên ta thấy :

Độ ẩm tỉ đối của nước sau khi nén : a' = 100%.

Gọi nhiệt độ của hỗn hợp là : $T = T_0 + \Delta T$, ta có :

$$\frac{1}{T_0}\frac{\Delta T}{\Delta p} = \frac{V_h - V_n}{mL} \approx \frac{V_h}{mL} = \frac{RT_0}{\mu Lp} \Rightarrow \Delta T \approx \frac{RT_0^2 \Delta p}{\mu Lp}$$

Ta thấy p_{bh} gần với áp suất hơi bão hoà ở 29°C nhất, nên ta sẽ lấy $T_0 = 302$ K

$$T = T_0 + \Delta T \approx T_0 + \frac{RT_0^2 \Delta p}{\mu Lp} = T_0 + \frac{RT_0^2 (p - p_0)}{\mu Lp_0} = 301{,}6\,\mathrm{K}$$

hay $t = 28{,}6^\circ C \Rightarrow$ Khối lượng hơi nước : $m = \dfrac{ap_{bh}V_1}{RT_{hn}}\mu_n = 1{,}13\,\mathrm{g}$

2. Công mà hỗn hợp không khí và hơi nước tác dụng lên pit-tông :

$$A = \int_{V_1}^{V_2} (p_{kk}V + p_{hn}VdV = \int_{V_1}^{V_2} p_{kk}VdV + \int_{V_1}^{V_2} p_{hn}VdV = A_{kk} + A_{hn}$$

$$A_{kk} = \int_{V_1}^{V_2} \frac{p_{kk}V_1}{V}dV = -p_{kk}V_1 ln\frac{V_1}{V_2}$$

Gọi V_{bh} là thể tích của hỗn hợp khi hơi nước bắt đầu bão hoà, ta có :

$$p_{bh}V_{bh} = p_1V_1 = ap_{bh}V_1 \Rightarrow V_{bh} = aV_1$$

$\Rightarrow$ Công của hơi nước :

$$A_{hn} = \int_{V_1}^{V_{bh}} \frac{ap_{bh}V_1}{V}dV + \int_{V_{bh}}^{V_2} p_{bh}dV = p_{bh}\left(aV_1 ln\frac{V_{bh}}{V_1} + V_2 - aV_1\right) = p_{bh}V_1\left(a ln a + \frac{V_2}{V_1} - a\right)$$

Từ đó ta có công mà hỗn hợp tác dụng lên pit-tông :

$$A = -p_{kk}V_1 ln\frac{V_1}{V_2} + p_{bh}V_1\left(a ln a + \frac{V_2}{V_1} - a\right) \approx -3{,}51\,\mathrm{kJ}.$$

3. Nhiệt lượng mà hơi nước đã nhận : $Q' = A_{hn} - \Delta m.L$

Khối lượng nước đã ngưng tụ : $\Delta m = \left(\dfrac{ap_{bh}V_1}{RT} + \dfrac{p_{bh}V_2}{RT}\right)\mu = \dfrac{p_{bh}V_1}{RT}\left(a - \dfrac{V_2}{V_1}\right)$

$$\Rightarrow Q' = p_{bh}V_1\left(a ln a + \left(1 + \frac{L}{RT}\right)\left(\frac{V_2}{V_1} - a\right)\right) = -149\,\mathrm{J}$$

Dấu "–" chứng tỏ nước đã nhả ra một nhiệt lượng $Q = -Q' = 149$ J.

10.3.

1. Theo định luật Ô-xtrô-grat-xki – Gau-xơ, điện tích chứa trong quả cầu tâm O bán kính r :

$$Q(r) = \varepsilon_0 E_r 4\pi r^2 = \frac{\varepsilon_0 R_r 4\pi r^2}{|q|} = \frac{4\pi\varepsilon_0 m\omega_0^2 r^3}{|q|} \Rightarrow Q(R) = \frac{4\pi\varepsilon_0 m\omega_0^2 R^3}{|q|} = Q$$

$$\Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{|q|Q}{4\pi\varepsilon_0 mR^3}} = 1{,}59.10^{16}\,\text{rad/s}$$

2. Ta có : $F = -qE_r = -m\omega_0^2 r = mr'' \Leftrightarrow r'' + \omega_0^2 r = 0$

Do đó, êlectron sẽ dao động điều hoà quanh hạt nhân với chu kì :

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{4\pi\varepsilon_0 mR^3}{|q|Q}} = 3{,}95.10^{-16}\,\text{s}$$

Chu kì này đúng bằng chu kì quay tròn của êlectron trong ý 1.

3. Điện thế tại điểm cách tâm nguyên tử một khoảng r < R

$$V_r = -\int_0^r E_{r'} dr' = C - \frac{m\omega_0^2 r^2}{2e}$$

$$V_R = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R} = \frac{e}{4\pi\varepsilon_0 R} = C - \frac{m\omega_0^2 R^2}{2e} = C - \frac{1}{2}\frac{e}{4\pi\varepsilon_0 R} \Rightarrow C = \frac{3}{2}\frac{e}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

$$\Rightarrow \quad V = \frac{e}{4\pi\varepsilon_0 R}\left(\frac{3}{2} - \frac{r^2}{2R^2}\right) = \frac{ke}{R}\left(\frac{3}{2} - \frac{r^2}{2R^2}\right)$$

Điện tích giữa hai mặt cầu bán kính r và r + dr :

$$dq = 4\pi\varepsilon_0((r + dr)^2 E_{r+dr} - r^2 E_r) = \frac{m\omega_0^2}{ke} 3r^2 dr = 3\frac{e}{R^3} r^2 dr$$

$$\Rightarrow \quad W_E = \int_0^R \frac{1}{2} V_r dq = \int_0^R \frac{ke}{4R}\left(3 - \frac{r^2}{R^2}\right) 3\frac{e}{R^3} r^2 dr$$

$$\Rightarrow \quad W_E = \frac{3}{5}\frac{ke^2}{R} \approx 8{,}64\,\text{eV} \approx 1{,}38.10^{-18}\,\text{J}$$

Vì biểu thức của lực điện, thế năng tĩnh điện có dạng giống như dạng của lực hấp dẫn và thế năng hấp dẫn nên tính toán hoàn toàn tương tự, ta có thế năng hấp dẫn :

$$W_G = -\frac{3}{5}\frac{GM^2}{R} \approx -1{,}21.10^{-54}\,\text{J}$$

Ta thấy $|W_G| \ll |W_E|$ ta có thể bỏ qua thành phần W_G.

4. Ta có : $W_S = \sigma S = 4\pi\sigma R^2$

Nguyên tử cân bằng ở thế năng cực tiểu nên :

$$\frac{dW}{dR} = \frac{dW_E}{dR} + \frac{dW_S}{dR} = -\frac{3\,ke^2}{5\,R^2} + 8\pi\sigma R = 0 \Rightarrow \sigma = \frac{3ke^2}{40\pi R^3} \approx 5{,}50\,N/m$$

10.4

1. Sơ đồ tạo ảnh qua ống ngắm (Hình 10.3G)

$$S \xrightarrow[d_1 \qquad d'_1]{O_1} S_1 \xrightarrow[d_2 \qquad d'_2]{O_2} S_2 \xrightarrow[d_3 \qquad d'_3]{O_3} S_3$$

Hình 10.3G

Theo giả thiết :

$$d'_3 = -OC_V \Rightarrow d_3 = \frac{-OC_V f_3}{-OC_V - f_3} = \frac{50}{51}\,cm \Rightarrow d'_2 = O_2O_3 - d_3 = \frac{52}{51}\,cm$$

$$\Rightarrow d_2 = \frac{d'_2 f_2}{d'_2 - f_2} = -\frac{156}{101}\,cm \Rightarrow d'_1 = O_1O_2 - d_2 = \frac{5251}{202}\,cm$$

$$\Rightarrow d_1 = \frac{d'_1 f}{d'_1 - f} = \frac{85020}{211}\,cm \approx 4{,}03\,m$$

Số phóng đại của ảnh : $k = -\frac{d'_1}{d_1}.\frac{d'_2}{d_2}.\frac{d'_3}{d_3} = -\frac{211}{120} \approx -1{,}76$

Giả sử đường kính của vật là $\delta \Rightarrow$ góc trông vật và góc trông ảnh có giá trị lần lượt là :

$\alpha_0 = \frac{\delta}{d_1}, \alpha = \frac{|k|\delta}{OC_V}$ nên số bội giác thu được là : $G = \frac{\alpha}{\alpha_0} = \frac{|k|d_1}{OC_V} = 14{,}17 \approx 14{,}2$

2. Vì các tia sáng cuối cùng phải đi qua O_3 nên giả sử O_3 là ảnh của O qua thấu kính O_2 thì các tia sáng trước khi đi qua thấu kính O_2 sẽ phải đi qua O.

Ta có : $d_O = \frac{O_2O_3.f_2}{O_2O_3 - f_2} = -6\,cm$

Do đó ánh sáng đến O_2 sẽ đi qua phần thấu kính O_1 có đường kính D thoả mãn :

$$\frac{D}{O_1O_2 - d_O} = \frac{D_2}{-d_O} \Rightarrow D = \frac{O_1O_2 - d_O}{-d_O}D_2 = 2{,}975\,cm < D_1$$

với D_1 là đường kính rìa của thấu kính O_1. Giả sử O là ảnh của O_0 qua thấu kính O_1, khi đó : $d_{O_0} = \frac{(O_1O_2 - d_O)f_1}{O_1O_2 - d_O - f_1} = \frac{1020}{11}\,cm$

Gọi độ cao cực đại của đoạn thước nhìn được qua thấu kính ngắm là h, ta có :

$$\frac{h}{O_1T} = \frac{D}{d_{O_0}} \Rightarrow h = \frac{O_1T}{d_{O_0}}D \text{ hay } h = \frac{d_1 - d_{O_0}}{d_{O_0}}D = \frac{2100}{211} \approx 9{,}95\,\text{cm}$$

3. Gọi tiêu cự của thấu kính L_0 là f và khoảng cách từ L_0 đến O_1 là l ta có sơ đồ tạo ảnh sau (Hình 10.4G) :

$$S \xrightarrow[d_1 \qquad d'_1]{O_1} S' \xrightarrow[d \qquad d']{O} S''$$

Hình 10.4G

$$d = \frac{d'f}{d'-f} = \frac{OC_V.f}{OC_V + f} \Rightarrow d'_1 = l - d = l - \frac{OC_V.f}{OC_V + f}$$

Suy ra, số phóng đại của kính :

$$k' = \frac{d'_1}{d_1}\frac{d'}{d} = \frac{d'_1}{d_1}\frac{OC_V + f}{f} \Rightarrow G = |k'|\frac{d_1}{OC_V} = \frac{d'_1(OC_V + f)}{OC_V.f} \Rightarrow f = \frac{d'_1.OC_V}{G.OC_V - d'_1}$$

$$f = \frac{d'_1.OC_V}{G.OC_V - d'_1} = \frac{75}{49}\,\text{cm} \approx 1{,}53\,\text{cm}$$

$$l = d'_1 + d = d'_1 + \frac{OC_V.f}{OC_V + f} = \frac{4451}{202}\,\text{cm} \approx 22{,}5\,\text{cm}$$

10.5.

1. Áp dụng định luật II Niu-tơn, ta có :

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{m_0\vec{u}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}\right) = \frac{m_0\vec{a}}{\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}} + \frac{m_0\vec{u}}{\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}}\left(\frac{\vec{u}.\vec{a}}{c^2}\right) \Rightarrow \vec{F}.\vec{u} = \frac{m_0\vec{u}.\vec{a}}{\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}}$$

$$\Rightarrow \vec{F} = \frac{m_0\vec{a}}{\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}} + \frac{\vec{u}(\vec{F}.\vec{u})}{c^2};\ \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m_0}\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}} - \frac{\vec{u}(\vec{F}.\vec{u})}{m_0c^2}\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

2. a) Vì lực từ $\vec{F} = q(\vec{u} \times \vec{B})$ vuông góc với $\vec{u}$ nên $\vec{F}.\vec{u} = 0$

$$\Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m_0}\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{q(\vec{u} \times \vec{B})}{m_0}\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}} // \vec{F}$$

Mặt khác vì $\vec{F}$ vuông góc với $\vec{u}$ nên $\vec{a}$ vuông góc với $\vec{u}$

$$\Rightarrow \vec{u}.\vec{a} = \vec{u}.\frac{d\vec{u}}{dt} = \frac{d\vec{u}^2}{dt} = \frac{du^2}{dt} = 0 \Rightarrow u^2 = \text{const} \Rightarrow u = \text{const}$$

Vì $\vec{B} = B\vec{k}$ nên
$$\begin{cases} a_x = v'_x = \dfrac{qB}{m_0}\left(1 - \dfrac{u^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}} v_y = \dfrac{qB}{m} v_y \\ a_y = v'_y = -\dfrac{qB}{m_0}\left(1 - \dfrac{u^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}} v_x = \dfrac{qB}{m} v_x \end{cases} \Rightarrow v''_x + \left(\frac{qB}{m}\right)^2 v_x = 0$$

$$\Rightarrow v_x = A\cos\left(\frac{qB}{m}t + \varphi\right) \Rightarrow \begin{cases} x = x_0 + A\displaystyle\int_0^t \cos\left(\frac{qB}{m}t + \varphi\right)dt \\ v_y = \dfrac{m}{qB}v'_x = -A\sin\left(\dfrac{qB}{m}t + \varphi\right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = x_0 - \dfrac{Am}{qB}\sin\varphi + \dfrac{Am}{qB}\sin\left(\dfrac{qB}{m}t + \varphi\right) \\ y = y_0 + \displaystyle\int_0^t v_y dt = y_0 - \dfrac{Am}{qB}\cos\varphi + \dfrac{Am}{qB}\cos\left(\dfrac{qB}{m}t + \varphi\right) \end{cases}$$

Từ phương trình chuyển động trên ta thấy hạt chuyển động tròn đều với tần số :

$$\omega = \frac{qB}{m} = \omega_B$$

b) Từ ý 1, ta có : $a = \dfrac{u^2}{R} \Rightarrow \dfrac{q|\vec{u} \times \vec{B}|}{m_0}\left(1 - \dfrac{u^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}} = \dfrac{quB}{m_0}\left(1 - \dfrac{u^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}} = \dfrac{u^2}{R}$

Do đó : $\dfrac{\frac{u^2}{c^2}}{1 - \frac{u^2}{c^2}} = \left(\dfrac{qBR}{m_0 c}\right)^2 \Rightarrow u = \dfrac{c}{\sqrt{1 + \left(\frac{m_0 c}{BqR}\right)^2}} = \dfrac{BqR}{m_0}\dfrac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{BqR}{m_0 c}\right)^2}}$

c) Động năng của hạt :

$$W_d = (m - m_0)c^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} - 1\right)m_0 c^2 = \left(\sqrt{1 + \left(\frac{BqR}{m_0 c}\right)^2} - 1\right)m_0 c^2$$

Trong từ trường yếu $\frac{BqR}{m_0c} \ll 1$, ta có :

$$\sqrt{1+\left(\frac{BqR}{m_0c}\right)^2} \approx 1+\frac{1}{2}\left(\frac{BqR}{m_0c}\right)^2 \Rightarrow W_đ \approx \frac{B^2q^2R^2}{2m_0}$$

(11) Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia THPT năm 2016, ngày thi thứ nhất

11.1

1. a) Ta có : $\tau_1=\frac{T_1}{4}=\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{m}{k_1+k_2}}$.

b) Giả sử ở li độ x, lò xo k_1 dãn Δl_1, lò xo k_2 dãn Δl_2, ta có :

$$\Delta l_1+\Delta l_2=2x \Rightarrow \frac{\frac{F}{2}}{k_1}+\frac{\frac{F}{2}}{k_2}=2x \Rightarrow -\frac{1}{2}mx''\left(\frac{1}{k_1}+\frac{1}{k_2}\right)=2x$$

$$\Rightarrow x''+\frac{4k_1k_2}{m(k_1+k_2)}x=0 \Rightarrow \omega_2=2\sqrt{\frac{k_1k_2}{m(k_1+k_2)}}$$

Do đó : $\tau_2=\frac{T_2}{4}=\frac{2\pi}{4\omega_2}=\pi\sqrt{\frac{m(k_1+k_2)}{k_1k_2}}$.

2. Xét bài toán trong hệ quy chiếu gắn với ròng rọc. Áp dụng kết quả của ý 1b), ta có : $F_{dh}=-m\ddot{x}=-\frac{4k_1k_2}{k_1+k_2}x$

với x là độ dời của m so với vị trí ban đầu. Áp dụng định luật II Niu-tơn với chiều dương cùng chiều với $\vec{v}$ ta có : $-\frac{4k_1k_2}{k_1+k_2}+F_{ms}=m\ddot{x}$

Vị trí m bắt đầu trượt thoả mãn :

$$-\frac{4k_1k_2}{k_1+k_2}x_t-\mu_1mg=0 \Rightarrow x_t=-\frac{m(k_1+k_2)}{4k_1k_2}\mu_1g$$

$\Rightarrow$ Thời điểm vật bắt đầu trượt : $t_0=\frac{-x_t}{v}=\frac{m(k_1+k_2)}{4k_1k_2}\frac{\mu_1g}{v}$

Kể từ khi bắt đầu trượt $F_{ms}=-\mu_2mg$ và khi vật bắt đầu trượt vận tốc của nó bằng 0 nên trong hệ quy chiếu gắn với ròng rọc, nó có vận tốc $\dot{x}_0=-v$.

Phương trình động lực học của m :

$$-\frac{4k_1k_2}{k_1+k_2}x-\mu_2 mg=-\frac{4k_1k_2}{k_1+k_2}\left(x+\frac{m(k_1+k_2)}{4k_1k_2}\mu_2 g\right)=m\ddot{x}$$

Gọi $X=x+\frac{m(k_1+k_2)}{4k_1k_2}\mu_2 g$, ta có $\ddot{X}=\omega_2^2X=0$

⇒ Nếu lấy gốc thời gian là lúc m bắt đầu trượt, ta có : $X=A\cos(\omega_2 t+\varphi)$ tại t = 0.

$$\begin{cases} x_0=x_t \\ v_0=\dot{x}_0=-v \end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases} X_0=x_t+\frac{m(k_1+k_2)}{4k_1k_2}\mu_2 g=-\frac{m(k_1+k_2)}{4k_1k_2}(\mu_1-\mu_2)g=A\cos\varphi \\ \dot{X}_0=\dot{x}_0=-v=-\omega_2 A\sin\varphi=-2\sqrt{\frac{k_1k_2}{m(k_1+k_2)}}A\sin\varphi \end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases} \tan\varphi=-\frac{2v}{(\mu_1-\mu_2)g}\sqrt{\frac{m(k_1+k_2)}{k_1k_2}} \\ A=\sqrt{\left(\frac{m(k_1+k_2)}{4k_1k_2}(\mu_1-\mu_2)g\right)^2+\frac{v^2}{4}\frac{m(k_1+k_2)}{k_1k_2}} \end{cases}$$

Vật đạt vận tốc v khi X' = 0, do đó thời điểm t'_{0n} mà m có vận tốc bằng v được xác định bằng hệ thức :

$$\dot{X}_{t'_0}=-A\sin(\omega_2 t'_{0n}+\varphi)=0\ \Rightarrow\ \omega_2 t'_{0n}+\varphi=n\pi\ \Rightarrow\ t'_{0n}=\frac{-\varphi+n\pi}{\omega_2}$$

Ta thấy : $\begin{cases} \sin\varphi>0 \\ \cos\varphi<0 \end{cases}\ \Rightarrow\varphi=\pi-\arctan\left(\frac{2v}{(\mu_1-\mu_2)g}\sqrt{\frac{m(k_1+k_2)}{k_1k_2}}\right)$

Do đó ta có :

$$t'_{0n}=\frac{-\varphi+n\pi}{\omega_2}=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{m(k_1+k_2)}{k_1k_2}}\left(\arctan\left(\frac{2v}{(\mu_1-\mu_2)g}\sqrt{\frac{m(k_1+k_2)}{k_1k_2}}\right)+(n-1)\pi\right)$$

a) Ta thấy m đạt vận tốc v lần đầu khi n = 1, do đó :

$$t_1=t_0+t'_{01}=\frac{m(k_1+k_2)}{4k_1k_2}\frac{\mu_1 g}{v}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{m(k_1+k_2)}{k_1k_2}}\left(\text{artan}\left(\frac{2v}{(\mu_1-\mu_2)g}\sqrt{\frac{m(k_1+k_2)}{k_1k_2}}\right)\right)$$

Nhiệt lượng toả ra :

$$Q=\mu_2 mgs=\mu_2 mg\int_0^{t'_{01}}(v+X')dt=\mu_2 mg(vt'_{01}+\Delta X)=\mu_2 mg(vt'_{01}+(-A)-(A\cos\varphi))$$

Do đó, ta có :

$$Q=\frac{\mu_2 mg}{2}\left(v\sqrt{\frac{m(k_1+k_2)}{k_1k_2}}\arctan\left(\frac{2v}{(\mu_1-\mu_2)g}\sqrt{\frac{m(k_1+k_2)}{k_1k_2}}\right)+\frac{m(k_1+k_2)}{2k_1k_2}(\mu_1-\mu_2)g\right.$$
$$\left.-\sqrt{\left(\frac{m(k_1+k_2)}{2k_1k_2}(\mu_1-\mu_2)g\right)^2+v^2\frac{m(k_1+k_2)}{k_1k_2}}\right)$$

b) Khi m đạt vận tốc $\vec{v}$, gia tốc của nó là $a_m=\ddot{X}=-\omega_2^2A$, nếu lúc này kéo ròng rọc với gia tốc $a_0=a_m$ thì gia tốc của m trong hệ quy chiếu gắn với ròng rọc bằng 0. Hơn thế nữa, lúc đó X' = 0 nên m sẽ đứng yên so với ròng rọc, nói cách khác là m luôn trượt và độ dãn của các lò xo không đổi.

Vậy $|a_0|=\omega_2^2A=(\mu_1-\mu_2)g\sqrt{1+\frac{4k_1k_2}{m(k_1+k_2)}\frac{v^2}{(\mu_1-\mu_2)^2g^2}}$

11.2

1. Sự phụ thuộc của áp suất vào thể tích trên các quá trình BC và DA.

$$p_{DA}=\frac{p_0}{3}\left(-\frac{V}{V_0}+10\right)\ ;\quad p_{BC}=\frac{p_0}{3}\left(-\frac{V}{V_0}+16\right)$$

Do đó, ta có : $T_{DA}=\frac{p_{DA}V}{R}=\frac{p_0V_0}{3R}\left(-\left(\frac{V}{V_0}\right)^2+10\frac{V}{V_0}\right)$

$$T_{BC}=\frac{p_{BC}V}{R}=\frac{p_0V_0}{3R}\left(-\left(\frac{V}{V_0}\right)^2+16\frac{V}{V_0}\right)$$

2. Vẽ các đường đẳng nhiệt của khí lí tưởng trên, ta thấy rằng đường đẳng nhiệt cao nhất còn có điểm chung với chu trình, sẽ có điểm chung với BC tiếp xúc với BC tại V_M, còn đường đẳng nhiệt thấp nhất còn cắt chu trình sẽ đi qua A hoặc D với $V_B=7V_0<8V_0=V_M<V_C$.

Do đó, nhiệt độ của khí trong chu trình trên có giá trị lớn nhất $T_{max}=\frac{64p_0V_0}{3R}$

và giá trị nhỏ nhất $T_{min}=\min\left(\frac{3p_0V_0}{R},\frac{7p_0V_0}{R}\right)=\frac{3p_0V_0}{R}=T_A$

3. Áp dụng nguyên lí I nhiệt động lực học cho quá trình BC ta được :

$$\delta Q_{BC} = C_V dT + pdV = \left(\frac{3}{2}R\frac{dT}{dV} + p\right)dV$$

Kết hợp với kết quả ý 1 ta có : $\delta Q_{BC} = \frac{4p_0}{3}\left(-\frac{V}{V_0} + 10\right)dV$

Vì trên BC có $dV > 0$ nên hệ nhận nhiệt khi : $-\frac{V}{V_0} + 10 \ge 0 \Leftrightarrow V \le 10V_0$

Ta lại có : $p_M = \frac{p_0}{3}\left(-\frac{V_M}{V_0} + 16\right) = \frac{p_B + p_C}{2} = 2p_0 \Rightarrow V_M = 10V_0$

Do đó, điểm thay đổi tính chất nhận – nhả nhiệt có thể tích : $V = 10V_0 = V_M$ hay nói cách khác, trung điểm M của BC là điểm thay đổi tính nhận – nhả nhiệt của quá trình BC.

4. Công của chu trình là diện tích của chu trình, do đó ta có :

$$A = (3p_0 - p_0)(7V_0 - V_0) = 12p_0V_0 = 120 \text{ kJ}$$

Áp dụng nguyên lí I cho quá trình DA ta có :

$$\delta Q_{DA} = C_V dT + pdV = \left(\frac{3}{2}R\frac{dT}{dV} + p\right)dV = \frac{4p_0}{3}\left(-\frac{V}{V_0} + \frac{25}{4}\right)dV$$

Ta lại có : $\delta Q_{BC} = \frac{4p_0}{3}\left(-\frac{V}{V_0} + 10\right)dV$

Vì trên DA có $dV < 0$ nên khí nhận nhiệt khi : $-\frac{V}{V_0} + \frac{25}{4} < 0 \Leftrightarrow \frac{V}{V_0} > \frac{25}{4}$

Từ đó ta thấy khí nhận nhiệt trên các đoạn AB, BM và DN với N nằm trên DA và $V_N = \frac{25}{4}V_0$, $V_M = 10V_0$.

Từ đó ta có nhiệt lượng mà khí đã nhận :

$$Q = Q_{AB} + Q_{BM} + Q_{DN} = \frac{5R}{2}(T_B - T_A) + Q_{BM} + Q_{DN}$$

Từ những lập luận trên ta có :

$$Q = \frac{5R}{2}\left(\frac{3p_0.7V_0}{R} - \frac{3p_0V_0}{R}\right) + \int_{7V_0}^{10V_0}\frac{4p_0}{3}\left(-\frac{V}{V_0} + 10\right)dV + \int_{7V_0}^{25/4V_0}\frac{4p_0}{3}\left(-\frac{V}{V_0} + \frac{25}{4}\right)dV$$

Rút gọn biểu thức trên ta được : $Q = \frac{411}{8} p_0 V_0$

Hiệu suất của chu trình : $\eta = \frac{A}{Q} = \frac{96}{411} \approx 23,4\%$.

11.3

1. Hiệu quang trình từ S đến M :

$$\Delta\delta = (l_2 + d_2) - (l_1 + d_1) = d_2 - d_1 = \frac{ax_M}{D}$$

a) Theo giả thiết $\Delta\delta = 3\lambda \Rightarrow d_2 - d_1 = \Delta\delta = 3\lambda = 1,50\ \mu m$

b) Khoảng vân giao thoa có giá trị bằng : $i = \frac{\lambda D}{a} = 0,5\,mm$

$\Rightarrow$ Khoảng cách giữa hai vân ngoài cùng : $\Delta = 40i$

$\Rightarrow$ Số vân sáng $N_s = \frac{\Delta}{i} + 1 = 41$

Giữa hai vân sáng có một vân tối $\Rightarrow$ số vân tối $N_t = N_s - 1 = 40$

2. Theo giả thiết : $\Delta\delta = \frac{ax_M}{D} = k\lambda = 5\lambda_đ \Rightarrow \lambda = \frac{5\lambda_đ}{k}$

Vì $0,400\ \mu m = \lambda_t \leq \lambda \leq \lambda_đ = 0,750\ \mu m$, nên $5 \leq k \leq \frac{5\lambda_đ}{\lambda_t} \approx 9,375 \Rightarrow k = 5, 6, 7, 8, 9$

Vậy có tất cả 5 bức xạ trùng nhau tại vân sáng bậc 5 của ánh sáng đỏ $\lambda_đ = 0,750\ \mu m$.

Bước sóng của 5 bức xạ này lần lượt là : $\lambda_5 = \lambda_đ = 0,750\ \mu m$; $\lambda_6 \approx 0,625\ \mu m$; $\lambda_7 \approx 0,536\ \mu m$; $\lambda_8 \approx 0,469\ \mu m$; $\lambda_9 \approx 0,417\ \mu m$.

3. Ta có :

$$\Delta\delta = (l_2 + d_2) - (l_1 + d_1) = (l_2 - l_1) + (d_2 - d_1) = -\frac{avt}{l} + \frac{ax_E}{D} \Rightarrow t = \frac{D}{l}\frac{x_E}{v} - \frac{l\Delta\delta}{av}$$

Mỗi lần $\Delta\delta$ thay đổi một lượng λ tính chất giao thoa lại được lặp lại, mà giá trị của dòng quang điện bão hoà tỉ lệ với cường độ sáng, nên khoảng thời gian giữa hai lần dòng quang điện bão hoà đạt giá trị cực đại (hoặc cực tiểu) là $T = \frac{l\lambda}{av}$.

Do đó, số lần dòng quang điện bão hoà đạt cực đại (hoặc cực tiểu) trong một đơn vị thời gian là $f = \frac{1}{T} = \frac{av}{l\lambda} = 50\,Hz$.

11.4 Gọi khoảng cách riêng giữa các điện tích dương là a_{+0}, giá trị của các điện tích dương là q_+, khoảng cách riêng giữa các điện tích âm là a_{-0}, giá trị của các điện tích âm là q_- ta có :

$$\begin{cases} \lambda = \dfrac{q_+}{a_{+0}\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}} = \dfrac{q_+}{a_+} \\ -\lambda = \dfrac{q_-}{a_{-0}\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}} = \dfrac{q_-}{a_-} \end{cases}$$

1. Trong hệ K ta có : $\lambda_{tp} = \lambda_+ + \lambda_- = \lambda + (-\lambda) = 0 \Rightarrow$ lực điện tác dụng lên q : $F_e = 0$

   Ta lại có : $I = \dfrac{q_+}{\dfrac{a_+}{v}} - \dfrac{q_-}{\dfrac{a_-}{v}} = 2\lambda v$

   Do đó, lực từ tác dụng lên q : $F_m = qv_qB = qu\dfrac{\mu_0 I}{2\pi s} = \dfrac{\mu_0\lambda quv}{\pi s}$

2. a) Ta lại có

$$1-\frac{v'^2}{c^2} = 1-\frac{v_x'^2+v_y'^2+v_z'^2}{c^2} = 1-\frac{\left(\dfrac{v_x-u}{1-\dfrac{v_xu}{c^2}}\right)^2+\dfrac{v_y^2\left(1-\dfrac{u^2}{c^2}\right)}{\left(1-\dfrac{v_xu}{c^2}\right)^2}+\dfrac{v_z^2\left(1-\dfrac{u^2}{c^2}\right)}{\left(1-\dfrac{v_xu}{c^2}\right)^2}}{c^2} = \frac{\left(1-\dfrac{u^2}{c^2}\right)\left(1-\dfrac{v^2}{c^2}\right)}{\left(1-\dfrac{v_xu}{c^2}\right)^2}$$

Do đó, ta có :

$$\begin{cases} \lambda'_+ = \dfrac{q_+}{a_{+0}\sqrt{1-\dfrac{v_+'^2}{c^2}}} = \dfrac{q_+\left(1-\dfrac{v_+u}{c^2}\right)}{a_{+0}\sqrt{\left(1-\dfrac{v_+^2}{c^2}\right)\left(1-\dfrac{u^2}{c^2}\right)}} = \dfrac{\lambda\left(1-\dfrac{uv}{c^2}\right)}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}} \\ \lambda'_- = \dfrac{q_-}{a_{-0}\sqrt{1-\dfrac{v_-'^2}{c^2}}} = \dfrac{q_-\left(1-\dfrac{v_-u}{c^2}\right)}{a_{-0}\sqrt{\left(1-\dfrac{v_-^2}{c^2}\right)\left(1-\dfrac{u^2}{c^2}\right)}} = \dfrac{-\lambda\left(1+\dfrac{uv}{c^2}\right)}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \lambda_T = \lambda'_+ + \lambda'_- = -\frac{2uv}{c^2\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}\lambda$$

b) Trong hệ K', điện tích q đứng yên nên lực từ tác dụng lên q bằng 0, $F'_m = 0$

Còn lực điện : $F'_e = q|E'|$

Mặt khác, áp dụng định luật Cu-lông ta chứng minh được cường độ điện trường $\vec{E}'$ hướng vuông góc với Ox' và có độ lớn : $E' = \dfrac{|\lambda_T|}{2\pi\varepsilon_0 s} = \dfrac{uv}{\pi\varepsilon_0 sc^2\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}\lambda$

Do đó $F'_e = \dfrac{uv}{\pi\varepsilon_0 sc^2\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}\lambda q$

3. Từ kết quả của ý 1 và ý 2 ta có :

$$\frac{\mu_0\lambda quv}{\pi s} = \frac{uv}{\pi\varepsilon_0 sc^2\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}\lambda q\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}} \Rightarrow c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}.$$

11.5.

1. Xét thấu kính hội tụ hai mặt lồi, cùng bán kính cong R.

Gọi bề dày của thấu kính là δ, đường kính rìa của thấu kính là D, ta có :

$$\frac{D^2}{4} = R^2 - \left(R - \frac{\delta}{2}\right)^2 \approx R\delta \Rightarrow R = \frac{D^2}{4\delta}$$

Gọi tiêu cự của thấu kính là f, ta có :

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R}\right) \approx \frac{8(n-1)\delta}{D^2} \Rightarrow n - 1 = \frac{D^2}{8\delta}\frac{1}{f}$$

Đặt bóng đèn đang sáng trước thấu kính sao cho dây tóc bóng đèn song song với thấu kính và song song với màn chắn. Điều chỉnh hệ đèn, thấu kính và màn sao cho nếu cố định đèn và màn thì tồn tại hai vị trí của thấu kính cho ảnh rõ nét trên màn. Hai vị trí đó của thấu kính cách màn những khoảng d'_1 và d'_2, còn độ cao của ảnh trên màn có giá trị h'_1 và h'_2 tương ứng. Khi đó ta có :

$$\frac{1}{d'_1} + \frac{1}{d'_2} = \frac{1}{f} \Rightarrow n - 1 = \frac{D^2}{8\delta}\left(\frac{1}{d'_1} + \frac{1}{d'_2}\right)$$

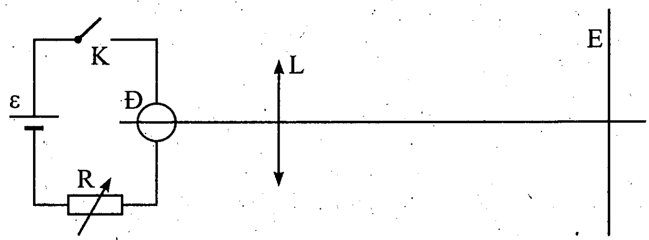
$$h'_1 = \frac{d'_1}{d'_2}h \; ; \; h'_2 = \frac{d'_2}{d'_1}h$$

Từ đó ta có : $\sqrt{h'_2} = h\frac{1}{\sqrt{h'_1}}$

$$\frac{D^2}{8\delta}\frac{1}{d'_2} = -\left(\frac{D^2}{8\delta}\frac{1}{d'_1} + 1\right) + n$$

Gọi $X = \frac{1}{\sqrt{h'_1}}$, $Y = \sqrt{h'_2}$, $x = \frac{D^2}{8\delta}\frac{1}{d'_1} + 1$, $y = \frac{D^2}{8\delta}\frac{1}{d'_2}$, ta có $Y = hX$; $y = -x + n$

2. Bố trí thí nghiệm theo sơ đồ hình 11.1G.



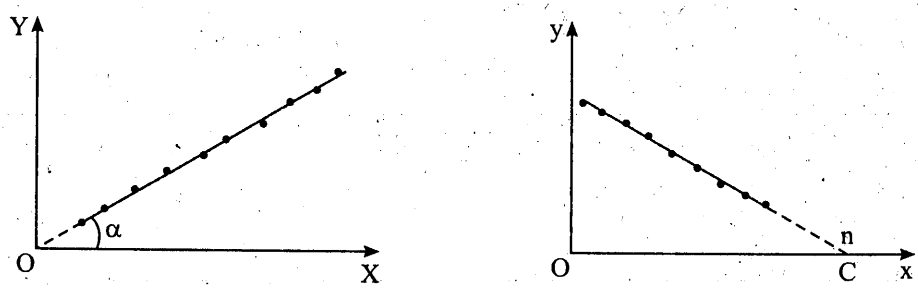
Hình 11.1G

Dùng thước kẹp đo Δ và D.

Điều chỉnh thấu kính L và màn E một cách thích hợp sao cho với mỗi vị trí của E ta thu được hai vị trí của L mà ảnh của dây tóc bóng đèn hiện rõ nét trên E. Dùng thước đo độ dài đo chiều cao ảnh h'_1, h'_2 và khoảng cách d'_1, d'_2 từ L đến E, khi đó ta có bảng số liệu sau :

h'_1	h'_{11}	h'_{12}	...	h'_{1n}
h'_2	h'_{21}	h'_{22}	...	h'_{2n}
d'_1	d'_{11}	d'_{12}	...	d'_{1n}
d'_2	d'_{21}	d'_{22}	...	d'_{2n}
$X = \frac{1}{\sqrt{h'_1}}$	X_1	X_2	...	X_n
$Y = \sqrt{h'_2}$	Y_1	Y_2	...	Y_n
$x = \frac{D^2}{8\delta}\frac{1}{d'_1} + 1$	x_1	x_2	...	x_n
$y = \frac{D^2}{8\delta}\frac{1}{d'_2}$	y_1	y_2	...	y_n

Từ bảng số liệu trên ta có các đồ thị sau (Hình 11.2G).



Hình 11.2G

Dùng thước đo độ dài ta xác định được độ cao h của dây tóc bóng đèn và chiết suất n của thấu kính từ các đồ thị trên.

$$h = \tan\alpha \ ; \ n = OC.$$

(12) Đề thi chọn học sinh giỏi quốc gia THPT năm 2016, ngày thi thứ hai

12.1

1. Vì ω rất bé nên ta có thể bỏ qua ảnh hưởng của lực Cô-ri-ô-lít lên dao động của con lắc. Do đó, nếu gọi tần số góc của dao động là ω_0, giả sử vận tốc ban đầu của M là v_0, ta có : $v = v_y = v_0\cos(\omega_0 t)$ (1)

Khi đó lực Cô-ri-ô-lít theo phương nằm ngang sẽ hướng theo phương Ox với :

$$F_C = F_{Cx} = 2M\omega_z v_y = 2M\omega\sin\varphi v_0\cos(\omega_0 t) = Ma_x = M\frac{dv_x}{dt}$$

Do đó, ta có : $\dfrac{dv_x}{dt} = 2\omega v_0\sin\varphi\cos(\omega_0 t)$

$$\Rightarrow v_x = 2\omega v_0\sin\varphi\int_0^t\cos(\omega_0 t)dt = 2\frac{\omega}{\omega_0}v_0\sin\varphi\sin(\omega_0 t) \qquad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có : $\begin{cases} x = 2\dfrac{\omega}{\omega_0}\cos\varphi\dfrac{v_0}{\omega_0}(1-\cos(\omega_0 t)) \\ y = \dfrac{v_0}{\omega_0}\sin(\omega_0 t) \end{cases}$ (3)

$$\Rightarrow \frac{\left(x - 2\dfrac{\omega}{\omega_0}\cos\varphi\dfrac{v_0}{\omega_0}\right)^2}{\left(2\dfrac{\omega}{\omega_0}\cos\varphi\dfrac{v_0}{\omega_0}\right)^2} + \frac{y^2}{\left(\dfrac{v_0}{\omega_0}\right)^2} = 1 \qquad (4)$$

Vì $\omega \ll \omega_0$ nên $|v_x| \ll v_0$, suy ra trong thời gian của một chu kì hạt lệch ra khỏi trục Ox chưa nhiều ; do đó ta có vận tốc quay của mặt phẳng dao động :

$$\frac{d\theta}{dt} \approx \frac{v_x}{y} = 2\omega\sin\varphi = \text{const} \qquad (5)$$

Nếu nhìn từ trên xuống dưới ta thấy mặt phẳng dao động quay cùng chiều kim đồng hồ ở bán cầu Bắc và quay ngược chiều kim đồng hồ ở bán cầu Nam.

Vì $|x| \ll |y|$ nên khoảng cách từ M đến O được xác định bằng hệ thức :

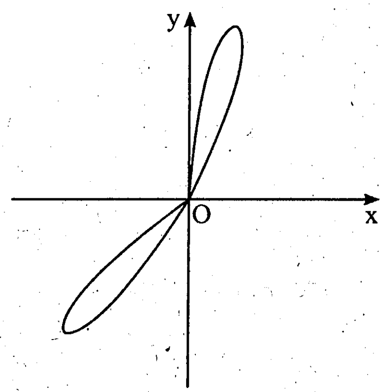
$$r \approx |y| = \frac{v_0}{\omega_0}|\sin(\omega_0 t)| = r_0\left|\sin\left(\frac{\omega_0}{2\omega\sin\varphi}\theta\right)\right|$$

Từ đó, ta có quỹ đạo của M có dạng như hình 12.1G.

2. Vì M không chuyển động theo phương Oz nên $v_z = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} F_x = 2M\omega_z v_y = 2M\omega\sin\varphi v_y = Mbv_y \\ F_y = 2M\omega_z v_x = -2M\omega\sin\varphi v_x = -Mbv_x \end{cases}$$

Từ đó, ta có : $b = 2\omega\sin\varphi$



Hình 12.1G

3. Ta có phương trình định luật II Niu-tơn cho M :

$$\begin{cases} F_x - M\frac{g}{l}x = M\ddot{x} \\ F_y - M\frac{g}{l}y = M\ddot{y} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \ddot{x} - 2\omega\sin\varphi\dot{y} - \frac{g}{l}x = 0 \\ \ddot{y} + 2\omega\sin\varphi\dot{x} + \frac{g}{l}y = 0 \end{cases}$$

Vì phương trình chuyển động của M có dạng : $\begin{cases} x = A\sin(\Omega t) \\ y = B\cos(\Omega t) \end{cases}$ nên

$$\begin{cases} \left(\left(\frac{g}{l} - \Omega^2\right)A - 2\omega\sin\varphi\Omega B\right)\sin(\Omega t) = 0 \\ \left(2\omega\sin\varphi\Omega A + \left(\frac{g}{l} - \Omega^2\right)B\right)\cos(\Omega t) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{g}{l} - \Omega^2\right)A - 2\omega\sin\varphi\Omega B = 0 \\ 2\omega\sin\varphi\Omega A + \left(\frac{g}{l} - \Omega^2\right)B = 0 \end{cases}$$

Để hệ trên có nghiệm không tầm thường, ta cần có :

$$\left(\frac{g}{l} - \Omega^2\right)^2 - 4\omega^2\sin^2\varphi\Omega^2 = 0 \Leftrightarrow \Omega^4 - 2\left(\frac{g}{l} + 2\omega^2\sin^2\varphi\right) + \frac{g^2}{l^2} = 0$$

Giải phương trình trên ta được : $\Omega^2 = \frac{g}{l} + 2\omega^2\sin^2\varphi \pm 2\omega\sin\varphi\sqrt{\frac{g}{l} + \omega^2\sin^2\varphi}$

Do đó : $\Omega = \sqrt{\frac{g}{l}}\sqrt{1+2\left(\frac{\omega\sin\varphi}{\sqrt{\frac{g}{l}}}\right)^2 \pm 2\frac{\omega\sin\varphi}{\sqrt{\frac{g}{l}}}\sqrt{1+\left(\frac{\omega\sin\varphi}{\sqrt{\frac{g}{l}}}\right)^2}}$

Vì $\frac{\omega\sin\varphi}{\sqrt{\frac{g}{l}}} \ll 1$ nên nếu bỏ qua các vô cùng bé bậc nhất ta có :

$$\Omega \approx \sqrt{\frac{g}{l}}\left(1 \pm \frac{\omega\sin\varphi}{\sqrt{\frac{g}{l}}}\right) = \sqrt{\frac{g}{l}} \pm \omega\sin\varphi$$

12.2

1. a) Khi thanh cân bằng, trọng lực của thanh bằng lực căng bề mặt của màng xà phòng, nên $mg = 2\sigma.BC = 2\sigma.2x_0\tan30^o = \frac{4\sigma x_0}{\sqrt{3}} \Rightarrow \sqrt{3}mg = 4\sigma x_0$.

b) Ta có $m\ddot{x} = mg - F_c = mg - 2\sigma.2x\tan30^o = mg - \frac{4\sigma x_0}{\sqrt{3}} - \frac{4\sigma(x - x_0)}{\sqrt{3}}$

Gọi $\varepsilon = x - x_0$, kết hợp với (1) ta có :

$$m\ddot{\varepsilon} = -\frac{4\sigma\varepsilon}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow \ddot{\varepsilon} + \frac{4\sigma}{m\sqrt{3}}\varepsilon = 0 \Leftrightarrow \ddot{\varepsilon} + \frac{g}{x_0}\varepsilon = 0$$

Do đó, thanh BC sẽ dao động quanh vị trí cân bằng theo phương thẳng đứng với chu kì :

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \pi\sqrt{\frac{m\sqrt{3}}{\sigma}} = 2\pi\sqrt{\frac{x_0}{g}}$$

2. Do bong bóng xà phòng có hai lớp màng xà phòng nên áp suất bên trong lòng bong bóng có bán kính r là :

$$p = p_0 + 2\frac{2\sigma}{r} = p_0 + \frac{4\sigma}{r}$$

Công để thổi bong bóng gồm hai phần, một phần tăng kích thước của màng bong bóng, một phần nén không khí từ áp suất khí quyển đến áp suất của bọng bóng. Công cần thiết để tăng bán kính của bong bóng xà phòng từ r đến r + dr :

$$A_1 = \int_0^{V_R} \frac{4\sigma}{\tau}dV = \int_0^R 16\pi\sigma r dr = 8\pi\sigma R^2$$

Công nén khí đẳng nhiệt từ khí quyển vào ruột của bong bóng là công nén đẳng nhiệt khí từ áp suất khí quyển p_0 đến áp suất $p_0 + \dfrac{4\sigma}{R}$

$$A_2 = -\int_{V_0}^{V} pdV = -\int_{V_0}^{V} \frac{p_0V_0dV}{V} = p_0V_0 ln\frac{V_0}{V}$$

$$= pV ln\frac{p}{p_0} = \frac{4\pi R^3 p_0}{3}\left(1+\frac{4\sigma}{Rp_0}\right) ln\left(1+\frac{4\sigma}{Rp_0}\right)$$

Do đó công nhỏ nhất để thổi được bong bóng bán kính R :

$$A = A_1 + A_2 = 8\pi\sigma R^2 + \frac{4\pi R^3 p_0}{3}\left(1+\frac{4\sigma}{Rp_0}\right) ln\left(1+\frac{4\sigma}{Rp_0}\right)$$

12.3.

1. Xét quá trình đóng – mở khoá K đầu tiên, giai đoạn K đóng :

$$U_0 - L\frac{di}{dt} = 0 \Rightarrow i = \frac{U_0}{L}t,$$

trong giai đoạn này điện tích trên tụ q = 0 nên U = 0.

Tại thời điểm t_1, kết thúc giai đoạn K đóng, cường độ dòng điện chạy qua cuộn cảm là :

$$I = \frac{U_0}{L}t_1$$

Vì giai đoạn mở khoá diễn ra trong khoảng thời gian rất nhỏ nên $i \approx I = const$. Do đó điện tích trên tụ tại thời điểm $t > t_1$:

$$q = I(t - t_1) = \frac{U_0}{L}t_1(t - t_1) \Rightarrow U_1 = \frac{q}{C} = \frac{U_0}{LC}t_1(t - t_1)$$

Vậy, biểu thức hiệu điện thế giữa hai bản tụ : $U_1 = \begin{cases} 0, & t < t_1 \\ \dfrac{U_0}{LC}t_1(t - t_1), & t_1 \le t \le t_1 + t_2 \end{cases}$

Biểu thức cường độ dòng điện qua cuộn cảm : $i = \begin{cases} \dfrac{U_0}{L}t, & t < t_1 \\ \dfrac{U_0}{L}t_1, & t_1 \le t \le t_1 + t_2 \end{cases}$

2. Giả sử khi hoạt động của mạch đạt đến trạng thái ổn định, trong một chu kì đóng mở khoá K, cường độ dòng điện qua cuộn cảm tăng từ I_0 đến $I_0 + \Delta I$ trong khoảng thời gian đóng K, còn điện tích trên tụ tăng từ q_0 đến $q_0 + \Delta q$ trong khoảng thời gian kể từ lúc K mở đến lúc K đóng lần kế tiếp. Chọn gốc thời gian là lúc K bắt đầu được đóng, ta có :

$$U_0 - L\frac{di}{dt} = 0 \Rightarrow i = I_0 + \frac{U_0}{L}t \Rightarrow \Delta I = \frac{U_0}{L}t_1 \ll I_0$$

Cường độ dòng điện qua điện trở :

$$i_R \approx \frac{q_0}{RC} = \frac{U_1}{R}$$

Áp dụng định luật bảo toàn điện tích ta có :

$$I_0 t_2 = i_R(t_1 + t_2) \approx \frac{U_1}{R}(t_1 + t_2) \Rightarrow I_0 \approx \frac{U_1}{Rt_2}(t_1 + t_2)$$

Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng ta có :

$$Ri_R^2(t_1 + t_2) = \frac{1}{2}L(I_0 + \Delta I)^2 - \frac{1}{2}LI^2 \approx LI_0\Delta I$$

$$\Rightarrow \frac{U_1^2}{R}(t_1 + t_2) \approx L\frac{U_1}{Rt_2}(t_1 + t_2)\frac{U_0}{L}t_1 \Rightarrow \frac{U_1}{U_0} \approx \frac{t_1}{t_2}$$

Vậy : $\dfrac{U_1}{U_0} \approx \dfrac{t_1}{t_2} = \dfrac{\alpha}{1-\alpha}$.

12.4.

1. a) Với lưỡng chất cầu khẩu độ nhỏ $I \cong S$

$$\Rightarrow \frac{n_1\overline{CA_1}}{\overline{SA_1}} = \frac{n_1\overline{CA_2}}{\overline{SA_2}} \Leftrightarrow \frac{n_1(\overline{SA_1} - \overline{SC})}{\overline{SA_1}} = \frac{n_1\overline{CA_2}}{\overline{SA_2}}$$

$$\Rightarrow n_1\overline{SA_2}.\overline{SC} - n_2\overline{SA_1}.\overline{SC} = (n_1 - n_2)\overline{SA_2}.\overline{SA_1}$$

Chia cả hai vế cho $\overline{SA_1}.\overline{SA_1}.\overline{SC}$ ta được : $\dfrac{n_1}{\overline{SA_1}} - \dfrac{n_2}{\overline{SA_2}} = \dfrac{n_1 - n_2}{\overline{SC}}$

b) Theo giả thiết : $\begin{cases} \dfrac{n_1}{\overline{SF_1}} - \dfrac{n_2}{\infty} = \dfrac{n_1 - n_2}{\overline{SC}} \\ \dfrac{n_1}{\infty} - \dfrac{n_2}{\overline{SF_2}} = \dfrac{n_1 - n_2}{\overline{SC}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f_1 = \overline{SF_1} = \dfrac{n_1}{n_1 - n_2}\overline{SC} \\ f_2 = \overline{SF_2} = -\dfrac{n_2}{n_1 - n_2}\overline{SC} \end{cases}$

2. Gọi A là ảnh của A_1 qua lưỡng chất cầu bên trái, A_2 là ảnh của A qua lưỡng chất cầu bên phải, ta có :

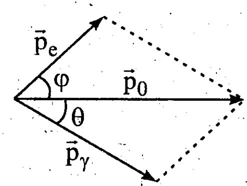
$$\begin{cases} \dfrac{n_1}{\overline{OA_1}} - \dfrac{n}{\overline{OA}} = \dfrac{n_1 - n}{\overline{OC_1}} = \dfrac{n_1 - n}{R_1} \\ \dfrac{n}{\overline{OA}} - \dfrac{n_2}{\overline{OA_2}} = \dfrac{n - n_2}{\overline{OC_2}} = \dfrac{n - n_2}{-R_2} \end{cases} \Rightarrow \dfrac{n_1}{\overline{OA_1}} - \dfrac{n_2}{\overline{OA_2}} = \dfrac{n_1 - n}{\overline{OC_1}} + \dfrac{n_2 - n}{\overline{OC_2}} = \alpha \quad (1)$$

Do đó, ta có : $$\begin{cases} \dfrac{n_1}{\overline{OF_1}} - \dfrac{n_2}{\infty} = \alpha \\ \dfrac{n_1}{\infty} - \dfrac{n_2}{\overline{OF_2}} = \alpha \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{n_1}{\overline{OF_1}} = \dfrac{n_1}{f_1} = \alpha \\ \dfrac{n_2}{\overline{OF_2}} = -\dfrac{n_2}{f_2} = \alpha \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n_1 = \alpha f_1 \\ n_2 = -\alpha f_2 \end{cases}$$

Kết hợp với (1) ta được : $$\begin{cases} f_1 = \dfrac{n_1}{\alpha} \\ f_2 = -\dfrac{n_2}{\alpha} \\ \dfrac{\alpha f_1}{\overline{OA_1}} - \dfrac{-\alpha f_2}{\overline{OA_2}} = \alpha \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f_1 = \dfrac{n_1 R_1 R_2}{(n_1 - n)R_2 + (n_2 - n)R_1} \\ f_2 = -\dfrac{n_1 R_1 R_2}{(n_1 - n)R_2 + (n_2 - n)R_1} \\ \dfrac{f_1}{\overline{OA_1}} + \dfrac{f_2}{\overline{OA_2}} = 1 \end{cases}$$

12.5

1. Áp dụng định luật bảo toàn động lượng và định luật bảo toàn năng lượng ta có (Hình 12.2G) :



Hình 12.2G

$$\begin{cases} p_e^2 = p_0^2 + p_\gamma^2 - 2p_0 p_\gamma \cos\theta \\ \sqrt{p_e^2 c^2 + m_e^2 c^4} = m_e c^2 + p_0 c - p_\gamma c \end{cases}$$

$$\Rightarrow p_e^2 + m_e^2 c^2 = m_e^2 c^2 + p_0^2 + p_\gamma^2 - 2p_0 p_\gamma + 2m_e c(p_0 - p_\gamma)$$
$$= p_0^2 + p_\gamma^2 - 2p_0 p_\gamma \cos\theta + m_e^2 c^2$$

$$\Rightarrow p_\gamma = \frac{m_e c p_0}{m_e c + p_0(1 - \cos\theta)} = \frac{\dfrac{\varepsilon_0}{c}}{1 + \dfrac{\varepsilon_0}{m_e c^2}(1 - \cos\theta)}$$

Theo luật bảo toàn năng lượng, ta có : $W_đ = p_0 c - p_\gamma c = \left(1 - \dfrac{1}{1 + \dfrac{\varepsilon_0}{m_e c^2}(1 - \cos\theta)}\right)\varepsilon_0 < \varepsilon_0$

Do đó, động năng của e không bao giờ đạt tới năng lượng ε_0 của phôtôn trước va chạm.

2. a) Vì $\theta + \varphi = \dfrac{\pi}{2}$ nên :

$$\begin{cases} p_e = p_0\cos\varphi \\ p_\gamma = p_0\sin\varphi \end{cases} \Rightarrow W_đ = p_0c - p_\gamma c = (1-\sin\varphi)p_0c = (1-\sin\varphi)\varepsilon_0$$

Kết hợp với ý 1 ta có : $1 - \dfrac{1}{1+\dfrac{\varepsilon_0}{m_ec^2}(1-\cos\theta)} = 1 - \dfrac{1}{1+\dfrac{\varepsilon_0}{m_ec^2}(1-\sin\varphi)} = 1 - \sin\varphi$

$$\Rightarrow 1 + \frac{\varepsilon_0}{m_ec^2}(1-\sin\varphi) = \frac{1}{\sin\varphi} \Rightarrow \varepsilon_0 = \frac{m_ec^2}{\sin\varphi}$$

Do đó, ta có : $W_đ = \dfrac{m_ec^2(1-\sin\varphi)}{\sin\varphi}$

b) Gọi động lượng của e và H sau va chạm lần lượt là $\vec{p}_1$ và $\vec{p}_2$, ta có :

$$W_đ \approx \frac{p_e^2}{2m_e} = \frac{p_1^2}{2m_e} + \frac{p_2^2}{2m_H} + \Delta E = \frac{p_e^2}{2(m_e+m_H)} + \Delta E + \frac{1}{2}m_ev_1'^2 + \frac{1}{2}m_Hv_2'^2$$

Trong đó $\vec{v}_1'$ và $\vec{v}_2'$ lần lượt là vận tốc của e và H sau va chạm trong hệ quy chiếu gắn với khối tâm của hệ hai hạt này. Từ đó ta có :

$$W_đ \approx \frac{p_e^2}{2m_e} \geq \frac{p_e^2}{2(m_e+m_H)} + \Delta E = \frac{W_đ}{1+\dfrac{m_H}{m_e}} + \Delta E$$

$$\Rightarrow \Delta E \leq \frac{W_đ}{1+\dfrac{m_e}{m_H}} = \frac{\tan^2\theta}{2\left(1+\dfrac{m_e}{m_H}\right)}m_ec^2 \approx \frac{m_ec^2\theta^2}{2} \approx 12{,}52\,\text{eV}.$$

Nếu n là mức kích thích tối đa mà H đạt được do va chạm thì :

$$E_0\left(1-\frac{1}{n^2}\right) \leq \Delta E \Rightarrow n \leq \frac{1}{\sqrt{1-\dfrac{\Delta E_{max}}{E_0}}} \approx 3{,}5 \Rightarrow n_{max} = 3$$

$\Rightarrow$ Nguyên tử H trên sẽ phát ra được tối đa ba vạch phổ $\lambda_{31}, \lambda_{21}, \lambda_{32}$ với :

$$\frac{hc}{\lambda_{ij}} = E_i - E_j = E_0\left(\frac{1}{j^2} - \frac{1}{i^2}\right) \Rightarrow \lambda_{ij} = \frac{i^2j^2}{i^2-j^2}\frac{hc}{E_0},\ i, j = 1, 2, 3$$

Thay số ta được :

$$\lambda_{31} = \frac{9\ hc}{8\ E_0} \approx 103\,\text{nm}$$

$$\lambda_{21} = \frac{4\ hc}{3\ E_0} \approx 122\,\text{nm}$$

$$\lambda_{32} = \frac{36\ hc}{5\ E_0} \approx 657\,\text{nm}$$

B ĐỀ THI CHỌN ĐỘI TUYỂN OLYMPIC VẬT LÍ

1 Đề thi chọn đội tuyển Olympic năm 2011, ngày thi thứ nhất

1.1.

1. $W_đ = Mv_A^2 + \frac{1}{4}m[3v_A^2 + 3(R-r)\omega^2 + 2v_A\omega(R-r)(2\cos\varphi + 1)]$

với v_A là tốc độ chuyển động của trục của I ; ω là tốc độ góc của AB quanh A.

2. $F_1 = \left(\frac{m}{2} - M\right)x''_A + \frac{m}{2}(R-r)\varphi''$; $F_2 = \frac{m}{2}x''_A + \frac{m}{2}(R-r)\varphi''$

$$\varphi'' = -\frac{2g\sin\varphi + (2\cos\varphi + 1)x''_A}{3(R-r)}$$

3. $\varphi'' = -\frac{2g}{3(R-r)}\sin\varphi$.

Nếu φ nhỏ thì φ biến đổi điều hoà với tần số góc : $\omega = \sqrt{\frac{2g}{3(R-r)}}$

1.2.

1. $R_s = \alpha R_0 = 6{,}96.10^5$ km ; $\rho_s = \frac{3\pi}{GT^2\alpha_s^3} = 1{,}41.10^3\,\text{kg/m}^3$

2. $p(r) = \frac{2\pi G\rho_s^2}{3}(R_s^2 - r^2)$; $p_0 = \frac{2\pi G\rho_s^2}{3}R_s^2 = 1{,}35.10^{14}$ Pa ;

$$T_c = \frac{2\pi G\rho_s\mu R_s^2}{3R} = 1{,}4.10^7\,\text{K}$$

3. $W_t = -\frac{3G}{5}\frac{M_s^2}{R_s} = -6{,}76.10^{38}$ J

1.3

1. $E(x) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left\{\frac{Q(x-R)}{[R^2+(x-R)^2]^{\frac{3}{2}}} + \frac{Q(x+R)}{[R^2+(x+R)^2]^{\frac{3}{2}}}\right\}$

2. $v_0 > \sqrt{\frac{2U_{max}}{m}}$ với $U_{max} = U(x_1)$, x_1 là điểm tại đó $\frac{dU}{dx} = 0$.

3. Có ba vị trí cân bằng $x = 0$ và $x = \pm x_1$, trong đó $x = 0$ là vị trí cân bằng bền còn hai vị trí kia là vị trí cân bằng không bền.

4. q dao động điều hoà xung quanh gốc toạ độ, $x = x_0\cos\omega t$ với $\omega = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{qQ}{\sqrt{2}\pi\varepsilon_0 mR^3}}$

1.4

1. $\rho = \rho_0 e^{-\sqrt{\frac{ln2}{TD}}x}$

2. $a = 6ln10\sqrt{\frac{TD}{ln2}}$

1.5

1. Trình bày phương án thí nghiệm xác định bước sóng laze và chiết suất chất lỏng.
2. Trình bày hai phương án thí nghiệm xác định gia tốc trọng trường.

(2) Đề thi chọn đội tuyển Olympic năm 2011, ngày thi thứ hai

2.1

1. $x = 2\sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \sin\frac{\varphi}{2}\right) + \sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}}\left[ln\left|\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\varphi}{4}\right)\right| - ln\tan\frac{3\pi}{8}\right]$; $y = 2\sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}}\cos\frac{\varphi}{2}$

2. a) $h_{max} = 2\sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}}$; b) $b = a - 1{,}06\sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}}$; c) $F = P_1 + 2a\sqrt{\rho g\sigma}$

3. $0{,}5 = 2\sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \sin\frac{\varphi_{min}}{2}\right) + \sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}}\left[ln\left|\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\varphi_{min}}{4}\right) - ln\tan\frac{3\pi}{8}\right]$

$h = 2\sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}}\cos\frac{\varphi_{min}}{2}$; $F = P_1 + 2a\sqrt{\rho g\sigma}\cos\frac{\varphi_{min}}{2} + 2\sigma\sin\varphi_{min}$

2.2.

1. a) $r = \dfrac{p}{1 + e\cos\theta}$ với $e = \dfrac{r_A - r_P}{r_A + r_P}$, ; b) $p = \dfrac{2r_A r_P}{r_A + r_P}$

2. a) Với $\dfrac{U}{C} \ll 1$ thì $|U_P| \ll U$

b) $\dfrac{d\vec{Z}}{dt} = \dfrac{\varepsilon}{\alpha}\dfrac{(1+e\cos\theta)^2}{p^2}(-\sin\theta.\vec{e}_x - \cos\theta.\vec{e}_y)\dfrac{d\theta}{dt}$ với $\varepsilon = -\dfrac{3GM}{c^2}\dfrac{L^2}{m}$; $\Delta\vec{E} = -\dfrac{2\pi\varepsilon e}{\alpha p^2}\vec{e}_y$

c) $\Delta\varphi = \dfrac{3\pi GM}{c^2}.\dfrac{r_A + r_P}{r_A r_P} \approx 5{,}03.10^{-7}\,\text{rad}$

d) $\delta\Omega = 2.10^{-4}$ rad ≈ 43,1", nằm trong vùng sai số của kết quả thực nghiệm.

2.3.

1. a) $t_1 + t_1\sqrt{\dfrac{4c^2 - v^2}{c^2 - v^2}}$; b) Số xung nhận : $t_1\dfrac{2c + v}{\sqrt{c^2 - v^2}}$

c) $n = \dfrac{3c}{\sqrt{c^2 - v^2} + \sqrt{4c^2 - v^2}}$

2. Áp dụng công thức biến đổi Lo-ren.

2.4. $\dfrac{1}{\lambda_e} = \sqrt{\dfrac{1}{\lambda^2} + \dfrac{1}{\lambda_0^2} - \dfrac{1}{\lambda\lambda_0}} \Rightarrow \lambda_e \approx 0{,}115$ nm.

2.5. Trình bày cơ sở lí thuyết, công thức xác định hệ số ma sát trượt và hệ số cản. Từ đó đề xuất phương án thí nghiệm.

3 Đề thi chọn đội tuyển Olympic năm 2012, ngày thi thứ nhất

3.1.

1. a) $\tan\dfrac{\theta}{2} = \dfrac{GM}{dv_0^2}$

b) Điều kiện :

$$\sqrt{\frac{G^2M^2}{v_0^4} + d^2} - \frac{GM}{v_0^2} \geq R;\ \tan\frac{\theta_{max}}{2} = \frac{GM}{Rv_0^2\sqrt{1 + \dfrac{2GM}{Rv_0^2}}};\ \Delta\mathscr{P}_{max} = \frac{2mv_0^2}{\sqrt{1 + \dfrac{R^2v_0^4 + 2GMv_0^2}{G^2M^2}}}$$

2. a) $v_0^2 = \dfrac{GM}{2R}(v_2 - 1)$; $d = \dfrac{2R}{\sqrt{2} - 1}$

b) $\dfrac{\Delta m}{m} = 1 - \exp\left\{-\dfrac{1}{u}\sqrt{\dfrac{GM}{R}}\left(\sqrt{\dfrac{1}{2(\sqrt{2}-1)}} - \dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)\right\}$

3.2

1. a) $q = 4\pi Da(\rho_{bh} - \rho_\infty)$; b) $\tau = \dfrac{a^2\rho_n}{2D(\rho_{bh} - \rho_\infty)}$

2. a) $(\rho_{bh} - \rho_{bh\infty}) = \dfrac{2\sigma}{r_0}\dfrac{\rho_{bh}}{\rho_n}$

b) $\tau = \dfrac{13}{81}\cdot\dfrac{\rho_n^2 RTa^3}{D\sigma\rho_{bh}\mu}$

3.3

1. $q = 10^{-3} - 0{,}04e^{-15t}\cos(172{,}554t + 1{,}546)$ (C) ; $U_{C_{max}} = \dfrac{q_{max}}{C} = 182$ V

2. $q = e^{-180t}(-0{,}07e^{-49t} + 0{,}069e^{49t}) + 10^{-3}$ (C) ; $U_{C_{max}} = 73{,}7$ V

3.4

1. a) $p = \dfrac{nhc}{\lambda}(1 + r)\cos^2 i$; $F = \dfrac{nhc}{2\lambda}\sqrt{(1 - r)^2\sin^2 2i + 4(1 + r)^2\cos^4 i}$

b) $p = \dfrac{nhc}{\lambda}\left(\cos^2 i + \dfrac{1}{2}\cos i\right)$; $F = \dfrac{nhc}{\lambda}\sqrt{\left(\cos^2 i + \dfrac{1}{2}\cos i\right)^2 + \cos^2 i.\sin^2 i}$

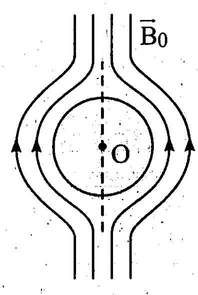
2. a) $F = \dfrac{\pi R^2 nhc}{\lambda}$; b) $F = \dfrac{4nhc}{3\lambda}\pi R^2$

3.5

1. a) Hình 3.1G

b) $\vec{B} = \dfrac{R^3}{2r^3}\vec{B}_0 - \dfrac{3R^3(\vec{B}_0.\vec{r})\vec{r}}{2r^3}$

2. $v \geq \sqrt{\dfrac{\mu_0\pi I^2R^3}{m}\left(\dfrac{1}{a^2} - \dfrac{a^4}{(a^2 + h^2)^3}\right)}$



Hình 3.1G

3.6.

1. $$\begin{cases} \vec{p}'_1 = \mu v_1 \vec{n} + \mu \dfrac{m_1}{m_2} \vec{v}_1 \\ \vec{p}'_2 = -\mu v_1 \vec{n} + \mu \vec{v}_1, \text{ với } \mu = \dfrac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \end{cases}$$

2. a) $\dfrac{dn}{N} = \dfrac{(1+A)^2}{4A} \dfrac{dW'_{đ_1}}{W_{đ_1}}$; b) Tỉ số = 83,5%

c) $k = \dfrac{\ln\left(\dfrac{Wđ_k}{Wđ_1}\right)}{\ln\left[\dfrac{(1+A)^2}{(1+A^2)}\right]}$; k = 24 (A = 1) ; 93 (k = 10) ; 479 (k = 56).

4) Đề thi chọn đội tuyển Olympic năm 2012, ngày thi thứ hai

4.1.

1. a) $\omega^2 = \dfrac{2g\tan\theta_0}{3(R - r\sin\theta_0)}$; b) $\arctan\left(\dfrac{3}{2\mu}\right) \le \theta_0 < \dfrac{\pi}{2}$

2. a) $\gamma = \dfrac{5}{4}$;

b) Nếu θ tăng, vật nhanh chóng rời khỏi vị trí cân bằng. Nếu θ giảm, hệ quay chậm lại cho đến khi dừng lại hẳn.

4.2.

1. $t_3 \approx 73{,}53^oC$;
2. $A_{max} = 510$ kJ ; $t_c = 31{,}9^o$ C.

4.3.

1. $i_1 = \dfrac{U_0}{2\sqrt{2}R}\cos\dfrac{\pi}{8}\cos\left(\omega t - \dfrac{5\pi}{8}\right)$; $i_2 = \dfrac{U_0}{2\sqrt{2}R}\cos\dfrac{3\pi}{8}\cos\left(\omega t - \dfrac{\pi}{8}\right)$;

i_2 sớm pha $\dfrac{\pi}{2}$ so với i_1.

2. a) $U_{C_1} = \dfrac{U_0}{2\sqrt{2}}$; $U_{C_2} = \dfrac{U_0\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}$; b) $\dfrac{C_2}{C_1} = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}\sin\dfrac{\pi}{12}$.

4.4.

1. $f = \dfrac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - e}$

2. a) $e_0 = \dfrac{f_{01} + f_{02}}{2}$; b) $\Delta D = \dfrac{2b(f_{01} + f_{02})}{(n_{01} - 1)\lambda_0^3 f_{01} f_{02}}(1 - k)\Delta\lambda$

4.5.

1. $B_0 = \dfrac{2\pi m_0 f_2}{e}$

2. a) $f = \dfrac{f_1}{\sqrt{1 + \dfrac{4\pi f_1^2 .\Delta E.t}{eB_0 c^2}}}$; b) $B = B_0\left(1 + \dfrac{W_d}{m_0 c^2}\right)$; $r = \dfrac{c}{2\pi f_0}\sqrt{1 - \left(\dfrac{2\pi m_0 f_0}{eB}\right)^2}$

4.6.

1. $\mu_s = \dfrac{1}{2}.\dfrac{se\hbar}{m} = s\mu_B$, μ_B là manheton Bo

2. $U_{tt} = -\alpha^2 .2s\dfrac{R_y}{n^s}$ với $\alpha = \dfrac{1}{137}$ là hằng số tế vi.

3. $\Delta\lambda_2 \approx \dfrac{1}{36}\alpha^2 \dfrac{hc}{R_y}$.

4. $\Delta\lambda^D = \dfrac{\sqrt{3kT}}{m_H}\dfrac{2h}{R_y\left(1 - \dfrac{1}{n^2}\right)}$

(5) Đề thi chọn đội tuyển Olympic năm 2013, ngày thi thứ nhất

5.1.

1. Điều kiện : $M \le 2m$; $d = \dfrac{M}{\sqrt{4m^2 - M^2}}.L$

2. a) $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{L}{g}\dfrac{[M(m_0 M + 2mM_0 + 4m^2)]^{1/2}}{(4m^2 - M^2)^{3/4}}}$

   b) $U_{M_{max}} = \sqrt{\dfrac{Mg}{L}}.\dfrac{(4m^2 - M^2)^{3/4}}{2m(m_0 M + 2mM + 4m^2)^{1/2}}.A$

3. $a_{m_1} = \dfrac{m\left(1+\dfrac{M^2}{8m^2}\right)g}{M+m+\dfrac{m_0}{2}+\dfrac{5}{8}\left(m+\dfrac{m_0}{2}\right)\dfrac{M^2}{m^2}}$

$$T_1 = \frac{\left(m+\dfrac{M}{2}+\dfrac{m_0M}{4m}\right)Mg}{M+m+\dfrac{m_0}{2}+\dfrac{5}{8}\left(m+\dfrac{m_0}{2}\right)\dfrac{M^2}{m^2}};\quad T_2 = \frac{\left(m+\dfrac{M}{2}+\dfrac{5m_0M}{16m}+\dfrac{mm_0}{2M}\right)Mg}{M+m+\dfrac{m_0}{2}+\dfrac{5}{8}\left(m+\dfrac{m_0}{2}\right)\dfrac{M^2}{m^2}}$$

5.2.

1. $x_0 = \dfrac{2\beta}{\alpha-2\beta} = \dfrac{1}{8}.$

2. $x_1 = 0{,}131$ hoặc $x_1 = 0{,}963$.

3. $Q = m\Delta t\left[c + g\left(1+\dfrac{x}{2}\right)\beta l - (\alpha-3\beta)\dfrac{xl}{2}\right]$

5.3.

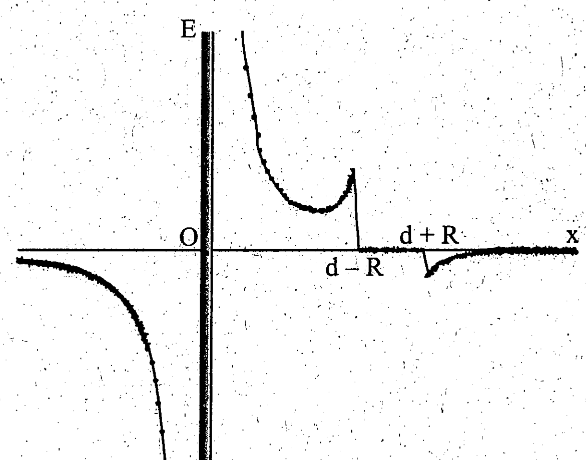
1. Bên trong quả cầu $\vec{E} = \vec{0}$

Bên ngoài quả cầu : $\vec{E}_1 = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\dfrac{q}{r^2} - \dfrac{q\dfrac{R}{d}}{\left(r+d-\dfrac{R^2}{d}\right)^2}\right]\dfrac{\vec{r}}{r}$;

$$\vec{E}_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{q}{r^2} + \frac{q\dfrac{R}{d}}{\left(d-r-\dfrac{R^2}{d}\right)^2}\right]\frac{\vec{r}}{r}$$

$$\vec{E}_3 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{r^2} - \frac{q\dfrac{R}{d}}{\left(r-d+\dfrac{R^2}{d}\right)^2}\right)\frac{\vec{r}}{r}$$

Đồ thị E(x) có dạng như hình 5.1G.



Hình 5.1G

2. $\omega = \dfrac{q}{(L-l)^2 - R^2}\sqrt{\dfrac{RL}{4\pi\varepsilon_0 ml}}$;

5.4.

1. $\alpha = 2\arcsin\left(\frac{R}{D}\right)$; $\alpha = 2\arcsin\left(\frac{rn_{tt}}{D}\right)$;

2. $\alpha = 2\arcsin\left(\frac{R}{D}\right)$; $\alpha = 2\arcsin\left(\frac{Rn_{dd}}{D}\right)$.

5.5.

1. $u = \frac{at}{\sqrt{1+\frac{a^2t^2}{c^2}}}$; $s = \frac{c^2}{a}\left(\sqrt{1+\frac{a^2t^2}{c^2}}-1\right)$;

2. $t_{12} = \frac{L}{C}\sqrt{1+\frac{4c^2}{aL}}$; $t'_{12} = \frac{2c}{a}\left[\frac{La}{2c^2}\sqrt{1+\frac{4c^2}{aL}}+\sqrt{1+\frac{L^2a^2}{4c^4}\left(1+\frac{4c^2}{aL}\right)}\right]$.

5.6.

1. $V = \frac{\mu ke^2}{n m\hbar} = \frac{2{,}18.10^6}{n}$ (m/s), $\left(\mu = \frac{Mm}{(M+m)}\right)$

$$f = \frac{2\pi^2\mu k^2e^4}{h^3}\left(1-\frac{1}{n^2}\right) = 3{,}28.10^{15}\left(1-\frac{1}{n^2}\right)\text{ (Hz)}$$

2. $\Delta v \geq \frac{h}{2\pi m l} \approx 1{,}10.10^6$ m/s

3. $r_n^{\pm} = n^2r_0\left(1\mp\frac{n^3h^3B}{8\pi^3e^3m^2k^2}\right)$; $E_n^{\pm} = \frac{ke^2}{2n^2r_0\left(1\mp\frac{n^3h^3B}{8\pi^3e^3m^2k^2}\right)}$

(6) Đề thi chọn đội tuyển Olympic năm 2013, ngày thi thứ hai

6.1.

1. a) $L = L_0\sqrt{\frac{k}{M\omega^2}}\tan\sqrt{\frac{M\omega^2}{k}}$

b) $L = L_0\frac{\frac{k}{\omega^2M}}{\left(\sqrt{\frac{k}{\omega^2M}\frac{1}{\tan\sqrt{\frac{m\omega^2}{k}}}-\frac{m}{M}}\right)}$, với điều kiện $\omega < \sqrt{\frac{kM}{\omega^2}\frac{1}{\tan\sqrt{\frac{M\omega^2}{k}}}}$.

$$2.\quad W=\frac{\omega^2}{2}\left\{\sqrt{\frac{kL_0}{\rho_0\omega^2}}\frac{(kL_0+2C)}{2\omega^2}\left[\arcsin\frac{L}{\sqrt{\frac{kL_0+2C}{2\rho_0\omega^2}}}-\frac{L}{\sqrt{\frac{kL_0+2C}{2\rho_0\omega^2}}}\sqrt{1-\frac{L^2}{\frac{(kL_0+2C)}{2\rho_0\omega^2}}}+mL^2\right]\right\}$$

trong đó : $C=m\omega^2L+\frac{(m\omega^2L)^2}{2kL_0}+\rho_0\omega^2\frac{L^2}{2}$;

6.2.

Bài 1. 1. $A=\frac{L}{e^{\frac{\mu B}{kT}}+e^{-\frac{\mu B}{kT}}}$; $U=-\mu NB\tanh\left(\frac{\mu B}{kT}\right)$

2. $S=-kN\left[\frac{\mu B}{kT}\tanh\left(\frac{\mu B}{kT}\right)-ln\left(\cosh\left(\frac{\mu B}{kT}\right)\right)\right]$

3. $T_2=0,1$ K

Bài 2. 2. $\frac{dN}{N}=\frac{2\pi\alpha^{-\frac{3}{2}}n_0\sqrt{U}e^{-\frac{U}{kT}}dU}{n_0\left(\frac{\pi kT}{\alpha}\right)^{\frac{3}{2}}}$

3. Nhiệt độ khối khí giảm đi 4 lần.

6.3.

1. $i_1=\frac{\mathscr{E}}{\sqrt{5}R}\left(e^{-\beta_1 t}-e^{-\beta_2 t}\right)-\frac{\mathscr{E}}{\sqrt{5}L}\left(\frac{e^{-\beta_1 t}}{\beta_1}-\frac{e^{-\beta_2 t}}{\beta_2}\right)+\frac{\mathscr{E}}{\sqrt{5}L}\left(\frac{1}{\beta_1}-\frac{1}{\beta_2}\right)$;

$i_2=\frac{\mathscr{E}}{R\sqrt{5}}\left(e^{-\beta_1 t}-e^{-\beta_2 t}\right)$; với $\beta_1=\frac{R}{2L}(3-\sqrt{5})$; $\beta_2=\frac{R}{2L}(3+\sqrt{5})$.

Độc giả tự vẽ hình.

2. $q=\frac{L_1E}{R_1R_2}$

3. $$i_C=\frac{\mathscr{E}}{2L\sqrt{\frac{1}{4}\left(\frac{R}{L}+\frac{1}{RC}\right)^2-\frac{4}{LC}}}\left\{e^{\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{R}{L}+\frac{1}{RC}\right)+\sqrt{\frac{1}{4}\left(\frac{R}{L}+\frac{1}{RC}\right)-\frac{4}{LC}}\right]t}-e^{\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{R}{L}+\frac{1}{RC}\right)-\sqrt{\frac{1}{4}\left(\frac{R}{L}+\frac{1}{RC}\right)-\frac{4}{LC}}\right]t}\right\}.$$

6.4

1. Cắt tại điểm C' mà $\frac{\sqrt{3}}{2}R \le OC' \le \left(2-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)R$;

2. $F = 0{,}027\frac{I_0HR}{c}$;

3. $F_x = \frac{2I_0H}{c}\left\{R\left(\frac{3}{8}-\frac{\sqrt{3}}{4}-\frac{\pi}{12}\right)-a-\frac{a^2}{R}+\frac{R+a}{2}\arcsin\frac{a}{R}+\sqrt{1-\frac{a^2}{R^2}}\left(\frac{a}{2}+\frac{a^2}{6R}+\frac{R}{3}\right)\right\}$;

$F_y = \frac{I_0Ha}{R^2c}\left(\frac{R^2}{4}-\frac{a^2}{3}\right)$

6.5

1. $\alpha = 0$ hay $\alpha = \pi$: cân bằng bền.

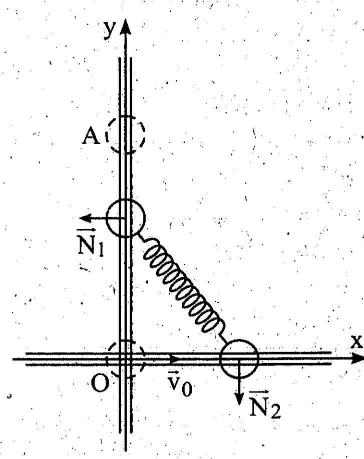
$\alpha = \frac{\pi}{2}$ hay $\alpha = \frac{3\pi}{2}$: cân bằng không bền.

2. $T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{3GM}}$

6.6 Trình bày phương án thí nghiệm xác định điện trở thuần của cuộn dây và hai phương án khác nhau xác định độ tự cảm của cuộn dây.

(7) Đề thi chọn đội tuyển Olympic năm 2014, ngày thi thứ nhất

7.1



Hình 7.1G

1. Vì hai quả cầu cùng khối lượng nên khối tâm C của hệ hai quả cầu là trung điểm của lò xo. Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng (chú ý là $\vec{v}_1.\vec{v}_2 = 0$) ta có (Hình 7.1G) :

$$\frac{1}{2}mv_1^2+\frac{1}{2}mv_2^2+m\vec{v}_1.\vec{v}_2+\frac{1}{2}k\Delta l^2=\frac{1}{2}mv_0^2$$

$$\Leftrightarrow 4v_C^2+\frac{kl^2}{m}\left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2=v_0^2$$

Tại thời điểm lò xo có độ dãn cực đại, khoảng cách từ C đến O là lớn nhất nên $\vec{v}_C$ vuông góc với CO. Mặt khác, vì momen động lượng của hệ luôn bằng 0 nên momen của ngoại lực luôn bằng 0.

$$N_1 y = N_2 x \Leftrightarrow (-2m\ddot{x}_C)2y_C = (-2m\ddot{y}_C)x_C$$

$$\Rightarrow \dot{x}_C y_C - \dot{y}_C x_C = \text{const} \Leftrightarrow \frac{l+\Delta l}{2}v_C = \frac{l}{2}\frac{v_0}{2} \Rightarrow 2v_C = \frac{v_0}{1+\dfrac{\Delta l}{l}}$$

Từ đó, ta có :

$$\frac{1}{\left(1+\dfrac{\Delta l}{l}\right)^2} + \frac{kl^2}{mv_0^2}\left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2 = 1 \Rightarrow \frac{\Delta l}{l}\left(\left(\frac{\Delta l}{l}\right)^3 + 2\left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2 + \left(1-\frac{mv_0^2}{kl^2}\right)\frac{\Delta l}{l} - \frac{2mv_0^2}{kl^2}\right) = 0$$

Thay số ta được : $\dfrac{\Delta l}{l}\left(\left(\dfrac{\Delta l}{l}\right)^3 + 2\left(\dfrac{\Delta l}{l}\right)^2 + 0{,}96\dfrac{\Delta l}{l} - 0{,}08\right) = 0$

Giải phương trình trên và loại nghiệm $\dfrac{\Delta l}{l} = 0$ ta được : $\dfrac{\Delta l}{l} \approx 0{,}0721$

2. Khi hai quả cầu chuyển động không ma sát trên mặt sàn nằm ngang thì momen động lượng và cơ năng của hệ trong hệ quy chiếu gắn với khối tâm đều bảo toàn, nên ta có :

$$2\frac{mv^2}{2} + \frac{k\Delta l^2}{2} = 2\frac{m\left(\dfrac{v_0}{2}\right)^2}{2} \Rightarrow \left(\frac{2v}{v_0}\right)^2 + 2\frac{kl^2}{mv_0^2}\left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2 = 1$$

$$2\frac{l+\Delta l}{2}mv = 2\frac{l}{2}m\frac{v_0}{2} \Rightarrow \frac{2v}{v_0} = \frac{1}{1+\dfrac{\Delta l}{l}}$$

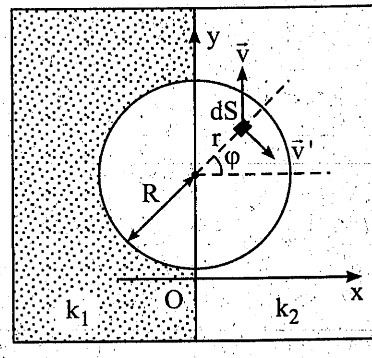
Từ đó ta có :

$$\frac{1}{\left(1+\dfrac{\Delta l}{l}\right)^2} + 2\frac{kl^2}{mv_0^2}\left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2 = 1 \Rightarrow \frac{\Delta l}{l}\left(\left(\frac{\Delta l}{l}\right)^3 + 2\left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2 + \left(1-\frac{mv_0^2}{2kl^2}\right)\frac{\Delta l}{l} - \frac{mv_0^2}{kl^2}\right) = 0$$

Thay số ta được : $\dfrac{\Delta l}{l}\left(\left(\dfrac{\Delta l}{l}\right)^3 + 2\left(\dfrac{\Delta l}{l}\right)^2 + 0{,}98\dfrac{\Delta l}{l} - 0{,}04\right) = 0$

Giải phương trình trên và loại nghiệm $\dfrac{\Delta l}{l} = 0$ ta được : $\dfrac{\Delta l}{l} \approx 0{,}0378$

7.2 Xét phần tử dS như hình 7.2G, ta có :



Hình 7.2G

$d\vec{F} = -k(\vec{v} + \vec{v'})dS = -k(\vec{v} + \vec{v'})rdrd\varphi, \ (v' = \omega r)$

$$\begin{cases} dF_x = -k\omega r^2 \sin\varphi drd\varphi \\ dF_y = -kvdS + k\omega r^2 \cos\varphi drd\varphi \end{cases}$$

$dM = kvr\cos\varphi dS - kv'rdS = kvr^2\cos\varphi drd\varphi - k\omega r^3 drd\varphi$

Do đó ta có :

$$\begin{cases} F_x = -\omega\int_0^R r^2dr\left(k_2\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\sin\varphi d\varphi + k_1\int_{\pi/2}^{3\pi/2}\sin\varphi d\varphi\right) = 0 \\ F_y = -(k_1 + k_2)\dfrac{\pi R^2}{2}v + \omega\int_0^R r^2dr\left(k_2\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\cos\varphi d\varphi + k_1\int_{\pi/2}^{3\pi/2}\cos\varphi d\varphi\right) = 0 \end{cases}$$

$$\text{Hay} \begin{cases} F_x = 0 \\ F_y = -(k_1 + k_2)\dfrac{\pi R^2}{2}v - \dfrac{2\omega R^3}{3}(k_1 - k_2) = Ma = M\dfrac{dv}{dt} \end{cases} \quad (1)$$

$$M = v\int_0^R r^2dr\left(k_2\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\cos\varphi d\varphi + k_1\int_{3\pi/2}^{\pi/2}\cos\varphi d\varphi\right) - \omega\int_0^R r^3dr\left(k_2\int_{-\pi/2}^{\pi/2}d\varphi + k_1\int_{\pi/2}^{3\pi/2}d\varphi\right)$$

$$\text{hay } M = -\frac{2vR^3}{3}(k_1 - k_2) - \frac{\omega\pi R^4}{4}(k_1 + k_2) = I\gamma = \frac{MR^2}{2}\frac{d\omega}{dt} \quad (2)$$

$$\begin{cases} \dfrac{dv}{dt} = -\alpha v - \beta V \\ \dfrac{dV}{dt} = -2\beta v - \alpha V \end{cases} \quad (3)$$

$$\alpha = (k_1 + k_2)\frac{\pi R^2}{2}, \ \beta = 2(k_1 - k_2)\frac{R^2}{3}, \ V = \omega R.$$

1. Tại t = 0 vận tốc của đĩa bằng 0, nên :

$$\gamma_0 = -\alpha\omega_0 = -\frac{(k_1 + k_2)\pi R^2}{2}\omega_0 \ ; \ a_0 = -\beta V = -\frac{2(k_1 - k_2)R^3}{3}\omega_0$$

Các dấu "−" chứng tỏ vận tốc góc của đĩa giảm dần còn gia tốc của đĩa có hướng ngược lại với chiều dương của trục Oy.

2. Ta thấy gia tốc của đĩa luôn hướng theo chiều âm của trục Oy nên đường ranh giới của hai miền luôn nằm trên đường kính của đĩa. Vì thế phương trình chuyển động của đĩa thoả mãn (3), do đó : $\dfrac{d^2v}{dt^2} + 2\alpha\dfrac{dv}{dt} + (\alpha^2 - 2\beta^2)v = 0$

Do đó : $v = e^{-\alpha t}\left(Ae^{\sqrt{2}\beta t} + Be^{-\sqrt{2}\beta t}\right)$

Vì $v_0 = 0$, $a_0 = -\beta R\omega_0$ nên $\begin{cases} A + B = 0 \\ (\sqrt{2}\beta - \alpha)A - (\sqrt{2}\beta + \alpha)B = -\beta R\omega_0 \end{cases} \Rightarrow A = -B = \dfrac{R\omega_0}{2\sqrt{2}}$

Hay : $v = -\dfrac{R\omega_0}{2\sqrt{2}}e^{-\alpha t}\left(e^{\sqrt{2}\beta t} - e^{-\sqrt{2}\beta t}\right)$

Vận tốc của đĩa bằng 0 tại t = 0 và t = ∞ do đó quãng đường mà tâm đĩa đi được :

$$s = -\Delta y = -\int_0^{\infty} v dt = \frac{R\omega_0}{2\sqrt{2}}\left(\int_0^{\infty}\left(e^{-(\alpha-\sqrt{2}\beta)t} - e^{-(\alpha+\sqrt{2}\beta)t}\right)dt\right) = \frac{R\omega_0}{2\sqrt{2}}\left(\frac{1}{\alpha-\sqrt{2}\beta} - \frac{1}{\alpha+\sqrt{2}\beta}\right)$$

Hay : $s = \dfrac{\beta}{\alpha^2 - 2\beta^2}R\omega_0$ với $\alpha = (k_1 + k_2)\dfrac{\pi R^2}{2}$, $\beta = 2(k_1 - k_2)\dfrac{R^2}{3}$

$$\Rightarrow s = \frac{\dfrac{M\omega_0}{R}}{\dfrac{3\pi^2}{8}\dfrac{(k_1 + k_2)^2}{k_1 - k_2} - \dfrac{4}{3}(k_1 - k_2)}$$

7.3

1. Vì vỏ bình dẫn nhiệt nên : $T_L = T_0$

2. Vì khí trong bình cân bằng nên : $dp = -\rho g dx = -\dfrac{p\mu}{RT_0}gdx$

Do đó, ta có : $\dfrac{dp}{p} = \dfrac{d\rho}{\rho} = -\dfrac{\mu g}{RT_0}dx \Rightarrow \rho = \rho_0 e^{-\frac{\mu g x}{RT_0}}$

Ta có : $x_C = \dfrac{\int_0^L xS\rho dx}{\int_0^L S\rho dx} = \dfrac{\int_0^L x\rho dx}{\int_0^L \rho dx}$

Ta lại có : $\displaystyle\int_0^L x\rho dx = \rho_0\int_0^L xe^{-\frac{\mu g x}{RT_0}}dx = \rho_0\left(\frac{RT_0}{\mu g}\right)^2\left(1 - e^{-\frac{\mu g L}{RT_0}} - \frac{\mu g L}{RT_0}e^{-\frac{\mu g L}{RT_0}}\right)$

$$\int_0^L \rho dx = \rho_0\int_0^L e^{-\frac{\mu g x}{RT_0}}dx = \rho_0\frac{RT_0}{\mu g}\left(1 - e^{-\frac{\mu g L}{RT_0}}\right)$$

Do đó : $x_C = L\left(\dfrac{RT_0}{\mu g L} - \dfrac{1}{e^{\frac{\mu g L}{RT_0}} - 1}\right)$

3. Ta có : $C_V = \dfrac{dU + mgdx_C}{\dfrac{m}{\mu}dT} = \dfrac{5R}{2} + \mu g\dfrac{dx_C}{dT_0}$

Kết hợp với kết quả từ ý 2 ta được : $C_V = R\left(\dfrac{7}{2} - \dfrac{e^{\frac{\mu gL}{RT_0}}}{\left(e^{\frac{\mu gL}{RT_0}} - 1\right)^2}\left(\dfrac{\mu gL}{RT_0}\right)^2\right)$

7.4.

1. Áp dụng định luật II Niu-tơn trong hệ toạ độ trụ ta có :

$$\begin{cases} m\left(\dfrac{d^2r}{dt^2} - r\left(\dfrac{d\theta}{dt}\right)^2\right) = er\dfrac{d\theta}{dt}B_z \\ \dfrac{m}{r}\dfrac{d}{dt}\left(r^2\dfrac{d\theta}{dt}\right) = -e\dfrac{dr}{dt}B_z + e\dfrac{dz}{dt}B_r = -e\dfrac{dr}{dt}B_z - e\dfrac{r}{2}\dfrac{dz}{dt}\dfrac{dB_z}{dz} \\ m\dfrac{d^2z}{dt^2} = -er\dfrac{d\theta}{dt}B_r = e\dfrac{r^2}{2}\dfrac{d\theta}{dt}\dfrac{dB_z}{dz} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{d^2r}{dt^2} - r\left(\dfrac{d\theta}{dt}\right)^2 = \dfrac{er}{m}\dfrac{d\theta}{dt}B_z \\ \dfrac{d}{dt}\left(r^2\dfrac{d\theta}{dt}\right) = \dfrac{d}{dt}\left(-\dfrac{e}{2m}r^2B_z\right) \\ \dfrac{d^2z}{dt^2} = \dfrac{er^2}{2m}\dfrac{d\theta}{dt}\dfrac{dB_z}{dz} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{d\theta}{dt} = -\dfrac{e}{2m}B_z = kB_z \\ \dfrac{d^2r}{dt^2} = -k^2rB_z^2 \\ \dfrac{d^2z}{dt^2} = -r^2k^2B_z\dfrac{dB_z}{dz} \end{cases}$$

Với $k = -\dfrac{e}{2m}$, vì $\alpha \ll 1$, thì r cũng sẽ có giá trị rất nhỏ nên ta có thể bỏ qua số hạng bậc cao của r.

Khi đó : $$\begin{cases} \dfrac{d\theta}{dt} = kB_z \\ \dfrac{d^2r}{dt^2} = -k^2rB_z^2 \\ \dfrac{d^2z}{dt^2} = 0 \end{cases}$$

2. Vì $\frac{d^2z}{dt^2} = 0$ nên $v_z = \frac{dz}{dt} = v_0\cos\alpha = \text{const}$, do đó : $dt = \frac{dz}{v_0\cos\alpha}$

Từ đó ta có : $(v_0\cos\alpha)^2\frac{d^2r}{dz^2} = -k^2rB_z^2 = -\left(\frac{e}{2m}B_z\right)^2 r$

hay $$\frac{d^2r}{dz^2} + \left(\frac{eB_z}{2mv_0\cos\alpha}\right)^2 r = 0$$

Từ kết quả này ta thấy nếu B_z biến thiên chậm, $\alpha \ll 1$ thì các prôtôn sẽ cắt Oz tại những điểm cách đều nhau với khoảng cách giữa hai điểm gần nhau nhất là :

$$l = \pi\frac{2mv_0\cos\alpha}{eB_z} \approx \pi\frac{2mv_0}{eB_0}$$

vì thế các hạt xuất phát từ cùng một điểm với cùng tốc độ ban đầu v_0 sẽ gặp nhau tại cùng một điểm.

3. Từ ý 2 ta thấy : $\frac{d^2r}{dt^2} = \frac{dv_r}{dt} = v_0\cos\alpha\frac{dv_r}{dz} \approx v_0\frac{dv_r}{dz} = -k^2rB_z^2$

Do đó vận tốc theo phương bán kính v_r của các hạt sau khi qua thấu kính là :

$$v_r = \int_{-d/2}^{d/2}\frac{-k^2rB_z^2}{v_0}dz = -\left(\frac{e}{2mv_0}\right)^2 v_0 r\int_{-d/2}^{d/2}B_z^2dz$$

dấu "–" thể hiện các prôtôn sẽ đi lại gần trục đối xứng.

Từ trên ta thấy, khi ra khỏi thấu kính, vận tốc của các prôtôn hợp với trục Oz một góc φ với : $\tan\varphi = \frac{v_r}{v_z} = \left(\frac{e}{2mv_0}\right)^2 r\int_{-d/2}^{d/2}B_z^2dz = \frac{r}{f'}$

Do đó, ta có : $\frac{1}{f'} = \left(\frac{e}{2mv_0}\right)^2\int_{-d/2}^{d/2}B_z^2dz$

Thay số ta được : $f' \approx 34$ cm.

7.5

1. Vì mỗi nuclôn sẽ tương tác với 12 nuclôn còn lại, nên khi cho hệ A nuclôn nếu lấy lần lượt từng nuclôn ra ngoài thì ta tốn năng lượng :

$$E_V = 12u(A - 12) + 11u + ... + u = 12u\left(A - \frac{11}{2}\right)$$

Với $A \gg 1$ ta có thể lấy gần đúng : $E_V = 12\,uA$

Do đó : $\begin{cases} a_V = 12u \\ \alpha = 1 \end{cases}$

2. Nếu coi các nuclôn là hình cầu bán kính R_0 thì thể tích và bán kính hạt nhân là :

$$V = \frac{4\pi}{3}\frac{AR_0^3}{\eta} \Rightarrow \frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta A}{A} = \frac{3\Delta R}{R} = \frac{6R_0}{R}$$

$$R = \sqrt[3]{\frac{3}{4\pi}V} = \frac{R_0}{\sqrt[3]{\eta}}\sqrt[3]{A}$$

Do đó, số nuclôn trên bề mặt hạt nhân là :

$$N_S = \Delta A = \frac{6R_0}{R}A = \frac{6R_0}{\frac{R_0\sqrt[3]{A}}{\sqrt[3]{\eta}}}A \Rightarrow \Delta A = 6\sqrt[3]{\eta}A^{2/3}$$

Vì thế ta có phần năng lượng bề mặt là :

$$E_S = 3uN_S = -18u\sqrt[3]{\eta}A^{2/3} \approx -18uA$$

Do vậy : $\begin{cases} a_S = 18u \\ \beta = \dfrac{2}{3} \end{cases}$

3. Mật độ điện khối của hạt nhân : $\rho = \dfrac{Ze}{V} = \dfrac{3Ze}{4\pi R^3} = \dfrac{3\eta Ze}{4\pi AR_0^3}$

$\Rightarrow$ Cường độ điện trường tại bán kính r : $E = \dfrac{\rho}{3\varepsilon_0}r$

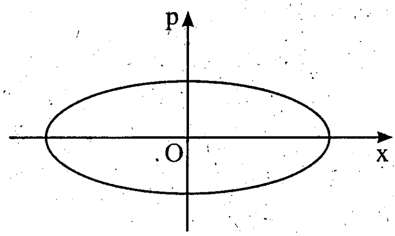
Do đó, ta có : $E_C = -\dfrac{1}{2}\displaystyle\int_0^R E^2 4\pi r^2 dr = -\int_0^R \frac{2\pi\rho^2}{9\varepsilon_0^2}r^3 dr = -\frac{4\pi}{15\varepsilon_0}\rho^2 R^4$

hay : $E_C = -\dfrac{3}{5}\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{4\pi}{3}R^3\rho\right)^2\dfrac{1}{R} = -\dfrac{3}{5}\dfrac{1}{40\pi\varepsilon_0}\dfrac{Z^2e^2}{R_0}\dfrac{1}{A^{1/3}} = -\dfrac{3e^2}{20\pi\varepsilon_0 R_0}\dfrac{Z^2}{A^{1/3}}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \gamma = 2 \\ \delta = \dfrac{1}{3} \\ a_C = \dfrac{3e^2}{20\pi\varepsilon_0 R_0} \end{cases}$$

4. a) Vì năng lượng của hạt bảo toàn nên :

$$\frac{p^2}{2m}+\frac{kx^2}{2}=E\Rightarrow\frac{p^2}{\left(\sqrt{2mE}\right)^2}+\frac{x^2}{\left(\sqrt{\frac{2E}{k}}\right)^2}=1$$



Hình 7.3G

Từ đó ta thấy quỹ đạo pha của hạt dao động điều hoà là một elip có diện tích (Hình 7.3G) :

$$S=\pi\sqrt{2mE}\sqrt{\frac{2E}{k}}=2\pi E\sqrt{\frac{m}{k}}=\frac{2\pi}{\omega}E\Rightarrow E=\frac{\omega S}{2\pi}$$

Do đó, với hạt lượng tử ta có : $E=\left(n+\frac{1}{2}\right)\frac{h\omega}{2\pi}$

b) Vì dao động theo các phương khác nhau là độc lập, nên :

$$E=\frac{p^2}{2m}+\frac{kr^2}{2}=\frac{p_x^2}{2m}+\frac{kx^2}{2}+\frac{p_y^2}{2m}+\frac{ky^2}{2}+\frac{p_z^2}{2m}+\frac{kz^2}{2}$$

$$=\left(n_x+\frac{1}{2}\right)\frac{h\omega}{2\pi}+\left(n_y+\frac{1}{2}\right)\frac{h\omega}{2\pi}+\left(n_z+\frac{1}{2}\right)\frac{h\omega}{2\pi}$$

hay : $E=\left(n_x+n_y+n_z+\frac{3}{2}\right)\frac{h\omega}{2\pi}$, trong đó $n_x, n_y, n_z = 0, 1, 2,...$

Vì $n_x+n_y+n_z=n\Rightarrow E=\left(n+\frac{3}{2}\right)h\omega$

c) Để đơn giản ta xét các hệ nuclôn trong hố thế một chiều, như thế hạt nhân có $Z<\frac{A}{2}$ prôtôn, $A-Z$ nơtron sẽ có năng lượng lớn hơn hạt nhân $\frac{A}{2}$ prôtôn, $\frac{A}{2}$ nơtron một lượng : $\Delta E=-E_A=2\left(1+2+...+\left[\frac{A-Z-1}{2}-\frac{Z+1}{2}\right]\right)\frac{h\omega}{2\pi}$ hay :

$$E_A\approx-2\left(1+2+...+\frac{A-2Z-2}{2}\right)\frac{h\omega}{2\pi}\approx\frac{A-2Z-2}{2}\frac{(A-2Z)}{2}\frac{h\omega}{2\pi}\approx-(A-2Z)^2\frac{h\omega}{8\pi}$$

Do đó, ta có : $\sigma = 2$.

5. Chất ở hình a là Mg, chất ở hình b là Ne, chất ở hình c là O với :

$$E_{Mg}=a_VA^{\alpha}-a_SA^{\beta}-28,95\text{ MeV}$$

$$E_{Ne}=a_VA^{\alpha}-a_SA^{\beta}-20,31\text{ MeV}$$

$$E_O=a_VA^{\alpha}-a_SA^{\beta}-13,67\text{ MeV}$$

Từ đó ta thấy : $E_{Mg} < E_{Ne} < E_O$ nên hạt nhân bền nhất là hạt O, hạt kém bền nhất là hạt Mg.

Với các hạt nhân cùng số khối A ta có :

$$\frac{dE}{dZ} = -\frac{2a_C Z}{A^{1/3}} + \frac{4a_A(A-2Z)}{A}$$

$$\Rightarrow \frac{dE}{dZ} = 0 \Leftrightarrow Z = Z_m = \frac{A}{\frac{a_C}{2a_A}A^{2/3} + 2}$$

$\Rightarrow$ Hạt nhân có Z càng gần Z_m thì càng bền vững.

7.6 Giả sử quỹ đạo đó là của hạt α ta có :

$$T = E - m_\alpha c^2 = \sqrt{p^2c^2 + m_\alpha^2 c^4} - m_\alpha c^2 \Rightarrow p^2c^2 = T(T + 2m_\alpha c^2)$$

Do đó, ta có : $p = \dfrac{\sqrt{T(T + 2m_\alpha c^2)}}{c}$

Ta có thể ước lượng $\Delta x \approx l = 10^{-6}$ m, và $\Delta p \approx \Delta|p|$. Lấy $|p|$ là giá trị trung bình của các phép đo độ lớn của xung lượng với sai số $\Delta|p|$. Vì $|p|$ nằm giữa khoảng sai số $\Delta|p|$ và giá trị cực tiểu của $|p|$ không âm nên :

$$\frac{\sqrt{T(T + 2m_\alpha c^2}}{c} = |p| \geq \frac{\Delta|p|}{2} \geq \frac{h}{2\Delta x} = \frac{h}{2l}$$

Do đó ta có : $\left(\dfrac{T}{m_\alpha c^2}\right)^2 + 2\dfrac{T}{m_\alpha c^2} \geq \sqrt{\dfrac{h}{2lm_\alpha c}}$

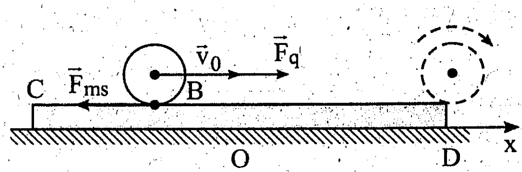
Bất phương trình này hoàn toàn đúng với số liệu đã cho ở đề bài nên hạt đã cho có thể là hạt α.

8 Đề thi chọn đội tuyển Olympic năm 2014, ngày thi thứ hai

8.1

1. Việc kéo ván sẽ khiến vận tốc của trụ so với ván tăng lên trong khi vận tốc góc của trụ không đổi, do đó lực ma sát trượt sẽ hướng về phía chiều âm của trục Ox (Hình 8.1G).

$$F_{ms} = \mu mg$$



Hình 8.1G

Do đó, áp dụng định luật II Niu-tơn trong hệ quy chiếu gắn với ván ta có :

$$ma_t = ma - \mu mg \Rightarrow a_t = a - \mu g \Rightarrow v' = v_0 + (a - \mu g)t$$

Vận tốc góc của trụ : $\omega = \omega_0 + \gamma t = \omega_0 + \dfrac{F_{ms}R}{I}t = \omega_0 + \dfrac{\mu mgR}{m\dfrac{R^2}{2}}t = \omega_0 + \dfrac{2\mu gt}{R}$

Theo giả thiết $\omega_0 = 0 \Rightarrow \omega = \dfrac{2\mu gt}{R}$

Trụ sẽ luôn trượt nên vận tốc cuối của trụ : $v_C = \sqrt{v_0^2 + 2(a - \mu g)l}$

Thời điểm vật rời khỏi trụ : $t_D = \dfrac{2l}{v_0 + v_C}$

Nếu chiều dài ván đủ lớn trụ sẽ lăn không trượt khi : $v' = \omega R$

$$\Rightarrow t_L = \frac{v_0}{3\mu g - a} \geq t_D > 0$$

$$\Rightarrow \frac{v_0}{3\mu g - a} \geq \frac{2l}{v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2(a - \mu g)l}} > 0 \qquad (*)$$

(*) chỉ có nghiệm khi $3\mu g - a > 0$ hay $a < 3\mu g$

Ta lại có (*) $\Leftrightarrow v_0\sqrt{v_0^2 + 2l(a - \mu g)} \geq \left(6\mu gl - v_0^2\right) - 2al$

Bình phương hai vế rồi rút gọn ta được :

$$a^2 - 6\left(\mu g - \frac{v_0^2}{12l}\right)a - \frac{5}{2}\frac{\mu gv_0^2}{l} + 9(\mu g)^2 \leq 0$$

$$\Rightarrow \Delta' = 9\left(\mu g - \frac{v_0^2}{12l}\right)^2 + \frac{5}{2}\frac{\mu gv_0^2}{l} - 9(\mu g)^2 = \frac{v_0^2}{16l^2}\left(v_0^2 + 16\mu gl\right)$$

$$\Rightarrow 3\mu g - \frac{v_0^2}{4l} - \frac{v_0}{4l}\sqrt{v_0^2 + 16\mu gl} \leq a \leq 3\mu g - \frac{v_0^2}{4l} + \frac{v_0}{4l}\sqrt{v_0^2 + 16\mu gl} > 3\mu g$$

$\Rightarrow$ Điều kiện để trụ luôn trượt là :

$$3\mu g - \frac{v_0^2}{4l} - \frac{v_0}{4l}\sqrt{v_0^2 + 16\mu gl} \leq a < 3\mu g$$

2. Với $v_0 = \sqrt{\dfrac{2\mu gl}{5}}$, điều kiện trên trở thành $a \geq 2{,}5\mu g$.

Vận tốc của trụ so với đất lúc rời tấm gỗ là $v = v_0 - \mu g\dfrac{2l}{v_0 + v_C} \Rightarrow$

- $v \geq 0 \Leftrightarrow v_0^2 + v_0 v_C \geq 2\mu g l \Rightarrow \sqrt{v_0^2 + 2(a-\mu g)l} \geq \dfrac{2\mu g l}{v_0} - v_0 = 4v_0$

$$\Rightarrow a \geq \frac{10v_0^2}{l} = 4\mu g$$

- $v < 0 \Rightarrow a < 4\mu g$

Sau khi rời tấm gỗ, vật sẽ chuyển động dưới tác dụng của lực ma sát với sàn và cuối cùng sẽ lăn không trượt trên sàn. Trong hệ quy chiếu gắn với sàn :

$$v = v_0 - \frac{F_{ms}}{m}\Delta t = v_0 - \frac{F_{ms}R}{mR}\Delta t = v_0 - \frac{I\gamma}{mR}\Delta t = v_0 - \frac{R\omega}{2}$$

Vật lăn không trượt khi $v = R\omega \Rightarrow \begin{cases} v = \dfrac{2}{3}v_0 \\ \omega = \dfrac{2}{3R}v_0 \end{cases}$

$$\Rightarrow v_0 - \mu g\frac{2l}{v_0 + v_C} = \frac{2v_0}{3} \Rightarrow v_C = \sqrt{v_0^2 + 2(a-\mu g)l} = \frac{6\mu g l}{v_0} - v_0$$

$$\Rightarrow a = \frac{100v_0^2}{l} = 40\mu g > 3\mu g$$

Vậy khi mới rời tấm gỗ, vật quay quanh khối tâm theo chiều kim đồng hồ và vì $2{,}5\mu g \leq a < 3\mu g$ nên lúc đầu $v < 0$ và trụ trượt trên sàn.

$\Rightarrow$ Lúc đầu trụ chuyển động chậm dần đều sang trái và quay chậm dần đều cho đến khi dừng lại, sau đó tiếp tục chuyển động nhanh dần đều sang phải và vẫn quay chậm dần đều cho đến khi lăn không trượt trên sàn.

8.2.

1. Theo nguyên lí I nhiệt động lực học cho một mol khí ta có :

$$\delta Q = dU + pdV \Leftrightarrow CdT = C_V dT + \frac{a}{V^2}dV + pdV$$

Do đó : $C = C_V + \dfrac{\mu}{m}p\dfrac{\partial V}{\partial T} \Rightarrow C_p = C_V + \left(p + \dfrac{a}{V^2}\right)\left(\dfrac{\partial V}{\partial T}\right)_p = C_V + \dfrac{p + \dfrac{a}{V^2}}{p - \dfrac{a}{V^2}}R$ (1)

Trong quá trình đẳng nhiệt :

$$p = \frac{RT}{V} - \frac{a}{V^2} \Rightarrow k_T = -\frac{1}{V}\left(\frac{dV}{dp}\right)_T = -\frac{1}{V\left(\frac{dp}{dV}\right)_T} = \frac{1}{\frac{RT}{V} - \frac{2a}{V^2}} \Rightarrow k_T = \frac{1}{p - \frac{a}{V^2}}$$

Trong quá trình đoạn nhiệt :

$$\delta Q = C_V dT + \frac{a}{V^2}dV + pdV = 0 \Rightarrow \frac{C_V}{R}d\left(\left(p + \frac{a}{V^2}\right)V\right) + \frac{a}{V^2}dV + pdV = 0$$

$$\Rightarrow \frac{C_V}{R}Vdp + \left(p + \frac{a}{V^2} + \frac{C_V}{R}\left(p - \frac{a}{V^2}\right)\right)dV = 0$$

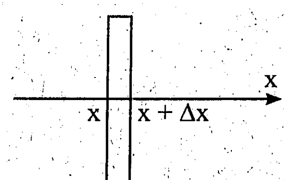
$$\Rightarrow k_S = -\frac{1}{V}\left(\frac{dV}{dp}\right)_S = \frac{1}{\frac{R}{C_V}\left(p + \frac{a}{V^2}\right) + p - \frac{a}{V^2}}$$

Kết hợp với (1), ta có : $k_S = \frac{C_V}{C_p}\frac{1}{p - \frac{a}{V^2}} = \frac{C_V}{C_p}k_T \Rightarrow \frac{k_T}{k_S} = \frac{C_p}{C_V}$

2. Xét một lớp không khí diện tích S bề dày Δx, ta có (Hình 8.2G) :

$$S\Delta x\frac{\partial \rho}{\partial t} = [\rho(x + dx)v(x + dx) - \rho(x)v(x)]S$$

$$= \frac{\partial(\rho v)}{\partial x}S\Delta x \approx \rho\frac{\partial v}{\partial x}S\Delta x \Rightarrow \frac{\partial \rho}{\partial t} \approx \rho\frac{\partial v}{\partial x} \quad (2)$$



Hình 8.2G

Theo định luật II Niu-tơn, ta lại có :

$$[p(x) - p(x + \Delta x)]S = \frac{\partial(v\rho S\Delta x)}{\partial t} = S\Delta x\left(\rho\frac{\partial v}{\partial t} + v\frac{\partial \rho}{\partial t}\right)$$

trong đó u là độ dời của lớp khí so với vị trí cân bằng. Mặt khác, vì mật độ khí biến đổi rất ít theo thời gian nên $\frac{\partial \rho}{\partial t} \approx 0$.

Do đó : $$\frac{\partial p}{\partial x} \approx -\rho\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (3)$$

Ta lại có : $k = -\frac{1}{V}\frac{dV}{dp} = -\frac{1}{Sdx}\frac{d[S((x+u)|_{x+dx} - (x+u)|_x)]}{dp} = -\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\frac{dx}{dp}$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{1}{k}\frac{d^2u}{dx^2} \quad (4)$$

Từ (3) và (4), ta có : $\dfrac{d^2u}{dx^2}-\dfrac{1}{\left(\dfrac{1}{\sqrt{k\rho}}\right)^2}\dfrac{\partial^2u}{\partial t^2}=0$

Đối chiếu với phương trình truyền sóng ta có : $v=\dfrac{1}{\sqrt{k\rho}}$

3. Theo giả thiết : $k=k_S=\dfrac{1}{\dfrac{R}{C_V}\left(p+\dfrac{a}{V^2}\right)+p-\dfrac{a}{V^2}}=\dfrac{1}{\dfrac{7}{5}p-\dfrac{3a}{5V^2}}$

Ta lại có :

$$\left(p+\frac{a}{V^2}\right)V=RT\Rightarrow\frac{1}{V^2}-2\frac{RT}{2a}\frac{1}{V}+\frac{p}{a}=0\;\Rightarrow\frac{1}{V}=\frac{RT}{2a}\left(1\pm\sqrt{1-\left(\frac{2}{RT}\right)^2ap}\right)$$

Khi thay số, dấu "+" sẽ làm cho $k_S<0$ nên : $\dfrac{1}{V}=\dfrac{RT}{2a}\left(1-\sqrt{1-\left(\dfrac{2}{RT}\right)^2ap}\right)$

Mặt khác :

$$\rho\approx\frac{\mu p}{RT}\;\Rightarrow v=\frac{1}{\sqrt{k_S\rho}}=\frac{1}{\sqrt{\dfrac{7\mu p^2}{5RT}-\dfrac{3}{20}\dfrac{\mu pRT}{a^2}\left(1-\sqrt{1-\left(\dfrac{2}{RT}\right)^2ap}\right)^2}}\approx 353\text{ m/s}$$

8.3

1. a) Ta có : $\dfrac{1}{|\vec r-\vec a|^3}=\dfrac{1}{r^3\left(1-\dfrac{2(\vec a.\vec r)}{r^2}+\dfrac{a^2}{r^2}\right)^{3/2}}\approx\dfrac{1}{r^3}+3\dfrac{\vec a.\vec r}{r^5}$

$$\Rightarrow d\vec B=\frac{\mu_0}{4\pi}I\frac{d\vec a\times(\vec r-\vec a)}{|\vec r-\vec a|^3}=\frac{\mu_0}{4\pi r^3}I\left(d\vec a\times\vec r-d\vec a\times\vec a+3d\vec a\times\frac{\vec r(\vec a.\vec r)}{r^2}-3d\vec a\times\frac{a(\vec a.\vec r)}{r^2}\right)$$

$$\Rightarrow d\vec B=\frac{\mu_0}{4\pi r^3}I\left(d\vec a\times\vec r-d\vec a\times\vec a+3d\vec a\times\frac{\vec r(\vec a.\vec r)}{r^2}\right)$$

$$\Rightarrow\vec B=\frac{\mu_0}{2\pi r^3}\frac{1}{2}I\left(\oint d\vec a\right).\vec r-\frac{\mu_0}{2\pi r^3}\frac{1}{2}I\oint d\vec a\times\vec a+\frac{3\mu_0}{4\pi r^3}I\left(\oint(\vec a.\vec r)d\vec a\right)\times\frac{\vec r}{r^2}$$

Vì $\oint d\vec a=\vec 0$ nên : $\vec B_1=\dfrac{\mu_0}{2\pi r^3}\dfrac{1}{2}I\left(\oint d\vec a\right).\vec r=\vec 0$

$$\vec B_2=-\frac{\mu_0}{2\pi r^3}\frac{1}{2}I\oint d\vec a\times\vec a=\frac{\mu_0}{2\pi r^3}\frac{1}{2}I\oint\vec a\times d\vec a=\frac{\mu_0}{2\pi r^3}\vec M$$

Ta lại có : $\oint(\vec{a}.\vec{r})d\vec{a} = \oint d((\vec{a}.\vec{r})\vec{a}) - \oint(\vec{r}.d\vec{a})\vec{a} = -\oint(\vec{r}.d\vec{a})\vec{a} = \frac{1}{2}\oint[(\vec{a}.\vec{r})d\vec{a} - (\vec{r}.d\vec{a})\vec{a}]$

$$\Rightarrow \oint(\vec{a}.\vec{r})d\vec{a} = \frac{1}{2}\oint\vec{r}\times(d\vec{a}\times\vec{a}) = -\vec{r}\times\frac{1}{2}\oint(\vec{a}\times d\vec{a}) = -\vec{r}\times\frac{\vec{M}}{I}$$

$$\Rightarrow \vec{B}_3 = \frac{3\mu_0}{4\pi r^3}I\left(\oint(\vec{a}.\vec{r})d\vec{a}\right)\times\frac{\vec{r}}{r^2} = -\frac{3\mu_0}{4\pi r^3}I\left(\vec{r}\times\frac{\vec{M}}{I}\right)\times\frac{\vec{r}}{r^2} = \frac{3\mu_0}{4\pi r^5}\left((\vec{M}.\vec{r})\vec{r} - r^2\vec{M}\right)$$

Từ đó ta có : $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 = \frac{\mu_0}{4\pi}\left(3\frac{(\vec{M}.\vec{r})\vec{r}}{r^5} - \frac{\vec{M}}{r^3}\right)$

b) Ta có : $\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\left(3\frac{(\vec{M}.\vec{r})\vec{r}}{r^5} - \frac{\vec{M}}{r^3}\right) = \frac{\mu_0}{4\pi}\left(3\frac{Mr\cos\theta r\vec{e}_r}{r^5} - \frac{M}{r^3}(\cos\theta.\vec{e}_r - \sin\theta.\vec{e}_\theta)\right)$

$$\Rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0 M}{4\pi r^3}(2\cos\theta.\vec{e}_r + \sin\theta.\vec{e}_\theta)$$

Từ đó, ta có : $\begin{cases} B_r = \frac{\mu_0 M}{2\pi r^3}\cos\theta \\ B_\theta = \frac{\mu_0 M}{4\pi r^3}\sin\theta \end{cases} \Rightarrow B = \sqrt{B_r^2 + B_\theta^2} = \frac{\mu_0 M}{4\pi r^3}\sqrt{1+3\cos^2\theta}.$

Ta có : $\frac{dr}{rd\theta} = \frac{B_r}{B_\theta} = \frac{2\cos\theta}{\sin\theta} \Rightarrow \int_R^r \frac{dr}{r} = \int_{\pi/2}^{\theta}\frac{2\cos\theta}{\sin\theta}d\theta \Rightarrow r = R\sin^2\theta$

với R là khoảng cách từ O đến giao điểm của đường sức với mặt phẳng Oxy.

$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0 M}{4\pi R^3\sin^6\theta}\sqrt{1+3\cos^2\theta}$$

2. a) Ta có : $\vec{F} = q\vec{v}\times\vec{B} = q(\dot{r}\vec{e}_r + r\dot{\theta}\vec{e}_\theta + r\dot{\varphi}\sin\theta.\vec{e}_\varphi).\frac{\mu_0 M}{4\pi r^3}(2\cos\theta.\vec{e}_r + \sin\theta.\vec{e}_\theta)$

$$\Rightarrow ma_\varphi = m(r\ddot{\varphi}\sin\theta + 2\dot{r}\dot{\varphi}\sin\theta + 2r\dot{\varphi}\dot{\theta}\cos\theta) = \frac{m}{r\sin\theta}\frac{d}{dt}(r^2\dot{\varphi}\sin^2\theta)$$

Theo định luật II Niu-tơn có : $ma_\varphi = F_\varphi$

$$\Rightarrow \frac{m}{r\sin\theta}\frac{d}{dt}(r^2\dot{\varphi}\sin^2\theta) = \frac{\mu_0 Mq}{4\pi r^3}(\dot{r}\sin\theta - 2r\dot{\theta}\cos\theta) = -\frac{\mu_0 Mq}{4\pi r\sin\theta}\frac{d}{dt}\left(\frac{\sin^2\theta}{r}\right)$$

Từ đó ta có :

$$\frac{m}{r\sin\theta}\frac{d}{dt}(r^2\dot{\varphi}\sin^2\theta) + \frac{\mu_0 Mq}{4\pi r\sin\theta}\frac{d}{dt}\left(\frac{\sin^2\theta}{r}\right) = \frac{1}{r\sin\theta}\frac{d}{dt}\left(\sin^2\theta\left(mr^2\dot{\varphi} + \frac{\mu_0 Mq}{4\pi r}\right)\right) = 0$$

$$\Rightarrow \sin^2\theta\left(mr^2\dot{\varphi} + \frac{\mu_0 Mq}{4\pi r}\right) = \text{const}$$

b) Tại mặt phẳng xích đạo, vectơ cảm ứng từ song song với Oz nên lực từ vuông góc với Oz, suy ra : $a_z = 0 \Rightarrow v_z = \text{const} = 0 \Rightarrow z = \text{const} = 0$

suy ra, quỹ đạo của hạt nằm trong mặt phẳng Oxy $\Rightarrow \theta = \text{const} = \frac{\pi}{2}$

$$\sin^2\theta\left(mr^2\dot{\varphi} + \frac{\mu_0 Mq}{4\pi r}\right) = mr^2\dot{\varphi} + \frac{\mu_0 Mq}{4\pi r} = \text{const} = mvb$$

Khi $r = r_{min}$, $\dot{r} = 0 \Rightarrow v = v_\varphi = r_{min}\dot{\varphi} \Rightarrow mvr_{min} + \frac{\mu_0 Mq}{4\pi r_{min}} = \text{const} = mvb$

$$\Rightarrow r_{min}^2 - br_{min} + \frac{\mu_0 Mq}{4\pi mv} = 0 \Rightarrow r_{min} = \frac{b}{2}\left(1 - \sqrt{1 - \frac{\mu_0 Mq}{\pi mvb^2}}\right)$$

3. a) Ta có : $\left|q\vec{v} \times \vec{B}\right| = |q|v_\perp B = \frac{mv_\perp^2}{R} = m\omega^2 R = mv_\perp R \Rightarrow \begin{cases} R = \dfrac{mv_\perp}{|q|B} \\ \omega = \dfrac{|q|B}{m} \end{cases}$

b) $p_m = IS = |q|\frac{v_\perp}{2\pi R}\pi R^2 = |q|\frac{v_\perp R}{2} = \frac{mv_\perp^2}{2B}$

Mặt khác, vì lực từ luôn vuông góc với vận tốc nên v = const

$$\Rightarrow \frac{dv^2}{dt} = \frac{d\left(v_\perp^2 + v_{//}^2\right)}{dt} = 0 \Rightarrow dv_\perp^2 = -dv_{//}^2$$

Giả sử $p_m = \text{const}$, khi đó $F = -p_m\frac{dB}{ds}$ và ta sẽ chứng minh rằng điều này hoàn toàn hợp lí.

$$F = ma_{//} = -p_m\frac{dB}{ds} \Rightarrow m\frac{dv_{//}}{dt} = -p_m\frac{dB}{v_{//}dt} \Rightarrow v_{//}dv_{//} = -\frac{v_\perp^2}{2B}dB \Rightarrow dv_{//}^2 = -\frac{v_\perp^2}{B}dB$$

$$\Rightarrow dv_{//}^2 = -dv_\perp^2 = -\frac{mv_\perp^2}{B}dB \Rightarrow \frac{dv_\perp^2}{v_\perp^2} - \frac{dB}{B} = d\left(ln\frac{v_\perp^2}{B}\right) = 0$$

$$\Rightarrow ln\frac{v_\perp^2}{B} = \text{const} \Rightarrow \frac{mv_\perp^2}{2B} = \text{const} \Rightarrow \mu = \pi R^2 I = \pi R^2 e\frac{\omega_C}{2\pi} = \frac{R^2 eqB}{2} = \text{const}$$

c) Khi quỹ đạo của hạt cắt mặt phẳng xích đạo $\begin{cases} v_{\perp 0} = v\sin\alpha_0 \\ v_{//0} = v\cos\alpha_0 \end{cases}$

Khi hạt tới điểm gương $v_\perp = v$ nên :

$$p_m = \frac{mv^2}{2B_\theta} = \frac{mv_{\perp 0}^2}{2B_{\pi/2}} \Rightarrow \frac{v^2}{B_\theta} = \frac{v^2\sin^2\alpha_0}{2B_{\pi/2}} \Rightarrow \frac{1}{B_\theta} = \frac{\sin^2\alpha_0}{B_{\pi/2}}$$

Mặt khác ta lại có :

$$B_{\pi/2} = \frac{\mu_0 M}{4\pi R^3} \;;\; B_\theta = \frac{\mu_0 M}{4\pi r^3}\sqrt{\sin^2\theta + 4\cos^2\theta} = \frac{\mu_0 M}{4\pi R^3 \sin^6\theta}\sqrt{4 - 3\sin^2\theta}$$

Từ đó ta có phương trình xác định vị trí điểm gương :

$$\frac{\sin^6\theta}{\sqrt{4 - 3\sin^2\theta}} = \sin^2\alpha_0 \Rightarrow \sin^{12}\theta + 3\sin^4\alpha_0\sin^2\theta - 4\sin^4\alpha_0 = 0$$

d) Ta có : $v_{//} = \dfrac{ds}{dt} \Rightarrow \tau_2 = 4\displaystyle\int_{\pi/2}^{\theta_m}\frac{ds}{v_{//}} = \frac{4}{v}\int_{\pi/2}^{\theta_m}\frac{ds}{\cos\alpha}$

mà $\cos\alpha = \sqrt{1 - \sin^2\alpha} = \sqrt{1 - \dfrac{B}{B_0}\sin^2\alpha_0} = \sqrt{1 - \dfrac{\sqrt{1 + 3\cos^2\theta}}{\sin^6\theta}\sin^2\alpha_0}$

$$ds = \sqrt{dr^2 + r^2 d\theta^2} = R_0\sin\theta\sqrt{1 + 3\cos^2\theta}\,d\theta$$

$$\Rightarrow \tau_2 = \frac{4R_0}{v}\int_{\pi/2}^{\theta_m}\frac{\sin^4\theta\sqrt{1 + 3\cos^2\theta}}{\sqrt{\sin^6\theta - \sin^2\alpha_0\sqrt{1 + 3\cos^2\theta}}}d\theta$$

e) Từ ý 2c ta có $\dfrac{d\varphi}{dt} = \dfrac{1}{mr^2}\left(\dfrac{A}{\sin^2\theta} - \dfrac{\mu_0 eM}{4\pi r}\right) = \left(\dfrac{A}{R_0^2} - \dfrac{\mu_0 eM}{4\pi R_0^3}\right)\dfrac{1}{m\sin^6\theta}$

$\Rightarrow$ Góc $\Delta\varphi$ mà kinh tuyến quay được sau 1 chu kì chuyển động trượt từ tâm quay từ điểm gương cực Bắc đến điểm gương cực Nam :

$$\Delta\varphi = 4\int_{\pi/2}^{\theta_m}\frac{d\varphi}{dt}dt = 4\int_{\pi/2}^{\theta_m}\frac{d\varphi}{dt}\frac{ds}{v_{//}} = \frac{4}{mv}\left(\frac{A}{R_0} - \frac{\mu_0 eM}{4\pi R_0^2}\right)\int_{\pi/2}^{\theta_m}\frac{\sqrt{1+3\cos^2\theta}\,d\theta}{\sin^2\theta\sqrt{\sin^6\theta - \sin^2\alpha_0\sqrt{1+3\cos^2\theta}}}$$

và $\tau_3 = \dfrac{2\pi}{\Delta\varphi}\tau_2$

B24

1. Xét tia sáng xuất phát từ gốc toạ độ. Ta có : $n\sin i = \text{const} = n_0\cos\alpha_0$

Gọi φ là góc giữa tiếp tuyến của tia sáng với mặt đường :

$$\tan\varphi = \frac{dz}{dx} \Rightarrow \sin i = \cos\varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\dfrac{dz}{dx}\right)^2}}$$

$$z = \frac{1}{k}\left(1 - \frac{bT^2}{(T + a)^2}\right) = \frac{1}{k}\left(1 - \frac{b}{\left(1 + \dfrac{a}{T}\right)^2}\right) \Rightarrow n = 1 + \frac{a}{T} = \sqrt{\frac{b}{1 - kz}}$$

Do đó $n_0 = \sqrt{b} \Rightarrow \cos\alpha_0 = \frac{1}{\sqrt{1-kz}}\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{dz}{dx}\right)^2}} \Rightarrow \frac{dz}{dx} = \sqrt{\frac{1}{\cos^2\alpha_0(1-kz)}-1}$

$$\Rightarrow \frac{\cos\alpha_0\sqrt{1-kz}dz}{\sqrt{1-\cos^2\alpha_0(1-kz)}} = dx$$

Đặt $\cos^2\alpha_0(1-kz) = \cos^2\theta \Rightarrow k\cos^2\alpha_0 dz = 2\sin\theta\cos\theta d\theta$.

Khi đó : $\frac{\cos\theta\frac{2\sin\theta\cos\theta d\theta}{k\cos^2\alpha_0}}{\sin\theta} = dx \Rightarrow \int_{\alpha_0}^{\theta}\frac{2\cos^2\theta d\theta}{\cos^2\alpha_0} = kx$

$$\theta - \alpha_0 + \frac{1}{2}(\sin 2\theta - \sin 2\alpha_0) = \theta + \sin\theta\cos\theta - \alpha_0 - \frac{1}{2}\sin 2\alpha_0 = \cos^2\alpha_0 kx$$

Ta có : $\theta = \arccos\left(\cos\alpha_0\sqrt{1-kz}\right) \Rightarrow z = \frac{1}{k}\left(1-\frac{\cos^2\theta}{\cos^2\alpha_0}\right)$

$$\sin 2\theta = 2\cos\alpha_0\sqrt{1-kz}\sqrt{1-\cos^2\alpha_0(1-kz)}$$

Do đó, ta có phương trình quỹ đạo của tia sáng là :

$$x = \frac{\arccos\left(\cos\alpha_0\sqrt{1-kz}\right) + \cos\alpha_0\sqrt{1-kz}\sqrt{1-\cos^2\alpha_0(1-kz)} - \alpha_0 - \frac{1}{2}\sin 2\alpha_0}{k\cos^2\alpha_0}$$

$$= \frac{2\theta + \sin 2\theta - (2\alpha_0 + \sin 2\alpha)}{2k\cos^2\alpha_0}$$

$\Rightarrow$ Phương trình đường đi của tia sáng $\begin{cases} z = \frac{1}{k}\left(1-\frac{\cos^2\theta}{\cos^2\alpha_0}\right) \\ x = \frac{2\theta + \sin 2\theta - (2\alpha_0 + \sin 2\alpha_0)}{2k\cos^2\alpha_0} \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} z = \frac{\cos 2\alpha_0 - \cos 2\theta}{2k\cos^2\alpha_0} \\ x = \frac{2\theta + \sin 2\theta - (2\alpha_0 + 2\sin\alpha_0)}{2k\cos^2\alpha_0} \end{cases} \Rightarrow$ Quỹ đạo là một xycloit có $R = \frac{1}{2k\cos^2\alpha_0}$

2. Ta thấy : $dx = \frac{\cos\alpha_0\sqrt{1-kz}}{\sqrt{1-\cos^2\alpha_0(1-kz)}}dz \le \frac{\sqrt{1-kz}}{\sqrt{1-(1-kz)}}dz = \frac{\sqrt{1-kz}}{\sqrt{kz}}dz$

Dấu "=" xảy ra khi $\alpha_0 = 0$ hay $\cos\alpha_0 = 1$, do đó :

$$l = \int_0^l dx \le \int_0^h \frac{\sqrt{1-kz}}{\sqrt{kz}}dz = x(h)\Big|_{\alpha=0} \Rightarrow l_{max} = \frac{\arccos(\sqrt{1-kh}) + \sqrt{1-kh}\sqrt{kh}}{k}$$

Với $kh \le 1$, $l = \sqrt{\frac{4h}{k}}$

8.5.

1. Ta có : $dq = u(r)2\pi r dr = 2\pi\left(-\frac{1}{4\eta}\frac{\Delta p}{\Delta x}r^3 + Ar\,ln r + Br\right)dr$

Do đó, ta có : $q = 2\pi\int_{R_1}^{R_2}\left(-\frac{1}{4\eta}\frac{\Delta p}{\Delta x}r^3 + Ar\,ln r + Br\right)dr$

$$\Rightarrow q = \pi\left(-\frac{1}{8\eta}\frac{\Delta p}{\Delta x}(R_2^4 - R_1^4) + \frac{A}{2}(R_2^2(2lnR_2 - 1) - R_1^2(2lnR_1 - 1) + B(R_2^2 - R_1^2)\right)$$

Ta lại có : $\begin{cases} -\frac{1}{4\eta}\frac{\Delta p}{\Delta x}R_2^2 + A\,lnR_2 + B = 0 \\ -\frac{1}{4\eta}\frac{\Delta p}{\Delta x}R_2^2 + A\,lnR_1 + B = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = \frac{1}{4\eta}\frac{\Delta p}{\Delta x}\frac{R_2^2 - R_1^2}{ln\frac{R_2}{R_1}} \\ B = \frac{1}{4\eta}\frac{\Delta p}{\Delta x}\left(R_2^2 - \frac{R_2^2 - R_1^2}{ln\frac{R_2}{R_1}}lnR_2\right) \end{cases}$

Do đó, ta có : $q = \frac{\pi}{8\eta}\frac{\Delta p}{\Delta x}(R_2^2 - R_1^2)\left(R_2^2 + R_1^2 - \frac{R_2^2 - R_1^2}{ln\frac{R_2}{R_1}}\right)$

2. Cho dòng chất lỏng chảy qua ống có nối với một lưu lượng kế, dùng áp kế chữ U đựng nước để đo độ chênh lệch áp suất Δp ở lối vào và lối ra của ống.

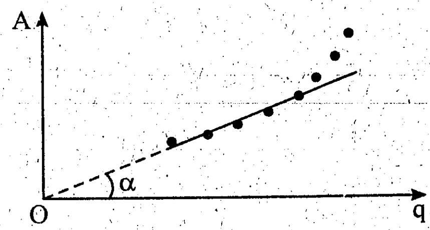
$$\Delta p = \rho_n gh$$

Dùng thước đo h, R_1, R_2, Δx. Đọc giá trị của q trên lưu lượng kế.

Từ kết quả của ý 1. Gọi $A = \frac{\pi\Delta p}{8\Delta x}(R_2^2 - R_1^2)\left(R_2^2 + R_1^2 - \frac{R_2^2 - R_1^2}{ln\frac{R_2}{R_1}}\right)$ ta có : $A = \eta q$.

Ta có bảng số liệu sau :

Lần đo	1	2	3	...	n
h	h_1	h_2	h_3	...	h_n
Δp	Δp_1	Δp_2	Δp_3	...	Δp_n
A	A_1	A_2	A_3	...	A_n
q	q_1	q_2	q_3	...	q_n



Hình 8.3G

Vẽ đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của A theo q (Hình 18.3G).

Dùng thước đo tanα, hệ số nhớt của chất lỏng cần đo chính là : $\eta = \tan\alpha$

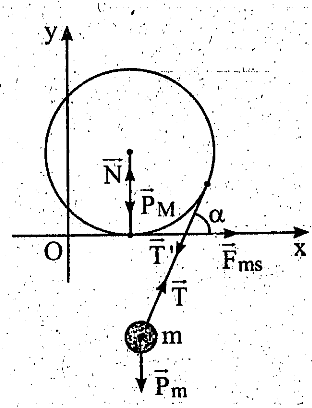
(9) Đề thi chọn đội tuyển Olympic năm 2015, ngày thi thứ nhất

9.1

1. Áp dụng định luật II Niu-tơn cho M trong hệ quy chiếu gắn với mặt đất và cho m trong hệ quy chiếu gắn với M, ta được (Hình 9.1G) :

$$\begin{cases} F_{ms} - T\cos\alpha = Ma_M \\ N - Mg - T\sin\alpha = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} T\cos\alpha - ma_M = ma'_x \\ T\sin\alpha - mg = ma'_y = ma_y \end{cases}$$



Hình 9.1G

Khi trụ lăn không trượt, ta lại có :

$$TR - F_{ms}R = I\gamma = \frac{MR^2}{2}\frac{a_M}{R} \Rightarrow T - F_{ms} = \frac{Ma_M}{2}$$

Từ đó, ta có :

$$\begin{cases} F_{ms} - T\cos\alpha = Ma_M = 2T - 2F_{ms} \\ N = Mg + T\sin\alpha \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T = \dfrac{3}{2+\cos\alpha}F_{ms} \\ N = Mg + T\sin\alpha \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_M = \dfrac{2(T - F_{ms})}{M} = 2\dfrac{1-\cos\alpha}{2+\cos\alpha}\dfrac{F_{ms}}{M} \\ N = Mg + \dfrac{3\sin\alpha}{2+\cos\alpha}F_{ms} \end{cases}$$

Vì dây không dãn và ban đầu vận tốc của m và M đều bằng 0, nên :

$$-a'_x\cos\alpha - a'_y\sin\alpha = \gamma R = a_M \Rightarrow \left(a_M - \frac{T\cos\alpha}{m}\right)\cos\alpha + \left(g - \frac{T\sin\alpha}{m}\right)\sin\alpha = a_M$$

$$\Rightarrow \frac{T}{m} + (1-\cos\alpha)a_M = g\sin\alpha \Rightarrow F_{ms} = \frac{(2+\cos\alpha)mg\sin\alpha}{3 + 2(1-\cos\alpha)^2\frac{m}{M}} \qquad (1)$$

Mặt khác, vì trụ lăn không trượt nên :

$$F_{ms} \le \mu N \Rightarrow \frac{F_{ms}}{\mu} \le N = Mg + \frac{3\sin\alpha}{2+\cos\alpha}F_{ms} \Rightarrow \left(\frac{1}{\mu} - \frac{3\sin\alpha}{2+\cos\alpha}\right)F_{ms} \le Mg \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có :

$$\left(\frac{1}{\mu} - \frac{3\sin\alpha}{2+\cos\alpha}\right)\frac{(2+\cos\alpha)\frac{m}{M}\sin\alpha}{3+2(1-\cos\alpha)^2\frac{m}{M}} \le 1 \Rightarrow \frac{1}{\mu} \le \frac{3+2(1-\cos\alpha)^2\frac{m}{M}}{(2+\cos\alpha)\frac{m}{M}\sin\alpha} + \frac{3\sin\alpha}{2+\cos\alpha}$$

$$\text{hay } \mu \ge \frac{(2+\cos\alpha)\frac{m}{M}\sin\alpha}{3+(5-4\cos\alpha-\cos^2\alpha)\frac{m}{M}} = \frac{(2+\cos\alpha)\sin\alpha}{6-4\cos\alpha-\cos^2\alpha}$$

Vậy để trụ lăn không trượt ngay sau khi thả hệ ta cần có $\mu \ge \dfrac{(2+\cos\alpha)\sin\alpha}{6-4\cos\alpha-\cos^2\alpha}$

Khi đó gia tốc của trục hình trụ : $a_M = 2\dfrac{1-\cos\alpha}{2+\cos\alpha}\dfrac{F_{ms}}{M} = 2\dfrac{(1-\cos\alpha)\frac{m}{M}g\sin\alpha}{3+2(1-\cos\alpha)^2\frac{m}{M}}$

hay $a_M = 2\dfrac{(1-\cos\alpha)\sin\alpha}{3-4\cos\alpha+2\cos^2\alpha}g$

2. Dây treo hợp với phương nằm ngang góc α_0 không đổi nếu :

$$\frac{a'_y}{a'_x} = \tan\alpha_0 = \frac{T\sin\alpha_0 - mg}{T\cos\alpha_0 - ma_M}$$

Mà : $T = \dfrac{3}{2+\cos\alpha_0}F_{ms} = \dfrac{3mg\sin\alpha_0}{3+2(1-\cos\alpha_0)^2\frac{m}{M}}$

$$\tan\alpha_0 = \frac{\dfrac{3mg\sin\alpha_0}{3+2(1-\cos\alpha_0)^2\dfrac{m}{M}}\sin\alpha_0 - mg}{\dfrac{3mg\sin\alpha_0}{3+2(1-\cos\alpha_0)^2\dfrac{m}{M}}\cos\alpha_0 - 2\dfrac{(1-\cos\alpha_0)\sin\alpha_0}{3-4\cos\alpha_0+2\cos^2\alpha_0}mg}$$

$$\Rightarrow \cos^2\alpha_0 - \frac{5}{2}\cos\alpha_0 + 1 = 0 \Rightarrow \cos\alpha_0 = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha_0 = \frac{\pi}{3} = 60^o$$

Khi đó : $\mu \geq \dfrac{(2+\cos\alpha_0)\sin\alpha_0}{6-4\cos\alpha_0-\cos^2\alpha_0} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$

3. Tại thời điểm t = 0, trụ và vật nặng đều có vận tốc bằng 0 nên gia tốc góc của dây là :

$$\gamma_d = \frac{mgl\cos\alpha - ma_M l\sin\alpha}{ml^2} = \left(\cos\alpha - 2\frac{(1-\cos\alpha)\sin\alpha}{3-4\cos\alpha+2\cos^2\alpha}\sin\alpha\right)\frac{g}{l}$$

$$\Rightarrow \gamma_d = \frac{(2-\cos\alpha)\left(\cos\alpha-\dfrac{1}{2}\right)}{1+2(1-\cos\alpha)^2}\frac{g}{l} \Rightarrow \gamma_d > 0 \Leftrightarrow \cos\alpha > \frac{1}{2} = \cos\alpha_0 \Leftrightarrow \alpha < \alpha_0 = \frac{\pi}{3} = 60^o$$

Do đó nếu $\alpha < \alpha_0$ thì dây quay ngược chiều kim đồng hồ (chiều làm tăng α) còn nếu $\alpha > \alpha_0$ thì dây quay cùng chiều kim đồng hồ (chiều làm giảm α). Như vậy ban đầu dây có xu hướng tiến về vị trí hợp với phương nằm ngang góc $\alpha = \alpha_0 = \dfrac{\pi}{3} = 60^o$.

9.2.

1. Ta có : $q = \lambda_1 n_1 W_1 + \lambda_2 n_2 W_2 \Rightarrow q = N_A \rho \, ln2\left(\dfrac{c_1W_1}{\mu_1\tau_1} + \dfrac{c_2W_2}{\mu_2\tau_2}\right) \approx 3{,}40.10^{-8}\,W/m^3$

2. Ta lại có : $\mathscr{P} = qV = \dfrac{4\pi R^3}{3}q = 4\pi R^2\sigma T^4 \Rightarrow T = \left(\dfrac{qR}{3\sigma}\right)^{1/4} \approx 33{,}9\,K$

3. Ta có : $\dfrac{\delta Q}{dSdt} = \dfrac{4\pi r^3}{3}\dfrac{q}{4\pi r^2} = -k\dfrac{dT}{dr} \Rightarrow dT = -\dfrac{q}{3k}rdr$

Ở phần lõi : $\displaystyle\int_{T_C}^{T_r} dT = -\frac{q}{3k_m}\int_0^r rdr \Rightarrow T_r = T_C - \frac{qr^2}{6k_m}$

Nhiệt độ tại lớp tiếp giáp : $T_1 = T_C - \dfrac{qR_1^2}{6k_m}$

Ở phần vỏ : $\int_{T_1}^{T_r} dT = -\dfrac{q}{3k_s}\int_{R_1}^{r} rdr \Rightarrow T_r = T_1 - \dfrac{q(r^2 - R_1^2)}{6k_s} = T_C - \dfrac{q}{6k_m} - \dfrac{q(r^2 - R_1^2)}{6k_s}$

$$\text{Vậy : } T_r = \begin{cases} T_C - \dfrac{qR_1^2}{6k_m} - \dfrac{q(r^2 - R_1^2)}{6k_s}, r > R_1 \\ T_C - \dfrac{qr^2}{6k_m}, r \le R_1 \end{cases}$$

4. Ta có : $T = T_C - \dfrac{q}{6k_m} - \dfrac{q(R^2 - R_1^2)}{6k_s} = T_m - \dfrac{q(R^2 - R_1^2)}{6k_s}$

$$R_1^2 = R^2 - \frac{6k_s}{q}(T_m - T) = R^2 - \frac{6k_s}{q}\left(T_m - \left(\frac{qR}{3\sigma}\right)^{1/4}\right)$$

Từ đó ta có độ dày của lớp vỏ cứng :

$$d = R - R_1 = R\left(1 - \sqrt{1 - \frac{6k_s}{qR^2}\left(T_m - \left(\frac{qR}{3\sigma}\right)^{1/4}\right)}\right) \approx 59\text{ km}$$

$$T_C = T_m + \frac{qR_1^2}{6k_m} = T_m\left(1 - \frac{k_s}{k_m}\right) + \frac{k_s}{k_m}\left(\frac{qR}{3\sigma}\right)^{1/4} + \frac{qR^2}{6k_m} \approx 7{,}50.10^3\text{K}$$

9.3.

1. Xét thông lượng điện trường qua bề mặt của một khối hộp chữ nhật được giới hạn bởi sáu mặt :

$$x = x_0, x = x_0 + dx ; y = y_0, y = y_0 + dy ; z = z_0, z = z_0 + dz$$

$$d\Phi = \frac{\rho dxdydz}{\varepsilon_0} = (\alpha dx)dydz + (\alpha dy)dzdx + (\beta dz)dxdy = (2\alpha + \beta)dxdydz$$

Do đó mật độ điện tích tại điểm có toạ độ (x_0, y_0, z_0) bất kì là :

$$\rho = (2\alpha + \beta)\varepsilon_0 = 0 \Rightarrow \beta = -2\alpha$$

2. Vì $\beta = -2\alpha$, ta có : $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v}\times\vec{B}) = q(\alpha r\vec{n}_r - 2\alpha z\vec{k} + (\dot{r}\vec{n}_r + r\dot{\varphi}\vec{n}_\varphi + \dot{z}\vec{k})\times B\vec{k})$

$$\Rightarrow m\left((\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2)\vec{n}_r + \frac{1}{r}\frac{d}{dt}(r^2\dot{\varphi}) + \ddot{z}\vec{k}\right) = q\left((\alpha + B\dot{\varphi})r\vec{n}_r - B\dot{r}\vec{n}_\varphi - 2\alpha z\vec{k}\right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \ddot{r} - r\dot{\varphi}^2 = \left(\dfrac{q\alpha}{m} + \dfrac{qB}{m}\dot{\varphi}\right)r \\ \dfrac{d}{dt}(mr^2\dot{\varphi}) = -qB\dot{r}r \\ \ddot{z} = -\dfrac{2q\alpha}{m}z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{\ddot{r}}{r} = \dfrac{\omega_a^2}{2} + \omega_c\dot{\varphi} + \dot{\varphi}^2 \\ \dfrac{d}{dt}\left(r^2\left(\dot{\varphi} + \dfrac{\omega_c}{2}\right)\right) = 0 \\ \ddot{z} + \omega_a^2 z = 0 \end{cases}$$

Từ đó ta có : $z = A\cos(\omega_a t + \varphi)$ với A và φ là các hằng số và được xác định từ điều kiện ban đầu.

3. Từ kết quả của ý 2 ta thấy hiển nhiên z hữu hạn.

Ta lại có :

$$\begin{cases} \dfrac{\ddot{r}}{r} = \dfrac{\omega_a^2}{2} + \omega_c\dot{\varphi} + \dot{\varphi}^2 = \dfrac{2\omega_a^2 - \omega_c^2}{4} + \left(\dot{\varphi} + \dfrac{\omega_c}{2}\right)^2 \\ \dfrac{d}{dt}\left(r^2\left(\dot{\varphi} + \dfrac{\omega_c}{2}\right)\right) = 0 \Rightarrow \dot{\varphi} + \dfrac{\omega_c}{2} = \dfrac{C}{r^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{\ddot{r}}{r} = \frac{2\omega_a^2 - \omega_c^2}{4} + \frac{C^2}{r^4}$$

Khi r đạt cực đại, $\dot{r} = 0$, và $\ddot{r} < 0$, do đó :

$$\frac{2\omega_a^2 - \omega_c^2}{4} + \frac{C^2}{r^4} < 0 \Rightarrow 2\omega_a^2 - \omega_c^2 < 0 \Rightarrow \frac{4q\alpha}{m} - \frac{q^2B^2}{m^2} < 0 \Rightarrow \alpha < \frac{qB^2}{4m}$$

4. Ta có :

$$m(\ddot{x}\vec{i} + \ddot{y}\vec{j} + \ddot{z}\vec{k}) = \vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v}\times\vec{B}) = q(\alpha x\vec{i} + \alpha y\vec{j} - 2\alpha z\vec{k} + (\dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{i} + \dot{z}\vec{k})\times B\vec{k})$$

$$\begin{cases} \ddot{x} = \dfrac{\alpha q}{m}x + \dfrac{qB}{m}\dot{y} \\ \ddot{y} = \dfrac{\alpha q}{m}y - \dfrac{qB}{m}\dot{y} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \ddot{x} = \dfrac{\omega_a^2}{2}x + \omega_c\dot{y} \\ \ddot{y} = \dfrac{\omega_a^2}{2}y - \omega_c\dot{x} \end{cases} \Rightarrow \ddot{x} + i\ddot{y} = -i\omega_c(\dot{x} + i\dot{y}) + \frac{\omega_a^2}{2}(x + iy)$$

Đặt $u = x + iy = Ae^{\lambda t}$

$$\Rightarrow \ddot{u} + i\omega_c\dot{u} - \frac{\omega_a^2}{2}u = \left(\lambda^2 - i\omega_c\lambda - \frac{\omega_a^2}{2}\right)Ae^{\lambda t} = 0 \Rightarrow \lambda = -\frac{i}{2}\left(\omega_c \pm \sqrt{\omega_c^2 - 2\omega_a^2}\right)$$

Từ đó ta có :

$$x + iy = A_1 e^{-\frac{i}{2}\left(\omega_c + \sqrt{\omega_c^2 - 2\omega_a^2}\right)t} + A_2 e^{-\frac{i}{2}\left(\omega_c - \sqrt{\omega_c^2 - 2\omega_a^2}\right)t} = A_1 e^{-i\omega_1 t} + A_2 e^{-i\omega_2 t}$$

với $\omega_1 = \dfrac{\omega_c + \sqrt{\omega_c^2 - 2\omega_a^2}}{2}$, $\omega_2 = \dfrac{\omega_c - \sqrt{\omega_c^2 - 2\omega_a^2}}{2}$

a) Từ điều kiện ban đầu ta có : $\begin{cases} A_1 + A_2 = R \\ -i(\omega_1 A_1 + \omega_2 A_2) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A_1 = -\dfrac{\omega_2}{\omega_1 - \omega_2}R \\ A_2 = \dfrac{\omega_1}{\omega_1 - \omega_2}R \end{cases}$

$$\Rightarrow x + iy = \left(-\frac{\omega_2}{\omega_1 - \omega_2}R\cos(\omega_1 t) + \frac{\omega_1}{\omega_1 - \omega_2}R\cos(\omega_2 t)\right)$$
$$+ i\left(\frac{\omega_2}{\omega_1 - \omega_2}R\sin(\omega_1 t) - \frac{\omega_1}{\omega_1 - \omega_2}R\sin(\omega_2 t)\right)$$

Do x(t), y(t) thuần thực nên : $\begin{cases} x(t) = -\dfrac{\omega_2}{\omega_1 - \omega_2}R\cos(\omega_1 t) + \dfrac{\omega_1}{\omega_1 - \omega_2}R\cos(\omega_2 t) \\ y(t) = \dfrac{\omega_2}{\omega_1 - \omega_2}R\sin(\omega_1 t) - \dfrac{\omega_1}{\omega_1 - \omega_2}R\sin(\omega_2 t) \end{cases}$

b) Ta có :

$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j}$

$= \dfrac{\omega_2}{\omega_1 - \omega_2}R(\vec{i}\cos(-\omega_1 t + \pi) + \vec{j}\sin(-\omega_1 t + \pi)) + \dfrac{\omega_1}{\omega_1 - \omega_2}(\vec{i}\cos(-\omega_2 t) + \vec{j}\sin(-\omega_2 t))$

hay : $\vec{r} = \vec{r}_1 + \vec{r}_2$ với $\vec{r}_1$ là vectơ có độ dài $\dfrac{\omega_2}{\omega_1 - \omega_2}R$, ban đầu ngược chiều với Ox và quay cùng chiều kim đồng hồ với vận tốc góc $\omega_1 = \dfrac{\omega_c + \sqrt{\omega_c^2 - 2\omega_a^2}}{2}$, còn $\vec{r}_2$ là vectơ có độ dài $\dfrac{\omega_1}{\omega_1 - \omega_2}R$, ban đầu cùng chiều với Ox và quay cùng chiều kim đồng hồ với vận tốc góc $\omega_2 = \dfrac{\omega_c - \sqrt{\omega_c^2 - 2\omega_a^2}}{2}$.

Trong hệ quy chiếu O' có $\vec{r}_{O'} = \vec{r}_1$, thì toạ độ của hạt là $\vec{r}' = \vec{r} - \vec{r}_{O'} = \vec{r}_2$. Như vậy trong hệ quy chiếu O' quay quanh O trên đường tròn bán kính $\dfrac{\omega_2}{\omega_1 - \omega_2}R$ với vận tốc góc ω_1 theo chiều kim đồng hồ thì hạt chuyển động tròn đều với vận tốc góc ω_2 theo chiều kim đồng hồ và với quỹ đạo của hạt là đường tròn bán kính $\dfrac{\omega_1}{\omega_1 - \omega_2}R$. Tương tự hệ quy chiếu O" quay quanh O trên đường tròn bán kính $\frac{\omega_1}{\omega_1 - \omega_2}R$ và với vận tốc góc ω_2 theo chiều kim đồng hồ thì hạt chuyển động tròn đều với vận tốc góc ω_1 theo chiều kim đồng hồ và với quỹ đạo của hạt là đường tròn bán kính $\frac{\omega_2}{\omega_1 - \omega_2}R$.

c) Ta có :

$$R^2 \le r^2 = x^2 + y^2 = \frac{R^2}{(\omega_1 - \omega_2)}(\omega_1^2 + \omega_2^2 - 2\omega_1\omega_2\cos((\omega_1 - \omega_2)t) \le \frac{(\omega_1 + \omega_2)^2}{(\omega_1 - \omega_2)^2}R^2$$

Vậy quỹ đạo của hạt là đường cong hình cánh hoa nằm ở giữa hai đường tròn tâm O bán kính R và $\frac{\omega_1 + \omega_2}{\omega_1 - \omega_2}R$.

9.4.

1. Gọi bề rộng của khe đầu tiên là b, bề rộng của khe thứ n sẽ là $b_n = \frac{b}{k^{n-1}}$.

Do đó ta có li độ dao động sáng của sóng ánh sáng qua cách tử là :

$$E = \sum_{n=1}^{3N+1}\left(\int_{(n-1)d-\frac{b_n}{2}}^{(n-1)d+\frac{b_n}{2}} e_0 e^{i\left(\omega t - \frac{2\pi x\sin\theta}{\lambda}\right)}dx\right)$$

$$= \frac{e_0 e^{i\omega t}}{\frac{2\pi\sin\theta}{\lambda}}\sum_{n=1}^{3N+1} e^{-i\left(\frac{2\pi(n-1)d\sin\theta}{\lambda}\right)}\frac{e^{i\left(\frac{\pi b_n\sin\theta}{\lambda}\right)} - e^{-i\left(\frac{\pi b_n\sin\theta}{\lambda}\right)}}{2i}$$

e_0 là biên độ dao động sáng cho một đơn vị độ rộng của khe.

$$\Rightarrow E = e_0 e^{i\omega t}\sum_{n=1}^{3N+1} b_n e^{-i\left(\frac{2\pi n d\sin\theta}{2}\right)}\frac{\sin\left(\frac{\pi b_n\sin\theta}{\lambda}\right)}{\frac{b_n\pi\sin\theta}{\lambda}}$$

$$\approx e_0\frac{\sin\left(\frac{\pi b\sin\theta}{\lambda}\right)}{\frac{b\pi\sin\theta}{\lambda}}e^{i\omega t}\sum_{n=1}^{3N+1}\frac{b}{k^{n-1}}e^{-i\frac{2\pi(n-1)d\sin\theta}{\lambda}}$$

$$\Rightarrow E \approx be_0\frac{1 - \frac{1}{k^{3N+1}}e^{-i\frac{2\pi(3N+1)d\sin\theta}{\lambda}}}{1 - \frac{1}{k}e^{-i\frac{2\pi d\sin\theta}{\lambda}}}e^{i\omega t}$$

Do đó, ta có sự phụ thuộc của cường độ sáng vào góc nhiễu xạ θ :

$$I = E^*E = I_0 \frac{1 + \dfrac{1}{k^{6N+2}} - \dfrac{2}{k^{3N+1}} \cos\dfrac{2\pi(3N+1)d\sin\theta}{\lambda}}{1 + \dfrac{1}{k^2} - \dfrac{2}{k}\cos\dfrac{2\pi d\sin\theta}{\lambda}}$$

Khi $N \gg 1$

$$I = E^*E \approx I_0 \frac{1}{1 + \dfrac{1}{k^2} - \dfrac{2}{k}\cos\dfrac{2\pi d\sin\theta}{\lambda}}$$

2. Đóng góp của các khe thứ 3, 6, 9,..., 3N :

$$E = \sum_{n=1}^{N}\left(\int_{(3n-1)d - \frac{b_{3n}}{2}}^{(3n-1)d + \frac{b_{3n}}{2}} e_0 e^{i\left(\omega t - \frac{2\pi x \sin\theta}{\lambda}\right)} dx\right)$$

$$= \frac{e_0 e^{i\omega t}}{\dfrac{2\pi\sin\theta}{\lambda}} \sum_{n=1}^{3N+1} e^{-i\frac{2\pi(3n-1)d\sin\theta}{\lambda}} \frac{e^{i\left(\frac{\pi b_{3n}\sin\theta}{\lambda}\right)} - e^{-i\left(\frac{\pi b_{3n}\sin\theta}{\lambda}\right)}}{2i}$$

$$\Rightarrow E' = e_0 e^{i\omega t} \sum_{n=1}^{N} b_{3n} e^{-i\left(\frac{2\pi n d\sin\theta}{\lambda}\right)} \frac{\sin\left(\dfrac{\pi b_{3n}\sin\theta}{\lambda}\right)}{\dfrac{b_{3n}\pi\sin\theta}{\lambda}}$$

$$\approx e_0 \frac{\sin\left(\dfrac{\pi b_3 \sin\theta}{\lambda}\right)}{\dfrac{b_3\pi\sin\theta}{\lambda}} e^{i\omega t} \sum_{n=1}^{3N+1} \frac{b_3}{k^{3n-1}} e^{-i\frac{2\pi(3n-1)d\sin\theta}{\lambda}}$$

$$\Rightarrow E' = \frac{1}{k^2} b e_0 \frac{1 - \dfrac{1}{k^{3N}} e^{-i\frac{2\pi(3N)d\sin\theta}{\lambda}}}{1 - \dfrac{1}{k^3} e^{-i\frac{6\pi d\sin\theta}{\lambda}}} e^{i\omega t}$$

Do đó, ta có phương trình dao động sáng trên màn :

$$E'' = E - E' = b e_0 \left(\frac{1 - \dfrac{1}{k^{3N+1}} e^{-i\frac{2\pi(3N+1)d\sin\theta}{\lambda}}}{1 - \dfrac{1}{k} e^{-i\frac{2\pi d\sin\theta}{\lambda}}} - \frac{1 - \dfrac{1}{k^{3N}} e^{-i\frac{2\pi(3N)d\sin\theta}{\lambda}}}{k^2 - \dfrac{1}{k} e^{-i\frac{6\pi d\sin\theta}{\lambda}}} \right) e^{i\omega t}$$

$$\Rightarrow \text{Cường độ sáng mới : } I'' = I_0\left|\frac{1-\dfrac{1}{k^{3N+1}}e^{-i\frac{2\pi(3N+1)d\sin\theta}{\lambda}}}{1-\dfrac{1}{k}e^{-i\frac{2\pi d\sin\theta}{\lambda}}}-\frac{1-\dfrac{1}{k^{3N}}e^{-i\frac{2\pi(3N)d\sin\theta}{\lambda}}}{k^2-\dfrac{1}{k}e^{-i\frac{6\pi d\sin\theta}{\lambda}}}\right|^2$$

$$\text{Suy ra, khi } N \gg 1 : I'' \approx I_0\left|\frac{1}{1-\dfrac{1}{k}e^{-i\frac{2\pi d\sin\theta}{\lambda}}}-\frac{1}{k^2-\dfrac{1}{k}e^{-i\frac{6\pi d\sin\theta}{\lambda}}}\right|^2$$

Trong lời giải này ta đã sử dụng một gần đúng :

$$\frac{\sin\left(\dfrac{\pi b_n\sin\theta}{\lambda}\right)}{\dfrac{b_n\pi\sin\theta}{\lambda}} \approx \frac{\sin\left(\dfrac{\pi b\sin\theta}{\lambda}\right)}{\dfrac{b\pi\sin\theta}{\lambda}} \approx 1, \text{ điều này chỉ chính xác khi } \frac{\pi b\sin\theta}{\lambda} \ll 1.$$

9.5.

1. Ta có :

$$\begin{cases} dx = \dfrac{dx'+vdt'}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}} = \gamma_0(dx'+vdt') \\ dy = dy' \\ dt = \dfrac{dt'+\dfrac{vdx'}{c^2}}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}} = \gamma_0\left(dt'+\dfrac{vdx'}{c^2}\right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_x = \dfrac{dx}{dt} = \dfrac{dx'+vdt'}{dt'+\dfrac{vdx'}{c^2}} = \dfrac{\dfrac{dx'}{dt'}+v}{1+\dfrac{\frac{vdx'}{dt'}}{c^2}} \\ u_y = \dfrac{dy}{dt} = \dfrac{dy'}{\gamma_0\left(dt'+\dfrac{vdx'}{c^2}\right)} = \dfrac{\dfrac{dy'}{dt'}}{\gamma_0\left(1+\dfrac{\frac{vdx'}{dt'}}{c^2}\right)} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} u_x = \dfrac{u'_x+v}{1+\dfrac{vu'_x}{c^2}} \\ u_y = \dfrac{u'_y}{\gamma_0\left(1+\dfrac{vu'_x}{c^2}\right)} = \dfrac{u'_y\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}{1+\dfrac{vu'_x}{c^2}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 1-\frac{u^2}{c^2}=\frac{\left(1+\frac{vu'_x}{c^2}\right)^2-\left(\frac{u'_x}{c}+\frac{v}{c}\right)^2-\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)\frac{u'^2_y}{c^2}}{\left(1+\frac{vu'_x}{c^2}\right)^2}=\frac{\left(1-\frac{u'^2}{c^2}\right)\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)}{\left(1+\frac{vu'_x}{c^2}\right)^2}$$

Gọi khối lượng nghỉ của hạt là m_0, ta có :

$$\begin{cases} p_x=\dfrac{m_0u_x}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}=\dfrac{m_0\left(1+\frac{vu'_x}{c^2}\right)u_x}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\sqrt{1-\frac{u'^2}{c^2}}}=\dfrac{\dfrac{m_0u'_x}{\sqrt{1-\frac{u'^2}{c^2}}}+\dfrac{v}{c^2}\dfrac{m_0c^2}{\sqrt{1-\frac{u'^2}{c^2}}}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \\ p_y=\dfrac{m_0u_y}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}=\dfrac{m_0u'_y}{\sqrt{1-\frac{u'^2}{c^2}}} \\ E=\dfrac{m_0c^2}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}=\dfrac{m_0c^2\left(1+\frac{vu'_x}{c^2}\right)}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\sqrt{1-\frac{u'^2}{c^2}}}=\dfrac{\dfrac{m_0c^2}{\sqrt{1-\frac{u'^2}{c^2}}}+v\dfrac{m_0u'_x}{\sqrt{1-\frac{u'^2}{c^2}}}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p_x=\dfrac{p'_x+\frac{vE'}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \\ p_y=p'_y \\ E=\dfrac{E'+vp'_x}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \end{cases}$$

2. Ta có : $\cos\theta'=\dfrac{u'_x}{c}=\dfrac{\frac{u_x}{c}-\frac{v}{c}}{1-\frac{u_xv}{c^2}}=\dfrac{\cos\theta-\frac{v}{c}}{1-\frac{v}{c}\cos\theta}$

a) Ta phải có : $dP'(\theta')=\frac{1}{2}\sin\theta' d\theta'=dP(\theta)=f(\theta)2\pi\sin\theta d\theta$

$$\Rightarrow f(\theta)=\frac{1}{4\pi}\frac{\sin\theta'}{\sin\theta}\left|\frac{d\theta'}{d\theta}\right|=\frac{1}{4\pi}\left|\frac{d(\cos\theta')}{d(\cos\theta)}\right|$$

$$\Rightarrow f(\theta)=\frac{1}{4\pi}\frac{1-\frac{v^2}{c^2}}{\left(1-\frac{v}{c}\cos\theta\right)^2}$$

b) Theo định luật bảo toàn năng lượng ta có :

$$\begin{cases} \varepsilon' = \dfrac{Mc^2}{2} \\ p'_x = p\cos\theta = \dfrac{\varepsilon'}{c}\cos\theta = \dfrac{Mc}{2}\cos\theta \end{cases} \Rightarrow \varepsilon = \frac{\varepsilon' + vp'_x}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}} = \frac{1+\dfrac{v}{c}\cos\theta}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}\frac{Mc^2}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} d\varepsilon = -\dfrac{Mvc}{2\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}\sin\theta d\theta \\ \dfrac{v}{c}\cos\theta = \dfrac{2\varepsilon}{Mc^2}\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}} - 1 \end{cases}$$

$$\text{Ta có : } dP(\theta) = \frac{1}{4\pi}\frac{1-\dfrac{v^2}{c^2}}{\left(1-\dfrac{v}{c}\cos\theta\right)^2}2\pi\sin\theta d\theta = dP(\varepsilon) = g(\varepsilon)d\varepsilon$$

$$\Rightarrow g(\varepsilon) = \frac{1}{4\pi}\frac{1-\dfrac{v^2}{c^2}}{\left(1-\dfrac{v}{c}\cos\theta\right)^2}2\pi\sin\theta\left|\frac{d\theta}{d\varepsilon}\right| = \frac{1}{4Mvc}\frac{\left(1-\dfrac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}}{\left(1-\dfrac{\varepsilon}{Mc^2}\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}\right)^2}$$

9.6.

Giả sử rằng, khi chế độ cân bằng được thiết lập, điện tích của quả cầu bên trong là $-Q$, khi đó hiệu điện thế giữa vỏ cầu và quả cầu là :

$$U = V_{r_2} - V_{r_1} = \frac{-Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r_2} - \frac{-Q}{4\pi\varepsilon_0 r_1}\frac{1}{r_1} = \frac{-Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{2r_1} + \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r_1} = \frac{Q}{8\pi\varepsilon_0 r_1} = IR$$

Xét một hạt α thoát ra khỏi quả cầu với vận tốc ban đầu hợp với phương bán kính một góc θ. Khi đó vận tốc ban đầu của hạt :

$$\begin{cases} v_{r0} = \sqrt{\dfrac{2E}{m}}\cos\theta \\ v_{\varphi 0} = \sqrt{\dfrac{2E}{m}}\sin\theta \end{cases}$$

Vì lực tác dụng lên các hạt α có phương xuyên tâm nên $rv_\varphi = const \Rightarrow$ khi chạm vỏ cầu :

$$v_\varphi = \frac{r_1 v_{\varphi 0}}{r_2} = \sqrt{\frac{E}{2m}}\sin\theta$$

Theo định luật bảo toàn năng lượng ta có :

$$v_r^2 = \frac{2(E - qU)}{m} - v_\varphi^2 = \frac{2\left(E\left(1 - \frac{\sin^2\theta}{4}\right) - \frac{eQ}{4\pi\varepsilon_0 r_1}\right)}{m}$$

Để hạt đến được vỏ ta cần có : $v_r^2 \geq 0$

$$\Rightarrow 1 - \frac{\sin^2\theta}{4} - \frac{eQ}{4\pi\varepsilon_0 r_1 E} = 1 - \frac{\sin^2\theta}{4} - \frac{2eIR}{E} \geq 0 \Rightarrow \sin^2\theta \leq 4\left(1 - \frac{2eIR}{E}\right) \qquad (1)$$

Số lượng các hạt α đến được vỏ cầu trong một đơn vị thời gian :

$$N = nN_A \frac{ln2}{T}\frac{1 - \cos\theta_0}{2}$$

với θ_0 là giá trị cực đại của θ trong khoảng từ 0 đến $\frac{\pi}{2}$ còn thoả mãn (1). Khi hệ đạt đến trạng thái ổn định Q = const nên :

$$\frac{U}{R} = I = qN = 2eN = 2evN_A \frac{ln2}{T}\frac{1 - \cos\theta_{max}}{2} \leq evN_A \frac{ln2}{T}$$

1. Khi $R = R_1$: $\frac{2eIR_1}{E} \leq \frac{e}{E}R_1 2enN_A \frac{ln2}{T} \approx 9,48.10^{-6} \ll 1$

$\Rightarrow$ (1) đúng với mọi $\theta \leq \frac{\pi}{2} \Rightarrow \theta_0 = \frac{\pi}{2}$

$\Rightarrow I = qN = 2enN_A \frac{ln2}{T}\frac{1 - \cos\theta_0}{2} = enN_A \frac{ln2}{T} \approx 47,4\,\mu A$

2. Để $I' = \frac{I}{2}$ thì $\theta_0 < \frac{\pi}{2}$ và $I = qN = 2enN_A \frac{ln2}{T}\frac{1 - \cos\theta_0'}{2} = \frac{1}{2}enN_A \frac{ln2}{T}$

$\Rightarrow \cos\theta_0' = \sqrt{1 - \sin^2\theta_0'} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \sin^2\theta_0' = 4\left(1 - \frac{2eI'R}{E}\right) = 4\left(1 - \frac{eIR}{E}\right) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{eIR}{E} = \frac{13}{16}$

$\Rightarrow R = \frac{13}{16}\frac{E}{eI} = \frac{13}{16}\frac{ET}{e^2 nN_A ln2} \approx 1,05.10^{11}\,\Omega = 105\,G\Omega$

(10) Đề thi chọn đội tuyển Olympic năm 2015, ngày thi thứ hai

10.1.

1. Ta có : $dm = \rho 4\pi r^2 dr = \rho_0 \pi r^2 v dt \Rightarrow v = \frac{4\rho}{\rho_0}\frac{dr}{dt}$

Mặt khác : $m\frac{dv}{dt} = mg - v\frac{dm}{dt} \Rightarrow \frac{dv}{dt} = g - v\frac{dm}{mdt}$

$$\Rightarrow \frac{4\rho}{\rho_0}\frac{d^2r}{dt^2} = g - \frac{4\rho}{\rho_0}\frac{dr}{dt}\frac{\rho 4\pi r^2 dr}{\rho\frac{4\pi r^3}{3}dt} = g - \frac{12\rho}{\rho_0}\frac{1}{r}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{d^2r}{dt^2} + 3\frac{1}{r}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 - \frac{1}{4}\frac{\rho_0}{\rho}g = 0$$

2. Theo giả thiết : $\gamma(\gamma-1)A\left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)^{\alpha} g^{\beta}t^{\gamma-2} + 3\gamma^2 A\left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)^{\alpha} g^{\beta}t^{\gamma-2} - \frac{1}{4}\frac{\rho_0}{\rho}g = 0$

$$\Rightarrow (4\gamma^2-\gamma)A\left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)^{\alpha} g^{\beta}t^{\gamma-2} - \frac{1}{4}\frac{\rho_0}{\rho}g = 0 \Rightarrow \begin{cases}\gamma-2=0\\ \alpha=\beta=1\\ (4\gamma^2-\gamma)A=\frac{1}{4}\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\gamma=2\\ \alpha=\beta=1\\ A=\frac{1}{56}\end{cases}$$

3. Ta có : $v = 4\frac{\rho}{\rho_0}\frac{dr}{dt} = 4\frac{\rho}{\rho_0}\gamma A\left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)^{\alpha} g^{\beta}t^{\gamma-1} = \frac{1}{7}gt$

$\Rightarrow$ Gia tốc của giọt nước mưa khi nó chuyển động trong đám mây : $a = \frac{dv}{dt} = \frac{g}{7}$

4. Ta có : $h = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{14}gt^2 = 4\frac{\rho}{\rho_0}r \Rightarrow r = \frac{\rho_0}{4\rho}h$

Do đó giọt nước mưa nói trên được hình thành từ một hình nón hơi nước có góc mở ở đỉnh là : $2\arctan\frac{\rho_0}{4\rho}$

$$\Rightarrow \Delta W = \frac{1}{2}mv^2 - mg\frac{h}{4} = \frac{1}{2}m\left(2\frac{g}{7}h\right) - mg\frac{h}{4} = -\frac{3}{28}mgh = -\frac{3}{28}\rho\frac{4\pi}{3}\left(\frac{\rho_0}{4\rho}h\right)^3 gh$$

$$\Rightarrow \Delta W = -\frac{3}{28}mgh = -\frac{\pi}{448}\frac{\rho_0^3}{\rho^2}gh^4$$

10.2.

1. Muốn xảy ra sự sôi thì áp suất hơi bão hoà phải bằng áp suất ở mặt thoáng của nước. Trong khi đó khí ở trong nắp bán cầu nơi tiếp xúc mặt thoáng của nước là hỗn hợp của hơi nước bão hoà và không khí, vì thế áp suất nơi đây là :

$$p = p_{bh} + p_{kk} > p_{bh}$$

$\Rightarrow$ Nước trong bình sẽ không thể sôi.

2. Cho một động cơ Các-nô hoạt động giữa hai đường đẳng nhiệt có nhiệt độ T và T + dT, khi đó hiệu suất của động cơ là :

$$\eta = \frac{dp(V_h - V_l)}{L} = \frac{dT}{T + dT} \approx \frac{dT}{T} = \frac{dp(V_h - V_l)}{L} \Rightarrow \frac{1}{T}\frac{dT}{dp} = \frac{V_h - V_l}{L} \approx \frac{V_h}{L}$$

3. a) Theo giả thiết : $\frac{1}{T}\frac{dT}{dp} = \frac{V_h}{\mu L} = \frac{RT}{\mu Lp} \Leftrightarrow \frac{dT}{T^2} = \frac{R}{\mu L}\frac{dp}{p} \Rightarrow \int_{T_0}^{T}\frac{dT}{T^2} = \int_{p_0}^{p}\frac{R}{\mu L}\frac{dp}{p}$

Từ đó ta có : $p = p_0 e^{\frac{\mu L}{R}\left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T}\right)}$ (*)

Từ đó ta có áp suất hơi nước ở nhiệt độ T_1 : $p_1 = p_0 e^{\frac{\mu L}{R}\left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_1}\right)}$

Do đó, áp suất riêng phần của không khí bên trong nắp bán cầu ở nhiệt độ T_1 là :

$$p_{kk1} = p_0\left(1 - e^{\frac{\mu L}{R}\left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_1}\right)}\right)$$

Vì thế áp suất trên mặt thoáng chất lỏng khi nắp bán cầu được làm mát :

$$p = \frac{T_0}{T_1}(p_0 - p_1) + p_0 = \left(1 + \frac{T_0}{T_1}\left(1 - e^{\frac{\mu L}{R}\left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_1}\right)}\right)\right)p_0$$

Kết hợp với (*) ta có nhiệt độ sôi của nước trong bình được xác định bằng hệ thức :

$$\left(1 + \frac{T_0}{T_1}\left(1 - e^{\frac{\mu L}{R}\left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_1}\right)}\right)\right)p_0 = p_0 e^{\frac{\mu L}{R}\left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T}\right)}$$

$$1 - \frac{T_0}{T} = \frac{RT_0}{\mu L} ln\left(1 + \frac{T_0}{T_1}\left(1 - e^{\frac{\mu L}{R}\left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_1}\right)}\right)\right)$$

$$T = \frac{T_0}{1 - \frac{RT_0}{\mu L} ln\left(1 + \frac{T_0}{T_1}\right)\left(1 - e^{\frac{\mu L}{R}\left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_1}\right)}\right)}$$

Do đó, nước trong bình sẽ sôi ở $T \approx 381$ K hay $t \approx 108^o$ C.

b) Khối lượng khí đập lên một đơn vị diện tích trong một đơn vị thời gian :

$$m = \pi r^2 \frac{N}{N_A}\mu = pr^2\sqrt{\frac{\pi\mu}{2RT}}$$

Do đó khối lượng hơi nước cực đại thoát ra khỏi chất lỏng trong một đơn vị thời gian (m_1) và khối lượng hơi nước đi từ hơi trong bán cầu về chất lỏng (m_2) lần lượt là :

$$m_1 = pr^2\sqrt{\frac{\pi\mu}{2RT}} = \left(1+\frac{T_0}{T_1}\right)p_0 r^2\sqrt{\frac{\pi\mu}{2RT_0}\left(1-\frac{RT_0}{\mu L}ln\left(1+\frac{T_0}{T_1}\right)\right)} \approx 5{,}965 \text{ kg/s}$$

$$m_2 = p_0 r^2\sqrt{\frac{\pi\mu}{2RT_0}} \approx 3{,}020 \text{ kg/s}$$

Từ đó, ta thấy để duy trì trạng thái sôi liên tục trong một đơn vị thời gian, ta cần làm lượng nước tổng cộng quay lại bình (m_1) tăng nhiệt độ từ T_0 lên T, chuyển hoá một khối lượng m_1 nước thành hơi và chỉ nhận được một năng lượng m_2L do hơi nước ngưng tụ trên bề mặt chất lỏng tạo ra. Do đó nhiệt lượng cực đại cấp cho bình trong một đơn vị thời gian là :

$$Q_{max} = (m_1 - m_2)L + m_1 c(T - T_0) \approx 6{,}86 \text{ MW}$$

Chú ý :

- Không có gì cản trở một phần nước sôi quay trở lại bề mặt chất lỏng nên khối lượng nước hoá thành hơi trong một đơn vị thời gian có giá trị cực đại là m_1 còn một khi hơi nước đã va chạm với mặt nước thì hiển nhiên nó bị hấp thụ nên chắc chắn khối lượng hơi nước có nhiệt độ T_0 va chạm với bề mặt chất lỏng và bị hấp thụ trong một đơn vị thời gian là m_2, vì thế ta chỉ tính được nhiệt lượng cực đại cần truyền cho nước trong một đơn vị thời gian.
- Khi đạt đến trạng thái ổn định, nội năng tổng cộng của vật chất trong bình không đổi theo thời gian nên nhiệt lượng mà nó nhận vào bằng nhiệt lượng mà nó nhả cho hệ thống làm mát. Vì thế, nhiệt lượng cực đại mà bình truyền cho hệ thống làm mát trong một giây để trạng thái sôi của nước trong bình luôn được duy trì một cách ổn định là :

$$Q'_{max} = Q_{max} = (m_1 - m_2)L + m_1 c(T - T_0) \approx 6{,}86 \text{ MW}$$

10.3.

1. Ta có : $dB = \dfrac{\mu_0}{2}\dfrac{a^2 dI}{(a^2+z^2)^{3/2}} = \dfrac{\mu_0}{2}\dfrac{a^2 NIdz}{l(a^2+z^2)^{3/2}}$

Do đó : $B = \dfrac{\mu_0}{2}\dfrac{NI}{l}\displaystyle\int_{-a/\tan\beta_2}^{a/\tan\beta_1}\dfrac{\mu_0}{2}\dfrac{a^2 NIdz}{l(a^2+z^2)^{3/2}} = \dfrac{\mu_0}{2}\dfrac{NI}{l}(\cos\beta_1+\cos\beta_2)$

2. Ở xa ống dây ta có thể coi ống như một lưỡng cực từ có momen lưỡng cực :

$$p_m = NI\pi a^2 = \pi NIa^2$$

Ta lại có :

$$\frac{dL}{dt} = \frac{d}{dt}(mr^2\dot{\varphi}) = F_\varphi r = qBr\dot{\varphi} = -\frac{\mu_0 p_m}{4\pi r^2}\dot{r} = \frac{1}{r^2}\frac{d}{dt}\left(-q\frac{\mu_0 p_m}{4\pi}r\right) = d\left(q\frac{\mu_0 p_m}{4\pi r}\right)$$

Vì lực từ vuông góc với vận tốc nên tại $r = r_{min} \Rightarrow mr_{min}^2\dfrac{v}{r_{min}} - 0 = \dfrac{\mu_0 q p_m}{4\pi r_{min}} - 0$

Do đó để hạt không chạm vào ống dây ta có :

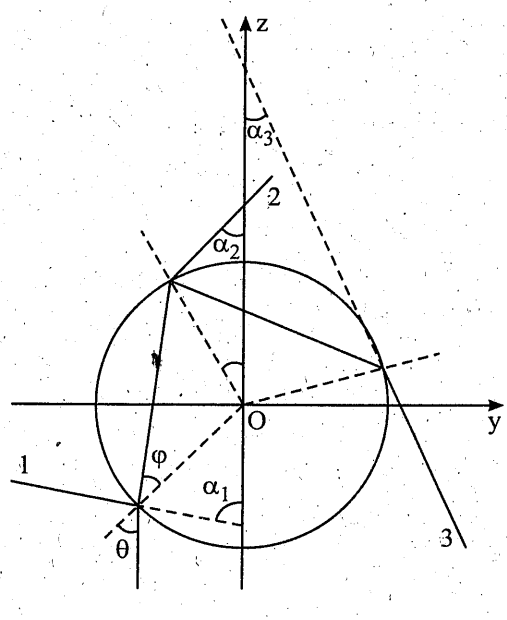
$$r_{min}^2 = \frac{\mu_0 p_m}{4\pi mv} \geq a^2 \Leftrightarrow \frac{\mu_0 \pi qNIa^2}{4\pi mv} \geq a^2 \Leftrightarrow v \leq \frac{\mu_0 qNI}{4m} \text{ hay } v_{max} = \frac{\mu_0 qNI}{4m}$$

10.4.

1. Đường đi của tia sáng qua quả cầu có dạng như hình 10.1G.

Gọi công suất của tia tới là $\mathscr{P}$, khi đó công suất của các tia ló là :

$$\begin{cases} \mathscr{P}_1 = R\mathscr{P} \\ \mathscr{P}_2 = T^2\mathscr{P} \\ \mathscr{P}_3 = RT^2\mathscr{P} \\ \dots\dots\dots\dots \\ \mathscr{P}_n = R^{n-2}T^2\mathscr{P} \end{cases}$$



Hình 10.1G

Tia ló thứ nhất lệch so với tia tới một góc $\pi - 2\theta$ theo chiều ngược với chiều kim đồng hồ, tia ló thứ hai lệch so với tia tới một góc $\delta = (2\theta - 2\varphi)$ theo chiều kim đồng hồ. Tia thứ $k \geq 3$ lệch so với tia thứ $k - 1$ một góc

$\gamma = \pi - 2\varphi$ theo chiều kim đồng hồ. Do đó xung lượng mà quả cầu đã nhận trong một đơn vị thời gian :

$$F_{nz} = F_n = \frac{\mathscr{P}}{c},\ F_{ny} = 0$$

Xung lượng mà quả cầu đã nhường cho các tia ló trong một đơn vị thời gian :

$$\begin{cases} F'_z = \dfrac{1}{c}(\mathscr{P}_1\cos(\pi - 2\theta) + (\mathscr{P}_2\cos\delta + \mathscr{P}_3\cos(\delta + \gamma) + \ldots + \mathscr{P}_{n+2}\cos(\delta + ny) + \ldots)) \\ F'_y = \dfrac{1}{c}(-\mathscr{P}_1\sin(\pi - 2\theta) - (\mathscr{P}_2\sin\delta + \mathscr{P}_3\sin(\delta + \gamma) + \ldots + \mathscr{P}_{n+2}\sin(\delta + ny) + \ldots)) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} F'_z = \dfrac{\mathscr{P}}{c}(-R\cos 2\theta + T^2(\cos\delta + R\cos(\delta + y) + \ldots + R^n\cos(\delta + ny) + \ldots)) = \dfrac{\mathscr{P}}{c}(-R\cos 2\theta + T^2 A) \\ F'_y = \dfrac{\mathscr{P}}{c}(-R\sin 2\theta - T^2(\sin\delta + R\sin(\delta + \gamma) + \ldots + R^n\sin(\delta + ny) + \ldots)) = \dfrac{\mathscr{P}}{c}(R\sin 2\theta - T^2 B) \end{cases}$$

Vì $R < 1$ nên : $e^{-i\delta} + Re^{-i(\delta+\gamma)} + \ldots + R^n e^{-in(\delta+n\gamma)} + \ldots = \dfrac{e^{-i\delta}}{1 - Re^{-i\gamma}}$

$$= \frac{(\cos\delta - i\sin\delta)(1 - R\cos\gamma - iR\sin\gamma)}{1 - 2R\cos\gamma + R^2} = A - iB$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A = \dfrac{\cos\delta - R(\cos\delta\cos\gamma + \sin\delta\sin\gamma)}{1 - 2R\cos\gamma + R^2} = \dfrac{\cos(2\theta - 2\varphi) + R\cos 2\theta}{1 + R^2 + 2R\cos 2\varphi} \\ B = \dfrac{\sin\delta - R(\sin\delta\cos\gamma - \sin\delta\cos\gamma)}{1 - 2R\cos\gamma + R^2} = \dfrac{\sin(2\theta - 2\varphi) + R\sin 2\theta}{1 + R^2 + 2R\cos 2\varphi} \end{cases}$$

Từ đó ta có lực tác động tổng cộng lên quả cầu :

$$\begin{cases} F_z = F_{nz} - F'_z = \dfrac{\mathscr{P}}{c}\left(1 + R\cos 2\theta - T^2\dfrac{\cos(2\theta - 2\varphi) + R\cos 2\theta}{1 + R^2 + 2R\cos 2\varphi}\right) \\ F_y = F_{ny} - F'_y = \dfrac{\mathscr{P}}{c}\left(R\sin 2\theta - T^2\dfrac{\cos(2\theta - 2\varphi) + R\sin 2\theta}{1 + R^2 + 2R\cos 2\varphi}\right) \end{cases}$$

2. a) Gọi $\alpha = \dfrac{2}{w^2}$, ta có :

$$\langle r^2 \rangle = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} r^2 \frac{\mathscr{P}}{\pi w^2} e^{-\left(\frac{2r^2}{w^2}\right)} dr}{\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\mathscr{P}}{\pi w^2} e^{-\left(\frac{2r^2}{w^2}\right)} dr} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} r^2 e^{-\alpha r^2} dr}{\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\alpha r^2} dr} = \frac{-\frac{d}{d\alpha}\left(\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\alpha r^2} dr\right)}{\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\alpha r^2} dr} = \frac{-\frac{d}{d\alpha}\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}}{\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}} = \frac{1}{2\alpha} = \frac{w^2}{4}$$

Do đó : $\sigma = \sqrt{\langle r^2 \rangle} = \dfrac{w}{2}$

b) Ta thấy : $\tan\theta_0 = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{w}{2|z|} = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{w_0}{2}\sqrt{\dfrac{1}{z^2} + \dfrac{1}{z_0^2}} = \dfrac{w_0}{2z_0}$

Theo hệ thức bất định Hai-xen-béc ta lại có :

$$\Delta p.\Delta r \sim h \Rightarrow (p\tan\theta_0)w_0 = \frac{hw_0}{\lambda}\tan\theta_0 \sim h \Rightarrow \theta_0 \approx \tan\theta_0 \sim \frac{\lambda}{w_0}$$

3. Do tính đối xứng ta có $F = F_z$, theo kết quả ý 1 và giả thiết ta có :

$$dF_z = \frac{d\mathscr{P}}{c}\left(1 + R\cos 2\theta - T^2\frac{\cos(2\theta - 2\varphi) + R\cos 2\theta}{1 + R^2 + 2R\cos 2\varphi}\right)$$

$$= \frac{2}{c}\cos^2\theta d\mathscr{P} = \frac{2}{3}\cos^2\theta\frac{\mathscr{P}}{\frac{\pi w_0^2}{4}}2\pi r dr$$

Ta lại có : $r = a\sin\theta$

$$\Rightarrow dF_z = \frac{16\mathscr{P}a^2}{cw_0^2}(1 - \sin^2\theta)\sin\theta d\sin\theta \Rightarrow F = F_z = \frac{16\mathscr{P}a^2}{cw_0^2}\int_0^{\pi/2}(1 - \sin^2\theta)\sin\theta.d\sin\theta$$

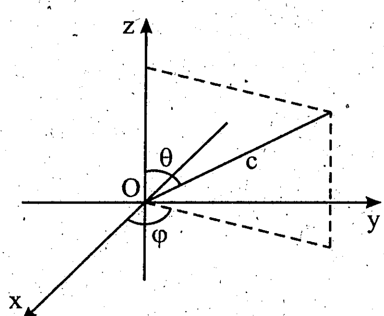
$$\Rightarrow F = F_z = \frac{4\mathscr{P}a^2}{cw_0^2}.$$

10.5

1. Xét một dòng phôtôn hẹp đập lên diện tích dS từ phương (θ, φ) như hình 10.2G.

Vì các phôtôn chuyển động đều theo các hướng mà không có phương ưu tiên, nên số phôtôn chứa trong hình trụ này có hướng chuyển động về phía dS là :

$$dE(\theta,\varphi) = dE\frac{\sin\theta.d\theta d\varphi}{4\pi} = ucdS\cos\theta\frac{\sin\theta d\theta d\varphi}{4\pi}$$



Hình 10.2G

Vì các tia sáng rọi tới dS sẽ phản xạ đối xứng qua Oz nên dS sẽ nhận được từ hướng (θ, φ) cho một xung theo chiều âm của trục Oz :

$$dF_z(\theta,\varphi) = -2\frac{dE(\theta,\varphi)}{4\pi}\cos\theta = -\frac{u}{2\pi}dS\cos^2\theta\sin\theta d\theta d\varphi$$

a) Do đó lực tổng hợp tác dụng lên dS là :

$$dF = dFz = -\frac{u}{2\pi}dS\int_0^{\pi/2}\cos^2\theta\sin\theta d\theta\int_0^{2\pi}d\varphi = -\frac{1}{3}udS,$$

dấu "–" thể hiện $d\vec{F}$ hướng theo chiều âm của trục Oz.

Vì dS là bất kì nên áp suất tác dụng lên thành bình sẽ là : $p = \frac{|dF|}{dS} = \frac{1}{3}u$

b) Ta lại có : $dE(\theta,\varphi) = dE\frac{\sin\theta d\theta d\varphi}{4\pi} = \frac{ucdS}{4\pi}\cos\theta\sin\theta d\theta d\varphi$

Do đó, lượng năng lượng bị mất đi trên một đơn vị diện tích :

$$\varepsilon = \frac{\frac{ucdS}{4\pi}\int_0^{\pi/2}\cos\theta\sin\theta d\theta\int_0^{2\pi}d\varphi}{dS} = \frac{uc}{4}$$

2. a) Theo định luật Đan-tôn và ý 1, ta có :

$$p = \int_0^\infty dp(f) = \int_0^\infty d\frac{1}{3}u(f) = \frac{1}{3}\int_0^\infty du(f) = \frac{1}{3}u$$

b) Ta có : $u = \int_0^\infty du(f) = \int_0^\infty \frac{8\pi hf^3 df}{c^3\left(e^{\frac{hf}{kT}}-1\right)} = \frac{8\pi k^4T^4}{(hc)^3}\int_0^\infty\frac{\left(\frac{hf}{kT}\right)^3 d\left(\frac{hf}{kT}\right)}{e^{\frac{hf}{kT}}-1} = \frac{8\pi k^4T^4}{(hc)^3}\frac{\pi^4}{15}$

$\Rightarrow u = \frac{8\pi^5k^4}{15(hc)^3}T^4 = \sigma T^4$, với $\sigma = \frac{8\pi^5k^4}{15(hc)^3}$.

Chú ý :

Công thức Plăng chính xác là $du(f) = \frac{2hf^3}{c^2\left(e^{\frac{hf}{kT}}-1\right)}$ nên $u = \frac{2\pi^5k^4}{15h^3c^2}T^4 = \sigma T^4$

c) Ta có : $\delta Q = dU + pdV = \sigma d(T^4V) + \frac{1}{3}\sigma T^4dV = 4\sigma T^3VdT\frac{4}{3}\sigma T^4dV$

$\Rightarrow dS = \frac{\delta Q}{T} = \frac{4\sigma}{3}(3T^2VdT + T^3dV) = \frac{4\sigma}{3}d(T^3V) \Rightarrow S - S_0 = \frac{4\sigma}{3}T^3V$

Do đó : $f(V,T) = \frac{4\sigma}{3}T^3V$

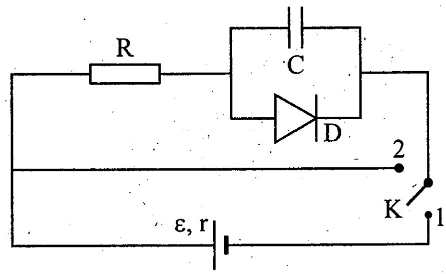
Trong quá trình đoạn nhiệt : $dS = \frac{\delta Q}{T} = 0 \Rightarrow d(T^3V) = 0$

$\Rightarrow$ Phương trình đoạn nhiệt của khí phôtôn : $T^3V = \text{const}$.

10.6

Cho mạch điện như hình 20.3G.

Tại t = 0, đóng khoá K vào 1, lúc đầu tụ chưa tích điện, hiệu điện thế giữa hai cực của đèn LED nhỏ hơn U_0, đèn không sáng, do đó cường độ dòng điện trong mạch là i và điện tích q của tụ điện liên hệ với nhau bởi hệ thức :



Hình 10.3G

$$Ri + \frac{q}{C} + ri = \varepsilon$$

Trong đó : $i = \frac{dq}{dt} \Rightarrow \int_0^q \frac{dq}{q - C\varepsilon} = -\int_0^t \frac{dt}{(R+r)C} \Rightarrow ln\frac{|q - C\varepsilon|}{C\varepsilon} = ln\frac{C\varepsilon - q}{C\varepsilon} = -\frac{t}{(R+r)C}$

Đèn LED sẽ sáng khi $q = CU_0$, sau đó hiệu điện thế giữa hai cực của D không đổi nên tụ sẽ không tích thêm điện và LED sáng ổn định ở dòng $i = \frac{\varepsilon}{R+r}$. Thời điểm D bắt đầu sáng, τ thoả mãn :

$$ln\frac{C\varepsilon - CU_0}{C\varepsilon} = -\frac{\tau}{(R+r)C} \Rightarrow \frac{\tau}{ln\frac{\varepsilon}{\varepsilon - U_0}} = C(R+r)$$

1. Từ hệ thức trên ta thấy, nếu sử dụng các điện trở R khác nhau ta có các thời gian τ khác nhau và :

$$R_i - R_j = \frac{1}{C}\frac{\tau_i - \tau_j}{ln\frac{\varepsilon}{\varepsilon - U_0}} \Rightarrow C = \frac{1}{ln\frac{\varepsilon}{\varepsilon - U_0}}\frac{\tau_i - \tau_j}{R_i - R_j} = \frac{1}{ln\frac{\varepsilon}{\varepsilon - U_0}}\frac{\Delta\tau}{\Delta R}$$

2. Tiến hành thí nghiệm :
   - Mắc mạch điện theo sơ đồ như hình vẽ trên.
   - Tại thời điểm t = 0 ta tức thì đóng khoá K vào 1 đồng thời với khởi động đồng hồ bấm giây.
   - Đến khi đèn D loé sáng ta ngay lập tức ngừng đồng hồ bấm giây.

– Đọc số liệu của điện trở R và thời gian τ, điền kết quả vào bảng số liệu sau :

Lần đo	1	2	3	......	n
R	R_1	R_2	R_3	......	R_n
τ	τ_1	τ_2	τ_3	......	τ_n

– Chuyển K về 2, đợi cho tụ phóng hết điện rồi thay điện trở R đã dùng bằng một điện trở khác rồi lặp lại phép đo trên, cứ như vậy ta điền hết bảng số liệu.

– Vì đề bài không cho thước đo độ dài vì thế ta sẽ xử lí số liệu bằng phương pháp bình phương tối thiểu, theo đó tổng sau cực tiểu :

$$\left(C(R_2-R_1)-\frac{\tau_2-\tau_1}{ln\frac{\varepsilon}{\varepsilon-U_0}}\right)+\left(C(R_3-R_1)-\frac{\tau_3-\tau_1}{ln\frac{\varepsilon}{\varepsilon-U_0}}\right)+...+\left(C(R_n-R_1)-\frac{\tau_n-\tau_1}{ln\frac{\varepsilon}{\varepsilon-U_0}}\right)^2$$

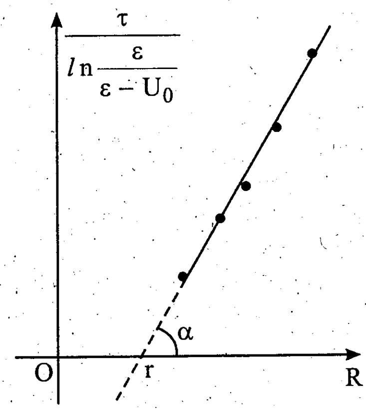
$$C=\frac{1}{ln\frac{\varepsilon}{\varepsilon-U_0}}\frac{\sum_{i=2}^{n}(R_i-R_1)(\tau_i-\tau_1)}{\sum_{i=2}^{n}(R_i-R_1)^2}$$

Ta cũng có thể xử lí số liệu bằng đồ thị như sau :

– Biểu diễn sự phụ thuộc của R vào $\dfrac{\tau}{ln\dfrac{\varepsilon}{\varepsilon-U_0}}$ trên đồ thị sau hình 10.4G.

– Khi đó $C=\tan\alpha$.

Tuy nhiên đề bài không cho thước đo độ dài vì việc xác định $\tan\alpha$ sẽ khó khăn hơn nhiều so với việc tính các tổng trên.



Hình 10.4G

Mục lục