CHUYÊN ĐỀ CẢM ỨNG ĐIỆN TỪ,

CHUYỂN ĐỘNG CỦA ĐIỆN TÍCH TRONG ĐIỆN TRƯỜNG VÀ TỪ TRƯỜNG

Người soạn: Nguyễn Chí Trung

Đơn vị công tác: Trường THPT Chuyên Bắc Ninh

I. ĐỊNH LUẬT LENZ.

Dòng điện cảm ứng phải có chiều sao cho từ trường (từ thông) mà nó sinh ra có tác dụng chống lại nguyên nhân sinh ra nó.

II. ĐỊNH LUẬT CẢM ỨNG ĐIỆN TỪ .

Thực nghiệm cho thấy rằng: Tốc độ biến thiên theo thời gian của từ thông $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ xác định độ lớn của suất điện động cảm ứng.

Khi chú ý đến chiều của dòng điện cảm ứng theo định luật Lenz ta có: $\xi_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -\Phi'(1)$

Tuy nhiên trong nhiều trường hợp, khi tính toán độ lớn của suất điện động cảm ứng ta thường bỏ qua dấu trừ trong biểu thức (1).

Công thức (1) đôi khi còn được viết dưới dạng khác: $\xi_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}(2)$

Tất nhiên công thức (1) và (2) chỉ tương đương đối với trường hợp từ thông biến thiên đều. Trong trường hợp tổng quát, công thức (1) cho giá trị tức thời của suất điện động cảm ứng, còn công thức (2) chỉ cho giá trị trung bình của nó.

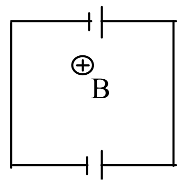
Công thức (1) được dùng rất hiệu quả khi từ thông có thể viết dưới dạng một hàm số của thời gian. Còn công thức (2) cần được sử dụng đối với các quá trình mà từ thông biến thiên nhanh tới mức không thể biểu diễn nó như là một hàm của thời gian, trong những trường hợp đó giá trị trung bình của suất điện động cảm ứng thực tế là trùng với giá trị tức thời của nó.

Nếu từ trường với cảm ứng từ $\vec{B}$ tại thời điểm đã cho là như nhau đối với mọi điểm của vòng dây phẳng có diện tích S thì từ thông gửi qua vòng dây đó là: $\Phi = BS\cos\alpha$, trong đó α là góc hợp bởi véc tơ cảm ứng từ $\vec{B}$ với pháp tuyến của diện tích S.

Từ thông biến thiên khi ba đại lượng B, S, α biến thiên. Trong các bài toán thực thì thường chỉ có một trong ba đại lượng đó biến thiên.

III. MỘT SỐ BÀI TOÁN CỤ THỂ.

<u>Bài toán 1.</u>

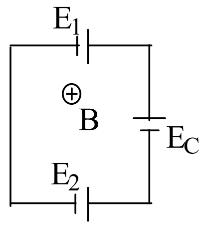


Từ một dây dẫn có chiều dài l = 2m và điện trở R = 4Ω, người ta hàn lại thành một hình vuông. Tại các cạnh của hình vuông người ta mắc hai nguồn điện có suất điện động E_1 = 10V và E_2 = 8V theo hình 8. Mạch được đặt trong một từ trường đều có hướng vuông góc với mặt phẳng hình vuông. Biết độ lớn của cảm ứng từ B tăng theo quy luật B = kt, trong đó k = 16 T/s. Tính cường độ dòng điện trong mạch. Bỏ qua điện trở trong của các nguồn.

Giải.

Do B tăng nên trong mạch sẽ xuất hiện một suất điện động cảm ứng E_C , dòng điện cảm ứng do E_C sinh ra phải có chiều sao cho từ trường do nó sinh ra ngược chiều với từ trường ngoài $\vec{B}$.

Suất điện động cảm ứng E_C được biểu diễn như hình vẽ.

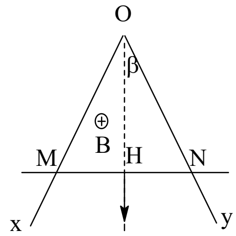


Với $E_C = \left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right| = \left|\frac{\Delta(BS)}{\Delta t}\right| = S\left|\frac{\Delta(kt)}{\Delta t}\right| = kS = k\left(\frac{l}{4}\right)^2 = 4V$

Vì $E_C + E_2$ =12V > 10V = E_1 nên dòng điện trong mạch sẽ có chiều ngược chiều kim đồng hồ và có độ lớn là :

$$I = \frac{E_2 - E_1 + kl^2/16}{R} = 0,5A$$

Bài toán 2.



Một đoạn dây dẫn thẳng chiều dài 2L được uốn thành một góc xOy = 2β, đặt trong mặt phẳng nằm ngang. Một đoạn dây dẫn MN trượt trên Ox, Oy và luôn tiếp xúc với Ox, Oy. Trong quá trình trượt, MN luôn luôn vuông góc với đường phân giác của góc xOy, vận tốc trượt giữ không đổi và bằng v. Toàn bộ hệ thống được đặt trong một từ trường đều có véc tơ cảm ứng từ $\vec{B}$ vuông góc với mặt phẳng xOy. Giả sử ban đầu đoạn dây MN chuyển động từ O. Các dây dẫn trong mạch được làm từ cùng một chất, đều cùng tiết diện và có điện trở trên mỗi đơn vị dài là r. Xác định :

a) Cường độ dòng điện chạy qua MN.

b) Nhiệt lượng tỏa ra trong toàn mạch khi MN đi hết Ox.

Giải.

Gọi H là trung điểm của MN, tại thời điểm t ta có OH = vt ; MN = 2OH.tanβ = 2vt tanβ

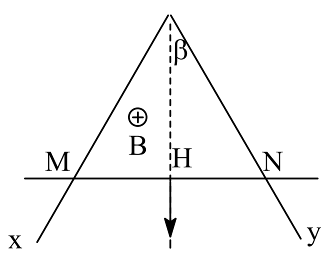
Có $OM = ON = \dfrac{OH}{\cos\beta} = \dfrac{vt}{\cos\beta}$

Suất điện động cảm ứng xuất hiện trên đoạn dây dẫn MN: $\xi = B.MN.v = 2Bv^2t.\tan\beta$

Điện trở toàn mạch :

$$R = r(OM + ON + MN) = 2rvt\left(\frac{1+\sin\beta}{\cos\beta}\right)$$

a) Cường độ dòng điện trong mạch là: $I = \dfrac{\xi}{R} = \dfrac{Bv\sin\beta}{r(1+\sin\beta)}$



b) Nhiệt lượng tỏa ra trên toàn mạch:

$$Q = \int dQ = \int_0^{t_0} I^2 R dt = \frac{B^2v^2\sin^2\beta}{r^2(1+\sin\beta)^2}\int_0^{t_0} 2rvt\left(\frac{1+\sin\beta}{\cos\beta}\right)dt$$

Tích phân ta được

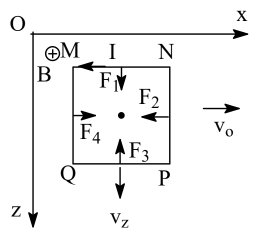
$$Q = \frac{B^2 v^3 \sin^2\beta}{r(1+\sin\beta)\cos\beta} t_0^2$$ với $t_o = L\cos\beta / v$

=> $$Q = \frac{B^2 v L^2 \sin^2\beta \cos\beta}{r(1+\sin\beta)}$$

<u>Bài toán 3.</u>

Một khung dây dẫn hình vuông cạnh a, có khối lượng m và điện trở R, ban đầu nằm trong mặt phẳng thẳng đứng xOz (các cạnh song song với trục Ox và Oz), trong một từ trường có véc tơ cảm ứng từ $\vec{B}$ hướng theo trục Oy vuông góc với mặt phẳng xOz và có độ lớn biến thiên theo tọa độ z (trục Oz hướng thẳng đứng xuống dưới) theo quy luật $B = B_o + kz$, (B_o và k là các hằng số). Truyền cho khung một vận tốc ban đầu v_o theo phương ngang Ox và khung chuyển động trong mặt phẳng xOz. Người ta thấy sau một thời gian khung đạt được vận tốc không đổi bằng v. Hãy tính v_o. Cho gia tốc trọng trường là g.

Giải.



Cách 1: Động lực học

ở thời điểm t khi tâm O của khung có tọa độ z, từ thông gửi qua khung bằng:

$\Phi = a^2B = a^2(B_o + kz)$

Suất điện động cảm ứng trong khung (do vị trí của khung tức tọa độ tâm G của khung biến đổi theo thời gian) là:

$\xi = -\frac{d\Phi}{dt} = -a^2k\frac{dz}{dt} = -a^2kv_z$ với v_z là thành phần của vận tốc v của khung theo phương Oz.

Dòng điện cảm ứng xuất hiện trong khung có cường độ $I = \frac{\xi}{R} = \frac{a^2kv_z}{R}$ và có chiều như hình vẽ (khi khung chuyển động xuống dưới thì B tăng nên dòng điện cảm ứng sinh ra B_c có chiều chống lại sự tăng tức là hướng ra ngoài => áp dụng quy tắc cái đinh ốc ta xác định được chiều dòng điện cảm ứng)

Xét các lực điện từ tác dụng lên khung ta thấy các lực F_2 và F_4 tác dụng lên các cạnh NP và QM triệt tiêu nhau còn các lực F_1 và F_3 ngược hướng nhau nên hợp lực điện từ tác dụng lên khung có độ lớn là:

$F = F_3 - F_1 = (B_3 - B_1)Ia = k(z_3 - z_1)\frac{a^3kv_z}{R} = \frac{k^2a^4v_z}{R}$ (do $z_3 - z_1) = a$). Lực F có hướng lên trên.

Theo định luật II Newton ta có: P – F = 0 (tại thời điểm khung có vận tốc không đổi v)

=> $mg = \frac{k^2a^4v_z}{R}$ => $v_z = \frac{mgR}{k^2a^4}$

Độ lớn của vận tốc là: $\vec{v} = \overrightarrow{v_0} + \overrightarrow{v_z}$ => $v = \sqrt{v_0^2 + v_z^2}$

Nên $v_0 = \sqrt{v^2 - v_z^2} = \sqrt{v^2 - \frac{m^2g^2R^2}{k^4a^8}}$

Cách 2. Bảo toàn năng lượng

+ Theo Oz : khung chịu tác dụng của trọng lực và lực từ giữa dòng điện cảm ứng trong khung với từ trường. Lúc đầu, khung rơi nhanh dần sau đó đạt vận tốc không đổi. Từ đó động năng của khung cũng không đổi. Khi khung rơi trong trọng trường, độ biến thiên thế năng của khung trong thời gian Δt bằng nhiệt lượng tỏa ra trong khung (do trong khung có dòng điện cảm ứng và khung dây có điện trở).

$mgv_z\Delta t = I^2R\Delta t$ với $I = \frac{\xi}{R} = \frac{a^2kv_z}{R}$

Ta có $v_z = \frac{mgR}{k^2a^4}$

Nên $v_0 = \sqrt{v^2 - v_z^2} = \sqrt{v^2 - \frac{m^2g^2R^2}{k^4a^8}}$

Bài toán 4.

Tại tâm của một khung dây dẫn tròn, phẳng, bán kính r = 20cm có một khung dây thứ hai có diện tích của mặt phẳng khung S = 1cm^2. Khung dây thứ nhất có n_1 = 50 vòng, khung dây thứ hai có n_2 = 100 vòng. Cho khung dây thứ hai quay quanh một trong các đường kính của khung thứ nhất với vận tốc ω = 300 rad/s. Tìm giá trị cực đại của suất điện động cảm ứng xuất hiện trong khung dây thứ hai khi cho dòng điện I = 10A chạy qua khung thứ nhất. Cho biết lúc đầu mặt phẳng hai khung trùng nhau.

Giải.

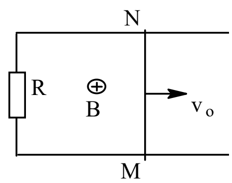
Ta có diện tích của khung dây thứ nhất là : $400\pi = 1256$ cm^2 >> diện tích của khung dây thứ hai nên ta có thể coi từ trường trong phạm vi miền đặt khung dây thứ hai là từ trường đều và cảm ứng từ có độ lớn bằng cảm ứng từ tại tâm của khung dây thứ nhất: $B = \frac{n_1\mu_0 I}{2r} = \frac{2n_1\pi.10^{-7}I}{r}$

Ta chọn véc tơ pháp tuyến $\vec{n}$ với mặt khung thứ hai sao cho ban đầu véc tơ $\vec{n}$ trùng với hướng của véc tơ $\vec{B}$ đó. Với quy ước đó thì khung dây thứ hai quay lệch khỏi vị trí ban đầu một góc φ = ωt, từ thông gửi qua khung thứ hai được tính theo công thức: $\Phi = n_2 BS\cos\varphi = \frac{\mu_0 n_1 ISn_2}{2r}\cos(\omega t)$

Suất điện động cảm ứng xuất hiện trong khung dây thứ hai: $\xi = -\frac{d\Phi}{dt} = \frac{\mu_0 n_1 n_2 IS\omega}{2r}\sin(\omega t)$

Giá trị cực đại của suất điện động cảm ứng là $\xi_m = \frac{\mu_0 n_1 n_2 IS\omega}{2r} \approx 0{,}005\,V$

<u>Bài toán 5.</u>



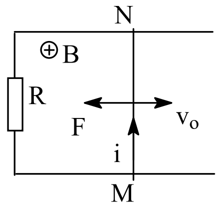
Dọc trên hai thanh kim loại đặt song song nằm ngang, khoảng cách giữa chúng là d, có một thanh trượt, khối lượng m có thể trượt không ma sát. Các thanh được nối với một điện trở R và đặt trong một từ trường đều có véc tơ cảm ứng từ $\vec{B}$ thẳng đứng vuông góc với mặt phẳng khung. Truyền cho thanh trượt một vận tốc v_o. Tìm biểu thức vận tốc của thanh theo thời gian và tìm quãng đường mà thanh trượt đi được cho đến khi dừng lại?Bỏ qua điện trở của thanh trượt và hai thanh kim loại.

Giải.

Giả sử tại thời điểm t thanh có vận tốc v, gia tốc a

F là lực cản trở chuyển động nên vận tốc thanh MN giảm từ v_o về tới 0.

Ta có $a = -\frac{F}{m}$, F = Bdi, $i = \frac{\xi}{R} = \frac{Bdv}{R}$

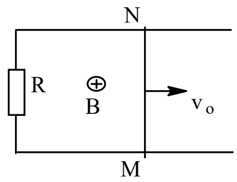


Nên $a = -\frac{B^2d^2v}{mR} \Leftrightarrow \frac{dv}{dt} = -\frac{B^2d^2}{mR}\frac{ds}{dt} \Leftrightarrow dv = -\frac{B^2d^2}{mR}ds$

Lấy tích phân hai vế : $\int_{v_0}^{0} dv = -\frac{B^2d^2}{mR}\int_{o}^{s} ds$

Ta được: $s = \frac{mRv_0}{B^2d^2}$

<u>Bài toán 6.</u>

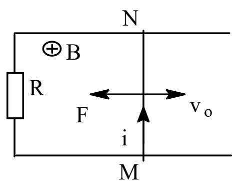


Dọc trên hai thanh kim loại đặt song song nằm ngang, khoảng cách giữa chúng là l, có một thanh trượt MN, khối lượng m có thể trượt không ma sát. Các thanh được nối với một điện trở R và đặt trong một từ trường đều có véc tơ cảm ứng từ $\vec{B}$ thẳng đứng vuông góc với mặt phẳng khung. Biết đoạn dây MN trượt với vận tốc đầu v_o như hình vẽ. Tìm biểu thức cường độ dòng điện I chạy qua R.

Giải.

MN chuyển động trong từ trường, cắt các đường cảm ứng từ, nên hai đầu của thanh xuất hiện một suất điện động cảm ứng E_C = Blv, do đó có dòng điện đi qua R đồng thời xuất hiện lực từ F = iBl cản trở chuyển động nên vận tốc của MN giảm về tới 0.

Có $I = \frac{E_C}{R} = \frac{Bvl}{R}$ => $F = \frac{B^2l^2v}{R}$



Theo định luật II Newton

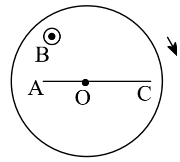
$a = -\frac{F}{m} \Leftrightarrow \frac{dv}{dt} = -\frac{B^2l^2v}{mR}$ => $\frac{dv}{v} = -\frac{B^2l^2}{mR}dt$

Lấy tích phân hai vế : $\int_{v_0}^{v} \frac{dv}{v} = -\frac{B^2l^2}{mR}\int_{0}^{t} dt \Leftrightarrow \ln v\Big|_{v_0}^{v} = -\frac{B^2l^2t}{mR}$

=> $v = v_0 \exp(-\frac{B^2 l^2 t}{mR})$

=> $I = \frac{Blv}{R} = I_0 \exp(-\frac{B^2 l^2 t}{mR})$ với $I_0 = \frac{Blv_0}{R}$

Bài toán 7. Trên đĩa cách điện nằm ngang, dọc theo bán kính của đĩa có gắn một thanh dẫn AC. Đĩa đặt trong từ trường đều có cảm ứng từ B = 10^{-2} T. Cho đĩa dao động điều hòa quanh trục đi qua O và vuông góc với đĩa theo quy luật φ = $\varphi_o$cosωt. Biết chiều dài AC = a + b. Xác định hiệu điện thế cực đại giữa hai đầu thanh AC. Áp dụng: $a = 0,5m,\ b = 1m, \varphi_0 = 0,6rad, \omega = 0,2rad/s.$

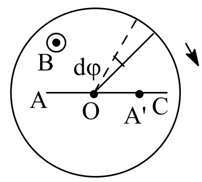


Giải.

Giải thích

Khi cho đĩa dao động, đoạn OA và OA' quét ngược nhau nên không gây ra suất điện động.

Diện tích thanh A'C quét được khi nó quay một góc dφ là:



$dS = \frac{ad\varphi + bd\varphi}{2}(b-a)$ (diện tích hình thang)

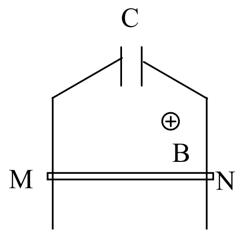
=> $dS = \frac{(b-a)}{2}(a+b)d\varphi$

=> $\frac{dS}{dt} = \frac{(b-a)}{2}(a+b)\frac{d\varphi}{dt} = \frac{(b^2-a^2)}{2}\omega\varphi_0(-\sin\omega t)$

$e_C = \left|\frac{d\Phi}{dt}\right| = B\left|\frac{dS}{dt}\right| = B\frac{(b^2-a^2)}{2}\omega\varphi_0 \sin\omega t$

Nên hiệu điện thế cực đại trên thanh AC là: $U_m = \frac{B\omega\varphi_0(b^2-a^2)}{2} = 4,5.10^{-4}V$

Bài toán 8.



Đầu trên của hai thanh kim loại song song, rất dài đặt dựng đứng nối với tụ C. Hiệu điện thế đánh thủng của tụ là U_b. Một từ trường đều cường độ B vuông góc với mặt phẳng hình vẽ. Một thanh kim loại MN khối lượng m, độ dài L. Tại thời điểm ban đầu t = 0, người ta truyền cho thanh MN vận tốc đầu v_o từ hai đầu thanh ray xuống dưới. Tìm thời gian trượt của thanh MN cho đến khi tụ điện bị đánh thủng. Bỏ qua điện trở của mạch.

Giải.

Vì bỏ qua điện trở và cảm ứng điện nên ta luôn có u = e_c = BLv

Điều kiện tụ bị đánh thủng là U_b = e_c = BLv

Theo định luật II Newton: ma = mg – $F_đ$ = mg – iBL (1)

Lại có dòng điện trong mạch là : $i=\frac{dq}{dt}=\frac{d(Cu)}{dt}=C\frac{du}{dt}=CBL\frac{dv}{dt}=CBLa$ (2)

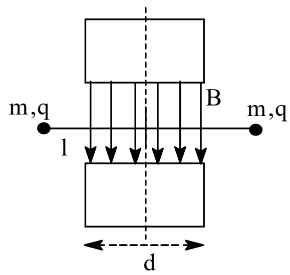
Từ (1) và (2) suy ra $a=\frac{mg}{m+CB^2L^2}=const$ nên thanh MN chuyển động nhanh dần đều

Ta có $v=v_0+at=v_0+\frac{mgt}{m+CB^2L^2}$

Khi tụ bị đánh thủng thì $v=\frac{U_b}{BL}=v_0+\frac{mgt}{m+CB^2L^2}\Rightarrow t=\frac{(\frac{U_b}{BL}-v_0)(m+CB^2L^2)}{mg}$

Với $v_0<\frac{U_b}{BL}$

<u>Bài toán 9.</u>



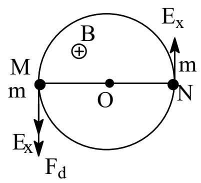
Một thanh nhẹ cách điện, nằm ngang, chiều dài l có thể quay quanh trục thẳng đứng đi qua trung điểm của thanh. Ở hai đầu thanh, người ta gắn hai quả cầu nhỏ, mỗi quả cầu có khối lượng m và mang điện tích q. Hệ được đặt vào trong một từ trường đều của một nam châm hình trụ có cảm ứng từ B. Đường kính của cực từ là d < l và trục của nó trùng với trục quay của thanh (hình vẽ). Cảm ứng từ giảm đều đến giá trị bằng không. Tìm vận tốc của các quả cầu và vận tốc góc của thanh ở thời điểm cảm ứng từ bằng không.

Giải.

Khi từ trường biến thiên theo thời gian nó sinh ra một điện trường xoáy có các đường sức bao quanh các đường cảm ứng từ. ($rot\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$). Điện trường xoáy tác dụng lực điện lên hai quả cầu gây ra momen ngẫu lực điện làm hai quả cầu quay quanh trục.Điện trường xoáy này đóng vai trò là lực lạ làm các electron di chuyển trên thanh.

Công của lực lạ : A = F.s = F.πl = qE*.πl   với E* là cường độ điện trường xoáy tại M, N

Theo định nghĩa suất điện động chính là tỉ số A/q.



Ta có : $e_c = \frac{A}{q} = \frac{qE^*\pi l}{q} = E^*\pi l$ => $E^* = \frac{e_c}{\pi l}$ (1)

Theo định nghĩa suất điện động cảm ứng :

$$e_c = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{\pi d^2}{4}\frac{dB}{dt} = -\frac{\pi d^2}{4}\frac{(0-B)}{(t_0-0)} = \frac{\pi d^2 B}{4t_0} \quad (2)$$

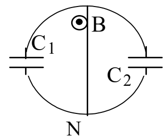
với t_o là thời gian để cảm ứng từ giảm từ B đến không.

Từ (1) và (2) ta có $E^* = \frac{d^2 B}{4lt_0}$

Gia tốc tiếp tuyến của mỗi quả cầu là : $a = \frac{F_d}{m} = \frac{qE^*}{m} = \frac{qd^2B}{4mlt_0} = const$ nên thanh chuyển động nhanh dần, vận tốc dài của mỗi quả cầu là $v = at_0 = \frac{qd^2B}{4ml}$

Và vận tốc góc của thanh : $\omega = \frac{v}{l/2} = \frac{qd^2B}{2ml^2}$

Bài toán 10.



Một vòng dây bán kính r có một dây nối dẫn điện MN đặt dọc theo đường kính. Mắc các tụ C_1 và C_2 vào nửa đường tròn bên trái và bên phải như hình vẽ. Vòng dây được đặt trong một từ trường biến thiên theo thời gian B(t) = kt. Tại một thời điểm nào đó, người ta lấy dây nối MN ra khỏi vòng dây và sau đó ngừng thay đổi từ trường. Tìm điện tích mỗi tụ sau khi cân bằng.

Giải.

Vòng dây tròn và đoạn MN tạo thành hai mạch MC_1N và MC_2N có cùng diện tích $S_1 = S_2 = 0,5\pi r^2$.

Từ thông qua mỗi mạch biến thiên theo thời gian: $\Phi_1 = \Phi_2 = \Phi = BS = 0,5\pi r^2 kt$

Suất điện động cảm ứng bằng hiệu điện thế trên mỗi tụ : $u = e_1 = e_2 = \Phi' = 0,5\pi r^2 k$

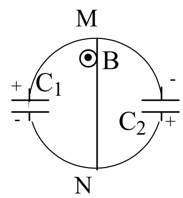
Xét tại thời điểm t điện tích được phân bố như hình vẽ, điện tích các bản tụ nối vào M:

$Q_1 = C_1u = 0,5C_1\pi r^2k$

$Q_2 = C_2u = - 0,5C_2\pi r^2k$

Khi bỏ dây MN đi ta được hai tụ ghép song song và đồng thời ngừng thay đổi từ trường (suất điện động cảm ứng bằng không), các điện tích được phân bố lại đến khi $U_1' = U_2'$ khi đó Q_1' và Q_2' là điện tích của các tụ sau khi bỏ dây MN đi.

Ta có: $\dfrac{Q_1'}{C_1} = \dfrac{Q_2'}{C_2}$ (1)



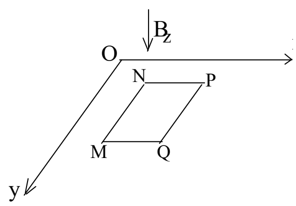
Định luật bảo toàn điện tích :

$$Q_1' + Q_2' = Q_1 + Q_2 = \frac{k\pi r^2}{2}(C_1 - C_2) \quad (2)$$

Kết hợp (1) và (2) ta được:

$$Q_1' = \frac{k\pi r^2 C_1(C_1 - C_2)}{2(C_1 + C_2)} \ ; \ Q_2' = \frac{k\pi r^2 C_2(C_1 - C_2)}{2(C_1 + C_2)}$$

<u>Bài toán 11.</u>



Trên mặt bàn phẳng nằm ngang nhẵn đặt một khung dây dẫn hình chữ nhật có các cạnh là MN=a và NP=b (hình vẽ). Khung được đặt trong một từ trường có thành phần của cảm ứng từ dọc theo trục Oz chỉ phụ thuộc vào tọa độ x theo quy luật : $B_z = B_o(1- \alpha x)$, trong đó B_o và α là các hằng số. Truyền cho khung một vận tốc v_o dọc theo trục Ox. Bỏ qua độ tự cảm của khung dây, hãy xác định khoảng cách mà khung dây đi được cho tới khi dừng lại hoàn toàn. Biết điện trở thuần của khung dây là R.

Giải.

Xét khung tại vị trí như hình vẽ. Ta có : $B_{MN} = B_o(1 - \alpha x)$ và $B_{PQ} = B_o(1 - \alpha(x + b))$

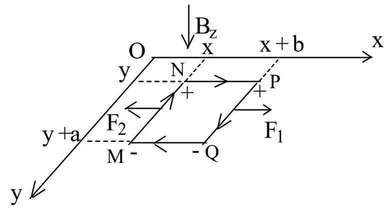
Suất điện động cảm ứng xuất hiện trên hai thanh MN và PQ là : $E_{MN} = B_{MN}.v.a$; $E_{PQ} = B_{PQ}.v.a$

Dòng điện chạy trong mạch có chiều như hình vẽ và có độ lớn bằng :

$$I = \frac{E_{MN} - E_{PQ}}{R} = \frac{v.a(B_{MN} - B_{PQ})}{R} = \frac{v.a.B_0.\alpha.b}{R}$$

Lực từ tác dụng lên hai thanh MN và PQ có chiều như hình vẽ và có độ lớn bằng :

$$F_1 = B_{PQ}.I.a = B_{PQ}\frac{B_0\alpha.ba^2.v}{R} \text{ và } F_2 = B_{MN}.I.a = B_{MN}\frac{B_0\alpha.ba^2.v}{R}$$



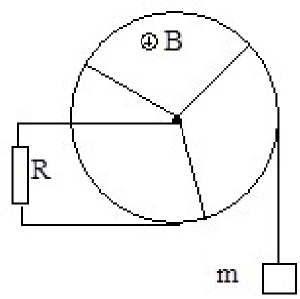
Áp dụng định luật II Newton cho khung theo trục Ox :

$$F_1 - F_2 = ma = m\frac{dv}{dt} \quad \Leftrightarrow m\frac{dv}{dt} = (B_{PQ} - B_{MN})\frac{B_0\alpha.ba^2.v}{R}$$

$$\Leftrightarrow \ mdv = -\frac{B_0^2\alpha^2b^2a^2v.dt}{R}$$

$$\Leftrightarrow \ vdt = \frac{dx}{dt}dt = -\frac{mR}{B_0^2\alpha^2b^2a^2}dv \Leftrightarrow dx = -\frac{mR}{B_0^2\alpha^2a^2b^2}dv$$

Lấy tích phân hai vế ta được độ dịch chuyển của khung dây là : $s = \frac{mRv_0}{B_0^2\alpha^2a^2b^2}$



<u>Bài toán 12.</u> Một vành kim loại có ba nan hoa kim loại có chiều dài r = 0,2m nằm trong mặt phẳng thẳng đứng có thể quay quanh trục cố định nằm ngang trong từ trường đều B = 0,5T. Véc tơ cảm ứng từ vuông góc với mặt phẳng của vành. Giữa trục quay và mép vành được nối với nhau qua một điện trở R = 0,15Ω nhờ hai tiếp điểm trượt. Quấn một sợi dây mảnh, nhẹ, không dãn vào vành còn đầu kia của dây treo một vật có khối lượng m = 20g. Ở thời điểm nào đó người ta thả vật. Bỏ qua mọi ma sát, điện trở của vành, các nan hoa và dây nối.

a. Tìm mômen lực tác dụng lên vành do lực từ khi vật chuyển động với vận tốc không đổi.

b. Tìm cường độ dòng điện chạy qua điện trở khi vận tốc của vật là 3m/s.

c. Tìm vận tốc lớn nhất của vật.

Giải.

a. Khi vật chuyển động đều thì mômen của lực từ tác dụng lên vành bằng mômen của trọng lực của vật m tác dụng lên vành.

M = mg.r = 0,02.10.0,2 = 0,04 (N.m)

b. Khi vật có vận tốc v thì vận tốc góc của vành là : $\omega = \frac{v}{r}$

Khi vành quay một góc dα thì nan hoa quét được diện tích $dS = \frac{r^2}{2}d\alpha$

Độ lớn của suất điện động cảm ứng xuất hiện trong vành là : $e = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{B.r^2.\frac{d\alpha}{2}}{dt} = \frac{Br^2\omega}{2} = \frac{Bvr}{2}$

Cường độ dòng điện chạy qua điện trở là : $I = \frac{e}{R} = \frac{Bvr}{2R} = \frac{0,5.3.0,2}{2.0,15} = 1A$.

c. Khi vận tốc của vật đạt lớn nhất thì độ giảm thế năng của vật sẽ chuyển thành nhiệt lượng tỏa ra trên R, ta có :

$$mgvdt = I^2Rdt = (\frac{Bvr}{2R})^2Rdt \Leftrightarrow mgv = \frac{B^2r^2}{4R}v^2$$

$$=> \quad v = \frac{4mgR}{B^2r^2} = 12(m/s)$$

<u>Bài toán 13.</u> Mặt phẳng của một vòng dây dẫn mảnh vuông góc với đường sức từ của một từ trường đều $\vec{B}$. Bán kính của vòng dây bằng a, độ tự cảm của nó tương ứng bằng L. Tính năng lượng tích trữ trên vòng dây, nếu ta lật nhanh vòng dây 180^o.

Giải.

a. Từ thông gửi qua vòng dây lúc đầu : $\Phi_1 = \pi a^2 B$ (Wb)

Từ thông gửi qua vòng dây lúc sau : $\Phi_2 = -\pi a^2 B$ (Wb)

Sau khi lật nhanh vòng dây, theo định luật Lentz, trong vòng dây xuất hiện dòng điện cảm ứng i sao cho từ thông toàn phần qua vòng dây có giá trị như trước khi lật :

$$Li - \pi a^2 B = \pi a^2 B \Rightarrow i = \frac{2\pi a^2 B}{L}$$

Cách 2: Có $e_{tc} = -L\frac{di}{dt} = -\frac{d\Phi}{dt} \to Ldi = d\Phi$

Tích phân 2 vế ta được: $Li = \Delta\Phi = 2\pi a^2 B \to i = \frac{2\pi a^2 B}{L}$

Trong vòng dây tồn tại năng lượng từ trường : $W_L = \frac{Li^2}{2}$

<u>Bài toán 14.</u> Một vòng dây bằng kim loại có khối lượng m, điện trở R và bán kính r quay xunh quanh một trục thẳng đứng đi qua đường kính trong một từ trường đều B nằm ngang. Vận tốc góc quay ban đầu bằng ω_o. Giả sử rằng độ biến thiên tương đối của vận tốc góc ($\Delta\omega/\omega$) trong một vòng quay là nhỏ.

a) Xác định năng lượng mất mát trung bình trong mỗi vòng quay do hiệu ứng Joule - Lentz.
b) Sau bao lâu thì vận tốc góc giảm đi e lần so với giá trị ban đầu.

Giải.

a) Từ thông qua khung dây ở thời điểm t là : $\Phi = BS.\cos(\omega t + \varphi) = B\pi r^2.\cos(\omega t + \varphi)$

Suất điện động cảm ứng trong khung: $e = -\frac{d\Phi}{dt} = -B\pi r^2\omega.\sin(\omega t + \varphi)$

Dòng điện cảm ứng trong khung: $i = \frac{e}{R} = -\frac{1}{R}B\pi r^2\omega.\sin(\omega t + \varphi)$

Trong một vòng quay, độ biến thiên tương đối $\Delta\omega/\omega$ của vận tốc góc là nhỏ, nên trong một vòng quay coi ω là không đổi. Nhiệt lượng tỏa ra trong một vòng quay khi vận tốc góc bằng ω là:

$$\Delta Q = \int_0^{2\pi/\omega} i^2 R dt = \int_0^{2\pi/\omega} \frac{B^2\pi^2 r^4\omega^2}{R}\sin^2(\omega t+\varphi)dt = \frac{B^2\pi^3 r^4\omega}{R}$$

b) Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng: độ biến thiên động năng bằng nhiệt lượng tỏa ra trong mạch:

$$-d\left(\frac{I.\omega^2}{2}\right) = i^2 R dt$$

$$\Leftrightarrow\ -I\omega d\omega = \frac{B^2\pi^2 r^4\omega^2}{R}\sin^2(\omega t+\varphi)dt$$

Lấy tích phân hai vế với chú ý ω = ω_o/e

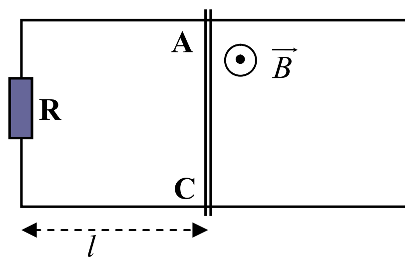
$$-I\int_{\omega_0}^{\omega_0/e}\frac{1}{\omega}d\omega = \frac{B^2\pi^2 r^4}{R}\int_0^t \sin^2(\omega t+\varphi)dt \quad \Leftrightarrow \quad I = \frac{B^2\pi^2 r^4}{2R}t$$

Trong đó I là mômen quán tính của khung dây đối với trục quay là đường kính có giá trị $I = \frac{mr^2}{2}$

Do đó thời gian để vận tốc góc giảm e lần so với giá trị ban đầu là : $t = \frac{mR}{(B\pi r)^2}$

Bài toán 15.

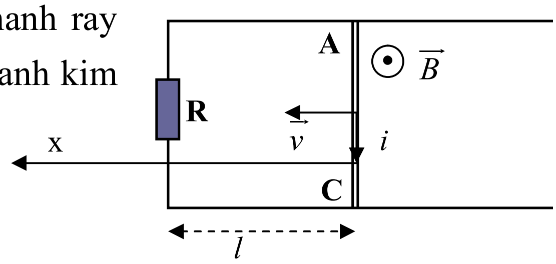
Thanh kim loại AC có khối lượng m có thể trượt trên hai thanh ray kim loại nằm ngang, song song nhau và cách nhau một đoạn *d*. Hai đầu thanh nối với điện trở thuần *R* (hình vẽ). Ban đầu thanh kim loại AC ở cách điện trở *R* một khoảng *l*. Thiết lập một từ trường $\overrightarrow{B}$ có các đường cảm ứng từ song song, cách đều, hướng thẳng đứng lên trên. Trong khoảng thời gian rất ngắn, độ lớn của cảm ứng từ tăng từ *0* đến B_0 và thanh AC đạt tới vận tốc v_0. Sau khi từ trường đạt đến B_0 thì giữ nguyên giá trị đó. Bỏ qua sự dịch chuyển của thanh trong quá trình thiết lập từ trường.



a. Tìm biểu thức liên hệ giữa B_0 và v_0?

b. Giả sử ma sát giữa thanh kim loại AC và hai thanh ray có thể bỏ. Tính quãng đường thanh AC đi được cho đến khi dừng lại.

c. Hệ số ma sát giữa thanh AC và mỗi thanh ray đều bằng μ. Khoảng cách cực tiểu giữa thanh kim loại AC và điện trở *R* bằng bao nhiêu?



Giải

Tại thời điểm cảm ứng từ có giá trị B (0 < B < B_0), từ thông gửi qua diện tích mạch kín: $\phi = Bld$

Suất điện động cảm ứng xuất hiện trong mạch có độ lớn $e = \frac{d\phi}{dt} = ld\frac{dB}{dt}$

Cường độ dòng điện cảm ứng: $i = \frac{e}{R} = \frac{ld}{R}\frac{dB}{dt}$

- Theo định luật Lenx, dòng cảm ứng có chiều như hình vẽ

- Theo quy tắc bàn tay trái lực từ sẽ phải vuông góc với thanh và có chiều từ phải sang trái

- Theo định luật II Newton: $F = Bid = m\frac{dv}{dt} \Leftrightarrow \frac{Bld^2}{R}\frac{dB}{dt} = m\frac{dv}{dt}$

$$\Leftrightarrow \frac{d}{dt}\left(\frac{B^2ld^2}{2mR} - v\right) = 0 \Rightarrow \frac{B^2ld^2}{2mR} - v = \text{const} = 0 \Rightarrow v = \frac{B^2ld^2}{2mR}$$

Khi B = B_0 thì $v = v_0 = \frac{B_0^2ld^2}{2mR}$

b) 1,0 điểm

Khi B = B_0 thanh sẽ bắt đầu chuyển động với vận tốc đầu v_0 về phía R

- Gọi v là vận tốc thanh ở thời điểm t. Dòng điện cảm ứng trong mạch: $i = \frac{E}{R} = \frac{B_0vd}{R}$

Lực từ tác dụng lên thanh $F = B_0id = \frac{B_0^2d^2}{R}v$

Theo định luật Lenx, $\vec{F}$ ngược hướng với $\overrightarrow{v_0}$

- Phương trình ĐLH : $-F = m\dfrac{dv}{dt} \Leftrightarrow -\dfrac{B_0^2 d^2}{R}v = m\dfrac{dv}{dt} \Rightarrow ds = vdt = -\dfrac{mR}{B_0^2 d^2}dv$

-Quãng đường thanh đi được cho đến khi dừng lại:

$$s = \int_0^s ds = -\int_{v_0}^{0} \frac{mR}{B_0^2 l^2}dv = \frac{mR}{B_0^2 d^2}v_0 = \frac{l}{2}$$

c)

Phương trình ĐLH: $-F - F_{ms} = m\dfrac{dv}{dt} \Leftrightarrow -\dfrac{B_0^2 d^2}{R}v - \mu mg = m\dfrac{dv}{dt}$

$$\Leftrightarrow \int_{v_0}^{v} \frac{dv}{v + \dfrac{\mu mgR}{B_0^2 d^2}} = -\int_0^t \frac{B_0^2 d^2}{mR}dt$$

- Đặt $\tau = \dfrac{mR}{B_0^2 d^2} \Rightarrow \displaystyle\int_{v_0}^{v} \frac{dv}{v + \mu g\tau} = -\int_0^t \frac{dt}{\tau}$

Thực hiện phép lấy tích phân tìm được : $v = (v_0 + \mu g\tau)e^{-\frac{t}{\tau}} - \mu g\tau$

- Từ điều kiện v = 0, tìm thời điểm vật dừng lại:

$$(v_0 + \mu g\tau)e^{-\frac{t}{\tau}} - \mu g\tau = 0 \Rightarrow t = t_1 = \tau \ln\left(1 + \frac{v_0}{\mu g\tau}\right)$$

- Quãng đường thanh đi được: $s = \displaystyle\int_0^{t_1} vdt = \int_0^{t_1}\left((v_0 + \mu g\tau)e^{-\frac{t}{\tau}} - \mu g\tau\right)dt$

Thực hiện phép lấy tích phân được :

$$s = \tau(v_0 + \mu g\tau)\left(1 - e^{-\frac{t_1}{\tau}}\right) - \mu g\tau t_1 = (v_0 - \mu g t_1)\tau$$

Cuối cùng: $l_{\min} = l - \left(v_0 - \mu g\tau \ln\left(1 + \dfrac{v_0}{\mu g\tau}\right)\right)\tau$

Bài toán 16.

Trên mặt bàn nằm ngang không dẫn điện có đặt một vòng dây mảnh bằng kim loại có khối lượng m và bán kính a. Vòng ở trong một từ trường đều nằm ngang có cảm ứng từ $\vec{B}$. Xác định cường độ dòng điện cần phải cho đi qua vòng kim loại để nó bắt đầu được nâng lên.

Giải.

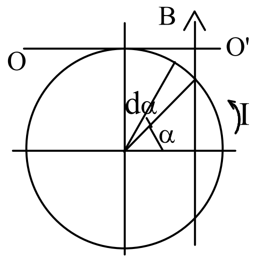
Giả sử cảm ứng từ có hướng như trên hình vẽ, còn dòng điện I đi

qua vòng kim loại ngược chiều kim đồng hồ.

Xét một phần tử vô cùng nhỏ *dl* kẹp giữa hai bán kính véc tơ

được dựng dưới các góc α và α + dα, trong đó góc dα là góc vô cùng nhỏ. Chiều dài của phần tử này là *dl* = adα.

Lực Ampe tác dụng lên phần tử này khi có dòng điện I chạy qua có hướng vuông góc mặt phẳng hình vẽ (cũng được coi là mặt phẳng nằm ngang) và đi vào phía sau mặt giấy.



Độ lớn của lực này bằng :dF = BIdlsinα = IBasinαdα

Như thấy rõ từ hình vẽ, tại các góc từ 0 < α < π lực Ămpe trang giấy, còn tại các góc π < α < 2π thì lực Ămpe lại đi ra ngoài phía trang giấy. Do đó, trên vòng kim loại tác dụng một

mômen lực nâng đối với trục OO’ và mômen cản của trọng lực.

Khi tăng cường độ dòng điện I thì mômen của lực Ămpe tăng và tại một giá trị giới hạn I_{gh} của dòng điện thì mômen lực này sẽ so được với mômen trọng lực và vòng kim loại sẽ bắt đầu được nâng lên, bằng cách quay xung quanh trục OO’.

Bây giờ ta tính mômen lực Ămpe tác dụng lên phần tử dl đối với trục OO’ :

$dM_A = -dF(a - asin\alpha) = IBa^2(sin\alpha - 1)\sin\alpha d\alpha.$

Suy ra mômen lực Ampere toàn phần tác dụng lên toàn vòng kim loại bằng:

$$M_A = \int_0^{2\pi} \mathrm{IBa}^2(\sin\alpha - 1)\sin\alpha d\alpha = \pi IBa^2$$

Mômen trọng lực tác dụng lên vòng kim loại đối với trục OO' :

$$M_P = -mga$$

Vòng bắt đầu được nâng lên khi mômen lực tổng cộng bằng 0.

$$pI_{gh}Ba^2 - mga = 0$$

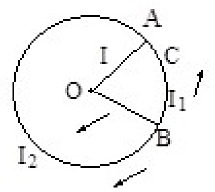
Cường độ dòng điện phải đi qua vòng để vòng kim loại bắt đầu được nâng lên là: $I_{gh} = \frac{mg}{\pi Ba}$

Bài toán 17.

Một vòng dây dẫn đường kính d được đặt trong một từ trường đều có cảm ứng từ $\vec{B}$ song song với trục của vòng dây. Hai thanh kim loại mảnh có một đầu gắn với trục đi qua tâm O của vòng dây và vuông góc với mặt phẳng vòng dây, cả hai thanh đều tiếp xúc điện với vòng dây và tiếp xúc điện với nhau tại O.

a. Ban đầu hai thanh sát vào nhau, sau đó một thanh đứng yên còn thanh kia quay quanh O với vận tốc ω. Tính cường độ dòng điện qua hai thanh và qua vòng dây sau thời gian t. Cho biết điện trở của mỗi đơn vị dài của thanh kim loại và của vòng dây dẫn là r.

b. Bây giờ cho cả hai thanh quay với vận tốc ω_1 và ω_2 ($\omega_1 > \omega_2$).



Tìm hiệu điện thế giữa hai đầu mỗi thanh. Xét hai trường hợp:

- Hai thanh quay cùng chiều.
- Hai thanh quay ngược chiều.

Giải.

Trước hết ta tính độ lớn của suất điện động xuất hiện trên một thanh kim loại quay trong mặt phẳng vuông góc với từ trường : $\xi = \frac{d\Phi}{dt} = B\frac{dS}{dt}$ với dS là diện tích mà thanh quét được trong thời gian dt. Gọi ω là vận tốc góc của thanh và l là chiều dài của thanh. Trong khoảng thời gian dt thanh quay được góc dφ = ωdt và quét được một diện tích: $dS = \frac{\pi l^2}{2\pi}d\varphi = \frac{l^2\omega dt}{2}$

Từ đó $\xi = B\frac{dS}{dt} = \frac{Bl^2\omega}{2}$

a. Giả sử thanh OA đứng yên còn thanh OB quay với vận tốc góc ω .Suất điện động cảm ứng xuất hiện trên thanh OB (và trên đoạn mạch BOA) bằng:

$\xi = \frac{BR^2\omega}{2} = \frac{Bd^2\omega}{8}$ (OB = R = d /2)

Hai đoạn mạch BCA (BCA = l_1) và BDA (BDA = l_2, $l_1 + l_2 = \pi d$) mắc song song với nhau, có các dòng điện I_1 , I_2 chạy qua. Kí hiệu I là dòng điện chạy qua hai thanh, áp dụng định luật Ohm ta có:

$U_{AB} = I_1R_1 = I_1(l_1r) = I_2(l_2r)$

$U_{AB} = \xi$ - I.dr

Và $I = I_1 + I_2$

Với $l_1 = 0,5d\omega t$, $l_2 = \pi d - l_1 = \pi d - 0,5d\omega t$

Từ đó tìm được : $I = \dfrac{Bd\omega}{4(2+\omega t - \dfrac{\omega^2 t^2}{2\pi})r}$, $I_1 = \dfrac{(1-\dfrac{\omega t}{2\pi})Bd\omega}{4(2+\omega t - \dfrac{\omega^2 t^2}{2\pi})r}$ và $I_2 = \dfrac{Bd\omega^2 t}{8\pi(2+\omega t - \dfrac{\omega^2 t^2}{2\pi})r}$

b. Ở hai thanh có xuất hiện 2 suất điện động cảm ứng:

$\xi_1 = \frac{B\omega_1 d^2}{8}$; $\xi_2 = \frac{B\omega_2 d^2}{8}$

Hai nguồn điện tương đương ξ_1 và ξ_2 mắc xung đối, bộ nguồn có suất điện động:

$\xi = \xi_1 - \xi_2 = \frac{Bd^2}{8}(\omega_1 - \omega_2)$ vì $\omega_1 > \omega_2$

Hai đoạn mạch BCA (BCA = l_1) và BDA (BDA = l_2, $l_1 + l_2 = \pi d$) mắc song song với nhau, có các dòng điện I_1 , I_2 chạy qua. Kí hiệu I là dòng điện chạy qua hai thanh, áp dụng định luật Ohm ta có:

$U_{AB} = I_1R_1 = I_1(l_1r) = I_2(l_2r)$

$U_{AB} = \xi$ - I.dr

Và $I = I_1 + I_2$

Với $l_1 = 0,5d\omega_o t$, $l_2 = \pi d - l_1 = \pi d - 0,5d\omega_o t$ với $\omega_o = \omega_1 - \omega_2$

Từ đó tìm được : $I = \dfrac{Bd\omega_0}{4(2+\omega_0 t - \dfrac{\omega_0^{\,2}t^2}{2\pi})r}$, $I_1 = \dfrac{(1-\dfrac{\omega_0 t}{2\pi})Bd\omega_0}{4(2+\omega_0 t - \dfrac{\omega_0^{\,2}t^2}{2\pi})r}$ và

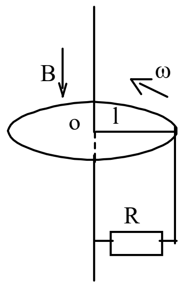
$$I_2 = \frac{Bd\omega_0^{\,2}t}{8\pi(2+\omega_0 t - \dfrac{\omega_0^{\,2}t^2}{2\pi})r}$$

Hiệu điện thế ở hai đầu mỗi thanh:

$$U_1 = \xi_1 - I\frac{rd}{2};\ U_2 = \xi_2 - I\frac{rd}{2}$$

Trường hợp hai thanh quay ngược chiều cho kết quả tương tự, chỉ khác $\omega_o = \omega_1 - \omega_2$

<u>Bài toán 18.</u>



Một thanh kim loại có chiều dài *l* nằm ngang, có thể quay quanh trục thẳng đứng đi qua một đầu. Đầu kia của thanh được tựa trên một vòng dây dẫn nằm ngang có bán kính *l*. Vòng dây được nối với trục quay (dẫn điện) qua một điện trở thuần R. Hệ được đặt trong một từ trường đều hướng thẳng đứng xuống dưới. Hỏi lực nhỏ nhất cần thiết phải tác dụng vào thanh để nó quay với vận tốc góc không đổi ω. Bỏ qua điện trở của vòng, trục quay, các dây nối và ma sát. Áp dụng số: B = 0,8T, *l* = 0,5m, ω = 10rad/s, R=1Ω.

Giải.

Xét khi thanh quay được một góc nhỏ dα, diện tích nó quét được là: $dS = \dfrac{l^2}{2}d\alpha$

Suất điện động cảm ứng xuất hiện trên thanh: $e = -\dfrac{d\Phi}{dt} = -B\dfrac{dS}{dt} = -\dfrac{Bl^2}{2}\dfrac{d\alpha}{dt} = -\dfrac{Bl^2\omega}{2}$

Công suất tỏa nhiệt trên R (chính là công suất của mômen cản chuyển động quay của thanh): $P = \dfrac{e^2}{R} = \dfrac{B^2l^4\omega^2}{4R}$

Để thanh quay đều thì mômen lực tác dụng lên thanh phải bằng mômen cản: M = M_c

Mặt khác: $P = M_c \dfrac{d\alpha}{dt} = M_c\omega$

Suy ra $M = \dfrac{P}{\omega} = \dfrac{B^2 l^4 \omega}{4R}$

Lực cần thiết tác dụng lên thanh là nhỏ nhất khi lực đó được đặt vào đầu A của thanh (OA = l):

$$F_{\min} = \frac{M}{l} = \frac{B^2 l^3 \omega}{4R} = \frac{0,2}{R}$$

<u>Bài toán 19.</u>

Một khung dây hình vuông làm từ dây kim loại có đường kính d_o, đặt gần một dây dẫn thẳng dài mang dòng điện I_o sao cho dây nằm trong mặt phẳng khung và song song với hai cạnh của khung. Nếu ngắt dòng điện thì khung thu được xung lượng là P_o. Khung dây sẽ thu được xung lượng là bao nhiêu nếu dòng điện ban đầu trong dây là $3I_o$ và đường kính của dây làm khung là $2d_o$.

Giải.

Gọi I(t) và i(t) là cường độ dòng điện trong dây và trong khung ở một thời điểm t bất kì. Từ thông qua khung $\Phi(t) \sim I(t)$

Mà $i(t) = \dfrac{e_c}{R} = -\dfrac{1}{R}\dfrac{d\Phi(t)}{dt}$ với R là điện trở của khung và $R = \rho\dfrac{l}{S} = \rho\dfrac{4l}{\pi d^2} \sim \dfrac{1}{d^2}$.

Nên $i(t) \sim d^2 \dfrac{dI(t)}{dt}$

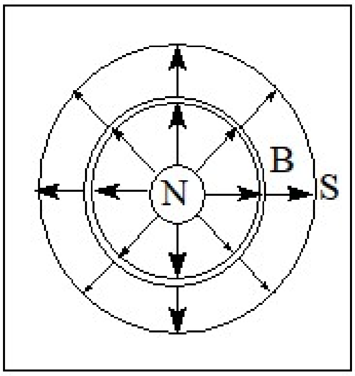
⇨ lực từ tác dụng lên khung: $F \sim I(t).i(t) \sim d^2 \dfrac{I(t)dI(t)}{dt}$

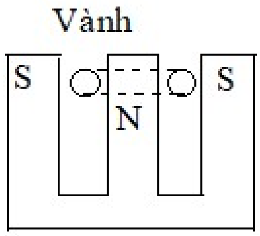
Xung lượng khung nhận được:

$$P = \int_0^P F dt \sim d^2 \int_I^0 I(t)dI(t) \sim d^2 \frac{I^2(t)}{2}$$

Suy ra $\dfrac{P}{P_0} = \dfrac{I^2 d^2}{I_0^2 d_0^2} = \dfrac{9I_0^2 4d_0^2}{I_0^2 d_0^2} = 36 \Rightarrow P = 36P_0$

Bài toán 20.





Một vành kim loại bán kính r, tiết diện ngang S ($S << r^2$), khối lượng riêng là d, điện trở suất ρ. Ban đầu vành nằm ngang rơi vào từ trường có tính đối xứng trục B như hình vẽ. (Trục của vành trùng với trục đối xứng của từ trường).Tại một thời điểm nào đó, vận tốc của vành là v.

a. Hãy tìm biểu thức dòng điện cảm ứng trong vành.

b. Tìm biểu thức gia tốc, vận tốc của vành. Nhận xét về độ lớn vận tốc? Giả thiết độ cao của miền từ trường là đủ lớn.

Giải.

a) Gọi B là độ lớn của cảm ứng từ tại điểm cách trục đối xứng của từ trường một khoảng r. Tại mỗi điểm của vành kim loại, cảm ứng từ đều có trị số bằng B. Xét một phần tử chiều dài Δl của vành. Tại thời điểm t mà vận tốc của vành là v thì suất điện động xuất hiện ở Δl có độ lớn là $\Delta e = Bv\Delta l$.

Nên suất điện động của cả vành là $e = \sum \Delta e = \sum Bv\Delta l = Bv2\pi r$

Dòng điện cảm ứng trong vành là :

$$I = \frac{e}{R} = \frac{2\pi rBv}{R} \quad \text{với} \quad R = \rho\frac{l}{S} = \rho\frac{2\pi r}{S}$$

Từ đó tìm được : $I = \dfrac{BSv}{\rho}$ (1)

b) Do có dòng điện chạy qua, phần tử Δl của vành chịu tác dụng của lực điện từ ΔF, lực này hướng vuông góc với mặt phẳng của vành và có độ lớn $\Delta F = BI\Delta l$

lực điện từ tổng hợp F tác dụng lên vành có hướng vuông góc với mặt phẳng của vành và có độ lớn:

$$F = \sum F = BI\sum \Delta l = BI2\pi r \quad => \quad F = 2\pi r\frac{SB^2 v}{\rho}$$

Theo định luật Lentz, lực F chống lại sự rơi của vành, nghĩa là F có hướng lên trên ngược hướng của trọng lực P tác dụng lên vành.

Định luật II Newton có: $mg - F = ma \Rightarrow a = g - \frac{F}{m}$ với m = 2πrS.d

=> $a = g - \frac{B^2 v}{\rho d}$

Ta lại có : $a = \frac{dv}{dt} = g - \frac{B^2 v}{\rho d} \Leftrightarrow \frac{dv}{g - \frac{B^2 v}{\rho d}} = dt$ (2)

Lấy tích phân hai vế với chú ý khi t = 0 thì v = 0

$$\int_0^t dt = \int_0^v \frac{dv}{g - \frac{B^2 v}{\rho d}} \Leftrightarrow t = -\frac{\rho d}{B^2}\int_g^{g-\frac{B^2 v}{\rho d}} \frac{dx}{x} = -\frac{\rho d}{B^2}\ln\frac{g - \frac{B^2 v}{\rho d}}{g} = -\frac{\rho d}{B^2}\ln(1 - \frac{B^2 v}{\rho dg})$$

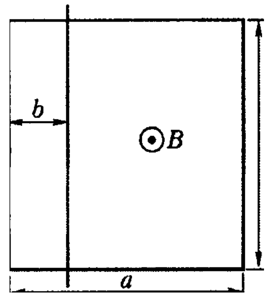
$$\Leftrightarrow v = \frac{\rho dg}{B^2}(1 - e^{\frac{-B^2 t}{\rho d}}) \ (3)$$

Từ (2) và (3) ta thấy rằng a giảm dần và v tăng dần. Khi vành rơi xuống và sau một thời gian đủ lớn kể từ khi bắt đầu rơi ($t \to \infty$) thì a = 0 và kể từ đó vành rơi đều với vận tốc: $v_0 = \frac{\rho dg}{B^2}$

Bài toán 21.

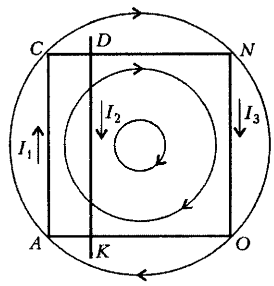
Trên mặt bàn nằm ngang gắn một khung dây dẫn mảnh hình vuông cạnh a (H. 6). Trên khung nằm ngang đặt một thanh có khối lượng M sao cho cạnh của thanh song song với cạnh bên của khung và cách cạnh này một khoảng b = a/4. Khung và thanh được làm từ cùng một loại dây dẫn có điện trở trên một đơn vị dài là ρ. Tại một thời điểm nào đó người ta bật một từ trường có vectơ cảm ứng từ vuông góc với mặt

Hình6



phẳng khung. Hỏi thanh chuyển động với vận tốc bằng bao nhiêu sau thời gian thiết lập từ trường, nếu giá trị của cảm ứng từ sau khi từ trường đã ổn định bằng B_0? Bỏ qua sự dịch chuyển của thanh sau khi từ trường đã ổn định và ma sát giữa trục và khung.

Giải:



Hình7

Trong khoảng thời gian thiết lập từ trường, xét một thời điểm t nào đó, khi cảm ứng từ bằng B(t). Tại thời điểm đó, từ thông gửi qua mạch kín ACDK (xem H.7) bằng $\Phi_1 = B(t)ab$ và gửi qua mạch kín DNOK bằng $\Phi_2 = B(t)a(a-b)$. Do từ trường biến thiên theo thời gian, nên các từ thông trên cũng biến thiên, do đó xuất hiện một điện trường xoáy. Nếu từ trường đối xứng đối với trục vuông góc với mặt phẳng khung và đi qua tâm khung, thì các đường sức của điện trường xoáy sẽ có dạng là những vòng tròn đồng tâm nằm trong mặt phẳng khung (xem H.7). Công do điện trường xoáy thực hiện làm dịch chuyển một điện tích dương theo một mạch kín (như mạch AVDK, chẳng hạn), như đã biết, có trị số đúng bằng s.đ.đ. cảm ứng E_c xuất hiện trong mạch và theo định luật Faraday về cảm ứng điện từ, ta có thể tính được s.đ.đ. E_c qua vận tốc biến thiên từ thông gửi qua mạch đó. Đối với mạch ACDK, ta có:

$$E_{c1} = -\frac{d\Phi_1}{dt} = -ab\frac{dB(t)}{dt} = -\frac{a^2}{4}\frac{dB(t)}{dt}$$

Tương tự, đối với mạch DNOK:

$$E_{c2} = -\frac{d\Phi_2}{dt} = -a(a-b)\frac{dB(t)}{dt} = -\frac{3a^2}{4}\frac{dB(t)}{dt}.$$

Giả sử tại thời điểm đang xét các dòng điện đi qua các dây dẫn như được chỉ ra trên hình 7. áp dụng định luật Kirchhoff cho mạch ACDK, ta được:

$$\frac{a^2}{4}\frac{dB(t)}{dt} = I_1\rho a + I_1.2\rho b + I_2\rho a = \frac{3}{2}\rho a I_1 + \rho a I_2 .$$

Tương tự đối với mạch DNOK, ta có:

$$\frac{3a^2}{4}\frac{dB(t)}{dt} = 2\rho(a-b)I_3 + \rho a I_3 - \rho a I_2 = \frac{5}{2}\rho a I_3 - \rho a I_2 .$$

Tại điểm nút D ta có: $I_2 + I_3 = I_1$.

Giải ba phương trình trên, ta tìm được: $I_2 = -\frac{2a}{31\rho}.\frac{dB(t)}{dt}$.

Dấu trừ ở công thức trên có nghĩa là chúng ta đã giả thiết không đúng chiều của dòng điện qua thanh, đúng ra nó phải đi từ K đến D.

Do có dòng điện đi qua, nên thanh DK chịu tác dụng của lực Ampe có hướng đi vào phía tâm khung và có độ lớn bằng:

$$F_A(t) = -I_2 aB(t) = \frac{2a^2}{31\rho}B(t)\frac{dB(t)}{dt} = \frac{a^2}{31\rho}\frac{dB^2(t)}{dt}$$

Sau thời gian xác lập từ trường thanh chịu tác dụng của một xung lực bằng;

$$\int_0^\infty F_A dt = \int_0^{B_0}\frac{a^2}{31\rho}dB^2(t) = \frac{a^2B_0^2}{31\rho}.$$

Xung lực này gây ra một độ biến thiên động lượng của thanh bằng: $\frac{a^2B_0^2}{31\rho} = Mv$

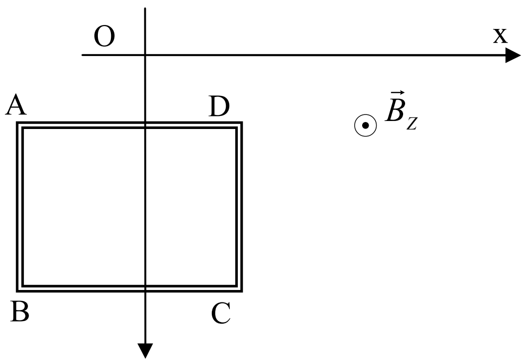
Từ đây ta tìm được vận tốc của thanh: $v = \frac{a^2B_0^2}{31M\rho}$.

Bài 22.

Một khung dây dẫn hình vuông chuyển động dọc theo trục x với vận tốc v_0 đi vào một bán không gian vô hạn (x>0) trong đó có một từ trường không đều hướng theo trục z: $B_z(x) = B_0(1 + \alpha x)$ với B_0 là hằng số dương. Biết rằng hai cạnh của khung song song với trục x, còn mặt phẳng của khung luôn vuông góc với trục z. Hỏi khung đã thâm nhập vào không gian có từ trường một khoảng cách bằng bao nhiêu, nếu khối lượng của khung là m, chiều dài cạnh của khung là b và biết rằng vào thời điểm khi các đường sức từ xuyên qua toàn bộ mặt phẳng của khung, trong khung toả ra lượng nhiệt đúng bằng nhiệt lượng mà khung toả ra trong chuyển động tiếp sau đó cho tới khi dừng hẳn. Tính điện trở của khung. Bỏ qua hệ số tự cảm của khung và coi $\alpha b \ll 1$.

Giải

Xét thời điểm cạnh CD có toạ độ là x và khung đang thâm nhập vùng từ trường. Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng, nhiệt lượng toả ra trong khung bằng độ biến thiên động năng của khung:



$$dQ = \frac{m}{2}v^2 - \frac{m}{2}(v+dv)^2 \Rightarrow dQ = -mvdv$$

(1)

Suất điện động cảm ứng xuất hiện trên cạnh CD là:

$$E = B_{CD}bv = B_0(1+\alpha x)bv$$

$$\Rightarrow I = \frac{E}{R} \Rightarrow dQ = I^2Rdt = \frac{B_0^2(1+\alpha x)^2 b^2 v^2 dt}{R} \approx \frac{B_0^2(1+2\alpha x)b^2v^2dt}{R} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có:

$$-Rmvdv = B_0^2(1+2\alpha x)b^2v^2dt$$

$$\Rightarrow -Rmdv = B_0^2(1+2\alpha x)b^2dx \quad (3)$$

Gọi v_1 là vận tốc của khung khi bắt đầu khung nằm trọn trong từ trường ta có:

$$\frac{mv_0^2}{2} - Q = \frac{mv_1^2}{2} \text{ trong đó } Q = \frac{mv_0^2}{4} \Rightarrow v_1 = \frac{v_0}{\sqrt{2}}$$

Tích phân 2 vế phương trình (3) ta có:

$$-\int_{v_0}^{v_1} Rmdv = \int_0^b B_0^2(1+2\alpha x)b^2dx$$

$$\Leftrightarrow Rm(v_1 - v_0) = B_0^2b^2(b+\alpha b) = B_0^2b^3(1+\alpha b) \approx B_0^2b^3$$

$$\Rightarrow R = \frac{\sqrt{2}B_0^2b^3}{mv_0(\sqrt{2}-1)} = \frac{(\sqrt{2}+2)B_0^2b^3}{mv_0} \quad (*)$$

Khi khung đã vào hẳn trong từ trường, cường độ dòng điện trong khung là:

$$I=\frac{E_{CD}-E_{AB}}{R}=\frac{B_0vb[1+\alpha(x+b)-(1+\alpha x)]}{R}=\frac{B_0b^2\alpha v}{R}$$

Xét trong khoảng thời gian nhỏ dt: $dQ=I^2Rdt$

$$\Leftrightarrow dQ=\frac{B_0^2b^4\alpha^2v^2dt}{R}=\frac{B_0^2b^4\alpha^2v\ dx}{R} \qquad (4)$$

Tích phân 2 vế phương trình (4) và thay R ở (*) vào ta được: $s_1=\frac{(\sqrt{2}+1)}{\alpha^2b}$

Khung đã vào trong từ trường được một đoạn là:

$$s=s_1+b=\frac{\sqrt{2}+1+\alpha^2b^2}{\alpha^2b}\approx\frac{\sqrt{2}+1}{\alpha^2b}$$

Vậy $s=\frac{\sqrt{2}+1}{\alpha^2b}$ và $\Rightarrow R=\frac{(\sqrt{2}+2)B_0^2b^3}{mv_0}$

Bài toán 23.

Một khung dây dẫn hình vuông MNPQ có khối lượng m, cạnh là b đặt trên bàn nằm ngang nhẵn. Khung chuyển động dọc theo trục Ox với vận tốc $\vec{v}_0$ đi vào một nửa không gian vô hạn ($x>0$) trong đó có một từ trường luôn hướng theo trục Oz, từ trường chỉ biến thiên theo trục Ox với quy luật $B(x)=B_0(1+\alpha x)$ với B_0 là hằng số dương. Biết rằng hai cạnh MN và PQ song song với trục Ox, còn mặt phẳng của khung luôn vuông góc với trục Oz. Biết vào thời điểm toàn bộ khung cắt các đường sức từ, trong khung tỏa ra nhiệt lượng đúng bằng nhiệt lượng mà khung toả ra trong chuyển động tiếp theo sau đó cho đến khi dừng hẳn. Bỏ qua độ tự cảm của khung và coi $\alpha b<<1$.

1. Tính điện trở R của khung.

2. Tính quãng đường mà khung đi được ở trong vùng có từ trường.

Giải

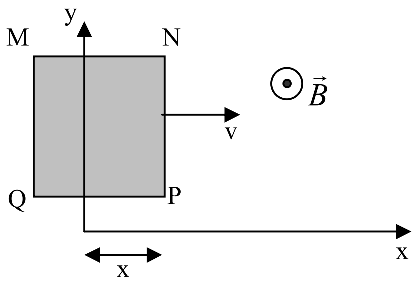
Xét tại thời điểm t khung đang tiến vào vùng có từ trường và cạnh NP có tọa độ x và vận tốc v

Suất điện động xuất hiện trên cạnh NP là:

$$e = B_{NP}.v.b = B_0(1+\alpha x)bv$$

Trong khung có dòng điện:

$$i = \frac{e}{R} = \frac{B_0(1+\alpha x)bv}{R}$$



Nhiệt lượng tỏa ra trong khung từ thời điểm t đến thời điểm t + dt là:

$$dQ = i^2Rdt = \frac{B_0^2(1+\alpha x)^2b^2v^2dt}{R} \approx \frac{B_0^2(1+2\alpha x)b^2v^2dt}{R} \qquad (1)$$

Mặt khác theo định luật bảo toàn năng lượng thì nhiệt lượng tỏa ra của khung = biến thiên động năng của khung

$$dQ = \frac{mv^2}{2} - \frac{m(v+dv)^2}{2} \Rightarrow dQ = -mvdv \qquad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra:

$$B_0^2(1+2\alpha x)b^2vdt = -Rmdv \qquad B_0^2(1+2\alpha x)b^2.dx = -Rmdv \qquad (3)$$

Gọi v_1 là vận tốc của khung khi nó bắt đầu nằm trọn trong vùng có từ trường. Theo định luật bảo toàn năng lượng: $\frac{mv_0^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = Q$

Kể từ giai đoạn trên cho đến khi dừng lại, theo định luật bảo toàn năng lượng: $\frac{mv_1^2}{2} - 0 = Q' = Q$.

Suy ra: $v_1 = \frac{v_0}{\sqrt{2}}$

Tích phân 2 vế của pt (3):

$$\int_0^b B_0^2(1+2\alpha x)b^2.dx = -\int_{v_0}^{v_1} Rmdv$$

$$\Rightarrow B_0^2b^3(1+\alpha b) = Rm(v_0 - v_1) \to R = \frac{B_0^2b^3(1+\alpha b)}{mv_0\left(1-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)}$$

Gọi s_1 là quãng đường khung đi được kể từ thời điểm toàn bộ khung bắt đầu nằm trong vùng có từ trường.

Khi khung đã nằm trọn trong vùng có từ trường thì dòng điện trong khung là:

$$i=\frac{e_{NP}-e_{MQ}}{R}=\frac{B_0vb\left[1+\alpha(x+b)-(1+\alpha x)\right]}{R}=\frac{B_0b^2\alpha v}{R}$$

Tương tự như trên:

$$dQ=i^2Rdt=-mvdv$$

$$\frac{B_0^2b^4\alpha^2v^2}{R}dt=-mvdv\Rightarrow B_0^2b^4\alpha^2dx=-Rmdv$$

Lấy tích phân 2 vế:

$$\int_b^{b+s_1}B_0^2b^4\alpha^2dx=-\int_{v_1}^0Rmdv$$

$$B_0^2b^4\alpha^2s_1=Rmv_1=\frac{Rmv_0}{\sqrt{2}}$$

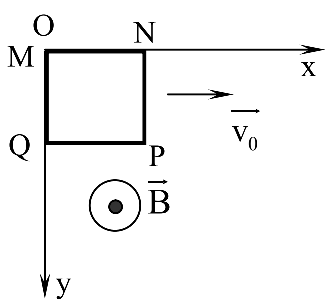
$$\Rightarrow s_1=\frac{Rmv_0}{B_0^2b^4\alpha^2\sqrt{2}}$$

Thay R ở câu a) vào và biến đổi ta được:

$$s_1=\frac{(1+\alpha b)}{b\alpha^2\left(\sqrt{2}-1\right)}$$

Quãng đường cần tìm = $b+s_1=b+\dfrac{(1+\alpha b)}{b\alpha^2\left(\sqrt{2}-1\right)}$

Bài toán 24.



Một khung dây dẫn hình vuông MNPQ có chiều dài mỗi cạnh là a ; khung dây có điện trở R, khối lượng m. Ban đầu khung dây ở vị trí như hình vẽ, truyền cho khung dây một vận tốc ban đầu $\vec{v}_0$ theo phương ngang. Khung dây chuyển động cắt các đường cảm ứng từ trong một từ trường có các đường cảm ứng từ vuông góc với mặt phẳng khung dây như hình vẽ. Cảm ứng từ của từ trường phụ thuộc vào tọa độ y theo quy luật $B=B_0(1+ky)$, với B_0 , k là các hằng số dương. Bỏ qua ma sát và lực cản môi trường, trong quá trình chuyển động khung dây không thay đổi hình dạng và luôn chuyển động trong mặt phẳng thẳng đứng. Viết phương trình biểu diễn sự phụ thuộc của thành phần vận tốc v_y(thành phần vận tốc theo trục Oy) của khung dây theo thời gian t, vẽ đồ thị biểu diễn phương trình đó và nêu nhận xét về quá trình chuyển động của khung dây. Cho gia tốc rơi tự do là g.

Giải

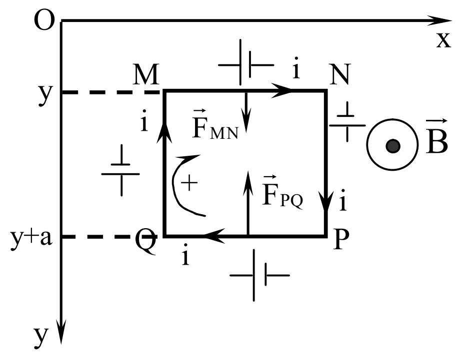
Xét tại thời điểm t bất kì, cạnh MN ở vị trí có tọa độ y, thành phần vận tốc của khung theo trục Oy là v_y.

- Áp dụng quy tắc bàn tay phải ta xác định được chiều của các suất điện động cảm ứng trong mỗi cạnh của khung dây như hình vẽ.

+ Xét chuyển động của khung dây theo trục Ox (thành phần vận tốc theo trục Ox).

Cạnh MN, PQ không tạo ra suất điện động cảm ứng.

Do tính đối xứng suất điện động cảm ứng do hai cạnh MQ và NP tạo ra có độ lớn bằng nhau. $|\xi_{NP}| = |\xi_{QN}|$



Hình vẽ lực từ tác dụng lên các cạnh theo phương thẳng đứng

+ Xét chuyển động của khung dây theo trục Oy (thành phần vận tốc theo trục Oy).

Cạnh QM, NP không tạo ra suất điện động cảm ứng.

Suất điện động cảm ứng do cạnh MN tạo ra

$$\xi_{MN} = av_yB_0(1+ky)$$

Suất điện động cảm ứng do cạnh PQ tạo ra

$$\xi_{PQ} = av_yB_0\left[1+k(y+a)\right]$$

- Chọn chiều dương trong mạch (trong khung dây) như hình vẽ. Gọi cường độ dòng điện trong khung tại thời điểm xét là i.

- Áp dụng định luật Ôm cho toàn mạch, ta được:

$$\xi_{PQ} - \xi_{QM} - \xi_{MN} + \xi_{NP} = iR$$

$$\Leftrightarrow av_yB_0\left[1 + k(y+a)\right] - av_yB_0(1+ky) = iR$$

$$\Leftrightarrow kB_0a^2v_y = iR$$

$$\Leftrightarrow i = \frac{kB_0a^2v_y}{R} \qquad (1)$$

- Áp dụng quy tắc bàn tay trái ta xác định được lực từ tác dụng lên cạnh MN, PQ của khung dây như hình vẽ.

$$F_{MN} = iaB_0(1+ky)$$

$$F_{PQ} = iaB_0\left[1 + k(y+a)\right]$$

Lực từ tác dụng lên hai cạnh MQ và NP cùng có phương nằm ngang, cùng độ lớn, ngược chiều.

Vậy theo trục Ox tổng hợp các lực tác dụng lên khung dây bằng không, do đó thành phần vận tốc của khung dây theo trục Ox luôn không đổi và bằng v_0

Xét theo trục Oy, áp dụng định luật II Niutơn cho khung, ta có:

$$F_{MN} + P - F_{PQ} = ma_y = my''$$

$$\Leftrightarrow iaB_0(1+ky) - iaB_0\left[1 + k(y+a)\right] + mg = my''$$

$$\Leftrightarrow -iaB_0ka + mg = my'' \qquad (2)$$

Thay (1) vào (2), ta được

$$\Leftrightarrow mg - kB_0a^2\frac{kB_0a^2v_y}{R} = my''$$

$$\Leftrightarrow mg - \frac{k^2B_0^2a^4}{R}y' = my'' \qquad (\text{ vì } y' = v_y)$$

Đặt $Y = y' \Rightarrow Y' = y''$

$$\Leftrightarrow mg - \frac{k^2B_0^2a^4}{R}Y = mY'$$

$$\Leftrightarrow Y' = g - \frac{k^2B_0^2a^4}{mR}Y \qquad (1)$$

Đặt $A = \frac{k^2 B_0^2 a^4}{mR} \Rightarrow Y' = g - AY$

(1) $\Leftrightarrow$ $Y' = g - AY = -A\left(Y - \frac{g}{A}\right)$ (2)

Đặt $Z = Y - \frac{g}{A} \Rightarrow Z' = Y'$, ta được

$$\Leftrightarrow Z' = -AZ \Leftrightarrow \frac{dZ}{dt} = -AZ \Leftrightarrow \frac{dZ}{Z} = -Adt$$

$$\Leftrightarrow Z = Ce^{-At} \Leftrightarrow Y - \frac{g}{A} = Ce^{-At} \Leftrightarrow y' = \frac{g}{A} + Ce^{-At}$$

$$\Leftrightarrow y' = v_y = \frac{g}{A} + Ce^{-At}$$

(Có thể dùng phương pháp thử nghiệm, từ phương trình $Z' = -AZ$ ta có nghiệm

$Z = Ce^{-At} \Leftrightarrow Y - \frac{g}{A} = Ce^{-At} \Leftrightarrow y' = \frac{g}{A} + Ce^{-At}$

$\Leftrightarrow y' = v_y = \frac{g}{A} + Ce^{-At}$)

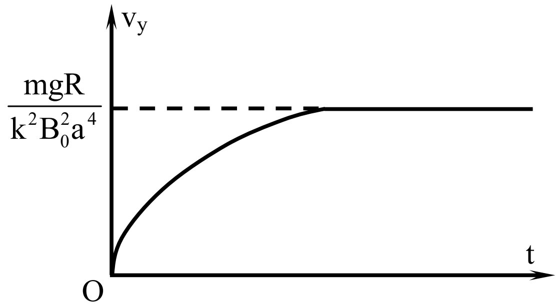
Tại t = 0, $v_y = 0$, ta có

$0 = \frac{g}{A} + Ce^{-A.0} \Leftrightarrow C = \frac{-g}{A}$

Vậy $v_y = \frac{g}{A}\left(1 - e^{-At}\right) = \frac{mgR}{k^2 B_0^2 a^4}\left(1 - e^{-\frac{k^2 B_0^2 a^4}{mR}t}\right)$

Nhận xét:

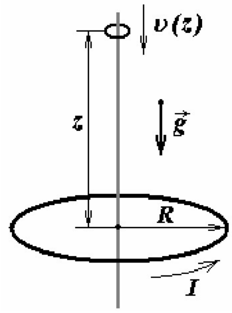
Đồ thị biểu diễn phương trình có dạng



Từ đồ thị, ta thấy sau một thời gian chuyển động thì vận tốc v_y tăng dần theo hàm số mũ, nhưng sau một thời gian chuyển động v_y sẽ tiến tới một giá trị không đổi bằng $\frac{mgR}{k^2B_0^2a^4}$

Bài toán 25.

Cho một vòng dây nằm ngang bán bính R có dòng điện không đổi I chạy qua. Dọc theo trục của vòng đây có một vòng nhỏ bán kính r , khối lượng m, điện trở R_0 ở tại độ cao z. Với z >> R.

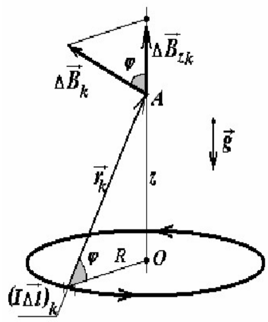


a. Chứng minh rằng từ trường gây ra bởi vòng dây tại vị trí z được xác định bởi $B(z)=\frac{a}{z^3}$, với a là hằng số tìm a ?

b. Vòng nhỏ được thả từ độ cao z_0 khá lớn chuyển động của vòng nhẫn ổn định trong thời gian rất ngắn, (Vòng nhẫn chuyển động đều) bỏ qua mọi sức cản không khí. Tính vận tốc tại độ cao z.

Giải

a. Để tính toán các mô đun của vector từ trường trên trục của vòng ta sử dụng Biot-Savart-Laplace, theo đó phần tử nhỏ $\left(I\Delta\vec{l}\right)_k$ gây ra yếu tố từ trường trên tực của vòng dây:



$$\Delta B_k=\frac{\mu_0}{4\pi}.\frac{(I\Delta l)_k}{r_k^2}$$

Với $r_k=\sqrt{R^2+z^2}$

Do tính chất đối xứng chỉ còn thành phần từ trường theo phương oz

Ta có

$$B=\sum_k \Delta B_{zk}=\sum_k \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{(I\Delta l)_k}{r^2}\cos\varphi=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\cos\varphi}{r^2}\sum_k \Delta l_k=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\cos\varphi}{r^2}2\pi R=\frac{\mu_0 IR}{2r^2}\cos\varphi .$$

Thay $\cos\varphi=\frac{R}{r}$ và $r=\sqrt{R^2+z^2}$ vào biểu thức trên ta được:

$$B(z)=\frac{\mu_0 IR}{2r^2}\cos\varphi=\frac{\mu_0 IR^2}{2r^3}=\frac{\mu_0 I}{2}\cdot\frac{R^2}{\left(R^2+z^2\right)^{\frac{3}{2}}} . \qquad (1)$$

Với khoảng cách z lớn (z >>R) ta được :

$$B(z)=\frac{\mu_0 I}{2}\cdot\frac{R^2}{\left(R^2+z^2\right)^{\frac{3}{2}}}=\{z\to\infty\}\approx\frac{\mu_0 I}{2}\cdot\frac{R^2}{\left(z^2\right)^{\frac{3}{2}}}=\frac{\mu_0 I}{2}\cdot\frac{R^2}{z^3}=\frac{a}{z^3}. \quad (2)$$

Do vậy hằng số a là : $a=\frac{\mu_0 I R^2}{2}$ (3)

b. Khi thả vòng nhẫn từ thông qua vòng nhẫn sẽ biến đổi , xuất hiện dòng cảm ứng, và lực từ chống lại sự chuyển động của nó khi lực từ cân bằng với trọng lực thì nó sẽ chuyển động đều và đạt tới vận tốc tới hạn

Độ biến thiên từ thông khi vòng nhẫn dịch một đoạn Δz là: $\Delta\Phi=-\pi r^2 B'(z)\Delta z$.

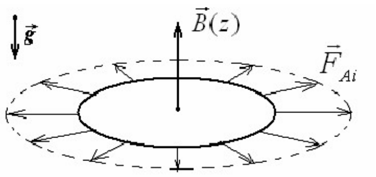
Từ (2) ta được : $B'(z)=-\frac{3a}{z^4}$

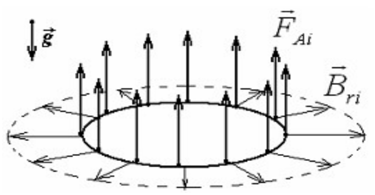
Suất điện động cảm ứng xuất hiện trên vòng nhẫn là :

$$\varepsilon_i=-\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=-\frac{3\pi r^2 a}{z^4}\cdot\frac{\Delta z}{\Delta t}=\frac{3\pi r^2 a}{z^4}\cdot v(z). \quad (4)$$

Dòng điện cảm ứng xuất hiện trong khung là : $I_i=\frac{\varepsilon_i}{R_0}=\frac{3\pi r^2 a}{R_0 z^4}.v(z)$ (5)

Khi vòng dây chuyển động, thành phần từ trường thẳng đứng gây ra lực từ làm dãn khung



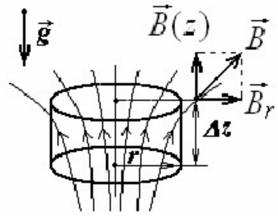


Tuy nhiên thành phần từ trường theo phương pháp tuyến B(r) gây ra lực từ cản trở chuyển động của vòng nhẫn. Để tìm thành phần từ B(r) gần trực oz ta áp dụng định luật gauss từ thông qua một mặt kín bằng 0:

Chọn mặt gauss là hình trụ có chiều cao Δz và bán kính r

Độ biến thiên từ thông qua mặt dưới và mặt trên là :

$$\Delta\Phi=\pi r^2\left(B(z+\Delta z)-B(z)\right)=\pi r^2 B'(z).\Delta z \quad (6)$$



Từ thông chuyển qua mặt bên:

$$\Phi_b = 2\pi r.B(r) \qquad (7)$$

Do lượng từ thông qua mặt kín bằng 0 nên ta được

$$B_r = -\frac{B'(z)}{2} r = \frac{3}{2} \cdot \frac{ar}{z^4}. \qquad (8)$$

Theo đó, tổng các thành phần của lực từ Ampere, làm chậm chuyển động của vòng nhẫn, ta có được biểu thức:

$$F_A = I_i B_r 2\pi r = \{(5),(8)\} = \frac{9\pi r^3 a^2}{2R_0 z^8} \upsilon(z). \qquad (9)$$

Đối với quá trình chuyển động thời gian đặc trưng để thiết lập trạng thái cân bằng hệ (trạng thái nghỉ) là đủ nhỏ.

Khi trọng lực cân bằng với lực từ thì vòng nhẫn đạt tới vận tốc ổn định trong thời gian ngắn ;

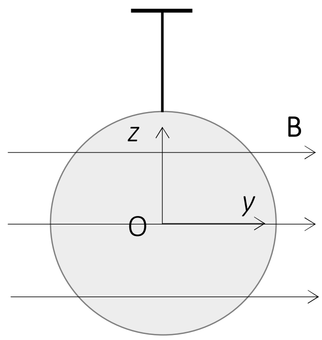
$$mg = F_A = \frac{9\pi r^3 a^2}{2R_0 z^8} \upsilon(z).$$

Vận tốc khi cân bằng :

$$\upsilon(z) = \frac{2mgR_0 z^8}{9\pi r^3 a^2} = \frac{8mgR_0}{9\pi r^3 \mu_0^2 I^2 R^4} \cdot z^8.$$

Bài toán 26.

Một đồng xu bằng đồng có đường kính *a*, bề dầy *h* đủ nhỏ để có thể coi là bản mỏng, nhưng không quá mỏng để có thể đặt đứng trên cạnh của nó. Biết khối lượng riêng và độ dẫn điện của đồng lần lượt là ρ và σ; bỏ qua độ tự cảm của đồng xu. Đồng xu được đặt trong một từ trường đều có cảm ứng từ **B** có phương ngang theo hướng trục *Oy*. Đồng xu được treo bằng một dây xoắn nhỏ có hằng số xoắn *K* (lò xo xoắn), không dẫn điện. Khi cân bằng, đồng xu nằm trong mặt



Hình1

phẳng *Oyz* (hình 1) và nó có thể quay quanh trục *Oz* trùng với dây treo với mômen quán tính I. Quay đồng xu một góc nhỏ θ_0 ra khỏi vị trí cân bằng và sau đó thả ra.

a. Tính mô men từ của đồng xu ở thời điểm nó lệch khỏi vị trí cân bằng góc θ?

b. Lập phương trình vi phân và tìm phương trình chuyển động của đồng xu. Nhận xét với trường hợp σ nhỏ.

Giải

a) Gọi θ là góc giữa mặt phẳng đồng xu và các đường sức từ.

Xét một vành tròn có bán kính r và $(r + dr)$ ta có:

Điện trở của vành: $R_r = \dfrac{2\pi r}{\sigma h.dr}$

Từ thông qua vành: $\Phi = \pi r^2 B\sin\theta$

Sđđ cảm ứng xuất hiện trong vành này có độ lớn là: $e = -\dfrac{d\Phi}{dt} = -\pi r^2 B\dot{\theta}\cos\theta$

Dòng điện cảm ứng: $di = \dfrac{e}{R_r} = -\dfrac{rB\sigma hdr\cos\theta}{2}\dot{\theta}$

Mômen từ của vành:

$$dp_m = di.S = \pi r^2.di = -\frac{\pi r^3 B\sigma hdr\cos\theta}{2}\dot{\theta}$$

Mô men từ của đồng xu:

$$p_m = \int dp_m = -\int_0^{r_0}\frac{\pi B\sigma h\dot{\theta}\cos\theta}{2}r^3 dr = -\frac{\pi r_0^4 B\sigma h\dot{\theta}\cos\theta}{8}$$

b) Mômen lực từ tác dụng lên vành:

$$dM_r = |\mathbf{d}p_m \times \mathbf{B}| = -\frac{\pi r^3 B^2\sigma hdr\cos^2\theta}{2}\dot{\theta}$$

Mômen lực từ tác dụng lên cả đồng xu:

$$M_m = \int dM_r = -\int_0^{r_0}\frac{\pi B^2\sigma h\dot{\theta}\cos^2\theta}{2}r^3 dr = -\frac{\pi r_0^4 B^2\sigma h\dot{\theta}\cos^2\theta}{8}$$

Mômen của lực đàn hồi: $M_F = -k\theta$

Ta có: $I\ddot{\theta} = M_m + M_F \Rightarrow I\ddot{\theta} + \dfrac{\pi r_0^4 B^2 \sigma h \dot{\theta} \cos^2\theta}{8} + k\theta = 0$

Do θ << φ << 1rad nên ta có: $\cos^2\theta \approx 1$, phương trình trên trở thành:

$I\ddot{\theta} + \dfrac{\pi r_0^4 B^2 \sigma h}{8}\dot{\theta} + k\theta = 0$ hay: $I\ddot{\theta} + A\dot{\theta} + k\theta = 0$ (*) với $A = \dfrac{\pi r_0^4 B^2 \sigma h}{8}$

Phương trình đặc trưng: $IC^2 + AC + k = 0$

Nghiệm: $C_{1,2} = \dfrac{-A \pm \sqrt{A^2 - 4Ik}}{2I} = -\dfrac{A}{2I} \pm j\sqrt{\dfrac{k}{I} - \left(\dfrac{A}{2I}\right)^2}$

Đặt $\beta = \dfrac{A}{2I}$; $\gamma = \sqrt{\dfrac{k}{I} - \left(\dfrac{A}{2I}\right)^2} = \sqrt{-\beta^2 + \dfrac{k}{I}}$

Khi đó hai nghiệm của phương trình đặc trưng là: $C_1 = -\beta + j\gamma$; $C_2 = -\beta - j\gamma$

Do đó nghiệm tổng quát của phương trình chuyển động là:

$$\theta = e^{-\beta t}\left[D_1\cos(\gamma t) + D_2\sin(\gamma t)\right]$$

Với điều kiện ban đầu, tại t = 0 thì $\theta = \varphi$; $\dot{\theta} = 0$ ta có được:

$$D_1 = \varphi; \quad D_2 = \frac{\beta}{\gamma}D_1 = \frac{\beta}{\gamma}\varphi$$

Phương trình dao động của đồng xu khi đó được mô tả bởi:

$$\theta = \varphi e^{-\beta t}\left[\cos(\gamma t) + \frac{\beta}{\gamma}\sin(\gamma t)\right] \; (**)$$

Điều kiện để có dao động ở đây là PTĐT phải có nghiệm, tức là: $k > \beta^2 I$

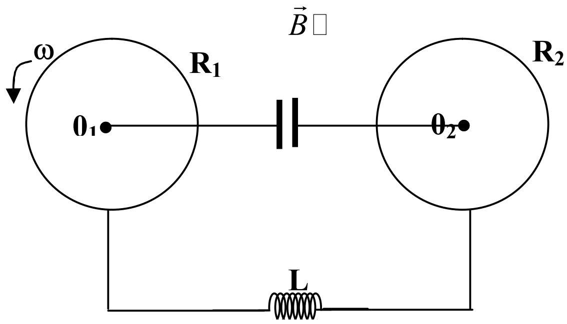
(*HS không nhất thiết phải giải PTVP, mà chỉ cần nêu công thức nghiệm (**)*)

Trong trường hợp đồng xu có độ dẫn điện σ nhỏ, tức là có điện trở lớn thì khi đó β << γ thì ta có: $\theta \approx \varphi e^{-\beta t}\cos(\gamma t)$

Chuyển động có dạng là một dao động tắt dần với biên độ giảm theo qui luật hàm mũ.

Bài toán 24.

Hai đĩa tròn giống nhau R_1 và R_2, mỗi đĩa có bán kính a, khối lượng m. Chúng có thể quay không ma sát xung quanh trục đi qua tâm và vuông góc mặt đĩa. Hệ được đặt trong một từ trường đều có cảm ứng từ B vuông góc với mặt đĩa. Nhờ hệ thống tiếp điểm mà tâm và mép các đĩa được nối với nhau qua một cuộn dây thuần cảm L và tụ điện C (Hình 2). Bỏ qua điện trở thuần của mạch và ma sát ổ trục. Tại thời điểm ban đầu đĩa R_1 quay với tốc độ góc ω_0 còn đĩa R_2 đứng yên. Xác định biểu thức dòng điện qua cuộn dây và điện áp tụ theo thời gian.



Hình 2

Giải

Khi R_1 quay thì trong mạch có dòng điện và làm cho đĩa R_2 quay và các đĩa trở thành các nguồn điện. Xét ở thời điểm t, suất điện động cảm ứng trong mỗi đĩa có độ lớn có

$e_1 = \dfrac{Bw_1a^2}{2}$ (1), $e_2 = \dfrac{Bw_2a^2}{2}$ (2)

Mô men lực từ tác dụng lên mỗi đĩa có độ lớn như nhau:

$$M_1 = M_2 = \int_0^a Bi.r.dr = \frac{Bia^2}{2} \quad (3)$$

Phương trình động lực đối với chuyển động quay của mỗi đĩa:

$J\dfrac{dw_1}{dt} = -\dfrac{Bia^2}{2}$ (4) và $J\dfrac{dw_2}{dt} = \dfrac{Bia^2}{2}$ (5)

Áp dụng định luật bảo toàn năng lượng cho hệ ta có :

$$\frac{Jw_0^2}{2} = \frac{Jw_1^2}{2} + \frac{Jw_2^2}{2} + \frac{Li^2}{2} + \frac{q^2}{2C} \quad (6)$$

Đạo hàm theo thời gian và thay (3,4) ta có biểu thức :

$$\frac{Ba^2}{2}(w_1 - w_2) + L\frac{di}{dt} + \frac{q}{C} = 0$$

hay ta có biểu thức : $\frac{Ba^2}{2}(\frac{dw_1}{dt} - \frac{dw_2}{dt}) + L\frac{d^2i}{dt^2} + \frac{dq}{Cdt} = 0$

Mặt khác i= $\frac{dq}{dt}$ nên ta có phương trình

$$\frac{d^2i}{dt^2} + (\frac{B^2a^4}{2JL} + \frac{1}{LC})i = 0 \ (7)$$

Phương trình có nghiệm i= I_0 cos(ωt+ φ_1) (8) trong đó tần số góc dao động của dòng điện $w = \sqrt{\frac{B^2a^4}{2JL} + \frac{1}{LC}}$ (8), phương trình điện tích của tụ

q= $\int_0^t i dt$ hay q = q_0 cos(ωt+ φ_2)

Từ điều kiện ban đầu t = 0 $\left[\begin{matrix} i=0 \\ q=0 \end{matrix}\right.$

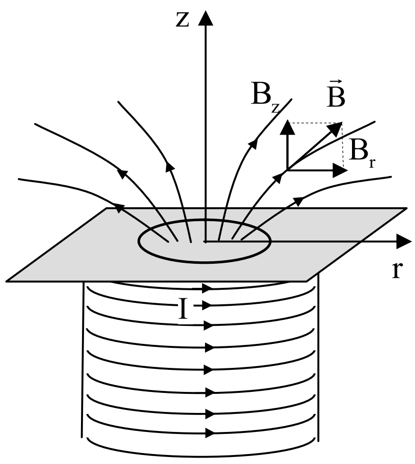
Ta có phương trình dòng điện chạy qua cuộn dây và điên tích của tụ :

i = $\frac{Ba^2w_0}{2Lw}\sin wt$(9) và q = $\frac{Ba^2w_0}{2Lw^2}(1 - \cos wt)$.(10)

Hiệu điện thế của tụ điện u = $\frac{Ba^2w_0}{2LCw^2}(1 - \cos wt)$.(11)

Bài toán 25.

Một tấm mỏng, phẳng, không nhiễm từ (tấm đỡ) được đặt sát trên mặt mút nằm ngang của một xôlênôit thẳng đứng số vòng dây trên một đơn vị chiều dài của xôlênôit là n. Trên tấm này, người ta đặt một vòng dây mảnh, hình tròn, làm bằng chất siêu dẫn, có khối lượng m, độ tự cảm L, diện tích S và đồng trục với xôlênôit. Ở trạng thái ban đầu, cường độ dòng điện trong xôlênôit và vòng dây mảnh bằng 0. Khi cho dòng điện chạy trong các vòng dây của xôlênôit thì ở phía trên gần mặt mút xuất hiện một từ trường không đều. Các thành phần thẳng đứng và xuyên tâm của cảm ứng từ $\vec{B}$ tại một điểm gần mặt mút được cho như sau: $B_z = B_0(1-\alpha z)$, $B_r = B_0\beta r$, trong đó α và β



Hình 3

là các hằng số dương, B_0 là cảm ứng từ bên trong ống dây và được xác định bởi cường độ dòng điện I chạy trong xôlênôit, z là độ cao tính từ mặt mút, r là khoảng cách từ trục xôlênôit đến điểm xét (hình 3). Khi tăng dần cường độ dòng điện chạy trong ống dây, hãy xác định:

a) Cường độ dòng điện I_0 trong xôlênôit để vòng dây bắt đầu được nâng lên khỏi tấm đỡ.

b) Khi $I = 2I_0$ thì vòng dây nằm cân bằng ở độ cao nào? Bỏ qua mọi lực cản tìm tần số dao động nhỏ theo phương thẳng đứng của vòng dây khi giữ cho $I = 2I_0$.

c) Áp dụng bằng số cho các câu trên với $\alpha = 36\ m^{-1}$; $\beta = 18\ m^{-1}$; m = 0,1 g; $L = 1{,}8.10^{-8}$ H; $S = 1\ cm^2$; $n = 10^3$ vòng.m^{-1}.

Giải

Trong vòng dây siêu dẫn, từ thông gửi qua vòng dây siêu dẫn bảo toàn. Dòng điện cảm ứng i trong vòng dây sẽ sinh ra từ thông trái dấu với từ thông do dòng điện chạy qua cuộn dây xôlênôit gửi qua vòng

Ta có $Li = -B_zS$ (dòng điện cảm ứng ngược chiều dòng điện I chạy trong vòng dây)

$$\Rightarrow i = -\frac{B_zS}{L}$$

Khi vòng dây ở độ cao z và dòng điện trong ống dây là I thì dòng điện chạy trong vòng dây là

$$i = -\frac{B_zS}{L} = -\frac{\mu_0 nI.(1-\alpha z).S}{L}$$

Khi đó lực từ tác dụng lên vòng dây (với R là bán kính vòng dây)

$$F_z = \int_{(vong)} dF_z = \int_0^{2\pi R} |i|.B_R d\ell = |i|2\pi RB_0\beta R = 2|i|SB_0\beta$$

$\vec{F}$ hướng lên theo phương 0z

Thay biểu thức của i vào ta được:

$$F = |i|.2\pi r.B_r = \frac{\mu_0 nI.(1-\alpha z).S}{L}.2\pi r.\mu_0 nI.\beta.r = \frac{2\mu_0^2 n^2 I^2 S^2 (1-\alpha z)\beta}{L}$$

Giả sử ở độ cao z vòng dây cân bằng $\Rightarrow F = \dfrac{2\mu_0^2 n^2 I^2 S^2 (1-\alpha z)\beta}{L} = mg \; (1)$

Khi I = I_0 vòng dây bắt đầu được nâng lên tại z = 0 nên từ (1) có $\dfrac{2\mu_0^2 n^2 I_0^2 S^2 \beta}{L} = mg \; (2)$

Từ (2) tính được I_0: $I_0 = \sqrt{\dfrac{mgL}{2\beta}}\dfrac{1}{\mu_0 nS}$

Khi I = $2I_0$ vòng dây cân bằng ở độ cao z, kết hợp (1) và (2)

$\Rightarrow 4(1-\alpha z) = 1 \Rightarrow z = \dfrac{3}{4\alpha}$

Khi vòng dây lệch khỏi vị trí cân bằng theo phương thẳng đứng một đoạn nhỏ $\varepsilon = \Delta z$

Tại $z+\varepsilon$ ta có:

$$m\varepsilon'' = F_{(z+\varepsilon)} - mg \Rightarrow \frac{2\mu_0^2 n^2 I^2 S^2 \beta\left[1-\alpha(z+\varepsilon)\right]}{L} - mg = \frac{2\mu_0^2 n^2 I^2 S^2 \beta\left[(1-\alpha z)-\alpha\varepsilon\right]}{L} - mg = m\varepsilon''$$

$$\Rightarrow \frac{2\mu_0^2 n^2 I^2 S^2 \beta\left[1-\alpha(z+\varepsilon)\right]}{L} - mg = \frac{2\mu_0^2 n^2 I^2 S^2 \beta}{L}.\left[1-\alpha\left(\frac{3}{4\alpha}+\varepsilon\right)\right] - mg = m\varepsilon''$$

Thay I = $2I_0$ và chú ý (2)

$$\Rightarrow 4mg\left(1-\frac{3}{4}-\alpha\varepsilon\right) - mg = m\varepsilon'' \Rightarrow \varepsilon'' + 4g\alpha\varepsilon = 0 \Rightarrow \omega = 2\sqrt{g\alpha} \Rightarrow f = \frac{\sqrt{g\alpha}}{\pi}$$

Áp dụng bằng số có

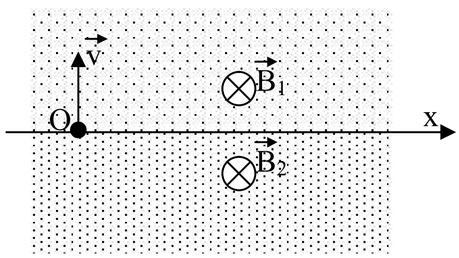
$$I_0 = \sqrt{\frac{mgL}{2\beta}}\frac{1}{\mu_0 nS} = 5{,}57A$$

$$z = \frac{3}{4\alpha} = 2{,}08cm$$

$$f = \frac{\sqrt{g\alpha}}{\pi} = 6Hz$$

Bài 26.

Một hạt mang điện bay với vận tốc v = $8{,}0.10^5$ m/s vuông góc với đường giới hạn Ox của hai từ trường

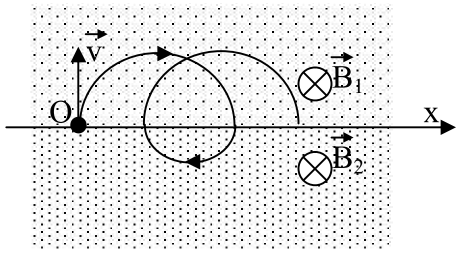


Hình 2

đều B_1, B_2 như hình 2a. Các cảm ứng từ song song với nhau và vuông góc với vận tốc của hạt. Cho biết vận tốc trung bình của hạt trong một thời gian dài dọc theo trục Ox là $v_x = 2{,}0.10^5$ m/s. Vẽ quỹ đạo chuyển động của hạt trong vùng không gian này. Tìm tỉ số độ lớn của các cảm ứng từ của hai từ trường đó?

Giải

. Vẽ quỹ đạo chuyển động của hạt trong vùng không gian này. Tìm tỉ số độ lớn của các cảm ứng từ của hai từ trường đó.



- Do tác dụng của từ trường, quỹ đạo của vật là các nửa đường tròn như trên hình vẽ:

- Trong từ trường $\overrightarrow{B_1}$, đường kính quỹ đạo và chu kỳ chuyển động của vật là: $d_1 = \dfrac{2mv}{qB_1};\ T_1 = \dfrac{2\pi m}{qB_1}$

(1)

Trong từ trường $\overrightarrow{B_2}$, đường kính quỹ đạo và chu kỳ chuyển động của vật là:

$$d_2 = \frac{2mv}{qB_2};\ T_2 = \frac{2\pi m}{qB_2} \qquad (2)$$

Như vậy, thời gian vật đi hết 1 vòng trong hai từ trường và độ dời thực hiện được là:

$$t = \frac{1}{2}(T_1 + T_2) = \frac{\pi m}{q}\left(\frac{1}{B_1} + \frac{1}{B_2}\right) \qquad (3)$$

$$\Delta x = d_1 - d_2 = \frac{2mv}{q}\left(\frac{1}{B_1} - \frac{1}{B_2}\right) \qquad (4)$$

Sau thời gian rất dài, có thể coi gần đúng vật đi được N rất lớn vòng trong hai từ trường.

$$v_x = \frac{N\Delta x}{Nt} = \frac{2v}{\pi}\cdot\frac{B_2 - B_1}{B_2 + B_1} \Rightarrow \frac{B_2}{B_1} = \frac{2v + \pi v_x}{2v - \pi v_x} \approx 2{,}3. \qquad (5)$$

Bài toán 27.

Trong khuôn khổ mẫu nguyên tử cổ điển của hiđrô, hãy đánh giá độ lớn cảm ứng từ tại tâm quĩ đạo tròn của electron. Cho biết bán kính quĩ đạo tròn này (bán kính

Bohr) $r_B = 0{,}53.10^{-10} m$. **Gợi ý:** cảm ứng từ tại tâm một dây dẫn tròn có dòng điện I chạy qua bằng $B = \dfrac{\mu_0 I}{2R}$, trong đó $\mu_0 = 4\pi.10^{-7} H.N/m.$

Giải: Trong mẫu nguyên tử cổ điển của hiđrô, electron có điện tích (-e) với $e = 1{,}6.10^{-19} C$ và khối lượng $m_e = 9{,}1.10^{-31} kg$ quay xung quanh một prôton theo qui đạo tròn có bán kính r_B (ứng với trạng thái cơ bản của electron trong nguyên tử hiđrô). Giả sử v là vận tốc của electron trên quĩ đạo nói trên, khi đó phương trình chuyển động của electron theo quĩ đạo tròn có dạng:

$$\frac{m_e v^2}{r_B} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r_B^2}$$

Từ phương trình đó ta tìm được vận tốc của electron:

$$v = \frac{e}{\sqrt{4\pi\varepsilon_0 m_e r_B}} = 2{,}19.10^6 m/s.$$

Thực ra, để trả lời cho câu hỏi của bài toán, không cần phải tính vận tốc của electron. Nhưng giá trị của vận tốc này cũng rất đáng quan tâm trên phương diện nhận thức: vận tốc của electron nhỏ hơn vận tốc của ánh sáng tới 2 bậc. Cơ học lượng tử cho phép chứng minh được rằng tỷ số v/c được biểu diễn qua những hằng số vũ trụ, do đó tỷ số này cũng là một hằng số. Tỷ số này trong vật lý nguyên tử được gọi là hằng số cấu trúc tế vi. Người ta ký hiệu hằng số đó là α và nó có giá trị bằng 1/137.

Chuyển động của electron theo quĩ đạo tròn, nên chúng ta có thể coi như một dòng điện tròn. Dễ dàng thấy rằng cường độ của dòng điện này bằng tỷ số điện tích của electron và chu kỳ quay của nó: $I = \dfrac{e}{T} = \dfrac{ev}{2\pi r_B}$.

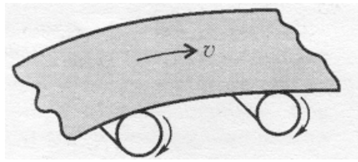
Thay biểu thức của vận tốc ở trên vào, ta được: $I = \dfrac{e^2}{4(\pi r_B)^{3/2}(\varepsilon_0 m_e)^{1/2}}$

Dùng biểu thức cảm ứng từ ở tâm của dòng điện tròn cho trong đề bài, ta được:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2r_B} = \frac{\mu_0 e^2}{8\pi^{3/2} r_B^{5/2} (\varepsilon_0 m_e)^{1/2}} = 12{,}48(T).$$

Bài toán 28.

Hình1



Khi sản xuất các màng polyetilen, một tấm màng rộng được kéo theo các con lăn với vận tốc $v = 15m/s$ (H.1). Trong quá trình xử lý (do ma sát) trên bề mặt màng xuất hiện một điện tích mặt phân bố đều. Hãy xác định độ lớn tối đa của cảm ứng từ ở gần bề mặt của màng với lưu ý rằng cường độ điện trường đánh thủng của lớp màng trong không khí bằng $E_{dt} = 30kV/cm.$

Gợi ý: cảm ứng từ ở gần một dây dẫn có dòng điện I chạy qua có độ lớn bằng $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$, trong đó r - là khoảng cách đến trục dây dẫn.

Giải: Dễ dàng thấy rằng giới hạn E_{dt} của cường độ điện trường cho phép có vai trò quyết định giá trị cực đại của mật độ điện tích mặt $\sigma_{\max}$ trên màng. Dùng mối liên hệ giữa cường độ điện trường ở gần một tấm tích điện đều và mật độ điện tích mặt của tấm đó, ta có thể viết:

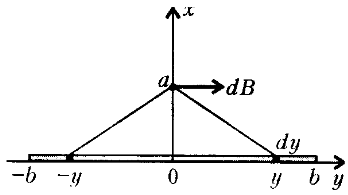
$$E_{dt} = \frac{\sigma_{\max}}{2\varepsilon_0}$$

Từ đó suy ra mật độ điện tích mặt tối đa trên màng bằng: $\sigma_{\max} = 2\varepsilon_0 E_{dt}$

Vì các điện tích xuất hiện chuyển động cùng với màng với vận tốc v, nên có thể coi như có một dòng điện mặt với mật độ:

$$j_{\max} = v\sigma_{\max} = 2\varepsilon_0 E_{dt} v.$$

Hình2



Để xác định cảm ứng từ ở gần bề mặt của màng, ta hãy khảo sát hình 2, trong đó dòng bề mặt chạy theo mặt phẳng nằm ngang vuông góc với mặt phẳng hình vẽ, còn màng (có bề rộng bằng 2b) đặt trong mặt phẳng x = 0 và chuyển động theo phương z với chiều đi vào trong phía trang giấy. Ta sẽ tìm cảm ứng từ tại điểm cách màng một khoảng bằng a ($a << b$). Muốn vậy, ta xét một phần tử nhỏ của màng, có bề rộng dy đặt đối xứng. Mỗi một dải có bề rộng như vậy sẽ tương ứng với một dòng điện:

$$dI = j_{max}.dy = 2\varepsilon_0 E_{dt} v dy .$$

Cảm ứng từ dB do hai dải đối xứng như vậy tạo ra hướng theo trục y và có độ lớn bằng:

$$dB = \frac{\mu_0 a dI}{\pi(a^2 + y^2)} = \frac{2\mu_0 \varepsilon_0 a v E_{dt} dy}{\pi(a^2 + y^2)}$$

Để tìm cảm ứng từ tạo bởi tất cả các dòng bề mặt của màng, ta cần tích phân biểu thức trên theo y từ 0 đến b:

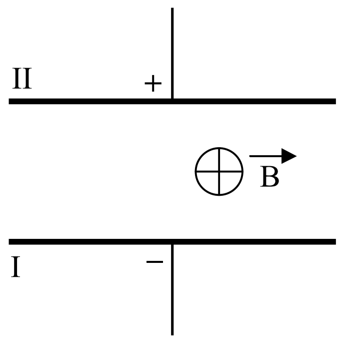
$$B = \frac{2\mu_0 \varepsilon_0 a v E_{dt}}{\pi} \int_0^b \frac{dy}{a^2 + y^2} = \frac{2\mu_0 \varepsilon_0 a v E_{dt}}{\pi}.arctg\frac{y}{a}\Big|_0^b$$

Do chúng ta chỉ quan tâm cảm ứng từ ở gần bề mặt của màng, tức $b >> a$. Trong trường hợp đó có thể coi $b/a = \infty$ và ta có:

$$B = \mu_0 \varepsilon_0 v E_{dt} = 5.10^{-10} (T).$$

Bài toán 29.

Một tụ điện phẳng được tích điện có khoảng cách giữa hai bản tụ là d. Trong khoảng không gian giữa hai bản tụ có từ trường đều với cảm ứng từ B. Đường sức từ song song với các bản tụ (Hình 1). Ở bản tích điện âm (bản I) có các electron bắn ra với vận tốc ban đầu không đáng kể.



Hình 1

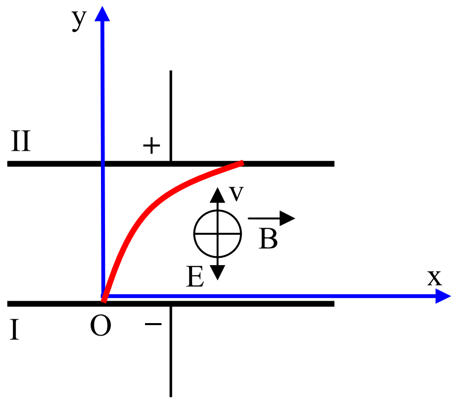
a) Tìm hiệu điện thế nhỏ nhất U_{min} giữa hai bản tụ để các electron bắn từ bản I có thể đến được bản II.

b) Với hiệu điện thế giữa hai bản là U_{min} như tính ở câu a, hãy tìm thời gian electron chuyển động từ bản I đến bản II. Khi đến bản này, electron bị lệch đi một khoảng là bao nhiêu theo phương song song với bản tụ.

Giải

a) Chọn hệ trục xOy như hình vẽ.

Định luật II : $m\vec{a} = -e\vec{E} - e\vec{v} \times \vec{B}$



$$\begin{cases} ma_x = ev_y B \\ ma_y = \mathrm{eE} - ev_x B \end{cases}$$

Đặt $\omega = \dfrac{eB}{m}$ thì $\begin{cases} v'_x = \omega v_y \ (1) \\ v'_y = -\omega v_x \ (2) \end{cases}$

Vi phân hai vế của (2) và kết hợp với (1) ta được: $v''_y + \omega v_y = 0$

Giải phương trình với điều kiện ban đầu : t=0 thì v_y=0 và $v''_y = \dfrac{\mathrm{eE}}{m}$ ta có :

$$v_y = \frac{\mathrm{eE}}{m\omega}\sin\omega t$$

Tích phân phương trình này ta được : $y = \dfrac{eE}{m\omega^2}(1 - \cos\omega t)$

Với U_{min} thì E_{min} mà electron đến được bản II có nghĩa là : y=d và v_y=0. Do đó :

$$\sin\omega t = 0, \cos\omega t = -1, y = \frac{2\mathrm{eE}_{\min}}{m\omega^2} = d$$

Thay $\omega = \dfrac{eB}{m}$ ta có $U_{\min} = E_{\min} d = \dfrac{\mathrm{ed}^2 B^2}{2m}$

b) Thời gian chuyển động t là nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình :

$$v_y = \frac{\mathrm{eE}}{m\omega}\sin\omega t = 0, t = \frac{\pi}{\omega} = \frac{\pi m}{eB}$$

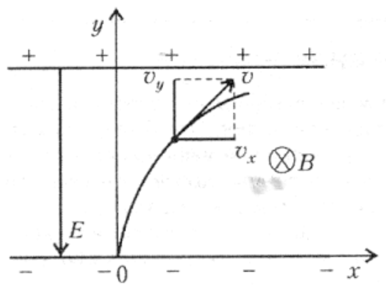
Tích phân hai vế phương trình $v'_x = \omega v_y = \omega \frac{eE}{m\omega}\sin\omega t$ và chú ý tới các điều kiện ban đầu ta có : $x = \frac{E_{min}}{B}(1+\sin\omega t)$. Thay t với giá trị như trên ta tìm được độ lệch : $\Delta = \frac{U_{min}}{dB}\frac{\pi m}{eB} = \frac{\pi m U_{min}}{edB^2} = \frac{\pi d}{2}$

Bài toán 30.

Một điôt chân không, trong đó khoảng cách giữa anôt và catốt bằng d, ở trong một từ trường có cảm ứng từ bằng B và hướng song song với mặt phẳng các bản cực. Hỏi điện áp tối thiểu giữa hai cực bằng bao nhiêu để các electron từ bề mặt catốt có thể đến được anốt. Coi các electron ở bề mặt catốt là đứng yên và bỏ qua tác dụng của trọng trường.

Giải:

Hình8



Ta sẽ khảo sát các điện áp trên điôt sao cho các electron khi rời catôt sẽ quay trở lại mà không tới được anôt. Trên hình 8 biểu diễn đoạn đầu của quỹ đạo với hướng của cảm ứng từ đã cho. Giả sử electron tại một điểm nào đó trên quỹ đạo và có 2 thành phần vận tốc v_x và v_y, còn giữa hai bản cực của điôt có một điện trường đều $\vec{E}$. Khi đó electron chịu tác dụng lực của cả từ trường lẫn điện trường và ta có phương trình chuyển động của electron theo các phương x và y như sau:

$$m_e\frac{dv_x}{dt} = ev_yB \quad \text{và} \quad m_e\frac{dv_y}{dt} = eE - ev_xB$$

Hai phương trình trên có thể viết lại dưới dạng sau: $v_x' = \omega_c v_y$ và $v_y' = \frac{e}{m_e}E - \omega_c v_x$

trong đó hệ số $\omega_c = \frac{eB}{m_e}$ được gọi là tần số cyclotron. Đây là tần số quay của electron hay của bất kỳ một hạt tích điện nào khác có cùng điện tích riêng (tức là có cùng tỷ số điện tích và khối lượng của nó) theo một quỹ đạo tròn trong một từ trường đều có cảm ứng từ vuông góc với mặt phẳng quỹ đạo của hạt đó. Vi phân phương trình thứ hai theo thời gian và tính đến phương trình thứ nhất, ta được:

$$v_y'' + \omega_c v_y = 0$$

Đây là phương trình mô tả dao động điều hoà quen thuộc. Nghiệm tổng quát của nó có dạng:

$$v_y(t) = A\sin\omega_c t + C\cos\omega_c t\,,$$

trong đó A và C là các hằng số được xác định từ điều kiện ban đầu. Theo đề bài, tại $t = 0$, $v_0(0) = 0$ và $v_y'(0) = \dfrac{eE}{m_e}$. Từ đó suy ra $C = 0$ và $A = \dfrac{eE}{m_e\omega_c}$. Cuối cùng, biểu thức của $v_y(t)$ có dạng:

$$v_y(t) = \frac{eE}{m_e\omega_c}\sin\omega_c t.$$

Bây giờ ta có thể tìm được độ dịch chuyển của electron theo trục y:

$$y(t) = \int_0^t v_y(t)dt = \int_0^t \frac{eE}{m_e\omega_c}\sin\omega_c dt = \frac{eE}{m_e\omega_c^2}(1-\cos\omega_c t).$$

Từ phương trình của $v_y(t)$ ta dễ dàng tìm được thời điểm t_N khi electron ở xa catôt nhất: đó chính là thời điểm $v_y(t)$ = 0, hay

$$\omega_c t_N = (2N+1)\pi \text{ với N = 0, 1, 2,...}$$

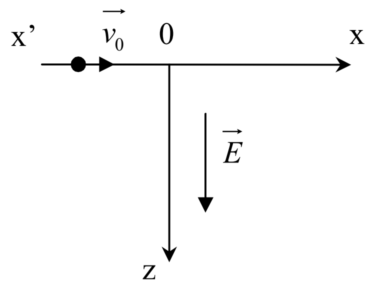
(Bạn thử giải thích xem tại sao lại không lấy nghiệm $\omega_c t_N = 2N\pi$). Tại những thời điểm đó độ dịch chuyển theo phương y của electron bằng: $y_N = \dfrac{2eE}{m_e\omega_c^2} = \dfrac{2m_eE}{eB^2}$

Khi quỹ đạo của electron có đỉnh chạm vào anôt, thì độ dịch chuyển y_N của nó bằng khoảng cách d giữa catôt và anôt và điện áp trên điôt sẽ bằng điện áp cực tiểu $U_{\min}$ cần tìm: $d = \dfrac{2m_eU_{\min}}{edB^2}$,

Từ đây ta tìm được: $U_{\min} = \dfrac{ed^2B^2}{2m_e}$.

Bài toán 31.

Một hạt mang điện tích dương q, khối lượng m chuyển động thẳng đều với vận tốc $\overrightarrow{v_0}$ dọc theo trục x’0x nằm ngang trong vùng không gian có tác dụng của điện trường đều và từ trường đều. Vectơ cường độ điện trường $\vec{E}$ cùng chiều với trục 0z, hướng thẳng đứng xuống dưới (Hình vẽ). Vec tơ cảm ứng từ $\vec{B}$ vuông góc với mặt phẳng hình vẽ.



1) Hãy xác định chiều và độ lớn của vectơ cảm ứng từ $\vec{B}$ (theo q, m, E và gia tốc rơi tự do g).

2) Khi hạt tới điểm 0, người ta đột ngột đảo chiều của cảm ứng từ $\vec{B}$ (làm $\vec{B}$ đổi hướng ngược lại, nhưng vẫn giữ nguyên độ lớn ban đầu của nó). Chọn gốc thời gian là lúc hạt tới 0. Hãy thiết lập phương trình chuyển động của hạt ở thời điểm t và phác hoạ quỹ đạo của hạt. Xem rằng thời gian làm đảo chiều của $\vec{B}$ là nhỏ không đáng kể.

3) Xác định thời điểm gần nhất để hạt tới trục x’Ox, vị trí của hạt và xác định vectơ vận tốc của hạt lúc đó.

Giải

1. Vì hạt chuyển động đều nên lực Lorenxơ $\vec{F}$ tác dụng lên hạt phải cân bằng với hợp lực của lực điện trường ($\vec{F}_d = q\vec{E}$) và trọng lực ($\vec{P} = m\vec{g}$). Nghĩa là $\vec{F}_L$ hướng thẳng đứng lên trên và có độ lớn: $F_L = qE + mg = qv_0B$

$$\rightarrow \quad B = \frac{qE + mg}{qv_0}; \quad v_0 = \frac{qE + mg}{qB} \qquad (1)$$

Véc tơ $\vec{B}$ hướng theo chiều âm trục Oy, vào phía trong mặt phẳng hình vẽ.

2. Bây giờ véc tơ $\vec{B}$ hướng theo chiều dương trục Oy. Áp dụng định luật II Niutơn:

$$m\vec{a} = \vec{F}_d + \vec{P} + \vec{F}_L \qquad (2)$$

chiếu (2) lên Ox và Oz và chú ý đến (1) :

$$\frac{dv_x}{dt} = -\frac{Bq}{m} v_z$$

$$\frac{dv_z}{dt} = \frac{Bq}{m} v_x + qE + mg = \frac{Bq}{m}(v_x + v_0)$$

Hay là :

$$\begin{cases} (v_x + v_0)' = -\frac{Bq}{m} v_z \ (3) \\ v_z' = \frac{Bq}{m}(v_x + v_0) \quad (4) \end{cases}$$

Ta tìm nghiệm của hệ (3) và (4) dưới dạng:

$$\begin{cases} v_x + v_0 = A\cos(\omega t + \phi) \\ v_z = C\sin(\omega t + \phi) \end{cases}$$

(Hoặc

$$\begin{cases} v_x + v_0 = A\sin(\omega t + \phi) \\ v_z = C\cos(\omega t + \phi) \end{cases}$$

cũng được)

Đạo hàm, thay vào hai vế (3), (4) ta thu được hai phương trình bậc nhất hai ẩn (A và C) không có vế phải (vế phải bằng 0)

$$\begin{cases} \omega A - \frac{Bq}{m} C = 0 \\ \frac{Bq}{m} A - \omega C = 0 \end{cases} \quad (5)$$

Để A và C khác 0, thì định thức hệ số các ẩn phải bằng 0, suy ra (loại nghiệm âm):

$$\omega = \frac{Bq}{m} \qquad (6)$$

$$v_x = A\cos\left(\frac{Bq}{m} t + \phi\right) - v_0$$

$$v_z = C\sin\left(\frac{Bq}{m} t + \phi\right)$$

Tìm A, C, ϕ

Lúc t = 0, ta có: $v_x = v_0$ và $v_z = 0$; suy ra: $A = 2v_0$, $\phi = 0$. Tìm C bằng cách thay $A = 2v_0$ và (6) vào (5), $C = A = 2v_0$

$$\begin{cases} v_x = 2v_0\cos\left(\dfrac{Bq}{m}t\right) - v_0 \\ v_z = 2v_0\sin\left(\dfrac{Bq}{m}t\right) \end{cases} \qquad (7)$$

Từ (7):

$$\begin{cases} x = \int_0^t v_x dt = \dfrac{2mv_0}{qB}\sin\left(\dfrac{Bq}{m}t\right) - v_0 t \\ z = \int_0^t v_z dt = -\dfrac{2mv_0}{qB}\cos\left(\dfrac{Bq}{m}t\right) + \dfrac{2mv_0}{qB} \end{cases} \qquad (8)$$

Như vậy hạt dao động điều hòa theo 2 phương với tần số $\omega = \dfrac{Bq}{m}$ vừa chuyển động đều theo phương 0x với vận tốc $-v_0$. Dễ dàng phác hoạ quỹ đạo của hạt.

3. Khi hạt bắt đầu lại gặp trục Ox, thì $z = 0$

$\rightarrow \dfrac{Bq}{m}t = 2\pi$ hay $t = \dfrac{2\pi m}{Bq}$

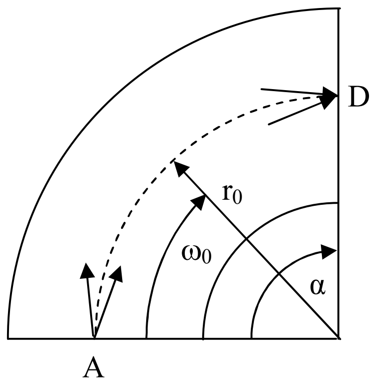
Khi đó $x = -v_0 t = -\dfrac{2\pi m v_0}{Bq}$, và từ (7) và (8)

tìm được: $v_x = +2v_0 - v_0 = v_0$; $v_z = 0$

Vận tốc $\vec{v}$ của hạt hướng theo chiều dương của trục Ox và có độ lớn bằng v_0.

Bài toán 32.

Một chùm ion có độ phân kỳ rất nhỏ đi vào vùng từ trường $\vec{B}$ có đối xứng trục tại điểm A (xem hình vẽ), $\vec{B} = B_r\vec{r} + B_z\vec{z}$. Từ trường theo trục z giảm theo khoảng cách r theo quy luật $1/r^n$. Các ion chuyển động trong mặt phẳng ngang có vận tốc vuông góc với bán kính tại điểm A sẽ chuyển động theo quỹ đạo tròn bán kính r_0. Cho



rằng trong quá trình chuyển động nhiễu loạn vận tốc coi như không đổi. Hãy chứng minh

a. Góc giữa bán kính đi qua điểm A và bán kính đi qua điểm hội tụ D trong mặt phẳng nằm ngang là $\alpha = \dfrac{\pi}{\sqrt{1-n}}$.

b. Nếu n=1/2 thì chùm hạt hội tụ tại D theo cả hai chiều, chiều ngang và chiều thẳng đứng.

Giải

a. Xét chuyển động của ion trong mặt phẳng nằm ngang. Ký hiệu v là vận tốc trong mặt phẳng ngang của ion. Vì các ion có quỹ đạo khác rất ít so với quỹ đạo tròn bán kính r_0, ta có gần đúng

$$\dot{r} << v \text{ , do đó } r\dot{\theta} \approx v \text{ .} \qquad (1)$$

Phương trình chuyển động là

$$\ddot{r} - \frac{v^2}{r} = \frac{qv}{m} B_z \text{ ,} \qquad (2)$$

trong đó q>0 là điện tích của ion.

Đặt r = $r_0(1+\delta)$. Vì r khác r_0 rất ít nên $|\delta| << 1$. Đặt $B_z(r) = B_0\left(\dfrac{r_0}{r}\right)^n \approx B_0(1-n\delta)$ với B_0 là cảm ứng từ tại r = r_0. Thay vào (2) ta nhận được phương trình cho δ

$$\ddot{\delta} + \omega_0^2(1-n)\delta = 0 \text{ ,} \qquad (3)$$

với $\omega_0 = \dfrac{v}{r_0} = \sqrt{\dfrac{qB_0}{m}}$.

Lời giải của (3) là

$$\delta = \delta_m \sin\left(\omega_0 t\sqrt{1-n}\right) \qquad (4)$$

thỏa mãn điều kiện δ(t=0)=0. Do đó, $\sin\left(\alpha\sqrt{1-n})\right) = 0$ khi

$$\alpha = \omega_0 t = \frac{\pi}{\sqrt{1-n}} \text{ .} \qquad (5)$$

b. Phương trình chuyển động của ion trong mặt phẳng thẳng đứng tại $r = r_0$ là:

$$\ddot{z} = -\frac{qv}{m} B_r(r_0, z) \quad .$$

Ký hiệu z_0 là tọa độ z của điểm A và xét z khác z_0 rất ít. Đặt $z = z_0 + \delta z$, $|\delta z| << 1$. Ta có

$$\ddot{z} = -\frac{qv}{m}\left(B_r(r_0, z_0) + \frac{\partial}{\partial z} B_r(r_0, z_0)\, \delta z \right) \Rightarrow \delta \ddot{z} = -\frac{qv}{m} \frac{\partial}{\partial z} B_r(r_0, z_0)\, \delta z \ . \qquad (6)$$

Mặt khác, vì $\vec{\nabla} \times \vec{B} = 0$ nên $\frac{\partial B_r}{\partial z} = \frac{\partial B_z}{\partial r}$. Thay vào (5), ta nhận được

$$\delta \ddot{z} = -\frac{qv}{m} \frac{B_0 n}{r_0} \delta z$$

hay $\delta \ddot{z} + n\,\omega_0^2\, \delta z = 0$. (7)

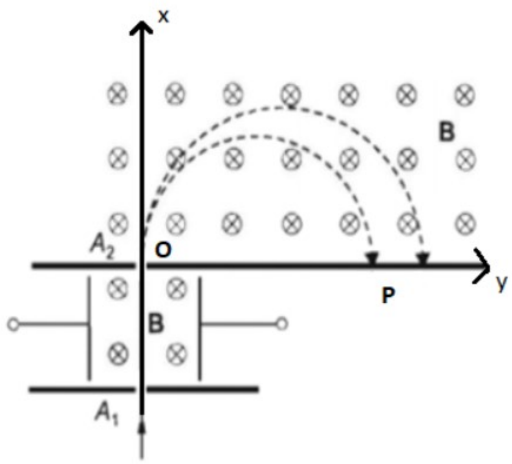
Lời giải của (6) thỏa mãn điều kiện $\delta z(t=0) = 0$ là $\delta z = \delta z_m \sin(\omega_0 t \sqrt{n})$.
(8)

Độ lệch $\delta z = 0$ khi $\alpha = \omega_0 t = \frac{\pi}{\sqrt{n}}$. (9)

Phương trình (5) và (9) cùng thỏa mãn khi $n = \frac{1}{2}$. Khi đó chùm ion hội tụ tại D theo cả phương ngang lẫn phương thẳng đứng.

Bài toán 33.

2.1 Khối phổ kế



Khối phổ kế là thiết bị dùng để đo khối lượng của các ion. Nó hoạt động theo nguyên lý sau:

- Các ion được gia tốc đến vận tốc lớn, đi vào bộ phận lọc tốc (vùng A_1) theo phương Ox. Vùng A_1 là một trường điện từ.

- Sau đó các ion chuyển động sang vùng A_2 chỉ có từ trường.

- Kính ảnh được đặt tại lân cận điểm P trên trục Oy và vuông góc với phương Ox.

- Các ion chuyển động sẽ tới đập vào kính ảnh tại P. Căn cứ vào khoảng cách OP, người ta suy ra được khối lượng của ion (xem hình vẽ).

Giả sử chùm ion gồm các ion ^{35}Cl và ^{37}Cl, đã được gia tốc có vận tốc là $1,92.10^4$ m/s; cảm ứng từ ở cả 2 vùng A_1 và A_2 đều là B = 0,02 T và có hướng vuông góc với mặt phẳng Oxy như hình vẽ. Cho 1u = $1,66.10^{-27}$ kg; m_{Cl35} = 35u; m_{Cl37} = 37u; e = $1,6.10^{-19}$ C.

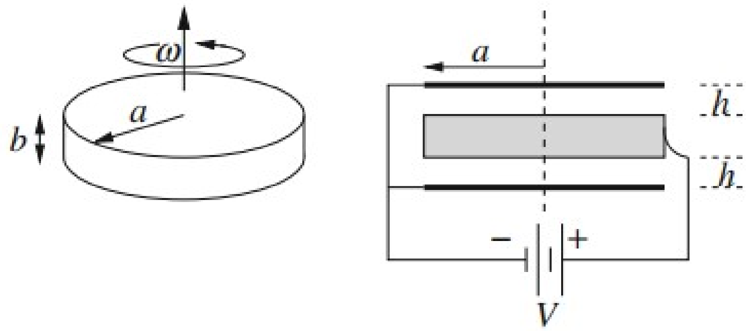
1. Xác định độ lớn và hướng của điện trường ở vùng A_1?

2. Tính khoảng cách giữa 2 điểm mà 2 ion đập vào phim?

3. Nếu góc của chùm ion tới có thăng giáng $\pm 5^0$ (trên mặt xOy) thì có thể phân biệt được vết của hai loại ion đó không?

2.2 Thí nghiệm Rowland

Thí nghiệm của Henry A. Rowland năm 1876 hướng đến việc chứng minh rằng điện tích chuyển động tạo ra từ trường. Một đĩa kim loại có bán kính a và bề dày b << a được tích điện và giữ cho chuyển động quay với tốc độ góc không đổi là ω.



1. Đĩa quay giữa 2 bản vật dẫn, bản dẫn trên cách mặt trên của đĩa h = 0,5 cm và bản dẫn dưới cách mặt dưới của đĩa đoạn h, như hình vẽ. Hai bản vật dẫn cùng nối với cực âm của một nguồn điện được duy trì một hiệu điện thế $V_0 = 10^4$ (V). Cực dương của nguồn điện được nối với đĩa thông qua một đầu tiếp xúc trượt. Xác định phân bố điện tích trên bề mặt đĩa.

2. Tính từ trường B_C gần tâm của đĩa và từ trường thành phần B_r song song và ở gần bề mặt của đĩa là một hàm của bán kính r tính từ trục quay.

3. Thành phần từ trường B_r được sinh ra bởi đĩa ở r = a có thể được đo bởi việc định hướng thiết bị sao cho $\vec{r}$ vuông góc với từ trường Trái đất B_E có độ lớn $B_E = 5.10^{-5}$ T, và đo độ lệch của kim nam châm khi đĩa quay. Tìm góc lệch của kim?

Giải

2.1. (2,5 điểm) Khối phổ kế

Hạt chuyển động theo quỹ đạo thẳng qua vùng A_1 nên lực điện và lực từ cân bằng với nhau

Áp dụng công thức

$eE = Bev$

Do đó, cường độ của điện trường là:

$$E = Bv = 2.10^{-2}\frac{Vs}{m^2}.1{,}92.10^4\frac{m}{s} = 384\frac{V}{m}$$

Điện trường là đều hướng theo chiều dương của trục Ox

Vùng A_2 chỉ có từ trường đều nên

$$Bev = \frac{mv^2}{R}$$

$r_1 = \frac{m_1 v}{Be}$, và $r_2 = \frac{m_2 v}{Be}$

Khoảng cách giữa 2 ion là $\Delta x = 2\Delta r = 2(r_2 - r_1) = \frac{2v}{Be}(m_2 - m_1)$

Tính toán ra ta có $\Delta x = 4cm$

Xét một chùm tia bất kì đi vào vùng A_2, Khi vector vận tốc vuông góc với Ox thì ion đập vào điểm P có OP = 2r

khi góc của v thay đổi thì r của quỹ đạo không đổi. Khi góc thay đổi ±φ thì vùng va chạm là P_1P. Trong đó:

$OP_1 = OP\cos\varphi$

Tính toán ta có:

với Cl35: P_1 và P có tọa độ là: 0,6945 - 0,6972 (m)

với Cl37: P_1 và P có tọa độ là: 0,73424 - 0,73704 (m)

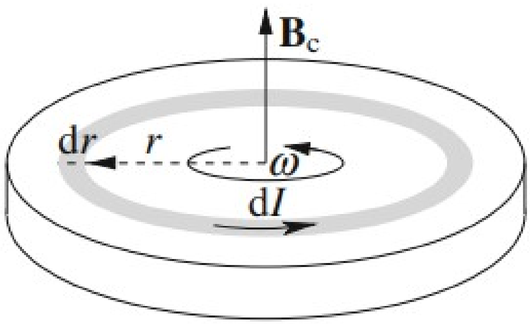
Như vậy là vẫn phân biệt được vết của 2 kim loại đó

2.2. Thí nghiệm Rowland

Bỏ qua hiệu ứng bờ, điện trường E_0 ở vùng giữa đĩa và 2 bản là đều, vuông góc với bề mặt đĩa và có độ lớn là V_0/h ở cả 2 vùng.

Mật độ điện mặt ở cả mặt trên và mặt dưới của đĩa đều là σ bằng nhau về cả dấu và độ lớn (để cho điện trường bên trong đĩa bằng không)

$\sigma = E_0/(4\pi k) = V_0/(4\pi kh) = 1{,}77.10^{-5}$ (C/m^2)



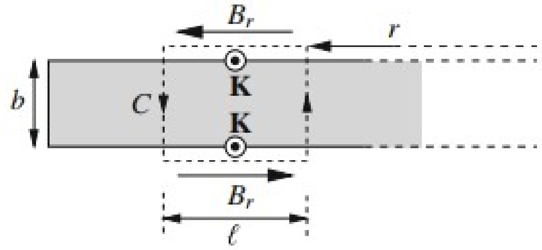
Xét 1 vành tròn bán kính r dày dr. Điện tích vành tròn là:

$dq = \sigma dS = 2\pi\sigma r dr$

từ đó suy ra $dI = \omega dq/(2\pi)$

$dB_C = 2\pi k_m dI/r$ hay $dB_C = \frac{\mu_0 dI}{2r}$ suy ra $k_m = \frac{\mu_0}{4\pi}$

$B_C = 2\int_0^a 2\pi k_m \frac{dI}{r} = 4\pi k_m \omega\sigma a$=1,4.10^{-9} (T)



Sử dụng định luật Ampe :

$$4\pi k_m I_c = \oint_c \mathbf{B}\cdot d\boldsymbol{\ell} \simeq 2B_r\ell,$$

$$B_r(r) = \frac{2\pi k_m I_c}{\ell} = \frac{2\pi k_m}{\ell}2\sigma\omega r\ell = 4\pi k_m \sigma\omega r.$$

Nhận thấy B_r lớn nhất khi r =a và $B_r(a) = B_C$

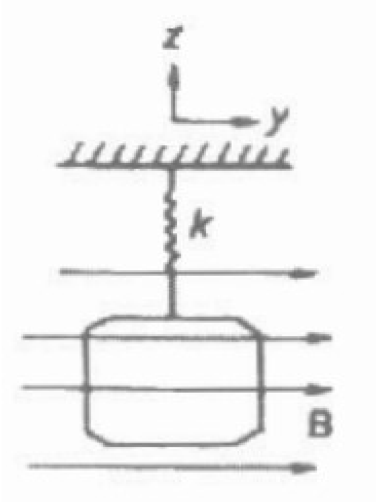
Góc lệch của kim nam châm được tính theo công thức

$\tan\theta = B/B_E$

Tính ra :

$$\theta \approx \frac{B}{B_E} = 2{,}8.10^{-5} rad$$

Bài toán 34.



Vòng dây dẫn có diện tích S và điện trở toàn phần R được treo bằng lò xo xoắn có hằng số k trong một từ trường đều $\vec{B} = B\vec{e_y}$. Vòng dây nằm trong mặt phẳng yz ở vị trí cân bằng và có thể quay xung quanh trục z với moment quán tính I (hình vẽ). Vòng dây được quay một góc nhỏ θ ra khỏi vị trí cân bằng và sau đó thả ra. Giả thiết lò xo xoắn không dẫn điện và bỏ qua độ tự cảm của vòng dây.

1. Tìm điều kiện để vòng dây dao động và phương trình chuyển động của vòng dây khi đó.

2. Xét khi R lớn, vẽ phác họa chuyển động của vòng dây.

Giải

Viết phương trình chuyển động của vòng dây

Xét khi góc hợp bởi mặt phẳng vòng dây với từ trường là α, từ thông qua vòng dây:
$\Phi = BS\sin\alpha$

Suất điện động cảm ứng và dòng điện cảm ứng:

$$e_c = -\frac{d\Phi}{dt} = -BS\cos\alpha.\dot{\alpha}$$

$$i = \frac{e_c}{R} = -\frac{1}{R}BS\cos\alpha.\dot{\alpha}$$

Moment từ của vòng dây:

$$p_s = -\frac{1}{R}BS^2\cos\alpha.\dot{\alpha}$$

Moment lực từ tác dụng lên vòng dây:

$$\vec{M} = \vec{p_s} \wedge \vec{B}$$

Suy ra:

$$M = \frac{B^2S^2\cos^2\alpha}{R}\dot{\alpha}$$

Phương trình moment:

$$\sum M = I\ddot{\alpha}$$

$$I\ddot{\alpha} + \frac{B^2S^2\cos^2\alpha}{R}\dot{\alpha} + k\alpha = 0 \quad (1)$$

Do $\alpha << \theta$ và θ rất nhỏ (theo giả thiết) nên $\cos^2\alpha \approx 1$

Phương trình (1) trở thành:

$$I\ddot{\alpha} + \frac{B^2S^2}{R}\dot{\alpha} + k\alpha = 0 \quad (2)$$

Giải phương trình (2):

Đặt $\alpha = e^{Ct} \rightarrow \begin{cases} \dot{\alpha} = Ce^{Ct} \\ \ddot{\alpha} = C^2e^{Ct} \end{cases}$

Từ đó thu được phương trình đặc trưng:

$$IC^2 + \frac{B^2S^2}{R}C + k = 0 \quad (3)$$

Với

$$\Delta = \left(\frac{B^2S^2}{R}\right)^2 - 4Ik$$

Đặt:

$$\beta = \frac{B^2S^2}{2IR} \text{ và } \gamma = \sqrt{-\left(\frac{B^2S^2}{2IR}\right)^2 + \frac{k}{I}} = \sqrt{-\alpha^2 + \frac{k}{I}}$$

Để vòng dây dao động:

$$\Delta < 0 \rightarrow k > \beta^2 I$$

Phương trình (3) có nghiệm:

$$C = \frac{-B^2S^2}{2IR} \pm j\sqrt{-\left(\frac{B^2S^2}{2IR}\right)^2 + \frac{k}{I}} = \sqrt{-\alpha^2 + \frac{k}{I}}$$

với j là số ảo: $j^2 = -1$

Khi đó nghiệm phương trình (2):

$C_1 = -\beta + j\gamma$

$$C_2 = -\beta - j\gamma$$

Nghiệm phương trình tổng quát: $\alpha = e^{-\beta t}[A_1 \cos\gamma t + A_1 \sin\gamma t]$

Tại thời điểm ban đầu:

$$\begin{cases} \alpha(t = 0) = \theta \\ \dot{\alpha}(t = 0) = 0 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} A_1 = \theta \\ A_2 = \frac{\beta}{\gamma} A_1 = \frac{\beta}{\gamma}\theta \end{cases}$$

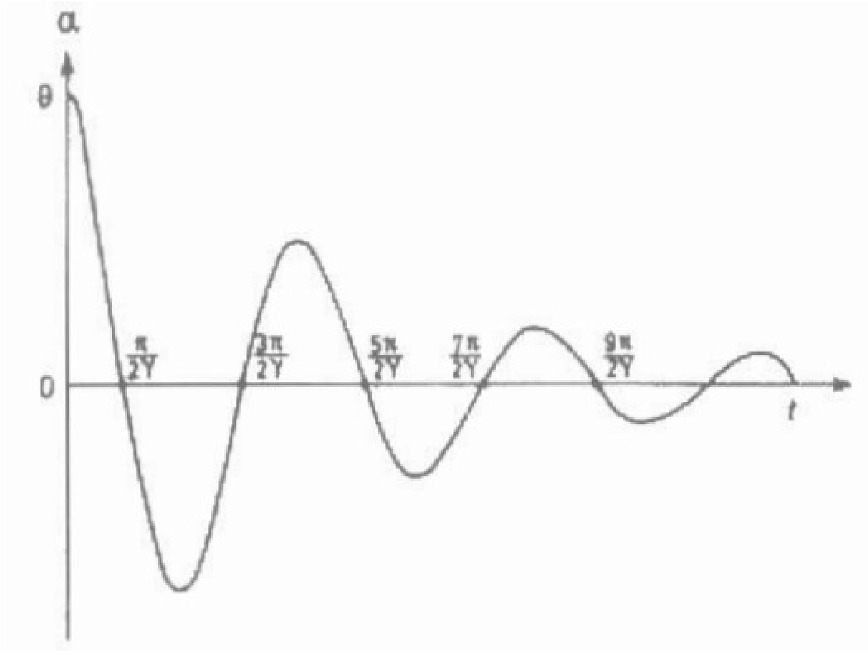
Từ đó dao động của vòng dây:

$$\alpha(t) = \theta e^{-\beta t}\left[\cos\gamma t + \frac{\beta}{\gamma}\sin\gamma t\right]$$

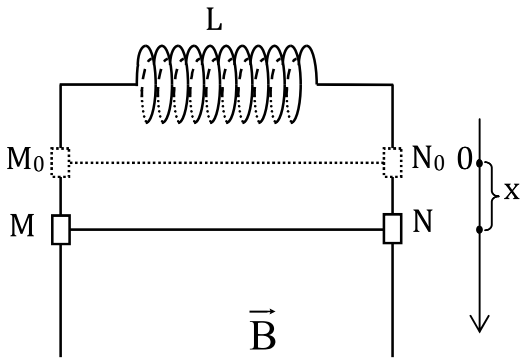
Xét khi R lớn: $\beta \ll \gamma$

$\alpha(t) \approx \theta e^{-\beta t}\cos\gamma t \rightarrow$ Chuyển động tắt dần.

Phác họa chuyển động của vòng dây:



Bài toán 35.



Dọc theo hai thanh kim loại rất dài đặt song song thẳng đứng, cách nhau một khoảng *l* có một đoạn dây MN khối lượng m có thể trượt không ma sát trên hai thanh và luôn tiếp xúc điện với hai thanh. Hai đầu trên của hai thanh nối với nhau bằng một cuộn cảm thuần có hệ số tự cảm L. Toàn bộ hệ thống đặt trong từ trường đều có cảm ứng từ vuông góc với mặt phẳng chứa hai thanh. Điện trở của thanh, của đoạn dây MN, của dây nối bằng không. Thanh MN được giữ đứng yên tại vị trí M_0N_0 và buông nhẹ ở thời điểm t = 0. Hỏi:

a) Độ dời cực đại của đoạn MN so với vị trí ban đầu bằng bao nhiêu?

b) Dòng điện tức thời trong mạch có độ lớn cực đại bằng bao nhiêu?

Giải

i. Theo định luật Ôm: $e_{cu} = iR \xrightarrow[e_{cu} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}]{R=0} \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = 0 \Rightarrow \Phi = \text{const}$

Phần từ thông của từ trường ngoài tăng Blx bằng từ thông do dòng cảm ứng Li, tức là:

$$Blx = L.i \Rightarrow i = \frac{Bl}{L}.x \quad (1)$$

Các lực tác dụng lên thanh MN gồm trọng lực $\vec{P}$ và lực từ $\vec{F}$

Theo định luật II Niu tơn: $\vec{P} + \vec{F} = m\vec{a}$ (2) do thanh chuyển động xuống dưới nên trong thanh xuất hiện suất điện động với N đóng vai trò cực âm, M đóng vai trò là cực dương. Hay dòng điện trong thanh MN có hướng từ N đến M. Do đó lực từ tác dụng lên thanh hướng lên.

Chiếu phương trình (2) lên trục Ox ta được:

$$a = \frac{mg - F}{m} \text{ với } \begin{cases} a = x'' \\ F = Bil = \dfrac{B^2l^2}{m.L}.x \end{cases}$$

$$\Rightarrow x'' = g - \frac{B^2l^2}{m.L}x \quad \Rightarrow x'' = -\frac{B^2l^2}{m.L}\left(x - \frac{mgL}{B^2l^2}\right)$$

$$\begin{cases} X = x - \dfrac{mgL}{B^2l^2} \\ \omega^2 = \dfrac{B^2l^2}{m.L} \end{cases} \Rightarrow X'' + \omega^2 X = 0$$

$$\Rightarrow X = A\cos(\omega t + \varphi) \Rightarrow x = \frac{mgL}{B^2l^2} + A\cos(\omega t + \varphi)$$

Tại t = 0 ta có: $\begin{cases} x = 0 \\ x' = 0 \end{cases} \Rightarrow x = \dfrac{mgL}{B^2l^2}(1 - \cos\omega t)$

$$\Rightarrow x_{max} = \frac{2mgL}{B^2l^2} \quad (3)$$

b. Để tìm i_{max} Thay (3) vào (2) ta được: $i = \dfrac{mg}{Bl}(1 - \cos\omega t)$

$$\Rightarrow i_{max} = 2\frac{mg}{Bl}$$