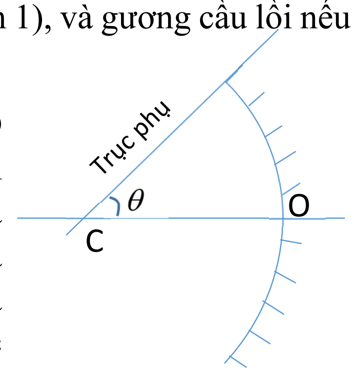
Chủ đề 2: Hệ quang học đồng trục

I. Bài toán lí thuyết.

Bài 1: Gương cầu

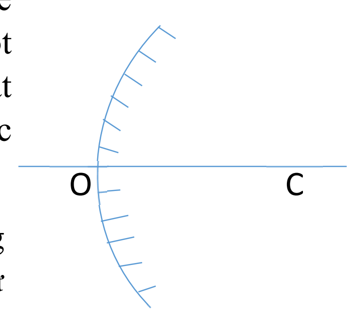
Gương cầu là một phần mặt cầu phản xạ ánh sáng. Có hai loại gương cầu: gương cầu lõm nếu mặt phản xạ hướng về tâm của mặt cầu(hình 1), và gương cầu lồi nếu mặt phản xạ hướng ra phía ngoài (hình 2)

Các gương cầu thường có dạng một chỏm cầu. Đỉnh O của chỏm cầu được gọi là đỉnh gương. Tâm C và bán kính R của chỏm cầu được gọi là tâm và bán kính của gương. Đường thẳng nối đỉnh O và tâm C được gọi là trục chính của gương. Đường thẳng bất kì qua tâm C, mà không qua đỉnh O, được gọi là trục phụ của gương. Các mặt phẳng đi qua trục chính được gọi là tiết diện chính của gương. Góc θ giữa trục chính và một trục phụ qua mép gương gọi là góc mở của gương.



Hình 1

Trong bài toán này ta chỉ xét sự phản xạ ánh sáng của các tia sáng nằm trong một tiết diện chính nào đó và để thỏa mãn gần đúng điều kiện tương điểm(ảnh của một điểm sáng là một điểm)thì các tia sáng phải nghiêng rất ít so với trục chính (hay góc mở θ của gương phải là góc nhỏ)



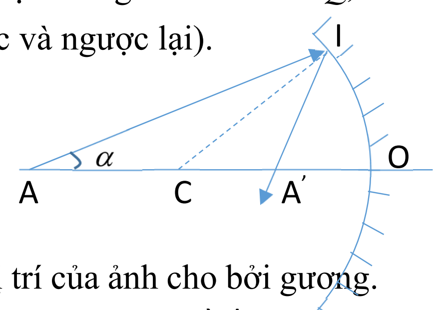
Hình 2

Xét một điểm sáng A nằm trên trục chính của một gương cầu lõm, cùng phía với tâm C (hình 3). Một tia sáng từ A tạo với trục chính một góc α, cắt trục này tại $A^{'}$ sau khi phản xạ trên gương tại I. Tia sáng từ A đi dọc theo trục chính, phản xạ tại đỉnh O, truyền ngược lại theo phương của tia tới. Như vậy $A^{'}$ là ảnh thật của A

1. Sử dụng kí hiệu $\overline{QP}$ để biểu diễn độ dài đại số của đoạn thẳng nối hai điểm Q,P bất kì($\overline{QP}>0$ khi từ Q tới P cùng chiều dương quy ước và ngược lại).

a. Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{\overline{OA}}+\frac{1}{\overline{OA^{'}}}=\frac{2}{\overline{OC}}$$



Công thức trên gọi là công thức gương cầu xác định vị trí của ảnh cho bởi gương.

Hình 3

b.Chứng minh rằng:

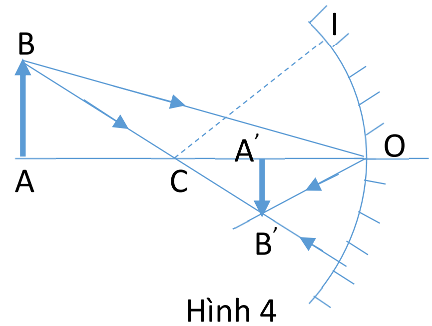
$$\frac{1}{\overline{CA}}+\frac{1}{\overline{CA'}}=\frac{2}{\overline{CO}}$$

2. Dịch chuyển điểm A trên trục chính. Khi điểm A dần tới một điểm F_V thì điểm ảnh A' xa dần ra vô cực, $\overline{OF_A}=f_V$ gọi là tiêu cự vật. Còn khi điểm A xa dần ra vô cực thì điểm ảnh A' của nó dần tới một vị trí giới hạn F_A , $\overline{OF_A}=f_A$ gọi là tiêu cự ảnh. Chứng minh rằng:

a. $F_V\equiv F_A\equiv F$. Như vậy đối với gương cầu thì chỉ có một tiêu điểm chính F

b. $f_V=f_A=f=\frac{\overline{OC}}{2}$. f gọi là tiêu cự của gương cầu

3a. Chứng minh rằng ảnh của một vật sáng, thẳng nhỏ AB vuông góc với trục chính là A'B' cũng vuông góc với trục chính (hình 4)



Hình 4

3b. Gọi $\overline{AB};\overline{A'B'}$ là độ dài đại số của vật và ảnh.

Chứng minh rằng độ phóng đại ảnh được tính theo công thức:

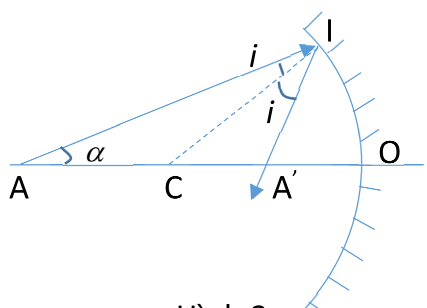
$$k=\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}=-\frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}=\frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}}=\frac{\overline{FO}}{\overline{FA}}=\frac{\overline{FA'}}{\overline{FO}}$$

4. Có hai điểm thỏa mãn điều kiện tương điểm hoàn toàn(mọi tia sáng xuất phát từ điểm sáng đó phản xạ trên gương đều đi qua chính nó). Tìm hai điểm đó

Giải:

Phần I:

1a.



Hình 3

Ta có: $I\hat{C}O=\alpha+i;I\hat{A'}O=\alpha+2i$

Vì các góc α,i nhỏ nên:

$$\tan\alpha = \alpha = \frac{\overline{OI}}{\overline{OA}} \qquad (1)$$

$$\tan I\hat{C}O = \alpha + i = \frac{\overline{OI}}{\overline{OC}} \qquad (2)$$

$$\tan I\hat{A'}O = \alpha + 2i = \frac{\overline{OI}}{\overline{OA'}} \qquad (3)$$

Từ (2) và (3) suy ra: $$i = \frac{\overline{OI}}{\overline{OA'}} - \frac{\overline{OI}}{\overline{OC}} \qquad (4)$$

Thay (1),(4) vào (2) và rút gọn ta được: (5)

$$\frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{2}{\overline{OC}}$$

1b.Từ (5) ta có: $$\frac{1}{\overline{OC} + \overline{CA}} + \frac{1}{\overline{OC} + \overline{CA'}} = \frac{2}{\overline{OC}}$$

Quy đồng, nhân chéo rồi rút gọn ta được :

$$\frac{1}{\overline{CA}} + \frac{1}{\overline{CA'}} = \frac{2}{\overline{CO}}$$

2. Dễ thấy

3b. Dễ thấy

3b. Vì $\Delta ABO \sim \Delta A'B'O$ và $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C$ nên:

$$k = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}}$$

Ta có:

$$\frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{2}{\overline{OC}} = \frac{1}{\overline{OF}} \Rightarrow k = -\frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{OF}}{\overline{OF} - \overline{OA}} = \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}} \equiv \frac{\overline{OF} - \overline{OA'}}{\overline{OF}} = \frac{\overline{FA'}}{\overline{FO}}$$

Vậy:

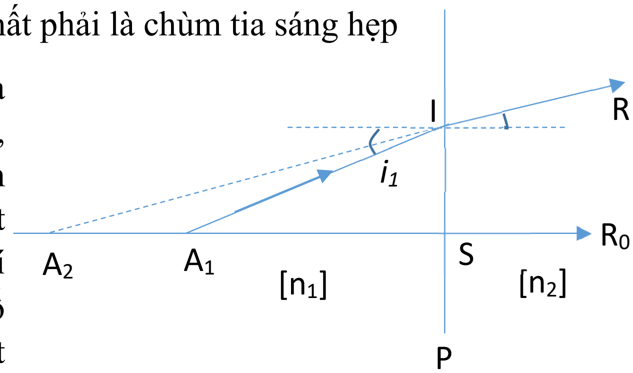
$$k = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}} = \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}} = \frac{\overline{FA'}}{\overline{FO}}$$

4. Hai điểm thỏa mãn điều kiện tương điểm hoàn toàn là đỉnh O và tâm C

Bài 2: Lưỡng chất phẳng. Bản mặt song song

1. Lưỡng chất phẳng là một tập hợp gồm hai môi trường trong suốt, chiết suất khác nhau, ngăn cách nhau bởi một mặt phẳng.

Để thỏa mãn gần đúng điều kiện tương điểm (ảnh của một điểm sáng là một điểm) thì chùm tia sáng chiếu tới lưỡng chất phải là chùm tia sáng hẹp



Trong bài toán này ta xét chùm ta sáng hẹp xuất phát từ điểm sáng A_1, rọi gần như vuông góc với mặt phân cách P giữa hai môi trường có chiết suất n_1 và n_2 (hình vẽ). Sử dụng kí hiệu $\overline{AB}$ để biểu diễn độ dài đại số của đoạn thẳng nối hai điểm A,B bất kì($\overline{AB}>0$ khi từ A tới B cùng chiều dương quy ước và ngược lại)

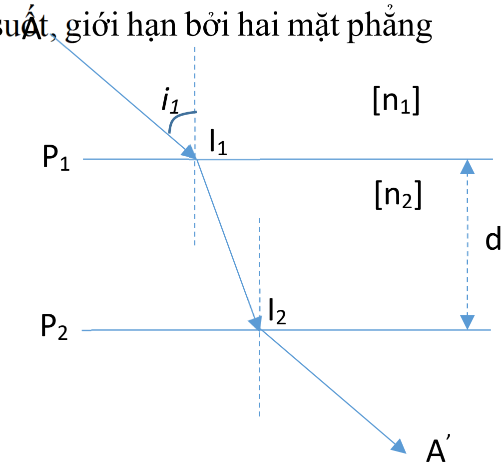
Để tìm ảnh của A_1 cho bởi lưỡng chất phẳng, từ A_1 ta vẽ hai tia sáng: tia sáng thứ nhất A_1S, vuông góc với mặt P tại S, qua mặt P không bị lệch, và một tia bất kì A_1I tới mặt P dưới góc i_1 nhỏ, và cho tia khúc xạ IR . Hai tia khúc xạ qua mặt phân cách P cắt nhau tại A_2.Vậy A_2 là ảnh của A_1 qua lưỡng chất phẳng

a. Chứng minh rằng: $\dfrac{n_1}{\overline{SA_1}}-\dfrac{n_2}{\overline{SA_2}}=0$.

Có nhận xét gì về tính chất của vật và ảnh tạo bởi lưỡng chất phẳng

b. Một vật sáng nhỏ, phẳng A_1B_1 song song với mặt P qua lưỡng chất phẳng cho ảnh A_2B_2 cũng song song với mặt P (A_1,A_2 nằm trên đường thẳng vuông góc với mặt P). Chứng minh rằng vật và ảnh có cùng chiều cao. Có nhận xét gì về tính chất vật và ảnh.

2. Bản mặt song song là một lớp môi trường trong suất, giới hạn bởi hai mặt phẳng song song.



Ta xét bản mặt song song được làm bằng vật liệu có chiết suất n_2 đặt trong môi trường trong suốt, đồng chất có chiết suất n_1. Bản mặt song song có bề dày d và được ngăn cách với môi trường bằng hai mặt phẳng P_1 và P_2 (hình vẽ)

Tia sáng AI_1 tới điểm I_1 trên mặt P_1, dưới góc tới i_1, khúc xạ trong bản theo I_1I_2 tới điểm I_2 trên mặt P_2 lại ló ra ngoài, theo I_2A'

a. Chứng minh rằng hai tia sáng AI_1 và I_2A' song song với nhau. Tìm khoảng cách giữa hai tia đó theo d,n_1,n_2,i_1

b. Cho bản mặt song song tịnh tiến mà giữa nguyên phương vuông góc với mặt bản. Chứng minh rằng các tia sáng ló ra khỏi bản mặt song song vẫn cố định.

c. Một vật sáng nhỏ, phẳng A_1B_1 song song với hai mặt P_1,P_2 của bản mặt song song cho ảnh A_2B_2 cũng song song với hai mặt P_1,P_2 (A_1,A_2 nằm trên đường thẳng vuông góc với hai mặt P_1,P_2)

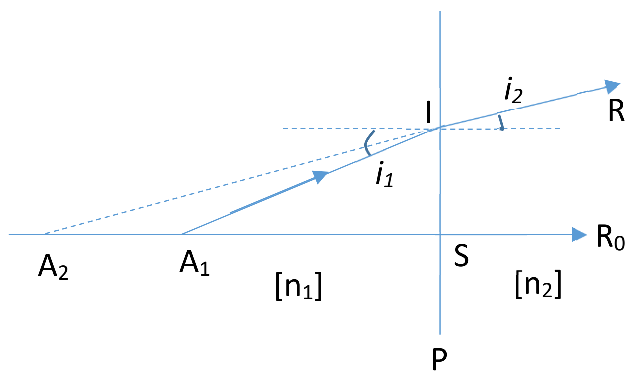
i. Chứng minh rằng $\overline{A_1A_2} = d\left(1 - \frac{1}{n}\right)$

trong đó $n = \frac{n_2}{n_1}$ là chiết suất tỉ đối của chất làm bản mặt song song đối với môi trường

ii. Chứng minh rằng vật và ảnh có cùng chiều cao. Có nhận xét gì về tính chất vật và ảnh

Giải:

1a.



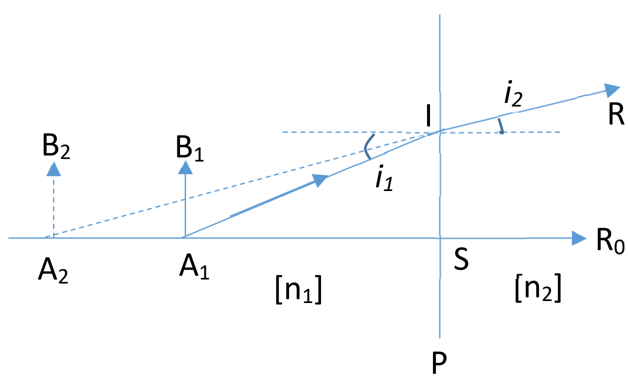
$$\tan i_1 = \sin i_1 = \frac{\overline{SI}}{\overline{SA_1}}; \tan i_2 = \sin i_2 = \frac{\overline{SI}}{\overline{SA_2}}$$

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$$

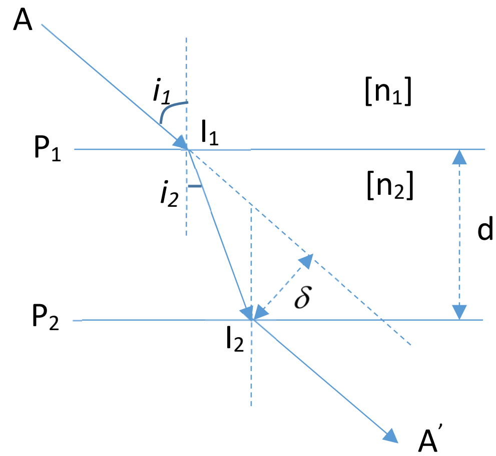
$$\Rightarrow \frac{n_1}{\overline{SA_1}} - \frac{n_2}{\overline{SA_2}} = 0$$

Ta thấy: $\overline{SA_1}; \overline{SA_2}$ luôn cùng dấu với nhau tức vật và ảnh qua lưỡng chất phẳng luôn trái tính chất

1b. Dễ thấy



2a.



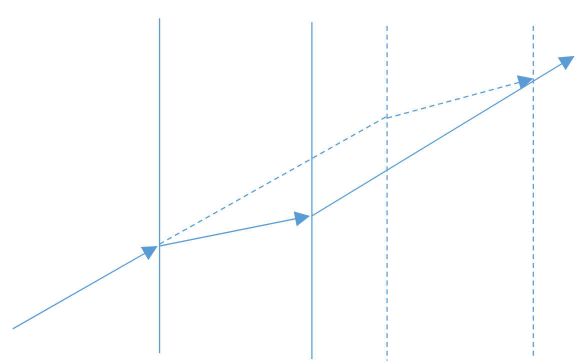
Ta có:

$$\delta = I_1I_2\sin(i_1 - i_2) = d.\frac{\sin(i_1 - i_2)}{\cos i_2} = d.(\sin i_1 - \cos i_1.\tan i_2)$$

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2 \Rightarrow \tan i_2 = \frac{n_1 \sin i_1}{\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i_1}}$$

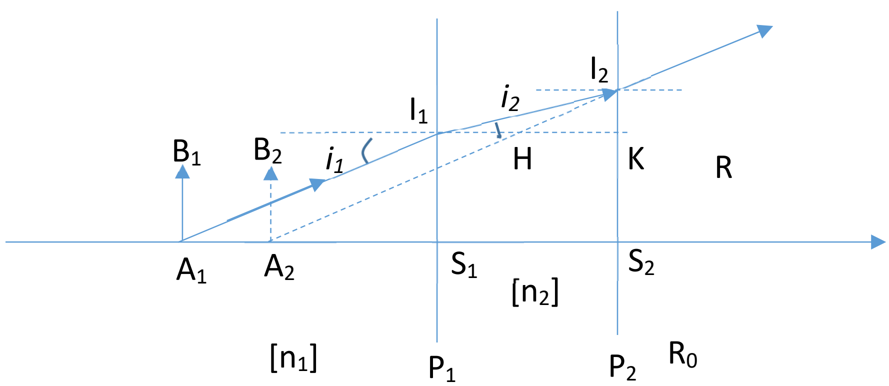
$$\Rightarrow \delta = d\left(\sin i_1 - \frac{n_1 \sin i_1 \cos i_1}{\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i_1}}\right)$$

2b.



c.

i.



$$\Delta I_2I_1K \Rightarrow \overline{I_2K} = \overline{I_1K}.\tan i_2$$
$$\Delta I_2KH \Rightarrow \overline{I_2K} = \overline{HK}.\tan i_1$$

$$\Rightarrow \overline{HK} = \overline{I_1K}.\frac{\tan i_2}{\tan i_1} = \overline{I_1K}.\frac{\sin i_2}{\sin i_1} = \overline{I_1K}.\frac{n_1}{n_2}$$

$$\Rightarrow \overline{A_1A_2} = \overline{I_1H} = \overline{I_1K} - \overline{HK} = \overline{I_1K}\left(1-\frac{n_1}{n_2}\right) = \overline{I_1K}\left(1-\frac{1}{n}\right)$$

$$\Rightarrow \overline{A_1A_2} = d\left(1-\frac{1}{n}\right)$$

ii. Dễ thấy vật và ảnh,cùng chiều, cùng độ cao. Vật và ảnh trái tính chất

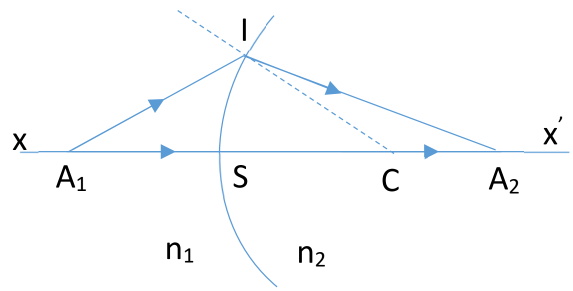
Bài 3: Lưỡng chất cầu- thấu kính mỏng

Phần I:

Lưỡng chất cầu là một tập hợp hai môi trường trong suốt, ngăn cách nhau bỏi một phần (hoặc toàn bộ)mặt cầu.

Trong bài toán này ta xét một mặt cầu bán kính *R*, tâm *C*, ngăn cách hai môi trường trong suốt có chiết suất n_1, n_2 khác nhau. Quy ước chiều truyền ánh sáng là chiều dương và sử dụng kí hiệu $\overline{AB}$ để biểu diễn độ dài đại số của đoạn thẳng nối hai điểm *A,B* bất kì($\overline{AB} = AB > 0$ khi từ *A* tới *B* cùng chiều dương quy ước và ngược lại)

Trục xx' qua C cắt mặt cầu tại điểm S gọi là trục chính của lưỡng chất cầu. S gọi là đỉnh của lưỡng chất cầu. A_1 là một điểm sáng ở trong môi trường chiết suất n_1 và nằm trên trục chính . Xét một tia sáng xuất phát từ A_1 đến gặp mặt cầu tại điểm *I* và cho tia khúc xạ cắt trục chính tai điểm *A₂* như hình vẽ 1.



Hình vẽ 1

1.Chứng minh rằng: $\frac{n_1\overline{CA_1}}{\overline{IA_1}} = \frac{n_2\overline{CA_2}}{\overline{IA_2}}$

Công thức trên gọi là công thức cơ bản của lưỡng chất cầu.

2. Cặp điểm A_1 và A_2 gọi là tương điểm hoàn toàn nếu mọi tia sáng xuất phát từ A_1 đến gặp mặt cầu và đều đi qua A_2. Tìm những cặp điểm như thế.

3. Các tia sáng xuất phát từ A_1 nghiêng góc rất nhỏ so với trục chính(gọi là những tia bàng trục)tới gặp mặt cầu sẽ cho các tia khúc xạ gần đúng cắt nhau tại điểm A_2. Trường hợp này A_2 gọi là ảnh tương điểm gần đúng của A_1 tạo bởi lưỡng chất cầu khẩu độ nhỏ. Người ta cũng nói lưỡng chất cầu khẩu độ nhỏ có tính tương điểm gần đúng, đối với mọi điểm sáng trên trục chỉ gửi tới lưỡng chất những tia bàng trục.

a. Chứng minh rằng: $\frac{n_1}{\overline{SA_1}} - \frac{n_2}{\overline{SA_2}} = \frac{n_1 - n_2}{\overline{SC}}$

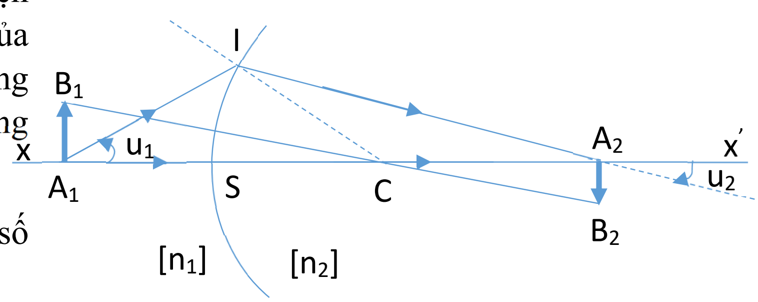
Công thức trên gọi là công thức liên hợp của lưỡng chất cầu có khẩu độ nhỏ

b. Chứng minh rằng: $\frac{n_1}{\overline{CA_2}} - \frac{n_2}{\overline{CA_1}} = \frac{n_2 - n_1}{\overline{CS}}$

c. Dịch chuyển điểm A_1 trên trục chính. Khi điểm A_1 dần tới một điểm F_1 thì điểm ảnh A_2 xa dần ra vô cực, $\overline{SF_1} = f_1$ gọi là tiêu cự vật. Còn khi điểm A_1 xa dần ra vô cực thì điểm ảnh A_2 của nó dần tới một vị trí giới hạn F_2, $\overline{SF_2} = f_2$ gọi là tiêu cự ảnh.

Chứng minh $f_2 = -\frac{n_2\overline{SC}}{n_1 - n_2}$ và $f_1 = \frac{n_1\overline{SC}}{n_1 - n_2}$.

d₁ . Chứng minh rằng nếu điều kiện tương điểm được thỏa mãn thì ảnh của một vật sáng, thẳng nhỏ A_1B_1 vuông góc với trục chính là A_2B_2 cũng vuông góc với trục chính (hình vẽ 2)



Hình vẽ 2

Gọi $y_1 = \overline{A_1B_1}; y_2 = \overline{A_2B_2}$ là độ dài đại số của vật và ảnh.

Chứng minh rằng độ phóng đại ảnh được tính theo công thức: $k = \frac{\overline{A_2B_2}}{\overline{A_1B_1}} = \frac{y_2}{y_1} = \frac{\overline{CA_2}}{\overline{CA_1}} = \frac{n_1}{n_2}.\frac{\overline{SA_2}}{\overline{SA_1}}$

d₂ . Xét một tia sáng A_1I làm với trục chính một góc u_1 nhỏ, tia liên hợp IA_2 cũng làm với trục một góc u_2 nhỏ(hình vẽ 2). Chứng minh rằng : $n_1y_1u_1 = n_2y_2u_2$

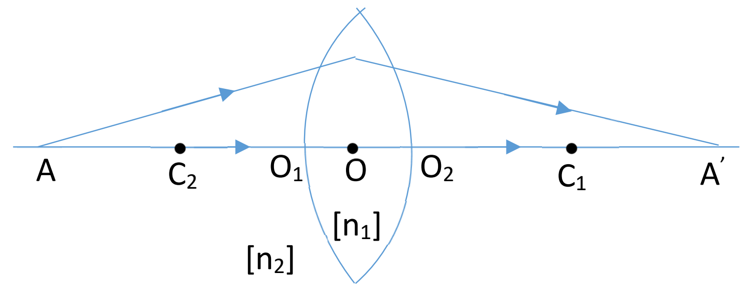
Công thức trên gọi là công thức La – grăng – Hem-hôn

Phần II: Thấu kính mỏng

Thấu kính là một môi trường trong suốt giới hạn bởi hai mặt cong, thường là mặt cầu: một trong hai mặt có thể là phẳng.

Xét một thấu kính được giới hạn bởi mặt cầu ξ_1 có tâm *C₁*, bán kính *R₁* và mặt cầu ξ_2 có tâm C_2, bán kính R_2. Đường thẳng thẳng xx' nối hai tâm C_1 và C_2 gọi là trục chính của thấu kính. Trục chính cắt hai mặt cầu ξ_1, ξ_2 lần lượt tại O_1 và O_2 gọi là đỉnh của các mặt cầu. Thấu kính được gọi là thấu kính mỏng nếu $O_1O_2 << R_1, R_2, C_1C_2$. (hình 1)

Trong bài toán này ta xét một thấu kính mỏng có chiết suất n_1 đặt trong môi trường có chiết suất n_2.



Hình 1

Quy ước chiều truyền ánh sáng là chiều dương và sử dụng kí hiệu $\overline{QP}$ để biểu diễn độ dài đại số của đoạn thẳng nối hai điểm *Q,P* bất kì($\overline{QP} = QP > 0$ khi từ *Q* tới *P* cùng chiều dương quy ước và ngược lại)

1. Đặt $n = \frac{n_1}{n_2}$ gọi là chiết suất tỉ đối của của chất làm thấu kính đối với môi trường. Vì thấu kính mỏng nên ta coi $O_1 \equiv O_2 \equiv O$. Gọi *A'* là ảnh tương điểm gần đúng của điểm *A* nằm trên trục chính. Dùng công thức đối với lưỡng chất cầu khẩu độ nhỏ chứng minh rằng:

$$\frac{1}{\overline{OA}} - \frac{1}{\overline{OA'}} = (n-1)\left(-\frac{1}{\overline{O_1C_1}} + \frac{1}{\overline{O_2C_2}}\right)$$

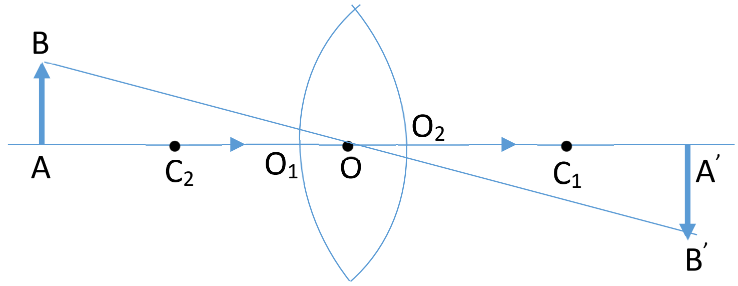
2. Dịch chuyển điểm *A* trên trục chính. Khi điểm *A* dần tới một điểm *F* thì điểm ảnh *A'* xa dần ra vô cực, $\overline{OF} = f$ gọi là tiêu cự vật. Còn khi điểm *A* xa dần ra vô cực thì điểm ảnh *A'* của nó dần tới một vị trí giới hạn *F*, $\overline{OF'} = f'$ gọi là tiêu cự ảnh.

Chứng minh rằng: $f = \dfrac{1}{(n-1)\left(-\dfrac{1}{\overline{O_1C_1}} + \dfrac{1}{\overline{O_2C_2}}\right)}$ và: $f' = -\dfrac{1}{(n-1)\left(-\dfrac{1}{\overline{O_1C_1}} + \dfrac{1}{\overline{O_2C_2}}\right)}$

Ta thấy rằng $f + f' = 0$ tức là tiêu điểm vật chính *F* và tiêu điểm ảnh chính F' đối xứng với nhau qua O

3. Vật nhỏ, phẳng AB vuông góc vuông góc với trục chính cho ảnh $A'B'$ (hình 2)

Gọi $y=\overline{AB}; y'=\overline{A'B'}$ là độ dài đại số của vật và ảnh. Chứng minh rằng độ phóng đại ảnh được tính theo công thức: $k=\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}=\frac{y'}{y}=\frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$



Hình 2

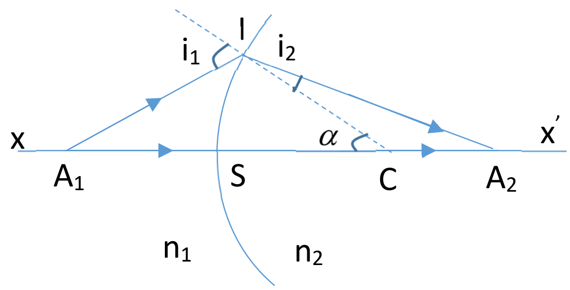
4. Khi đặt thấu kính mỏng lồi trong môi trường đồng nhất, khoảng cách từ tâm O của thấu kính tới tiêu điểm chính về hai phía bằng nhau. Nếu môi trường về hai phía của thấu kính trên có chiết suất lần lượt là n_1 và n_2, thì mỗi phía thấu kính có một tiêu điểm chính là F và F. Gọi $f = OF$ và $f' = OF'$

a. Đặt vật sáng phẳng nhỏ AB vuông góc với trục chính (A nằm trên trục chính, cách thấu kính đoạn d) thu được ảnh thật $A'B'$ cách thấu kính đoạn d'. Lập công thức liên hệ d, d', f, f'

b. Chiếu tia sáng tới O tạo với trục chính góc nhỏ θ_1. Tìm góc θ_2 tạo bởi tia ló và trục chính theo n_1, n_2 và θ_1

c. Tìm hệ thức liên hệ f_1, f_2, n_1, n_2

Giải:



Hình vẽ 1

1.Kí hiệu các góc như hình vẽ:

Áp dụng hàm số sin cho hai tam giác IA_1C và ICA_2 ta có:

$$\frac{\overline{CA_1}}{\sin i_1}=\frac{\overline{IA_1}}{\sin\alpha};\frac{\overline{CA_2}}{\sin i_2}=\frac{\overline{IA_2}}{\sin\alpha}$$

Từ đó ta rút ra: $$\frac{\overline{CA_1}}{\overline{IA_1}}.\frac{\sin i_2}{\sin i_1}=\frac{\overline{CA_2}}{\overline{IA_2}} \quad (1)$$

Theo định luật khúc xạ ánh sáng: $$\frac{\sin i_2}{\sin i_1}=\frac{n_1}{n_2} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta rút ra: $$\frac{n_1\overline{CA_1}}{\overline{IA_1}}=\frac{n_2\overline{CA_2}}{\overline{IA_2}} \quad (3)$$

2. Từ (3) ta rút ra: $$\overline{CA_2}=\frac{n_1}{n_2}.\frac{\overline{IA_2}}{\overline{IA_1}}\overline{CA_1}$$

Để lưỡng chất cầu là một hệ tương điểm đối với cặp điểm A_1, A_2 thì $\overline{CA_2}$ phải không đổi khi I di chuyển trên mặt cầu. Ta thấy ngay hai trường hợp hiển nhiên thỏa mãn điều kiện này

a. trường hợp 1: A_1 trùng tâm mặt cầu

Khi đó: $\overline{CA_1}=0\Rightarrow\overline{CA_2}=0$ tức là A_2 trùng với tâm C của mặt cầu, tức là:

"Lưỡng chất cầu thỏa mãn điều kiện tương điểm đối với tâm của nó"

b.Trường hợp 2: A_1 trùng với điểm I, tức là A_1 ở trên mặt cầu

Khi đó, $\overline{IA_1}=0$ mà CA_1 = R nên để $\overline{CA_2}$ có giá trị hữu hạn thì $\overline{IA_2}=0$. Vậy A_2 trùng với A_1, tức là: "Lưỡng chất cầu thỏa mãn điều kiện tương điểm đối với mọi điểm trên mặt cầu"

c. Trường hợp 3: Tỉ số: $\frac{\overline{IA_2}}{\overline{IA_1}}$ giữ giá trị không đổi khi I dịch chuyển trên mặt cầu

Khi I trùng với S, thì giá trị của tỉ số này là $\frac{\overline{IA_2}}{\overline{IA_1}}=\frac{\overline{SA_2}}{\overline{SA_1}}=\frac{n_2\overline{CA_2}}{n_1\overline{CA_1}}$

Trong hình học phẳng, chúng ta đã biết rằng, trong một tam giác IA_1A_2, thì chân S' và S của hai đường phân giác trong và ngoài của góc I là hai điểm chia trong và chia ngoài đoạn thẳng A_1A_2 theo tỉ số độ dài của hai cạnh IA_1 và IA_2 tức là:

$$\frac{\overline{S'A_1}}{\overline{S'A_2}}=-\frac{IA_1}{IA_2}=-\frac{\overline{SA_1}}{\overline{SA_2}}$$

Và ngược lại: "Nếu hai điểm S' và S là hai điểm chia trong và chia ngoài đoạn thẳng A_1A_2 theo cùng một tỉ số k (với $k\neq1$) thì quỹ tích các điểm I, mà tỉ số khoảng cách tới hai điểm A_1, A_2 bằng k, là đường tròn, có đường kính $S'S$"

Vậy để tỉ số $\frac{\overline{IA_2}}{\overline{IA_1}}$ không đổi, khi I chuyển động trên mặt cầu tâm C đường kính $S'S$, thì điều kiện cần và đủ là hai điểm liên hợp A_1,A_2 thỏa mãn điều kiện:

$$\frac{\overline{SA_2}}{\overline{SA_1}} = -\frac{\overline{S'A_2}}{\overline{S'A_1}} = \frac{n_2\overline{CA_2}}{n_1\overline{CA_1}}$$

Ta có: $\overline{SA_1} = \overline{SC} + \overline{CA_1} = R + \overline{CA_1}$ và: $\overline{SA_2} = \overline{SC} + \overline{CA_2} = R + \overline{CA_2}$

$$\overline{S'A_1} = \overline{S'C} + \overline{CA_1} = -R + \overline{CA_1} \text{ và: } \overline{S'A_2} = \overline{S'C} + \overline{CA_2} = -R + \overline{CA_2}$$

Thế các giá trị này vào phương trình trên ta được:

$$\frac{n_1\overline{CA_1}}{n_2\overline{CA_2}} = \frac{R+\overline{CA_1}}{R+\overline{CA_2}} = \frac{-R+\overline{CA_1}}{-R+\overline{CA_2}} = \frac{R-\overline{CA_1}}{-R+\overline{CA_2}} = \frac{2R}{2\overline{CA_2}} = \frac{2\overline{CA_1}}{2R}$$

Từ đó: $\overline{CA_1} = R\frac{n_2}{n_1}$ và $\overline{CA_2} = R\frac{n_1}{n_2}$

3. Khi các tia sáng xuất phát từ A_1 nghiêng góc rất nhỏ so với trục chính thì góc SCI nhỏ, nên cung SI gần như một đoạn thẳng vuông góc với bán kính SC, và tam giác SIA_1 coi như có góc S vuông. Góc SA_1I lại nhỏ, nên cạnh huyền A_1I chỉ lớn hơn cạnh góc vuông A_1S một lượng vô cùng nhỏ bậc 2 so với vô cùng nhỏ bậc nhất SI. Do đó ta có thể lấy gần đúng:

$$\overline{IA_1} = \overline{SA_1}; \overline{IA_2} = \overline{SA_2}$$

a.Khi đó phương trình (3) trở thành: $n_1\frac{\overline{CA_1}}{\overline{SA_1}} = n_2\frac{\overline{CA_2}}{\overline{SA_2}}$ (4)

$$\Leftrightarrow n_1\frac{\overline{SA_1}-\overline{SC}}{\overline{SA_1}} = n_2\frac{\overline{SA_2}-\overline{SC}}{\overline{SA_2}}$$

$$\Leftrightarrow n_1\left(1-\frac{\overline{SC}}{\overline{SA_1}}\right) = n_2\left(1-\frac{\overline{SC}}{\overline{SA_2}}\right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{n_1}{\overline{SA_1}} - \frac{n_2}{\overline{SA_2}} = \frac{n_1-n_2}{\overline{SC}} \quad (5)$$

b. Công thức (4) biến đổi thành: $\frac{n_1\overline{CA_1}}{\overline{CA_1}-\overline{CS}} = \frac{n_2\overline{CA_2}}{\overline{CA_2}-\overline{CS}}$

$$\Leftrightarrow \frac{\overline{CA_1}-\overline{CS}}{n_1\overline{CA_1}} = \frac{\overline{CA_2}-\overline{CS}}{n_2\overline{CA_2}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{n_1}\left(1-\frac{\overline{CS}}{\overline{CA_1}}\right)=\frac{1}{n_2}\left(1-\frac{\overline{CS}}{\overline{CA_2}}\right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{n_1}{\overline{CA_2}}-\frac{n_2}{\overline{CA_1}}=\frac{n_2-n_1}{\overline{CS}}$$

c. A_2 ra vô cực tức là: $\frac{1}{\overline{SA_2}} \to 0$ khi đó phương trình (5) trở thành:

$$\frac{n_1}{f_1}=\frac{n_1-n_2}{\overline{SC}} \Leftrightarrow f_1=\frac{n_1\overline{SC}}{n_1-n_2}$$

Khi A_1 ra vô cực tức là $\frac{1}{\overline{SA_1}} \to 0$ khi đó phương trình (5) trở thành:

$$-\frac{n_2}{f_2}=\frac{n_1-n_2}{\overline{SC}} \Leftrightarrow f_2=-\frac{n_2\overline{SC}}{n_1-n_2}$$

d_1. Vì tam giác A_1B_1C và A_2B_2C đồng dạng nên ta có:

$$k=\frac{\overline{A_2B_2}}{\overline{A_1B_1}}=\frac{\overline{CA_2}}{\overline{CA_1}}$$

Kết hợp phương trình trên với phương trình (4) ta được:

$$k=\frac{\overline{A_2B_2}}{\overline{A_1B_1}}=\frac{y_2}{y_1}=\frac{\overline{CA_2}}{\overline{CA_1}}=\frac{n_1}{n_2}.\frac{\overline{SA_2}}{\overline{SA_1}} \tag{6}$$

d_2. Ta có:

$$\tan u_1 \approx u_1=\frac{\overline{SI}}{\overline{A_1S}} \text{ và } \tan u_2 \approx u_2=\frac{\overline{SI}}{\overline{A_2S}}$$

Do đó:
$$\frac{u_1}{u_2}=\frac{\overline{A_2S}}{\overline{A_1S}}=\frac{\overline{SA_2}}{\overline{SA_1}}$$

Kết hợp phương trình trên với phương trình (6) ta suy ra:

$$n_1y_1u_1=n_2y_2u_2$$

Phần II:

1.Sơ đồ tạo ảnh: $A \xrightarrow{O_1} A_1 \xrightarrow{O_2} A'$

Áp dụng công thức cho lưỡng chất cầu khẩu độ nhỏ ta được:

$$\frac{n_2}{O_1A}-\frac{n_1}{O_1A_1}=\frac{n_2-n_1}{O_1C_1} \Leftrightarrow \frac{n_2}{OA}-\frac{n_1}{OA_1}=\frac{n_2-n_1}{O_1C_1}$$

Và: $$\frac{n_1}{O_2A_1}-\frac{n_2}{O_2A'}=\frac{n_1-n_2}{O_2C_2} \Leftrightarrow \frac{n_1}{OA_1}-\frac{n_2}{OA'}=\frac{n_1-n_2}{O_2C_2}$$

Cộng vế theo vế hai phương trên ta suy ra:

$$\frac{n_2}{OA}-\frac{n_2}{OA'}=(n_1-n_2)\left(-\frac{1}{O_1C_1}+\frac{1}{O_2C_2}\right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{OA}-\frac{1}{OA'}=(n-1)\left(-\frac{1}{O_1C_1}+\frac{1}{O_2C_2}\right) \qquad (1)$$

2. Khi A' ra xa vô cực, thì $A \equiv F$, khi đó $\frac{1}{OA'} \to 0$ thì phương trình (1) trở thành:

$$\frac{1}{\mathrm{OF}}=\frac{1}{f}=(n-1)\left(-\frac{1}{O_1C_1}+\frac{1}{O_2C_2}\right) \text{ hay } f=\frac{1}{(n-1)\left(-\frac{1}{O_1C_1}+\frac{1}{O_2C_2}\right)}$$

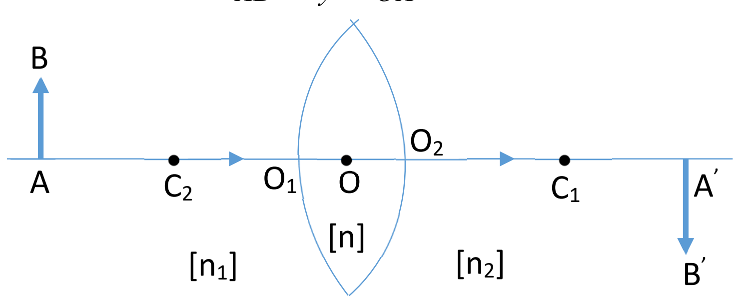
Khi A ra xa vô cực, thì $A' \equiv F'$, khi đó $\frac{1}{OA} \to 0$ thì phương trình (1) trở thành:

$$-\frac{1}{\mathrm{OF'}}=-\frac{1}{f'}=(n-1)\left(-\frac{1}{O_1C_1}+\frac{1}{O_2C_2}\right) \text{ hay: } f'=-\frac{1}{(n-1)\left(-\frac{1}{O_1C_1}+\frac{1}{O_2C_2}\right)}$$

3. Vì hai tam giác OAB và OA'B' đồng dạng
nên ta có:

$$k=\frac{\overline{A'B'}}{AB}=\frac{y'}{y}=\frac{\overline{OA'}}{OA}$$

4a.



Hình 3

Áp dụng công thức cho lưỡng chất cầu khẩu độ nhỏ:

$$\frac{n_1}{\overline{O_1A}}-\frac{n_1}{\overline{O_1A_1}}=\frac{n_1-n}{\overline{O_1C_1}}\Leftrightarrow\frac{n_1}{\overline{OA}}-\frac{n}{\overline{OA_1}}=\frac{n_1-n}{\overline{O_1C_1}}$$

$$\frac{n}{\overline{O_2A_1}}-\frac{n_2}{\overline{O_2A'}}=\frac{n-n_2}{\overline{O_2C_2}}\Leftrightarrow\frac{n}{\overline{OA_1}}-\frac{n_2}{\overline{OA'}}=\frac{n-n_2}{\overline{O_2C_2}}$$

Cộng vế theo vế hai phương trình trên ta được:

$$\frac{n_1}{\overline{OA}}-\frac{n_2}{\overline{OA'}}=\frac{n_1-n}{\overline{O_1C_1}}+\frac{n-n_2}{\overline{O_2C_2}} \quad (2)$$

Khi A' ra xa vô cực, thì $A\equiv F$, khi đó $\frac{1}{\overline{OA'}}\to 0$ thì phương trình (2) trở thành:

$$\frac{n_1}{\overline{OF}}=\frac{n_1-n}{\overline{O_1C_1}}+\frac{n-n_2}{\overline{O_2C_2}} \quad (3)$$

Khi A ra xa vô cực, thì $A'\equiv F'$, khi đó $\frac{1}{\overline{OA}}\to 0$ thì phương trình (2) trở thành

$$-\frac{n_2}{\overline{OF'}}=\frac{n_1-n}{\overline{O_1C_1}}+\frac{n-n_2}{\overline{O_2C_2}} \quad (4)$$

Trừ vế theo vế phương trình (3) cho (4) ta được:

$$\frac{n_1}{\overline{\mathrm{OF}}}+\frac{n_2}{\overline{\mathrm{OF'}}}=0 \quad (5)$$

Từ (2),(3) ta cũng có:

$$\frac{n_1}{\overline{OA}}-\frac{n_2}{\overline{OA'}}=\frac{n_1}{\overline{OF}}\Leftrightarrow.\frac{1}{\overline{OA}}-\frac{n_2}{n_1}\frac{1}{\overline{OA'}}=\frac{1}{\overline{OF}} \quad (6)$$

Từ (5) và (6) ta có:

$$\frac{1}{\overline{OA}}+\frac{\overline{OF'}}{\overline{OF}}\frac{1}{\overline{OA'}}=\frac{1}{\overline{OF}}$$

Thay $\overline{OA}=-d;\overline{OA'}=d';\overline{OF}=-f;\overline{OF'}=f'$ vào phương trình trên ta được:

$$\frac{f}{d}+\frac{f'}{d'}=1$$

4b. Áp dụng công thức La – grăng – Hem-hôn ta được:

$$n_1.AB.\theta_1=n_2.A'B'.\theta_2$$

Mà: $$\frac{A'B'}{AB} = \frac{d'}{d}$$

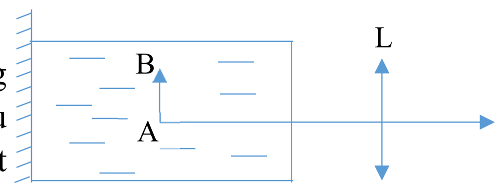
Từ hai phương trình trên ta suy ra:

$$n_1\theta_1 d = n_2\theta_2 d' \Rightarrow \theta_2 = \frac{n_1.d}{n_2.d'}.\theta_1$$

4c. Từ (5) ta được: $$\frac{n_1}{f} = \frac{n_2}{f'}$$

II. Bài tập áp dụng

Bài 1: Một bể nhỏ chứa nước hình chữ nhật, thành bể phía trước là một tấm thủy tinh có bề dày không đáng kể, thành phía sau là một gương phẳng, khoảng cách giữa thành bể này là a = 32cm.

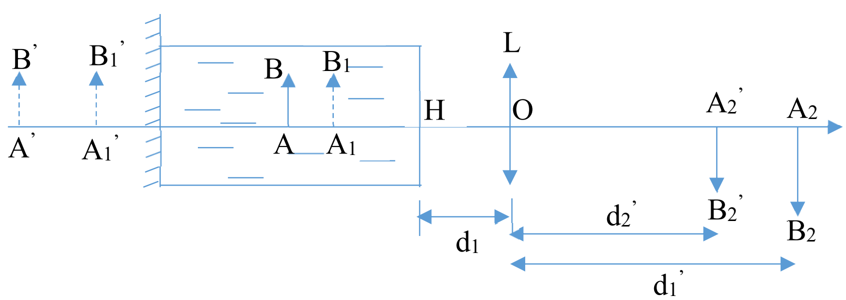


Đúng chính giữa bể có một vật phẳng sáng AB thẳng đứng. Đặt một thấu kính hội tụ trước bể và một màn M để thu ảnh của vật (hình vẽ). Ta thấy có 2 vị trí của màn cách nhau một khoảng d = 2cm để thu ảnh rõ nét của vật trên màn M;độ cao của ảnh trên M lần lượt là 6cm và 4,5cm.

Tìm tiêu cự của thấu kính, khoảng cách từ thấu kính đến thành bể phía trước. Cho chiết suất của nước là 4/3

(trích đề thi HSGQG năm học 1994-1995)

Giải:



Sơ đồ tạo ảnh:

$$AB \longrightarrow A_1B_1 \xrightarrow[d_1']{O} A_2B_2$$

$$AB \dashrightarrow A_1'\,B_1' \xrightarrow[d_2']{O} A_2'\,B_2'$$

Ta có:

$$HA = a/2 = 16cm,\ HA' = 3a/2 = 48cm$$

Từ sự tạo ảnh qua bản mặt song song ta dễ dàng có được:

$$H A_1' = HA'/n = 36cm\ ;\ HA_1 = HA/n = 12cm$$

$$\Rightarrow O A_1' = H A_1' + d_1 = 36 + d_1;\ OA_1 = HA_1 + d_1 = 12 + d_1$$

Áp dụng công thức thấu kính ta được:

$$d_1' = \frac{OA_1.f}{OA_1 - f} = \frac{(12+d_1).f}{12+d_1-f};\ d_2' = \frac{OA_1'.f}{OA_1'-f} = \frac{(36+d_1).f}{36+d_1-f} \qquad (1)$$

Và độ phóng đại ảnh tương ứng trong hai trường hợp là:

$$k_1 = \frac{f}{f-(12+d_1)};\ k_2 = \frac{f}{f-(36+d_1)} \qquad (2)$$

Giả thiết bài toán:

$$\begin{cases} d_1' - d_2' = d = 2cm \\ \dfrac{k_1}{k_2} = \dfrac{36+d_1-f}{12+d_1-f} = \dfrac{6cm}{4,5cm} = \dfrac{4}{3} \end{cases} \qquad (3)$$

Thay (1) và (2) vào (3) và giải hệ phương trình ta sẽ tính được

$$d_1 = 84cm;\ f = 24cm$$

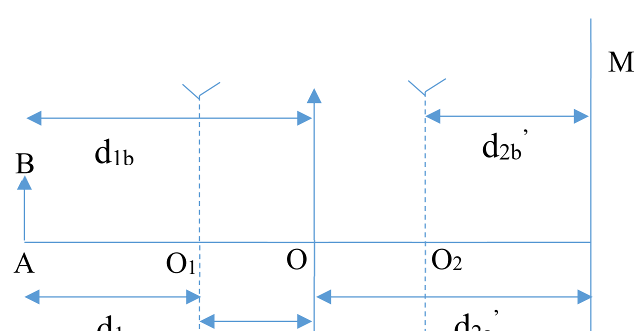
Bài 2: Một vật phẳng nhỏ AB đặt trước một màn M. Giữa vật và màn M. Giữa vật và màn có một thấu kính hội tụ O tiêu cự f_1 và một thấu kính phân kì L tiêu cự 10cm. Giữa vật và màn cố định, rồi dịch chuyển hai thấu kính, người ta tìm được một vị trí của O và tính chất đặc biệt là: dù đặt L ở trước hay ở sau O và cách O cùng một khoảng l = 30cm, thì ảnh của vật AB vẫn rõ nét trên màn. Khi L ở trước O(nghĩa là ở giữa AB và O) thì ảnh có độ cao h_1 = 1,2cm và khi L ở sau O thì ảnh có độ cao h_2 = 4,8cm. Hãy tính

1. Tiêu cự f_1 của thấu kính hội tụ O

2. Khoảng cách từ thấu kính O đến vật và màn

(trích đề thi HSG quốc gia năm học 1999-2000)

Giải:



Khi L ở vị trí O_1: $AB \xrightarrow[d_{1a}\quad d_{1a}']{O_1} \xrightarrow[d_{2a}\quad d_{2a}']{O} A_1B_1$

Khi L ở vị trí O_2: $AB \xrightarrow[d_{1b}\quad d_{1b}']{O} \xrightarrow[d_{2b}\quad d_{2b}']{O_2} A_2B_2$

Theo tính chất thuận nghịch của đường truyền tia sáng, ta có:

$$\begin{cases} d_{1a} = d'_{2b} \\ d_{1b} = d'_{2a} \\ d'_{1a} = d_{2b} \\ d_{2a} = d'_{1b} \end{cases} \qquad (1)$$

Như vậy O cách đều vật AB và màn M

Số phóng đại của ảnh trong hai trường hợp là:

$$k_1 = \frac{d'_{1a}.d'_{2a}}{d_{1a}.d_{2a}}; k_2 = \frac{d'_{1b}.d'_{2b}}{d_{1b}.d_{2b}} \qquad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra:

$$k_1.k_2 = 1 \qquad (3)$$

Lại có:

$$|k_1| = \frac{A_1B_1}{AB}; |k_2| = \frac{A_2B_2}{AB} \qquad (4)$$

$$\Rightarrow \left|\frac{k_1}{k_2}\right| = \frac{A_1B_1}{A_2B_2} = \frac{1,2cm}{4,8cm} = \frac{1}{4}$$

Từ (3) và (4) ta được:

$$k_1^2 = \frac{1}{4}$$

Vì AB và A_1B_1 ngược chiều nên $k_1 < 0$ suy ra:

$$k_1 = -\frac{1}{2}$$

Mặt khác:

$$k_1 = \frac{f_L}{f_L - d_{1a}}.\frac{f - d'_{2a}}{f} = \frac{f_L}{f_L - d_{1a}}.\frac{f - d_{1b}}{f} = -\frac{1}{2} \quad (5)$$

Với $f_L = -10$ cm là tiêu cự của thấu kính phân kì L

Từ hình vẽ ta có:

$$d_{1b} = d_{1a} + l \quad (6)$$

Thay l = 30cm và f_L = -10cm vào phương trình (5) và (6) rồi rút gọn thì ta tính được:

$$\begin{cases} f = 20cm \\ d_{1b} = 45cm \end{cases}$$

Bài 7:Xét hệ quang gồn n thấu kính hội tụ mỏng, giống nhau, có tiêu cự f, được đặt đồng trục và cách đều nhau một khoảng bằng 4f. Ta gọi k là số thứ tự của thấu kính L_k và O_k là quang tâm của thấu kính.

Một vật biểu diễn bằng véctơ $\overrightarrow{AB}$, có điểm A nằm trên quang trục x'x, được đặt vuông góc với quang trục, cách thấu kính thứ nhất một khoảng 2f ở phái ngoài quang hệ. Ta gọi $y = \overline{AB}$ là chiều cao của vật. Ảnh của AB sau thấu kính thứ k là A_kB_k có chiều cao $y_k = \overline{A_kB_k}$

1. Xác định vị trí các điểm A_k và các giá trị y_k

2. Một tia sáng xuất phát từ B nằm trong cùng mặt phẳng với quang trục, đi về phía hệ quang và ra xa quang trục, lập với quang trục một góc α nhỏ.

a. Sau khi qua thấu kính thứ nhất, tia sáng đó lập với quang trục một góc α_1 bằng bao nhiêu?

b. Sau khi qua thấu kính thứ k, tia sáng đó lập với quang trục một góc α_k bằng bao nhiêu?

3. Từ kết quả câu 2 rút ra nhận xét về độ sáng của các điểm trên ảnh thu được sau hệ quang học, giả thiết vật AB có độ sáng đồng đều

4. Hệ quang này được ứng dụng để truyền ảnh của vật trên một khoảng cách. Trước đây người ta sử dụng hệ này cùng một vài thấu kính thích hợp tạo nên một kính nội soi dùng để quan sát các chi tiết nhỏ của các bộ phận ở sâu bên trong cơ thể người. Hãy nêu một phương án chế tạo kính nội soi như vậy. Cho biểu thức tính gần đúng $\tan\alpha \approx \alpha$ nếu α nhỏ

(trích đề thi HSG quốc gia năm 2002)

Giải:

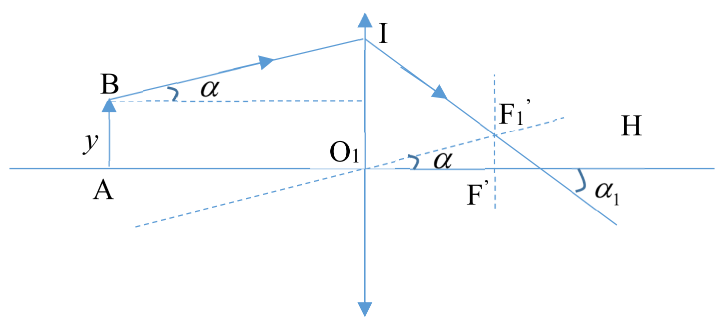
1. Sơ đồ tạo ảnh:

$$AB \xrightarrow[d_1 \qquad d_1']{O_1} \dots \xrightarrow[d_k \qquad d_k']{O}$$

Dễ thấy:

$$\begin{cases} AA_k = 4kf \\ y_k = (-1)^k y \end{cases}$$

2a.



Ta quy ước tia sáng đi xuống thì góc là âm và ngược lại

Như vậy trên hình vẽ góc α_1 có giá trị âm

Ta có:

$$\tan\alpha = \alpha = \frac{O_1I - y}{2f} \equiv \frac{F'F_1'}{f} \qquad (1)$$

$$\tan\alpha_1 = \alpha_1 = -\frac{O_1I}{O_1H} = -\frac{F'F_1'}{F'H} = \frac{-O_1I + F'F_1'}{f} \qquad (2)$$

Từ (1) và (2) ta rút ra:

$$\alpha_1 = -\alpha - \frac{y}{f}$$

2b. Dễ dàng tính được:

$$\alpha_k = (-1)^k\left(\alpha + \frac{ky}{f}\right)$$

3. Từ kết quả trên ta thấy nếu $y \neq 0$ thì góc α_k tăng lên khi tia sáng đi qua nhiều lăng kính. Do đó, càng nhiều tia sáng bị mất đi vì đi ra ngoài thấu kính. Góc α tăng nhanh với y lớn, ngĩa là điểm sáng càng xa quang trục thì ảnh của nó càng yếu.

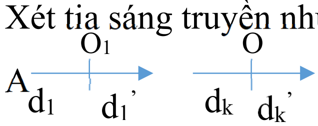
4. Đặt trước thấu kính L_1 một vật kính có tiêu cự nhỏ, sao cho ảnh thật được phóng đại của vật qua vật kính này hiện ở trước L_1 và cách L_1 khoảng 2f. Đặt sau thấu kính L_n một thị kính có tiêu cự lớn hơn vật kính, được dùng như một kính lúp để quan sát ảnh thu được sau hệ quang. Như vậy ta đã kết hợp một kính hiển vi(gồm vật kính và thị kính) với quang hệ đang xét. Dụng cụ này cho phép quan sát ảnh của các vật nhỏ với số bội giác lớn, và khoảng cách từ vật đến mắt người quan sát có thể khá lớn(tùy thuộc số lượng thấu kính trong hệ và tiêu cự của chúng). Muốn cho ảnh quan sát cùng chiều với vật, cần có số lẻ thấu kính.

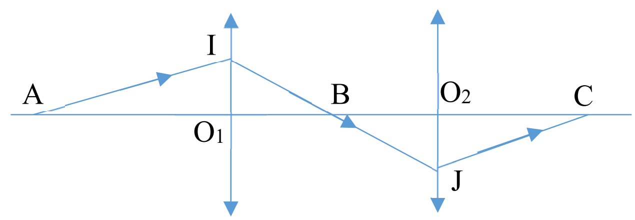
Bài 8: Cho hệ hai thấu kính hội tụ mỏng, tiêu cự lần lượt là f_1 và f_2, đặt đồng trục cách nhau một khoảng a. Hãy xác định một điểm A trên trục chính của hệ sao cho mọi tia sáng qua A sau khi lần lượt khúc xạ qua hai thấu kính, thì ló ra khỏi hệ theo phương song song với tia tới

(Trích đề thi HSG quốc gia năm 2003)

Giải:

Xét tia sáng truyền như hình vẽ 1



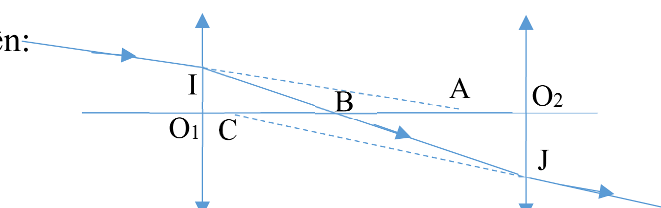


Hình vẽ 1

$\Delta AIO_1 \sim \Delta CJO_2$; $\Delta BIO_1 \sim \Delta BJO_2$ nên:

$$\frac{JO_1}{JO_2} = \frac{O_1B}{O_2B} = \frac{d_1'}{d_2};\ \frac{IO_1}{JO_2} = \frac{O_1A}{O_2C} = \frac{d_1}{d_2'}$$

Từ đó: $\dfrac{d_1'}{d_1}.\dfrac{d_2'}{d_2} = 1$



Hình vẽ 2

$$k = \frac{d_1'}{d_1}.\frac{d_2'}{d_2} = \frac{f_1f_2}{d_1(a - f_1 - f_2) - f_1a + f_1f_2} = 1$$

$$d_1 = \frac{f_1a}{a - (f_1 + f_2)}$$

Biện luận: Bài toán có nghiệm ứng với hình vẽ 2 khi $f_1 + f_2 < a$

Nếu $f_1 + f_2 = a, d_1 = \infty$ điểm A ở xa vô cùng

Nếu $f_1 + f_2 > a$. Chứng minh tương tự ta cũng có: $\frac{d_1'}{d_1}.\frac{d_2'}{d_2} = 1$

Và: $d_1 = \frac{f_1 a}{a - (f_1 + f_2)}$, điểm A là ảo ở sau O_1

Bài 10:Một hệ quang gồm một thấu kính hội tụ mỏng có tiêu cự f và một gương phẳng được đặt sao cho trục chính của thấu kính vuông góc với gương và mặt phản xạ của gương hướng về phía thấu kính. Khoảng cách giữa thấu kính và gương là l

a. Chứng tỏ rằng hệ quang trên tương đương với một gương cầu. Nêu cách xác định vị trí của tiêu điểm, tâm và đỉnh gương cầu đó

b.Khoảng cách l cần phải thỏa mãn điều kiện gì để hệ quang trên tương đương với một gương cầu lồi hoặc tương đương với một gương cầu lõm?

(trích đề thi HSG quốc gia năm 2008)

Giải:

a. Sơ đồ tạo ảnh:

$$A \xrightarrow[d_1 \quad d_1']{L} A_1 \xrightarrow[d_2 \quad d_2']{G} A_2 \xrightarrow[d_3 \quad d_3']{L} A_3$$

Ta có:

$$d_1' = \frac{d_1 f}{d_1 - f} \Rightarrow d_2 = d_2' = l - d_1' = l - \frac{d_1 f}{d_1 - f}$$

$$d_3 = l + d_2' = 2l - \frac{d_1 f}{d_1 - f} = \frac{(2l - f)d_1 - 2lf}{d_1 - f}$$

$$d_3' = \frac{d_3 f}{d_3 - f} = \frac{(2l - f)d_1 - 2lf}{2(l - f)d_1 - (2l - f)f}.f$$

- Vị trí tiêu điểm:

$$d_1 \to \infty \Rightarrow d_3' = \frac{2l - f}{2(l - f)}.f \qquad (1)$$

Vị trí của tâm và đỉnh gương được xác định từ điều kiện:

$$d_3' = d_1 \Leftrightarrow \frac{(2l-f)d_1 - 2lf}{2(l-f)d_1 - (2l-f)f}.f = d_1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} d_{11} = \dfrac{lf}{l-f} \\ d_{12} = f \end{array}\right.$$

Một trong hai vị trí trên là đỉnh và gương của gương cầu tương đương(đỉnh gương cầu phải nằm phía sau thấu kính theo đường truyền của ánh sáng tới quang hệ

b. Ta xét dấu d_3' trong biểu thức (1)

+ Nếu $d_3' > 0$:tiêu điểm là thật, gương cầu tương đương là gương cầu lõm

TH1: $l > f \Rightarrow d_{11} > d_{12}$ nên d_{11} xác định vị trí tâm gương, còn d_{12} xác định vị trí đỉnh gương

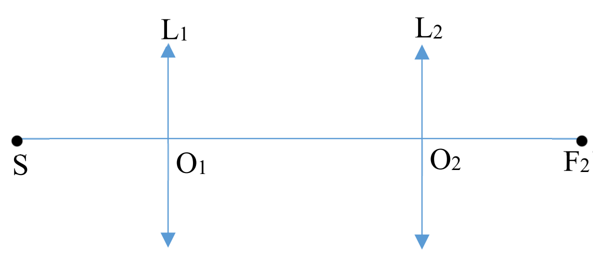
TH2: $l < \frac{f}{2}$, d_{11} luôn âm nên d_{11} xác định vị trí đỉnh gương, còn d_{12} xác định vị trí tâm gương

+ Nếu $d_3' < 0$:tiêu điểm là ảo, gương cầu tương đương là gương cầu lồi

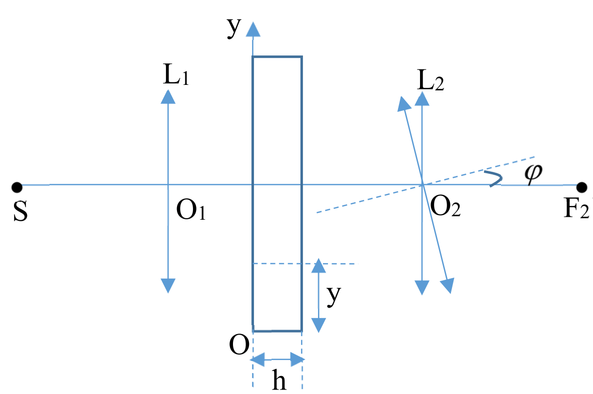
$0 < l < \frac{f}{2}$; d_{11} luôn âm nên d_{11} xác định vị trí đỉnh gương, còn d_{12} xác định vị trí tâm gương

Bài 11: Cho một quang hệ gồm hai thấu kính mỏng L_1 và L_2 giống nhau có cùng tiêu cự f đặt đồng trục. Trên hình vẽ O_1 và O_2 là quang tâm của hai thấu kính, F'_2 là tiêu điểm ảnh của thấu kính L_2. Một điểm sáng S đặt tại tiêu điểm của thấu kính L_1.

1. Tìm khoảng cách giữa hai thấu kính sao cho khi một bản mặt song song đồng chất, chiết suất n, đặt vùng giữa S và O_1 hoặc giữa O_2 và F'_2 theo phương vuông góc với quang trục thì ảnh của S qua hệ đều ở cùng một vị trí



Hình 1



Hình 2

2. Đặt trong khoảng giữa hệ hai thấu kính L_1 và L_2 một bản mặt song song vuông góc với quang trục để tạo thành một quang hệ mới(hình vẽ). Bản mặt song song này có bề dày h, chiết suất n thay đổi theo quy luật $n = n_0 + ky$ (n_0 và k là hằng số, k>0), với trục 0y vuông góc với quang trục và cắt quang trục của hệ thấu kính. Bỏ qua sự thay đổi chiết suất dọc theo

đường truyền của tia sáng trong bản mặt song song

a. Xác định vị trí ảnh S qua quang hệ

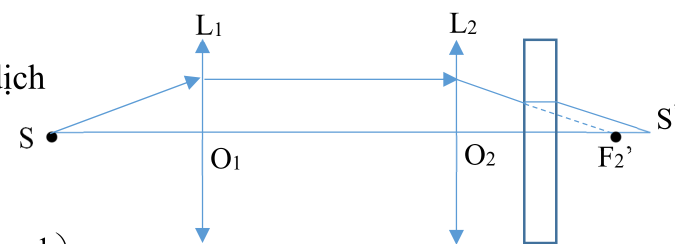
b. Từ vị trí đồng trục, quay thấu kính L_2 một góc φ nhỏ, sao cho trục chính của L_2 vẫn nằm trong mặt phẳng chứa Oy và O_2(hình vẽ). Xác định vị trí mới của ảnh

(trích đề thi HSG quốc gia năm 2011)

Giải:

1. Gọi bề dày bản mặt là e

- Khi đặt bản mặt giữa O_2 và F_2' thì ảnh dịch chuyển đến vị trí S'.



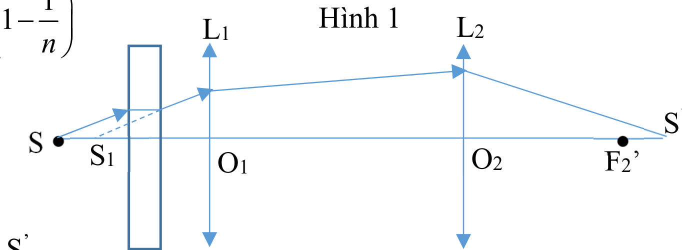
Hình 1

Ta có:

$$F_2'S' = e\left(1-\frac{1}{n}\right) \Rightarrow O_2S' = O_2F_2' + F_2'S' = f + e\left(1-\frac{1}{n}\right)$$

- Khi bản mặt đặt giữa S và O_1

Sơ đồ tạo ảnh:



Hình 1

Ta có: $S \xrightarrow{\text{Bản mặt}} S_1 \xrightarrow{O_1} S_2 \xrightarrow{O_2} S'$

$$SS_1 = e\left(1-\frac{1}{n}\right) \Rightarrow S_1O_1 = f - e\left(1-\frac{1}{n}\right)$$

Công thức cho thấu kính L_1:

$$O_1S_2 = \frac{O_2S_1.f}{O_2S_1 - f} = \frac{\left(f - e\left(1-\frac{1}{n}\right)\right)f}{-e\left(1-\frac{1}{n}\right)} = \frac{f}{-e\left(1-\frac{1}{n}\right)} + f$$

Công thức cho thấu kính L_2:

$$O_2S_2 = \frac{O_2S'.f}{O_2S' - f} = \frac{\left(f + e\left(1-\frac{1}{n}\right)\right)f}{e\left(1-\frac{1}{n}\right)} = \frac{f}{e\left(1-\frac{1}{n}\right)} + f$$

Vậy khoảng cách giữa hai thấu kính là:

$$l = O_1S_2 + O_2S_2 = 2f$$

2a. Chùm sáng sau khi qua L_1 cho chùm tia ló song song với trục chính sẽ chiếu tới vuông góc với bản mặt

Vì bài toán bỏ qua chiết suất dọc theo đường truyền của tia sáng trong bản mặt song song nên ta coi tia sáng truyền trong bản mặt vẫn vuông góc với bản mặt (điều giả sử này có được khi bề dày h của bản mặt là nhỏ)

Xét chùm tia hẹp chiếu đến bản mặt và được giới hạn bởi hai tia có độ cao y và y+dy, các tia ló ra khỏi bản mặt nghiêng góc α

Theo nguyên lí Fermat ta có:

$$n_{y+dy}.AB = n_y.CD + DE \Leftrightarrow n_{y+dy}.h = n_y.h + dy.\sin\alpha$$
$$\Leftrightarrow (n_{y+dy} - n_y)h = dy.\sin\alpha$$
$$\Leftrightarrow kh.dy = dy.\sin\alpha \Rightarrow \sin\alpha = kh$$

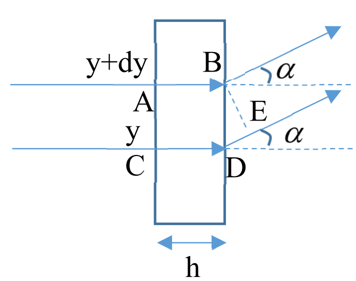
Vì $\sin\alpha$ không phụ thuộc vào y nên chùm sang qua bản mặt là chùm song song lệch so với quang trục một góc α . Vì vậy chùm tia qua thấu kính L_2 hội tụ tại điểm S'' nằm trên tiêu diện và cách tiêu điểm là:

$$S''F_2' = f.\tan\alpha = \frac{khf}{\sqrt{1-k^2h^2}}$$

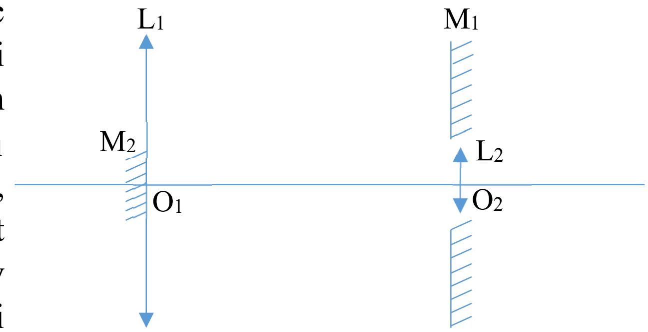
Ta thấy góc α là góc nhỏ nên có thể suy ra $kh << 1$ nên có thể làm gần đúng $S''F_2' = khf$

2b. Điểm ảnh S'' luôn nằm tại giao điểm giữa tia sáng O_2S'' qua quang tâm và tiêu diện ảnh của thấu kính L_2. Khi trục chính của thấu kính L_2 lệch đi góc φ nhỏ, tiêu diện ảnh của L_2 cũng quay đi một góc φ

Vậy S''' nằm trên O_2S'' và cách O_2 một đoạn: $O_2S''' = \dfrac{f}{\cos(\varphi-\alpha)}$



Bài 12:Kính thiên văn là hệ quang học đồng trục gồm vật kính là thấu kính hội tụ L_1, tiêu cự f_1 và thị kính là thấu kính hội tụ L_2, tiêu cự f_2($f_2<f_1$). Vật kính L_1 và thị kính L_2 có rìa là đường tròn, đường kính khẩu độ của L_1 là D. Một người mắt không tật sử dụng kính này để quan sát vật ở rất xa trong trạng thái mắt không phải điều tiết thì số bội giác của kính thiên văn này là G.



Nhược điểm của kính thiên văn trên là khoảng cách giữa quang tâm O_1 và O_2 của vật kính và thị kính(gọi là chiều dài của kính thiên văn)là tương đối lớn. Để cải thiện kính thiên văn trên, người ta lắp thêm vào vị trí của vật kính và thị kính hai gương phẳng, tròn, M_1 và M_2 như hình vẽ. Việc cải tiến này giúp cho chiều dài của kính thiên văn giảm đi đáng kể. Để tận dụng tối đa năng lượng ánh sáng của vật, người ta chế tạo M_1 và M_2 sao cho M_1 nhận được toàn bộ ánh sáng sau khi qua L_1 và M_2 nhận được toàn bộ ánh sáng từ M_1 phản xạ đến. Một người mắt không có tật sử dụng kính thiên văn cải tiến để quan sát các vật ở rất xa trong trạng thái ngắm chừng ở vô cực thì chiều dài của kính là l($f_2<l<f_1+f_2$).

1. Tính f_1 và f_2 theo G và l

2. Tìm đường kính rìa củ M_1,M_2 và đường kính khẩu độ của L_2 theo G và D

3. Tìm giá trị nhỏ nhất của G để có thể chế tạo được kính thiên văn cải tiến trên

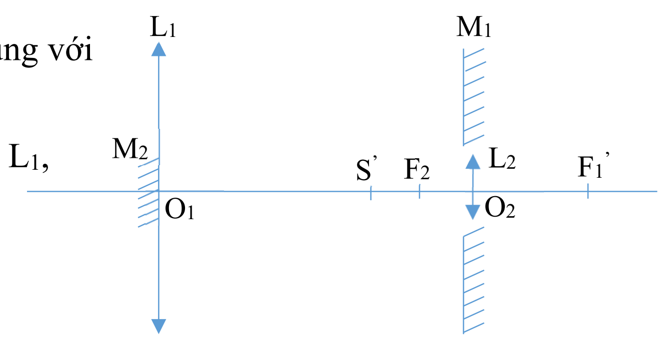
(trích đề thi HSG quốc gia năm 2013)

Giải: Khi ngắm chừng ở vô cực thì số bội giác của kính thiên văn là $G = \dfrac{f_1}{f_2}$ (1)

- Vì vật ở rất xa nên ảnh của nó qua L_1 trùng với F_1'

- Vì ngắm chừng ở vô cực nên ảnh qua hệ L_1, M_1, M_2 sẽ hiện ra ở F_2

- Gọi S' là ảnh của F_1' qua M_1 ta có:



$$\begin{cases} O_2S' = -O_2F_1' = -(f_1 - O_1O_2) \\ O_1F_2 = -O_1S' = -(O_1O_2 + O_2S') \end{cases}$$

Từ đó ta có: $O_1O_2 + O_2F_2 = -(O_1O_2 - (f_1 - O_1O_2))$

Mà $O_2F_2 = -f_2$ nên $O_1O_2 + f_2 = -(O_1O_2 - (f_1 - O_1O_2)) \Rightarrow O_1O_2 = \dfrac{f_1 + f_2}{3} = l$ (2)

Nếu không có các gương phẳng, để ảnh cuối cùng hiện ra ở vô cùng thì F_1' trùng với F_2 do đó chiều dài cần thiết của kính là $f_1 + f_2$. Việc sử dụng thêm gương đã làm giảm chiều dài của kính.

Giải hệ phương trình (1) và (2) ta có: $f_1 = \dfrac{3G}{G+l}l; f_2 = \dfrac{3}{G+1}l$

Vì $f_2 = \dfrac{3}{G+l}l < l \Rightarrow G > 2$

Suy ra: $\overline{O_1S'} = \overline{O_1O_2} + \overline{O_2S'} = \overline{O_1O_2} - (f_1 - \overline{O_1O_2}) = \dfrac{2f_2 - f_1}{3} < 0$

Nên S' nằm sau O_1

2. Gọi đường kính rìa tối ưu của các gương là d_1 và d_2, đường kính của thị kính là d. Từ hình vẽ trên ta có:

$$\frac{d_1}{D} = \frac{\overline{O_2F_1'}}{\overline{O_1F_1'}} = \frac{f_1 - \dfrac{f_1 + f_2}{3}}{f_1} = \frac{2f_1 - f_2}{3f_1} \Rightarrow d_1 = \frac{2f_1 - f_2}{3f_1}D = \frac{2G - l}{3G}D$$

$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{\overline{O_1S'}}{\overline{O_2S'}} = \frac{\dfrac{f_1 - 2f_2}{3}}{\dfrac{f_1 - 2f_2}{3} + \dfrac{f_1 + f_2}{3}} = \frac{f_1 - 2f_2}{2f_1 - f_2} \Rightarrow d_2 = \frac{f_1 - 2f_2}{2f_1 - f_2}d_1 = \frac{f_1 - 2f_2}{3f_1}D = \frac{G-2}{3G}D$$

3. Điều kiện để tồn tại d_2 là $G > 2$ (3)

Mặt khác, ta có $\dfrac{d}{d_2} = \dfrac{\overline{F_2O_2}}{\overline{F_2O_1}} = \dfrac{f_2}{\dfrac{f_1 + f_2}{3} - f_2} = \dfrac{3f_2}{f_1 - 2f_2} \Rightarrow d = \dfrac{3f_2}{f_1 - 2f_2}d_1 = \dfrac{f_2}{f_1}D = \dfrac{D}{G}$

Kí hiệu A là điểm thấp nhất ở nửa trên của thấu kính L_1 cho ánh sáng truyền qua, khi đó B là điểm thấp nhất của nửa trên của gương M_1

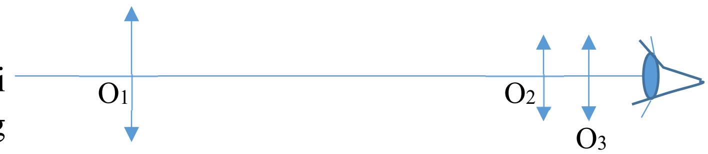
Từ hình vẽ ta có: $\dfrac{BC}{d_2} = \dfrac{2f_1 - f_2}{3f_1} \Rightarrow BC = \dfrac{2f_1 - f_2}{3f_1}d_2 = \dfrac{(2G-1)(G-2)}{9G^2}D$

Điều kiện để thấu kính L_2 đặt lọt vào trong gương M_1 là:

$$BC \geq d \Leftrightarrow \frac{(2G-1)(G-2)}{9G^2} \geq \frac{1}{G} \Rightarrow G \geq \frac{7 + \sqrt{45}}{2} \qquad (4)$$

Từ (3) và (4) suy ra điều kiện G phải thỏa mãn là $G \geq \dfrac{7 + \sqrt{45}}{2} \Rightarrow G_{\min} \approx 6{,}85$

Bài 13:Ống ngắm sử dụng trong trắc địa có thể coi là một kính thiên văn cỡ nhỏ với cấu tạo bao gồm:



- Vật kính O_1 là một thấu kính hội tụ mỏng, tiêu cự 20cm và đường kính đường rìa 3cm

- Thị kính là một hệ kép gồm hai thấu kính hội tụ mỏng đặt cố định và đồng trục, cách nhau 2cm. Thấu kính phía trước O_2 có tiêu cự 3cm, thấu kính phía sau O_3 và có tiêu cự 1cm. Đường kính đường rìa của các thấu kính O_2 và O_3 đều bằng 0,7cm. Hệ vật kính và thị kính được đặt đồng trục(hình vẽ)

Khi đo đạc, ống ngắm được đặt nằm ngang và hướng vào điểm giữa của một chiếc thước dài đặt thẳng đứng. Thước đặt cách vật kính một đoạn d_1. Người quan sát đặt mắt sát ngay sau thấu kính O_3 của thị kính và điều chỉnh khoảng cách giữa vật kính và thị kính để điểm ngắm chừng ở điểm cực viễn. Biết người quan sát có điểm cực viễn cách mắt 50cm và khoảng cách giữa vật kính và thị kính O_1O_2 khi đó là 19,5cm

1. Tính d_1 và số bội giác của ống ngắm

2. Qua kính, người quan sát nhìn thấy một đoạn thước. Tình chiều dài đoạn đó

3. Ống ngắm trên vẫn giữ nguyên số bội giác đối với người quan sát nếu thay thị kính kép bằng một thấu kính mỏng, tìm tiêu cự thấu kính mới và khoảng cách giữa thấu kính đó và vật kính. Biết mắt vẫn đặt sát thị kính mới

(trích đề thi HSG quốc gia năm 2015)

Giải:

Sơ đồ tạo ảnh qua ống ngắm

$$S \xrightarrow[d_1 \qquad d_1']{O_1} S_1 \xrightarrow[d_2 \qquad d_2']{O_2} S_2 \xrightarrow[d_3 \qquad d_3']{O_3} S_3$$

Theo giả thiết:

$$d_3' = -OC_V \Rightarrow d_3 = \frac{-OC_V f_3}{-OC_V - f} = \frac{50}{51} cm \Rightarrow d_2' = O_2O_3 - d_3 = \frac{52}{51} cm$$

$$\Rightarrow d_2 = \frac{d_2' f_2}{d_2' - f_2} = -\frac{156}{101} cm \Rightarrow d_1' = O_1O_2 - d_2 = \frac{5251}{202} cm$$

$$\Rightarrow d_1 = \frac{d_1' f}{d_1' - f} = \frac{85020}{211} cm \approx 4,03m$$

Số phóng đại của ảnh : $k=-\frac{d_1'}{d_1}.\frac{d_2'}{d_2}.\frac{d_3'}{d_3}=-\frac{211}{120}\approx -1,76$

Giả sử đường kính của vật là $\delta \Rightarrow$ góc trông vật và góc trông ảnh có giá trị lần lượt là:

$\alpha_o=\frac{\delta}{d_1};\alpha=\frac{|k|\delta}{OC_V}$ nên số bội giác thu được là: $G=\frac{\alpha}{\alpha_o}=\frac{|k|d_1}{OC_V}=14,17$

2. Vì các tia sáng cuối cùng phải đi qua O_3 nên giả sử O_3 là ảnh của O qua thấu kính O_2 thì các tia sáng trước khi qua thấu kính O_2 sẽ phải đi qua O

Ta có: $d_O=\frac{O_2O_3.f_2}{O_2O_3-f_2}=-6cm$

Do đó ánh sáng đến O_2 sẽ đi qua phần thấu kính O_1 có đường kính D thỏa mãn:

$$\frac{D}{O_1O_2-d_O}=\frac{D_2}{-d_O}\Rightarrow D=\frac{O_1O_2-d_O}{-d_O}D_2=2,975cm<D_1$$

Với D_1 là đường kính rìa của thấu kính O_1. Giả sử O là ảnh của O_0 qua thấu kính O_1, khi đó: $d_{O_0}=\frac{(O_1O_2-d_O)f_1}{O_1O_2-d_O-f_1}=\frac{1020}{11}cm$

Gọi độ cao cực đại của đoạn thước nhìn được qua thấu kính ngắm là h, ta có:

$$\frac{h}{O_1T}=\frac{D}{d_{O_0}}\Rightarrow h=\frac{O_1T}{d_{O_0}}D \text{ hay } h=\frac{d_1-d_{O_0}}{d_{O_0}}D=\frac{2100}{211}\approx 9,95cm$$

3. Gọi tiêu cự của thấu kính L_o là f và khoảng cách từ L_0 đến O_1 là l ta có sơ đồ tạo ảnh sau

$$S \xrightarrow[d_1 \quad d_1']{O_1} S' \xrightarrow[d \quad d']{O} S''$$

$$d=\frac{d'f}{d'-f}=\frac{OC_V.f}{OC_V+f}\Rightarrow d_1'=l-d=l-\frac{OC_V.f}{OC_V+f}$$

Suy ra, số phóng đại của kính:

$$k'=\frac{d_1'}{d_1}\frac{d'}{d}=\frac{d_1'(OC_V+f)}{f}\Rightarrow G=|k'|\frac{d_1}{OC_V}=\frac{d_1'(OC_V+f)}{OC_Vf}\Rightarrow f=\frac{d_1'.OC_V}{G.OC_V-d_1'}$$

$$f=\frac{d_1'.OC_V}{G.OC_V-d_1'}=\frac{75}{49}cm\approx 1,53cm$$

$$l=d_1'+d=d_1'+\frac{OC_V.f}{OC_V+f}=\frac{4451}{202}cm\approx 22,5cm$$

Bài 16:Một ống ngắm có các đặc điểm sau: Vật kính là một thấu kính mỏng có tiêu cự f_1 = 1m, đường kính rìa D_1 = 10cm. Thị kính đặt đồng trục với vật kính. Ống ngắm có số bội giác khi ngắm chừng ở vô cực là $G_\infty = 20$. Người quan sát có mắt tốt, mắt luôn đặt sát thị kính để quan sát vật trọng trạng thái ngắm chừng ở vô cực

1. Thị kính là một thấu kính hội tụ. Xác định tiêu cự của thị kính

2. Thị kính là một hệ hai thấu kính hội tụ có tiêu cự lần lượt là 2a và a, có cùng đường kính rìa D_2 = 2cm, khoảng cách giữa chúng là 1,5a. Mắt đặt sát thấu kính có tiêu cự a. Số bội giác của ống ngắm chừng ở vô cực vẫn là 20.

a. Xác đinh a và khoảng cách từ vật kính đến mắt

b.Sử dụng ống ngắm quan sát một đoàn tàu có chiều dài l =25cm ở cách xa L = 5km. Biết đoàn tàu chuyển động thẳng đều theo quỹ đạo vuông góc với trục chính và cắt đường kéo dài của trục chính. Thời gian từ khi phát hiện đoàn tàu đến khi đoàn tàu đi ra khỏi đường nhìn của kính là t = 10s. Tính tốc độ chuyển động của đoàn tàu

(trích đề thi HSG quốc gia năm học 2019-2020)

Giải:

Số bội giác khi ngắm chừng ở vô cực:

$$G_\infty = \frac{f_1}{f_2} = 20 \Rightarrow f_2 = \frac{f_1}{G_\infty} = 5cm$$

Gọi tiêu cự của hai thấu kính thị kính là $f_1' = 2a$, $f_2' = a$, khoảng cách giữa hai thấu kính e = 1,5a. Quang tâm tương ứng là O_1' và O_2'. Gọi quang tâm của vật kính là O_1

Xét sự tạo ảnh qua hệ thấu kính:

$$S \xrightarrow[d_1 \qquad d_1']{O_1} A_1B_1 \xrightarrow[d_2 \qquad d_2']{O_1'} A_2B_2 \xrightarrow[d_3 \qquad d_3']{O_2'} A_3B_3$$

Ta có: $d_3 = f_2' = a \Rightarrow d_2' = 1,5a - a = 0,5a > 0$

Góc trông vật: $\alpha_o = \frac{A_1B_1}{f_1}$

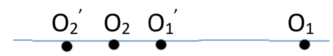
Góc trông ảnh: $\alpha = \dfrac{A_2B_2}{f_2} = \left|\dfrac{d_2^{'}}{d_2}\right| \dfrac{A_1B_1}{f_2^{'}}$

Số bội giác: $G_\infty = \dfrac{\alpha}{\alpha_o} = \left|\dfrac{d_2^{'}}{d_2}\right| \dfrac{f_1}{f_2} \Rightarrow d_2 = \pm \dfrac{f_1}{f_2} \dfrac{d_2^{'}}{G_\infty}$

Công thức thấu kính: $\dfrac{1}{d_2} + \dfrac{1}{d_2^{'}} = \dfrac{1}{f_2^{'}} \Rightarrow \dfrac{f_2^{'}}{f_1} \dfrac{G_\infty}{d_2^{'}} + \dfrac{1}{d_2^{'}} = \dfrac{1}{2a} \Rightarrow a = \pm 3,75cm$

Giá trị thỏa mãn: a = 3,75cm

+ Vị trí đặt mắt tại thị kính mắt O_2'



Ta có: $d_2 = -\dfrac{f_1}{f_2^{'}} \dfrac{d_2^{'}}{G_\infty} = -\dfrac{100}{3,75} \dfrac{0,5.3,75}{20} = -2,5cm$

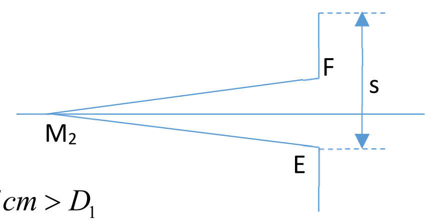
$d_2 = O_1O_1^{'} - d_1^{'} \Rightarrow O_1O_1^{'} = 9,75cm$

Khoảng cách từ mắt đến vật kính bằng: $O_1O_2^{'} = O_1O_1^{'} + O_1^{'}O_2^{'} = 75 + 1,5.3,75 = 103,125cm$

b. Vị trí đặt mắt M trung với O_2'. Sơ đồ tạo ảnh của mắt

$d_1 = 1,5a = 5,625cm \Rightarrow d_1^{'} = -22,5cm$

$d_2 = O_1O_1^{'} - d_1^{'} = 75 + 22,5 = 120cm \Rightarrow d_2^{'} = 600cm$



Từ hình 1 ta có được: $PQ = \dfrac{M_1O_1}{M_1O_1^{'}} D_2 = \dfrac{67}{6} cm \approx 11,17cm > D_1$

Góc mở thị trường: $\alpha = \dfrac{D_1}{O_1M_2} = \dfrac{1}{60} rad$

Vì tàu ở rất xa, từ hình 2 ta lấy gần đúng: $\mathrm{EF} = L\alpha$

Quãng đường tàu đi được khi còn trong khoảng tầm nhìn của kính:

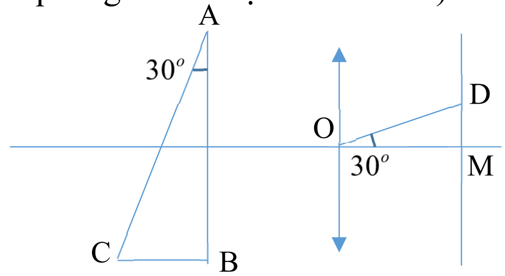
$S = \mathrm{EF} + \mathrm{l} = \mathrm{L}\alpha + \mathrm{l} = \dfrac{325}{3} m$

Vận tốc của tàu: $v = \dfrac{s}{t} = \dfrac{65}{6} m/s = 39km/h$

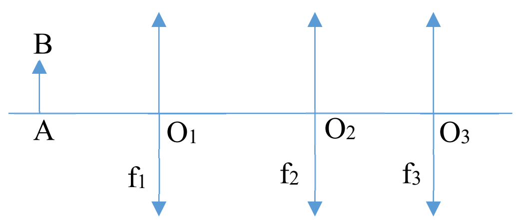
III. Bài tập luyện tập

Bài 1: Để đo chiết suất n của một lăng kính bằng thủy tinh có góc ở đỉnh A = 30^0, người ta đặt nó trước một thấu kính hội tụ sao cho mặt AB vuông góc với quang trục của thấu kính(hình vẽ). Đặt một màn M ở tiêu diện của thấu kính. Khi chiếu sáng mặt AC bằng ánh sáng đơn sắc và tán xạ(có mọi phương truyền) thì thấy trên màn có hai vùng sáng và tối. Đường thẳng nối tâm thấu kính với điểm O phân chia hai vùng làm với quang trục góc 30^0. Giải thích tại sao có hai vùng và tính n

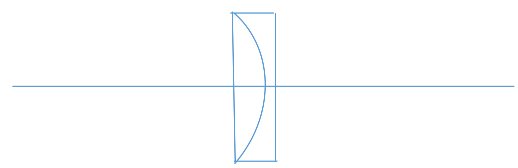
(trích đề thi HSG quốc gia năm học 1984-1985)



Bài 2: Vật AB đặt trước một hệ ba thấu kính mỏng O_1,O_2,O_3 đồng trục(hình vẽ). Số phóng đại k của ảnh của AB qua hệ không phụ thuộc vào vị trí của vật AB ở trước thấu kính O_1. Cho biết tiêu cự của 3 thấu kính đó là f_1 = 30cm, f_2 = 20cm, f_3 = 40cm; khoảng cách O_1O_3 = 60cm. Hãy tìm khoảng cách O_1O_2 và trị số của k



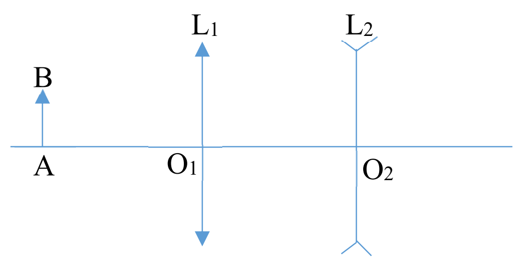
Bài 3: Một thấu kính hội tụ L_1 và một thấu kính phân kì L_2 có thể ghép sát với nhau thành một bản mặt song song mỏng như hình 1. Tách hai thấu kính cho khoảng cách O_1O_2 = l



hình 1

a. Một chùm sáng song song từ bên trái tới đi qua hệ hai thấu kính sẽ thành chùm hội tụ hay phần kì?Vẽ hình và giải thích

b. Trường hợp chùm sáng từ bên phải thì có gì khác trường hợp trên. Vẽ hình và giải thích



hình 2

c. Cho O_1O_2 = 6cm; có một vật thực AB ở bên trái L_1 (hình 2). Biết O_1A = 5cm

Tiêu cự của L_1 là f_1 = 2,5cm. Ảnh A'B' của vật qua hai thấu kính là thực hay ảo, ở đâu?

Tính toán và vẽ hình

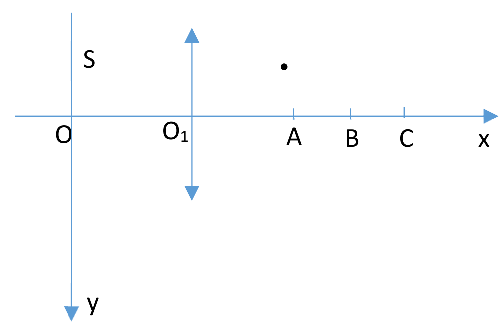
(trích đề thi HSG quốc gia năm học 1985-1986)

Bài 4: Cho hệ trục tọa độ Descartes vuông góc Oxy. Một thấu kính hội tụ, quang tâm O_1 , được đặt sao cho trục chính trùng với Ox. S là điểm sáng nằm trước thấu kính. Gọi S' là ảnh của S qua thấu kính.

1. Lúc đầu S nằm trên Oy, cách thấu kính một khoảng bằng tiêu cự của thấu kính, cách O một khoảng bằng h. Giữ S cố định, dịch chuyển thấu kính ra xa dần S sao cho trục chính luôn luôn trùng với Ox

a) Lập phương trình quỹ đạo y = f(x) của S'. Biết tiêu cự của thấu kính là f. Phác họa quỹ đạo này và chỉ rõ chiều dịch chuyển của ảnh khi thấu kính dịch chuyển ra xa dần S

b) Trên trục Ox có ba điểm A, B, C (hình vẽ). Biết AB = 6cm; BC = 4cm. Khi thấu kính dịch chuyển từ A tới B thì S' lại gần trục Oy thêm 9cm, khi thấu kính dịch chuyển từ B tới C thì S' lại gần trục Oy thêm 1cm. Tìm tọa độ điểm A và tiêu cự của thấu kính



2. Giả sử điểm sáng S cách thấu kính một khoảng lớn hơn tiêu cự của thấu kính. Giữ thấu kính cố định, ảnh S' sẽ di chuyển như thế nào nếu dịch chuyển S lại gần thấu kính theo một đường thẳng bất kì?

(trích đề thi HSG quốc gia năm 2003)

Bài 5: Người ta sát vào một gương cầu lõm một thấu kính hội tụ mỏng, chiếm phần giữa của gương cầu (hình vẽ). Có thể coi như đỉnh của gương và quang tâm của thấu kính trùng nhau của điểm O. Góc mở của quang hệ đủ nhỏ để các tia sáng đều làm với trục chính những góc nhỏ

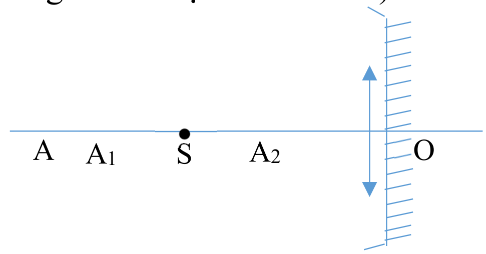
1. Một điểm sáng S đặt ở tiêu điểm của thấu kính

a. Bằng phương pháp hình học, xác định ảnh S' của S qua hệ thấu kính – gương cầu (Vẽ hình to và rõ, giải thích cách vẽ ảnh)

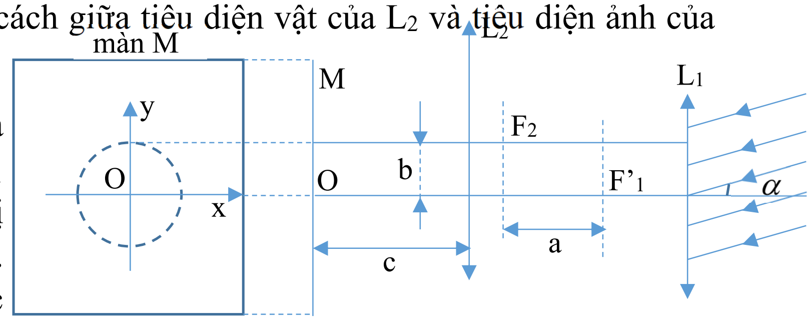
b. Biết tiêu cự f_T của thấu kính và f_G của gương, tính OS' và tiêu cự f của hệ thống 'thấu kính – gương cầu'

2. Đặt một vật điểm A trên trục chính trước quang hệ đã cho, ta được hai ảnh thật: A_1 cách O một khoảng b_1 = 50cm và A_2 cách O một khoảng b_2 = 10cm. Giải thích tại sao có hai ảnh và tính tiêu cự f_T của thấu kính

(trích đề thi HSG quốc gia năm học 1987-1988)

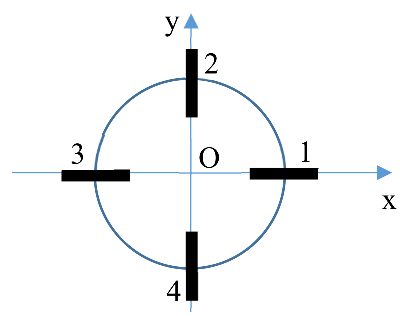


Bài 6: Cho một quang học như hình vẽ 1.a. Hệ gồm hai thấu kính hội tụ mỏng, L_1 và L_2 tiêu cự tương ứng f_1 và f_2. F_1' là tiêu điểm ảnh của thấu kính L_1 còn F_2 là tiêu điểm vật của thấu kính L_2. Thấu kính L_1 được giữ cố định còn thấu kính L_2 có thể quay sao cho: trục chính của L_2 luôn song song và cách trục chính của L_1 khoảng b không đổi; khoảng cách giữa tiêu diện vật của L_2 và tiêu diện ảnh của L_1 là a không đổi.



Hình 1

Các tia sáng phát ra từ vật ở xa được thu nhận bởi thấu kính L_1 và sau khi qua L_2 sẽ hiển thị ảnh là một điểm trên màn M. Gọi O là giao điểm của trục chính của thấu kính L_1 với màn M và góc hợp bởi chùm sáng song song từ vật đến thấu kính L_1 so với trục chính của thấu kính L_1 là α



Hình 2

1. Với góc $\alpha = 0$. Xác định khoảng cách c từ màn M đến thấu kính L_2 để ảnh hiện rõ nét trên màn và khoảng cách r_o từ O đến vị trí của ảnh trên màn đó

2. Quay thấu kính L_2 quanh trục chính của thấu kính L_1 với tốc độ góc ω không đổi. Khi $\alpha = 0$, ảnh của vật sẽ hiện trên màn trong vùng có bán kính đúng bằng r_o. Với góc α nhỏ ($\alpha \neq 0, \tan\alpha \approx \alpha$), hãy xác định các giá trị r_{min} nhỏ nhất và r_{max} lớn nhất của khoảng cách từ O tới vị trí của ảnh trên màn. Tìm dạng quỹ đạo ảnh của vật trên màn M

3. Hệ quang học trên có thể ứng dụng trong tên lửa tự dò mục tiêu. Để thu nhận tín hiệu nhằm điều khiển tự động tên lửa hướng đến mục tiêu ở xa, 4 cảm biến được đánh số từ 1 đến 4 được gắn cố định trên màn M dọc theo các trục Ox và Oy

như hình vẽ. Căn cứ vào thứ tự và khoảng thời gian giữa các cảm biến nhận được liên tiếp người ta sẽ biết được góc lệch α của phương tên lửa với mục tiêu. Xác định các khoảng thời gian giữa hai cảm biến liên tiếp nhận được tín hiệu theo các đại lượng α,a,b, tiêu cự f_1,f_2 và ω

(trích đề thi HSG quốc gia năm 2017)

Bài 7:Mắt thần là một dụng cụ quang học thông dụng, thường được lắp trên các cảnh cửa giúp người ở trong nhà có thể nhìn rõ bên ngoài. Mắt thần đơn giản có cấu tạo gồm hai thấu kính mỏng đặt đồng trục trong một ống hình trụ rỗng dài 3 cm. Trục chính của các thấu kính trùng với trục hình trụ. Một thấu kính được lắp ở sát đầu ống phía ngoài cửa và một thấu kính được lắp ở chính giữa ống. Người quan sát đặt mắt ở sát đầu hở của ống ở phía trong cửa để quan sát bên ngoài cửa. Cho biết một thấu kính có độ tụ +50 dp, rìa hình tròn có đường kính 7,5 mm, còn một thấu kính có độ tụ −200 dp, rìa hình tròn có đường kính 1 cm.

1. Thấu kính nào được lắp ở chính giữa ống để thị trường của Mắt thần là lớn nhất? Tính góc mở của thị trường khi đó.

2. Tính số bội giác của Mắt thần đối với người có mắt tốt khi quan sát mà mắt không điều tiết.

3. Người có mắt tốt nhìn qua Mắt thần sẽ nhìn thấy rõ những vật đặt trong khoảng nào trước thấu kính ở đầu ống phía ngoài cửa? Biết khoảng cực cận của mắt người đó là Đ = 20 cm.

Tài liệu tham khảo

1. Vũ Quang (2013). *Tài liệu chuyên vật lí 11*, *tập 2*, nhà xuất bản Giáo Dục Việt Nam, Hà Nội.

2. Ngô Quốc Quýnh (2010). *Bồi dưỡng học sinh giỏi Vật lí Trung học phổ thông - Quang học 1*, nhà xuất bản giáo dục Việt Nam, Hà Nội.

3. Vũ Thanh Khiết (2003). *Chuyên đề bồi dưỡng học sinh giỏi trung học phổ thông – tập 5: Quang học*, nhà xuất bản Giáo Dục.

4. Bùi Quang Hân - Trần Văn Bồi – Nguyễn Văn Minh – Phạm Ngọc Tiến (2003). *Giải toán Vật lí 11 – tập 2*, nhà xuất bản Giáo Dục.

5. Dương Trọng Bái – Cao Ngọc Viễn (2002). *Các bài thi quốc gia chọn học sinh giỏi THPT*, nhà xuất bản đại học quốc gia Hà Nội.

6. Vũ Thanh Khiết – Vũ Đình Túy (2011). *Các đề thi học sinh giỏi Vật Lí (2001-2010)*, nhà xuất bản giáo dục Việt Nam, Hà Nội.

7. Vũ Thanh Khiết – Phạm Khánh Hội (2015). Đề thi học sinh giỏi Vật Lí trung học phổ thông, nhà xuất bản giáo dục Việt Nam, Hà Nội.

8. P.F.I.E.V (2009). *Quang học 1*, nhà xuất bản giáo dục Việt Nam.

9. Nguyễn Ngọc Tuấn. *https://sites.google.com/site/tuanphysics/*

10. Nguyễn Văn Duy. *http://xpho.org/*