CÂU LẠC BỘ VẬT LÝ & TUỔI TRẺ

P&Y CLUB

www.vatlytuoitre.com

CLB Vật lý và Tuổi trẻ xin chào tất cả các bạn!

"TÔI KHÔNG NẢN LÒNG, BỞI VÌ MỌI NỖ LỰC SAI LẦM BỊ LOẠI BỎ LÀ MỘT BƯỚC TIẾN VỀ PHÍA TRƯỚC."

"I am not discouraged, because every wrong attempt discarded is another step forward."

Thomas Alva Edison

CÂU HỎI KỲ NÀY

Vì sao quần áo bằng len dạ lại thường bị bám bụi nhiều hơn quần áo bằng vải?

ĐÁP ÁN CÂU HỎI KỲ TRƯỚC

Vì sao có thể dùng một thấu kính đốt cháy một tờ giấy bằng ánh sáng Mặt Trời chứ không thể bằng ánh sáng của một ngôi sao khác, câu trả lời thoạt đầu tưởng là hiển nhiên: vì rằng các ngôi sao khác ở rất xa nên nó gửi đến thấu kính một năng lượng cực kì nhỏ không đủ để đốt cháy tờ giấy. Nhưng nếu trả lời như thế thì ta đã chưa tính đến kích thước ảnh của ngôi sao cũng rất nhỏ nên năng lượng đi tới một đơn vị diện tích của ảnh có thể là đáng kể và đủ để đốt cháy tờ giấy. Ta kí hiệu I là năng lượng bức xạ của ngôi sao trong một đơn vị góc khối (đại lượng này thường được gọi là độ chói của ngôi sao), L là khoảng cách tới sao và d là đường kính của thấu kính. Độ rọi của bề mặt thấu kính được xác định bởi: $E_0 = \frac{I}{L^2}$

Do đó quang thông chiếu vào bề mặt của thấu kính là:

$$\Phi = E_0 \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi d^2}{4L^2} I$$

Ta thu được ảnh của ngôi sao trong tiêu diện của thấu kính. Nếu kí hiệu α là đường kính góc của ngôi sao thì đường kính d của ảnh của ngôi sao sẽ bằng αF (F là tiêu cự của thấu kính).

Vì rằng $\alpha = \frac{D}{L}$ (D là đường kính của ngôi sao), nên

$$d = \alpha F = \frac{D}{L} F$$

Còn diện tích ảnh của ngôi sao được biểu diễn như sau: $S = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi D^2 F^2}{4L^2}$

Do đó ta thu được biểu thức cho độ rọi của ảnh của ngôi sao: $E = \frac{\Phi}{S} = \frac{\pi d^2 I 4L^2}{4L^2 \pi D^2 F^2} = \frac{Id^2}{D^2 F^2}$

Từ đó rõ ràng là độ rọi của ảnh của ngôi sao không phụ thuộc gì vào khoảng cách tới nó. Nếu như mọi ngôi sao đều có cùng đường kính và cường độ sáng thì độ rọi của ảnh của chúng sẽ đồng nhất. (do đó các đèn đường trong một dãy dài bao giờ thấy cũng có cùng độ chói giống nhau). Và vì rằng có những ngôi sao có đường kính nhỏ hơn đường kính Mặt trời, sẽ bức xạ năng lượng lớn hơn Mặt Trời nên hình như là ánh sáng đi từ các ngôi sao này tập trung ở ảnh của chúng phải đốt cháy được tờ giấy. Song thí nghiệm đã không xác nhận được điều này.

Trong các lập luận đã nêu ở trên, ta đã giả thiết rằng đường kính của ảnh ngôi sao được xác định bằng sự truyền thẳng của tia sáng, còn trong thực tế, đó là một ảnh nhiễu xạ. Do kích thước góc của ngôi sao bằng $\frac{\lambda}{d_1}$ còn đường kính ảnh ngôi sao $d' = \frac{\lambda}{d_1} F$

Trong đó λ là bước sóng ánh sáng. Đường kính này lớn hơn đường kính hình học $d = \frac{D}{L} F$ rất nhiều vì $\frac{d'}{d} = \frac{\lambda L}{d_1 D} \gg 1$ nên độ rọi của ảnh lại rất nhỏ. Ví dụ với $d_1 = 2cm$ thì kích thước góc của một thiên thể là

$$\frac{\lambda}{d_1} = 2,25.10^{-5}.$$

Ta biết rằng đường kính góc của Mặt Trời bằng $4,7.10^{-3} rad$. Trong khi đó, ngôi sao gần nhất không phải Mặt Trời cách chúng ta khoảng $L \approx 4.10^{13} km$ có đường kính góc vào khoảng $1,75.10^{-3} rad$. Từ đó, tính được đường kính ảnh lớn hơn kích thước hình học của nó $\frac{d'}{d} = 1,3.10^3$ lần. Suy ra diện tích của ảnh sẽ lớn hơn $1,7.10^6$ lần. Do đó, độ rọi của ảnh một ngôi sao có cùng các thông số như Mặt Trời sẽ nhỏ hơn độ rọi ảnh của Mặt Trời $1,7.10^6$ lần.

ISSN : 1859 - 1744

VẬT LÝ & TUỔI TRẺ

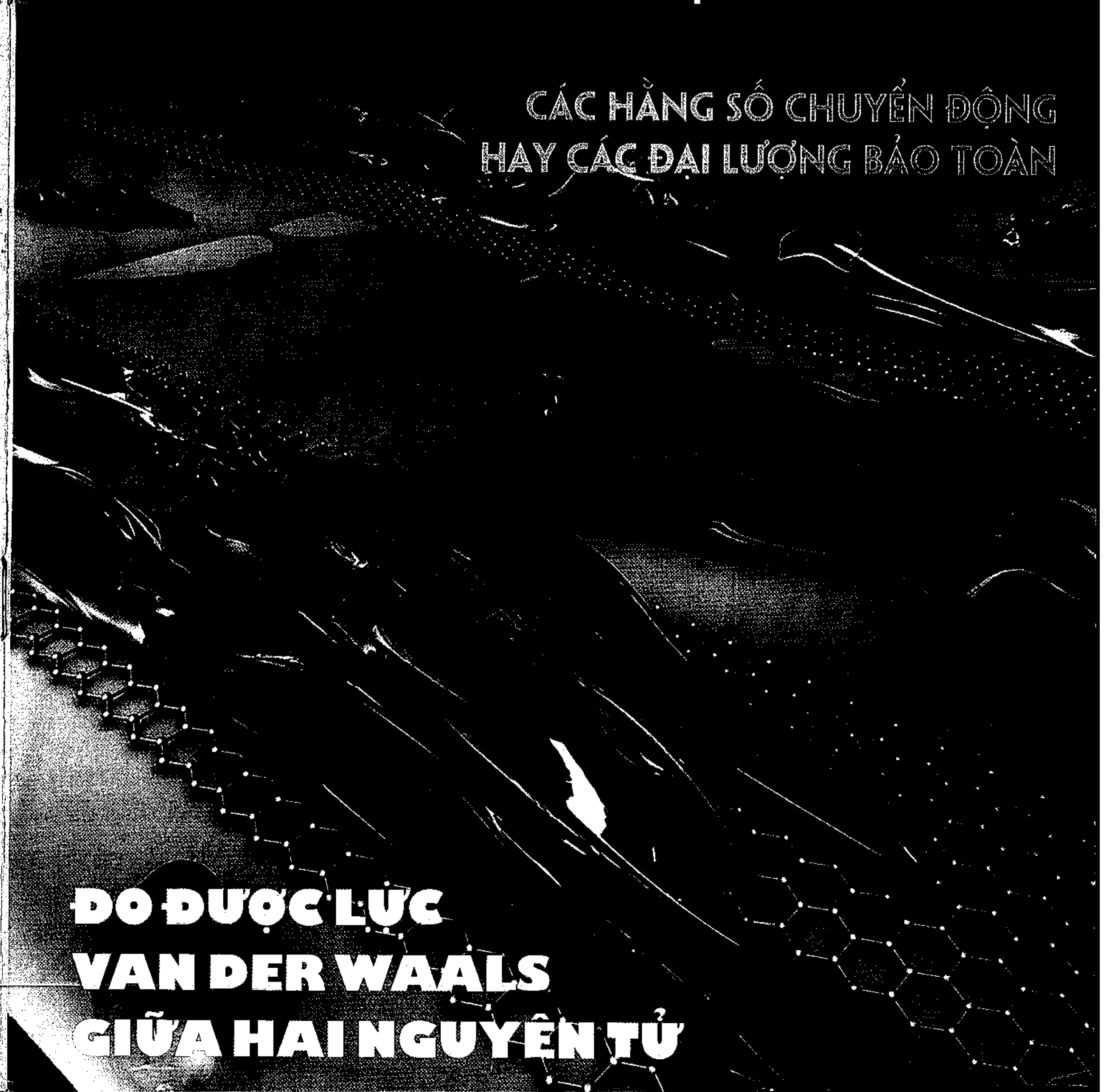
HỘI VẬT LÝ VIỆT NAM

● TẠP CHÍ RA HÀNG THÁNG

NĂM THỨ 14

SỐ 155

THÁNG 7 - 2016



VẬT LÝ & TUỔI TRẺ
HỘI VẬT LÝ VIỆT NAM
• TẠP CHÍ RA HÀNG THÁNG
NĂM THỨ 14
SỐ 155
THÁNG 7 - 2016

TRONG SỐ NÀY

Địa chỉ liên lạc và đặt mua báo

TOÀ SOẠN VẬT LÝ & TUỔI TRẺ
10 - Đào Tấn,
Thủ Lệ, Q. Ba Đình, Hà Nội
Tel : (04) 37 669 209
Email : tapchivatlytuoitre@gmail.com

• *Bạn có thể đặt mua báo ở Bưu điện*

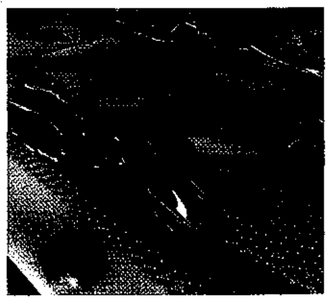
• *Các tỉnh phía Nam có thể đặt mua tại Trung tâm Phát triển KHCN và DV (CENTEC),*

Hội Vật lý TP. HCM, 12 Nam Kỳ Khởi Nghĩa (Lầu 5) Phường Nguyễn Thái Bình, Q. 1, TP. HCM

ĐT : (08) 38292954
Email : Centec94@vnn.vn

GIÁ : 15.000VNĐ

Giấy phép sản xuất số: 244/GP-BTTTT, ngày 9.2.2012 của Bộ Thông Tin Truyền Thông
In tại nhà in Khoa học và Công nghệ, 18 Hoàng Quốc Việt, Cầu Giấy, Hà Nội
In xong nộp lưu chiểu tháng 7 năm 2016



Ảnh bìa: Graphene được sử dụng làm vật liệu y sinh

TÌM HIỂU SÂU THÊM VẬT LÝ SƠ CẤP

CÁC HẰNG SỐ CHUYỂN ĐỘNG - HAY CÁC ĐẠI LƯỢNG BẢO TOÀN

TÔ DUY QUANG – VIỆN VẬT LÝ

Khi giải quyết một số bài toán chuyển động trong trường hấp dẫn hoặc trường tĩnh điện của một điện tích, ta thường sử dụng hai định luật bảo toàn:

- Định luật bảo toàn mô men động lượng.
- Định luật bảo toàn năng lượng.

Với hai định luật này cùng với các điều kiện biên và điều kiện ban đầu, ta có thể thiết lập được các phương trình (đại số hoặc vi phân) mô tả chuyển động của vật thể. Giải các phương trình này, ta sẽ nhận được phương trình mô tả quỹ đạo của vật cũng như các tham số cần thiết để mô tả chuyển động. Mô men động lượng và năng lượng được gọi là các đại lượng bảo toàn hay các hằng số của chuyển động và giải các phương trình bảo toàn là cách thông thường để giải các bài toán loại này. Tuy nhiên, hai đại lượng trên không phải là những hằng số chuyển động duy nhất, và cũng có những cách tiếp cận khác thông qua việc sử dụng các hằng số chuyển động khác của hệ. Rất may mắn là một trong số những bất biến khác nữa của hệ lại đóng vai trò quan trọng, là đại lượng trung gian hoặc trực tiếp là các tham số chuyển động, có những tính chất thú vị mà sau đây ta sẽ khảo sát.

I. Vector Laplace – Runge – Lens.

Trường hợp đầu tiên chúng ta xét đến ở đây là các bài toán chuyển động trong trường lực hấp dẫn và trường lực Coulomb. Về mặt hình thức, hai trường lực này là tương đương nhau (có dạng giống nhau) chỉ khác nhau về hệ số trong biểu thức của lực. Do đó ta có thể viết dạng chung của hai trường lực này có thể biểu diễn bởi lực: $\vec{F} = -\frac{k}{r^3}\vec{r}$ (1)

Trong đó k là một hệ số, không giảm tính tổng quát ở đây ta cho rằng lực là lực hút, lực đẩy ta cũng có thể làm một cách tương tự. Có thể dễ dàng nhận thấy hai bất biến quen thuộc của trường này chính là năng lượng toàn phần và mô men động lượng của vật, xa hơn nữa, từ các định luật Kepler ta cũng có được tốc độ quét diện tích của bán kính vector hay tỉ số $\frac{T^2}{a^3}$ cũng là những bất biến của trường hấp dẫn và trường Coulomb. Tuy nhiên, đó chưa phải là tất cả bất biến của các trường này, và như chứng minh dưới đây, chúng ta sẽ thấy là có thêm ít nhất là một bất biến nữa, và đặc biệt hơn, bất biến này còn là một đại lượng vector.

1. Vector Laplace – Runge – Lens.

Giả sử như có một vật (chất điểm) chuyển động trong trường này, khi đó vật sẽ chịu lực tác dụng có độ lớn cho bởi (1). Ta có được phương trình chuyển động – phương trình định luật II Newton cho vật:

$$\vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt} \Leftrightarrow -\frac{k}{r^3}\vec{r} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{r}'' \quad (2)$$

Nhân có hướng cả hai vế của phương trình (2) với vector $\vec{r}$ ta có được:

$$\vec{r}\times\left(-\frac{k}{r^3}\vec{r}\right) = \vec{r}\times\left(m\frac{d\vec{v}}{dt}\right) \Leftrightarrow -\frac{k}{r^3}\left(\vec{r}\times\vec{r}\right) = m\left(\vec{r}\times\frac{d\vec{v}}{dt}\right) (3)$$

Lưu ý rằng $\vec{r}\times\vec{r} = 0$ nên từ (3) ta có được:

$$m\left(\vec{r}\times\frac{d\vec{v}}{dt}\right) = 0 \quad (4)$$

Mặt khác ta lại có:

$$\frac{d}{dt}\left(\vec{r}\times\vec{v}\right) = \frac{d\vec{r}}{dt}\times\vec{v} + \vec{r}\times\frac{d\vec{v}}{dt} = \underbrace{\vec{v}\times\vec{v}}_{=0} + \vec{r}\times\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{r}\times\frac{d\vec{v}}{dt} (5)$$

Từ (4) và (5) ta suy ra: $\vec{r}\times\vec{v} = const$ (6)

Hay $\vec{L} = \vec{r}\times m\vec{v} = m\left(\vec{r}\times\vec{v}\right) = const$ (7)

Như vậy, mô men động lượng toàn phần của vật được bảo toàn. Cũng do vector $\vec{r}$ luôn vuông góc với $\vec{L}$ mà do $\vec{L} = const$ nên vector $\vec{r}$ luôn vuông góc với một vector cố định không đổi, do đó quỹ đạo của vật luôn nằm trong một mặt phẳng nào đó. Hay nói cách khác chuyển động của vật là chuyển động đồng phẳng.

Xét trong hệ tọa độ trụ (r, θ, z), vì chuyển động của vật là chuyển động đồng phẳng, nên không giảm tính tổng quát, ta có thể coi vật chuyển động trên mặt phẳng xOy, khi đó ta có được:

$$\vec{L} = \vec{L_z} = mr^2\theta'\vec{e_z} = const \quad (8)$$

Xét phương trình (2), nhân có hướng cả hai vế của phương trình này với vector $\vec{L}$ ta có được:

$$\vec{F}\times\vec{L} = m\frac{d\vec{v}}{dt}\times\vec{L} \Leftrightarrow -\frac{k}{r^3}\vec{r}\times mr^2\theta'\vec{e_z} = m\frac{d\vec{v}}{dt}\times\vec{L} \quad (9)$$

Vì vật chuyển động chỉ trong mặt phẳng xOy nên ta có được $\frac{\vec{r}}{r} \equiv \vec{e_r}$ cùng với đó sử dụng hệ thức $\vec{e_r} \times \vec{e_z} = -\vec{e_\theta}$ ta có được phương trình (9) sẽ trở thành:

$$\begin{aligned} & -\frac{k}{r^3}\vec{r} \times mr^2\theta'\vec{e_z} = m\frac{d\vec{v}}{dt} \times \vec{L} \\ & \Leftrightarrow -\frac{k}{r^2}.mr^2\theta'\left(\vec{e_r} \times \vec{e_z}\right) = m\frac{d\vec{v}}{dt} \times \vec{L} \\ & \Leftrightarrow km\theta'\vec{e_\theta} = m\frac{d\vec{v}}{dt} \times \vec{L} \\ & \Leftrightarrow km\frac{d\theta}{dt}\vec{e_\theta} = m\frac{d\vec{v}}{dt} \times \vec{L} \end{aligned} \qquad (10)$$

Lại lưu ý rằng $\frac{d\vec{e_r}}{dt} = \frac{d\theta}{dt}\vec{e_\theta}$, thay vào (10) cuối cùng ta nhận được: $km\frac{d\vec{e_r}}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt} \times \vec{L}$

Vì $\vec{L} = const$ nên $\frac{d\vec{v}}{dt} \times \vec{L} = \frac{d}{dt}\left(\vec{v} \times \vec{L}\right)$, do đó phương trình trên có thể viết dưới dạng $\frac{d}{dt}\left(\frac{\vec{v} \times \vec{L}}{k} - \vec{e_r}\right) = 0$ (11)

Ta đặt: $\vec{A} = \frac{1}{k}\vec{v} \times \vec{L} - \vec{e_r}$ thì từ (11) ta suy ra:

$$\vec{A} = \frac{1}{k}\vec{v} \times \vec{L} - \vec{e_r} = const \qquad (12)$$

Nói cách khác $\vec{A} = \frac{1}{k}\vec{v} \times \vec{L} - \vec{e_r}$ là một bất biến chuyển động, vector này được gọi là vector **Laplace – Runge – Lens.**

Các thành phần trong tọa độ cực của vector **Laplace – Runge – Lens**: $\vec{A} = \frac{L_z}{k}\left(r'\vec{e_r} + r\theta'\vec{e_\theta}\right) \times \vec{e_z} - \vec{e_r}$

$$= \left(\frac{L_z}{k}r\theta' - 1\right)\vec{e_r} - \frac{L_z}{k}r'\vec{e_\theta} \qquad (13)$$

2. Tính chất của vector Laplace – Runge – Lens.

Ta có từ (12), ta có được vì $\vec{v} \times \vec{L}$ vuông góc với $\vec{L}$, mặt khác $\vec{e_r}$ (hay $\vec{r}$) cũng vuông góc với $\vec{L}$, mà $\vec{L} = const$ nên ta có được vector $\vec{A} \perp \vec{L}$ hơn thế nữa $\vec{A}$ còn nằm trong mặt phẳng quỹ đạo, nghĩa là $\vec{A}$ và $\vec{r}$ đồng phẳng. Nhân vô hướng vector $\vec{A}$ với vector $\vec{r}$ ta có được:

$$\vec{A}.\vec{r} = A.r.\cos\theta = \frac{L_z}{k}r\theta' - r = \frac{L_z^2}{km} - r \qquad (14)$$

Trong đó $\theta = \left(\vec{A}, \vec{r}\right)$ là góc hợp bởi vector $\vec{r}$ với vector $\vec{A}$. Suy ra, phương trình quỹ đạo của vật có dạng:

$$r = \frac{L_z^2}{mk}.\frac{1}{1 + A.\cos\theta} \text{ với } \frac{L_z^2}{mk}; A > 0 \qquad (15)$$

Từ (15) ta có thể suy ra quỹ đạo chuyển động của hạt là một đường conic có tham số $p = \frac{L_z^2}{mk}$ và tâm sai $e = A > 0$. Hơn nữa, vector $\vec{A}$ còn có hướng từ tiêu điểm của quỹ đạo đến cận điểm của quỹ đạo. Thật vậy, ta có vector $\vec{A} = const$ do đó từ (15) ta suy ra ngay là vector bán kính quỹ đạo $\vec{r}$ sẽ có độ dài nhỏ nhất khi $\cos\theta = 1 \Leftrightarrow \theta = 0$, nghĩa là ta có được nếu ta gọi $\vec{r}_{\min}$ thì $\vec{r}_{\min}$ sẽ có phương chiều trùng với vector $\vec{A}$. Mà $\vec{r}_{\min}$ có gốc tại tiêu điểm quỹ đạo và ngọn là cận điểm của quỹ đạo, vì vậy vector $\vec{A}$ còn có hướng từ tiêu điểm của quỹ đạo đến cận điểm của quỹ đạo.

Như vậy điều đầu tiên ta rút được ra là độ lớn của vector $\vec{A}$ chính là tâm sai của quỹ đạo $e = \left|\vec{A}\right|$, còn hướng của $\vec{A}$ trùng với hướng từ tiêu điểm đến cận điểm của quỹ đạo.

* Mặt khác, bình phương vector $\vec{A}$ từ phương trình (13) ta có được: $\left(\vec{A}\right)^2 = \left(\frac{L_z}{k}r\theta' - 1\right)^2 + \left(\frac{L_z}{k}r'\right)^2 =$

$$= \frac{L_z^2}{k^2}\underbrace{\left(r'^2 + r^2\theta'^2\right)}_{=v} - 2\frac{L_z}{k}r\theta' + 1$$

Hay ta có được:

$$A^2 - 1 = \frac{L_z^2}{k^2}v^2 - 2\frac{L_z^2}{mkr} = \frac{2L_z^2}{mk^2}\underbrace{\left(\frac{mv^2}{2} - \frac{k}{r}\right)}_{=E} = \frac{2L_z^2}{mk^2}.E$$

Trong đó E là cơ năng của vật. Mặt khác $A^2 = e^2$ do đó ta có được:

$$E = \frac{k}{2p}\left(e^2 - 1\right) \text{ với } p = \frac{L_z^2}{mk} \qquad (16)$$

Lưu ý ở đây p là tham số của đường conic chứ không phải là xung lượng hay động lượng. Mặt khác cũng từ (16) ta có được cơ năng của hệ sẽ tương ứng với bản chất của từng loại đường Conic. Cụ thể ta có được, quỹ đạo của vật sẽ là đường:

* Hypecbol: khi và chỉ khi $e > 1$. Kết hợp với (16) ta suy ra cơ năng E > 0. Mặt khác với Hypecbol, ta có được tham số $p = a\left(e^2 - 1\right)$ nên cơ năng của hệ còn được biểu diễn dưới dạng: $E = \frac{k}{2a}$

* Parabol: khi và chỉ khi $e = 1$. Kết hợp với (16) ta có $E = 0$.

(Xem tiếp trang 21) ☞

ĐỀ RA KỲ NÀY

TRUNG HỌC CƠ SỞ

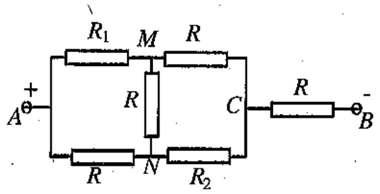
CS1/155. Cho một quả cầu bằng nhôm bên trong có một lỗ hổng. Treo quả cầu bằng một lực kế. Biết lực kế chỉ 0,48N nếu quả cầu được nhúng hoàn toàn trong nước, lực kế chỉ 0,66N nếu quả cầu được nhúng hoàn toàn trong dầu. Biết khối lượng riêng của nhôm, dầu và nước lần lượt là $D_1 = 2700\ kg/m^3$, $D_2 = 700\ kg/m^3$; $D_3 = 1000 kg/m^3$.

Tìm thể tích của lỗ hổng trong quả cầu.

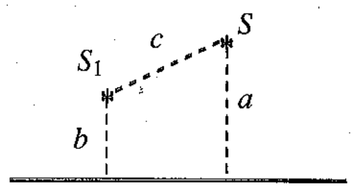
CS2/155. Một cái phao có thể tích $V = 3$ lít buộc vào một dây nhẹ, nối với đáy bể nước và ngập hoàn toàn trong nước. Hỏi lực căng dây tăng hay giảm bao nhiêu nếu nhiệt độ nước tăng từ 10^oC lên 20^oC. Cho biết khi nhiệt độ tăng thêm 1^oC thì thể tích nước tăng thêm một lượng bằng $\alpha = 1,5.10^{-4}$ thể tích mà nó có ở 0^oC; trọng lượng riêng của nước ở 0^oC là $d_0 = 10^4\frac{N}{m^3}$.

Coi thể tích của phao không thay đổi theo nhiệt độ.

CS3/155. Cho mạch điện như hình vẽ. Biết hiệu điện thế giữa A và B không đổi. Các điện trở có độ lớn như ghi trên sơ đồ. Nếu $R_1 = R_2 = R$ thì cường độ dòng điện qua nguồn là I_0. Nếu tăng R_1 và R_2 lên gấp đôi: $R_1 = R_2 = 2R$ thì cường độ dòng điện qua nguồn là bao nhiêu?



CS4/155. Nguồn sáng điểm S và ảnh S_1 của nó qua một thấu kính nằm ở cùng một phía của trục chính và cách trục chính các khoảng bằng a và b như hình vẽ. Biết khoảng cách $SS_1 = c$ và $a > b$. Hỏi đó là thấu kính gì và có tiêu cự bằng bao nhiêu?



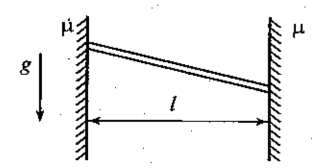
CS5/155. Để đo vận tốc của dòng khí chảy trong một ống có chiều dài L, người ta dùng một máy phát âm, một máy thu âm, và một đồng hồ đo thời gian truyền âm có độ chính xác cao. Hãy nêu cách xác định vận tốc của dòng khí trong ống. Coi khí chảy trong ống với vận tốc không đổi.

TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

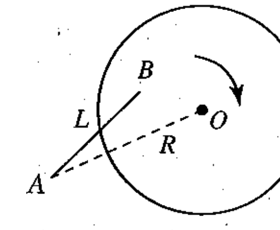
TH1/155. Một vành tích điện đều bán kính R với mật độ điện tích dài là ρ, chuyển động đồng trục với một từ trường đối xứng trục với vận tốc v. Thành phần theo bán kính của vectơ cảm ứng từ tại điểm cách trục một khoảng r là B_r. Hãy xác định mômen lực tác dụng lên vành. Chứng minh rằng số gia của mômen xung lượng của vành tỷ lệ với số gia từ thông qua vành đó.

TH2/155. Một vòng dây siêu dẫn có bán kính R = 3cm được đưa vào trong từ trường không đều của một cuộn dây. Đồng thời tại một điểm A nào đó, cường độ dòng điện trong vòng dây là $I_A = 10A$. Biết rằng khi dịch chuyển vòng dây một khoảng l = 1cm thì dòng điện trong nó giảm 1%. Xác định lực do từ trường của cuộn dây tác dụng lên vòng dây siêu dẫn tại điểm A. Biết độ từ cảm của vòng dây được tính theo công thức $L = \mu_0\pi R/2$ với μ_0 là hằng số từ.

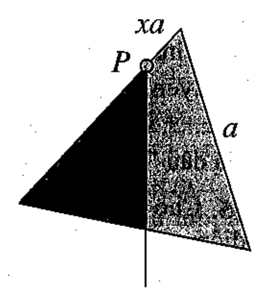
TH3/155. Giữa hai bức tường thẳng đứng cách nhau một khoảng l có tựa một thanh cứng đồng chất tiết diện đều. Hệ số ma sát giữa các đầu thanh với tường đều bằng μ. Tìm điều kiện chiều dài của thanh để nó đứng yên.



TH4/155. Cần của máy quay đĩa là một thanh thẳng có chiều dài là L (xem hình vẽ), một đầu có gắn đầu đọc cùng với kim, còn đầu kia gắn với một khớp có thể quay không ma sát quanh trục A thẳng đứng, đặt cách trục quay O của đĩa một khoảng R (R > L). Kim được đặt trên bề mặt gần như đồng nhất của đĩa quay đều. Tìm góc α ổn định giữa cần và đường AO.



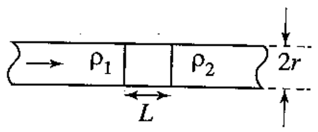
TH5/155. Một tam giác đều được cắt ra từ một tấm phẳng đồng chất. Tam giác được treo tại điểm P trên cạnh của nó. Khoảng cách từ điểm P đến một đỉnh bằng $x.a$, với a là độ dài cạnh của tam giác. Đường thẳng đứng qua P chia tam giác thành hai phần. Tìm tỉ số khối lượng của hai phần đó. Khi nào tỉ số đó đạt cực trị và giá trị cực trị đó bằng bao nhiêu?



DÀNH CHO CÁC LỚP KHÔNG CHUYÊN VẬT LÝ

L1/155. Hai bên lề đường, có hai hàng dọc các vận động viên chuyển động theo cùng một hướng: hàng các vận động viên chạy và hàng các vận động viên đua xe đạp. Biết rằng các vận động viên chạy với tốc độ 20km/h và khoảng cách giữa hai người liên tiếp trong hàng là 20m; những con số tương ứng đối với các vận động viên đua xe đạp là 40km/h và 30m. Hỏi một người quan sát cần phải chuyển động trên đường với vận tốc bằng bao nhiêu để mỗi lần khi một vận động viên xe đạp đuổi kịp anh ta thì chính lúc đó anh ta lại đuổi kịp một vận động viên chạy tiếp theo?

L2/155. Một dây dẫn hình trụ có bán kính r gồm hai đoạn đồng tính với điện trở suất ρ_1 và ρ_2 và một đoạn không đồng tính có chiều dài L (xem hình vẽ). Hãy xác định công suất toả ra trên đoạn dây không đồng tính, biết rằng điện áp trên một đợn vị dài của đoạn dây đồng tính thứ nhất là U_1, còn điện trở suất của đoạn dây không đồng tính biến thiên tuyến tính từ ρ_1 đến ρ_2.



L3/155. Tarzan đu trên một dây leo nhẹ, rất cứng để cứu một con tinh tinh đang trong tình trạng nguy hiểm. Ban đầu, anh bám vào cuối sợi dây và đu nhẹ từ vị trí dây leo tạo với phương thẳng đứng góc 12^o. Thời gian từ lúc anh bắt đầu chuyển động tới lúc dừng lại lần đầu tiên là 4s. (a) Tìm độ dài của sợi dây leo. (b) Khi đi qua điểm thấp nhất của quĩ đạo, Tarzan (khối lượng 65 kg) tóm được chú tinh tinh (khối lượng 35 kg). Tìm biên độ và tần số dao động của Tarzan sau đó. Lấy $g \approx \pi^2 \approx 10$ *(m/s²)*

DÀNH CHO CÁC BẠN YÊU TOÁN

T1/155. Cho x, y là các số hữu tỉ thoả mãn $xy + x + y = 1$. Chứng minh rằng $\sqrt{2\left(x^2+1\right)\left(y^2+1\right)}$ là số hữu tỉ.

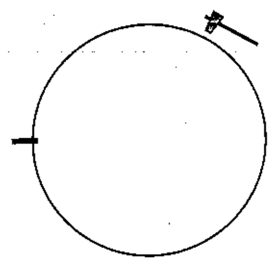
T2/155. Chứng minh rằng mọi số nguyên k đều tồn tại số nguyên n sao cho k biểu diễn được dưới dạng $\pm 1^2 \pm 2^2 \pm ... \pm n^2$, trong đó kí hiệu ± nghĩa là dấu tại vị trí đó là dấu "_" hoặc dấu "_".

T3/155. Cho tam giác ABC có $AB > BC > BC$D là một điểm nằm trên cung nhỏ BC của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Các đường vuông góc kẻ từ O xuống AB, AC cắt AD lần lượt tại E và F. Gọi P là giao điểm của đường thẳng BE và CF. Tìm số đo của góc BAC nếu biết $PB = PC + PO$

GIẢI ĐỀ KỲ TRƯỚC

TRUNG HỌC CƠ SỞ

CS1/152. *Trên một vòng tròn cứng, đồng chất, tiết diện đều, có chu vi L = 150m người ta gắn một cảm biến để ghi lại xung âm thanh đã truyền trên vòng tròn. Sau khi gõ búa vào một điểm trên vòng tròn, cảm biến ghi được các xung âm thanh truyền trên vòng tròn. Lúc đầu, có hai xung truyền cách nhau t_1 = 0,1s. Sau khi nhận được xung thứ hai một khoảng t_2 = 0,9s thì thấy xung thứ 3, tiếp theo một khoảng thời gian t_1 lại thấy xung thứ 4... Xung đến sau có cường độ yếu hơn xung đến trước. Giải thích hiện tượng xảy ra. Tìm khoảng cách (tính theo vòng dây) từ cảm biến đến điểm gõ búa và tốc độ truyền sóng âm trên vòng dây.*



Giải. a) Từ điểm gõ búa có 2 xung truyền ngược chiều nhau trên vòng tròn. Trong quá trình truyền cường độ của nó yếu dần. Do đó, cảm biến ghi được lần lượt các xung cách nhau với cường độ yếu dần. Gọi v là vận tốc của âm, x là độ dài cung tròn ngắn từ điểm gõ búa đến cảm biến thì: $t_1 = \frac{L-x}{v} - \frac{x}{v}$ (1)

Kể từ thời điểm cảm biến nhận được xung thứ nhất thì sau t_1 (*s*) nó nhận được xung thứ hai và sau (t_1 + t_2) (*s*) thì nhận xung thứ ba chính là xung thứ nhất sau khi đã truyền được một vòng. Do đó $t_1 + t_2 = \frac{L}{v}$ (2)

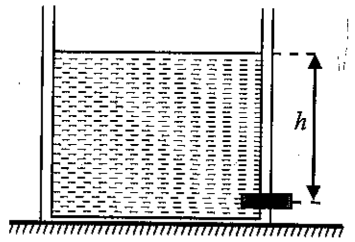
Thay các giá trị đã cho vào (2), ta được: $v = 150\frac{m}{s}$;

Thay các giá trị đã biết vào (1), ta được:

$$x = \frac{Lt_2}{2(t_1+t_2)} = 67{,}5\,m.$$

Các bạn có lời giải đúng: *Võ Ngọc Tiến* 9A7, THCS Ngô Mây, Phù Cát, **Bình Định**; *Đặng Minh Khôi* 9A3, THCS Giảng Võ, **Hà Nội**; *PhạmTrần Hồng, Lê Thị Hà Vy, Nguyễn Hồng Hạnh* 8C, *Trần Minh Đức* 8D, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Vũ Mạnh Hùng* 9A3, THCS Phạm Huy Quang, Đông Hưng, **Thái Bình**; *Nguyễn Minh Vũ* 8A, THCS Lập Thạch, **Vĩnh Phúc**.

CS2/152. *Tính công cần thực hiện để đẩy một nút hình trụ bán kính r vào bình đựng chất lỏng có khối lượng riêng D thêm một đoạn a theo phương nằm ngang như hình vẽ. Biết bình có dạng hình trụ bán kính R, nút cách mặt thoáng chất lỏng một đoạn là h.*



Giải. Khi nút được đẩy vào sâu trong bình một đoạn a thì mức nước trong bình dâng cao Δh. Khối lượng nước dâng cao Δh là $m = D\pi R^2\Delta h = \pi r^2 aD$ (1)
Khi ta ấn nút thì làm dịch chuyển khối lượng nước m từ độ cao của nút lên độ cao $(h + \frac{\Delta h}{2})$.

Công thực hiện bằng độ tăng thế năng của khối lượng nước m: $A = \Delta E = 10m(h + \frac{\Delta h}{2})$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $A = 10\pi r^2 aD(h + \frac{ar^2}{2R^2})$

Các bạn có lời giải đúng: *Nguyễn Cảnh Minh* 8A, THCS Amsterdam, **Hà Nội**; *Phạm Trần Hồng* 8C, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương, **Nghệ An**; *Nguyễn Minh Thắng* 7A, THCS Bàn Giản, Lập Thạch, **Vĩnh Phúc**.

CS3/152. *Có hai bình cách nhiệt. Bình A chứa 6 lít nước ở $t_1 = 60^oC$ còn bình B chứa 2 lít nước ở $t_2 = 20^oC$. Đầu tiên người ta rót một lượng nước từ bình A sang bình B. Khi nước ở bình B đã cân bằng nhiệt, người ta lại rót nước từ bình B sang bình A để thể tích nước trong bình A là 5 lít. Khi đó nhiệt độ nước trong bình A là $t_1 = 57^oC$. Hỏi trong lần rót thứ nhất, phần ở bình A được đổ vào bình B có thể tích là bao nhiêu? Bỏ qua nhiệt dung của các bình. Coi khối lượng riêng của nước không phụ thuộc vào nhiệt độ.*

Giải. Ta kí hiệu thể tích nước lúc đầu ở bình A và B tương ứng là V_1 và V_2, nhiệt độ nước lúc đầu là t_1 và t_2, nhiệt độ cân bằng ở hai bình sau khi rót nước là t'_1 và t'_2; c là nhiệt dung riêng, D là khối lượng riêng của nước.

Khi rót thể tích nước ΔV từ bình A sang B thì phương trình cân bằng nhiệt của quá trình này là:

$$cD\Delta V(t_1 - t'_2) = cDV_2D(t'_2 - t_2)$$

Bình A cuối cùng có 5 lít nước. Vậy thể tích nước rót từ B sang A tính bằng đơn vị lít là :

$$5 - (6 - \Delta V) = (\Delta V - 1).$$

Khi rót thể tích nước (ΔV - 1) nước từ bình B sang A thì phương trình cân bằng nhiệt của quá trình này là:

$$cD(V_1 - \Delta V)(t_1 - t'_2) = cD(\Delta V - 1)(t'_1 - t'_2)$$

Đơn giản cD ở các vế và thay số ta được:

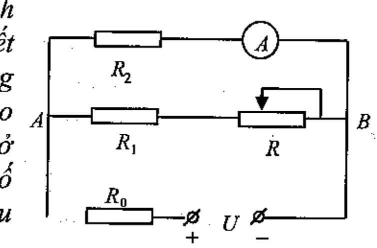
$$\Delta V(60 - t'_2) = 2(t'_2 - 20) \qquad (1)$$

$$(6 - \Delta V)(60 - 57) = (\Delta V - 1)(57 - t'_2) \qquad (2)$$

Giải hệ phương trình tìm được: $\Delta V = \frac{22}{13} \approx 1{,}7\,\ell$.

Các bạn có lời giải đúng: Có rất nhiều bạn đọc giải đúng bài tập này nên TS không đăng tên. Mong bạn đọc thông cảm!

CS4/152. *Cho mạch điện như hình vẽ. Biết hiệu điện thế U không đổi. Với điều kiện nào khi thay đổi điện trở của biến trở R thì số chỉ của ampe kế hầu như không đổi?*



Giải. Theo bài ra thì điện trở R của biến trở có thể thay đổi tức là biến trở có thể có giá trị bất kì. Do đó ta chỉ xét mối tương quan của các điện trở còn lại.

Có hai trường hợp sau:

1) R_0 rất nhỏ. Ta có thể coi $R_0 \approx 0$ còn $R_1 \neq 0$. Khí đó $U_{AB} = U$ không đổi nên dòng trong hai nhánh 1 và 2 độc lập đối với nhau, ampe kế luôn chỉ $I = \frac{U}{R_2 + R_A}$.

2) $R_1 >> R_2 + R_A$ thì dòng qua R_1 luôn rất nhỏ so với dòng qua ampe kế . Do đó dòng qua R_0 hầu như không đổi và U_{AB} hầu khư không đổi. dòng qua ampe kế không đổi.

Các bạn có lời giải đúng: *Vũ Mạnh Hùng* 9A3, THCS Phạm Huy Quang, Đông Hưng, **Thái Bình**.

CS5/152. *Một vật được quan sát qua một kính lúp. Biết vật đặt cách tiêu điểm của kính 1cm, ảnh cách kính lúp 20cm. Hãy xác định tiêu cự của kính.*

Giải. Dùng công thức thấu kính $\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{f}$. Đối với kính lúp ta chỉ quan sát ảnh ảo qua kính. Như vậy vật phải đặt trong khoảng tiêu cự : d <f , ảnh ảo nên d'< 0. Như vậy $d = f - 1$ và d' = -20

Thay vào công thức thấu kính, ta có $\frac{1}{f-1} + \frac{1}{-20} = \frac{1}{f}$

$\Rightarrow f^2 - f - 20 = 0$. Phương trình cho 2 nghiệm: f = 5 cm và f = -4cm. Ta loại nghiệm âm vì kính lúp là thấu kính hội tụ./.

Các bạn có lời giải đúng: *Đặng Minh Khôi* 9A13, THCS Giảng Võ, **Hà Nội**; *Trương Thái Bảo* 9A2, thị trấn Quán Hành, Nghi Lộc, **Nghệ An**; *Vũ Mạnh Hùng* 9A3, THCS Phạm Huy Quang, Đông Hưng, **Thái Bình**; *Nguyễn Duy* Cảnh 8A1, THCS Yên Lạc, Yên Lạc, Vĩnh Phúc.

TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

TH1/152. *Một cậu bé chạy (trượt) trên mặt băng rộng hướng về phía bắc với vận tốc $v = 5m/s$. Hệ số ma sát giữa chân và băng là $\mu = 0,1$. Giả thiết đơn giản rằng lực tương tác giữa chân và băng luôn không đổi.*

a) *Tìm thời gian nhỏ nhất cần thiết để cậu bé thay đổi hướng chuyển động sang hướng đông mà giữ nguyên vận tốc.*

b) *Quỹ đạo của cậu bé có dạng đường gì trong quá trình đó.*

Giải. Trong suốt quá trình, vectơ vận tốc cần quay một góc 90^o. Xét hệ tọa độ phẳng v_x - v_y. Ta cần dịch chuyển điểm $A(0; v)$ sang điểm $B(v; 0)$ với vận tốc không đổi. Vận tốc của điểm trong mặt phẳng chính là gia tốc của cậu bé có độ lớn bằng μg. Để chuyển nhanh nhất thì chuyển theo đoạn thẳng có chiều dài $v\sqrt{2}$ và với thời gian $t = \frac{v\sqrt{2}}{\mu g} \approx 7,2s$

b) Vì gia tốc có độ lớn và hướng không đổi nên quỹ đạo của cậu bé giống như vật bị ném xiên trong trọng trường, tức là quỹ đạo có dạng parabol.

Các bạn có lời giải đúng: *Trần Đức Huy* 10L1 THPT Chuyên **Hà Nội** – Amsterdam; *Nguyễn Văn Thành Lợi, Trần Văn Thái* BK13 THPT Chuyên Quang Trung, **Bình Phước**; *Trần Lê Huỳnh Đức* 11 Lý THPT Chuyên Lê Qúy Đôn, **Bình Định**;

TH2/152. *Khảo sát lực tương tác giữa 2 thanh nam châm nhỏ: một thanh được treo cho trục nằm ngang nhờ một sợi dây mảnh không dãn có chiều dài $l = 1m$, thanh nam châm kia cho chuyển động chậm tiến đến sao cho trục của chúng luôn trên cùng đường nằm ngang. Khi khoảng cách giữa chúng bằng $x_1 = 4cm$ và nam châm trên dây dịch chuyển $x_2 = 1cm$ so với vị trí ban đầu thì trạng thái cân bằng bị phá vỡ. Giả sử rằng lực hút giữa chúng phụ thuộc khoảng cách theo quy luật $F \propto d^{-n}$. Tìm giá trị của n.*

Giải. Các lực tác dụng lên thanh nam châm treo trên dây gồm: lực căng dây, trọng lực, và lực từ. Vì dây lệch góc nhỏ nên $T \approx mg$, còn thành phần nằm ngang của lực căng dây bằng $-\frac{x}{l}mg$. Hợp lực tác dụng theo phương ngang $F = F_t - \frac{x}{l}mg$. Ở vị trí cân bằng $F = 0$.

Với độ dời nhỏ Δx ta có: $\Delta F = \Delta F_t - \frac{\Delta x}{l}mg$

Theo bài: $F \propto d^{-n}$, đặt $F = kd^{-n}$ với k là hệ số tỉ lệ, ta có: $\Delta F_t = F'(d).\Delta d = \frac{kn}{d^{n+1}}\Delta x$ (do $\Delta d = -\Delta x$)

Suy ra: $\Delta F = \left(\frac{kn}{d^{n+1}} - \frac{mg}{l}\right)\Delta x$

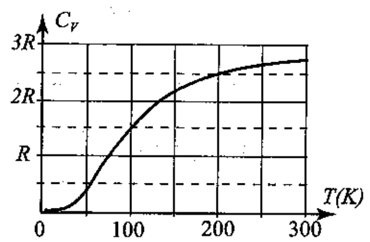
Tại vị trí giới hạn $\Delta F = 0$ nên ta thu được 2 phương trình: $\frac{k}{d^n} - \frac{xmg}{l} = 0$ và $\frac{kn}{d^{n+1}} = \frac{mg}{l}$

Từ đó ta tìm được: $n = d / x = 4$

Các bạn có lời giải đúng: *Trần Đức Huy* 10L1 THPT Chuyên **Hà Nội** – Amsterdam; *Nguyễn Văn Thành Lợi, Trần Thành Luân, Huỳnh Ngọc Long, Trần Văn Thái* BK13 THPT Chuyên Quang Trung, **Bình Phước**; *Trần Lê Huỳnh Đức* 11 Lý THPT Chuyên Lê Qúy Đôn, **Bình Định**;

TH3/152. *Một hình lập phương bằng nhôm có cạnh $a = 1cm$, khối lượng riêng $\rho = 2,7g/cm^3$, khối lượng mol của nhôm $M = 23g/mol$. Nhiệt dung mol phụ thuộc nhiệt độ cho trên đồ thị bên. Nhiệt độ ban đầu của hình lập phương $T_0 = 300K$*

a) *Tính tổng năng lượng nhiệt của hình lập phương ở nhiệt độ T_0.*



b) *Bây giờ 5 mặt của hình lập phương được sơn trắng (phản xạ mọi bước sóng) còn một mặt sơn đen (hấp thụ mọi bước sóng). Hình lập phương được đặt trong chân không ở nhiệt độ rất thấp (gần độ không tuyệt đối) và không có trọng trường. Ban đầu hình lập phương đứng yên. Nó lạnh đi do phát xạ nhiệt và bắt đầu chuyển động chậm. Ước lượng vận tốc giới hạn của nó.*

c) *Ở nhiệt độ rất thấp, nhiệt dung của nhôm tỉ lệ với T^3. Tìm hàm phụ thuộc của T theo thời gian t trong câu hỏi trước.*

Giải. Năng lượng nhiệt của 1 mol: $q = C_V dT$. Tổng năng lượng nhiệt của hình lập phương: $Q = \frac{\rho a^3}{M}\int_0^{T_0} C_V dT$

Tích phân trên chính bằng số đo diện tích hình giới hạn đồ thị đã cho và bằng $560R(J/mol)$, do đó $Q = 546J$

Mỗi photon có tần số f phát xạ nhiệt bởi hình lập phương mang năng lượng và động lượng $E = hf$; $p = h/\lambda$. Nếu photon bay ra lập góc α so với pháp tuyến của mặt thì thành phần động lượng song song với pháp tuyến bề mặt là $p_{//} = E\cos\alpha/c$

Gía trị trung bình của động lượng theo phương đó:

$\overline{p}_{//} = \frac{E}{c}\frac{1}{2\pi}\int \cos^2\alpha d\Omega$, trong đó $d\Omega = 2\pi \sin\alpha d\alpha$

$$\Rightarrow \overline{p}_{//} = \frac{E}{c}\int_0^{\pi/2} \cos^2\alpha d(\cos\alpha) = E/3c$$

Ta có $a^3\rho v \sim \frac{Q}{3c} \Rightarrow v \sim \frac{Q}{3\rho a^3 c} \approx 0,22mm/s$

Ta có: $\alpha T^3 dT = -\sigma S T^4 dt \Rightarrow T = \alpha e^{-At}$

Các bạn có lời giải đúng: *Trần Đức Huy* 10L1 THPT Chuyên Hà Nội – Amsterdam; **Hà Nội**

TH4/152. *Một thanh đồng chất dài L được treo một đầu. Cho khối lượng riêng của chất làm thanh là r, suất Young E. Hãy tính độ dãn Δl của thanh. Đáp số sẽ thay đổi thế nào nếu thanh đặt theo phương ngang và được đưa vào chuyển động với gia tốc $\vec{a}$ nằm ngang và cùng hướng với trục?*

Giải. a) Kí hiệu S là tiết diện của thanh. Xét phần tử dx cách đầu trên một đoạn x ta có:

$kdl = \rho g S(l - x)$ với $k = \frac{ES}{dx}$, suy ra $dl = \frac{\rho g(L-x)dx}{E}$

Độ giãn của thanh $\Delta l = \int dl = \frac{\rho g L^2}{2E}$

b) Khi đặt thanh nằm ngang và chuyển động với gia tốc a. Xét hệ quy chiếu phi quán tính chuyển động với gia tốc a, mỗi phần tử sẽ chịu tác dụng của lực quán tính $F_q = dm.a$

Tương tự ta tìm được $\Delta l = \frac{\rho a L^2}{2E}$

Các bạn có lời giải đúng: *Nguyễn Văn Thành Lợi* BK13 THPT Chuyên Quang Trung, **Bình Phước**;

TH5/152. *Theo trục của một hình trụ kim loại rỗng không từ tính người ta căng một sợi dây tích điện với mật độ điện tích dài $q = 10^{-8}C/m$. Hình trụ quay xung quanh trục của mình với vận tốc góc $\omega = 10^3 rad/s$. Coi chiều dài hình trụ lớn hơn nhiều so với đường kính ngoài của nó, hãy xác định cảm ứng từ:*

a) Tại vùng rỗng của hình trụ; b) trong vật liệu cấu tạo nên hình trụ; c) trong không gian bên ngoài hình trụ.

Giải. Ở mặt trong và ngoài của hình trụ xuất hiện các điện tích cảm ứng trái dấu, có độ lớn tương ứng là $-q$ và q. Khi quay các điện tích trên mặt giống như dòng điện chạy trong những ống dây .

a) Tại vùng rỗng của trụ. Cảm ứng từ do mỗi ống gây ra có cùng độ lớn $B = m_0 q\omega/2\pi$ và ngược chiều nhau nên cảm ứng từ tổng hợp bằng 0.

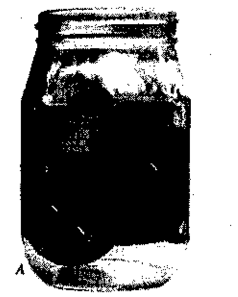
b) Bên trong phần vật liệu cấu tạo nên trụ: Cảm ứng từ chỉ do phần vỏ ngoài gây ra và có độ lớn $B = m_0 q\omega/2\pi$.

c) Phần không gian bên ngoài trụ, cảm ứng từ cũng bằng 0.

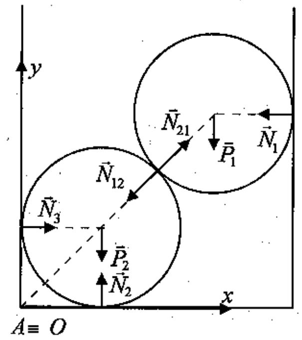
Các bạn có lời giải đúng: *Trần Đức Huy* 10L1 THPT Chuyên **Hà Nội** – Amsterdam;

DÀNH CHO CÁC LỚP KHÔNG CHUYÊN VẬT LÝ

L1/152. *Hai quả bóng giống nhau có khối lượng 170 g được bỏ vào lọ thủy tinh. Tâm các quả bóng nằm trên đường thẳng đi qua A được biểu diễn trên hình. Bỏ qua mọi ma sát. Tính độ lớn các lực N_1, N_2, N_3 và lực tương tác giữa hai quả bóng.*



Giải. Các lực tác dụng lên các quả cầu như hình vẽ



Điều kiện cân bằng của hệ gồm 2 quả cầu

$\vec{N}_1 + \vec{N}_2 + \vec{N}_3 + \vec{P}_1 + \vec{P}_2 = 0$

Theo phương Ox:

$N_1 = N_3$ (1)

Theo phương Oy:

$N_2 = P_1 + P_2$ (2)

Điều kiện cân bằng của quả cầu 2: $\vec{P}_2 + \vec{N}_2 + \vec{N}_3 + \vec{N}_{12} = 0$

Theo phương Ox: $N_3 = N_{12}\cos 45^0$ (3)

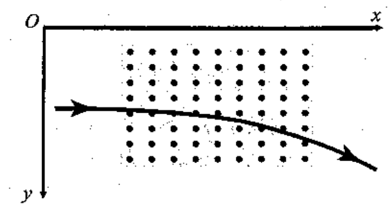
Theo phương Oy: $N_2 = P_2 + N_{12}\sin 45^0$ (4)

Giải hệ 4 phương trình ta được

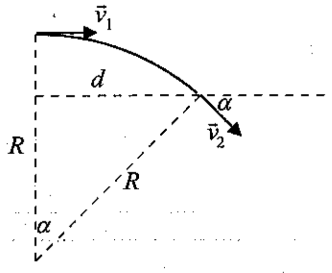
$N_1 = N_3 = mg; N_2 = 2mg; N_{12} = N_{21} = \sqrt{2}mg$

Các bạn có lời giải đúng: *Vũ Quốc Việt, Bùi Nhật Hoàng, Vũ Toàn Khánh, Nguyễn Phương Chi, Nguyễn Phương Linh, Nguyễn Ánh Ngọc,* 11L2, THPT chuyên Nguyễn Huệ, **Hà Nội;**

L2/152. *Một proton có động năng 5 MeV chuyển động theo trục Ox đi vào một vùng có từ trường đều có cảm ứng từ $B = 0,05$ T như hình vẽ. Độ rộng của vùng từ trường là 1 m. (a) Tính biến thiên động lượng theo phương Oy của proton sau khi đi ra khỏi từ trường. (b) Xác định góc tạo bởi vận tốc ban đầu và vận tốc sau khi ra khỏi từ trường của proton. Biết khối lượng proton là $m_p = 1,76.10^{-27}kg$, $1eV = 1,6.10^{-19}J$. Bỏ qua tác dụng của trọng lực và hiệu ứng tương đối tính.*



Giải. Hạt mang điện chuyển động trong từ trường đều chỉ dưới tác dụng của lực từ theo quĩ đạo tròn với tốc độ không đổi. Lực từ đóng vai trò của lực hướng tâm



$$\vec{F}_B = m\vec{a}_{ht} \to Bqv = \frac{mv^2}{R} \to R = \frac{mv}{Bq} = \frac{\sqrt{2mE_đ}}{Bq}$$

(b) Lại có $d = R\sin\alpha \to \alpha \approx 8{,}67^0$

(a) $\Delta p_y = m(v_{2y} - v_{1y}) = mv\sin\alpha$

$= \sin\alpha\sqrt{2mE_đ} \approx 7{,}9.10^{-21}(kg.m/s)$

L3/152. *Một người nhảy bungee có khối lượng 65 kg nhảy từ một cây cầu với sợi dây đàn hồi nhẹ có một đầu buộc cầu, đầu còn lại buộc vào người đó. Chiều dài tự nhiên của sợi dây là 11 m. Khi ở vị trí thấp nhất, người đó cách cây cầu 36 m. Quá trình chuyển động của người đó có thể chia thành hai giai đoạn: rơi tự do 11 m và dao động điều hòa 25 m. (a) Tìm thời gian rơi tự do của người này. (b) Tìm hệ số đàn hồi của sợi dây. (c) Tìm tổng thời gian chuyển động của người này.*

Giải. (a) Thời gian rơi tự do $\Delta t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}} \approx 1{,}48(s)$

(b) Biên độ dao động

$A = \Delta l_0 = 12{,}5(m) \to k = \frac{mg}{\Delta l_0} = \frac{65.10}{12{,}5} = 52(N/m)$

(c) Thời gian chuyển động tổng cộng

$\Delta t = \Delta t_1 + \frac{T}{2} = \Delta t_1 + \pi\sqrt{\frac{m}{k}} \approx 5(s)$

Các bạn có lời giải đúng: *Vũ Toàn Khánh, Nguyễn Phương Chi, Nguyễn Phương Linh, Nguyễn Ánh Ngọc, Trịnh Nhật Linh* 11L2, THPT chuyên Nguyễn Huệ, **Hà Nội**;

DÀNH CHO CÁC BẠN YÊU TOÁN

T1/152. *Cho* $p > 5$ *là một số nguyên tố và* $A = \{p - n^2 \mid n \in \mathbb{N}^*, n^2 < p\}$. *Chứng minh rằng trong tập A luôn tồn tại hai phần tử a, (a ≠ 1) và b sao cho b chia hết cho a.*

Giải. Nếu $1 \in A$ thì $p = n^2 + 1$. Suy ra $n^2 = p - 1^2 \Rightarrow n^2 \in A$ và $2n = p - (n-1)^2 \Rightarrow 2n \in A$.

Do p là số nguyên tố, $p > 5$ nên n chẵn suy ra n^2 chia hết cho $2n$.

Nếu $1 \notin A$. Đặt $n = \left[\sqrt{p}\right] \Rightarrow n^2 + 1 < p < (n+1)^2$.

Đặt $x = p - n^2$. Vì p là số nguyên tố nên $x - n \neq 0$ và

$0 < x < 2n \Rightarrow (x-n)^2 < n^2 \Rightarrow p - (x-n)^2 \in A$

nên $x(1 + 2n - x) \in A$.

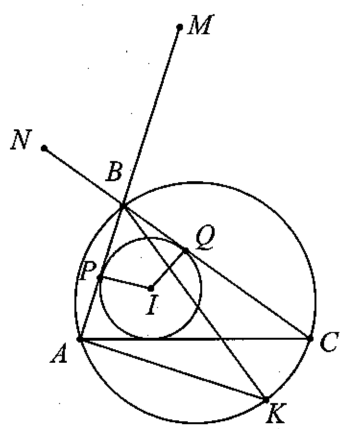
T2/152. Cho $a, b, c > 1$ thoả mãn $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 2$.

Chứng minh rằng

$\sqrt{a+b+c} \geq \sqrt{a-1} + \sqrt{b-1} + \sqrt{c-1}$.

Các bạn có lời giải đúng: *Nguyễn Cảnh Minh*, lớp 8A, THCS Hà Nội – Amsterdam, **Hà Nội**; *Lê Thị Thuỳ Dung*, lớp 10A1, THPT Cửa Lò, **Nghệ An**.

T3/152. *Cho tam giác ABC trên tia đối của tia BA, BC lấy các điểm M, N sao cho AM = BN = p, trong đó p là nửa chu vi của tam giác ABC. Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC, BK là đường kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Chứng minh KI vuông góc với MN.*



Giải. Gọi giao điểm của đường tròn nội tiếp tam giác ABC với hai cạnh AB, AC lần lượt là P và Q. Ta có

$KM^2 - KN^2 = (KA^2 + AM^2) - (KC^2 + CN^2)$

$= KA^2 - KC^2 = BC^2 - AB^2$.

Mặt khác, ta có

$IM^2 - IN^2 = (IP^2 + PM^2) - (IQ^2 + QN^2)$

$= PM^2 - QN^2 = (AM - AP)^2 - (CN - QC)^2$.

Ta có $AM - AP = p - \frac{AB + CA - BC}{2} = BC$ và

$CN - QC = p - \frac{CA + BC - AB}{2} = AB$ nên

$KM^2 - KN^2 = IM^2 - IN^2$.

Do đó KI vuông góc với MN.

GIỚI THIỆU CÁC ĐỀ THI 1

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN TP HÀ NỘI

Năm học 2016 - 2017

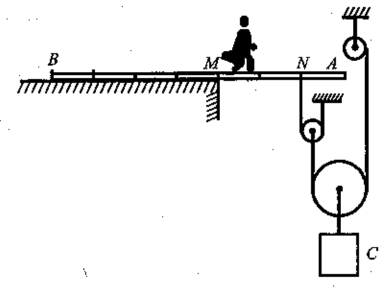
Bài I *(2,5 điểm)*

1. Trong phim về Harry Potter, để điều khiển chổi bay, Harry Potter phải tìm trọng tâm của cây chổi cán dài.

a) Hãy dự đoán cách làm của Harry Potter khi không dùng bất cứ dụng cụ nào khác.

b) Ronald Weasley, bạn của Harry Potter quả quyết rằng: nếu cưa đứt cây chổi cán dài theo phương vuông góc với trục của cán chổi và đi qua trọng tâm thì thu được hai phần có khối lượng bằng nhau. Theo em, quan điểm này đúng hay sai ? Vì sao ?

2. Thanh AB đồng chất dài 700 cm và có khối lượng m (kg) đặt trên mặt bàn nằm ngang, phần còn lại nối với hệ thống ròng rọc như hình 1. Biết người có khối lượng 3m (kg), vật nặng C có khối lượng 4m (kg), BM = 2MN = 4NA. Bỏ qua ma sát, khối lượng ròng rọc và dây. Hỏi người di chuyển trong khoảng nào trên thanh AB thì thanh vẫn cân bằng ?



Hình 1.

Bài II *(2,0 điểm)*

1. Có nửa thùng nước lạnh ở nhiệt độ môi trường và nửa thùng nước nóng, hai thùng có thể tích bằng nhau. Muốn có nước ấm sử dụng, người ta làm theo hai cách:

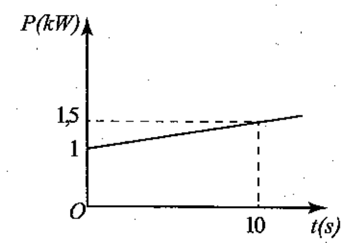
Cách 1: đổ từ từ nửa thùng nước lạnh sang thùng nước nóng.

Cách 2: đổ từ từ nửa thùng nước nóng sang thùng nước lạnh.

a) Cách nào nhiệt truyền ra môi trường ít hơn ? Vì sao?

b) Cách nào quá trình trao đổi nhiệt giữa nước nóng và nước lạnh xảy ra nhanh hơn ? Vì sao ?

2. Một ấm điện có công suất phụ thuộc vào thời gian theo đồ thị như hình 2. Biết rằng, hao phí nhiệt là không đáng kể, nhiệt dung riêng của nước là c = 4200 J/kg.K, khối lượng riêng của nước là 1000 kg/m3. Nếu dùng ấm điện trên để đun sôi 3 lít nước từ 25^oC thì mất bao nhiêu thời gian ?

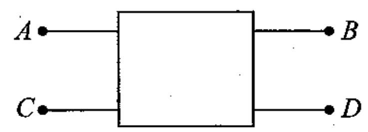


Hình 2.

Bài III *(2,0 điểm)*

1. Trong ngôi nhà lớn, để đi từ phòng này sang phòng khác phải qua một hành lang dài. Hãy thiết kế mạch điện sao cho chỉ với 1 bóng đèn và 2 công tắc đặt ở đầu và cuối hành lang mà vẫn có thể bật đèn ở công tắc này, tắt đèn ở công tắc kia và ngược lại. Vẽ sơ đồ mạch điện cần dùng.

2. Một hộp kín bên trong gồm 4 dụng cụ điện: một vôn kế, một ampe kế, hai điện trở R_1 và R_2. Tất cả các dụng cụ điện được nối với nhau bằng dây dẫn có điện trở nhỏ không đáng kể. Nhìn từ bên ngoài thấy mặt đồng hồ của vôn kế, ampe kế và 4 đầu dây như hình 3. Biết giữa 2 đầu dây bất kì chỉ có 2 dụng cụ điện, các dụng cụ điện lí tưởng. Nếu mắc nguồn điện có hiệu điện thế không đổi U = 12 V vào:



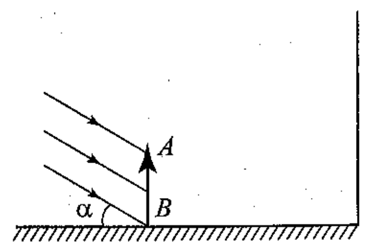
Hình 3.

- hai đầu A và B thì $I_A = 0$ A và $U_V = 12$ V.
- hai đầu A và C thì $I_A = 3$ A và $U_V = 0$ V.
- hai đầu B và D thì $I_A = 0$ A và $U_V = 12$ V.
- hai đầu C và D thì $I_A = 1$ A và $U_V = 0$ V.

Hãy xác định cách mắc các dụng cụ trong hộp và tìm độ lớn điện trở R_1, R_2.

Bài IV *(2,5 điểm)*

1. Một gương phẳng đặt nằm ngang, mặt phản xạ hướng lên. Trên mặt gương đặt một vật phẳng, mỏng AB thẳng đứng có chiều cao 17 cm. Một màn quan sát đặt vuông góc với gương và cách vật 40 cm. Chiếu tới vật chùm sáng song song nằm trong mặt phẳng (P) vuông góc với màn quan sát và gương, chùm sáng hợp với mặt gương góc $\alpha = 30^o$ (hình 4).



Hình 4.

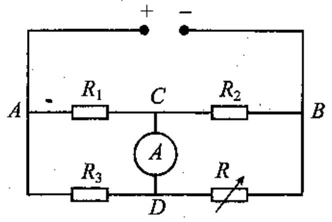
a) Xác định chiều cao bóng của vật in trên màn quan sát.

b) Nếu dịch chuyển vật trên gương ra xa màn quan sát với tốc độ 2 m/s sao cho vật luôn nằm trong mặt phẳng (P) thì bóng của vật đó trên màn di chuyển theo chiều nào và với tốc độ là bao nhiêu ?

2. Tự chọn những dữ kiện cần thiết, hãy vẽ ảnh thật tạo bởi thấu kính phân kì.

Bài V *(1,0 điểm)*

Cho mạch điện như hình 5. Biết: U = 12V, $R_1 = 2\ \Omega$, $R_2 = 4\ \Omega$, $R_3 = 3\ \Omega$ và điện trở R có giá trị thay đổi từ 4 Ω đến 7 Ω. Bỏ qua điện trở của Ampe kế và dây nối. Tìm số chỉ lớn nhất của Ampe kế.



Hình 5.

ĐÁP ÁN

Bài I. 1. - Đặt chỗi cân bằng trên ngón tay, trọng tâm chính là vị trí chổi tiếp xúc với ngón tay.

- Nếu khối lượng phân bố đều theo chiều dài thì nhận định chính xác.

- Nếu khối lượng không phân bố đều theo chiều dài thì nhận định sai.

- Phần dài hơn tay đòn lớn thì khối lượng nhỏ.

2. TH1: Khi M là trục quay, phương trình cân bằng của thanh là $10m.0,5+2.10m.3=3.10m.x+10m.2$

Giải phương trình tìm được x = 1,5 m.

TH2: Khi B là trục quay, phương trình cân bằng của thanh là: $2.10m.7=3.10m.x+10m.3,5+10m.6$

Giải phương trình tìm được x = 1,5 m.

Vậy để thanh cân bằng người đó phải di chuyển trong khoảng:

+ sang trái M 2,5 m

+ sang phải M 1,5 m.

Bài II. 1. a) Cách 1 diện tích tiếp xúc của nước nóng với môi trường ít hơn so với cách hai nên nhiệt tỏa ra môi trường ít hơn.

b) Đổ từ từ sẽ tạo ra hai lớp nước nóng và lạnh. Trộn theo cách 1 thì quá trình truyền nhiệt xảy ra nhanh hơn vì nước lạnh ở trên, nước nóng ở dưới nên xảy ra đối lưu - một hình thức truyền nhiệt chủ yếu của chất lỏng. Trong cách 2 thì truyền nhiệt bằng dẫn nhiệt nên rất chậm.

2. Từ đồ thị suy ra: P = 1000 + 50t (W)

Gọi tx là thời gian cần thiết để đun sôi nước, công suất trung bình trong khoảng thời gian này là:

$$P_{TB}=\frac{1000+(1000+50t_x)}{2}=1000+25t_x\ (\text{W})$$

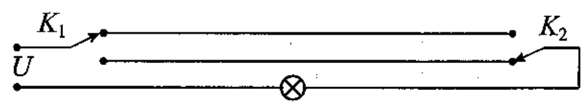
Để đun sôi cần có:

$$cm\Delta t=P_{TB}t_x \Leftrightarrow 4200.3.75=(1000+25t_x)t_x$$

$$\to t_x = 175,44\ s$$

Bài 3. 1.

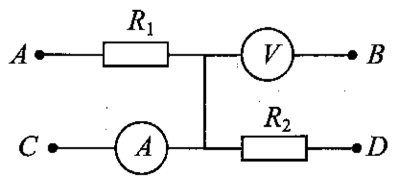
2. - Nguồn vào A,B: chắc chắn mạch này có Vôn kế



và R hoặc Ampe lế

- Nguồn vào AC: chắc chắn có Ampe kế và R_1 hoặc R_2

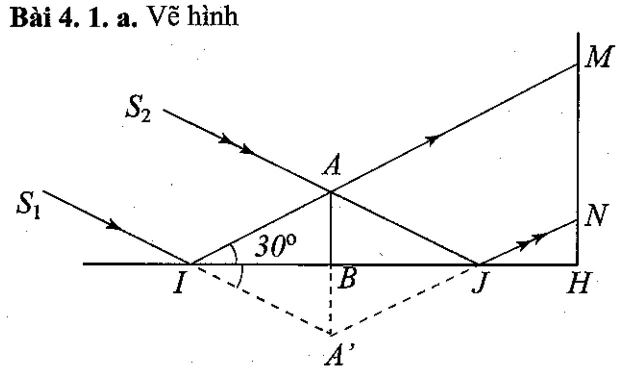
Nguồn vào DB: chắc chắn có Vôn kế, không có Ampe kế nên còn lại là R_2



Từ đó ta vẽ được mạch điện như hình vẽ

Ta tính được $R_1 = 4\Omega$ và $R_2 = 12\Omega$.

Bài 4. 1. a. Vẽ hình



MNA'A là hình bình hành nên MN = 2AB = 3,4m

BJ = AB/tan30° = $17\sqrt{3}$ cm

JH = 40 - $17\sqrt{3}$ = 10,55 cm

HN = JH.tan30° = 6,09 cm

b. Vật này di chuyển sang bên trái làm J cũng di chuyển sang trái với tốc độ v. Khi đó N di chuyển lên trên với tốc độ v/$\sqrt{3}$ = 1,15m/s

(Xem tiếp trang 25)

GIỚI THIỆU CÁC ĐỀ THI 2

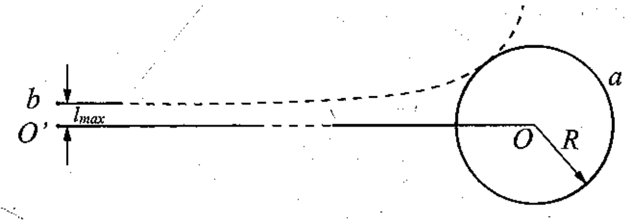
HƯỚNG DẪN GIẢI

ĐỀ THI HSG THPT QUỐC GIA TRUNG QUỐC VÒNG 2 NĂM 2003

Bài I. Gọi m là khối lượng proton, v_0 và v là tốc độ ban đầu và tốc độ khi tới mặt cầu a của proton, e là điện tích nguyên tố, do bảo toàn năng lượng ta có

$$\frac{1}{2}mv_0^2=\frac{1}{2}mv^2+eU \quad (1)$$

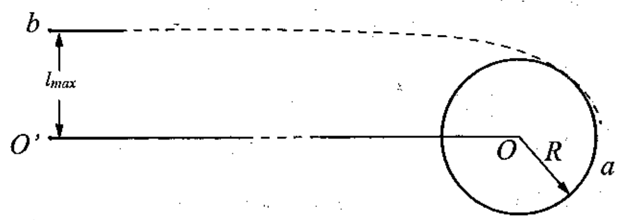
Vì khối cầu a không chuyển động nên có thể lấy tâm O của cầu làm gốc tọa độ. Lực tĩnh điện do khối cầu a tác dụng lên proton luôn có phương đi qua tâm khối cầu nên mômen của lực đối với gốc tọa độ luôn bằng 0; mômen động lượng của proton đối với điểm O là không đổi. Giá trị của l đạt cực đại ứng với lúc proton chạm tới mặt cầu a và véctơ vận tốc tiếp tuyến với mặt cầu. Gọi giá trị cực đại đó là l_{max} do bảo toàn mômen động lượng ta có $mv_0l_{max} = mvR$ (2)



Hình 1.

Từ (1), (2) suy ra $l_{max}=\sqrt{1-\frac{eU}{mv_0^2/2}}R$

Thay số vào được $l_{max}=\frac{\sqrt{2}}{2}R$



Hình 2.

Nếu thay proton bằng electron như thấy trên hình 2, khi đó e trong công thức (1) được thay bằng – e. Lý luận tương tự ta có $l_{max}=\frac{\sqrt{6}}{2}R$

Bài II. Khi nhiệt độ $T_1 = 300K$, áp suất và thể tích không khí trong cột khí lần lượt là

$p_1 = p_0 + h$, $V_1 = lS_C$

Khi nhiệt độ của không khí trong cột khí tăng cao, thủy ngân ở 2 phía cột khí sẽ bị ép vào 2 ống A và B. Giả sử khi nhiệt độ tăng tới T_2, toàn bộ thủy ngân ở cột bên phải bị ép vào trong ống B khiến cho độ cao của thủy ngân trong ống tăng khoảng $\Delta h=\frac{bS_C}{S_B}$

Do đó tạo ra sự tăng thể tích không khí trong ống một lượng $\Delta V' = bS_C$. Đồng thời ở bên trái thủy ngân cũng bị đẩy vào ống A khiến cho thủy ngân trong ống A tăng khoảng Δh và tạo ra sự tăng thể tích lượng $\Delta V'' = \Delta hS_A$

Cho nên khi nhiệt độ là T_2 thể tích và áp suất trong ống lần lượt là $V_2=V_1+\Delta V'+\Delta V''$; $p_2=p_1+\Delta h$

Phương trình trạng thái: $\frac{p_1V_1}{T_1}=\frac{p_2V_2}{T_2}$

Thay số vào các công thức trên ta tính được

$$T_2 = 347,7K$$

Giá trị này nhỏ hơn nhiệt độ cuối cùng đề bài đã cho T = 273 + t = 370 K cho nên nhiệt độ sẽ từ từ tăng lên. Từ lúc tăng này, không khí trong ống coi như biến đổi đẳng áp. Khi nhiệt độ đạt tới bằng T, thể tích ống khí là: $V=\frac{T}{T_2}V_2$

Thay số vào ta được: V = 0,72 cm^3

Bài III. Ở trong con đường, khi cách tâm O của Trái Đất khoảng r, một vật có khối lượng m sẽ chịu tác dụng của lực hấp dẫn là $F=\frac{GM'm}{r^2}$ (1)

Trong đó M' là khối lượng của phần Trái Đất ứng với khối cầu có tâm là tâm Trái Đất, bán kính là r. Nếu khối lượng riêng của Trái Đất là ρ thì $M'=\frac{4}{3}\rho\pi r^3$ (2)

Nghĩa là vật khối lượng m chịu tác dụng lực hấp dẫn của Trái Đất là $F=\frac{4}{3}\pi G\rho mr$ (3)

Thành phần lực theo phương con đường có giá trị là

$$f = F\sin\theta \ (4) \text{ với } \sin\theta=\frac{x}{r} \ (5)$$

θ là góc giữa r và đường trung trực OC của con đường, x là khoảng cách từ điểm C tới vị trí của vật, phương của lực hướng tới trung điểm C.

Trên mặt đất trọng lực tác dụng lên vật là:

$$mg=\frac{GM_0m}{R_0^2} \quad (6)$$

Trong đó M_0 là khối lượng Trái Đất. Từ công thức trên ta có $g = \frac{4}{3}\pi G\rho R_0$ (7)

Giải hệ các phương trình trên ta được $f = \frac{mg}{R_0}x$ (8)

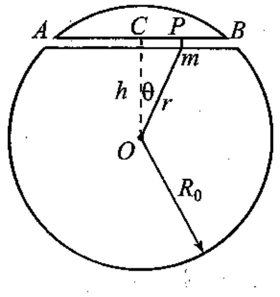
Có thể thấy rằng f có tính chất giống với lực đàn hồi, có "độ cứng" là $k = \frac{mg}{R_0}$ (9)

Điểm C sẽ là vị trí cân bằng của dao động với chu kỳ của dao động là $T = 2\pi\sqrt{\frac{R_0}{g}}$. Lấy x = 0 là điểm 0 của "thế năng lực đàn hồi", giả sử vật thể đứng yên tại cửa thoát của con đường có khối lượng m, tại x = 0 đạt tốc độ v_0, do năng lượng bảo toàn ta có

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}k\left(R_0^2 - h^2\right) \quad (10)$$

Trong đó h là khoảng cách từ con đường tới tâm cầu. Từ các công thức liên quan giải được

$$v_0^2 = \frac{R_0^2 - h^2}{R_0}g \quad (11)$$



Hình 3.

Như vậy, tốc độ đạt được tại điểm giữa C của con đường không có quan hệ gì với khối lượng của vật.

Giả thiết rằng vật khối lượng M đứng yên ở cửa thoát A, còn vật có khối lượng m đứng ở cửa thoát B, thả đồng thời để 2 vật chuyển động tự do, vì chúng có chu kỳ dao động bằng nhau nên sẽ cùng tới điểm giữa C và tại đó xảy ra va chạm đàn hồi, trước lúc va chạm tốc độ 2 vật đều là v_0, hướng ngược nhau, ngay sau va chạm, vật M có tốc độ V, vật m có tốc độ v, nếu qui ước hướng tốc độ từ A đến B là dương thì

$$Mv_0 - mv_0 = MV + mv \quad (12)$$

$$\frac{1}{2}Mv_0^2 + \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}MV^2 + \frac{1}{2}mv^2 \quad (13)$$

Giải các công thức (12), (13) được $v = \frac{3M - m}{M + m}v_0$ (14)

Vật có khối lượng m chính là vệ tinh cần phóng, gọi tốc độ lúc nó quay lại tới cửa B là u thì

$$\frac{1}{2}k\left(R_0^2 - h^2\right) + \frac{1}{2}mu^2 = \frac{1}{2}mv^2 \quad (15)$$

Kết hợp (13), (14), (15) và (9) được

$$u^2 = \frac{8M(M-m)}{(M+m)^2}\frac{R_0^2 - h^2}{R_0}g \quad (16)$$

Phương của $\vec{u}$ dọc theo con đường. Theo đề bài, vệ tinh được trang bị để tại B hướng của $\vec{u}$ biến đổi trùng với phương tiếp tuyến của Trái Đất, nếu giá trị của u vừa vặn có thể khiến cho vệ tinh chuyển động tròn quanh Trái Đất thì ta có $G\frac{M_0 m}{R_0^2} = m\frac{u^2}{R_0}$ (17)

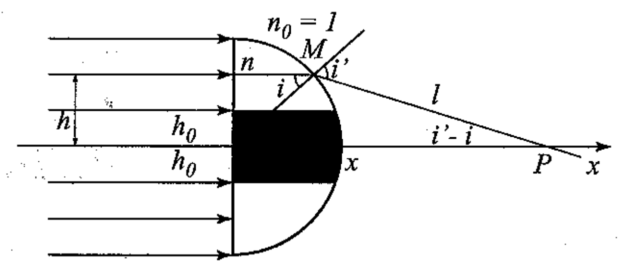
Kết hợp (6) với (16), (17) có thể tính được

$$h = \frac{R_0}{2}\sqrt{\frac{7M^2 - 10Mm - m^2}{2M(M-m)}} \quad (18)$$

Biết rằng M = 20 m nên ta có

$$h = 0{,}925;\ R_0 = 5920\text{km} \quad (19)$$

Bài IV. Vẽ trên hình 4 là quang trình của một tia sáng nào đó đi vào bán cầu thủy tinh (bóng đen trong hình là khu vực không có tia sáng đi vào). Góc tới và góc khúc xạ của tia sáng trên mặt thủy tinh là i và i', giao điểm của tia khúc xạ với trục tọa độ là P. Gọi khoảng cách OP trên trục là x, khoảng MP là l, theo định luật khúc xạ có $\frac{\sin i'}{\sin i} = n$ (1)



Hình 4.

Trong ΔOMP có $\frac{l}{\sin i} = \frac{x}{\sin i'}$ (2)

$l^2 = R^2 + x^2 - 2Rx\cos i$ (3)

Từ (1) và (2) được $x = nl$

Từ (3) có $x^2 = n^2(R^2 + x^2 = -2Rx\cos i)$

Giả sử khoảng cách từ M tới trục Ox là h thì

$h = R\sin i \quad R\cos i = \sqrt{R^2 - R^2\sin^2 i} = \sqrt{R^2 - h^2}$

Ta có $\frac{x^2}{n^2} = R^2 + x^2 - 2x\sqrt{R^2 - h^2}$

$$x^2\left(1 - \frac{1}{n^2}\right) - 2x\sqrt{R^2 - h^2} + R^2 = 0 \quad (4)$$

Giải phương trình (4) được

$$x = \frac{n^2\sqrt{R^2 - h^2} \pm n\sqrt{R^2 - n^2h^2}}{n^2 - 1} \quad (5)$$

Để loại các nghiệm không phù hợp ta cho $h \to 0$ thì vị trí của x tiến tới tiêu điểm sát trục của bán cầu thủy tinh trên quang trục Ox, từ công thức trên được

$$x \to \frac{n(n \pm 1)}{n^2 - 1}R = \frac{n}{n-1}R \text{ hoặc } \frac{n}{n+1}R \quad (6)$$

Từ hình vẽ thấy rằng khi x>R thì giá trị của nó trong công thức (5) chỉ lấy dấu dương và

$$x = \frac{n^2\sqrt{R^2 - h^2} + n\sqrt{R^2 - n^2h^2}}{n^2 - 1} \quad (7)$$

Công thức trên cho thấy quan hệ biến đổi của x theo h. Bởi vì mặt phẳng ở trung tâm bán cầu có diện tích bị bôi đen nên các tia sáng tới bán cầu thủy tinh đều có $h \ge h_0$, trong đó tọa độ xa nhất của giao điểm của tia khúc xạ với trục Ox là

$$x_0 = \frac{n^2\sqrt{R^2 - h_0^2} + n\sqrt{R^2 - n^2h_0^2}}{n^2 - 1} \quad (8)$$

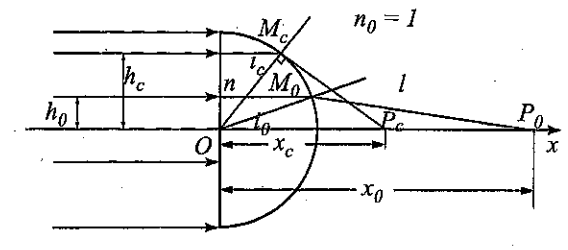
Trên đoạn $x \ge x_0$ của trục không có ánh sáng đi qua. Với sự tăng của h, góc tới i trên mặt cầu cũng tăng, khi i lớn hơn góc tới hạn i_c sẽ có hiện tượng phản xạ toàn phần và không còn tia khúc xạ. Tia sáng ứng với góc tới hạn i_c có $h_c = R\sin i_c = R\frac{1}{n}$ (9)

Tia khúc xạ của tia tới hạn này cắt trục tại điểm

$$x_C = \frac{n^2R\sqrt{1 - \frac{1}{n^2}}}{n^2 - 1} = \frac{nR}{\sqrt{n^2 - 1}} \quad (10)$$

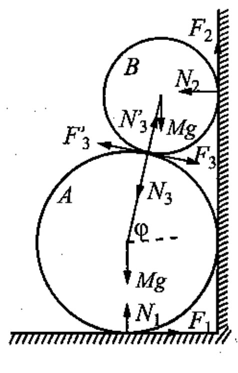
Tại vị trí $R < x < x_0$ trên trục Ox sẽ không có tia khúc xạ đi qua. $x_C \le x \le x_0$ (11)

Từ các phân tích ở trên có thể thấy rằng, trên trục Ox ở bên phải bán cầu thủy tinh có một đoạn là nơi có tia sáng, các điểm khác không có tia sáng, điểm phân ranh giới x_0 và x_c được vẽ trên hình 5



Hình 5.

Bài V. Sau khi đặt, trụ B tì lên trụ A và cả lên tường nên có xu hướng tụt xuống dưới, còn A chỉ có xu hướng dịch sang trái chứ không tì lên tường. Cân bằng được duy trì nhờ lực ma sát ở các điểm tiếp xúc. Giả thiết hệ ở trạng thái cân bằng, gọi áp lực mặt đất tác dụng lên A là N_1, lực ma sát nằm ngang là F_1, áp lực tường tác dụng lên B là N_2, lực ma sát theo phương thẳng đứng là F_2; áp lực B tác dụng lên A là N_3, lực ma sát theo phương tiếp tuyến là F_3; áp lực A tác dụng lên B là N'_3, lực ma sát tiếp tuyến là F'_3, hướng của các lực được chỉ rõ trên hình vẽ.



Hình 6.

Biết rằng hệ số ma sát giữa mặt đất và trụ A là $\mu_1 = 0{,}20$, giữa 2 trụ là $\mu_3 = 0{,}30$. Giả sử hệ số ma sát giữa tường và trụ B là μ_2, góc giữa mặt đất và mặt phẳng đi qua trục cả 2 hình trụ là φ

Giả sử khối lượng của cả 2 trụ đều là M, để tìm các giá trị N_1, N_2, N_3 và các lực F_1, F_2, F_3 cần thiết để duy trì toàn hệ ở trạng thái cân bằng dưới đây ta sử dụng các phương trình về lực và mômen lực tác dụng lên 2 trụ.

Với trụ A: $Mg - N_1 + N_3\sin\varphi + F_3\cos\varphi = 0$ (1)

$F_1 - N_2\cos\varphi + F_3\sin\varphi = 0$ (2)

$F_1R = F_3R$ (3)

Với trụ B: $Mg - F_2 - N'_3\sin\varphi - F'_3\cos\varphi = 0$ (4)

$N_2 - N'_3\cos\varphi + F'_3\sin\varphi = 0$ (5)

$F'_3r = F_2r$ (6)

Do $F'_3 = F_3$ nên ta có $F_1 = F_2 = F_3 = F'_3 = F$ (7)

Trong công thức F thay thế về độ lớn cho cả F_1, F_2, F_3 và F'_3. Lại do $N'_3 = N_3$ nên 4 công thức (1), (2), (4) và (5) biến đổi thành

$Mg - N_1 + N_3\sin\varphi + F\cos\varphi = 0$ (8)

$F - N_3\cos\varphi + F\sin\varphi = 0$ (9)

$Mg - F - N_3\sin\varphi - F\cos\varphi = 0$ (10)

$N_2 - N_3\cos\varphi + F\sin\varphi = 0$ (11)

Bốn công thức trên tạo nên một hệ phương trình đối với N_1, N_2, N_3 và F, giải hệ này được

$N_2 = F$ (12)

$$N_3 = \frac{1 + \sin\varphi}{1 + \cos\varphi + \sin\varphi}Mg \quad (13)$$

$$N_2 = F = \frac{cos\varphi}{1+cos\varphi+\sin\varphi}Mg \quad (14)$$

$$N_1 = \frac{2+cos\varphi+2\sin\varphi}{1+cos\varphi+\sin\varphi}Mg \quad (15)$$

Các lực N_1, N_2, N_3 ở các công thức (12), (13), (14) và (15) đương nhiên là cần thiết cho trạng thái cân bằng, còn 3 lực F_1, F_2, F_3 liệu có thể đạt giá trị F cần thiết hay không thì lại liên quan tới điều kiện ràng buộc của các hệ số ma sát dính líu đến các đại lượng của công thức (12), (14). Chỉ cần một trong 3 lực không đạt giá trị F cần thiết thì tại đó sẽ phát sinh chuyển động trượt và trạng thái cân bằng bị phá vỡ.

Trước hết xem xét điểm tiếp xúc giữa trụ tròn B và mặt tường. Yêu cầu để không xảy ra chuyển động trượt là $\mu_2 \geq \frac{F_2}{N_2}$; từ công thức (12) lại có $\frac{F_2}{N_2} = 1$,

Do đó $\mu_2 \geq 1$ (16)

Tiếp theo, xét tình trạng điểm tiếp xúc giữa trụ A với mặt đất. Điều kiện để không xảy ra sự trượt tại điểm này là $F_1 < \mu_1 N_1$. Như vậy, điều kiện để trụ A không trượt trên mặt đất là $\mu_1 \geq \frac{F_1}{N_1} = \frac{cos\varphi}{2+cos\varphi+2\sin\varphi}$ (17)

Hình vẽ cho thấy $\cos\varphi = \frac{R-r}{R+r}$ (18)

$$\sin\varphi = \sqrt{1-\cos^2\varphi} = \frac{2\sqrt{Rr}}{R+r} \quad (19)$$

Từ công thức (17), (18), (19) và với $\mu_1 = 0,20$ có thể tìm được $r \geq \frac{1}{9}R$ (20)

Nghĩa là chỉ khi $r \geq \frac{1}{9}R$ trụ A mới không bị trượt trên mặt đất.

Cuối cùng, xét điểm tiếp xúc giữa 2 hình trụ. Yêu cầu để không phát sinh chuyển động trượt là

$$\mu_3 \geq \frac{F_3}{N_3} = \frac{cos\varphi}{1+\sin\varphi} \quad (21)$$

Do các công thức (18), (19) và với $\mu_3 = 0,30$ giải ra được $r \geq \left(\frac{7}{13}\right)^2 R = 0,29R$ (22)

Hiển nhiên, khi hệ cân bằng thì giới hạn trên của r là R, như vậy, kết quả cuối cùng về điều kiện r phải thỏa mãn theo các công thức (20) và (22) là

$R \geq r \geq 0,29R$

Bài VI. Trong điện trường do điện tích điểm tạo thành, điện thế của một điểm tỉ lệ nghịch với khoảng cách từ điểm đó tới điện tích . Thừa nhận điểm vô cực là điểm 0 của điện thế thì điện thế của các điểm có điện tích dương trong không gian là dương, điện thế của các điểm mang điện tích âm trong không gian là âm. Biết rằng điện thế tại $x = x_0$ bằng 0 thì nhất định sẽ có 2 điểm 1 điện tích dương, 1 điện tích âm. Căn cứ vào đường cong biến đổi điện thế đầu bài đã cho, khi khảo sát các điểm ở rất gần gốc tọa độ, điện thế là dương, còn khi x giảm nó có xu hướng tăng rất nhanh, cho nên tại gốc tọa độ O chắc chắn là điện tích dương, điện lượng của điện tích này được gọi là Q_1 . Khi x tăng dần từ 0 không xuất hiện điện thế âm vô cùng lớn nghĩa là không có điện tích điểm đi qua 0 và ở phía trái gốc tọa độ chắc chắn là có điện tích điểm âm. Giả sử nó cách gốc khoảng a, khi x rất lớn, điện thế luôn luôn âm và có xu hướng tiến tới 0 chứng tỏ giá trị điện lượng Q_2 của điện tích điểm âm phải lớn hơn Q_1 , nghĩa là 2 điện tích điểm tạo ra điện thế đã cho trong đề bài thì một ở gốc tọa độ là điện tích dương, có điện lượng Q_1, còn cái kia là điện tích âm nằm cách gốc tọa độ về phía âm trục x khoảng a và có giá trị điện lượng là Q_2 với $Q_2 > Q_1$. Theo điều kiện đầu bài đã cho ta có

$$k\frac{Q_1}{x_0} - k\frac{Q_2}{x_0+a} = 0 \quad (1)$$

$$k\frac{Q_1}{\alpha x_0} - k\frac{Q_2}{\alpha x_0+a} = -U_0 \quad (2)$$

Vì khi $x = \alpha x_0$, điện thế có giá trị cực nhỏ nên điện thế của điện tích thử dương bất kỳ có điện lượng q tại $x = \alpha x_0$ có thể cũng có giá trị rất nhỏ, điều đó chứng tỏ điểm đó chính là vị trí cân bằng của các điện tích thử , tại điểm này lực điện trường tác dụng lên các điện tích thử bằng 0, do đó có

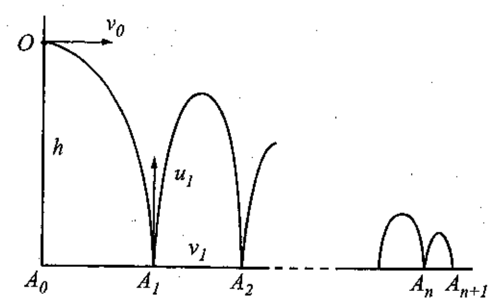
$$k\frac{Q_1}{(\alpha x_0)^2} - k\frac{Q_2}{(\alpha x_0+a)^2} = 0 \quad (3)$$

Từ (1), (2) và (3) giải ra được a = α (α – 2) x0

$$Q_1 = \frac{\alpha}{\alpha-2}\frac{U_0 x_0}{k}$$

$$Q_2 = \frac{\alpha(\alpha-1)^2}{\alpha-2}\frac{U_0 x_0}{k}$$

Bài VII. Giả sử lần đầu tiên vật va chạm với mặt đất tại điểm A_1, trước khi chạm đất tốc độ theo phương nằm ngang là v_0, theo phương thẳng đứng là $u_0 = \sqrt{2gh}$



Sau va chạm thành phần thẳng đứng của tốc độ bị biến đổi còn là u_1, theo đề bài $u_1 = eu_0$

Giả sử khối lượng của vật là m, thời gian va chạm là Δt, vì thời gian va chạm rất ngắn, lực tác dụng theo phương thẳng đứng lớn hơn trọng lực rất nhiều nên có thể bỏ qua tác dụng của trọng lực, như vậy, độ lớn của áp lực chính mà vật tác dụng lên mặt đất là

$$N_1 = \frac{mu_0 + mu_1}{\Delta t}$$

Sự biến đổi động lượng theo phương nằm ngang là kết quả tác dụng xung lượng lực ma sát theo phương nằm ngang, giả sử vận tốc theo phương ngang ngay sau va chạm lần đầu là v_1 thì

$mv_1 - mv_0 = -\mu N_1 \Delta t$ Suy ra $v_1 = v_0 - (1+e)\mu u_0$

Lý luận tương tự, tại các điểm rơi $A_1, A_2, \ldots\ldots, A_n$ thành phần thẳng đứng của tốc độ sau va chạm lần lượt là

$u_2 = e^2 u_0$

$u_3 = e^3 u_0$

.....

$u_n = e^n u_0$ (1)

Trong đó tốc độ theo phương nằm ngang lần lượt là

$$v_2 = v_0 - (1+e)\mu(1+e)u_0$$

$$v_3 = v_0 - (1+e)\mu\left(1+e+e^2\right)u_0 \quad (2)$$

...

$$v_n = v_0 - (1+e)\mu\left(1+e+e^2+\ldots+e^{n-1}\right)u_0$$

Từ công thức (1) ta thấy chỉ khi số lần va chạm $n \to \infty$ thì sau khi chạm đất thành phần tốc độ theo phương thẳng đứng u_n tiến tới 0. Còn giá trị nhỏ nhất của áp lực chính vật tác dụng lên mặt đất không nhỏ hơn mg nên lực ma sát giữa mặt đất và vật không nhỏ hơn μmg, do đó thành phần tốc độ của vật theo phương nằm ngang sau một số hữu hạn lần va chạm nhất định sẽ bằng 0 và vật dừng lại.

Giả sử qua $n = n_0$ lần va chạm, thành phần tốc độ theo phương nằm ngang đã đủ nhỏ sao cho đến lần va chạm thứ $n = n_0 + 1$ thì thành phần tốc độ theo phương nằm ngang vừa vặn bằng 0. Vì $v_{n_0+1} = 0$, từ công thức (2) có

$$v_0 - (1+e)\mu\left(1+e+e^2+\ldots+e^{n_0}\right)u_0 = 0$$

$$v_0 - \frac{(1+e)\mu\left(1-e^{n_0+1}\right)u_0}{1-e} = 0$$

$$e^{n_0+1} = 1 - \frac{(1-e)v_0}{(1+e)\mu u_0}$$

Thay số vào 2 vế được $n_0 + 1 = \frac{1}{\lg e}\lg[1 - \frac{(1-e)v_0}{(1+e)\mu u_0}$

Đặt $B = \frac{1}{\lg e}\lg[1 - \frac{(1-e)v_0}{(1+e)\mu u_0}$

Nếu B là một số nguyên thì điều đó chứng tỏ rằng trong lần va chạm này qua toàn bộ thời gian va chạm Δt thành phần tốc độ theo phương nằm ngang sẽ biến thành 0. Vì số lần va chạm $n_0 + 1 = B$ nên

$n_0 = B - 1$ (3)

Nếu B không phải là số nguyên, các tình huống này ứng với trước khi kết thúc lần va chạm thứ $n = n_0 + 1$ tức là trong khoảng thời gian va chạm ít hơn, tốc độ nằm ngang đã biến thành 0. Số lần va chạm là

$n_0 + 1 = [B] + 1$ Nên $n_0 = [B]$ (4)

Với $[B]$ là phần nguyên của B.

Do trải qua $n_0 + 1$ lần va chạm, thành phần tốc độ theo phương nằm ngang đã bằng 0, nhưng thành phần thẳng đứng lại chưa bằng 0 nên tại vị trí A_{n_0+1} vật sẽ nhảy lật bật lên xuống cho tới khi $e^n u_0 \to 0$, tức là $n \to \infty$, cuối cùng dừng lại tại A_{n_0+1}.Khoảng dịch chuyển xa nhất của vật là $S = A_0A_{n_0+1}$. Dưới đây sẽ lần lượt tính khoảng cách sau mỗi lần văng nhảy

$$A_0A_1 = \frac{u_0}{g}v_0$$

$$A_1A_2 = \frac{2u_1v_1}{g} = \frac{2eu_0v_0}{g} - \frac{2eu_0^2}{g}(1+e)\mu$$

$$A_2A_3 = \frac{2e^2u_0v_0}{g} - \frac{2e^2u_0^2}{g}(1+e)\mu(1+e)$$

...

$$A_{n_0}A_{n_0+1} = \frac{2e^{n_0}u_0v_0}{g} - \frac{2e^{n_0}u_0^2}{g}(1+e)\mu\left(1+e+e^2+\ldots+e^{n_0-1}\right)$$

Khoảng cách cần tìm là tổng các đại lượng trên

$$s = \frac{u_0}{g}v_0 + \frac{2u_0v_0}{g}(e+e^2+\ldots+e^{n_0})$$

$$-\frac{2u_0^2}{g}(1+e)\mu[e+e^2(1+e)+e^3(1+e+e^2)+\cdots$$

$$\ldots+e^{n_0}(1+e+e^2+\ldots+e^{n_0-1})] \quad (5)$$

(Xem tiếp trang 25) ☞

BẠN ĐỌC VIẾT

MẠCH ĐỐI XỨNG

Phạm Ngọc Mai, lớp 9D,
trường THCS Trương Hán Siêu
Thành Phố Ninh Bình – Tỉnh **Ninh Bình**

Mạch đối xứng là một trong số các mạch điện đặc biệt, mà để khảo sát chúng ta cần chuyển về mạch điện thông thường, tức là mạch điện gồm các điện trở mắc nối tiếp hoặc mắc song song với nhau.

Việc chuyển mạch đó thường được thực hiện bằng cách:

+ Chập các điểm có cùng điện thế hoặc bỏ điện trở nối hai điểm có cùng điện thế.

+ Tách các điện trở có cường độ dòng điện bằng nhau đi vào và đi ra khỏi một nút.

Điều mà các bạn học sinh gặp khó khăn khi giải bài toán mạch đối xứng là nhận biết những điểm nào có cùng điện thế hoặc những điện trở nào có cường độ dòng điện bằng nhau. Trong bài này chúng ta sẽ chỉ ra một phương pháp đơn giản để nhận biết.

Trước tiên các bạn hãy kẻ đường thẳng **d** đi qua 2 điểm mà nguồn điện nối vào.

Nếu các điện trở của mạch điện đối xứng nhau qua đường thẳng này thì các điểm đối xứng nhau qua đường thẳng này sẽ có cùng điện thế, các điện trở đối xứng nhau qua đường thẳng đó có cường độ dòng điện bằng nhau.

Nếu không xảy ra trường hợp trên, bạn hãy vẽ đường trung trực **t** của đoạn thẳng nối hai điểm mà nguồn điện nối vào. Khi đó các điện trở đối xứng nhau qua đường trung trực t sẽ có cường độ dòng điện bằng nhau. ***Chú ý là các điểm đối xứng nhau qua đường t có điện thế không bằng nhau!*** Nhưng các điểm cùng nằm trên đường t sẽ có điện thế bằng nhau.

Trong một mạch đối xứng ta có thể vẽ cả hai đường thẳng t và d kể trên để nhận xét.

Trong những trường hợp các điện trở được vẽ trong không gian thì trước khi vẽ 2 đường thẳng trên ta cần "phẳng hóa" mạch điện, tức là "ấn" các điểm ở ngoài mặt phẳng xuống để chúng nằm trong mặt phẳng đó.

Câu hỏi tính điện trở tương đương của mạch đối xứng là câu hỏi cơ bản vì khi tính được điện trở tương đương thì sẽ tính được các đại lượng cần thiết khác.

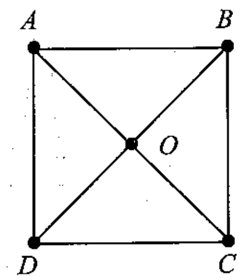
Dưới đây là các ví dụ minh họa.

Bài 1: Tâm O và 4 đỉnh A, B, C, D của hình vuông được nối với nhau bởi các dây dẫn có điện trở bằng R như hình 1. Tìm điện trở tương đương khi mắc nguồn vào giữa:

a) A và B.

b) A và C.

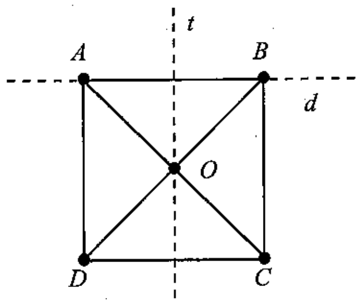
c) A và O.



Hình 1.

Giải

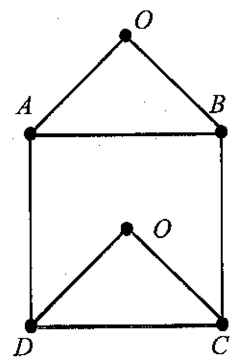
a) Mắc nguồn vào A và B. Mời xem hình 1a1.



Hình 1a1.

Vẽ đường thẳng d đi qua A và B, ta thấy mạch điện không đối xứng qua đường thẳng d, nghĩa là không có các điểm có cùng điện thế.

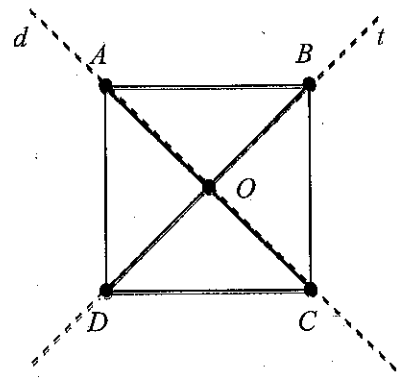
Vẽ đường trung trực t của AB ta thấy các cặp điện trở đối xứng nhau qua t là: OA và OB; OC và OD; AD và BC. Như vậy có thể tách OA và OB ra khỏi nút O. Khi đó mạch điện được vẽ lại như hình 1a2.



Hình 1a2.

Đến đây ta thu được mạch điện đơn giản và điện trở tương đương của mạch tính được dễ dàng bằng 8R/15.

b) Mắc nguồn vào A và C. Mời xem hình 1b1.



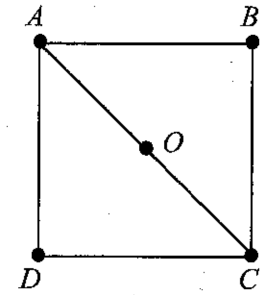
Hình 1b1.

Vẽ đường thẳng d đi qua A và C ta thấy mạch đối xứng qua đường thẳng này. Các điểm B và D có cùng

điện thế. Cường độ dòng điện qua đoạn AB và đoạn AD bằng nhau, qua đoạn BC và đoạn DC cũng bằng nhau.

Nếu vẽ thêm đường trung trực t của AC thì ba điểm nằm trên trung trực là B, O, D có cùng điện thế. Các đoạn thẳng đối xứng qua t có cường độ dòng điện bằng nhau như: AB và BC; AO và OC; AD và DC.

Như vậy ta có thể bỏ các điện trở nối B với O, D với O (hình 1b2). Điện trở tương đương của mạch là 2R/3.

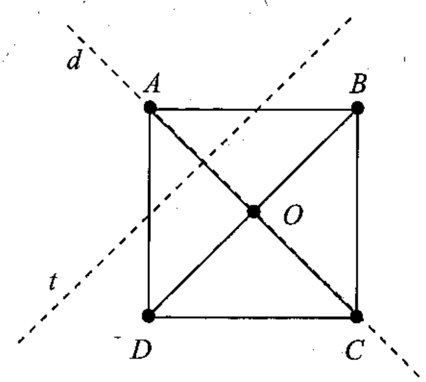


Hình 1b2.

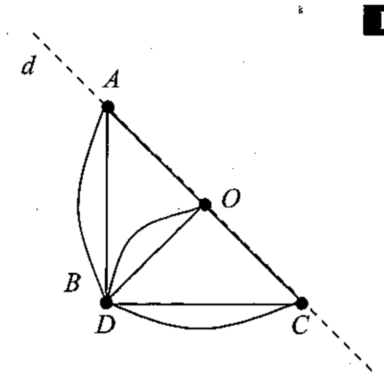
c) Mắc nguồn vào A và O. Mời xem hình 1c1.

Vẽ đường thẳng d đi qua A và O ta thấy mạch đối xứng qua đường thẳng này. Các điểm B và D có cùng điện thế. Cường độ dòng điện qua đoạn AB và đoạn AD bằng nhau, qua đoạn BC và đoạn DC cũng bằng nhau. Chập các điểm B và D lại với nhau (xem hình 1c2). Với mạch điện vẽ lại này ta dễ dàng tính được điện trở tương đương là 7R/15.

Lưu ý: Trong bài toán này nếu ta vẽ đường trung trực t của AO (xem hình 1c1) thì không có đối xứng.

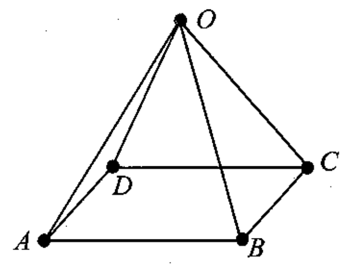


Hình 1c1.



Hình 1c2.

Bài 2: Năm điểm O, A, B, C, D được nối với nhau bởi các dây dẫn có điện trở bằng R thành hình chóp đều như hình 2. Tìm điện trở tương đương khi mắc nguồn vào giữa:



Hình 2.

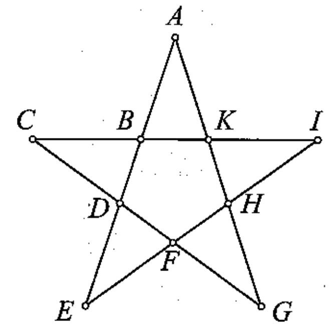
a) A và B.

b) A và C.

c) A và O.

Giải. Bằng cách phẳng hóa: "ấn" điểm O vào tâm của đáy ABCD ta sẽ được mạch điện như trong Bài 1.

Bài 3: Một dây dẫn được uốn thành hình ngôi sao như hình 3, các cạnh có cùng điện trở R = 1Ω. Tìm điện trở của ngôi sao khi mắc nguồn điện vào giữa hai điểm A và F.

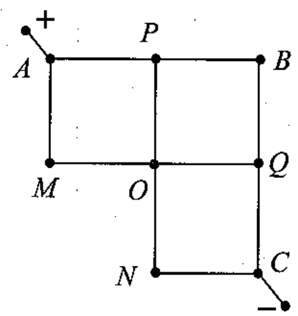


Hình 3.

Giải. Vẽ đường thẳng d đi qua A và F, ta thấy có nhiều cặp điểm có điện thế bằng nhau như: B và K; C và I; D và H; E và G. Tuy nhiên ta chỉ cần bỏ đi điện trở nối 2 điểm B và K thì thu được mạch điện gồm hai nhánh giống nhau mắc song song, mỗi nhánh gồm các điện trở mắc song song hoặc nối tiếp và dễ dàng tính được điện trở tương đương.

$$R_{td} = \frac{7}{6}R$$

Bài 4: Trong hình 4: các điện trở nối giữa hai điểm đều bằng nhau và bằng R = 1 Ω. Tìm điện trở tương đương khi mắc nguồn điện vào giữa hai điểm A và C.



Hình 4.

Giải. Vẽ đường thẳng d đi qua A và C, ta thấy mạch điện không đối xứng qua đường thẳng d. Vậy ta cần vẽ đường trung trực t của AC (hình 4a1) thì thấy các cặp điện trở đối xứng nhau qua t có cường độ dòng điện bằng nhau là: MO và ON; PO và OQ.

Tách các điện trở đó ra khỏi O, ta được mạch điện (hình 4a2). Và dễ dàng tính được điện trở tương đương

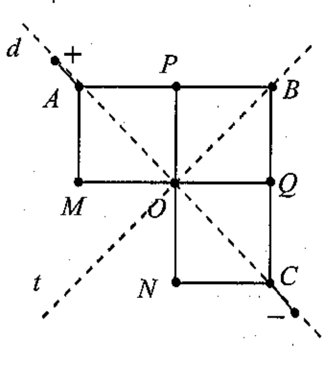
Bạn đọc hãy làm theo cách khác là chập hai điểm O và B có cùng điện thế, và ta cũng được mạch điện mới đơn giản cho việc tính điện trở tương đương.

Các bạn hãy áp dụng phương pháp giới thiệu trong bài này để tự giải các bài toán dưới đây.

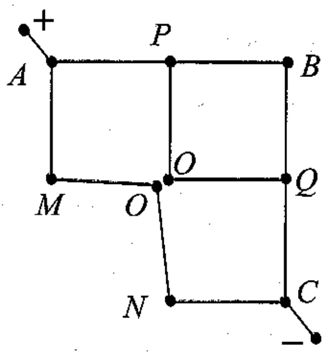
1) Mỗi cạnh của hình lập phương trong hình 5 có điện trở là 10Ω. Mắc nguồn vào hai đỉnh nào thì có điện trở tương đương lớn nhất? nhỏ nhất?

2) Trong hình 6: các điện trở nối giữa hai đỉnh cạnh nhau và nối đỉnh với tâm của lục giác đều có cùng giá trị R. Tìm điện trở tương đương khi mắc nguồn điện vào giữa hai điểm:

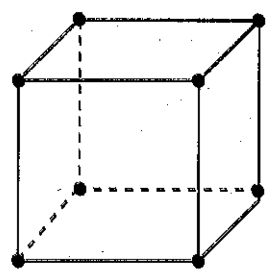
a) A và D
b) A và E
c) A và F
d) A và O

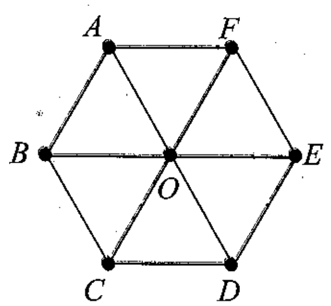


Hình 4a1.



Hình 4a2.


Hình 5.



Hình 6.

TÌM HIỂU SÂU THÊM... *(tiếp theo trang 4)*

* Elip: khi và chỉ khi $e < 1$. Kết hợp với (16) ta suy ra $E < 0$. Mặt khác ta cũng có với Elip thì tham số $p = a(1-e^2)$ nên: $E = -\dfrac{k}{2a}$

* Đường tròn: khi và chỉ khi $e = 0$, từ đó ta có được $E < 0$ và tham số P của đường tròn thì bằng $p = r_0$ là bán kính của đường tròn. Do đó: $E = -\dfrac{k}{2r^0}$

Vậy ta có thể kết luận được những điều sau đây:

* Cơ năng của những đường Conic có tâm (Hypecbol, Elip, đường tròn) được biểu thị một cách đơn giản theo chiều dài $2a$ của trục lớn.

* Nếu $e = 0$ thì quỹ đạo có dạng là đường tròn với $E < 0$

* Nếu $0 < e < 1$ thì quỹ đạo là đường Elip với $E < 0$

* Nếu $e = 1$ thì quỹ đạo là đường Parabol với $E = 0$

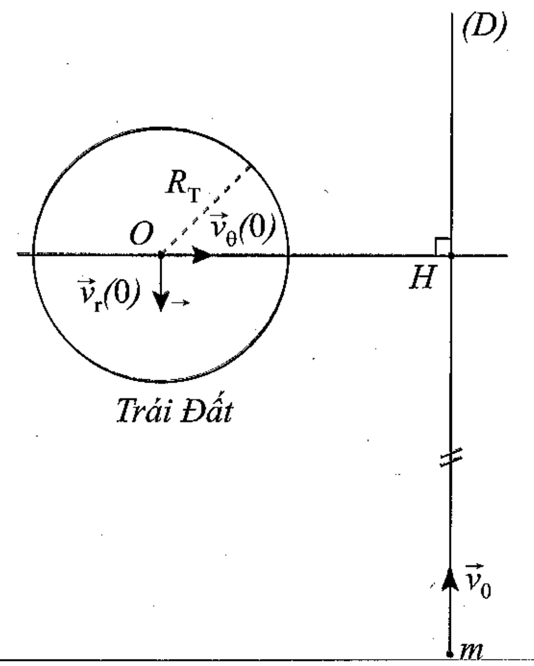
* Nếu $e > 1$ thì quỹ đạo là đường Hypecbol với $E > 0$

3. Một số áp dụng của vector Laplace – Runge - Lenz.

Ví dụ 1. Một sao băng có khối lượng là m nhỏ hơn rất nhiều khối lượng M_T của Trái Đất, bay tới từ rất xa với vận tốc là $\vec{v_0}$ đối với Trái Đất và với tham số ngắm là $OH = b$ (hình vẽ). Hãy tính.

a. Khoảng cách tiếp cận nhỏ nhất r_{min} và giá trị nhỏ nhất b_{min} để sao băng không va chạm vào Trái Đất.

b. Góc lệch D của sao băng khi bay qua trường hấp dẫn của Trái Đất với $b > b_{min}$.



Lời giải.

Bài toán này có thể giải quyết hoàn toàn bằng các định luật bảo toàn năng lượng và bảo toàn mô men động lượng, tuy nhiên ta sẽ đi giải quyết bằng cách áp dụng vector Laplace – Runge – Lenz. Ta có được mô men động lượng của sao băng đối với tâm của Trái đất:

$$\vec{L} = \overrightarrow{OH} \times \left(m\vec{v_0}\right) = mbv_0^2\vec{e_z}$$

Do đó nếu ta đặt $k = GM_Tm$ thì vecor Laplace – Runge – Lenz sẽ có dạng:

$$\vec{A} = \frac{1}{k}\vec{v_0} \times \vec{L} - \vec{e}_{r(0)} = \frac{mbv_0^2}{k}\vec{e}_{\theta(0)}$$

Trong đó $\vec{e}_{r(0)}; \vec{e}_{\theta(0)}$ là các vector đơn vị dọc theo phương xuyên tâm và phương phương vị kẻ từ Trái đất đến sao băng tại thời điểm ban đầu (khi sao băng ở rất xa) được mô tả trên hình vẽ trên.

a. Do sao băng đi từ rất xa (từ vô cực) với vận tốc khác không, nên cơ năng của sao băng là dương, do đó quỹ đạo của nó sẽ là một hyperbol với tham số:

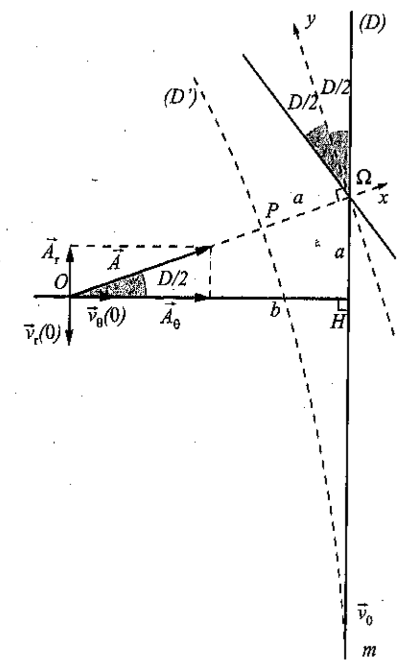
$$p = \frac{L^2}{mk} = \frac{mb^2v_0^2}{k}$$

Và tâm sai của nó bằng: $e^2 = \vec{A}^2 = 1 + \left(\dfrac{mbv_0}{k}\right)^2$

Do đó khoảng cách tiệm cận ngắn nhất là:

$$r_{min} = \frac{p}{1+e} = -\frac{k}{mv_0^2} + \sqrt{\left(\frac{k}{mv_0^2}\right)^2 + b^2}$$

Để sao băng không chạm vào Trái đất thì $r_{min} > R_T$



suy ra:

$$b_{min} = R_T\sqrt{1 + 2\frac{k}{R_Tmv_0^2}}$$

b. Như đã chứng minh ở trên, ta có được tính chất của vector $\vec{A}$ đó là nó có hướng từ tiêu điểm đến cận điểm của quỹ đạo, do đó ta có được từ hình vẽ bên, góc lệch D của sao băng sau khi đi qua Trái đất được xác định bởi: $\tan\left(\dfrac{D}{2}\right) = \left|\dfrac{A_r}{A_\theta}\right| = \dfrac{k}{mbv_0^2}$

Ví dụ 2. Trong một dự án phóng vệ tinh Trái Đất lên một quỹ đạo tròn bán kính r_0, người ta đưa vệ tinh lên quỹ đạo tại điểm M_0 cách tâm O của Trái Đất r_0, sau đó vệ tinh được cung cấp một vận tốc ban đầu là $\vec{v_0'}$ khác với vận tốc mong muốn ban đầu là $\vec{v_0}$ ($\vec{v_0}$ là vận tốc cung cấp để cho vệ tinh chuyển động trên quỹ đạo tròn bán kính r_0).

a. Nếu vận tốc $\vec{v_0'}$ có hướng trùng với vận tốc mong muốn $\vec{v_0}$ nhưng độ lớn lại không như mong muốn.

Hãy tính tâm sai của quỹ đạo thu được theo tỉ số $\dfrac{v_0'}{v_0}$.

b. Nếu vận tốc $\vec{v_0'}$ có độ lớn bằng vận tốc $\vec{v_0}$ nhưng hướng lại không như mong muốn. Ta đặt $\alpha = \left(\vec{v_0}, \vec{v_0'}\right)$.

Hãy xác định góc nghiêng $\beta = \left(\overrightarrow{OM_0}, \vec{e_x}\right)$ của trục tiêu quỹ đạo và tâm sai của nó.

Lời giải.

a. Ta có vector Laplace – Runge – Lens trong trường hợp này: $\vec{A} = \dfrac{1}{k}\vec{v_0} \times \vec{L} - \vec{e_r} = \dfrac{1}{k}\vec{v_0'} \times \left(mr_0v_0'\vec{e_z}\right) - \vec{e}_{r(0)}$

$$= \left(\frac{mr_0v_0'^2}{k} - 1\right)\vec{e}_{r(0)}$$

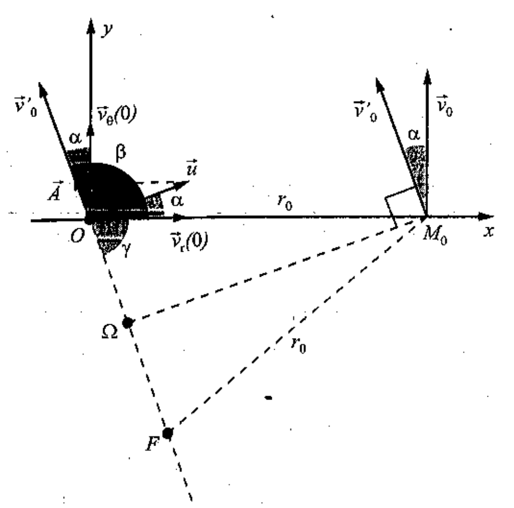
Do v_0 là vận tốc của quỹ đạo tròn nên: $\dfrac{mr_0}{k} = \dfrac{1}{v_0^2}$

Do đó tâm sai của quỹ đạo: $e = \left|\vec{A}\right| = \left[\left(\dfrac{v_0'}{v_0}\right)^2 - 1\right]$

b. Ta có vector Laplace – Runge – Lenz cho trường hợp này có dạng:

$$\vec{A} = \frac{1}{k}\vec{v_0'} \times \vec{L'} - \vec{e}_{r(0)} = \frac{mr_0v_0^2\cos\alpha}{k}\vec{u} - \vec{e}_{r(0)}$$

Trong đó $\vec{u} = \dfrac{\vec{v_0'} \times \vec{e_z}}{v_0'}$. Chú ý rằng $m_0v_0^2 = k$ ta thu được biểu thức: $\vec{A} = \cos\alpha\vec{u} - \vec{e}_{r(0)}$



Do đó tâm sai của quỹ đạo Elip:

$$e = \left|\vec{A}\right| = \sqrt{\cos^2\alpha + 1 - 2\cos^2\alpha} = \left|\sin\alpha\right|$$

Do vector $\vec{A}$ có phương từ tiêu điểm đến cận điểm, hay nói cách khác vector $\vec{A}$ song song với trục tiêu nên góc nghiêng của trục tiêu mới với OM_0 thu được bằng cách xét tích vô hướng:

$$\vec{A}\vec{e_r}_{(0)} = e\cos\beta = \sin\alpha\cos\beta = \left[\cos\alpha\vec{u} - \vec{e_r}(0)\right]\vec{e_r}(0)$$

Do đó $\cos\beta = -\sin\alpha$ hay $\beta = \dfrac{\pi}{2} + \alpha$

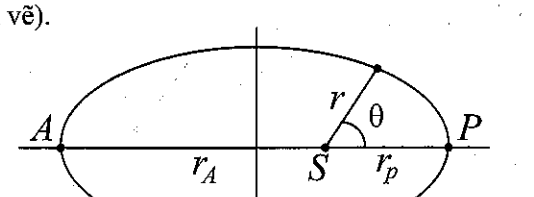
Ví dụ 3. (Đề chọn đội tuyển dự thi IPHO 2011)

1. Xét một hành tinh (khối lượng m) chuyển động quanh Mặt Trời (khối lượng M). Ta định nghĩa vectơ $\vec{Z}$ như sau: $\vec{Z} = \dfrac{1}{\alpha}\vec{v} \times \vec{L} - \vec{e}_r$

trong đó $\alpha = \dfrac{1}{GMm}$

(G là hằng số hấp dẫn), $\vec{v}$ và $\vec{L}$ lần lượt là vận tốc và momen động lượng của hành tinh. Trong bài toán này, ta chọn hệ toạ độ cực có gốc là Mặt Trời (S), $\vec{e}_r$ và $\vec{e}_\theta$ là vectơ đơn vị ứng với hai toạ độ r, θ.

a) Chứng minh rằng nếu hành tinh chỉ chịu tác dụng bởi lực hấp dẫn của Mặt Trời thì $\vec{Z}$ là một vectơ không đổi, hướng từ S về phía điểm cận nhật P (xem hình vẽ).



b) Dùng vectơ $\vec{Z}$, hãy chứng tỏ phương trình quỹ đạo trong toạ độ cực của hành tinh là: $r = \dfrac{p}{1 + e\cos\theta}$

Biểu diễn các đại lượng p và e ở trên qua r_A và r_P trong đó A là điểm viễn nhật, P là điểm cận nhật của hành tinh.

2. Như vậy theo 1., nếu chỉ có lực hấp dẫn của Mặt Trời tác dụng lên hành tinh thì quỹ đạo của hành tinh là cố định, đặc biệt là điểm cận nhật P cũng cố định. Trong thực tế, những quan sát thiên văn cho thấy P dịch chuyển chậm và thể hiện rõ nhất đối với Thuỷ tinh, hành tinh ở gần Mặt Trời nhất. Sở dĩ như vậy là vì theo thuyết tương đối rộng, chuyển động của một hành tinh xung quanh Mặt Trời (cả hai đều được giả thiết là các quả cầu đồng chất) cần phải được mô tả bởi thế hấp dẫn Niutơn $U(r) = -\dfrac{GMm}{r}$ cộng với một thế nhiễu loạn $U_P = \dfrac{GM}{c^2}\dfrac{L^2}{m}\dfrac{1}{r^3} = -\dfrac{\varepsilon}{3r^3}$

trong đó c là tốc độ ánh sáng trong chân không,

$$\varepsilon = -\frac{3GM}{c^2}\frac{L^2}{m}.$$

a) Chứng minh rằng U_P thoả mãn điều kiện là một thế nhiễu loạn, tức $|U_P| << |U|$.

b) Do có nhiễu loạn, quỹ đạo của Thủy tinh thay đổi, nhưng nhiễu loạn là rất nhỏ nên trong phép gần đúng bậc nhất vẫn có thể coi quỹ đạo hành tinh là elip. Viết biểu thức của vectơ $\vec{Z}$ khi có tính đến thế nhiễu loạn. Tính $\dfrac{d\vec{Z}}{dt}$ và biểu diễn nó như một hàm số của ε, G, M, $\dfrac{d\theta}{dt}$, e và p của elip (đã tìm được ở 1.). Từ đó suy ra độ biến thiên $\Delta\vec{Z}$ trong một chu kì T của Thủy tinh quay trên quỹ đạo elip và đi đến kết luận rằng thế nhiễu loạn có nguồn gốc tương đối tính U_P đã làm biến đổi quỹ đạo tương ứng với sự quay chậm của trục dài elip quỹ đạo xung quanh gốc S (tức Mặt Trời).

c) Tính góc quay Δφ của quỹ đạo Thủy tinh theo một chu kì như là một hàm số của G, M, c và các khoảng cách cực đại và cực tiểu r_A và r_P.

d) Từ những kết quả trên suy ra "độ dịch thế kỉ" đối với Thủy tinh là góc δΩ mà trục lớn quỹ đạo quay được trong một thế kỉ. Tính δΩ ra giây (góc). Thực nghiệm đo được góc này là δΩ = 42,6" ± 0,9". Hãy so sánh kết quả này và kết quả bạn vừa tìm được dựa trên thuyết tương đối.

Các số liệu cần thiết: Hằng số hấp dẫn vũ trụ: $G = 6{,}67.10^{-11} N.m^2.kg^{-2}$,

khối lượng Mặt Trời: $M = 2.10^{30} kg$.

Đối với Thủy tinh: Chu kì quay quanh Mặt Trời T = 88 ngày, $r_A = 7{,}0.10^{10} m$ và $r_P = 4{,}6.10^{10} m$.

Cho biết trong hệ toạ độ cực $(r; \theta)$ có các hệ thức sau:

$$\frac{d\vec{e}_\theta}{dt} = \dot{\vec{e}}_\theta = -\dot{\theta}\vec{e}_r;\ \frac{d\vec{e}_r}{dt} = \dot{\vec{e}}_r = \dot{\theta}\vec{e}_\theta;\ \vec{v} = \dot{r}\vec{e}_r + r\dot{\theta}\vec{e}_\theta.$$

Lời giải.

Đây là một câu trong đề thi chọn đội tuyển Olympic vật lý Quốc tế của Việt Nam năm 2011. Dễ dàng nhận thấy ở ý 1 của bài toán vector $\vec{Z}$ chính là vector Laplace – Runge – Lenz nên các tính chất cần chứng minh đã được nêu ở phần trên, ở đây ta không cần nhắc lại nữa. Ta sẽ đi giải quyết câu 2 của bài toán.

Ta có U_P là một nhiễu loạn nếu $|U_P| << |U|$ hay

$$\frac{GM}{c^2}\cdot\frac{L^2}{r^3} << \frac{GMm}{r^2} \quad (*)$$

Vì L có cỡ độ lớn là mrv, thay vào bất đẳng thức (*) suy ra $\dfrac{v}{c} << 1$. Điều kiện này rõ ràng là thỏa mãn đối với các hành tinh trong hệ Mặt Trời, do đó, phép gần đúng xem U_P là một nhiễu loạn nhỏ là một phép gần đúng tốt.

b) Khi kể tới thế nhiễu loạn U_P, lực tác dụng lên hành tinh là $\vec{F} = -\dfrac{d}{dr}\left(U(r) + U_p(r)\right)\vec{e}_r = -\dfrac{GMm}{r^2}\vec{e}_r - \dfrac{\varepsilon}{r^4}\vec{e}_r$

$= F_N - \dfrac{\varepsilon}{r^4}\vec{e}_r$ với $\varepsilon = -\dfrac{3GM}{c^2}\dfrac{L^2}{m}$. Đây cũng là lực xuyên tâm nên momen động lượng $\vec{L}$ trong trường hợp này cũng bảo toàn. Vectơ $\vec{Z}$ bây giờ vẫn được định nghĩa như trong 1.. Lấy đạo hàm của $\vec{Z}$ theo thời gian ta được $\dfrac{d\vec{Z}}{dt} = \dfrac{1}{\alpha m}\vec{F} \times \vec{L} - \dot{\theta}\vec{e}_\theta =$

$$= \left(\frac{1}{\alpha m}\vec{F}_N \times \vec{L} - \dot{\theta}\vec{e}_\theta\right) + \frac{1}{\alpha m}\left(-\frac{\varepsilon}{r^4}\vec{e}_r\right) \times \vec{L}$$

Biểu thức trong ngoặc thứ nhất bằng 0. Khi đó, với chú ý rằng $\vec{e}_r \times \vec{e}_z = -\vec{e}_\theta$

ta có $\dfrac{d\vec{Z}}{dt} = \dfrac{1}{GMm^2}\left(-\dfrac{\varepsilon}{r^4}\vec{e}_r\right) \times L\vec{e}_z = \dfrac{\varepsilon}{GMm^2}\dfrac{L}{r^4}\vec{e}_\theta$

Thay $L = mrv = mr^2\dot{\theta}$ vào biểu thức trên ta được:

$$\frac{d\vec{Z}}{dt} = \frac{\varepsilon}{GMm^2}\frac{\dot{\theta}}{r^2}\vec{e}_\theta$$

Do nhiễu loạn là rất nhỏ ta có thể gần đúng dùng phương trình toạ độ cực của quỹ đạo, khi đó phương trình trên trở thành $\dfrac{d\vec{Z}}{dt} = \dfrac{\varepsilon}{GMm^2}\dfrac{(1 + e\cos\theta)^2}{p^2}\vec{e}_\theta\dfrac{d\theta}{dt}$

Trở về hệ toạ độ Descartes,

ta có $\vec{e}_\theta = -\sin\theta\vec{e}_x - \cos\theta\vec{e}_y$, khi đó

$$\frac{d\vec{Z}}{dt} = \frac{\varepsilon}{GMm^2}\frac{(1 + e\cos\theta)^2}{p^2}(-\sin\theta\vec{e}_x - \cos\theta\vec{e}_y)\frac{d\theta}{dt}$$

Lấy tích phân theo một vòng quỹ đạo ta được

$$\Delta\vec{Z} = \int_0^{2\pi}\frac{d\vec{Z}}{dt}.dt = -\frac{2\pi\varepsilon e}{GMmp^2}\vec{e}_y$$

(vì $\displaystyle\int_0^{2\pi}(1 + e\cos\theta)^2\cos\theta d\theta = 2e\pi$ và

$\displaystyle\int_0^{2\pi}(1 + e\cos\theta)^2\sin\theta d\theta = 0$).

Như vậy độ biến thiên $\Delta\vec{Z}$ của $\vec{Z}$ vuông góc với $\vec{Z}$ và có độ lớn rất nhỏ so với Z, điều này có nghĩa là thế nhiễu loạn làm biến dạng quỹ đạo tương ứng với sự quay chậm của bán trục lớn của quỹ đạo elip trong mặt phẳng của nó.

c) Góc Δφ mà quỹ đạo quay trong thời gian một chu kì là $\Delta\varphi \approx \tan(\Delta\varphi) = \dfrac{\left|\Delta\vec{Z}\right|}{\left|\vec{Z}\right|}$. Vì môđun của $\vec{Z}$ chính là tâm sai e, nên ta có

$$\Delta\varphi = -\frac{2\pi\varepsilon}{GMmp^2} = \frac{2\pi}{GMmp^2}\cdot\frac{3GM}{c^2}\cdot\frac{L^2}{m} = \frac{6\pi L^2}{m^2c^2p^2}$$

Cần nhớ rằng theo định nghĩa $p = \dfrac{L^2}{GMm^2}$, suy ra $\dfrac{L^2}{m^2} = pGM$. Thay vào biểu thức trên ta được

$$\Delta\varphi = \frac{6\pi L^2}{m^2c^2p^2} = \frac{6\pi GM}{c^2p}$$

Mặt khác, ở 1. ta đã tìm được $p = \dfrac{2r_Ar_P}{r_A + r_P}$, thay vào biểu thức trên, cuối cùng ta có

$$\Delta\varphi = \frac{3\pi GM}{c^2}\cdot\frac{r_A + r_P}{r_A.r_P} = 5{,}03.10^{-7}\ (rad)$$

d) Trong một thế kỉ trục lớn của quỹ đạo elip đã quay được một góc là $\delta\Omega = 100.\dfrac{365{,}25}{T}\cdot\Delta\varphi$

Thay các số liệu vào ta tìm được $\delta\Omega = 2.10^{-4}$(rad) = 43,1" nằm trong vùng sai số của kết quả thực nghiệm, nghĩa là thuyết tương đối đã giải thích tốt hiện tượng này.

Ở trên, ta đã xét bài toán về chuyển động trong trường Coulomb và trường hấp dẫn và tìm ra được một đại lượng bảo toàn là một Vector có tên gọi vector Laplace – Runge – Lenz và sử dụng nó để giải quyết một số ví dụ cụ thể. Ngoài trường Coulomb và hấp dẫn, thì trường từ tĩnh của một đơn cực từ cũng có một đại lượng vector bảo toàn như thế.

II. Vector bảo toàn của trường sinh bởi đơn cực từ.

Xét chuyển động của một điện tích trong từ trường tạo ra bởi một đơn cực từ. Giả sử điện tích có khối lượng m và điện tích là $-q_e$ ($q_e > 0$) chuyển động trong từ trường của một đơn cực từ có từ tích là q_m. Cho rằng khối lượng của đơn cực từ lớn hơn rất nhiều khối lượng của điện tích. Ta có được phương trình chuyển động của điện tích sẽ có dạng:

$$m\vec{r}\,'' = -k_m q_m q_e \frac{\vec{r}\,'\times\vec{r}}{r^3} \quad (1)$$

Nhân cả hai vế của (1) với tích có hướng của $\vec{r}$ ta có

được: $$\vec{r}\times\left(m\frac{d\vec{r}\,'}{dt}\right) = -k_m q_m q_e \frac{\vec{r}\times\left(\vec{r}\,'\times\vec{r}\right)}{r^3} \quad (2)$$

Sử dụng $\frac{d}{dt}\left(\vec{r}\times\vec{r}\,'\right) = \frac{d\vec{r}}{dt}\times\vec{r}\,' + \vec{r}\times\frac{d\vec{r}\,'}{dt} = \vec{r}\times\frac{d\vec{r}\,'}{dt}$

và $\vec{r}\times\left(\vec{r}\,'\times\vec{r}\right) = \left(\vec{r}.\vec{r}\right)\vec{r}\,' - \left(\vec{r}\vec{r}\,'\right)\vec{r} = r^2\vec{r}\,' - \left(\vec{r}\vec{r}\,'\right)\vec{r}$

Thay vào phương trình (2) ta có được:

$$m\frac{d}{dt}\left(\vec{r}\times\vec{r}\,'\right) = -k_m q_m q_e \frac{\left[r^2\vec{r}\,' - \left(\vec{r}\vec{r}\,'\right)\vec{r}\right]}{r^3} \quad (3)$$

Mặt khác ta lại có: $\frac{d}{dt}\left(\frac{\vec{r}}{r}\right) = \frac{\vec{r}\,'.r - \vec{r}.r'}{r^2}$

Và $r' = \frac{d}{dt}\left(\vec{r}.\vec{r}\right)^{\frac{1}{2}} = \vec{r}\,'.\frac{\vec{r}}{r}$ do đó:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\vec{r}}{r}\right) = \frac{\vec{r}\,'.r - \vec{r}.r'}{r^2} = \frac{\vec{r}\,'.r^2 - \vec{r}.\left(\vec{r}\,'.\vec{r}\right)}{r^2} \quad (4)$$

Thay (4) vào (3) ta có được:

$$m\frac{d}{dt}\left(\vec{r}\times\vec{r}\,'\right) = -k_m q_m q_e \frac{d}{dt}\left(\frac{\vec{r}}{r}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dt}\left(m\vec{r}\times\vec{r}\,' + k_m q_m q_e \frac{\vec{r}}{r}\right) = 0 \quad (5)$$

Từ đó ta có được vector:

$$\vec{J} = m\vec{r}\times\vec{r}\,' + k_m q_m q_e \frac{\vec{r}}{r} = const \quad (6)$$

Là một bất biến của chuyển động.

Mặt khác xét tích vô hướng của vector $\vec{J}$ với $\vec{r}$ ta có

được: $\vec{r}\vec{J} = rJ.\cos\theta = \vec{r}\left(m\vec{r}\times\vec{r}\,' + k_m q_m q_e \frac{\vec{r}}{r}\right) = k_m q_m q_e r$

Suy ra: $\cos\theta = \frac{k_m q_m q_e}{J} = const$

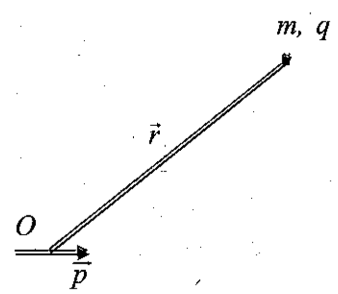
Điều này có nghĩa là góc hợp bởi vector $\vec{r}$ và vector $\vec{J} = const$ luôn không đổi, nghĩa là quỹ đạo của hạt luôn nằm trên một mặt nón với trục đối xứng là vector $\vec{J}$.

III. Hằng số chuyển động của trường sinh bởi lưỡng cực điện và lưỡng cực từ

Tương tự, trường tĩnh điện của một lưỡng cực điện và trường từ tĩnh của một lưỡng cực từ cũng có một đại lượng bảo toàn nhưng khác với hai trường kể trên, đây lại là đại lượng vô hướng, đóng vai trò là tham số trong phương trình chuyển động, sau đây tác giả xin giới thiệu bằng cách đưa ra trong các bài toán, vừa để các bạn thử sức làm, vừa để các bạn tự suy nghĩ và tìm thấy sự tương đồng trong cách thức rút ra các bất biến đó.

Ví dụ 4. Cho một lưỡng cực điện có mômen là $\vec{P}$ đặt tại một điểm O cố định trong không gian. Một điện tích điểm có khối lượng m, điện tích q chuyển động dưới tác dụng của lưỡng cực điện trên. Kí hiệu $\vec{r}$ là vector bán kính xác định vị trí của điện tích đến lưỡng cực điện. Trong bài toán này, ta chỉ khảo sát trường hợp điện tích chuyển động tại miền rất xa đối với lưỡng cực. Đặt: $\beta = L^2 + \frac{qm}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\left(\vec{p}.\vec{r}\right)}{\vec{r}}$

Trong đó L là mômen động lượng của điện tích điểm. Để thuận tiện cho tính toán, ta khảo sát bài toán trong tọa độ cầu (r, ϕ, θ) với phương trục Oz trùng với chiều của mô men lưỡng cực.



Hình 1

1. Hãy chứng minh rằng β là một hằng số chuyển động (bất biến của chuyển động). Tìm hệ thức liên hệ giữa năng lượng E của điện tích điểm và đại lượng β ở trên. Viết phương trình chuyển động của điện tích điểm q theo β.

2. Từ hệ thức năng lượng và phương trình chuyển động bên trên, ta dễ dàng nhận thấy, chuyển động của điện tích điểm dưới tác dụng của lưỡng cực điện có thể được mô tả như là chuyển động dưới tác dụng của một thế hiệu dụng $V_{eff} = \frac{\beta}{2mr^2}$. Hãy vẽ đồ thị của V_{eff} theo bán kính vector r. Hãy khảo sát chuyển động của điện tích điểm theo thế hiệu dụng này. Tìm điều kiện để điện tích điểm chuyển động trên một mặt cầu.

3. Xét trường hợp điện tích điểm q là điện tích dương chuyển động trên một mặt cầu. Chứng minh rằng khi đó ta có được phương trình chuyển động của điện tích có dạng: $\frac{1}{2}mr_0^2\theta'^2 + V\left(\theta\right) = 0$

Trong đó r_0 là bán kính của mặt cầu, và

$$V\left(\theta\right) = \frac{L_z^2}{2mr_0^2\sin^2\theta} + \frac{qp}{4\pi\varepsilon_0 r_0^2}cos\theta$$

Tìm giá trị nhỏ nhất của $V(\theta)$ và góc θ_C ứng với giá trị đó.

4. Xét trường hợp các thông số được chọn sao cho $V(\theta_C) < 0$ khi đó chuyển động của điện tích điểm sẽ bị giới hạn giữa hai mặt phẳng vuông góc với phương của mô men lưỡng cực điện, tức là tồn tại hai giá trị θ_1; θ_2 sao cho $\theta_1 < \theta < \theta_2$. Hãy xác định θ_1; θ_2. Chứng minh rằng thông số được chọn phải thỏa mãn điều kiện:

$$p > \frac{3\sqrt{3}\pi\varepsilon_0 L_z^2}{mq}$$

5. Xét trường hợp các thông số được chọn sao cho $V(\theta_C) = 0$, quỹ đạo của điện tích sẽ là một đường tròn nằm trong mặt phẳng vuông góc với phương của mô men lưỡng cực, hãy xác định mặt phẳng này. Chứng minh rằng:

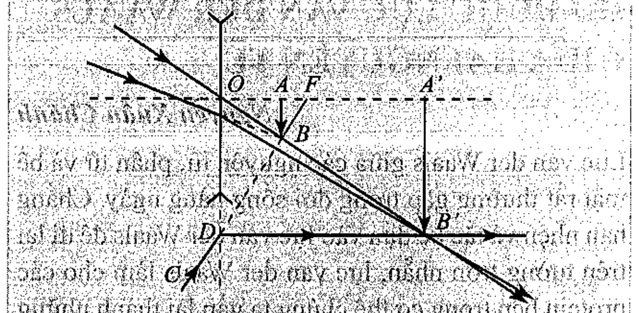
$$p = \mp\frac{3\sqrt{3}\pi\varepsilon_0 L_z^2}{mq}$$

Hãy tìm chu kì dao động nhỏ của nếu như có một nhiễu loạn nhỏ tác động lên phương θ điện tích q ở trường hợp này.

(Xem tiếp kỳ sau)

GIỚI THIỆU ĐỀ THI 1 *(Tiếp theo trang 12)*

2. Vật ảo qua thấu kính phân kì nằm trong khoảng tiêu cự cho ảnh thật



Bài V. Dòng điện qua Ampe kế:

$$I_A = I_1 - I_2 = \frac{\left|144 - 24R\right|}{24 + 26R}$$

Khi R tăng từ 4 Ω đến 6 Ω; I_A giảm liên tục từ 0,375 A đến 0 A.

R tăng từ 6 Ω đến 7 Ω, I_A tăng liên tục 0 A đến 0,117 A.

Vậy I_A có giá trị lớn nhất là 0,375 A.

GIỚI THIỆU ĐỀ THI 2 *(Tiếp theo trang 17)*

Lần lượt tính tổng của các cấp số:

a) $e + e^2 + e^3 + ... + e^{n_0} = e\frac{1-e^{n_0}}{1-e}$;

và b)

$e + e^2(1+e) + e^3(1+e+e^2) + ... + e^{n_0}(1+e+e^2+...+e^{n_0-1})$

$= e + e^2\frac{1-e^2}{1-e} + e^3\frac{1-e^3}{1-e} + ... + e^{n_0}\frac{1-e^{n_0}}{1-e}$

$= \frac{1}{1-e}[e(1-e) + e^2(1-e^2) + e^3(1-e^3) + ... + e^{n_0}(1-e^{n_0})]$

$= \frac{1}{1-e}\left(\frac{e - e^{n_0+1} - e^{n_0+2} + e^{2n_0+2}}{1-e^2}\right)$

Thay a), b) và $u_0 = \sqrt{2gh}$ vào công thức (5) ta được

$$s = v_0\sqrt{\frac{2h}{g}}\left(1 + 2e\frac{1-e^{n_0}}{1-e}\right) - \frac{4e\mu h}{(1-e)^2}(1-e^{n_0})(1-e^{n_0+1})$$

Trong đó n_0 xác định nhờ các công thức (3) và (4)

ĐO ĐƯỢC LỰC VAN DER WAALS GIỮA HAI NGUYÊN TỬ

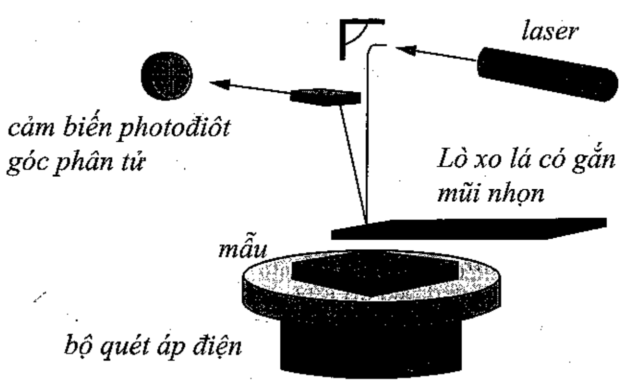
Nguyễn Xuân Chánh

Lực van der Waals giữa các nguyên tử, phân tử và bề mặt rất thường gặp trong đời sống hàng ngày. Chẳng hạn nhện và tắc kè dựa vào lực van der Waals để đi lại trên tường trơn nhẵn, lực van der Waals làm cho các protein bên trong cơ thể chúng ta gấp lại thành những hình dạng phức tạp.

Nhà khoa học Hà Lan Johannes Diderik van der Waals là người đầu tiên vào năm 1873 đề xuất ra lực này để giải thích hành vi của chất khí. Vì ở Hà Lan (cũng như nhiều nước khác) tên họ người rất dễ trùng nhau nên sau tên họ người ta thêm vào cho rõ là ở xứ nào, van der Waals nghĩa là ở xứ Waals, nhưng do viết đầy đủ thì hơi dài nên người ta chỉ nói (ông) ở xứ Waals - van der Waals. Do đó chữ *v* và chữ *d* ở van der không viết hoa. Lực van der Waals là một lực rất yếu chỉ trở nên đáng kể khi các nguyên tử và phân tử ở rất gần nhau và số lượng nhiều. Các thăng giáng trong mây điện tử của một nguyên tử làm cho nguyên tử có momen lưỡng cực tức thời. Momen này có thể cảm ứng momen lưỡng cực trong nguyên tử lân cận làm cho hai nguyên tử có tương tác lưỡng cực – lưỡng cực. Đó là nguyên nhân sâu xa của lực van der Waals.

Đã có nhiều phép đo gián tiếp lực van der Waals giữa các nguyên tử. Năm 2013, phòng thí nghiệm Charles Fabry ở Pháp lần đầu tiên đo trực tiếp tương tác van der Waals giữa hai nguyên tử độc thân nằm cách nhau một khoảng cách điều khiển được. Nhưng đây là các nguyên tử Rydberg (nguyên tử Rydberg là nguyên tử có một hay một vài điện tử nhưng các điện tử này bị kích thích lên những mức rất cao, nên chúng ở rất xa hạt nhân, thành thử kích thước nguyên tử rất lớn), chúng lớn hơn nguyên tử bình thường nhiều lần và được giữ (bẫy) bằng hai chùm laser tập trung hẹp cách nhau vài micromet. Thí nghiệm đã đo được tương tác giữa hai nguyên tử Rydberg đúng là tỷ lệ với $1/R^6$ với R là khoảng cách giữa hai nguyên tử và tìm thấy được nhiều diễn biến lượng tử của hai nguyên tử tương tác. Nhưng đây là hai nguyên tử Rydberg, không phải là hai nguyên tử bình thường.

Ngày 13 tháng 5 năm 2016 tờ Nature Communications 7 công bố bài báo của các nhà vật lý ở viện khoa học Nano Thụy Sĩ và đại học Basel cho biết là đã đo thành công lực van der Waals rất yếu giữa hai nguyên tử thật sự nhờ dùng kính hiển vi lực nguyên tử. Có thể tóm tắt cách đo cụ thể của bài báo như sau: Công cụ chủ yếu để đo lực tương tác giữa hai nguyên tử là kính hiển vi lực nguyên tử AFM (*Atomic Force Microscope*) (hình 1).

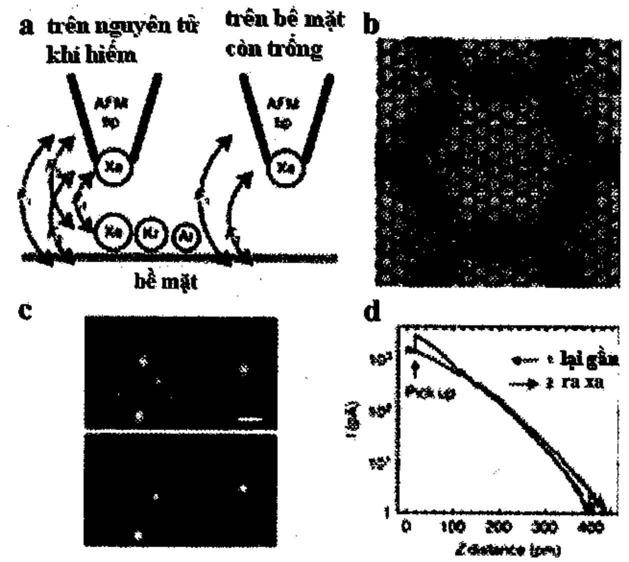


Hình 1. *Kính hiển vi lực nguyên tử*

Bộ phận chủ yếu của kính hiển vi này là một mũi nhọn, ở đầu nhọn chỉ có một nguyên tử nhô ra. Mũi nhọn được gắn với một lò xo lá, lực tác dụng lên nguyên tử ở mũi nhọn làm cong lò xo lá, dùng hệ thống laser theo dõi độ cong của lò xo lá là có thể theo dõi được lực tác dụng lên nguyên tử mũi nhọn.

Ở thí nghiệm chính của công trình này (hình 2) người ta gắn một nguyên tử lên mũi nhọn (nguyên tử xenon Xe) lần lượt đặt nguyên tử này trên một số nguyên tử khác là nguyên tử Xe, nguyên tử Kr (crypton), nguyên tử Ar(argon), ứng với mỗi trường hợp đo lực tương tác phụ thuộc vào khoảng cách giữa nguyên tử ở trên (ở mũi nhọn) và ở dưới (trên bề mặt tấm đồng phẳng).

(Xem tiếp trang bìa 3) ☞



Hình 2. *Bố trí thí nghiệm. a) Các lực tương tác ở mũi nhọn, nguyên tử ở mũi nhọn, bề mặt mẫu, các nguyên tử trên bề mặt mẫu. b) Cấu trúc của 2D MOF, các vị trí i và ii là nơi hấp thụ nguyên tử khí trơ. c) Ảnh STM của bề mặt mẫu trước và sau khi đưa nguyên tử Xe ra xa. d) Dòng tunen phụ thuộc khoảng cách giữa hai nguyên tử, pA là pico ampe, pm và pico met*

Ở đây các tác giả công trình đã thực hiện một số thủ thuật rất tinh vi về thực nghiệm và phân tích kết quả.

Nguyên tử Xe ở mũi nhọn có thể di chuyển dễ dàng và chính xác nhờ điều khiển bộ quét áp điện ở hiển vi lực nguyên tử. Nguyên tử ở dưới (Xe, Kr, Ar) được đặt trên mặt phẳng của tinh thể đồng. Mặt này rất "trơn tru" nên vị trí của các nguyên tử đặt trên đó không thật cố định, dễ dịch qua dịch lại. Vì vậy trên bề mặt tinh thể đồng người ta tạo một cái khung do các nguyên tử kim loại (M-metal) và chất hữu cơ (O-organic) tạo ra bằng cách nung nóng về mặt đồng trong một khí hữu cơ. Kết quả là trên mặt đồng có các nguyên tử kim loại – hữu cơ xếp như hình tổ ong, gọi là khung kim loại – hữu cơ hai chiều (2D MOF – 2 dimension metal organic framework). Các nguyên tử khí (Xe, Kr, Ar) bám chặt vào một số nút của hình tổ ong mang hai chiều này nên không bị di chuyển khi đo.

Phân tích các lực tác dụng lên mũi nhọn ta có thể phân biệt:

Lực F_1 là tương tác của mũi nhọn với mặt phẳng

Lực F_2 là tương tác của nguyên tử đầu mũi nhọn Xe với mặt phẳng

Lực F_3 là tương tác của mũi nhọn với nguyên tử khí trên bề mặt

Lực F_4 là tương tác trực tiếp của nguyên tử ở đầu mũi nhọn và nguyên tử ở trên bề mặt.

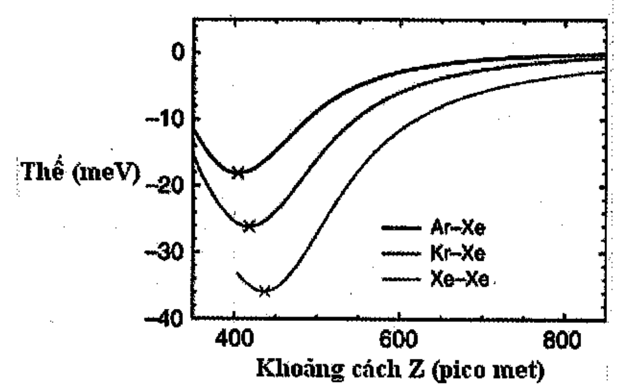
Có thể có được riêng rẽ các lực tương tác F_1 và F_2 bằng cách đo lực khi không có nguyên tử nào bám lên trên bề mặt như vẽ ở bên phải của hình 2a.

Nếu biểu diễn các lực tương tác đó phụ thuộc vào khoảng cách, có thể suy ra một số đường biểu diễn về lực tương tác đối với khoảng cách mà không đo trực tiếp được, đặc biệt là tương tác F_4 là tương tác van der Waals giữa hai nguyên tử.

Với mục đích chính xác hóa các phép đo, người ta đã lợi dụng phương pháp chụp ảnh bằng hiển vi tunen STM (scanning tunelling microscope) và cách dò vị trí bằng hiển vi lực nguyên tử có đầu dò chức năng (functionalized AFM tip) tuy nhiên đây là những nghiên cứu đi sâu, chúng ta sẽ tìm hiểu sau.

Kết quả cụ thể của thí nghiệm ở công trình này là các đồ thị ở hình 3, mô phỏng và hiệu chỉnh có được cực tiểu ở đường cong thế năng phụ thuộc khoảng cách đối với các nguyên tử Xe-Ar, Xe-Kr, Xe-Xe là 18,1; 26,1 và 35,9 meV khá phù hợp với các số liệu đo bằng nhiều cách khác và các tương tác Xe-Ar, Xe-Kr; Xe-Xe đều tăng tỉ lệ r^{-6}, tỉ lệ đặc trưng của tương tác van der Waals.

Công trình này cho thấy với những tiến bộ của kỹ thuật hiển vi lực nguyên tử, các nhà vật lý đã đo, đã quan sát được những lực yếu ở những khoảng cách nhỏ trước đây khó tưởng tượng là có thể làm được.



Hình 3. *Kết quả đo: Thế tương tác phụ thuộc khoảng cách giữa hai nguyên tử*