GIỚI THIỆU CÁC ĐỀ THI

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI QUỐC GIA
MÔN VẬT LÝ, LỚP 12 THPT NĂM HỌC 2002 –2003
Ngày thi thứ hai, 13 / 03 / 2003

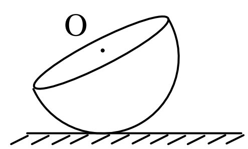
Bảng A

Bài I: Cơ học

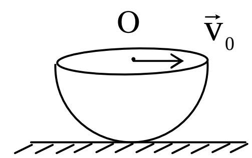
Cho một bán cầu đặc đồng chất, khối lượng m, bán kính R, tâm O.

1. Chứng minh rằng khối tâm G của bán cầu cách tâm O của nó một đoạn là $d = 3R/8$.

2. Đặt bán cầu trên mặt phẳng nằm ngang. Đẩy bán cầu sao cho trục đối xứng của nó nghiêng một góc nhỏ so với phương thẳng đứng rồi buông nhẹ cho dao động (Hình 1). Cho rằng bán cầu không trượt trên mặt phẳng này và ma sát lăn không đáng kể. Hãy tìm chu kì dao động của bán cầu.



Hình 1



Hình 2

3. Giả thiết bán cầu đang nằm cân bằng trên một mặt phẳng nằm ngang khác mà các ma sát giữa bán cầu và mặt phẳng đều bằng không (Hình 2). Tác dụng lên bán cầu trong khoảng thời gian rất ngắn một xung của lực $\vec{X}$ nào đó theo phương nằm ngang, hướng đi qua tâm O của bán cầu sao cho tâm O của nó có vận tốc $\vec{v}_0$.

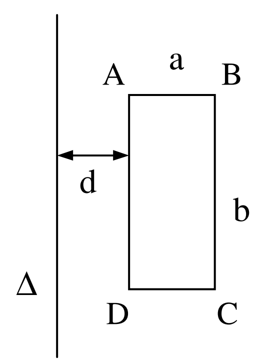
a) Tính năng lượng đã truyền cho bán cầu.

b) Mô tả định tính chuyển động tiếp theo của bán cầu. Coi v_0 có giá trị nhỏ.

Cho biết gia tốc trọng trường là g; mô men quán tính của quả cầu đặc đồng chất khối lượng M, bán kính R đối với trục quay đi qua tâm của nó là $I = \frac{2}{5}MR^2$.

Bài II: Điện - Từ

Cho một khung dây dẫn kín hình chữ nhật ABCD bằng kim loại, có điện trở là R, có chiều dài các cạnh là a và b. Một dây dẫn thẳng Δ dài vô hạn, nằm trong mặt phẳng của khung dây, song song với cạnh AD và cách nó một đoạn d như hình 3. Trên dây dẫn thẳng có dòng điện cường độ I_0 chạy qua.



Hình 3

1. Tính từ thông qua khung dây.

2. Tính điện lượng chạy qua một tiết diện thẳng của khung dây trong quá trình cường độ dòng điện trong dây dẫn thẳng giảm đến không.

3. Cho rằng cường độ dòng điện trong dây dẫn thẳng giảm tuyến tính theo thời gian cho đến khi bằng không, vị trí dây dẫn thẳng và vị trí khung dây không thay đổi. Hãy xác định xung của lực từ tác dụng lên khung.

Bài III: Quang học

Cho hệ hai thấu kính hội tụ mỏng, tiêu cự lần lượt là f_1 và f_2, đặt đồng trục cách nhau một khoảng a. Hãy xác định một điểm A trên trục chính của hệ sao cho mọi tia sáng qua A sau khi lần lượt khúc xạ qua hai thấu kính thì ló ra khỏi hệ theo phương song song với tia tới.

Bài IV: Phương án thực hành

Cho các dụng cụ sau:

- Một hộp điện trở mẫu cho phép tuỳ chọn điện trở có trị số nguyên từ 10 Ω đến vài MΩ.
- Một nguồn điện xoay chiều có tần số f đã biết và có hiệu điện thế hiệu dụng giữa hai cực không đổi.
- Một nguồn điện một chiều.
- Một máy đo điện cho phép đo được cường độ dòng điện và hiệu điện thế (một chiều, xoay chiều).
- Các dây nối, các ngắt điện có điện trở không đáng kể.
- Một đồng hồ đo thời gian.

Hãy lập ba phương án xác định điện dung của một tụ điện.

Yêu cầu nêu: nguyên tắc lí thuyết của phép đo, cách bố trí thí nghiệm, cách tiến hành thí nghiệm, các công thức tính toán, những điều cần chú ý để giảm sai số của phép đo.

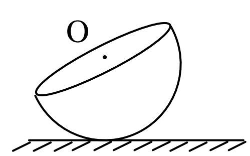
<u>Bảng B</u>

Bài I: Cơ học

Cho một bán cầu đặc đồng chất, khối lượng m, bán kính R, tâm O.

1. Chứng minh rằng khối tâm G của bán cầu cách tâm O của nó một đoạn là d = 3R/8.

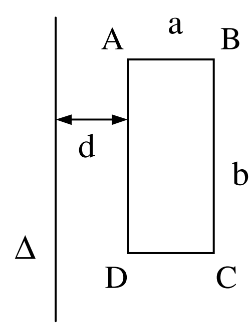
2. Đặt bán cầu trên mặt phẳng nằm ngang. Đẩy bán cầu sao cho trục đối xứng của nó nghiêng một góc α_0 nhỏ so với phương thẳng đứng rồi buông nhẹ cho dao động (Hình 1). Cho rằng bán cầu không trượt trên mặt phẳng và ma sát lăn không đáng kể. Hãy tìm chu kì dao động của bán cầu. Cho biết gia tốc trọng trường là g; mô men quán tính của quả cầu đặc đồng chất, khối lượng M, bán kính R đối với trục quay đi qua tâm của nó là $I = \frac{2}{5}MR^2$.



Hình 1

Bài II: **Điện - Từ**

Cho một khung dây dẫn kín hình chữ nhật ABCD bằng kim loại, có điện trở là R, có chiều dài các cạnh là a và b. Một dây dẫn thẳng Δ dài vô hạn, nằm trong mặt phẳng của khung dây, song song với cạnh AD và cách nó



Hình 2

một đoạn d như hình 2. Trên dây dẫn thẳng có dòng điện cường độ I_0 chạy qua.

1. Tính từ thông qua khung dây.

2. Tính điện lượng chạy qua một tiết diện thẳng của khung dây trong quá trình cường độ dòng điện trên dây dẫn thẳng giảm đến không.

3. Cho rằng cường độ dòng điện trong dây dẫn thẳng giảm tuyến tính theo thời gian đến không trong thời gian Δt, vị trí dây dẫn thẳng và vị trí khung dây không thay đổi. Tìm biểu thức của lực từ tác dụng lên khung dây theo thời gian.

Bài III: **Quang học: như Bài III, Bảng A.**

Bài IV: **Phương án thực hành**

Cho các dụng cụ sau:

- Một hộp điện trở mẫu cho phép tuỳ chọn điện trở có trị số nguyên từ 10 Ω đến vài MΩ.
- Một nguồn điện xoay chiều có tần số f đã biết và có hiệu điện thế hiệu dụng giữa hai cực không đổi.
- Một máy đo điện cho phép đo được cường độ dòng điện và hiệu điện thế xoay chiều.
- Các dây nối, các ngắt điện có điện trở không đáng kể.

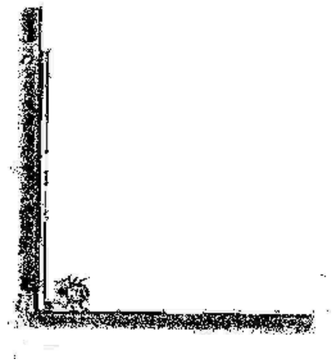
Hãy lập hai phương án xác định điện dung của một tụ điện.

Yêu cầu nêu: nguyên tắc lí thuyết của phép đo, cách bố trí thí nghiệm, cách tiến hành thí nghiệm, các công thức tính toán, những điều cần chú ý để giảm sai số của phép đo.

ĐỀ RA KÌ NÀY

TRUNG HỌC CƠ SỞ

CS1/ 2. Một thanh dài L được tựa vào bức tường thẳng đứng như hình vẽ. Đầu dưới B của thanh có một con bọ hung đang đậu. Vào thời điểm đầu dưới của thanh bắt đầu chuyển động theo nền nhà về bên phải với vận tốc v không đổi, con bọ hung cũng bắt đầu bò theo thanh với vận tốc u không đổi đối với thanh. Hỏi trong quá trình chuyển động theo thanh, con bọ hung lên được độ cao cực đại bằng bao nhiêu so với nền nhà ? Biết rằng đầu A của thanh luôn tựa vào tường.



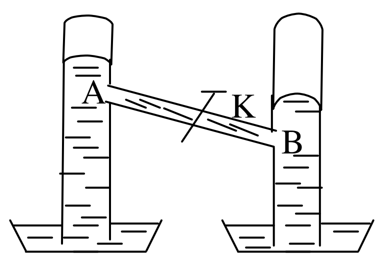
Hình 1

CS2/ 2. Có hai chậu chứa thuỷ ngân. ở mỗi chậu cắm một ống nghiệm và hút ra khỏi ống một phần không khí sao cho thuỷ ngân dâng lên trong mỗi ống tới độ cao h_1 và h_2 so với mực thuỷ ngân trong chậu ($h_1 < h_2$); mực thuỷ ngân ở hai chậu ngang nhau. Hai ống nghiệm được nối với nhau qua khoá K, lúc đầu khoá K đóng (Hình 2). Cho biết áp suất khí quyển là p_0, trọng lượng riêng của thuỷ ngân là d_0.

a) Tính áp suất của không khí trong mỗi ống.

b) Vẽ đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của áp suất thuỷ ngân theo độ cao của cột thủy ngân trong mỗi ống. So sánh áp suất của thuỷ ngân tại điểm A và B.

c) Nếu mở khoá K để hai ống thông nhau thì hiện tượng xảy ra như thế nào? Giải thích.

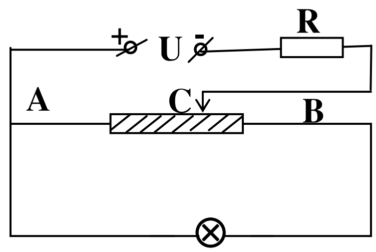


Hình 2

CS3/ 2. Có ba bình dung tích như nhau đều bằng 2 lít chứa đầy nước ở nhiệt độ khác nhau là 20^0C, 60^0C và 100^0C và một bình có dung tích 5 lít không chứa gì. Với các dụng cụ đã cho làm thế nào để tạo ra một lượng nước có nhiệt độ 56^0C. Bỏ qua sự mất mát nhiệt do bình và môi trường.

CS4/2. Cho một bóng đèn 6V - 3W và một biến trở con chạy được nối với nhau, sau đó nối vào nguồn có hiệu điện thế không đổi U = 9V nhờ dây dẫn có điện trở $R_d = 1\Omega$ (Hình 3)

a) Cho điện trở của toàn biến trở là 20Ω. Tìm điện trở R_{AC} của phần AC của biến trở, biết đèn sáng bình thường. Tìm hiệu suất của cách mắc mạch thắp sáng đèn đó.
b) Với nguồn U, dây dẫn R_d, đèn và biến trở như trên, hãy vẽ những sơ đồ khác để mắc cho đèn sáng bình thường. Tìm vị trí con chạy của biến trở ứng với mỗi sơ đồ.
c) Muốn cho hiệu suất của cách mắc mạch thắp sáng đèn như hình 3 không nhỏ hơn 60% khi đèn sáng bình thường thì giá trị toàn phần của điện trở biến trở nhỏ nhất là bao nhiêu?



Hình 3

TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

TH1/2. Một lực không đổi bắt đầu tác dụng lên một vật đang chuyển động với vận tốc v. Sau khoảng thời gian Δt độ lớn vận tốc của vật giảm 2 lần. Cũng sau khoảng thời gian Δt tiếp theo, độ lớn vận tốc lại giảm 2 lần. Hãy xác định độ lớn vận tốc sau khoảng thời gian $3\Delta t$ kể từ khi bắt đầu tác dụng lực không đổi ấy.

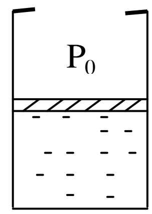
Nguyễn Thanh Nhàn (Hà Nội)

TH2/2. Một thanh đồng chất khối lượng m chiều dài l được giữ nằm ngang bởi hai ngón tay ở hai đầu của nó. Trong khi đưa chậm hai ngón tay cùng một lúc về gặp nhau ở khối tâm, thanh trượt trên ngón này hay ngón kia. Tìm công mà người đã thực hiện trong quá trình đó, nếu hệ số ma sát nghỉ và trượt tương ứng là μ_s và μ_k ($\mu_{k \le} \mu_s$).

TTKYHA (Hà Nội)

TH3/2. Một ống hình trụ thẳng đứng có thể tích V. ở phía dưới một pittông nhẹ có một lượng khí hêli ở nhiệt độ T_0. Pittông nằm ở vị trí cân bằng chia ống thành hai nửa bằng nhau (xem hình vẽ).Người ta đun nóng khí từ từ đến khi nhiệt độ khí hêli là $3T_0$.ở phía trên có làm hai vấu để pittông không bật ra khỏi ống.Hỏi khí hêli đã nhận được một nhiệt lượng là bao nhiêu ? Bỏ qua ma sát giữa pittông và thành ống.áp suất khí quyển bên ngoài là P_0.

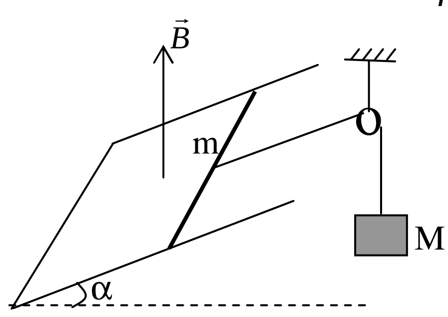
Nhật Minh (Hà Nội)



TH4/2. Hai thanh ray song song với nhau được đặt trong mặt phẳng lập với mặt phẳng nằm ngang một góc α và được nối ngắn mạch ở hai đầu dưới. Khoảng cách giữa hai thanh ray là L. Một thanh dẫn có điện trở R và khối lượng m có thể trượt không ma sát trên hai ray. Thanh này được nối với một sợi dây mảnh không giãn vắt qua một ròng rọc cố định và đầu kia của dây có treo một vật có khối lượng M. Đoạn dây giữa thanh và ròng rọc nằm trong mặt phẳng chứa hai ray và song song với chúng. Hệ trên được đặt trong một từ trường đều có cảm ứng từ B hướng thẳng đứng lên trên (xem hình vẽ). Ban đầu giữ cho hệ đứng yên, rồi thả nhẹ ra. Bỏ qua điện trở của hai thanh ray. Hãy xác định:

a) Vận tốc ổn định của thanh.
b) Gia tốc của thanh ở thời điểm vận tốc của nó bằng một nửa vận tốc ổn định.

Nguyễn Quang Minh (Hà Nội)

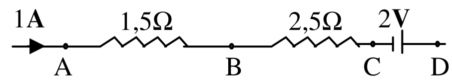


TH5/2. Một quả cầu trong suốt, chiết suất n, đặt trong không khí. Trên đường thẳng đứng đi qua tâm quả cầu, ở phía trên quả cầu và cách mặt cầu một khoảng h, có đặt một vật nhỏ (coi như một nguồn sáng điểm). Lúc t = 0 thả vật không vận tốc ban đầu cho rơi tự do. Hãy xác định vận tốc của ảnh ở thời điểm t (trong khi đang rơi). Chỉ xét ảnh tạo ra do một lần khúc xạ.

Nguyễn Xuân Quang (Hà Nội)

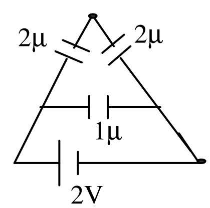
CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

TN1/2 Cho sơ đồ mạch điện như hình vẽ. Nếu điện thế ở B bằng 0: $V_B = 0$ thì điện thế ở A và D sẽ là:



A) $V_A = -1{,}5V$, $V_D = +2V$
B) $V_A = +1{,}5V$, $V_D = +2V$
C) $V_A = +1{,}5V$, $V_D = +0{,}5V$
D) $V_A = +1{,}5V$, $V_D = -0{,}5V$

TN2/2 Trong sơ đồ mạch điện hình bên điện tích(tính theo đơn vị μC) trên một tụ 2μF và trên tụ 1μF tương ứng là:



A) 1 ; 2 **B**) 2 ; 1
C) 1 ; 1 **D**) 2 ; 2

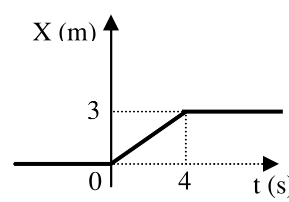
TN3/2 Một vệ tinh địa tĩnh (là vệ tinh đứng yên tương đối so với mặt đất) có quỹ đạo ở độ cao 6R so với mặt đất (R là bán kính trái đất). Chu kì quay của một vệ tinh ở độ cao 2,5R so với mặt đất là:

A) $6\sqrt{2}$ giờ **B**) 10 giờ
C) $\frac{5\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$ giờ **D**) không có giá trị nào trên đúng.

TN4/2 Một người nặng 80 kg leo lên một cầu thang. Trong 10 s người đó leo lên cao được 6 m tính theo phương thẳng đứng. Cho $g = 9{,}8m/s^2$. Công suất người đó thực hiện được tính theo hp (mã lực, 1hp = 745,7W) là:

A) 0,63 hp **B**) 1,26 hp
C) 1,80 hp **D**) 2,10 hp

TN5/2 Trên hình bên là đồ thị chuyển động một chiều của một chất điểm có khối lượng 4 kg. ở các thời điểm t = 1 và t = 5s động lượng của chất điểm tương ứng là:



A) 0 ; 0 **B**) 0 ; $-3\ kgms^{-1}$
C) $+3\ kgms^{-1}$; 0 **D**) $+3\ kgms^{-1}$; $-3\ kgms^{-1}$

ĐÍNH CHÍNH

Trong Số 1 Vật Lý & Tuổi Trẻ, tháng 9 năm 2003, do sơ suất của BBT, có một số lỗi sau:

1) Bài "Li độ, toạ độ, pha ban đầu trong dao động điều hoà", trang 15 cột 2, mục c) dòng 3 in sai là x > 0 nay xin sửa lại là v> 0 và ở mục d) xin bỏ đi dòng $\varphi = 0$. Vậy ptdđ có dạng $x = 4\sin(10\pi t)$(cm).

2) Bài " Các phần tử phi tuyến trong mạch điện", trang 9 cột 2, xin bỏ đi đường nối nằm ngang qua G ở hình 2.

BBT thành thật xin lỗi các tác giả và bạn đọc.

TIẾNG ANH VẬT LÝ

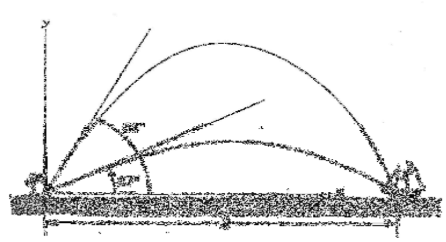
Problem. *Figure 1 shows a pirate ship, moored 560m from a fort defending the harbor entrance of an island, The harbor defense cannon, located at sea level, muzzle velocity of 82m/s.*
a) To what angle must the cannon be elevated to hit the pirate ship?
b) What are times of flight for the elevation angles calculated above?
c) How far should the pirate ship be from the fort if it is to be beyond range of the cannon balls?

Solution. As known, the equation of the trajectory of the ball is:

$$y = (\tan\theta)x - \frac{g}{2v_0^2\cos^2\theta}x^2 \qquad (1)$$

where θ is the elevation angle anh v_0 is the muzzle velocity. To find the horizotal range of the ball, let us put x = R and y = 0 in Eq. (1), after a little rearrangemant, obtaining:

$$R = \frac{v_0^2}{g}\sin 2\theta \qquad (2)$$



Solving Eq. (2) for θ yields

$$\sin 2\theta = \frac{Rg}{v_0^2} = \frac{560.9{,}8}{(82)^2} = 0{,}816 \quad \rightarrow \theta = 27^0 \text{ và } \theta = 63^0$$

The commandant of the fort can elevate the guns to either of these two angles and hit the pirate ship.

b) As known, the horizontal position of the ball is given by the equation:

$$x = (v_0 \cos\theta)t \qquad (3)$$

Solving Eq. (3) for t gives, for $\theta = 27^0$,

$$t = \frac{x}{v_0 \cos\theta} = \frac{R}{v_0 \cos\theta} = \frac{560}{82.\cos 27^0} = 7{,}7s$$

Repeating the calculation for $\theta = 63^0$ yields t = 15s. It is reasonable that the time of flight for the higher elevation angle should be larger.

c) We have known that the maximum range corresponds to an elevation angle θ of 45^0. Thus, from Eq. (2)

$$R = \frac{v_0^2}{g}\sin 2\theta = \frac{(82)^2}{9{,}8}\sin(2\times 45^0) = 690m$$

As the pirate ship sails away, the two elevation angles at which the ship can be hit draw closer together, eventually merging at $\theta = 45^0$ when the ship is 690m away. Beyond that point the ship is safe.■

<u>Từ mới:</u>

- ***pirate:*** cướp biển
- (to) ***moor***: neo
- ***fort***: pháo đài
- (to) ***defend***: phòng thủ
- ***cannon***: pháo, đại bác
- ***sea level***: mức nước biển
- ***muzzle velocity***: vận tốc đầu nòng (súng)
- ***elevated angle***: góc tầm
- (to) ***hit***: bắn trúng
- (the) ***commandant*** (*of the fort*): người chỉ huy (pháo đài)
- ***the time fight***: thời gian bay

<u>GIAI THOẠI VỀ CÁC NHÀ VẬT LÝ</u>

Em gái Wigner...

Dirac lấy em gái nhà vật lý lý thuyết nổi tiếng Eugenes P. Wigner (giải thưởng Nobel về vật lý năm 1963). Ít lâu sau, một vị khách chưa hay biết gì về sự kiện này tới thăm ông. Trong lúc hai người đang hăng say trò chuyện, thì một phụ nữ trẻ bước vào phòng. Bà đi lại rất tự nhiên, rót trà mời khách, nghĩa là xử sự như một bà chủ. Lát sau, Dirac nhận thấy sự lúng túng của khách mới vỗ trán thốt lên: “Xin lỗi, tôi quên chưa giới thiệu, đây là ... em gái của Wigner!”

Tình nhân và những con lừa...

Huân tước Kelvin (Thomson) một lần buộc phải nghỉ buổi dạy, ông viết trên bảng: *“Prof. Thomson will not meet his classes today*” (Hôm nay giáo sư Thomson không gặp học trò). Lũ sinh viên tinh nghịch quyết định đùa giáo sư bèn xoá chữ “*c*” trong từ “*classes*”. Ngày hôm sau, khi nhìn thấy dòng chữ đó, Thomson không hề lúng túng, ông lấy dẻ lau bảng xoá đi một chữ cái nữa trong từ đó, rồi im lặng bỏ đi. (Tiếng Anh *classes*: có nghĩa là lớp; *lasses* có nghĩa là các tình nhân, còn *asses* có nghĩa là những con lừa).

Một triệu bảng Anh và 20 tập bản thảo...

Kavendish là nhà vật lý thực nghiệm vĩ đại nhất ở thời đại ông. Ông sống một cuộc sống rất đơn độc và kín đáo. Ông không hề có bạn và rất sợ phụ nữ, ngay với cô phục vụ của mình ông cũng không bao giờ chuyện trò, mọi công việc giao cho cô ông đều ghi ra giấy và để trên bàn.
Sau khi ông qua đời người ta phát hiện ra ông còn 1 triệu bảng Anh và 20 tập bản thảo mô tả những nghiên cứu rất độc đáo mà ông đã tiến hành, nhưng lúc sinh thời ông cho rằng không đáng để công bố.

Nghĩ vào lúc nào?

Một lần, vào buổi tối Rutherford ghé qua phòng thí nghiệm. Mặc dù lúc đó đã muộn, nhưng ông thấy một trong số rất nhiều học trò của ông vẫn đang cặm cụi bên các dụng cụ thí nghiệm.

- Anh làm gì mà muộn thế? - Giáo sư hỏi
- Em làm việc ạ.
- Thế ban ngày anh làm gì?
- Thưa giáo sư, em cũng làm việc ạ.
- Thế sáng sớm anh cũng làm việc à?
- Vâng, thưa giáo sư, buổi sáng sớm em cũng làm việc – Người học trò đáp và hí hửng đợi lời khen từ vị giáo sư nổi tiếng.

Rutherford cau mặt và nghiêm giọng hỏi:
- Thế anh suy nghĩ vào lúc nào?

Sẽ rất buồn...

Nhà vật lý Mỹ gốc Đức James Frank (sinh năm 1882 và nhận được giải thưởng Nobel về vật lý năm 1925) một lần kể rằng:

- Mấy hôm trước mình vừa mơ được gặp Karl Runge (nhà toán học Đức, 1856-1927) và đã hỏi ông ta: "Bác sống ở thế giới bên kia thế nào? Chắc mọi định luật vật lý đều đã biết hết rồi chứ?" - Ông ta trả lời: "ở đây, người ta cho lựa chọn: có thể biết tất cả hoặc chỉ biết những gì đã biết trên mặt đất. Mình đã chọn cái thứ hai, vì nếu không sẽ rất buồn..."

P.V.T (Sưu tầm và giới thiệu)

GIỚI THIỆU CÁC ĐỀ THI

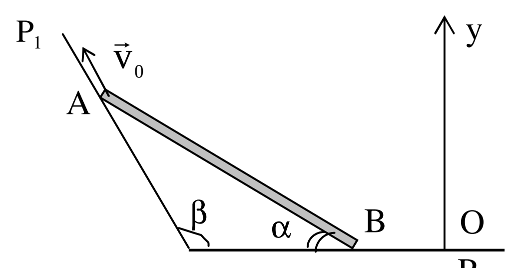
HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TOÀN QUỐC, MÔN VẬT LÝ - NĂM HỌC 2002-2003

Ngày thi thứ nhất : 12/3/2003

(Xem Vật lý & Tuổi trẻ, Số 1, tháng 9/2003)

Bảng A

Bài I : **Cơ học**



Hình 1

Các thành phần vận tốc của A và B dọc theo thanh bằng nhau nên:

$v_B = v_A\cos(60^0 - \alpha)/\cos\alpha = v_0(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\text{tg}\alpha)$

Chọn trục Oy như hình vẽ, A có toạ độ:

$y = L\sin\alpha \Rightarrow y' = L\cos\alpha.\ \alpha' = v_0\cos30^0$.

Vận tốc góc của thanh:

$$\omega = \alpha' = \frac{v_0\cos30^0}{L\cos\alpha} = \frac{v_0\sqrt{3}}{2L\cos\alpha}.$$

Gia tốc của B: $a = \frac{dv_B}{dt} = v_0\frac{\sqrt{3}}{2\cos^2\alpha}\alpha' = \frac{3v_0^2}{4L\cos^3\alpha}$

2. Các lực ma sát nghỉ có độ lớn cực đại là:

$F_{1max} = k_1m_1g$; $F_{2max} = k_2(m_1 + m_2)g$

1/ $F \le F_{2max}$ thì $a_1 = a_2 = 0$

2/ $F > F_{2max}$ thì ván 2 chuyển động và chịu tác dụng của các lực : F, F_{2max} và lực ma sát F_1 giữa hai ván. Có hai khả năng :

a) $F_1 \le F_{1max}$, ván 1 gắn với ván 2. Hai ván cùng chuyển động với gia tốc:

$a = \frac{F - F_{2max}}{m_1 + m_2}$. Lực truyền gia tốc a cho m_1 là F_1: $F_1 = m_1\frac{F - F_{2max}}{m_1 + m_2} \le k_1m_1g$

$\Rightarrow F \le (k_1 + k_2)(m_1 + m_2)g$

Điều kiện để hai tấm ván cùng chuyển động với gia tốc a là:

$k_2(m_1 + m_2)g < F \le (k_1 + k_2)(m_1 + m_2)g$. Thay số: $4{,}5N < F \le 6N$

b) $F = F_{1max}$. Ván 1 trượt trên ván 2 và vẫn đi sang phải với gia tốc a_1

$a_1 < a_2$; $F_{1max} = k_1m_1g = m_1a_1$; $a_1 = k_1g$

Ván 2 chịu F, F_{1max}, F_{2max} và có gia tốc a_2:

$a_2 = \dfrac{F - k_1m_1g - k_2(m_1+m_2)g}{m_2}$

Điều kiện để $a_2 - a_1 = \dfrac{1}{m_2}\{F - (k_1+k_2)(m_1+m_2)g\} > 0$ là $F > (k_1+k_2)(m_1+m_2)g$

Thay số: $F \le 4{,}6N$: $a_1 = a_2 = 0$; hai vật đứng yên

$4{,}5N < F \le 6N$: hai vật có cùng gia tốc: $a_1 = a_2 = \dfrac{F-4{,}5}{1{,}5}$

$F > 6N$: Vật 1 có $a_1 = 1m/s^2$; vật 2 có $a_2 = (F-5)$

Bài II : **Nhiệt học**

1. Quá trình 1 - 2 : $\dfrac{p_2}{V_2} = \dfrac{p_1}{V_1} \Rightarrow V_2 = V_1\dfrac{p_2}{p_1} = 3V_1$;

$T_2 = T_1\dfrac{p_2V_2}{p_1V_1} = 9T_1 = 2700^0K$

Quá trình 2-3: $P_3 = P_2\left(\dfrac{V_2}{V_3}\right)^{\gamma} = P_2\left(\dfrac{3}{4}\right)^{5/3} \approx 0{,}619P_2 = 1{,}857\ P_1$

(thay $V_3 = V_4$)

$T_3 = T_2\left(\dfrac{V_2}{V_3}\right)^{\gamma-1} = T_2\left(\dfrac{3}{4}\right)^{2/3} = 0{,}825T_2 = 7{,}43T_1 = 2229^0K$

Quá trình 4 - 1 : $T_4 = T_1\dfrac{V_4}{V_1} = 4T_1 = 1200^0K$

2. Quá trình 1- 2 : $\Delta U_{1-2} = C_V(T_2-T_1) = 8C_VT_1 = 12RT_1$

$A_{1-2} = (p_2 + p_1)(V_2-V_1)/2 = 4p_1V_1 = 4RT_1$

$Q_{1-2} = \Delta U_{1-2} + A_{1-2} = 16RT_1$

Quá trình 2-3:

$A_{2-3} = -\Delta U_{2-3} = -C_V(T_3-T_2) = 2{,}355\ RT_1$; $Q_{2-3} = 0$.

Quá trình 3- 4: $\Delta U_{3-4} = C_V(T_4-T_3) = -5{,}145RT_1$; $A_{3-4} = 0$

$Q_{3-4} = \Delta U_{3-4} + A_{3-4} = -5{,}145RT_1$

Quá trình 4- 1: $\Delta U_{4-1} = C_V(T_1-T_4) = -4{,}5RT_1$

$A_{4-1} = p_1(V_1-V_4) = -3p_1V_1 = -3RT_1$

$Q_{4-1} = \Delta U_{4-1} + A_{4-1} = -7{,}5RT_1$

$A = A_{1-2} + A_{2-3} + A_{3-4} + A_{4-1} = 4RT_1 + 2{,}355\ RT_1 - 3RT_1 = 3{,}355RT_1$

Nhiệt lượng khí nhận là: $Q = Q_{1-2} = 16RT_1$

$\eta = \dfrac{A}{Q_{1-2}} = 20{,}97\% \approx 21\%$.

3. Vi phân hai vế: $pV = RT$ (1) ; $pV^{-1} = hs$

$pdV + Vdp = RdT$

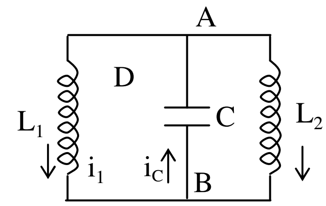
$-pV^{-2}dV + V^{-1}dp = 0$. Giải hệ: $pdV = Vdp = 0{,}5RdT$

$dQ = C_V dT + pdV = 1,5RdT + 0,5RdT = 2RdT$

$C = dQ/dT = 2R = hs$

Bài **III**: **Điện học**

Kí hiệu và quy ước chiều dương của các dòng như hình vẽ và gọi q là điện tích bản tụ nối với B. Lập hệ:



Hình 2

$i_C = i_1 + i_2$ (1)

$Li_1' - 2Li_2' = 0$ (2)

$Li_1' = q/C$ (3)

$i = -q'$ (4)

Đạo hàm hai vế của (1) và (3):

$i''_C = i''_1 + i''_2$ (1')

$Li''_1 - 2Li''_2 = 0$ (2')

$Li''_1 = -i_C/C$ (3') $\Rightarrow$; $i''_C = -\dfrac{3}{2LC} i_C$.

Phương trình chứng tỏ i_C dao động điều hoà với $\omega = \sqrt{\dfrac{3}{2LC}}$:

$i_C = I_0 \sin(\omega t + \varphi)$ (5) Từ (2) $\Rightarrow$ $(Li_1 - 2Li_2)' = hs$

$i_1 - 2i_2 = hs$. Tại $t = 0$ thì $i_1 = I_1$, $i_2 = 0$ $\Rightarrow$ $i_1 - 2i_2 = I_1$ (6)

$i_1 + i_2 = i_C = I_{0C}\sin(\omega t + \varphi)$. Giải hệ: $i_1 = \dfrac{I_1}{3} + \dfrac{2I_{0C}}{3}\sin(\omega t + \varphi)$.

$i_2 = \dfrac{I_{0C}}{3}\sin(\omega t + \varphi) - \dfrac{I_1}{3}$; $u_{AB} = q/C = Li_1' = \dfrac{2I_{0C}}{3} LC\omega\cos(\omega t + \varphi)$.

Tại thời điểm $t = 0$ $i_1 = I_1$; $i_2 = 0$; $u_{AB} = 0$: Giải hệ: $I_{0C} = I_1$; $\varphi = \pi/2$;

Đáp số: $i_1 = \dfrac{I_1}{3} + \dfrac{2I_1}{3}\cos\sqrt{\dfrac{3}{2LC}}\,t$.

$i_2 = \dfrac{I_1}{3}\cos\sqrt{\dfrac{3}{2LC}}\,t - \dfrac{I_1}{3}$

Ở thời điểm t_1 mở K_2: $i_1 = 0$, từ (6) $\Rightarrow$ $i_2 = -0,5I_1$. Vì $V_A < V_B$ nên không có dòng qua Đ, chỉ có dao động trong mạch L_2C với $T' = 2\pi\sqrt{2LC}$ và năng lượng $L\dfrac{I_1^2}{2}$. Biên độ dao động là I_0: $2L\dfrac{I_0^2}{2} = L\dfrac{I_1^2}{2}$ $\Rightarrow$ $I_0 = \dfrac{I_1}{\sqrt{2}}$. Chọn mốc tính thời gian từ t_1:

Khi $t = t_1 = 0$ $i_1 = 0$, từ (6) $\Rightarrow$ $i_2 = -0,5I_1$; $i = \dfrac{I_1}{\sqrt{2}}\sin\left(\dfrac{t}{\sqrt{2LC}} + \varphi\right)$

$u_{AB} = -2Li' = -2L\dfrac{I_1}{2\sqrt{LC}}\cos\left(\dfrac{t}{\sqrt{2LC}} + \varphi\right) < 0$. Giải hệ: $\varphi = -\pi/4$

$i = \frac{I_1}{\sqrt{2}}\sin(\frac{t}{\sqrt{2LC}} - \pi/4\ )$

Đến thời điểm t_2 tiếp theo thì u_{AB} bằng 0 và đổi sang dấu dương.

$u_{AB} = -2L\frac{I_1}{2\sqrt{LC}}\cos(\frac{t_2}{\sqrt{2LC}} --\pi/4\ ) = 0 \Rightarrow t_2 = \frac{\pi\sqrt{2LC}}{4}$.

Từ thời điểm này có dòng qua cả hai cuộn dây, trong mạch có dao động điện từ với $T = 2\pi\sqrt{2LC/3}$. Ta sẽ chứng minh được từ thời điểm t_2 luôn có dòng qua điôt. Tương tự như trên, trong hệ có dao động điện từ với $\omega = \sqrt{\frac{3}{2LC}}$; $i_1 - 2i_2 = I_1$

$i_1 + i_2 = i_C = I'_{0C}\sin\{\omega(t-t_2) + \varphi\}$.

$i_1 = \frac{1}{3}I_1 + \frac{2}{3}I'_{0C}\sin\{\omega(t-t_2) + \varphi\}$

$i_2 = \frac{1}{3}I'_{0C}\sin\{\omega(t-t_2) + \varphi\} - \frac{1}{3}I_1$; $u_{AB} = q/C = Li_1' = \frac{2}{3}I'_{0C}LC\omega\cos\{\omega(t-t_2) + \varphi\}$.

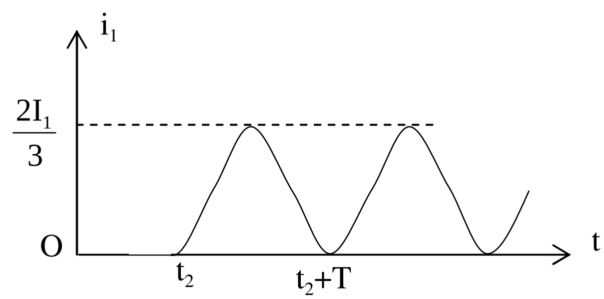
Với điều kiện ban đầu: $t = t_2$; $i_1 = 0$; $u = 0$ suy ra: $\varphi = -\pi/2$; $I'_{0C} = I_1/2$

$i_1 = \frac{2I_1}{3}\{1 - co\omega(t-t_2)\} = \frac{2I_1}{3}\{1 - \cos(\sqrt{\frac{2}{3LC}}t - \pi\frac{\sqrt{3}}{4})\} \geq 0$ (đpcm)

Kết luận: với $0 < t < \frac{\pi\sqrt{2LC}}{4}$

thì $i_1 = 0$; với $t \geq \frac{\pi\sqrt{2LC}}{4}$ thì

$i = \frac{2I_1}{3}\{1 - \cos(\sqrt{\frac{2}{3LC}}t - \pi\frac{\sqrt{3}}{4})\}$



Bảng B

Bài **I**: **Cơ học**

1. Xem lời giải Câu 1, Bảng A

2. Các lực ma sát nghỉ có độ lớn cực đại bằng ma sát trượt:

$F_{1max} = k_1m_1g = 0,5N$; $F_{2max} = k_2(m_1 + m_2)g = 3N$

Nếu hai tấm ván chuyển động như một khối thì có gia tốc chung là: a: $a = \frac{F - F_{2max}}{m_1 + m_2} = \frac{4}{3}m/s^2$ Mặt khác lực truyền gia tốc a cho m_1 là F_1: chỉ có thể gây gia tốc cực đại là

$a_{1max} = \frac{k_1 m_1 g}{m_1} = k_1 g = 1\ \frac{m}{s^2}$ < a. điều đó chứng tỏ hai ván chuyển động riêng rẽ và ván 1 chuyển động chậm hơn ván 2. Ván 2 chịu các lực F, F_{2max} và F_{1max}. Nó có gia tốc

$$a_2 = \frac{F - F_{1max} - F_{2max}}{m_2} = \frac{5 - 0,5 - 3}{1} = 1,5\frac{m}{s^2}$$

Bài II - ***Nhiệt học***

Xem lời giải Bài II, Bảng A

Bài III- Điện học:

Xem lời giải Câu 1, Bài III, Bảng A.

HƯỚNG DẪN GIẢI
ĐỀ THI TUYỂN KHỐI CHUYÊN LÝ
ĐHKHTN - ĐHQG Hà Nội - 2003
(Xem Vật lý & Tuổi trẻ, số 1 - tháng 9 năm 2003)

Câu 1

Khi người thứ 3 xuất phát thì người thứ nhất cách A 5km, người thứ 2 cách A là 6km. Gọi t_1 và t_2 là thời gian từ khi người thứ 3 xuất phát cho đến khi gặp người thứ nhất và thứ hai ta có:

$$\left.\begin{matrix} v_3 t_1 = 5 + 10t_1 \\ v_3 t_2 = 6 + 12t_2 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{matrix} t_1 = \dfrac{5}{v_3 - 12} \\ t_2 = \dfrac{6}{v_3 - 12} \end{matrix}$$

Theo đề bài: $\Delta t = t_2 - t_1 = 1$ nên

$$\frac{6}{v_3 - 12} - \frac{5}{v_3 - 10} = 1$$

$$v_3^2 - 23v_3 + 120 = 0$$

$$v_3 = \frac{+23 \pm \sqrt{23^2 - 480}}{2} = \frac{23 \pm 7}{2} = \begin{cases} 15km/h \\ 8km/h \end{cases}$$

nghiệm cần phải tìm lớn hơn v_1, v_2 nên ta có:

$v_3 = 15km/h$

Câu 2

Phương trình cân bằng nhiệt thứ nhất diễn tả quá trình cục nước để tan một phần ba là:

$$\frac{M}{3}\lambda = m(c + c_1)10 \quad (1)$$

Mặc dù nước đá mới tan có một phần ba nhưng thấy ngay là dù nước đá có tan hết thì mức nước trong cốc cũng như vậy.

Do đó lượng nước nóng đổ thêm vào để mức nước trong trạng thái cuối cùng tăng lên gấp đôi phải là m + M. Ta có phương trình cân bằng nhiệt thứ hai là:

$$\frac{2}{3}M\lambda + 10Mc + 10m(c + c_1) = 30(m + M)c$$

hay

$$\left(\frac{2}{3}\lambda - 20c\right)M = m(2c - c_1)10 \quad (2)$$

Chia phương trình (1) và (2) để loại M và m ta được:

$$\frac{\lambda}{2\lambda - 60c} = \frac{c + c_1}{2c - c_1}$$

$$60c^2 = (3\lambda - 60c)c_1$$

$$c_1 = \frac{20c^2}{\lambda - 20c}$$

$$c_1 = \frac{20 \cdot 4{,}2^2 \cdot 10^6}{3{,}36 \cdot 10^5 - 20 \cdot 4{,}2 \cdot 10^3} = 1400 J/kg \cdot \text{độ}$$

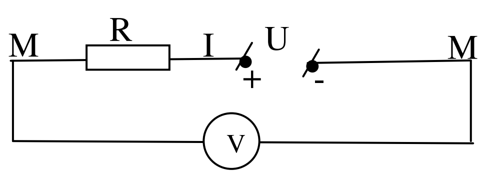
<u>Câu 3</u>

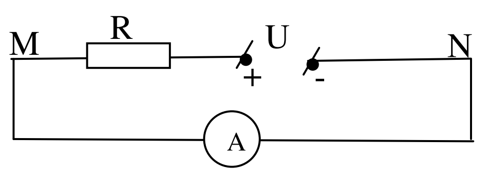
1) Điện trở vôn kế rất lớn nên $U_V = IR_V = \frac{U_0 R_V}{R_0 + R_V} \approx U_0$

U_0 = 30V

Nếu thay vôn kế bằng ampekế

I_A = 5A. Vậy: $R_0 = \frac{U_0}{I_A} = 6\Omega$



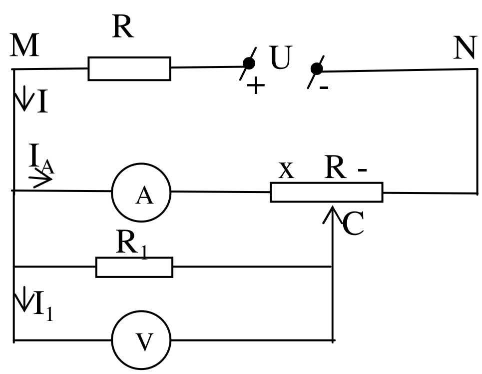


2) Xét mạch điện theo hình 1.
Đặt R_{MC} = x
R_{MN} = R - x (0 < x < R)

$$R_{MN} = \frac{R_1 \cdot x}{R_1 + x} + R - x$$

Tổng trở của mạch điện:

$$R_t = R_0 + R_{MN} = R_0 + \frac{R_1 x}{R_1 + x} + R - x$$



Hình 1

Cường độ dòng điện trong mạch chính $I = \frac{U_0}{R_t}$

$$I = \frac{U_0}{\frac{R_1 x}{R_1 + x} + R_0 + R - x} \qquad (1)$$

$$\begin{cases} \frac{I_A}{I_1} = \frac{R_1}{x} \\ I_A + I_1 = I \end{cases} \Rightarrow I_A = \frac{IR_I}{R_1 + x} \qquad (2)$$

Đặt (1) vào (2):

$$I_A = \frac{U_0 R_1}{R_1 x + (R_0 + R - x)(R_1 + x)} = \frac{U_0 R_1}{y(x)} \qquad (3)$$

Do tích U_0R_1 không đổi nên dòng I_A cực tiểu khi mẫu số đạt giá trị cực đại ở một giá trị xác định của x.
Biểu thức mẫu số có dạng:

$$y(x) = -x^2 + (R_0 + R)x + (R_0 + R)R_1$$

Thêm và bớt đi $\left(\frac{R_0 + R}{2}\right)^2$ ta có thể viết:

$$y(x) = \left(\frac{R_0 + R}{2}\right)^2 + (R_0 + R)R_1 - \left[x - \frac{R_0 + R}{2}\right]^2$$

Hàm y(x) có giá trị cực đại khi $x = x_0$

$$x_0 = \frac{R_0 + R}{2} \qquad (4)$$

và $y_{\max} = (R_0 + R)\left(R_1 + \frac{R_0 + R}{4}\right)$ (5)

Theo đầu bài: $x_0 \cdot I_{\min} = U_V = 12V$

$$x_0 = \frac{U_V}{I_{\min}} = \frac{12}{1} = 12\Omega \qquad (6)$$

(Chú ý: giá trị có thể tính ngay từ đầu)
Sử dụng (4) ta được:

$$R = 2x_0 - R_0 = 2 \cdot 12 - 6 = 18\Omega$$

R = 18 Ω (7)
Sử dụng (3) ta được:

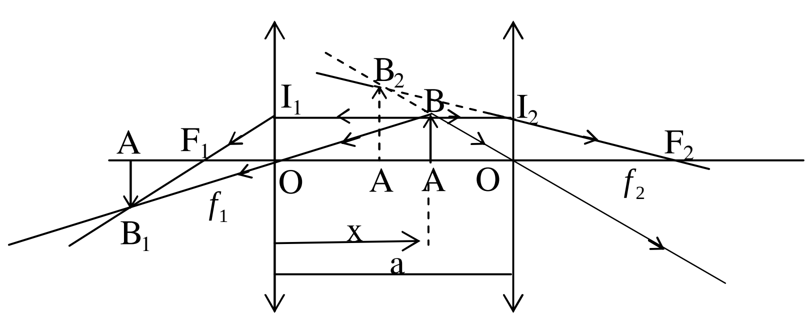
$$I_{\min} = \frac{U_0 R_1}{(R_0 + R)\left(R_1 + \frac{R_0 + R}{4}\right)} \qquad (8)$$

Đặt:U_0 = 30V, R_0 = 6Ω, R = 18Ω ta có:

$$I = \frac{30 \cdot R_1}{24\left(\frac{4R_1 + 24}{4}\right)}$$

R_1 = 24Ω

Câu 4



1) Dựa vào các cặp tam giác đồng dạng:
Δ O_1AB ~ Δ $O_1A_1B_1$
Δ $F_1I_1O_1$ ~ Δ $F_1A_1B_1$

$$\left.\begin{aligned}\frac{O_1A}{O_1A_1}&=\frac{AB}{A_1B_1}\\ \frac{O_1F_1}{A_1F_1}&=\frac{AB}{A_1B_1}\end{aligned}\right\}\frac{O_1A}{O_1A_1}=\frac{O_1F_1}{O_1A_1-O_1F_1}=\frac{O_1A-O_1F_1}{O_1F_1}$$

$$\Rightarrow O_1A_1=\frac{O_1F_1\cdot O_1A}{O_1A-O_1F_1}=\frac{f_1\cdot x}{x-f_1}=\frac{20\cdot 30}{30-20}=60cm$$

Tương tự:
Δ O_2AB ~ Δ $O_2A_2B_2$
Δ $F_1O_2I_2$ ~ Δ $F_2A_2B_2$

$$\left.\begin{aligned}\frac{O_2A}{O_2A_2}&=\frac{AB}{A_2B_2}\\ \frac{O_2F_2}{A_2F_2}&=\frac{AB}{A_2B_2}\end{aligned}\right\}\frac{O_2A}{O_2A_2}=\frac{O_2F_2}{A_2F_2}=\frac{O_2F_2-O_2A}{O_2F_2}\Rightarrow O_2A_2=\frac{O_2A\cdot O_2F_2}{O_2F_2-O_2A}$$

$$O_2A_2=\frac{15\cdot 40}{40-15}=24cm$$

Ảnh A_2B_2 là ảnh ảo.
2) Hai ảnh cùng chiều là ảnh ảo khi: $a < f_1 + f_2$

Do $\frac{A_2B_2}{AB}=\frac{O_2A_2}{O_2A}=\frac{F_2A_2}{F_2O_2}=\frac{F_2A_2-O_2A_2}{F_2O_2-O_2A}$

$$\frac{A_2B_2}{AB}=\frac{O_2F_2}{F_2O_2-O_2A}=\frac{40}{40-(45-x)}=\frac{40}{-5+x}$$

Mặt khác:

$$\frac{A_1B_1}{AB}=\frac{O_1A_1}{O_1A}=\frac{F_1A_1}{F_1O_1}=\frac{F_1O_1}{F_1O_1-O_1A}=\frac{20}{20-x}$$

Vì: $A_2B_2 = A_1B_1$

$$\frac{40}{x-5}=\frac{20}{20-x}$$

x = 15cm

<u>Câu 5</u>:
1) Khi vôn kế V mắc vào P và Q

$$\left.\begin{aligned}R_{23}&=R_2+R_3=60\Omega\\ R_{45}&=R_4+R_5=60\Omega\end{aligned}\right\}$$

Điện trở tương đương của đoạn mạch MN là $R_{MN} = \frac{R_{23}}{2} = 30\Omega$

Điện trở toàn mạch là: $R_1 + R_{MN} = 40\Omega$
cường độ dòng điện trong mạch chính:
$I = \frac{U}{R_1 R_{MN}} = \frac{60}{40} = 1{,}5A$
Do đó dòng điện qua R_2 và R_4 là: $I_2 = I_4 = I/2 = 0{,}75A$
$U_{PQ} = R_4 I_4 - R_2 I_2 = 0{,}75 \cdot 20 = 15V$
2) Khi thay V bởi đèn, do: $R_2 = R_5$; $R_3 = R_4$
Nên: $I_2 = I_5$; $I_4 = I_3$
Vậy $I = I_2 + I_3$ và $I_đ = I_2 - I_3 = 0{,}4A$ (1)
Lại có:
$U = U_1 + U_2 + U_3 = (I_2 + I_3)R_1 + R_2 I_2 + R_3 I_3$
$60 = 10(I_2 + I_3) + 20I_2 + 40I_3$
$6 = 3I_2 + 5I_3$ (2)
Từ (1) và (2) ta được:
$$\begin{cases} 3I_2 - 3I_3 = 1{,}2A \\ 6 = 3I_2 + 5I_3 \end{cases}$$
Do đó: $\begin{cases} I_3 = 0{,}6A = I_4 \\ I_2 = 1A = I_5 \end{cases}$
Mặt khác, $U_{MN} = I_3 R_3 = R_d I_d + I_5 R_d$
$0{,}6 . 40 = R_đ . 0{,}4 + 1.20$
hay: $R_đ = 10\Omega$
* Chú thích:
Có thể chứng minh như sau:
$U_{MN} = I_2R_2 + I_3R_3 = I_2R_2 + I_đ R_đ + I_5R_5 = I_5R_5$
Từ đó: $\begin{cases} I_3 R_3 = I_d R_d + I_5 R_5 \\ I_4 R_4 = I_d R_d + I_2 R_2 \end{cases}$
Vì: $R_3 = R_4$; $R_2 = R_5$
Từ hai phương trình trên
$(I_3 - I_4)R_3 = (I_5 - I_2)R_2$
$(I_3 - I_4)40 = (I_5 - I_2)20$

$2(I_3 - I_4) = I_5 - I_2$ (1)

Lại có: $I_2 + I_4 = I_3 + I_5$

Hay: $I_3 - I_4 = I_2 - I_5$ (2)

Cộng (1) và (2) ta thấy ngay: $I_3 = I_4$ và do đó: $I_2 = I_5$.

GIÚP BẠN ÔN THI ĐẠI HỌC

MỘT SỐ BÀI TOÁN MỞ RỘNG TỪ MỘT BÀI TOÁN QUANG HÌNH CƠ BẢN

Nguyễn Ngọc Lạc
Sở GD & ĐT Hà Tĩnh

I. Đặt vấn đề

Mở rộng một bài toán cơ bản để có thể giải được một bài toán tổng quát hơn là một vấn đề ta thường gặp trong nhiều phần kiến thức khác nhau. Đối với người học, vấn đề quan trọng là phải nhận biết được bài toán tổng quát đó đã được mở rộng từ bài toán cơ bản nào? Từ đó biết sử dụng kiến thức của bài toán cơ bản làm công cụ để giải bài toán tổng quát. Sau đây, tôi xin phân tích một vài bài toán mở rộng như thế ở phần Quang hình học - Vật lý lớp 12, hy vọng bạn đọc sẽ có cách nhìn nhận loại bài toán này dễ dàng hơn.

II. Bài toán cơ bản (Bài tập 7, SGK Vật lý 12 trang 141)

Đặt một vật sáng AB song song với màn ảnh và cách nó một đoạn L = 90cm. Sau đó đặt một thấu kính hội tụ xen giữa vật và màn ảnh sao cho trục chính của nó qua A và vuông góc với AB. Xê dịch thấu kính dọc theo phương trục chính, người ta thấy có hai vị trí của thấu kính, tại đó có ảnh rõ nét của AB hiện trên màn ảnh. Hai vị trí này cách nhau một khoảng l = 30cm. Tính tiêu cự f của thấu kính.

Giải: Chúng tôi sẽ trình bày cách giải tổng quát để làm cơ sở cho việc mở rộng dưới đây. Theo đề ra, ta có:

$$d + d' = L \Rightarrow d' = L - d \qquad (1).$$

Thay vào công thức thấu kính (TK): 1/f = 1/d + 1/d' ta được:

$$d^2 - Ld + Lf = 0 \qquad (2)$$

Việc có tìm được vị trí TK phù hợp với điều kiện của đề bài hay không tương đương với phương trình (2) có nghiệm hay không, tức phụ thuộc vào dấu của $\Delta = L^2 - 4Lf$.

+ Khi $\Delta = L^2 - 4Lf$ < 0 (tức L < 4f) $\Rightarrow$ Phương trình (2) vô nghiệm, tức là không tìm được ví trí nào của TK.

+ Khi $\Delta = L^2 - 4Lf$ = 0 (tức L = 4f) $\Rightarrow$ Phương trình (2) có một nghiệm, tức tìm được một vị trí duy nhất của TK. Vị trí này ở trung điểm M của khoảng cách giữa vật và màn.

+ Khi $\Delta = L^2 - 4Lf$ > 0 (tức L > 4f) $\Rightarrow$ Phương trình (2) có hai nghiệm, tức là tìm được hai vị trí phân biệt của TK. Hai vị trí này đối xứng nhau qua điểm M.

Áp dụng cho bài toán trên (có hai vị trí TK cho ảnh rõ nét) thì hai nghiệm của (2) là:

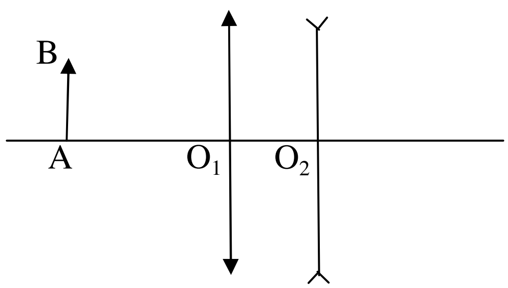
$$d_1 = (L + \sqrt{L^2 - 4Lf})/2 \text{ và } d_2 = (L - \sqrt{L^2 - 4Lf})/2\,;$$
$$\Rightarrow l = d_1 - d_2 = \sqrt{L^2 - 4Lf} \Rightarrow f = (L^2 - l^2)/4L$$

Thay số ta được: f = 20 (cm).

III. Một số bài toán mở rộng

1) Bài toán mở rộng thứ nhất

a- Cho hệ hai thấu kính L_1 và L_2 cùng trục chính, có tiêu cự lần lượt là: f_1 = 10cm; f_2 = - 20cm, cách nhau một khoảng a = 10cm (H.1). Đặt vật sáng AB trước TK L_1 một khoảng 20cm (A nằm trên trục chính). Xác định vị trí, tính chất và độ phóng đại ảnh cho bởi hệ.
b- Giữ cố định AB và thấu kính L_2. Dịch chuyển thấu kính L_1 trong khoảng từ AB đến thấu kính L_2. Hỏi có vị trí nào nữa của L_1 để ảnh qua hệ vẫn ở vị trí như câu a không?



Hình 1

Giải:
a- Ta có sơ đồ tạo ảnh:

$$AB \xrightarrow[d_1 \quad d'_1]{L_1} A_1B_1 \xrightarrow[d_2 \quad d'_2]{L_2} A_2B_2$$

Trong đó d_1 = 20cm $\Rightarrow$ d'_1 = 20cm $\Rightarrow$ d_2 = a – d'_1 = -10cm $\Rightarrow$ d'_2 = 20cm. (Ảnh A_2B_2 thật, nằm sau thấu kính L_2 một khoảng 20cm).
Độ phóng đại ảnh qua hệ: k = $(-d'_1/d_1)(-d'_2/d_2)$ = -2, tức là ảnh A_2B_2 ngược chiều AB và cao hơn AB 2 lần.

b) Khi giữ cố định AB và thấu kính L_2 dịch chuyển L_1, muốn cho ảnh qua quang hệ vẫn ở vị trí như ở câu a, thì ảnh A_1B_1 của AB qua L_1 cũng phải ở đúng vị trí như ở câu a. Đến đây ta thấy việc tìm vị trí của L_1 có thể dùng bài toán cơ bản trên. Cụ thể: L = AA_1 = 40cm = $4f_1$ vậy chỉ có vị trí duy nhất (đó là vị trí ở câu a).

2. Bài toán mở rộng thứ hai

Một điểm sáng S đặt trên trục chính của thấu kính hội tụ L có tiêu cự f = 30cm, cách thấu kính 40cm.

a) Xác định vị trí ảnh S_1 của S.

b) Đặt tại vị trí ảnh S_1 của S (đã xác định ở câu a) một gương cầu lõm có tiêu cự f_g = 52cm cùng trục chính với thấu kính L, mặt phản xạ quay về phía S. Thay thấu kính L bằng thấu kính hội tụ L_1 đặt cùng trục chính với gương . Xác định tiêu cự của thấu kính L_1 để khi dịch chuyển L_1 trong khoảng giữa S và gương sao cho trục chính L_1 và gương luôn trùng nhau thì thấy:

1- Có bốn vị trí của L_1 mà chùm sáng từ S sau khi qua thấu kính, gương và thấu kính lần thứ hai lại trở về S.

2- Có ba vị trí của L_1 mà chùm sáng từ S sau khi qua thấu kính, gương và thấu kính lần thứ hai lại trở về S.

3- Có hai vị trí của L_1 mà chùm sáng từ S sau khi qua thấu kính, gương và thấu kính lần thứ hai lại trở về S.

4- Có một vị trí của L_1 mà chùm sáng từ S sau khi qua thấu kính, gương và thấu kính lần thứ hai lại trở về S.

5- Không có vị trí nào của L_1 mà chùm sáng từ S sau khi qua thấu kính, gương và thấu kính lần thứ hai lại trở về S.

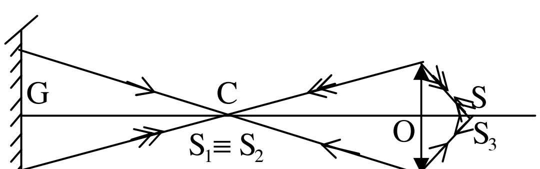
Giải:

a) Vị trí ảnh S_1 được xác định bởi $d' = \dfrac{df}{d-f} = \dfrac{40 \cdot 30}{43-30} = 120(cm)$

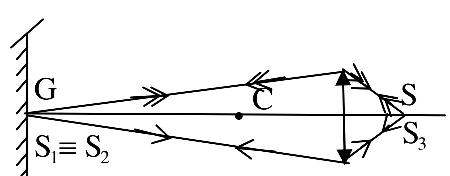
Ta có sơ đồ tạo ảnh:

$$S \xrightarrow[d_1 \qquad d'_1]{L} S_1 \xrightarrow[d_2 \qquad d'_2]{G} S_2 \xrightarrow[d_3 \qquad d'_3]{L} S_3$$

Để S_3 trùng với S thì S_2 phải trùng với S_1. Điều này xảy ra trong hai trường hợp sau:
+ Khi S_1 trùng với tâm gương C (H.2).
+ Khi S_2 trùng với đỉnh gương G (H.3).



H.2



H.3

<u>Nhận xét</u>: Ta thấy SC = 56cm < SG = 160cm, theo bài toán cơ bản trên:

1. Nếu SC = 56 cm > $4f_1$ thì khi dịch chuyển thấu kính L_1 trong khoảng từ S đến tâm gương C sẽ có hai vị trí của thấu kính L_1 mà S_1 trùng với C và khi đó nếu dịch chuyển thấu kính L_1 trong khoảng từ S đến đỉnh gương G cũng có hai vị trí của

thấu kính L_1 cho S_1 trùng với G. Như vậy khi f_1 < 14cm thì có bốn vị trí của thấu kính L_1 cho S_3 trùng với S. Các vị trí đó phụ thuộc vào giá trị của f_1.

2. Muốn cho có ba vị trí của thấu kính L_1 cho S_3 trùng với S thì f_1 = 14cm. Khi đó các vị trí của L_1 được xác định bởi d_1 lần lượt là:

+ $d_1 = 2f_1 = 2.14 = 28$(cm).

+ d_1 là nghiệm của phương trình: $d^2 - 160d + 160 . 14 = 0$

$\Rightarrow d_1 \approx 144{,}5$ (cm); $d_1 \approx 15{,}5$ (cm)

3. Muốn cho có hai vị trí của thấu kính L_1 cho S_3 trùng với S thì 14cm < f_1 < 40cm. Khi đó hai vị trí của L_1 phụ thuộc vào giá trị của f_1.

4. Muốn cho có một vị trí của thấu kính L_1 cho S_3 trùng với S thì f_1 = 40cm. Khi đó vị trí L_1 được xác định bởi $d_1 = 2.f_1 = 2.40 = 80$ (cm).

5. Khi f_1 > 40cm thì không có vị trí nào của thấu kính L_1 cho S_3 trùng S.

Chú ý: Bài toán mở rộng này muốn làm rõ các tình huống có thể gặp, thực tế trong đề thi thường chỉ đề cập đến một vài tình huống nào đó – vì vậy sẽ làm học sinh khó nhận biết bài toán hơn.

3. Bài toán mở rộng thứ ba

1.*Cho một hệ gồm hai thấu kính L_1 và L_2 cùng trục chính, cách nhau một đoạn a = 12cm, có tiêu cự lần lượt: f_1 = -10cm và f_2 = 15cm. Đặt vật sáng AB vuông góc với trục chính của thấu kính (A nằm trên trục chính), trước L_1 một đoạn 40cm. Tìm vị trí màn M để ảnh qua hệ hiện rõ nét trên màn.*
2.Giữ nguyên vật AB, thấu kính L_1 và màn M. Thay thấu kính L_2 bằng thấu kính L_3 có tiêu cự f_3 bằng bao nhiêu để khi dịch chuyển L_3 trong khoảng L_1 đến màn M (luôn cùng trục với L_1) ta thu được hai vị trí của L_3 cho ảnh rõ nét trên màn và hai ảnh này lớn hơn nhau bốn lần?

Giải:

1- Ta có sơ đồ tạo ảnh:

$$AB \xrightarrow[d_1 \quad d'_1]{L_1} A_1B_1 \xrightarrow[d_2 \quad d'_2]{L_2} A_2B_2$$

Trong đó d_1 = 40cm $\Rightarrow$ $d_1' = d_1 f/(d_1 - f_1) = 40(-10)/(40+10) = -8(cm)$

$$\Rightarrow d_2 = a - d_1' = 12 - (-8) = 20(cm)$$

$$\Rightarrow d_2' = d_2 f_2/(d_2 - f_2) = 20 \cdot 15/(20-15) = 60(cm)$$

2.Khi giữ nguyên AB và thấu kính L_1 thì A_1B_1 cũng cố định, khoảng cách L = A_1A_2 = $d'_2 + d_2$ = 80cm. Áp dụng bài toán cơ bản trên, điều kiện để có vị trí của L_3 cho ảnh rõ nét trên màn là: f_3 < L/4 = 20cm. Hai vị trí của L_3 được xác định bởi d_2 là nghiệm của phương trình: $d^2 – Ld + Lf = 0$

$$\Rightarrow d_{2-1} = (L + \sqrt{L^2 - 4Lf})/2 \text{ và } d_{2-2} = (L - \sqrt{L^2 - 4Lf})/2 \ \langle \ d_{2-1}.$$

Để ảnh này lớn gấp bốn lần ảnh kia thì: $k_{2-2}/k_{2-1} = 4$, với $k_{2-1} = -d_{2-2}/d_{2-1}$ và $k_{2-2} = -d_{2-1}/d_{2-2} \Rightarrow d_{2-1} = 2d_{2-2}$ mặt khác $d_{2-1} + d_{2-2} = L = 80$cm $\Rightarrow d_{1-2} = 160/3$(cm); $d_{2-2} = 80/3$(cm). Hai vị trí của L_3 cách nhau một khoảng $l = d_{2-1} – d_{2-2} = 80/3$ (cm), vậy tiêu cự của thấu kính L_3 là:

$$f_3 = (L^2 – l^2)/4L = 160/9 \text{ (cm)} \approx 17,8 \text{ (cm)}.$$

Chú ý: Để bài toán có nghiệm thì: f_3 < 20cm và d_{2-1}, d_{2-2} > 8cm. Ở bài toán này, hai điều kiện trên đều thoả mãn.■

CHUYÊN ĐỀ/TRAO ĐỔI

MẠCH DAO ĐỘNG

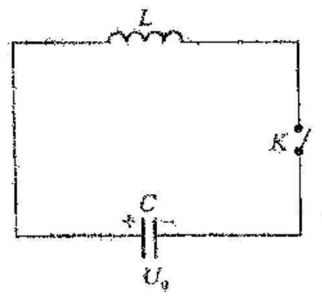
Trong bài báo này chúng tôi đề cập tới một số bài toán khá thú vị trong đó phần tử cơ bản là một mạch dao động (MDĐ) nhằm đào sâu và nâng cao kiến thức đã được cung cấp trong sách giáo khoa vật lý lớp 12. Như đã biết mạch dao động thường gồm một cuộn cảm, một tụ điện và đôi khi có cả điện trở thuần mắc nối tiếp với nhau. Bài toán cơ bản đối với MDĐ là xác định sự phụ thuộc thời gian của dòng điện trong mạch hoặc hiệu điện thế trên các phần tử của nó với các điều kiện ban đầu cho trước.

Các quá trình diễn ra trong MDĐ, như đã biết, được mô tả bởi một phương trình vi phân tuyến tính cấp hai (giống như phương trình vi phân mô tả dao động điều hoà) với nghiệm tổng quát chứa hai hằng số chưa biết. Hai hằng số này sẽ được xác định từ các điều kiện ban đầu. Điều này giải thích tại sao để tìm nghiệm ta cần phải biết cường độ dòng điện ban đầu và hiệu điện thế ban đầu, ví dụ như trên hai bản tụ điện, chẳng hạn.

Tuy nhiên, trong các bài toán về MDĐ người ta thường không yêu cầu tìm nghiệm tổng quát, mà yêu cầu tìm một tham số cụ thể nào đó, chẳng hạn như giá trị cực đại của cường độ dòng điện hay hiệu điện thế cực đại hai đầu tụ điện. Để giải những bài tập loại này, người ta thường dùng định luật bảo toàn năng lượng và những suy luận vật lý chung. Chẳng hạn, khi dòng điện trong MDĐ cực đại, suất điện động (s.đ.đ) cảm ứng trong cuộn dây bằng không và nếu điện trở thuần của mạch bằng không thì h.đ.t. trên tụ điện cũng bằng không. Hoặc nếu h.đ.t. trên tụ đạt cực đại thì dòng điện trong mạch bằng không.

Bây giờ chúng ta sẽ xét từng bài toán cụ thể. Để việc trình bày được hệ thống chúng ta sẽ bắt đầu từ một bài toán đơn giản đã được xét trong sách giáo khoa.

Ví dụ 1. *Trong mạch dao động LC (H.1), ở thời điểm ban đầu khoá K mở và tụ C được nạp điện đến h.đ.t U_0. Tìm sự phụ thuộc của h.đ.t trên tụ và cường độ dòng điện trong mạch vào thời gian sau khi đóng khoá K.*



Hình 1

Ngay sau khi đóng khoá K, h.đ.t trên tụ u(0) = U_0, còn cường độ dòng điện trong mạch i(0) = 0. Giả sử tại một thời điểm tùy ý sau khi K đóng, dòng điện chạy trong mạch đi ra từ bản tích điện dương của tụ điện. Theo định luật Ohm (Ôm) ta có :

$$Li' = u$$

Vì $i = -Cu'$, ta có:

$$u'' + \frac{1}{LC}u = 0$$

Đây chính là phương trình vi phân quen thuộc mô tả dao động điều hoà mà chúng ta đã biết. Nghiệm tổng quát của phương trình này có dạng:

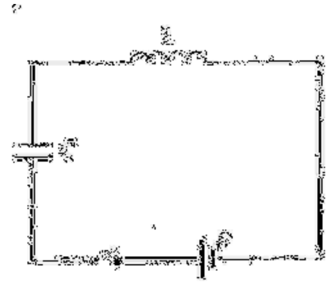
$$u(t) = A\cos\omega_0 t + B\sin\omega_0 t$$

trong đó $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ - tần số dao động riêng của MDĐ, A và B la hai hằng số được tìm từ điều kiện ban đầu. Đặt điều kiện ban đầu thứ nhất *u(0) = U_0* vào nghiệm ở trên, ta tìm được *A = U_0*. Còn từ điều kiện thứ hai *i(0) = - Cu' = 0*, ta được *B = 0*. Kết quả ta được:

$$u(t) = U_0\cos\omega_0 t \quad \text{và} \quad i(t) = U_0 C\omega_0 \sin\omega_0 t = U_0 C\omega_0 \cos(\omega_0 t + \pi/2)$$

So sánh hai biểu thức trên ta thấy h.đ.t trên tụ và cường độ dòng điện trong mạch đều dao động điều hoà với cùng tần số góc, nhưng dao động của dòng điện sớm pha π/2 so với h.đ.t.

Ví dụ 2. *Tại thời điểm t = 0 người ta mắc một nguồn điện một chiều có s.đ.đ. $\mathcal{E}$ điện trở trong nhỏ không đáng kể vào mạch LC (H.2). Xác định sự phụ thuộc của h.đ.t. u_C trên tụ vào thời gian.*



Hình 2

Xét tại một thời điểm tuỳ ý sau khi đóng khoá. Giả sử dòng điện chạy trong mạch đi ra từ cực dương của nguồn. Theo định luật Ohm:

$$\mathscr{E} - Li' = u_C$$

Mặt khác, i = q' = Cu_C'. Lấy đạo hàm hai vế ta được: i' = Cu_C'' . Thay biểu thức của i' vào phương trình định luật Ôm ta được:

$$u_C'' + \omega_0^2 u_C = \omega_0^2 \mathscr{E}$$

trong đó $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ - tần số dao động riêng của mạch. Phương trình vi phân này khác với phương trình ở ví dụ trước là có vế phải là hằng số khác không. Để giải phương trình này chỉ cần đổi biến : X = u_C - $\mathscr{E}$, Thay vào phương trình vi phân trên ta được:

$$X'' + \omega_0^2 X = 0$$

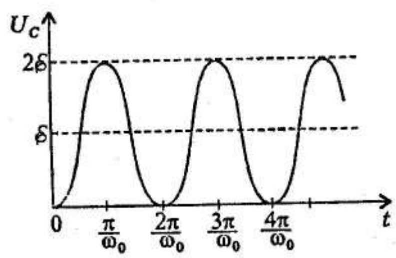
Nghiệm của phương trình này như đã biết:

$$X(t) = A\cos\omega_0 t + B\sin\omega_0 t$$

Để xác định A và B ta dùng điều kiện ban đầu: tại t = 0 u_C = 0 hay X = -$\mathscr{E}$, và i = Cu_C' = 0, thay vào nghiệm vừa tìm được ở trên, ta có: A = - $\mathscr{E}$ và B = 0. Kết quả ta được:

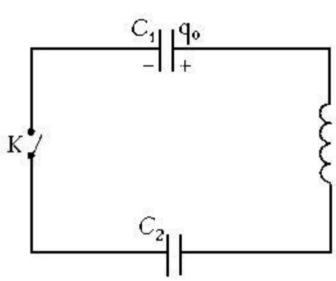
$$X(t) = -\mathscr{E}\cos\omega_0 t \quad hay \quad u_C(t) = \mathscr{E}(1 - \cos\omega_0 t)$$

Sự biến thiên theo thời gian của h.đ.t. trên tụ vẫn theo quy luật điều hoà nhưng khác với Ví dụ 1 ở chỗ không phải đối với mức 0 mà đối với mức u_C = $\mathscr{E}$ (xem H.3).

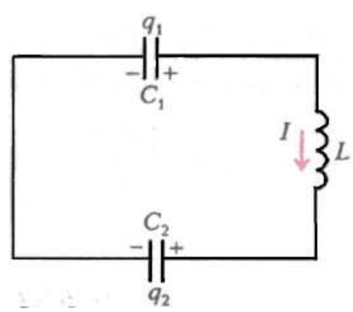


Hình 3

Ví dụ 3. *Trong mạch dao động LC trên hình 4, khi khoá K ngắt, điện tích trên tụ thứ nhất có điện dung C_1 bằng q_0, còn tụ thứ hai có điện dung C_2 không tích điện. Hỏi bao lâu sau khi khoá K đóng điện tích trên tụ C_2 đạt giá trị cực đại? Bỏ qua điện trở thuần của mạch.*



Hình 4



Hình 5

Ta xét tại một thời điểm tùy ý sau khi khoá K đóng. Giả sử tại thời điểm đó, điện tích trên tụ thứ nhất là q_1, còn trên tụ thứ hai là q_2 và trong mạch có dòng điện i (H. 5). Vì ta chỉ quan tâm tới giá trị q_{2max} , nên ta sẽ tìm biểu thức $q_2(t)$. Theo định luật Ohm ta có:

$$-Li' = \frac{q_2}{C_2} - \frac{q_1}{C_1}$$

Vì $i = q_2^{'}$ và $q_1 + q_2 = q_0$, nên phương trình trên ta có thể đưa về phương trình của q_2:

$$q_2^{''} + \frac{C_1 + C_2}{LC_1C_2} q_2 = \frac{q_0}{LC_1}$$

Giống như ví dụ 2, ta đưa vào biến mới:

$$X = q_2 - \frac{q_0 C_2}{C_1 + C_2}$$

ta lại nhận được phương trình mô tả dao động điều hoà:

$$X'' + \omega_0^2 X = 0$$

trong đó $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{C_1 + C_2}{LC_1C_2}}$ - là tần số dao động riêng của mạch. Nghiệm của phương trình trên là:

$$X(t) = A\cos\omega_0 t + B\sin\omega_0 t$$

Dùng điều kiện ban đầu: tại t = 0 $q_2 = 0$ hay X(0) = $-\dfrac{q_0 C_2}{C_1 + C_2}$ và i = 0 hay X' = 0, ta tìm được: A = $-\dfrac{q_0 C_2}{C_1 + C_2}$ và B = 0. Cuối cùng, trở lại biến q_2 ta được:

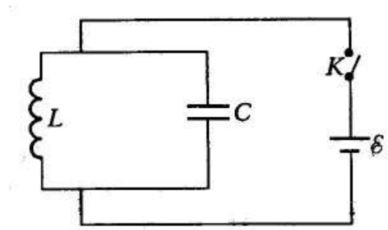
$$q_2(t) = \frac{q_0 C_2}{C_1 + C_2}(1 - \cos\omega_0 t)$$

Từ biểu thức trên ta thấy ngay q_2 lần đầu tiên đạt giá trị cực đại sau thời gian $t_1 = \pi/\omega_0$, sau đó giá trị cực đại này sẽ được lặp lại với chu kỳ $T = 2\pi/\omega_0$. Trong trường hợp tổng quát, thời điểm để q_2 đạt giá trị cực đại có thể viết dưới dạng:

$$t_n = \frac{\pi}{\omega_0}(1 + 2n) \quad \text{với n = 0, 1 , 2 , 3, ...}$$

Giá trị cực đại đó bằng $q_{2max} = \dfrac{q_0 C_2}{C_1 + C_2}$.

Ví dụ 4. *Trong mạch điện trên hình 6, tại thời điểm ban đầu khoá K ngắt và tụ C không nạp điện. Sau đó cho khoá K đóng một thời gian rồi lại ngắt. Hãy xác định dòng điện qua cuộn cảm tại thời điểm ngắt khoá K, nếu sau khi ngắt h.đ.t. trên tụ đạt cực đại bằng 2$\mathcal{E}$ với $\mathcal{E}$ là s.đ.đ. của nguồn một chiều. Bỏ qua điện trở thuần của cuộn dây. Điện trở trong của nguồn nhỏ tới mức thời gian nạp điện cho tụ nhỏ hơn rất nhiều so với thời gian đóng của khoá K.*



Hình 6

Ngay khi đóng khoá K tụ nạp điện rất nhanh tới h.đ.t. bằng s.đ.đ của nguồn và trong cuộn cảm cường độ dòng điện tăng chậm từ giá trị 0. Tại thời điểm ngắt khoá K, h.đ.t. trên tụ bằng $\mathscr{E}$ và qua cuộn cảm có dòng điện mà ta sẽ ký hiệu là I_0. Đó chính là các điều kiện ban đầu đối với mạch LC của chúng ta.

Xét một thời điểm tuỳ ý sau khi ngắt khoá K, giả sử khi đó cường độ dòng điện trong mạch là i, có chiều đi ra từ bản tích điện dương của tụ điện và h.đ.t. trên tụ là u_C. Theo định luật Ohm ta có:

$$Li' = u_C$$

Nhưng vì i = $Cu_C^{'}$, ta có:

$$u_C^{''} + \omega_0^2 u_C = 0$$

với $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$. Nghiệm của phương trình trên có dạng: $u_C(t) = A\cos(\omega_0 t + \varphi)$. Dạng này của nghiệm cũng tương đương với dạng mà ta chọn ở trên, chỉ có điều ở trên hai hằng số là A và B còn ở đây là A và φ. Dùng các điều kiện ban đầu $u_C(0) = \mathscr{E}$ và i = I_0, ta được: $\mathscr{E}$ = Acosφ và $I_0 = AC\omega_0\sin\varphi$. Từ đây suy ra:

$$A = \sqrt{\mathscr{E}^2 + \left(\frac{I_0}{C\omega_0}\right)^2}, \quad tg\varphi = \frac{I_0}{\mathscr{E}C\omega_0}$$

Vì A là biên độ dao động của h.đ.t.trên tụ nên nó cũng chính là giá trị cực đại h.đ.t. này.

Do đó, $\sqrt{\mathscr{E}^2 + \left(\frac{I_0}{C\omega_0}\right)^2} = 2\mathscr{E}$, từ đó ta tính được:

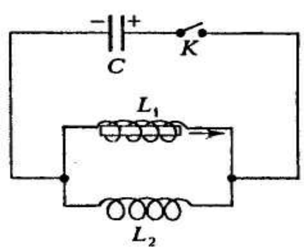
$$I_0 = \sqrt{3}\mathscr{E}C\omega_0 = \mathscr{E}\sqrt{3\frac{C}{L}}$$

Cũng như trong ba ví dụ trước, khi giải bài toán này chúng ta đã sử dụng nghiệm tổng quát và nó cho chúng ta đầy đủ thông tin về mạch. Bây giờ chúng ta đưa ra một cách giải đơn giản hơn xuất phát từ những suy luận vật lý chung và định luật bảo toàn năng lượng. Theo định luật bảo toàn năng lượng thì năng lượng của mạch tại t = 0 và tại thời điểm h.đ.t. trên tụ đạt cực đại và dòng trong mạch bằng 0 phải bằng nhau:

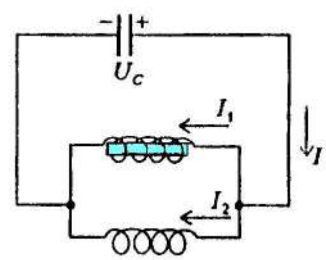
$$\frac{LI_0^2}{2}+\frac{C\mathscr{E}^2}{2}=\frac{4C\mathscr{E}^2}{2}$$

Từ đó suy ra: $I_0=\mathscr{E}\sqrt{3\frac{C}{L}}$.

Ví dụ 4. *Trong mạch điện trên hình 7, tụ có điện dung C đã được nạp điện tới một h.đ.t. nào đó, còn khoá K thì ngắt. Sau khi đóng khoá K, trong mạch diễn ra các dao động tự do, trong đó biên độ dòng điện trong cuộn cảm L_2 bằng I_0. Khi dòng điện trong cuộn cảm L_1 đạt giá trị cực đại thì người ta rút nhanh lõi sắt ra (trong thời gian rất ngắn so với chu kỳ dao động) khiến cho độ tự cảm của nó giảm k lần. Tìm h.đ.t. cực đại trên tụ điện sau khi lõi sắt đã được rút ra.*



Hình 7



Hình 8

Ta xét một thời điểm tùy ý sau khi đóng khoá K nhưng trước khi rút lõi sắt ra. Ký hiệu h.đ.t. ban đầu trên tụ là U_0 còn h.đ.t. ở một thời điểm tùy ý là u. Giả sử dòng điện qua cuộn L_1 là i_1 và qua cuộn L_2 là i_2 (xem H. 8). Theo định luật Ohm cho mạch vòng chứa tụ điện và cuộn cảm L_1:

$$L_2 i_2' = u \qquad (1)$$

và cho mạch vòng chứa hai cuộn cảm:

$$L_2 i_2' = L_1 i_1' \quad \text{hay} \quad (L_1 i_1 - L_2 i_2)' = 0$$

Từ đó suy ra: $L_1 i_1 - L_2 i_2 = const$. Nhưng vì các dòng điện ban đầu qua hai cuộn cảm đều bằng 0, nên const trong biểu thức trên bằng 0, tức $L_1 i_1 = L_2 i_2$. Theo định luật Ohm cho mạch rẽ:

$$i = i_1 + i_2 = \frac{L_1+L_2}{L_1} i_2 \qquad (2)$$

Lấy đạo hàm hai vế của (1) ta được: $L_2 i_2'' = u'$ và lưu ý rằng i = -Cu', ta có:

$$L_2 i_2'' + \frac{1}{C} i = 0$$

Thay biểu thức (2) của i vào ta được:

$$i_2'' + \frac{L_1+L_2}{CL_1L_2} i_2 = 0$$

Nghiệm tổng quát của phương trình này có dạng:

$$i_2(t) = A\cos\omega_0 t + B\sin\omega_0 t$$

trong đó $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{L_1 + L_2}{CL_1L_2}}$. Vì i_2 (0) = 0 suy ra A = 0. Để tìm B lưu ý rằng biên độ dòng điện trong cuộn L_2 bằng I_0 nên B = I_0. Kết quả ta có:

$$i_2(t) = I_0 \sin\omega_0 t \text{ và } i_1(t) = \frac{L_2}{L_1} I_0 \sin\omega_0 t$$

Trong thời gian rút lõi sắt ra khỏi cuộn cảm thứ nhất, từ thông qua hai cuộn cảm coi như không đổi. Điều này dẫn tới chỗ dòng điện trong cuộn thứ hai vẫn giữ nguyên, tức là $i_2^* = I_0$, còn cường độ dòng điện trong cuộn thứ nhất được xác định từ điều kiện $L_2 I_0 = \dfrac{L_1}{k} i_1^*$:

$$i_1^* = \frac{kL_2}{L_1} I_0$$

Để xác định h.đ.t. cực đại trên tụ ta sẽ sử dụng định luật bảo toàn năng lượng. Năng lượng từ được lưu trữ trong hai cuộn dây ngay sau khi rút lõi sắt ra là:

$$W_t = \frac{L_1 (i_1^*)^2}{2} + \frac{L_2 (i_2^*)^2}{2} = \frac{L_1}{2k}\left(\frac{kL_2}{L_1} I_0\right)^2 + \frac{L_2 I_0^2}{2} = \frac{L_2 I_0^2}{2}\left(1 + \frac{kL_2}{L_1}\right)$$

Khi h.đ.t. trên tụ đạt cực đại, dòng mạch chính bằng 0, tức dòng điện qua hai cuộn liên hệ với nhau bởi hệ thức:

$$i_1^{**} + i_2^{**} = 0.$$

Dùng hệ thức liên hệ các dòng mà ta đã nhận được ở trên ($L_1 i_1 - L_2 i_2 = const$) cho i_1^{**} và i_2^{**}, ta được:

$$\frac{L_1}{k} i_1^{**} - L_2 i_2^{**} = 0$$

Từ hai phương trình trên suy ra dòng qua hai cuộn cảm đều bằng 0, do vậy toàn bộ năng lượng đều được tập trung trong tụ điện và bằng:

$$W_C = \frac{CU_m^2}{2}$$

trong đó U_m là h.đ.t. cực đại trên tụ. Theo định luật bảo toàn năng lượng, $W_L = W_C$, hay

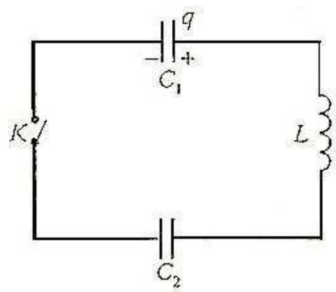
$$\frac{L_2 I_0^2}{2}\left(1 + \frac{kL_2}{L_1}\right) = \frac{CU_m^2}{2}$$

Từ đây ta tìm được:

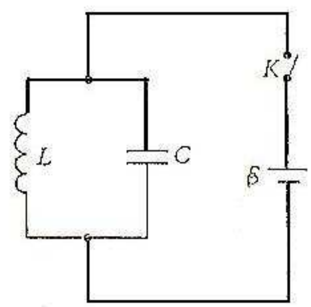
$$U_m = I_0 \sqrt{\frac{L_2(L_1 + kL_2)}{CL_1}}$$

BÀI TẬP

1. Trong mạch LC trên hình 9, khi khoá K ngắt điện tích trên tụ C_1 bằng q và tụ C_2 (với $C_2 = 4C_1$) chưa được nạp điện. Hãy xác định cường độ dòng điện cực đại trong mạch sau khi K đóng. Bỏ qua điện trở thuần trong mạch.



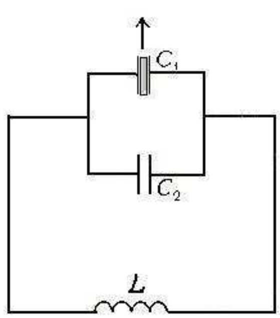
Hình 9



Hình 10

2. Trong sơ đồ trên hình 10, ở thời điểm ban đầu khoá K ngắt, tụ điện C không tích điện. Đóng khoá K một thời gian, rồi sau đó lại ngắt. Hãy xác định cường độ dòng điện i_0 qua cuộn cảm L ở thời điểm ngắt khoá K, nếu sau khi ngắt K cường độ dòng điện cực đại trong mạch LC bằng $2i_0$. Coi điện trở thuần trong mạch nhỏ không đáng kể, s.đ.đ. của nguồn là $\mathscr{E}$.

3. MDĐ gồm một cuộn cảm L và hai tụ điện mắc song song có điện dung là C_1 và C_2 (H.11). Trong mạch diễn ra các dao động tự do, trong đó biên độ dao động của điện tích trên tụ là q_0. Bên trong tụ với điện dung C_2 có một tấm điện môi với hằng số điện môi ε chiếm toàn bộ không gian của tụ. Khi điện tích trên tụ đạt cực đại người ta rút nhanh tấm điện môi ra khỏi tụ (trong thời gian rất nhỏ so với chu kỳ dao động). Tính biên độ dao động mới của dòng điện trong mạch.■



NHỮNG VẤN ĐỀ NÂNG CAO

Quả cầu dẫn trong điện trường đều

PHẠM TÔ

Bài toán vật dẫn đặt trong điện trường là một bài toán thú vị trong tĩnh điện học. Tuy nhiên, đây là một bài toán khó bởi vì, như ta đã biết, khi được đặt trong điện trường, trên bề mặt vật dẫn sẽ xuất hiện những điện tích cảm ứng và điện trường tại mỗi điểm trong không gian bây giờ là tổng hợp của trường ngoài và trường do các điện tích cảm ứng gây ra. Do vậy, muốn giải được bài toán này ta phải tính được phân bố điện tích trên bề mặt vật dẫn và sau đó xác định sự phân bố của cường độ điện trường trong không gian bao quanh. Khó khăn của bài toán là ở chỗ do chưa biết trước phân bố điện tích nên không thể dùng nguyên lí chồng chập để tính cường độ điện trường được.

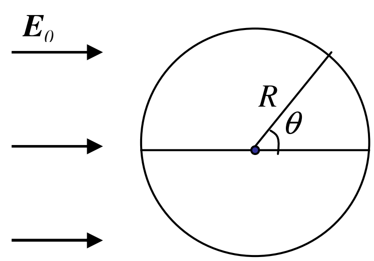
Vì vậy để giải trọn vẹn hay chỉ một phần những bài toán như thế đôi khi người ta sử dụng tính đối xứng, nhưng trong phần lớn trường hợp người ta dùng phương pháp *"đoán nhận kết quả".* Cơ sở của tất cả các 'cách đoán nhận' này là định lí về tính duy nhất trong tĩnh điện, mà ý nghĩa của nó là: lời giải được đoán nhận thỏa mãn một số điều kiện của định lý sẽ là lời giải duy nhất đúng. Tuỳ từng bài toán, có khi ta dựa vào kết quả đoán nhận sự phân bố điện tích trên vật dẫn rồi từ đó tính được điện trường, nhưng có khi thì ngược lại, tức là đầu tiên đoán nhận điện trường, rồi dựa vào đó để tìm phân bố điện tích. Phương pháp ảnh điện quen thuộc là phương pháp đoán nhận hay nhất. Nhờ phương pháp ảnh điện, ta có thể giải được các bài toán quan trọng như tấm dẫn phẳng hay quả cầu dẫn đặt trong điện trường của điện tích điểm.

Trong bài báo này chúng ta sẽ chủ yếu xét bài toán về quả cầu làm bằng chất dẫn điện (dưới đây gọi tắt là quả cầu dẫn) đặt trong điện trường đều. Bài toán này đáng quan tâm ở chỗ nó cho phép minh hoạ được một số phương pháp giải, trong đó có phương pháp dùng các tính chất đối xứng và phương pháp ảnh điện. Tuy nhiên, trước hết chúng ta hãy phát biểu chính xác bài toán và đưa ra đáp số chính xác mà người ta đã nhận được bằng các phương pháp khác.

1. Phát biểu bài toán

Một quả cầu dẫn bán kính R được đặt trong một điện trường đều, cường độ $\vec{E}_0$.

a) *Hãy tìm phân bố điện tích cảm ứng trên bề mặt quả cầu.*



Rõ ràng mật độ điện tích mặt σ phải phụ thuộc vào góc θ tạo bởi bán kính và véc tơ $\vec{E}_0$ (xem hình), tức là câu trả lời phải được biểu thị qua hàm σ(θ).

b) *Hãy xác định điện trường gây bởi các điện tích cảm ứng trong không gian ngoài quả cầu.*

Câu trả lời hoặc được biểu thị qua hàm $\vec{E}_{cu}(r,\theta)$, ở đây *r* là khoảng cách từ điểm đã cho đến tâm quả cầu (*r* > *R*) hoặc là được biểu thị qua hàm điện thế $\varphi_{cu}(r,\theta)$, hoặc là chỉ ra được một thuật toán để tính chúng. Cường độ điện trường tổng hợp sẽ bằng $\vec{E} = \vec{E}_{cu} + \vec{E}_0$. Chú ý rằng vì cường độ điện trường tổng hợp trong quả cầu bằng không, nên điện tích cảm ứng phải tạo ra điện trường có cường độ bằng $-\vec{E}_0$ bên trong quả cầu (tức khi r < R).

Bằng các phương pháp cao cấp hơn, người ta đã tính được mật độ điện tích mặt là:

$$\sigma = \sigma_0 \cos\theta, \qquad (1)$$

trong đó mật độ cực đại σ_0 được biểu thị qua cường độ điện trường E_0 :

$$\sigma_0 = 3\varepsilon_0 E_0 \qquad (2)$$

(ε_0 là hằng số điện) và điện trường bên ngoài quả cầu trùng với điện trường của lưỡng cực điểm, đặt ở tâm quả cầu và có mô men lưỡng cực:

$$\vec{p} = 3V\varepsilon_0\vec{E}_0 \qquad (3)$$

ở đây V là thể tích của quả cầu.

Cũng cần chú ý rằng một lưỡng cực điện có mô men lưỡng cực $\vec{p} = q\vec{l}$ được gọi là lưỡng cực điểm khi nó là một lưỡng cực vô cùng bé nhận được bằng cách cho tiến đến giới hạn $l \to 0$, $q \to \infty$ nhưng giá trị mô men $p = ql$ vẫn không đổi.

2. Định lí về tính duy nhất

Trước hết, lưu ý rằng, các bài toán về vật dẫn trong điện trường có thể phát biểu theo nhiều cách khác nhau, tức là đối với mỗi vật dẫn có thể cho hoặc là điện tích, hoặc là điện thế của nó. Nhưng trong cả hai trường hợp đều chỉ có một đáp số duy nhất của bài toán. Định lí tính duy nhất trong tĩnh điện có hai cách phát biểu.

a) *Cách phát biểu thứ nhất*: *Tồn tại một sự phân bố duy nhất điện tích trên mặt vật dẫn sao cho điện trường trong lòng vật dẫn bằng không, còn điện tích (hay điện thế) của vật dẫn bằng các giá trị cho trước.*

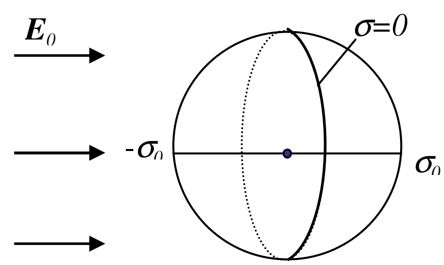
b) *Cách phát biểu thứ hai*: *Tồn tại một sự phân bố duy nhất cường độ điện trường trong không gian bên ngoài vật dẫn sao cho bề mặt vật dẫn là một mặt đẳng thế, còn điện tích (hay điện thế) của vật dẫn bằng các giá trị cho trước.*

Chính cách phát biểu này là cơ sở của phương pháp ảnh tĩnh điện.

Dưới đây chúng tôi sẽ minh hoạ cách sử dụng tính đối xứng và phương pháp ảnh điện để giải các bài toán tĩnh điện dựa vào định lí về tính duy nhất.

3. Sử dụng tính đối xứng

Xuất phát từ sự đối xứng và tính duy nhất có thể chứng minh được công thức (1) một cách rất đơn giản và khá dễ dàng. Chúng ta hãy trình bày chứng minh này dưới dạng một chuỗi các khẳng định liên tiếp dưới đây.



<u>Khẳng định 1:</u> *Tại tất cả các điểm trên đường tròn lớn của mặt cầu, vuông góc với $\vec{E}_0$ (tức là tại các điểm có $\theta = 90^0$) mật độ điện tích mặt bằng không*. Điều này suy ra từ sự đối xứng của các điện tích cảm ứng dương và âm.

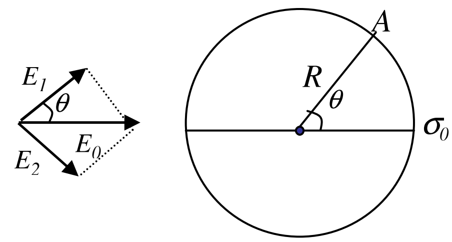
<u>Khẳng định 2:</u> *Nếu khi đặt quả cầu vào điện trường cường*

độ $\vec{E}_1$, mật độ điện tích mặt tại một điểm nào đó là σ_1, còn khi đặt vào điện trường cường độ $\vec{E}_2$, mật độ điện tích mặt tại điểm đó là σ_2 thì khi đặt vào điện trường $\vec{E}_1$ + $\vec{E}_2$ mật độ điện tích mặt tại điểm đó sẽ là $\sigma_1 + \sigma_2$. Điều này suy ra từ định lí về tính duy nhất: mỗi mật độ điện tích mặt làm triệt tiêu cường độ điện trường tương ứng (ở trong quả cầu), nên chính cường độ tổng hợp cũng sẽ bằng 0 vì chỉ tồn tại duy nhất một sự phân bố điện tích thoả mãn điều kiện này.

Khẳng định 3: *Nếu cường độ điện trường tăng lên α lần ($\vec{E}' = \alpha\vec{E}$) thì mật độ điện tích mặt ở mỗi điểm cũng sẽ tăng lên α lần ($\sigma' = \alpha\sigma$).* Đây là hệ quả của điều khẳng định 2 ở trên.

Lập luận cơ bản: Chúng ta hãy xét một quả cầu được đặt trong điện trường $\vec{E}_0$.

Giả sử mật độ điện tích cảm ứng cực đại (khi θ = 0) bằng σ_0. Để tìm $\sigma(\theta)$ ta phân tích $\vec{E}_0$ thành hai thành phần vuông góc nhau: $\vec{E}_0 = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$, trong đó $\vec{E}_1$ lập với $\vec{E}_0$ một góc θ. Vì $E_1 = E_0 \cos\theta$ nên khi đặt quả cầu vào điện trường $\vec{E}_1$ mật độ điện tích cực đại tại A sẽ bằng $\sigma_0 \cos\theta$ (theo điều khẳng định 3). Còn nếu đặt quả cầu vào điện trường $\vec{E}_2$ thì mật độ điện tích mặt tại A sẽ bằng 0 (điều khẳng định 1). Như vậy, theo điều khẳng định 2 thì trong điện trường $\vec{E}_0$ mật độ điện tích mặt tại A sẽ bằng $\sigma_0\cos\theta$.



Tất nhiên, lập luận như thế chưa cho phép xác định được ngay σ_0 bằng bao nhiêu. Nhưng bài toán này đơn giản hơn nhiều so với bài toán xác định phân bố chưa biết của điện tích. Dùng biểu thức trên và nguyên lí chồng chập để xác định cường độ điện trường gây bởi phân bố điện tích này tại tâm quả cầu rồi cho bằng E_0, ta sẽ xác định được σ_0 qua E_0 tức là công thức (2). Do khuôn khổ bài báo, chúng tôi không trình bày những tính toán này ở đây, xin dành lại cho các bạn đã biết tính tích phân như một bài tập.

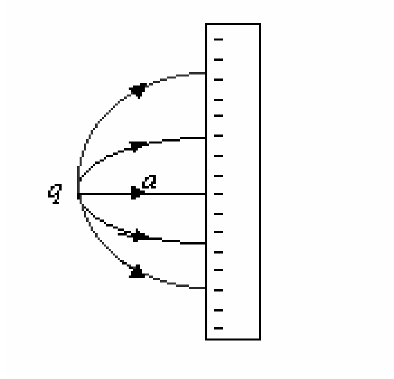
Tuy nhiên, bài toán về cường độ điện trường bên ngoài quả cầu gây ra bởi các điện tích cảm ứng thì trong khuôn khổ của phương pháp sử dụng tính đối xứng không giải quyết được. Dưới đây chúng tôi sẽ trình bày hai phương pháp cho phép nhận được lời giải của bài toán đó.

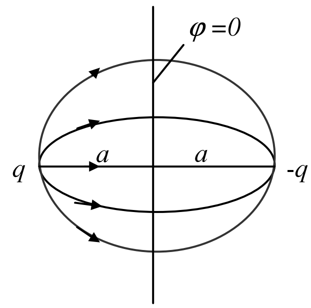
4. Phương pháp ảnh tĩnh điện

Phương pháp ảnh tĩnh điện không cho phép đoán nhận được phân bố điện tích cảm ứng trên mặt vật dẫn, nhưng lại cho phép xác định được điện trường gây ra bởi các điện tích này sau khi thay thế nó bằng điện trường của một điện tích tưởng tượng (điện tích ảnh). Các điện tích ảnh được chọn sao cho điện trường toàn phần gây ra bởi chúng và bởi các điện tích bên ngoài có các tính chất 'đúng' trên mặt giới hạn của của vật dẫn. Ví dụ, nếu vật dẫn được nối đất thì điện trường này phải có điện thế tại mọi điểm trên biên vật dẫn bằng không. Còn nếu cho vật dẫn tích điện thì, thứ nhất, bề mặt của vật phải là đẳng thế và thứ hai, tổng các điện tích ảnh phải bằng điện tích đã cho của vật dẫn. Vì tồn tại một điện trường duy nhất thoả mãn các điều kiện như thế (thường được gọi là các *điều kiện biên*) cho nên điện trường của các điện tích ảnh phải trùng với điện trường của các điện tích cảm ứng của vật dẫn. Dưới đây là một vài ví dụ.

Ví dụ 1. Điện tích điểm và tấm phẳng dẫn điện.

Ví dụ này nhiều học sinh đã biết. Nếu đặt một điện tích điểm *q* ở cách một mặt phẳng dẫn rộng vô hạn một đoạn bằng *a* thì điện trường xuất hiện khi đó trùng với điện trường của hai điện tích điểm: điện tích *q* và điện tích ảnh của nó bằng -*q*, được đặt đối xứng với q qua mặt phẳng dẫn.

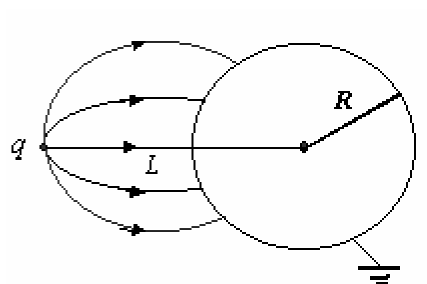


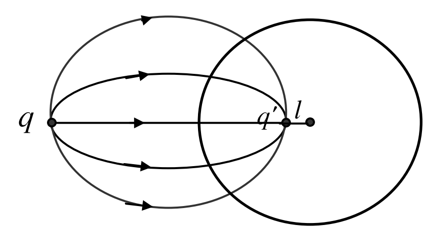


Thực vậy, mặt đẳng thế với φ = 0 của điện trường do hai điện tích trên tạo ra trùng với bề mặt vật dẫn. Nói cách khác, điện trường trong chân không tạo bởi các điện tích cảm ứng trùng với điện trường của điện tích điểm -*q*.

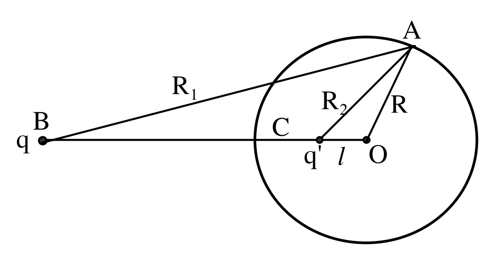
Ví dụ 2. Điện tích điểm và quả cầu dẫn nối đất.

Nếu đặt một điện tích điểm *q* cách tâm của quả cầu dẫn bán kính R (đã được nối đất) một đoạn *L (L > R)* thì điện trường tổng hợp sinh ra sẽ trùng với điện trường của hai điện tích điểm: điện tích *q* và điện tích ảnh $q' = -qR/L$ nằm trên đường bán kính có phương đi qua *q* và cách tâm quả cầu một đoạn bằng $l = R^2/L$.





Sự trùng nhau của hai điện trường này suy ra từ điều khẳng định mặt đẳng thế với φ = 0 đối với điện trường của các điện tích *q* và *q'* trùng với bề mặt quả cầu. Chúng ta hãy chứng minh điều này. Lấy một điểm A tuỳ ý trên mặt quả cầu và ký hiệu r_1 là khoảng cách từ nó đến *q* (điểm B) và r_2 là khoảng cách từ A đến *q'* (điểm C). Vì AO/OC = *R/l* = *L/R* =BO/OA, suy ra ΔAOC đồng dạng với ΔBOA. Nghĩa là đối với



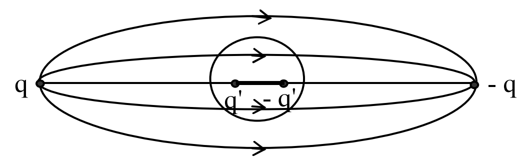
điểm A bất kỳ tỷ số r_1/r_2 bằng L/R và điện thế $\varphi(A) = kq/r_1 + kq'/r_2 = 0$ (nhớ là $q' = -qR/L$).

Nói cách khác điện trường bên ngoài quả cầu tạo bởi các điện tích cảm ứng trùng với điện trường chỉ của *q'* gây ra.

Ví dụ 3. Điện tích điểm và quả cầu dẫn tích điện

Nếu trong ví dụ trước thay quả cầu nối đất bằng quả cầu dẫn tích điện *Q*, thì ngoài điện tích ảnh *q'* cần bổ sung điện tích ảnh thứ hai $q'' = Q - q'$ đặt tại tâm quả cầu, để đảm bảo cho điện tích trên mặt cầu luôn bằng *Q*. Có thể dùng phương pháp ảnh tĩnh điện như thế nào trong bài toán này? Vì kết quả phải không phụ thuộc vào hệ điện tích nào là nguồn gốc của điện trường $\vec{E}_0$ nên chúng ta xem nó được tạo bởi hai điện tích *q* và *-q* đặt đối xứng đối với tâm quả cầu và cách tâm này một khoảng *L* lớn (*L* >> *R*). Cần chọn giá trị của các điện tích này sao cho cường độ điện trường được tạo ra bởi chúng tại tâm quả cầu bằng E_0 :

$$\frac{2q}{4\pi\varepsilon_0 L^2} = E_0$$



Điện trường của các điện tích cảm ứng gây ra trong không gian ngoài quả cầu sẽ trùng với điện trường của hai điện tích điểm *q'* và *-q'*, với $q' = -qR/L$, được đặt cách tâm quả cầu đoạn $l = R^2/L$. Hai điện tích ảnh tạo thành một lưỡng cực điện có mômen bằng

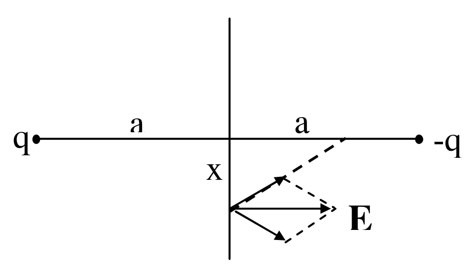
$$p = q'.2l = 2qR^3/L^2 = 3V\varepsilon_0 E_0$$

Đây chính là công thức (3) đã đưa ra ở trên. Nếu xét chuyển giới hạn trong đó các điện tích được đưa ra xa vô hạn nhưng đồng thời giá trị của chúng phải thay đổi như thế nào để cường độ điện trường vẫn bằng $\mathbf{E}_0$, thì điện trường sẽ trở thành điện trường đều, còn lưỡng cực chuyển thành lưỡng cực điểm.

Vấn đề còn lại là phải trả lời câu hỏi: trong khuôn khổ của phương pháp ảnh điện làm thế nào tìm được không chỉ điện trường của các điện tích cảm ứng mà còn cả phân bố trên bề mặt của chúng? Có thể thực hiện được điều đó nhờ hệ thức liên hệ cường độ điện trường gần bề mặt vật dẫn và mật độ điện tích:

$$E = \sigma/\varepsilon_0 \qquad (4)$$

Thí dụ trong trường hợp điện tích diểm và mặt phẳng dẫn dễ dàng tính được cường độ điện trường của các điện tích *q* và *-q* cách trung điểm của chúng đoạn bằng x và tìm được mật độ điện mặt:



$$\sigma = \varepsilon_0 E = \frac{qa}{2\pi\left(x^2 + a^2\right)^{3/2}}.$$

Trong trường hợp quả cầu nằm trong điện trường đều thì cần tính điện trường toàn phần gần mặt hình cầu, bằng tổng điện trường đều và điện trường của lưỡng cực điểm . Bạn hãy thử tự làm điều này.

5. Phương pháp chập các quả cầu

Cách cuối cùng giải bài toán quả cầu dẫn trong điện trường đều sẽ cho lời giải đầy đủ nhất, đồng thời lại khá đơn giản. Cũng như trước đây, chúng ta trình bày phương pháp này thành một một vài bước, mỗi bước là một bài toán hay.

*a) **Quả cầu tích điện đều***

Xét một quả cầu bán kính R, tích điện đều với mật độ điện khối ρ. Cường độ điện trường ngoài quả cầu, khi r > R trùng với điện trường của điện tích điểm q = ρV:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\rho V}{r^2} \qquad (5)$$

Trong quả cầu, khi $r < R$, cường độ điện trường chỉ do các điện tích nằm trong hình cầu bán kính r tạo ra (còn cường độ do lớp cầu bên ngoài tạo ra bằng không):

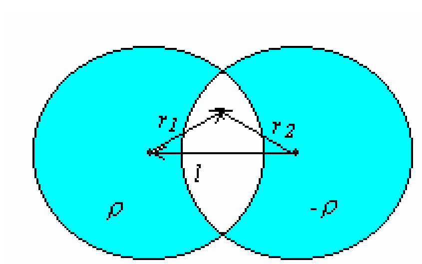
$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_{(r)}}{r^2} = \frac{\rho r}{3\varepsilon_0},$$

trong đó $q_{(r)} = \rho(4/3)\pi r^3$. Để đơn giản về sau chúng ta viết biểu thức cuối dưới dạng véc tơ:

$$\vec{E} = \frac{\rho\vec{r}}{3\varepsilon_0} \qquad (6)$$

b) Chập hai quả cầu

Bây giờ ta hãy xét hai quả cầu tích điện đều trong cả thể tích của chúng: một quả có mật độ ρ và quả còn lại có mật độ $-\rho$. Giả sử các quả cầu được đặt sao cho khoảng cách l giữa hai tâm nhỏ hơn tổng các bán kính của chúng, tức là tồn tại một miền chúng giao nhau. Mật độ điện tích khối trong miền này bằng không, còn điện trường bằng điện trường tổng hợp của cả hai quả cầu.



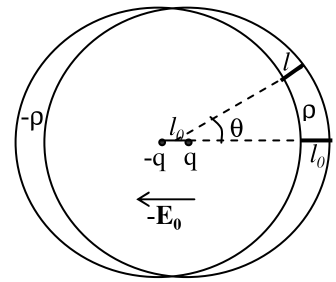
Chúng ta hãy xét một điểm tuỳ ý trong miền này và kí hiệu $\vec{r}_1$ và $\vec{r}_2$ tương ứng là các véc tơ bán kính kẻ từ tâm của các quả cầu tích điện dương và âm tới điểm đó. Theo công thức (6) ta được:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \frac{\rho\vec{r}_1}{3\varepsilon_0} - \frac{\rho\vec{r}_2}{3\varepsilon_0} = -\frac{\rho\vec{l}}{3\varepsilon_0} \qquad (7)$$

ở đây $\vec{l} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ là véc tơ hướng từ tâm của quả cầu tích điện âm đến tâm quả cầu tích điện dương . Như vậy chúng ta đã chứng minh được điện trường trong phần giao của các quả cầu tích điện bằng nhau và trái dấu là đều. Có thể sử dụng điều này để tạo ra một phân bố điện tích trên mặt một quả cầu sao cho làm triệt tiêu điện trường ngoài. Chúng ta chỉ ra cách làm điều đó như sau.

c) ***Quả cầu đặt trong điện trường đều***

Chúng ta hãy xét hai quả cầu cùng bán kính R, tích điện đều bằng nhau và trái dấu, tâm của chúng đặt cách nhau khoảng rất nhỏ l_0 ($l_0 << R$). Điện tích của hệ tạo thành hầu như bằng không ở mọi chỗ trừ hai chỏm cầu mảnh, ở rìa. Hai mảnh chỏm cầu này tích điện đều, trái dấu: một mảnh có mật độ điện tích bằng ρ, của mảnh kia bằng -ρ. Độ dày của các mảnh này chỗ lớn nhất bằng l_0 và giảm theo góc θ theo quy luật $l = l_0 \cos\theta$. Rõ ràng để chuyển sang trường hợp tích điện trên bề mặt (tương đương với quả cầu dẫn tích điện do cảm ứng) thì cần thực hiện việc chuyển giới hạn $l_0 \to 0$, đồng thời mật độ điện tích khối ρ phải thay đổi như thế nào để điện tích tính trên một đơn vị diện tích bề mặt cực đại, bằng ρl_0 , phải tiến đến giới hạn xác định bằng σ_0. Vì điện trường của hai điện tích này trong phần giao của hai quả cầu phải làm triệt tiêu điện trường ngoài $\vec{E}_0$ nên theo (7) chúng ta có:



$$-\frac{\rho\vec{l}_0}{3\varepsilon_0} = -\vec{E}_0$$

(véc tơ $\vec{l}_0$ được dựng từ tâm của quả cầu tích điện âm đến tâm quả cầu tích điện dương). Như vậy giá trị giới hạn của mật độ điện tích mặt cực đại được biểu thị qua giá trị điện trường ngoài bằng công thức:

$$\sigma_0 = \rho l_0 \to 3\varepsilon_0 E_0$$

Đây chính là công thức (2). Ta cũng nhận được biểu thức đúng của sự phụ thuộc của mật độ điện tích mặt σ vào góc θ :

$$\sigma = \rho l = \rho l_0 \cos\theta = \sigma_0 \cos\theta.$$

Ngoài ra, trong giới hạn $l_0 \to 0$, điện trường bên ngoài hệ hai quả cầu trùng với điện trường của hai điện tích điểm q = ρV (xem công thức (5)) sẽ chuyển thành điện trường của lưỡng cực điểm với mômen lưỡng cực:

$$\vec{p} = q\vec{l}_0 = \rho V\vec{l}_0 \to \vec{p} = 3V\varepsilon_0\vec{E}_0 .$$

Như vậy là ta đã nhận được đầy đủ lời giải của bài toán quả cầu dẫn đặt trong điện trường đều bằng các cách khác nhau.